



4–13 сентября 2022 г.
Алушта, Крым

МАТЕРИАЛЫ XIV МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ ПО ПРИКЛАДНОЙ
МАТЕМАТИКЕ И МЕХАНИКЕ В АЭРОКОСМИЧЕСКОЙ ОТРАСЛИ



Посвящается 90-летию со дня рождения У.Г. Пирумова

МАТЕРИАЛЫ XIV МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
ПО ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКЕ И МЕХАНИКЕ
В АЭРОКОСМИЧЕСКОЙ ОТРАСЛИ



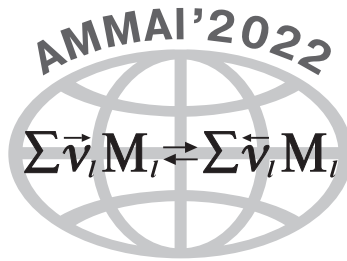
4–13 сентября 2022 г.
Алушта, Крым





Dedicated to the 90th anniversary of the birth of U.G. Pirumov

**PROCEEDINGS
OF THE XIV INTERNATIONAL CONFERENCE
ON APPLIED MATHEMATICS AND MECHANICS
IN AEROSPACE INDUSTRY**



**4–13 September 2022
Alushta, Crimea**



УДК 519.6:517.958:533.6
ББК 22.166
М34

Издание осуществлено при финансовой поддержке
Московского авиационного института
(национального исследовательского университета)

М34 **Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАГ'2022), 4–13 сентября 2022 г., Алушта.** — М.: Изд-во МАИ, 2022. — 488 с.: ил.

ISBN 978-5-4316-0946-6

Сборник включает в себя научные работы, отражающие современные достижения в газовой динамике струй и сопел, механике многофазных сред, плазменной аэродинамике, аэрокосмической механике, механике деформируемого твердого тела, прочности, разрушения и безопасности конструкций, а также в ряде смежных областей.

Для специалистов в области прикладной математики и механики, математического моделирования, информационных технологий, аспирантов и студентов старших курсов технических вузов.

Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике
и механике в аэрокосмической отрасли (АММАГ'2022),
4–13 сентября 2022 г., Алушта

Дизайн и компьютерная верстка *Ал. А. Пярнпуу*

Подписано в печать 11.08.2022. Формат 70 × 100 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 39,65.
Тираж 300 экз. Изд. №1070. Заказ № .

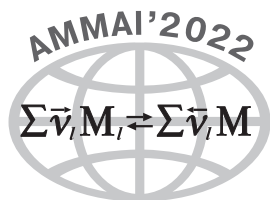
Издательство МАИ
(МАИ), Волоколамское ш., д. 4, Москва, А-80, ГСП-3 125993

Отпечатано с готового оригинал-макета в типографии ООО «Компания АРТИШОК»,
125362, Москва, Волоколамское шоссе, д. 116, стр. 2, e-mail: info@artishok.ru

ISBN 978-5-4316-0946-6

© Московский авиационный институт
(национальный исследовательский
университет), 2022

**XIV МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
ПО ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКЕ И МЕХАНИКЕ В АЭРОКОСМИЧЕСКОЙ ОТРАСЛИ**



**4–13 сентября 2022 г.
Алушта, Крым**

Сборник включает в себя материалы Четырнадцатой Международной конференции по Прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (AMMAI'2022), которая будет проводиться с 4 по 13 сентября 2022 г. на базе Оздоровительно-учебного центра МАИ «Алушта» в Республике Крым. До 2018 г. конференция носила название Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ) и в связи с расширением тематики была переименована.

Обсуждаются новые результаты теоретических, численных и экспериментальных исследований в физической газовой динамике струй и сопел, механике многофазных сред, плазменной аэродинамике, аэрокосмической механике, механике деформируемого твердого тела, прочности, разрушении и безопасности конструкций, общей механике, в вопросах горения, детонации, фазовых и химических превращений, а также в ряде смежных областей. Рассматриваются вопросы, связанные с подготовкой специалистов для авиационной и ракетно-космической отраслей, а также с организацией высокопроизводительных вычислений, с информационным, интеллектуальным и методическим обеспечением вычислительного эксперимента.

Материалы конференции публикуются в журналах, указанных в перечне российских рецензируемых научных журналов ВАК: «Известия РАН. Механика жидкости и газа», «Математическое моделирование» РАН, «Вестник МАИ», «Труды МАИ» и «Физико-химическая кинетика в газовой динамике».

Организаторы конференции:

- Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)
- Российская академия наук
- Министерство науки и высшего образования РФ
- Российский Национальный комитет по теоретической и прикладной механике

Оргкомитет конференции

Сопредседатели: Левин В. А., Матвеев В. П., Попов Г. А.

Заместитель председателя: Крылов С. С.

Ученый секретарь: Пярнпуу Ал. А.

Члены оргкомитета:

Алифанов О. М., Бабешко В. А., Васильев В. В., Гайфуллин А. М., Ганиев Р. Ф., Голуб В. В., Горячева И. Г., Губайдуллин Д. А., Егоров И. В., Запрягаев В. И., Калинин В. В., Каляев И. А., Ковеня В. М., Крайко А. Н., Куликовский А. Г., Липанов А. М., Маров М. Я., Муравей Л. А., Нигматулин Р. И., Никитин И. С., Павленко А. Н., Равикович Ю. А., Ребров А. К., Ревизников Д. Л., Соломонов Ю. С., Суржигов С. Т., Тишкин В. Ф., Фомин В. М., Чернышев С. Л., Четверушкин Б. Н., Шахматов Е. В.

Программный комитет конференции:

Аветисян А. С., Багдасарян Г. Е., Бакулин В. Н., Бишаев А. М., Бошенятов Б. В., Булакина М. Б., Булычев Н. А., Варданян И. А., Вонг Рюй, Гидаспов В. Ю., Голуб В. В., Деченг Ван, Димитриенко Ю. И., Иванов И. Э., Каледин В. О., Ковеня В. М., Косачев И. М., Крылов С. С., Кузнецов Е. Б., Ли Мингцзы, Лу Хунг-Ту, Лукин В. Н., Марков В. В., Младенович Н., Острик А. В., Панов Ю. Н., Ревизников Д. Л., Северина Н. С., Сембиев О. З., Суи Хонг, Фанг Ченг, Хан Нью, Ципенко А. В., Чернышев Л. Н., Честино Э., Эспозито А., Юань Юань

Технический комитет конференции:

Абгарян В. К., Акмаева В. Н., Гидаспов В. Ю., Демидова О. Л., Донских В. В., Кононов Д. С., Коробовский А. В., Морозов А. Ю., Пярнпуу Ал. А., Северина Н. С., Селиванова О. С., Семенов А. С., Терехов И. В., Филиппова А. С., Чугунков С. А.

Научные направления конференции

- А.** Неравновесные и равновесные процессы в соплах и струях
- В.** Гиперзвуковая аэротермодинамика, химические реакции, горение, детонация
- С.** Многофазные течения и процессы тепломассообмена
- Д.** Плазменная аэродинамика. Течения разреженного газа.
Взаимодействие потоков с поверхностью
- Е.** Общая механика, механика деформируемого твердого тела, трибология
- Ф.** Классическая и небесная механика, мехатроника, биомеханика
- Г.** Аэрокосмическая механика, создание и эксплуатация аэрокосмической техники, экологические проблемы
- Н.** Компьютерное моделирование. Численные методы.
Высокопроизводительные вычисления
- И.** Методы искусственного интеллекта.
Машинное обучение и обработка больших данных
- Ж.** Управление, оптимизация и обработка информации
- К.** Образовательные технологии в аэрокосмической отрасли

В. А. Левин, В. П. Матвеев, Г. А. Попов

ОГЛАВЛЕНИЕ

Секция А

Неравновесные и равновесные процессы в соплах и струях

Абузяров М.Х., Глазова Е.Г., Кочетков А.В., Крылов С.В., Чекмарев Д.Т. Моделирование трехмерных процессов формирования и взаимодействия кумулятивных струй с упругопластическими средами при детонации твердых взрывчатых веществ различной формы	17
Великодный В.Ю. Ударные волны в многоатомных реагирующих газах	18
Пинчук В.И. Модифицированный алгоритм расчета автоколебательных течений возле тел с истекающей оппозитной струей	20
Шустов С.А. Экспериментальное исследование отрыва потока и перехода в пограничном слое сопел с конической сверхзвуковой частью в гиперзвуковой области чисел Маха	22

Секция В

Гиперзвуковая аэротермодинамика, химические реакции, горение, детонация

Архипов В.А., Глазунов А.А., Золоторёв Н.Н., Коротких А.Г., Козлов Е.А. Влияние окислительного компонента на горение конденсированного вещества при пониженных давлениях	26
Архипов В.А., Золоторёв Н.Н., Перфильева К.Г., Дубкова Я.А. Использование эпоксидной смолы в качестве горючего связующего с высокоэнергетическими добавками	28
Архиреев А.А., Волков Е.Н. К вопросу о рациональном техническом облике модельной установки для сравнительных исследований полноты сгорания топлива ПВРД	30
Володин В.В., Голуб В.В., Ельянов А.Е. Сравнение распространения водородно-воздушного пламени в канале при центральном и кольцевом воспламенении	32
Гаца М.Ю., Ягодников Д.А. Математическое моделирование процессов воспламенения и горения двухкомпонентной аэрозвеси частиц бора и перхлората аммония в свободном объеме	34
Герасимов С.И., Захаров Д.В. Импульсная рентгенография в исследованиях аэротермомеханического разрушения в гиперзвуковой аэродинамике и высокоскоростного проникания в сплошные среды	37
Гидаспов В.Ю., Зыонг М.Д., Трошев С.Х. Распад разрыва в детонирующем многокомпонентном газе	39
Гидаспов В.Ю., Кононов Д.С., Северина Н.С. Об отражении плоской ударной волны в детонирующем газе	42
Замураев В.П., Калинина А.П. Горение керосина в сверхзвуковом потоке с $M = 1,7$ под действием теплогазодинамических импульсов	44
Кондратьева Л.А., Романов А.В. Метод линеаризованного сдвига в моделях химической кинетики	46
Русаков С.В., Гилёв В.Г. Анализ скорости реакции при полимеризации эпоксидного связующего, модифицированного нанотрубками	48

Савельев А.С. Влияние параметров течения на степень ионизации идеального одноатомного газа	50
Семенов А.Н., Гапонов С.А. Численное моделирование сверхзвукового пограничного слоя с диффузионным пламенем при числе Маха 2	52
Чернов А.А., Торопецкий К.В. Численное исследование гипотезы Зельдовича–Баренблатта для метановоздушного пламени	54

Секция С

Многофазные течения и процессы тепломассообмена

Аганин А.А. Высокоскоростной удар струи жидкости по жидкости и влажной стенке	57
Алабушев А.А., Пьянкова М.А. Собственные и вынужденные колебания зажатого газового пузырька	58
Антонов Д.В., Зубрилин И.А., Стрижак П.А. Исследование характеристик прогрева капель авиационных топлив и их суррогатов	59
Антонов Д.В., Кузнецов Г.В., Стрижак П.А. Теоретическое определение времени задержки микро-взрывной фрагментации двухжидкостных капель с использованием разных критериев	61
Базилевский А.В., Рожков А.Н. Удар микроструи воды по микроволокну	64
Болсуновский А.Л., Бузовера Н.П., Брагин Н.Н., Курилов В.Б., Сорокин О.Э., Чернышев И.Л. Расчетные и экспериментальные исследования возможности создания семейства транспортных самолетов различной грузоподъемности	66
Бородина Ю.Н., Бирюков Г.В., Брагин Н.Н., Гарифуллин М.Ф., Корнеева Д.Б., Слитинская А.Ю. Экспериментальные исследования пульсаций параметров потока в области хвостового оперения на режиме посадки самолета	67
Вановский В.В., Петров А.Г. О влиянии диссипации деформационной моды на резонансную перекачку энергии между модами колебаний пузырька в акустической волне в жидкости	67
Гавва Л.М., Фирсанов В.В. Моделирование коробления и остаточных технологических напряжений при расчете конструктивно-анизотропных панелей ЛА из композиционных материалов на основе уточненной теории	70
Гафиятов Р.Н., Топорков Д.Ю. Изменение термодинамических параметров пара тетрадекана при его сжатии с учетом процессов диссоциации и ионизации	72
Губайдуллин Д.А. Волновая динамика многофазных, многокомпонентных сред. Сравнение теории с экспериментом	73
Губайдуллин Д.А., Зарипов Р.Р. Взаимодействие акустических волн с многофазными парогазокапельными смесями с полидисперсными включениями при учете межфазного тепломассообмена	74
Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А. Нелинейные волновые процессы в двухфракционной пузырьковой смеси	76
Губайдуллин Д.А., Ткаченко Л.А., Шайдуллин Л.Р., Фадеев С.А. Осаждение аэрозоля при нелинейных колебаниях газа в закрытой трубе со скачком сечения вблизи резонансов	77
Жбанов В.А., Кашеваров А.В., Миллер А.Б., Потапов Ю.Ф., Токарев О.Д., Стасенко А.Л. Анализ экспериментальных данных для условий обледенения в смешанной фазе на основе модели пленки	78
Зуев Ю.В. Оценка возможности использования одножидкостной математической модели для расчета параметров неизотермической двухфазной турбулентной струи с априори заданной точностью	80

Исламова А.Г., Кропотова С.С., Шлегель Н.Е., Стрижак П.А. Характеристики процессов взаимодействия капель и частиц композиционных топлив в газовой среде	82
Лепешинский И.А., Кучеров Н.А., Зотикова П.В., Решетников В.А. Определение коэффициента расхода при истечении пузырьковой системы	84
Мамазова Д.А., Рыльцева К.Е., Шрагер Г.Р. Неизотермическое течение степенной жидкости в трубе с резким расширением с учетом вязкой диссипации и зависимости эффективной вязкости от температуры	86
Потапов И.И., Силакова Ю.Г. Влияние диаметра донных частиц на рост амплитуды донных волн в реках и каналах	89
Ряжских А.В., Соболева Е.А. Гидродинамический начальный участок в трубе с пористым анизотропным наполнителем при напорном изотермическом ламинарном течении ньютоновской среды	89
Собачкина Н.Л. Влияние внутренней энергии поверхности раздела на нестационарное течение двух бинарных смесей в цилиндре	91
Способин А.В. Бессеточный метод расчета структуры течения в ударном слое при движении крупных дисперсных частиц	93
Ткаченко Л.А., Шайдуллин Л.Р., Фадеев С.А. Резонансные колебания газа и аэрозоля в открытой трубе с изменяющимся сечением	94
Федоров Ю.В., Панин К.А. Волновая динамика каплей октафторпропана в вязкоупругой среде	96
Федюшкин А.И. Обтекание капель воды пакета тонких колец	98
Федюшкин А.И., Рожков А.Н., Руденко А.О., Гневушев А.А., Пунтус А.А. Режимы течения капли через отверстие	101
Фокеева Н.О., Башмаков Р.А. Распределение дебита и давления в скважине с ГРП при переходных режимах работы	103
Фролов И.С., Минюшкин Д.Н. Оценка конвективных тепловых потоков для тел сложной формы в трехмерной постановке	105
Цыпкин Г.Г. Об устойчивости фронта кипения при инъекции воды в геотермальный пласт, насыщенный перегретым паром	106
Четверушкин Б.Н., Луцкий А.Е., Ханхасаева Я.В. Исследование теплообмена на поверхности высокоскоростных летательных аппаратов на основе системы квазигазодинамических уравнений	108
Шаргатов В.А., Богданова Ю.А., Горкунов С.В., Коломийцев Г.В. Динамика и устойчивость фильтрационных течений с поверхностями фазового перехода	110
Юсим В.А., Саркисов С.Э., Клосс Ю.Ю., Юсим Ф.А., Калимуллин Р.К. Влияние температурного поля углеграфитового теплового узла на положение и форму фронта кристаллизации в методе ГНК	113

Секция D

**Плазменная аэродинамика. Течения разреженного газа.
Взаимодействие потоков с поверхностью**

Бобу Ю.Э., Рябинин А.Н. Вращательные и поступательные колебания параллелепипедов в потоке газа	115
Бочарников В.М., Володин В.В., Голуб В.В. Об оптимальном влиянии симметричного плазменного актуатора при обтекании тонкого профиля в дозвуковом потоке	117
Валиуллин В.В., Надирадзе А.Б. Модель плоского конденсатора для описания процессов релаксации радиационно-накопленного заряда в диэлектрике под действием потоков низкотемпературной плазмы	119

Велигжанин А.А., Рябинин А.Н. Поступательные и вращательные колебания цилиндров малого удлинения в потоке воздуха	121
Гайсин Ф.М., Мирзаянова Э.Б., Фахрутдинова И.Т. Исследование электрических разрядов кольцевой формы для удаления диэлектрических покрытий с поверхности электропроводящих материалов	123
Гембаржевский Г.В., Осипенко К.Ю. Модернизация простой модели комплексного следа в форме нелинейно-связанных осцилляторов	124
Долбня Д.И., Знаменская И.А., Кули-заде Т.А., Луцкий А.Е. Импульсная ионизация сверхзвукового течения в профилированном канале	127
Кауфман Д.В., Рябинин А.Н. Поступательные колебания цилиндра с соосно закрепленным диском в потоке воздуха	129
Краснословцева Т.П., Краснословцев А.В. Кинетическое описание взаимодействия волны и тяжелой жидкости со свободной поверхностью около длинноволнового предела	132
Мурсенкова И.В., Ляо Ю., Иванов И.Э. Экспериментальное и численное исследование ударных волн от импульсного поверхностного скользящего разряда в потоке воздуха с косым скачком уплотнения	134
Мурсенкова И.В., Милицина А.А., Кузнецов А.Ю., Знаменская И.А. Экспериментальное исследование влияния импульсного объемного разряда на плоскую ударную волну в канале	136
Нгуен Д.Б., Вдовин П.А. Математическое моделирование температурных режимов полупрозрачных оболочек в условиях импульсно-периодического радиационно-кондуктивного нагрева	138
Потапов И.И., Петров А.Г., Бритов А.Д., Епихин А.С., Чжан Ц. О развитии русловой модели для дна, имеющего критические уклоны	140
Шакурова Л.А., Кустова Е.В. Влияние граничных условий скольжения на процессы переноса в смеси O/O_2	141
Шемахин А.Ю. Математическая модель ВЧ-разряда в динамическом вакууме	142

Секция Е

Общая механика, механика деформируемого твердого тела, трибология

Avetisyan A.S., Mkrtchyan M.H. Controllability of electro acoustic waves. Surface mechanical control of electroactive wave of anti-plane deformation	144
Baghdasaryan G.Y., Mikilyan M.A., Vardanyan I.A., Panteleev A.V. The nature of the «amplitude–frequency» dependence of flutter oscillations of aero-magneto-elastic system at subcritical supersonic speeds	147
Абдуллин Р.С., Иванов А.А., Протопопов А.Ю. Динамический критерий устойчивости для неразрушающих испытаний баков	149
Абросимов Н.А., Новосельцева Н.А. Моделирование прогрессирующего разрушения многослойных композитных цилиндрических оболочек при динамическом нагружении	151
Абу Даввас Яссер, Жидков А.В., Чекмарев Д.Т. Две схемы МКЭ решения статических задач теории упругости	153
Артамонова Н.Б., Шешенин С.В., Фролова Ю.В., Клементьев П.Д., Орлов Е.А., Бичэн Чжоу. Численное моделирование и экспериментальное исследование двух типов композиционных материалов	154
Бабешко В.А., Зарецкая М.В., Телятников И.С., Снетков Д.А. О проблеме самоорганизации наночастиц, расположенных на основании	156

Бабешко О.М., Горшкова Е.М., Евдокимов В.С., Зарецкий А.Г. О трещинах нового типа в многокомпонентных материалах	158
Баженов В.Г., Константинов А.Ю., Осетров С.Л., Осетров Д.Л. Построение квазистатических и динамических диаграмм деформирования упругопластических материалов в экспериментах на растяжение и сжатие компактных образцов	160
Баженов В.Г., Нагорных Е.В., Самсонова Д.А. Исследование влияния скорости нагружения на критические нагрузки цилиндрических упругопластических оболочек с упругим наполнителем при равномерном внешнем давлении	162
Бакулин В.Н. Модели послойного исследования напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек летательных аппаратов с прямоугольными в плане вырезами	163
Бакулин В.Н., Прудников Ф.Е., Недбай А.Я. Параметрический резонанс трехслойной оболочки при действии осевой импульсной нагрузки	165
Белашова И.С., Горшков А.А., Ломовской В.А., Шатохина С.А., Шоршина А.С. Температурные области проявления локальной неупругости, определяемые на базе модельных представлений атомно-молекулярного строения исследуемой системы	168
Борисов С.А., Глуховская Ю.И., Добровольский С.В., Мякочин А.С., Подпорин И.В. Изучение направленного эрозионно-коррозионного износа элементов металлических конструкций посредством его имитации с помощью гетерогенного потока и ускоренных атмосферных коррозионных испытаний	170
Борисов С.А., Глуховская Ю.И., Добровольский С.В., Мякочин А.С., Подпорин И.В. Моделирование равномерности износа защитного покрытия переменной толщины на цилиндрической поверхности	172
Виленский О.Ю., Душев С.А., Лапшин Д.А., Татарский А.М. Математическое моделирование граничных условий при соударении турбины самолета о ТУК на высоких скоростях	174
Власов А.Н., Власов Д.А., Коваленко М.Д. Полуплоскость с полубесконечным ребром жесткости (приложение к расчету свай)	177
Власов Д.А., Кержаев А.П., Коваленко М.Д., Меньшова И.В. Неоднородная задача для упругой полосы и ее обобщения	179
Горохов В.А. Развитие модели радиационного распухания нержавеющей стали для численного моделирования деформирования конструкций ЯЭУ в условиях термомеханического нагружения и нейтронного облучения	181
Гусев Е.Л., Черных В.Д. Применение обобщенных моделей долговечности композиционных материалов в экстремальных условиях на основе современных положений молекулярно-кинетической теории	182
Евдокимова О.В., Мухин А.С., Уафа С.Б., Бушуева О.А. О контактных задачах с деформируемыми штампами в сложных областях	184
Зарецкая М.В., Евдокимов В.С., Степанова Н.О., Уафа Г.Н. К исследованию контактных напряжений в разнотипных блочных структурах	186
Каменских А.А., Носов Ю.О., Струкова В.И. Численная процедура идентификации свойств твердых смазочных материалов	188
Каменских А.А., Панькова А.П. Анализ влияния учета горизонтальных нагрузок от мостового пролета на контактные параметры сферической опорной части	190
Каменских А.А., Пашенко М.М., Лесникова Ю.И. Анализ влияния характера сопряжения элементов анизотропных оптических волокон типа Panda на деформационные и оптические характеристики	192
Кержаев А.П., Коваленко М.Д., Меньшова И.В. Разложения по функциям Папповича–Фадля в задаче для полуполосы с защемленным торцом	194

Кондратенко Л.А., Миронова Л.И. Динамическая устойчивость разомкнутых двухзвенных механических элементов конструкции	196
Корнев Ю.В., Валиев Х.Х., Власов А.Н., Карнет Ю.Н., Семенов Н.А. Исследование композитов бутадиен-стирольного каучука с микродисперсными неорганическими наполнителями	199
Коровайцева Е.А. Применение метода дифференцирования по параметру при проектировочных расчетах мягких оболочек вращения	201
Крылова Е.Ю. Нелинейная динамика цилиндрической сетчатой нанопанели в температурном поле	202
Лалин В.В., Лалина И.И., Нго Х.Х. Алгоритмизация метода сил для стержневых систем — метод контурных усилий	205
Матвеев В.П., Фёдоров А.Ю. Сингулярные решения теории упругости: теоретические и прикладные результаты	207
Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Дедова Д.В., Хомченко А.В. Численное исследование деформирования и разрушения трехслойных панелей с дефектами под динамическими воздействиями	209
Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Численное исследование влияния внутренних дефектов типа расслоений на прочность гладких и подкрепленных элементов композитных конструкций при нестационарных воздействиях различного типа	211
Неклюдова Г.А., Евтух Е.С. Особенности динамики движения железнодорожного колеса	213
Никитин И.С., Никитин А.Д., Стратула Б.А. Усталостное разрушение и оценка долговечности элементов авиационных конструкций при комбинированном циклическом нагружении	215
Острик А.В., Ким В.В., Острик М.А. Численное моделирование разрушения железобетонных конструкций типа контаймента при нестационарном нагружении	217
Острик А.В., Николаев Д.Н. Характеристики ударно сжатого монокристалла оксида магния при давлениях до 1 ТПа	219
Паймушин В.Н., Фирсов В.А., Шишкин В.М., Газизуллин Р.К. Исследования динамического поведения стержня-полосы с участком закрепления конечной длины на одной из лицевых поверхностей	222
Прозорова Э.В. Несимметричный тензор напряжений в механике и в кинетике	224
Прозорова Э.В. О математических моделях механики сплошной среды и стохастических процессах	226
Ромашин С.Н., Фроленкова Л.Ю., Хорошилова М.В., Шоркин В.С., Якушина С.И. Антиадгезионное контактное взаимодействие упругих тел	228
Сейранян С.П. К решению задачи об антисимметричном изгибе прямоугольной защемленной по контуру пластины модифицированным методом С.П. Тимошенко	229
Соломонов Ю.С., Волков Е.Н., Прудников Ф.Е., Недбай А.Я., Гришин Ю.А. Динамическая устойчивость цилиндрической оболочки с двухсоставным цилиндром линейно-переменной толщины при действии осевых сил	232
Соломонов Ю.С., Волков Е.Н., Прудников Ф.Е., Недбай А.Я., Гришин Ю.А. Параметрические колебания цилиндрической оболочки линейно-переменной толщины, подкрепленной цилиндром, при действии внешнего давления	235
Филиппов С.И. Генерация капиллярно-гравитационных волн при обтекании подводного цилиндра	238
Хакимов А.Г. Обтекание мягкой цилиндрической оболочки сверхзвуковым потоком газа	240
Шешенин С.В., Мурадханов Р.Р., Рябинина А. Асимптотический анализ изгиба пластины для сильно ортотропного материала	242

Секция F

Классическая и небесная механика, мехатроника, биомеханика

Андрущенко В.А., Сызранова Н.Г. О влиянии баллистических параметров метеороидов на их разрушение в атмосфере Земли	245
Веденяпин В.В., Петров А.Г. Уравнение Власова–Эйнштейна и точки Лагранжа	247
Кириян Д.Г., Кириян Г.В. О природе смещения перигелия Меркурия	248
Красильников П.С. Исследование нутационных колебаний оси вращения экзопланеты в задаче четырех тел с учетом эволюции орбиты спутника	250
Паинг Сое Ту У. Анализ выведения космических аппаратов на геостационарную орбиту с использованием комбинации вольшой и малой тяги	252
Петров Д.А., Кузнецов А.А., Фукин И.И., Завьялова Н.А., Негодяев С.С. Восстановление орбит космических тел с использованием разнородных измерений	254
Хатунцева О.Н. О влиянии фракталоподобного характера распределения вещества во вселенной на динамику ее объектов	256

Секция G

Аэрокосмическая механика, создание и эксплуатация аэрокосмической техники, экологические проблемы

Абгарян В.К., Купреева А.Ю., Мельников А.В., Пейсахович О.Д. Расчет оптимальной геометрии высокочастотного ионного двигателя	259
Агульник А.Б., Каленский С.М., Кравченко И.В., Эзохи Ю.А. К вопросу экологии гибридных двигателей	261
Астахов С.А., Бирюков В.И., Боровиков Д.А. Моделирование высокоскоростных трековых испытаний изделий авиационной и ракетной техники	263
Астахов С.А., Бирюков В.И., Катаев А.В. Методы повышения эффективности торможения на ограниченной длине при высокоскоростных трековых испытаниях	265
Астахов С.А., Бирюков В.И., Кулак И.П., Хамзатханов С.А. Методика экспериментального определения характеристик вибропрочности и виброустойчивости конструкции объекта и трековой каретки	267
Бакулин В.Н. Трехслойные оболочки — эффективные элементы конструкций современных летательных аппаратов. Модели прочностного анализа	270
Бакулин В.Н., Бакулина Н.П., Борзых С.В., Щиблев Ю.Н. Модели механизмов трансформации крупногабаритных ракетно-космических конструкций	272
Бакулин В.Н., Бакулина Н.П., Борзых С.В., Щиблев Ю.Н. Разработка расчетных схем для определения сосредоточенных и распределенных силовых и моментных факторов элементов трансформируемой конструкции	275
Гирин А.М., Чубиков В.Н., Чуркина Т.Ю. Разработка и исследование привода поворота шторки астродатчика с минимальными затратами энергопитания	277
Крюков И.А., Иванов И.Э., Ларина Е.В., Ермаков М.К. Численное моделирование траектории движения твердого тела в атмосфере	279
Кульков В.М., Егоров Ю.Г., Юн Сон Ук, Кравченко И.В., Булаева М.Н. Исследование динамики движения и моделирование режимов управления при уходе космических объектов с орбиты	281
Кутыш И.И. О проблеме использования водорода в камерах сгорания ГТУ и способ ее решения	284
Лавров С.В., Терпогосова Б.К. Методика оптимизации проектных параметров твердотопливной регулируемой двигательной установки	286

Максимов А.Д. Анализ эффективности двигательных установок для наноспутников с РДМТ и ЭРД в качестве исполнительных органов	288
Никольчинкин А.А., Баранов К.Н. Расчетно-экспериментальная методика определения угловой жесткости эластичного опорного шарнира	290
Сотский М.Ю., Велданов В.А., Левин Д.П., Петюков А.В., Попов Ю.В. Автономный модуль для исследования динамики баллистических процессов	292
Терешин В.А. Неуправляемое реактивное движение	294
Фельдшер М.А. Особенности выбора сопла для модельных ПВРД	296
Шепелева И.О., Недбай А.Я. Динамическая устойчивость цилиндрической оболочки, подкрепленной цилиндром и кольцевым ребром с массами	297

Секция Н

**Компьютерное моделирование. Численные методы.
Высокопроизводительные вычисления**

Алексеев А.К., Бондарев А.Е. О численном решении в смысле Прагера–Синга	300
Анкипович Ю.С., Голубев В.И. Методы моделирования распространения сейсмических волн в градиентных средах	302
Бабаков А.В. Численное моделирование обтекания и аэродинамических характеристик тела конической формы на дозвуковых режимах при различных углах атаки	302
Басыров Р.Ш., Багаутдинова Л.Н., Гайсин Ф.М., Гайсин Аз.Ф., Зубарев И.Б. Моделирование электроразрядных процессов между частично погруженными металлическими электродами и электролитическим анодом	304
Большухин М.А., Будников А.В., Ереев М.Н., Козин А.В., Панов В.А., Свешников Д.Н. Разработка элементов цифрового двойника основного оборудования РУ АСММ	306
Галимзянова А.Р., Марфин Е.А. Численное моделирование вытеснения вязкой жидкости в радиальной ячейке Хеле–Шоу	308
Гашигуллин К.А., Мاستюков К.Ш., Сухих М.Е., Султанов А.А., Гайсин Ал.Ф., Желтухин В.С. OpenFoam vs ANSYS Fluent при моделировании разрядов с жидкими электродами	311
Голубев В.И., Голубева Ю.А., Никитин И.С. Явно-неявные схемы повышенного порядка аппроксимации для расчета анизотропных вязкопластических сред	313
Градов В.М. Компьютерное моделирование процесса формирования тонких пленок в магнетронных установках барабанного типа	315
Градов В.М. Математическое моделирование процессов в селективно излучающих кольцевых плазменных слоях	317
Гущин В.А., Смирнова И.А. Критерий целостности цепочки пятен в стратифицированной жидкости	319
Денисенко В.В., Фортова С.В. Численное исследование влияния граничных условий на формирование эластической турбулентности в двумерной ячейке	321
Егоров И.В., Пальчиковская Н.В. Восприимчивость сверхзвукового пограничного слоя на плоской пластине к пространственным акустическим возмущениям	323
Ереев М.Н., Лонин К.А., Патрушев В.Л., Савчук Д.В., Соловьев С.А. Моделирование процессов динамического нагружения при обосновании прочности оборудования РУ	325
Ермаков М.К., Крюков И.А. Генерация объектов и квазиструктурированных сеток на основе открытого пакета Gmsh и моделирование течений для аэрокосмических приложений	327

Ильин В.Д., Маштаков А.П. Применение структурно-элементного метода математического моделирования газодинамических процессов к построению алгоритмов расчета блочных составных струй	329
Каменских А.А., Носов Ю.О. Анализ влияния геометрической конфигурации и местоположения технологических углублений под смазочный материал	331
Кибец А.И., Демарева А.В., Калинина Ю.А. Консервативное сглаживание конечно-элементного решения 3D-задач динамики конструкций на основе пространственно-временного анализатора монотонности	333
Колесник С.А., Стифеев Е.М. Методология решения двумерных ретроспективных задач теплопроводности на примере постановки в бесконечной области	335
Костюшин К.В., Червакова А.В., Еремин И.В., Глазунов А.А. Численное моделирование нестационарных газодинамических процессов при разделении ступеней с РДТТ	336
Кузьмин А.Г., Рябинин А.Н. Численное моделирование двойного гистерезиса трансзвукового течения в изогнутом канале	337
Курочкин И.И. Планирование выдачи заданий в грид-системе из персональных устройств на основе статистических методов	340
Маламанов С.Ю. Моделирование колебаний шара в приповерхностном слое при резонансе	342
Мастюков К.Ш., Гашигуллин К.А., Сухих М.Е., Султанов А.А., Гайсин Ал.Ф., Желтухин В.С. Генерация электромагнитного поля струей электролита с током	344
Морозов А.Ю., Ревизников Д.Л. Параметрическая идентификация динамических систем с интервальными параметрами	346
Пальчеховская Н.В. Особенности восприимчивости сверхзвукового пограничного слоя к внешним энтропийным возмущениям	348
Попов А.К., Степанян К.В., Миллер Б.М., Колосов К.С. Оценивание скоростей движения камеры и ее положения по наблюдениям оптического потока	351
Протасов В.И., Потапова З.Е., Шаронов А.В. Использование генетических алгоритмов в задаче повышения эффективности испытательных комплексов	353
Савельев А.Д. Численное моделирование дозвукового ламинарного обтекания аэродинамического профиля при высоких числах Рейнольдса	355
Стрижак С.В. Исследование возможностей аналитических моделей для расчета профиля скорости в следе за ветроэлектрической установкой в модельном ветропарке	357
Субботина Н.Н., Крупенников Е.А. О скользящих режимах в задачах реконструкции для динамических систем	359
Сухоруков А.Л., Титов М.А. Анализ параметров движения подводного глайдера дискообразной формы	361
Терентьев Т.Н. Влияние частоты поля на характеристики высокочастотного разряда пониженного давления	363
Токталиев П.Д., Мартыненко С.И. Численное моделирование высокоскоростного соударения двух твердых тел с использованием сеточных и бессеточных методов	364
Токталиев П.Д., Мартыненко С.И. Численное моделирование реагирующего течения вблизи кругового цилиндра с использованием параллельных по времени алгоритмов	365
Федюшкин А.И., Иванов К.А., Золотарев А.А., Пунтус А.А. Численное решение осредненных уравнений Навье–Стокса для задач с высокочастотными вибрациями	366
Фукин И.И., Кузнецов А.А., Завьялова Н.А., Негодяев С.С. Исследование устойчивости низких околоземных орбит	369
Червакова А.В., Костюшин К.В., Еремин И.В. Исследование влияния формы конгломератов частиц конденсированной фазы на характеристики их движения в потоке продуктов сгорания	370

Чехонин К.А. Эффективный метод расщепления при численном решении задачи о течении неньютоновской жидкости со свободной границей	372
Чубенко Т.А. Анализ и предварительный расчет клапанов с электроприводом ракетного двигателя малой тяги	372
Шаргатов В.А., Горкунов С.В., Кожурина П.И. Пакет прикладных программ для моделирования образования и эволюции ударных волн	375

Секция I

Методы искусственного интеллекта.**Машинное обучение и обработка больших данных**

Благовещенская Е.А., Груздев Н.В., Спиридонов Е.И., Шварц М.А. Применение методов распараллеливания алгоритмов теории прямых разложений абелевых групп без кручения на железнодорожных сортировочных станциях	378
Бортковская М.Р., Каверзнева Т.Т., Кожанова П.А., Кудрявцева В.В., Тархов Д.А., Черная Е.С., Лазовская Т.В. Полуэмпирические нейросетевые и многослойные модели прогиба круглой мембраны под действием груза, смещенного относительно ее центра	380
Васильев А.Н., Леонов С.С., Маковецкий А.Ю. Нейросетевой вариант алгоритма ИСР наложения двух облаков точек	381
Двойников Д.А., Gladковский С.В., Залазинский А.Г., Титов В.Г., Швейкин В.П. Повышение конструкционной прочности системно-легированных мартенситно-старяющих сталей с помощью прогнозирования на основе нейронных сетей	383
Жуков Д.В. О вариантах нетипового применения интеллектуальных средств в больших информационных системах	385
Корчагин А.П., Лазовская Т.В., Тархов Д.А., Чернуха Д.А. Оценка влияния параметров многослойных адаптивных моделей, управляемых динамическими данными, на качество прогноза на примере осциллятора Дуффинга	387
Курочкин И.И. Децентрализованное распределенное обучение глубоких нейронных сетей	389
Осипова В.А., Пантелеев К.А. Метод оценки влияния ключевых элементов при анализе сетевых структур	391
Петров Р.А., Виноградов В.И. Плано-структурированные модели глубоких нейронных сетей для прогнозирования производительности запросов	393
Сазон Н.С., Филатова К.И., Алексейчук А.С. Исследование возможностей анализа снимков поражений кожи с помощью архитектуры U-Net	394
Стрижак С.В., Кошелев К.Б., Романова Д.И. Развитие модели нейронной сети iceMPLNet для предсказания формы льда	396
Суворов М.Д., Виноградов В.И. Применение капсульных сетей в решении задач обработки естественного языка	399
Судаков В.А., Сивакова Т.В. Имитационное моделирование распространения вируса с использованием мультиагентного подхода	401
Тархов Д.А., Лазовская Т.В., Муранов Д.А., Пожванюк К.Ю., Кокшарова Е.И. Исследование влияния гиперпараметров искусственной нейронной сети на решение краевой задачи для уравнения Лапласа в замкнутой области	403
Тархов Д.А., Сысоева А.Д., Мочалова О.О., Дудник А.Р., Лазовская Т.В. Исследование фронта Парето при построении нейросетевого решения уравнения Лапласа с привлечением дополнительных данных	405

Секция J

Управление, оптимизация и обработка информации

Miller A.B., Miller B.M., Miller G.B. Navigation of Underwater Autonomous Vehicle by Observation of the Seabed Relief	408
Аветисян В.В., Григорян Ш.А. Об одном алгоритме управления плоским движением манипулятора	410
Вилесов А.В., Ивченко В.Д. Конечно-автоматная модель контрольной аппаратуры систем управления движущихся объектов с системой управления восстановлением работоспособности	413
Гончаренко В.И., Румакина А.В., Сальников Н.С. Выбор числа летательных аппаратов в одном вылете при управлении качеством групповых действий малой авиации в режиме воздушного такси	413
Гончаров В.Б., Ивченко В.Д. Средства повышения точности систем определения уровня топлива в баках ракетопосителей	415
Жарков М.В., Веремеенко К.К., Кузнецов И.М., Пронькин А.Н. Экспериментальное исследование возможностей обнаружения организованных помех ГНСС в инерциально-спутниковых навигационных системах	417
Жигалов В.И. Способы снижения влияния шума на распознавание речи	420
Засухина Е.С., Засухин С.В. Нахождение параметра модели методом имитации отжига	422
Иванов С.В., Акмаева В.Н. Об одном алгоритме решения задачи квантильной оптимизации	424
Кашапов Л.Н., Кашапов Н.Ф., Сотников И.А., Чебакова В.Ю. Численное исследование электрохимических процессов получения порошка цинка при электролизе	425
Котов М.А., Лаврентьев С.Ю., Шемякин А.Н., Соловьев Н.Г. Работа автономного измерителя тепловых потоков под лазерной нагрузкой	426
Кудрявцева И.А., Петров К.С. Разработка программного обеспечения для задачи управления вертолетом с использованием МРС-подхода	428
Кузнецова С.В., Семенов А.С. Цифровые двойники в аэрокосмической промышленности: объектно-ориентированный подход	430
Малыхина Г.Ф., Зарур Л. Вейвлет кросс-корреляция в алгоритмах измерения двухфазных потоков	432
Машкин М.Н., Титов Ю.П., Романов О.Т. Использование дробных степеней свободы для расчетов проверки гипотезы о законе распределения случайной величины	434
Нефедов В.Н. Использование методов теории графов для нахождения строгого линейного порядка, наиболее согласованного с произвольным набором бинарных отношений	436
Семенов А.С. Распределенный фрактальный контроллер для управления эластичными вычислениями	438
Семенов А.С. Регулярные грамматики с операционными символами	440
Сиротин А.Н., Сыпало К.И. О некоторых свойствах задачи быстрогодействия для линейных систем с дискретным временем и l_1 -ограниченными управлениями	442
Степанян К.В., Миллер Б.М., Миллер А.Б., Попов А.К. Численное построение оптимального управления в некоторой задаче управления связанной марковской цепью	444
Яковлева А.А. Применение приближенных H -infinity методов для синтеза управления нелинейной динамической системой на конечном промежутке времени	446

Секция K

Образовательные технологии в аэрокосмической отрасли

Алексанина М.Г., Коростылева О.О. Проявление ветрового дрейфа в скоростях течений, рассчитываемых по спутниковым изображениям	447
--	-----

Алексеев Н.С. Алгоритмы генерации последовательности уникальных вариантов . . .	449
Волкова Т.Б., Филиппов Г.В. Формирование базы знаний с применением Wiki-технологии при проведении лабораторного практикума	451
Гаврилова А.Ю., Кули-заде М.Е. Использование дистанционного обучения в подготовке специалистов ракетно-космической отрасли	452
Гончар Д.Р. О математическом моделировании одного учебно-трудового направления деятельности студентов	455
Демидова О.Л. Задачи оптимизации для современных курсов вычислительной математики	457
Ерисов Я.А., Клентак А.С., Клентак Л.С. Путь к научному успеху через исследования	459
Киндинова В.В., Кринецкий О.Е., Кузнецова Е.В. Подготовка специалистов авиационно-космической отрасли для работы с использованием суперкомпьютерных технологий	461
Лукин В.Н. Путь на дистанционку и дорога обратно	463
Несмелова А.С., Несмелова К.С., Борисенко А.В., Кондратьев В.Д., Герасименко Д.А. Проектирование печатного узла на основе исходной принципиальной электрической схемы в рамках создания учебно-методического комплекса лабораторных и практических работ	465
Чернышов Л.Н. Автоматизация проведения и проверки студенческих работ	467
Член-корреспондент РАН У.Г. Пирумов (1931–2015)	470
Список организаций	473
Адресная книга	477
Авторский указатель	483

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ПРОЦЕССОВ ФОРМИРОВАНИЯ
И ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КУМУЛЯТИВНЫХ СТРУЙ
С УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИМИ СРЕДАМИ ПРИ ДЕТОНАЦИИ
ТВЕРДЫХ ВЗРЫВЧАТЫХ ВЕЩЕСТВ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ***

М. Х. Абузяров, Е. Г. Глазова, А. В. Кочетков, С. В. Крылов, Д. Т. Чекмарев

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Рассматриваются пространственные задачи формирования кумулятивных струй и их взаимодействия со стальными пластинами при детонации трубчатых и П-образных зарядов твердого взрывчатого вещества ТГ 50/50. Процесс распространения детонации рассчитывается по лучевой (time dependent) модели. Для моделирования волновых процессов в твердом ВВ, продуктах детонации и стальных пластинах используются уравнения Эйлера–Коши с соотношениями Яумана, учитывающими поворот тензора напряжений в эйлеровых координатах (hyper elastic model), в случае отсутствия сдвиговых напряжений, переходящие в уравнения Эйлера для сжимаемой жидкости (газа). Для численного решения применяется схема Годунова повышенной точности, имеющая второй порядок аппроксимации на гладких решениях и монотонная на разрывных. Повышение точности достигается только за счет модификации решения задачи распада разрыва на шаге «предиктор» схемы путем сближения областей влияния разностной и дифференциальной задач. Для моделирования нелинейного необратимого поведения материала используется метод расщепления по физическим процессам. Для расчета и сопровождения контактных границ «газ–тело» применяется точное решение задачи распада разрыва и три вида независимых расчетных сеток. Первый тип используемых сеток — это лагранжевая поверхностная сетка в виде непрерывного набора треугольников (STL-файл), которая применяется как для задания начальной геометрии тела, так и для его сопровождения в процессе расчета. Вторым тип — базовая неподвижная регулярная эйлерова сетка с кубическими ячейками для каждого тела, и третий тип — вспомогательные подвижные объемные локальные эйлерово-лагранжевы сетки, связанные с каждым треугольником поверхностной сетки этого тела, позволяющие с достаточной точностью интегрировать прилегающие к поверхности ячейки. Оба вида объемных сеток генерируются автоматически на каждом расчетном шаге в соответствии с движением поверхности тела. В процессе расчета количество ячеек неподвижной эйлеровой сетки и треугольников поверхностной может изменяться. Разработаны программные средства, реализующие изложенную методику. Подробное описание данной 3D-методики приведено в [1]. Сравнение

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ (проект 22-29-00672) и при поддержке Программы стратегического академического лидерства «Приоритет 2030» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

численных решений с экспериментальными результатами показало достаточную точность и работоспособность подхода для решения данного класса задач.

1. Абузяров М. Х., Глазова Е. Г., Кочетков А. В., Крылов С. В. Численная методика решения трехмерных задач взаимодействия высокоскоростных газовых струй с упруго-пластическими преградами // ВАНТ. Сер. Математическое моделирование физических процессов. — 2021. — Вып. 4. — С. 24–40.

УДАРНЫЕ ВОЛНЫ В МНОГОАТОМНЫХ РЕАГИРУЮЩИХ ГАЗАХ

В. Ю. Великодный

Долгопрудный, Московская обл., Россия

Задача о влиянии эффектов «поступательной неравновесности» на кинетику физико-химических превращений стояла давно (см. [1]). В качестве одной из первых экспериментальных работ фундаментально-прикладного плана следует отметить [2]. Однако, и она имела неоднозначную трактовку из-за проблем диагностики в узком фронте ударной волны (УВ). Проблемы были и в теории — особенно в фундаментальном плане. В этой связи необходимо отметить работы по прямому численному моделированию методами Монте-Карло, где в теоретическом плане было наибольшее продвижение [3]. В частности, рассматривалась и задача о структуре фронта УВ в многоатомных газах, где теоретически было получено, что толщины УВ по плотности в одноатомных газах (аргон) и азоте близки по величине. Ранее этот эффект был получен в многочисленных экспериментальных работах (см. [4]). Проблема «поступательной неравновесности» не ограничивается ударными волнами в газах и их смесях (см. [5, 6]). Однако в теоретическом плане задача об УВ в газах допускает упрощенную трактовку — одномерная газодинамика, при одновременной востребованности в многочисленных приложениях. Данные о фронте УВ важны для обоснования моделей «неупругих столкновений» с передачей больших порций поступательной энергии — Ландау–Зинера, Ферми (см. [5, 6]). В рамках теории «систем одинаковых частиц» задача о структуре ударных волн в многоатомных газах и при наличии химических реакций поставлена и решена [7]. Для «упругих» столкновений в операторах «рождения» — «уничтожения» дополнительно учитывался лобовой удар [7] — модель «бильярдные шары». Скользящие столкновения учитываются обычным способом. Также дополнительно для неупругого удара (лобового) применялась модель однократных «сильных неадиабатических» столкновений (см. [5, 6]). Толщина УВ по плотности играет важную роль для описания эффектов «поступательной неравновесности» [5–7]. При наличии быстрых колебательных процессов — они могут быть учтены через показатель адиабаты [7, 8]. Решение задачи во фронте УВ для «поступательно-вращательной» релаксации в постановке [7]:

$$n_1(\bar{X}) = \frac{n_1}{1 + \exp\left(\frac{4\lambda_1}{\delta_i \bar{X}}\right)}; \quad n_2(\bar{X}) = \left(\frac{u_1}{u_2}\right) \frac{n_1}{1 + \exp\left(-\frac{4\lambda_1 \bar{X}}{\delta_i}\right)}; \quad n(\bar{X}) = n_1(\bar{X}) + n_2(\bar{X}), \quad (1)$$

где $n(\bar{X})$ — профиль концентрации во фронте УВ, $\bar{X} = X/\lambda_1$ — безразмерная координата, λ_1 — длина свободного пробега в набегающем потоке, величины, δ_i — толщины УВ по Прандтлю с учетом вращательной релаксации, $i = 1$ — одноатомный газ, $i = 2$ — двухатомный, $i = 3$ — многоатомный, $M_i^2 = \mu_1^2/(\gamma_i k T_1)$, M_i — число Маха,

k — константа Больцмана, m — масса молекулы, u_1 — скорость в набегающем потоке, T_1 — температура в набегающем потоке, γ_i — показатель адиабаты;

$$\left[\frac{\lambda_1}{\delta_i} \right] = \zeta (\gamma_i M_i^2)^{1/2} \left[\frac{(M_i^2 - 1)}{M_i^2 (\gamma_i M_i^2 + 1)} \right] \left\{ \frac{u_1}{u_2} \left(0,5 \left(1 + \frac{T_2}{T_1} \right) \right)^{\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{\nu} \right)} \right\} \xi_{12}(\nu) P_{12}, \quad (2)$$

величины $\frac{u_1}{u_2} = \frac{\alpha_i M_i^2}{M_i^2 + \alpha_i - 1}$; $\frac{T_2}{T_1} = \frac{(\alpha_i - 1 + M_i^2)((\alpha_i + 1)M_i^2 - 1)}{(\alpha_i M_i)^2}$; $\alpha_i = \frac{\gamma_i + 1}{\gamma_i - 1}$ (см. [8]),

$\zeta = \frac{4}{3} \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \frac{A_1(\nu)}{A_2(\nu) \left(3 - \frac{2}{\nu} \right)}$; ν — показатель степеней «степенном» потенциале

упругого взаимодействия молекул, $\nu = \infty$; $A_1(\nu) = 0,5$; $A_2(\nu) = 0,333$ — модель «твердые сферы», для модели максвелловских молекул $\nu = 4$; $A_1(\nu) = 0,298$; $A_2(\nu) = 0,308$ (см. Ферцигер Дж., Канер Г. Математическая теория процессов переноса в газах. 1976, с. 251), P_{12} — вероятность упругих столкновений [7, 9]. При оценке поступательно-вращательной релаксации в УВ можно положить $P_{12} \approx 1,0$. Для $\nu = 4$, $\xi_{12}(4) = 1,0$. Для модели «твердые сферы» $\nu = \infty$ (см. [5]):

$$\xi_{12}(\infty) = \frac{3}{8} \left\{ \exp(-U_{12}^2) \left(1 + \frac{1}{2U_{12}^2} \right) + \sqrt{\pi} (\operatorname{erf}(U_{12})) \left(U_{12} + \frac{1}{U_{12}} - \frac{1}{4U_{12}^3} \right) \right\},$$

где $U_{12} = \frac{(u_1 - u_2)}{\left(\frac{2kT_1}{m} + \frac{2kT_2}{m} \right)^{1/2}}$, при $U_{12} \rightarrow 0$, величина $\xi_{12}(\infty) = 1$,

$$\xi_{12}(\nu) = 1 - \frac{1}{5} \left(\frac{4}{\nu} - 1 \right) U_{12}^2 + \frac{1}{70} \left(\frac{16}{\nu^2} - 1 \right) U_{12}^4 - \frac{1}{630} \left(\frac{16}{\nu^2} - 1 \right) \left(1 + \frac{4}{3\nu} \right) U_{12}^6 + \dots$$

при $U_{12} \rightarrow 0$ величина $\xi_{12}(\nu) = 1$. Для одноатомного газа задача о структуре ударной волны была решена — академик В. В. Струминский, В. Ю. Великодный (ДАН СССР, 1982, Т. 266, №3, С. 28–31), где дано сравнение с экспериментом [4]. Решение задачи в обобщенной постановке [7] позволило обосновать полученные ранее результаты и применить метод для поступательно-вращательной релаксации в УВ. Используя формулу Майера $c_p - c_v = 1$, известное соотношение $c_v = 3/2 + l/2 + nj \dots$ (l — число вращательных степеней свободы $l = 2, 3$, n — число осцилляторов, $j = 1-3$) $\gamma_i = c_p/c_v$ можно учесть и быструю колебательную релаксацию. Теплоемкость c_v может быть функцией температуры (см. [7]). В [9] дана новая интерпретация (с учетом эффектов «столкновительного переноса» (см. [7])), для констант скоростей физико-химических процессов [5] в УВ. Данные (1)–(2) могут быть использованы для количественных расчетов параметров фронта УВ. Результаты [9] и (1)–(2) могут быть применены для расчета скоростей физико-химических реакций, в частности, ионизации инертных газов. Объяснена «аномальная» ионизация инертных газов при $M_1 > 6-7$.

1. Лосев С. А. О влиянии движения газа на кинетику релаксационных процессов (результаты теории и эксперимента) // Молекулярная газодинамика. — Новосибирск, 1980. — С. 2–12.
2. Воеводский В. В., Солоухин Р. И. О механизме и пределах цепного самовоспламенения водорода с кислородом в ударных волнах // ДАН. — 1964. — Т. 154, №6. — С. 1425–1428.
3. Bird G. A. Shock wave structure in gas mixtures // Rarefied Gas Dynamics. — Tokyo, 1984. — V. 1. — P. 175–182.
4. Alsmeyer H. Density profiles in argon and nitrogen shock waves measured by the absorption of electron beam // J. Fluid. Mech. — 1976. — V. 74, part 3. — P. 497–513.

5. Великодный В. Ю. Уравнения движения газовой смеси при наличии химических реакций // ЖТФ. — 1990. — Т. 60, Вып. 4. — С. 22–30.
6. Великодный В. Ю. Эффекты поступательной неравновесности во фронте ударной волны в плотных газах и жидкостях // ТВТ. — 2002. — Т. 40, № 1. — С. 68–76.
7. Великодный В. Ю. Ударные волны в реагирующих газах // Материалы XXII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВСППС'2021), 4–13 сентября 2021 г. — М.: Изд-во МАИ, 2021. — С. 505–507.
8. Райхенбах Г. Ударные волны в газах // В кн.: Физика быстропротекающих процессов. — М.: Мир, 1971. Т. III. — С. 56–102.
9. Великодный В. Ю. Решение кинетических уравнений для ударных волн к вопросам инициирования и стабилизации горения // Материалы XIII Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАИ'2020), 6–13 сентября 2020 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2020. — С. 212–214.

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ АЛГОРИТМ РАСЧЕТА АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ТЕЧЕНИЙ ВОЗЛЕ ТЕЛ С ИСТЕКАЮЩЕЙ ОППОЗИТНОЙ СТРУЕЙ

В. И. Пинчуков

ФИЦ ИВТ РАН, Новосибирск, Россия

В [1–3] обнаружено, что при сверхзвуковом обтекании затупленного по сфере цилиндра, испускающего оппозитную сверхзвуковую струю, есть область значений определяющих параметров, при которых имеют место пульсационные режимы потока. Оказалось, что этот факт имеет место также при плоском затуплении цилиндра [4]. Эти течения содержат по два контактных разрыва, на которых развивается неустойчивость Кельвина–Гельмгольца. В частности, как результат этой неустойчивости имеет место генерация возмущений на контактных разрывах. Данный эффект не является присущим только рассматриваемым течениям, однако именно для них он выражен особенно активно в силу протяженности контактных разрывов, участка параллельного их распространения и возможного эффекта резонансного взаимодействия возмущений от разных разрывов. В численных исследованиях этот эффект проявляется понижением точности численных решений, возможной их хаотизацией. Для противодействия этим негативным явлениям исходный алгоритм расчета модифицирован включением в него адаптивной версии подсеточной турбулентной вязкости Смагоринского и увеличением демпфирования коротковолновых компонент решения.

Определяющие уравнения решаются неявным методом Рунге–Кутты третьего порядка [5] и методом Годунова второго порядка. Адаптивная версия подсеточной турбулентной вязкости основана на использовании весовой формулы:

$$\mu = \rho |S| [\omega (C_1 \Delta)^2 + (1 - \omega) (C_2 \Delta)^2], \quad |S| = (2S_{ik} S_{ik})^{1/2},$$

где S_{ik} — тензор скоростей информации, Δ — подсеточный масштаб длины [3], $1 \geq C_1 \geq C_2 \geq 0$ — двеконстанты, определяющие распределение значений турбулентной вязкости в течении, ω — весовая функция. Для весовой функции ω в качестве аргументов приняты величины $|S|$, $|\text{rot } U|$. Для иллюстрации взаимоотношения этих величин рассмотрим идеализированный сдвиговый слой $\{u(x, y) = u^\circ(y), v(x, y) = 0, 0 \leq y \leq 1, -\infty \leq x \leq \infty\}$. Прямым вычислением несложно получить, что для этого слоя имеет место соотношение $|S| = |\text{rot } U|$. Для реальных сдвиговых слоев указанное выше равенство не имеет места, однако выполняется оценка

$|(|S| - |\text{rot } U|)| \ll (|S| + |\text{rot } U|)$. Поэтому для вычисления весовой функции используется простейшая формула $\omega = 1/[1 + C|\text{rot } U|^2/|S|^2 - 1]^2$, C — эмпирическая константа, выбираемая в расчетах. Более детальное описание подсеточной турбулентной вязкости Смагоринского содержится в [3].

Для повышенного демпфирования коротковолновых компонент решения оказалось удобным после каждого временного шага решения определяющих уравнений ввести процедуры решения добавочных уравнений $I \partial f / \partial t = \sigma \partial (I \partial^3 f / \partial \xi^3) / \partial \xi$, $I = x_\xi y_\eta - y_\xi x_\eta$, $I \partial f / \partial t = \sigma \partial (I \partial^3 f / \partial \eta^3) / \partial \eta$, η , σ — эмпирический малый параметр, $\sigma = O(\tau^3)$, τ — временной шаг. Такой способ увеличения схемной диффузии позволяет избежать жесткого ограничения шага по времени для явной схемы Годунова.

На рис. 1 приведены графики давления кромке цилиндра (обозначена стрелкой 5 на рис. 2, а) для течения, определяемого параметрами $M_\infty = 2$, $M_{jet} = 2,5$ (числа Маха набегающего потока и струи), $P_{jet} = 0,7P_\infty$, $\rho_{jet} = 0,35\rho_\infty$ (давление и плотность струи), $L_{cyl} = 2,0$, $R_{cyl} = 1,0$ (длина и радиус цилиндра), $r_{jet} = 0,433$ (радиус струи). Изображены данные, полученные методом Рунге–Кутты на сетках 401×601 (в нижней части рисунка) и 567×849 (в верхней части рисунка). Можно видеть, что течение квазипериодическое, и вычисления, основанные на использовании координат точек минимумов давления, дают значения периодов $T = 2,409$ и $T = 2,340$ для указанных двух сеток.

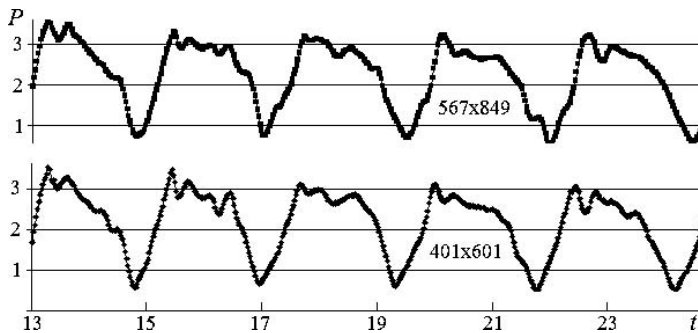


Рис. 1. Графики давления, $M_\infty = 2$

На рис. 2, а–г изображены распределения плотности в этом течении на протяжении одного периода для моментов времени $t = 24,67$ (правый конец изображенного на рис. 1 интервала времени), $t = 24,67 + T/3$ (рис. 2, б), $t = 24,67 + 2T/3$ (рис. 2, в), $t = 24,67 + T$ (рис. 2, г), соответственно. Распределения получены на сетке 567×849 . В данном течении может содержаться до четырех ударных волн и два контактных разрыва [4]. Динамика взаимодействия этих элементов течения обуславливает разнообразие режимов течения, в том числе автоколебательных. Особую роль играют два контактных разрыва, неустойчивость Кельвина–Гельмгольца которых порождает генерацию возмущений и их резонансное взаимодействие, упомянутое в начале данного манускрипта.

Можно отметить наличие порции газа низкой плотности на рис. 2, а, исчезновение ее на рис. 2, б, появление на рис. 2, в и увеличение до прежнего размера на рис. 2, г. Таким образом, один период автоколебаний связан дискретным образованием и прохождением возле боковой поверхности цилиндра одной порции газа, вытекающей из сопла в передней поверхности цилиндра.

Представленные численные результаты позволяют заключить, что описываемый здесь модифицированный численный алгоритм позволяет частично стабилизировать контактные разрывы и в итоге стабилизировать решение в целом. Качество

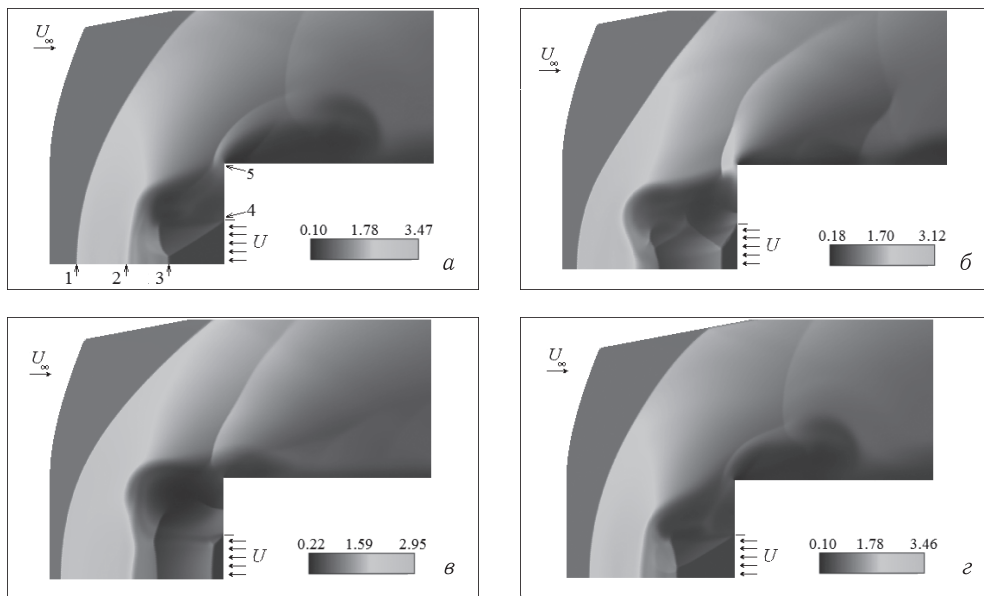


Рис. 2. $M_\infty = 2$: а – $t = 24,67$; б – $t = 24,67 + T/3$; в – $t = 24,67 + 2T^3$; г – $t = 24,67 + T$

получаемых решений, оцениваемое по различию численных данных для разных методов и на разных сетках, повышается при использовании представленного здесь подхода, хотя уровень качества для разных вариантов различен.

1. Пинчуков В. И. Моделирование автоколебаний и поиск новых автоколебательных течений // Математическое моделирование. — 2011. — Т. 23, №8. — С. 97–109.
2. Pinchukov V. I. Numerical simulations of self-oscillatory flows near blunted bodies, giving off opposite jets // Intern J. of mechanical engineering and applications. — 2014. — V. 2, No. 1. — P. 162–169.
3. Pinchukov V. I. Godunov type methods calculations of unsteady flows near blunted cylinders, giving off opposite jets // J. of multidisciplinary engineering sciences studies. — 2019. — V. 5, Issue 10. — P. 2841–2846.
4. Pinchukov V. I. Unsteady interaction of the supersonic jet, issuing from butt-end of cylinder, with the contrary supersonic free stream // Journal of Multidisciplinary Engineering Science Studies. — 2022. — V. 8, Issue 3. — P. 4360–4363.
5. Пинчуков В. И. О численном решении уравнений вязкого газа неявной схемой Рунге–Кутты третьего порядка // ЖВМ и МФ. — 2002. — Т. 42, №6. — С. 896–904.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОТРЫВА ПОТОКА И ПЕРЕХОДА В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ СОПЕЛ С КОНИЧЕСКОЙ СВЕРХЗВУКОВОЙ ЧАСТЬЮ В ГИПЕРЗВУКОВОЙ ОБЛАСТИ ЧИСЕЛ МАХА

С.А. Шустов

Самарский университет, Самара, Россия

В связи с необходимостью создания двигательных установок для управления пространственным положением летательных аппаратов как в верхних слоях атмосферы Земли, так и за ее пределами проведено экспериментальное исследование

отрыва потока и перехода в пограничном слое сопел ракетных двигателей малой тяги (РДМТ) с конической сверхзвуковой частью при геометрической степени расширения \dot{F}_a , равной 200. Исследование проведено в диапазоне чисел Маха от 5,6 до 6,5 как для ламинарного, так и для турбулентного характера течения в пограничном слое. Определены область перехода от ламинарного к турбулентному характеру течения в пограничном слое на стенке сверхзвуковой части сопла в диапазоне чисел Рейнольдса Re_{w_0} от $0,9 \cdot 10^7$ до 10^8 (в числе Рейнольдса Re_{w_0} характерным размером является полная длина сопла, характерной скоростью — скоростью на выходе из сопла).

Методика исследования. Объект исследования — сопла с конической сверхзвуковой частью, сведения об основных геометрические характеристики которых приведены рис. 1 и табл. 1.

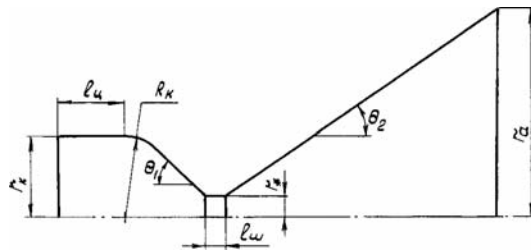


Рис. 1. Геометрический контур исследованных конических сопел

В качестве рабочего тела использовался осушенный воздух с точкой росы -45°C при температуре на входе в сопло, равной температуре окружающей среды.

Таблица 1

Основные геометрические размеры исследованных конических сопел

N	r_k	r_*	r_a/r_*	R_k	l_u	l_w	Θ_1	Θ_2
—	мм	мм	—	мм	мм	мм	град.	град.
1	5	1,3	14	5	5	1,2	45	5
2	5	1,3	14	5	5	1,2	45	15
3	5	1,3	14	5	5	1,2	45	25
4	5	1,3	14	5	5	1,2	45	30
5	5	1,3	14	5	5	1,2	45	35
6	6	1,3	14	5	5	1,2	45	40

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 2.

Основная информация о характере течения в пограничном слое и параметрах отрыва потока в эксперименте была связана с распределением статического давления на стенке сверхзвуковой части исследуемых сопел. Дренажирование сверхзвуковой части сопел осуществлялось по спиралевидной кривой с шагом между отверстиями в осевом направлении, не превышающим диаметр дренажных отверстий, равный 1 мм. В качестве основного средства измерения давления были выбраны жидкостные дифференциальные манометры, основным преимуществом которых является высокая чувствительность.

Эксперименты проводились в диапазоне давлений рабочего тела на входе в сопла от 0,2 до 3 МПа, что обеспечивало диапазон чисел Рейнольдса $0,9 \cdot 10^6 \leq Re_{w_0} \leq 10^8$. Этот диапазон, в соответствии с [1], охватывает как области течения с ламинарным

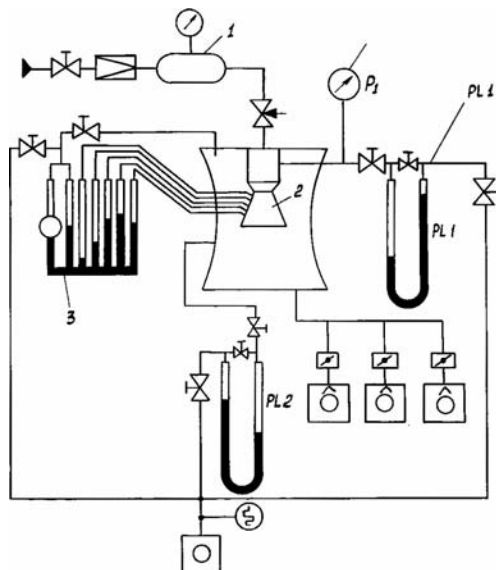


Рис. 2. Схема экспериментальной установки для исследования отрыва потока и характера течения в пограничном слое сопел с конической сверхзвуковой частью: 1 — ресивер для измерения температуры рабочего тела; 2 — исследуемое сопло; 3 — батарейный жидкостной манометр; P_1 и PL_1 — жидкостной и пружинный манометры для измерения давления на входе в сопло; PL_2 — жидкостной манометр для измерения давления в вакуумной камере

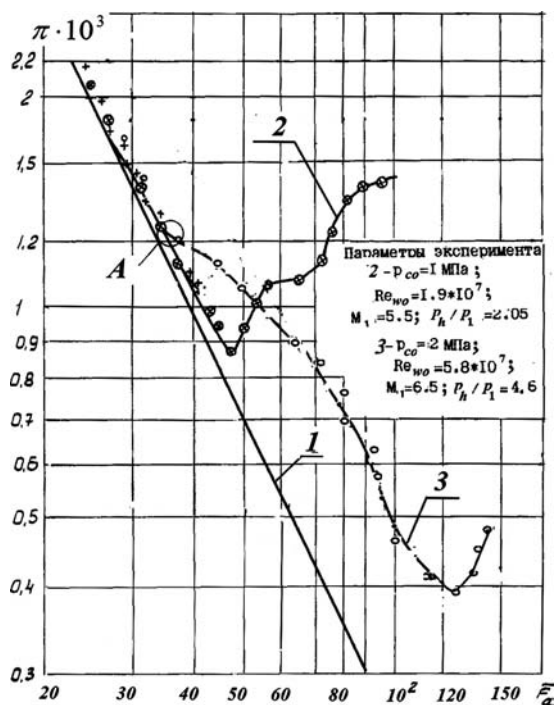


Рис. 3. Результаты экспериментального исследования для сопла при $\Theta_2 = 40^\circ$

и турбулентным пограничным слое в соплах, так и область с переходным режимом течения.

Результаты экспериментального исследования. Характерные результаты экспериментального исследования на примере сопла с $\theta_2 = 40^\circ$ показаны на рис. 3 в виде зависимостей $\pi(\bar{r})$ ($\pi = p/p_{oc}$; p — давление на стенке, p_{oc} — давление на входе в сопло; $\bar{r} = r/r_*$, p_h — давление во внешней среде; p_1 , M_1 — соответственно давление и число Маха на стенке в точке отрыва потока). Зависимость 1 на рис. 3 соответствует одномерному невязкому течению, зависимостям 2 и 3 соответствуют числа Рейнольдса $Re_{\omega_0} = 1,7 \cdot 10^7$ и $Re_{\omega_0} = 5,8 \cdot 10^7$ соответственно. Область А на рис. 3 соответствует переходу от ламинарного к турбулентному характеру течения для зависимости 3 при $Re_{\omega_0} = 1,9 \cdot 10^7$.

Полученные экспериментальные данные позволяют сделать следующие выводы.

1. Переход в пограничном слое от ламинарного к турбулентному характеру течения начинается внутри сверхзвуковой части сопла при $\bar{F} = 50$ и числе Рейнольдса $Re_{\omega_0} \approx 2 \cdot 10^7$. Далее по мере увеличения числа Рейнольдса Re_{ω_0} область начала перехода смещается вверх по потоку к минимальному сечению сопла.

2. В диапазоне чисел Маха $5,2 \leq M \leq 6,6$ области перехода в пограничном слое соответствует диапазон чисел Рейнольдса от $Re_{\omega_0} = 1,9 \cdot 10^7$ до $Re_{\omega_0} = 10^8$.

3. В диапазоне чисел Рейнольдса отношение давлений p_1/p_h , характеризующее положение отрыва потока, находятся в диапазоне от $p_1/p_h = 1,7$ при $Re_{\omega_0} = 1,9 \cdot 10^7$ до $p_1/p_h = 5,45$ при $Re_{\omega_0} = 10^8$.

1. *Пирумов У. Г.* Особенности однофазного течения в сопле // Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания. Т. 1: Методы расчета. — М.: АН СССР, ВИНТИ, 1971. — 190 с.

ВЛИЯНИЕ ОКИСЛИТЕЛЬНОГО КОМПОНЕНТА НА ГОРЕНИЕ КОНДЕНСИРОВАННОГО ВЕЩЕСТВА ПРИ ПОНИЖЕННЫХ ДАВЛЕНИЯХ*

В. А. Архипов, А. А. Глазунов, Н. Н. Золоторёв, А. Г. Коротких, Е. А. Козлов

ТГУ, Томск, Россия

Разработка технологии сжигания элементов ракетно-космической техники на траектории спуска летательных аппаратов является актуальной задачей, направленной на снижение объема космического мусора в околоземном пространстве. Одним из перспективных направлений в этой области является использование процесса горения конденсированных высокоэнергетических веществ (КВ) [1]. На траектории спуска горение КВ происходит, как правило, при пониженных давлениях по сравнению с атмосферным. При этом необходимо обеспечить устойчивость и полноту сгорания КВ.

Согласно существующим представлениям о механизме горения газифицирующихся конденсированных систем [2–5], можно отметить, что устойчивость горения при субатмосферном давлении можно повысить за счет увеличения начальной температуры и диаметра образца, введением каталитических добавок и изменением дисперсности компонентов в составе композиции КВ.

В настоящей работе представлены результаты экспериментального исследования влияния окислительного компонента на горение конденсированного вещества при пониженных давлениях.

Исследуемые модельные составы представляли собой отвержденные смеси, содержащие 75% окислителя, 10% горючего-связующего и 15% порошка алюминия (табл. 1).

В качестве окислителя использовали порошки перхлората калия $KClO_4$ с размером частиц 50–150 мкм, перхлората аммония NH_4ClO_4 с размером частиц 165–315 мкм и нитрата стронция $Sr(NO_3)_2$ с размером частиц 165–315 мкм. В качестве горючего-связующего применяли продукт модификации эпоксидно-диановой смолы и тикола марки К-153, отвержденный полиэтилен амином (ПЭПА) и каучук СКДМ-80 содержащий дивинильный каучук СКД пластифицированный трансформаторным маслом с отверждающей системой ТОН-2. В качестве металлического горючего использовали порошок алюминия марки АСД-4 с размером частиц 3–10 мкм.

Исследование процесса горения проводилось на экспериментальном вакуумном стенде, состоящим из вакуумного колпака, баллона-ресивера, вакуумного насоса, запорных вентилях, системы контроля пониженного давления, электрозапального устройства и системы регистрации скорости горения. Возможность самоподдерживающегося горения определялась путем визуального наблюдения процесса полного

*Исследование выполнено при поддержке Программы развития Томского государственного университета (Приоритет-2030).

Таблица 1

Компонентные составы исследуемых образцов

Индекс состава	Содержание компонентов, мас. %					
	Окислитель			Горючее-связующее		Al
	KClO ₄	NH ₄ ClO ₄ (60/40)	Sr(NO ₃) ₂	СКДМ-80	К-153	
A1	75	—	—	10	—	15
A2	—	—	75	10	—	15
A3	75	—	—	—	10	15
A4	—	—	75	—	10	15
A5	—	75	—	—	10	15
A6	—	75	—	10	—	15
Отвердитель ТОН-2 — 0,5 мас. % сверх 100 %						

сгорания образца после его воспламенения от нагретой нихромовой спирали. Если после воспламенения выгорал лишь прогретый слой образца, а затем происходило погасание, то считалось, что в условиях данного эксперимента самоподдерживающееся горение не происходит. Регистрация времени горения образца КВ осуществлялась по секундомеру (цена деления 0,1 с), визуально через смотровое окно и видеосъемкой. Линейная скорость горения определялась путем измерения времени прохождения фронта горения фиксированного расстояния по высоте исследуемого образца. В экспериментах использовали образцы цилиндрической формы диаметром 10 мм и высотой от 10 до 30 мм. Достоверность результатов обеспечивалась проведением не менее 3–5 дублирующих опытов. Отклонение от среднего значения по скорости горения не превышало 10%. Результаты измерения линейной скорости горения модельных композиций при субатмосферном давлении приведены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты измерения линейной скорости горения модельных КВ

Индекс состава	Линейная скорость горения (u , мм/с) при давлении (p , атм)				
	$p = 1,0$	$p = 0,5$	$p = 0,3$	$p = 0,2$	$p = 0,1$
A1	1,05 ± 0,03	0,31 ± 0,02	погас	—	—
A2	погас	погас	—	—	—
A3	1,0 ± 0,1	0,61 ± 0,01	0,45 ± 0,03	погас	—
A4	0,53 ± 0,02	погас	—	—	—
A5	1,61 ± 0,01	1,32 ± 0,09	1,23 ± 0,02	1,10 ± 0,05	погас
A6	1,60 ± 0,06	1,30 ± 0,02	1,21 ± 0,03	1,05 ± 0,05	погас

Из приведенных в табл. 2 данных следует, что режим самоподдерживающегося горения существенно зависит от типа окислителя содержащегося в модельной композиции. Наиболее устойчивое горение наблюдается на составе с перхлоратом аммония NH₄ClO₄. Составы содержащие нитрат стронция Sr(NO₃)₂ при давлении ниже атмосферного практически не горят. Промежуточное положение занимают составы содержащие перхлорат калия KClO₄. Наличие критического давления, при котором наблюдается гашение процесса горения, характерно для композиций КВ с газифицирующимися компонентами.

Погасание модельных составов при низких давлениях обусловлено снижением тепловыделения в волне горения. Об этом свидетельствует уменьшение светимости факела пламени [3], а также наличие кристаллов окислителя на дне камеры сжигания при давлениях близких или равных критическому. На погашенной поверхности образцов в данном случае наблюдаются лунки, которые очевидно образовались в результате выброса частиц окислителя с горящей поверхности.

Таким образом, в работе показана возможность самоподдерживающегося горения смесевых составов содержащих перхлорат калия и перхлорат аммония при субатмосферном давлении в диапазоне 1,0–0,1 атмосфер. Определены зависимости линейной скорости горения от давления для этих составов.

1. Трушляков В. И., Давыдович Д. Ю. Разработка методических подходов к задаче сжигания головных обтекателей ракет при их спуске в плотных слоях атмосферы // Динамика систем, механизмов и машин. — 2016. — Т. 2, №1. — С. 43–48.
2. Андреев К. К. Термическое разложение и горение взрывчатых веществ. — М.: Наука, 1966. — 346 с.
3. Исаев Н. А., Качушкин В. И., Ксенофонтов С. И., Максимов Ю. Я., Марченко Г. Н. Исследование горения конденсированных систем при низких давлениях // Физика горения и методы ее исследования. Вып. 7. — Чебоксары, 1977. — С. 6–12.
4. Park C. P., Ryan N. W., Baer A. D. Extinguishment of composite propellants at low pressures // AIAA paper. — 1973. — P. 73–175.
5. Бабук В. А., Белов В. П., Шелухин Г. Г. Особенности горения частиц алюминия в составе смесевых конденсированных систем при низких и высоких давлениях // Физика горения и взрыва. — 1981. — Т. 17, №3. — С. 26–31.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭПОКСИДНОЙ СМОЛЫ В КАЧЕСТВЕ ГОРЮЧЕГО СВЯЗУЮЩЕГО С ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИМИ ДОБАВКАМИ*

В. А. Архипов, Н. Н. Золоторёв, К. Г. Перфильева, Я. А. Дубкова

ТГУ, Томск, Россия

Для создания нового класса ракетных двигателей важной частью является заряд твердого топлива. Значительное количество исследований посвящены разработке оптимального состава твердого топлива, а также поиск и применение новых высокоэнергетических добавок и катализаторов горения. В качестве окислителя обычно используется перхлорат аммония, перхлорат калия, нитрат аммония и другие химические соединения способные взаимодействовать с горючими веществами как окислитель. Горючее-связующее могут представлять собой различные каучуки и каучукоподобные полимеры, которые, как правило, являются «инертными» веществами, так как состоят в основном из горючих элементов и имеют отрицательную энтальпию образования [1, 2]. Большой интерес представляют собой «активные» горючие-связующие содержащие окислительные элементы и способные к самостоятельному горению в инертной среде.

Однако, несмотря на отличные характеристики, смесевое твердое топливо с указанными типам материалов обладает низкой механической прочностью, это может привести к наличию трещин, раковин, отслоений в твердотопливном заряде. При наличии дефектов возможно увеличение поверхности горения, разгорания

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ для молодых российских ученых-кандидатов наук (проект № МК-2463.2022.4).

заряда, приводящего к неконтролируемому росту давления и, в конечном счете, к аварийному разрушению камеры сгорания и полезной нагрузки. Разработка нового перспективного твердотопливного заряда не обходится без предъявления повышенных требований по физико-механическим характеристикам, так как в момент старта и на траектории полета твердотопливный заряд подвергается значительным перегрузкам [3].

В качестве альтернативы горючего связующего в настоящей работе была выбрана эпоксидная смола. Выбор компаунда К-153 на основе модификации эпоксидиановой смолы марки ЭД-20 олигоэфиракрилатом МГФ-9 и тиколом представляет собой композицию на основе эпоксидиановых смол, модификаторов и пластификаторов [4]. Используя компаунд К-153, в качестве связующего компонента в составе твердого топлива, обусловлен низкой вязкостью смолы, высокой адгезии к различным материалам, стойкость к маслам и хорошая совместимость с широким кругом наполнителей. С помощью лабораторной методики и оборудования изготовлены серии образцов смесового твердого топлива, где в качестве окислителя использовался перхлорат калия $KClO_4$, нитрат стронция $Sr(NO_3)_2$ и перхлорат аммония NH_4ClO_4 , в качестве горючего-связующего — СКДМ-80 и эпоксидная смола К-153, в качестве энергетической добавки — порошок алюминия марки АСД-4. Компонентные составы модельных композиций твердого топлива, выбранных для проведения экспериментальных исследований, приведены в табл. 1.

Таблица 1

Компонентные составы исследуемых образцов

Индекс состава	Содержание компонентов, мас. %					
	Окислитель			Горючее-связующее		Al
	$KClO_4$	NH_4ClO_4 (60/40)	$Sr(NO_3)_2$	СКДМ-80	К-153	
A1	75	—	—	10	—	15
A2	—	—	75	10	—	15
A3	75	—	—	—	10	15
A4	—	—	75	—	10	15
A5	—	75	—	—	10	15
A6	—	75	—	10	—	15
Отвердитель ТОН-2 — 0,5 мас. % сверх 100 %						

Для определения прочностных характеристик образцов твердого топлива проводились механические испытания на трехточечный изгиб. Механические испытания осуществлялись на универсальной испытательной машине «Instron 3369» (Instron[®], Великобритания) в статическом режиме нагрузки. Для проведения испытаний подготавливались образцы соответствующей геометрии (пластины). Форма и размеры образцов соответствуют требованиям, предъявляемым к объектам исследования по [5]: ширина 1–50 мм, толщина 1–50 мм, длина 20–250 мм.

Подготовленные образцы помещались в специальные захваты, после прибор калибровался и запускался режим испытаний. Испытания проводились при комнатной температуре, скорость нагружения составляла 0,2 мм/мин. Управление, ввод начальных данных, вывод данных и диаграмм осуществлялся программным обеспечением машины «Instron».

По результатам испытаний на установке «Instron 3369» с помощью программного обеспечения «Instron Bluehill» выдаются таблицы параметров, автоматически

определяемых при экспериментальном исследовании образцов в тестах на растяжение, сжатие, изгиб, а также диаграммы: зависимости относительной деформации от приложенного усилия. Диаграммы характеризуют поведение образца при деформировании от момента начала нагружения до его полного разрушения.

Визуальный анализ и фотографии поверхностей разрушения образцов твердого топлива показали, что характер поверхности разрушения соответствует интеркристаллитному разрушению (разрушение по границе зерна), что является характерным явлением для прессованных образцов.

Полученные диаграммы серии образцов на основе эпоксидной смолы является типичным для хрупкого разрушения материалов малой прочности. В то время как диаграммы образцов на основе бутадиенового каучука имеют большое количество «шумов» вследствие возникновения процесса уплотнения во время испытаний по причине высокой пористости материала.

Отмечено, что для составов на основе эпоксидной смолы диаграммы испытаний является типичными для хрупкого разрушения материалов малой прочности. Предел прочности таких составов составляет 16–19 МПа. Для составов, где в качестве связующего используется бутадиеновый каучук марки СКДМ-80 во время испытаний возникает процесс уплотнения по причине высокой пористости материала и предел прочности не превышает 0,6 МПа.

1. *Ермилов А. С., Нуруллаев Э. М., Куценко Г. В.* Ракетные твердые топлива. Ракетные двигатели на твердом топливе: Учеб. пособие. — Пермь: Изд-во Перм. Нац. Исслед. Политехн. Ун-та., 2016. — 299 с.
2. *Фиошина М. А., Русин Д. Л.* Основы химии и технологии порохов и твердых ракетных топлив: Учеб. пособие. — М.: РХТУ им. Д.И. Менделеева, 2001. — 316 с.
3. *Максимов Ю. М., Максимов Э. И., Вилюнов В. Н.* Влияние перегрузок на горение модельных смесевых металлизированных составов // Физика горения и взрыва. — 1974. — Т. 10, №2. — С. 169–177.
4. *Ли Г., Невилл К.* Справочное руководство по эпоксидным смолам. — М.: Энергия, 1973. — 416 с.
5. ГОСТ Р 56810-2015. Композиты полимерные. Метод испытания на изгиб плоских образцов. — М.: Стандартинформ, 2016.

К ВОПРОСУ О РАЦИОНАЛЬНОМ ТЕХНИЧЕСКОМ ОБЛИКЕ МОДЕЛЬНОЙ УСТАНОВКИ ДЛЯ СРАВНИТЕЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ПОЛНОТЫ СГОРАНИЯ ТОПЛИВА ПВРД

А. А. Архиреев, Е. Н. Волков

АО «Корпорация «МИТ»», Москва, Россия

Одним из перспективных направлений развития вооружения является создание внутриатмосферных высокоскоростных летательных аппаратов (ВЛА) различного базирования. Главная проблема в решении этой задачи — создание эффективных в составе ВЛА и надежных двигательных установок (ДУ). Согласно оценкам [1], высокоскоростные прямоточные воздушно-реактивные двигатели (ПВРД) представляются как наиболее экономичные ДУ перспективных ВЛА.

Многообразие конструктивно-компоновочных схем ПВРД, применяемых типов и составов топлива, конструкционных и теплозащитных материалов, способов организации эффективного рабочего процесса в камерах сгорания (КС), технологий охлаждения высокотемпературных элементов и др. вызывает необходимость

выявления областей их эффективного применения. Разработка подобных систем ставит большое число технических проблем обеспечения работоспособности ДУ при максимальной эффективности ВЛА. При этом ряд принципиальных вопросов может быть решен только путем экспериментальных исследований.

Одной из таких проблем является создание (обоснование выбора) топлива ДУ. К топливу предъявляется комплекс требований, которые могут быть проверены в процессе автономной отработки (на образцах и в составе модельного двигателя). При этом повышение энергомассовых характеристик, при сохранении остальных требований (физико-механические и эксплуатационные характеристики, стоимость, технологичность, наличие сырьевой и компонентной базы, гарантийные сроки и др.), является ключевой технологией создания ПВРД и основным резервом для повышения баллистической эффективности.

Определяющее влияние на реализацию энергетических характеристик оказывает уровень полноты сгорания, реализующийся в соответствующем диапазоне параметров его работы. Полнота сгорания в общем случае зависит от параметров в КС двигателя и его характеристик (давления P , температуры T , коэффициента избытка окислителя α , времени пребывания продуктов сгорания τ , площади КС $F_{КС}$ и др.), параметров подачи топлива в КС (количество и тип форсунок, качество распыла, направление подачи и др.), а также от вида и состава топлива (химического, гранулометрического).

В связи с этим при разработке топлив на начальном этапе проектирования двигателя актуальным является задача проведения комплекса экспериментальных исследований по определению полноты сгорания (догорания) различных типов и составов топлив при разных внутриводительных характеристиках рабочего процесса на модельных ДУ. Результатом исследований должен стать выбор типа топлива и его рецептуры, определение рациональных проектных параметров двигателя (α , P , T , τ и т. д.).

Наиболее оправданным является проведение сравнительных испытаний в одинаковых условиях на стенде с присоединенным воздухопроводом (ПВП), когда в качестве несущей среды используется подогретый воздух, подаваемый на вход в модельную ДУ [2]. Для экспериментального определения коэффициента полноты сгорания топливной смеси проводится сравнение рассогласования реально полученной тяги, создаваемой экспериментальным объектом при весовых испытаниях и теоретически возможной при заданных условиях испытания [3]. Важным аспектом испытания по схеме с ПВП является моделирование максимально приближенных к натурным значениям параметров воздуха на входе, в частности химического состава, температуры торможения, полного давления и скорости течения.

Выбор рационального технического облика модельной ДУ является сложной задачей в виду большого количества вариантов ее исполнения и характеристик (зачастую противоречивых), предъявляемых к ней. Для ее решения может быть применен метод комплексного анализа с использованием многокритериального подхода, заключающийся в проведении оценки альтернативных вариантов модельной ДУ по комплексному критерию и выбору наиболее предпочтительного технического облика [4, 5].

Данный метод предполагает выполнения следующих этапов:

1. Проведение структурно-морфологического анализа и формирования морфологической матрицы технических решений модельной ДУ.
2. Синтез на основе морфологической матрицы множества альтернативных вариантов исполнения модельной ДУ.
3. Формирование набора показателей качества, характеризующих основные выходные параметры модельной ДУ, расчет этих параметров для каждого варианта.

4. Выбор наилучшего варианта исполнения (оптимального решения) с помощью методов системного анализа. Анализ полученных результатов.

При определении облика модели F_S , ставится задача выбора оптимальных основных проектных параметров $\{x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nm}\}$ модельной ДУ, обеспечивающих минимальную стоимость разработки и изготовления модели, разработки (доработки) стендового оборудования и проведения испытаний $C_{эи}$ при безусловном выполнении целей и задач исследования $E_{эи}$ (определения полноты сгорания топливной смеси при заданных внутриводительных параметрах с требуемой точностью), и удовлетворяющих системе ограничений $\{a_i, b_i\}$ на эти параметры (в том числе ограничений со стороны стенда). Также необходимо выдать ограничения на срок выполнения экспериментальных работ $T_{эи}$, который, как правило, регламентируется техническим заданием

$$\begin{aligned} E_{эи} &= \max F_S(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nm}), \\ C_{эи} &= \min F_S(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nm}), \\ T_{эи} &= \min F_S(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nm}), \\ a_i &\leq x_{ij} \leq b_i. \end{aligned}$$

Выбор рационального технического облика и изготовление модельной ДУ, проведение необходимого комплекса испытаний различных топлив и схем работы при разных внутриводительных характеристиках рабочего процесса позволяют обосновать выбор топлива, определить рациональные проектные параметры двигателя и приблизится к решению вопроса создания эффективного ПВРД ВЛА.

1. *Артемов О. А.* Прямоточные воздушно-реактивные двигатели (расчет характеристик): Монография. — М.: Компания Спутник+, 2006. — 374 с.
2. *Сорокин В. А., Яновский Л. С., Козлов В. А. и др.* Ракетно-прямоточные двигатели на твердых и пастообразных топливах. Основы проектирования и экспериментальной отработки / Под ред. Ю. М. Милехина и В. А. Сорокина. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. — 320 с.
3. *Александров В. Ю., Арефьев К. Ю., Ильченко М. А., Ананян М. В.* Исследование эффективности рабочего процесса в малогабаритных генераторах высокоэнтальпийного воздушного потока // Наука и образование. — МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2015. — № 08. — С. 75–86. — URL: <http://technomag.bmstu.ru/doc/798965.html>.
4. *Жебраков А. С.* Методика решения задачи выбора энергосиловой установки для заданного типа летательного аппарата // Надежность и качество: Тр. Междунар. симп.; в 2 т. / Под ред. Н. К. Юркова. — Пенза: Изд-во Пенз. ГУ, 2012. — Т. 1. — С. 472–475.
5. *Сафронов В. В., Жебраков А. С.* Использование математического аппарата гипервекторного ранжирования для выбора энергосиловых установок летательных аппаратов // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С. П. Королева. — 2009. — № 3(19). — Ч. 1. — С. 74–82.

СРАВНЕНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОДОРОДНО-ВОЗДУШНОГО ПЛАМЕНИ В КАНАЛЕ ПРИ ЦЕНТРАЛЬНОМ И КОЛЬЦЕВОМ ВОСПЛАМЕНЕНИИ

В. В. Володин, В. В. Голуб, А. Е. Ельянов

ОИВТ РАН, Москва, Россия

Данная работа посвящена экспериментальному исследованию и аналитическому описанию распространения бедного водородно-воздушного пламени в открытых и закрытых каналах с центральным и кольцевым воспламенением у закрытого конца.

Центральное воспламенение у закрытого конца трубы является классической задачей с известными скоростями и стадиями распространения пламени с заданной концентрацией горючего [1]. При необходимости ускорения процесса горения, в том числе для перехода от горения к детонации используются различного рода преграды и турбулизаторы в каналах [2]. Так, например, общепризнанным устройством для ускорения фронта пламени является спираль Щелкина [3]. Однако, использование преград невозможно, например, в цилиндрах двигателей внутреннего сгорания, но что важнее: подобные турбулизаторы не вносят значительного вклада в интенсификацию горения на ранних стадиях распространения фронта пламени. С целью ускорения горения с момента воспламенения было предложено использование кольцевого воспламенения.

Для сравнения влияния центрального и кольцевого воспламенения на динамику фронта водородно-воздушного пламени в данной работе были проведены серии экспериментов. Эксперименты проводились в круглом канале с открытым концом при центральном и кольцевом воспламенении водородно-воздушной смеси с содержанием водорода в смеси 12 и 13 об. %, а также во взрывной камере квадратного сечения с двумя типами воспламенения и водородно-воздушной смесью с 15 об. % содержанием водорода. В качестве методов регистрации динамики фронта пламени использовалась теневая и инфракрасная визуализация. В противоположную от точки воспламенения стенку закрытой камеры был установлен датчик давления.

В результате экспериментов были получены диаграммы распространения фронта пламени (рис. 1), определены скорости. Выявлено, что скорость распространения фронта пламени при кольцевом воспламенении может достигать до двух раз больших значений, чем при использовании центрального воспламенения.

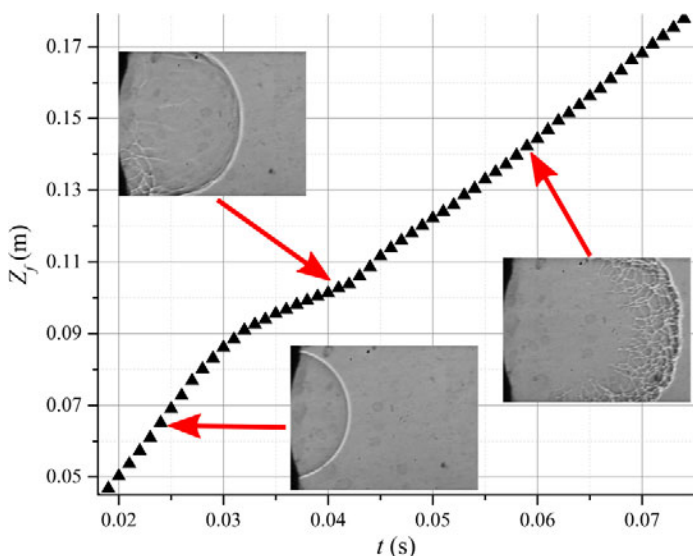


Рис. 1. Диаграмма положения лидирующей точки на фронте пламени от времени с изображениями фронта пламени в соответствующие моменты времени

Обнаруженная форма фронта пламени легла в основу аналитической модели. На базе модели «пальцеобразного» пламени [4] была построена аналитическая модель «обратного «пальцеобразного»» пламени. Эта модель позволила определить стадии развития фронта водородно-воздушного пламени и характеристические времена и

масштабы существования формы «обратного «пальцеобразного»» пламени в зависимости от размеров канала и состава водородно-воздушной смеси. Так, на основе аналитической модели было обнаружено, что в отличие от постоянно ускоряющегося фронта «пальцеобразного» пламени модель «обратного «пальцеобразного»» имеет замедление перед «схлопыванием». Это свойство может уменьшить эффект удара при использовании кольцевого воспламенения в двигателях внутреннего сгорания.

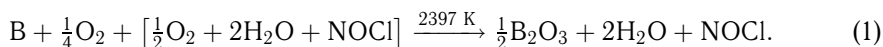
1. Zeldowitsch J. B., Frank-Kamenetzki D. A. A theory of thermal propagation of flame // Acta Physicochim URSS. — 1938. — V. 9. — P. 341–350. — DOI: 10.1016/B978-0-08-092523-3.50015-0.
2. Dorofeev S. B., Sidorov V. P., Kuznetsov M. S., Matsukov I. D., Alekseev V. I. Effect of scale on the onset of detonations // Shock Waves. — 2000. — V. 10. — P. 137–149. — DOI: 10.1007/s001930050187.
3. Dicient Y., Shchelkin K. Rapid combustion tubes // Acta Physicochim URSS. — 1944. — V. 19. — P. 302–312.
4. Demir S., Bychkov V., Chalagalla S. H. R., Akkerman V. Towards a predictive scenario of a burning accident in a mining passage // Combust Theory Modell. — 2017. — V. 21. — P. 997–1023. — DOI: 10.1080/13647830.2017.1328129.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ВОСПЛАМЕНЕНИЯ И ГОРЕНИЯ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ АЭРОВЗВЕСИ ЧАСТИЦ БОРА И ПЕРХЛОРАТА АММОНИЯ В СВОБОДНОМ ОБЪЕМЕ

М. Ю. Гаца, Д. А. Ягодников

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Экспериментально-теоретические исследования процессов воспламенения и горения двухкомпонентной аэровзвеси частиц бора (В) и перхлората аммония (ПХА) представляют интерес для обеспечения безопасности при производстве и эксплуатации изделий, содержащих частицы порошкообразных окислителя и горючего. Представлена математическая модель распространения сферически-симметричного фронта пламени по аэровзвеси в свободном объеме. Принято, монофракционные сферические частицы В и ПХА равномерно распределены по объему аэровзвеси. Частицы В взаимодействуют с кислородом воздуха и продуктами разложения ПХА согласно реакции



Исходная система уравнений для распространения сферически-симметричного пламени в двухкомпонентной аэровзвеси частиц [1] имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u \rho) &= - \sum G_i, \\ \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial p}{\partial r} &= - \sum R_j, \\ \rho C_v \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \rho \sum n_i \left(\frac{\partial \Delta H_i}{\partial t} + u \frac{\partial \Delta H_i}{\partial r} \right) - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{p}{r^2} \frac{\partial (ur^2)}{\partial r} &= - \sum Q_i, \\ \rho \left[\frac{\partial n_i}{\partial t} + u \frac{\partial n_i}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 D_i \frac{\partial n_i}{\partial r} \right) \right] &= -G_i, \quad \frac{\partial N_j}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u_j N_j) = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где ρ , u , p , T , λ , C_v , N_j , n_i , ΔH_i , D_i , G_i , R_j , Q_i — плотность, скорость, давление, температура, коэффициент теплопроводности, удельная теплоемкость при постоянном объеме, концентрация и массовая доля j -х частиц, энтальпия образования, коэффициент молекулярной диффузии i -го газообразного компонента и источники членов.

Источниковые члены и уравнение состояния идеального газа используются в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 G_{B_2O_3} &= n_{B_2O_3} \left[4\pi N_B r_B^2 \rho_B \frac{dr_B}{dt} + 2\pi N_p r_p^2 \rho_p \frac{dr_p}{dt} + \frac{N_{O_2}^{air} I_{O_2}^{air}}{4} \right], & I_{O_2}^{air} &= 4\pi K_{m_0}^{air} r_B^2 \rho_B \frac{dr_B}{dt}, \\
 G_{BO} &= n_{BO} \left[4\pi N_p r_p^2 \rho_p \frac{dr_p}{dt} + \pi N_p r_p^2 \rho_p \frac{dr_p}{dt} + \frac{N_{O_2}^{air} I_{O_2}^{air}}{8} \right], & G_{H_2O} &= 8\pi n_{H_2O} N_p r_p^2 \rho_p \frac{dr_p}{dt}, \\
 G_{BO_2} &= n_{BO_2} \left[4\pi N_p r_p^2 \rho_p \frac{dr_p}{dt} + \pi N_p r_p^2 \rho_p \frac{dr_p}{dt} + \frac{N_{O_2}^{air} I_{O_2}^{air}}{8} \right], & G_{NOCl} &= 4\pi n_{NOCl} N_p r_p^2 \rho_p \frac{dr_p}{dt}, \\
 G_{O_2} &= 4\pi N_p r_p^2 \rho_p \frac{dr_p}{dt} \left[\frac{n_{O_2}^p}{2} - \frac{n_{B_2O_3}}{2} - \frac{n_{BO}}{4} - \frac{n_{BO_2}}{4} \right] + N_{O_2}^{air} \left[1 - \frac{n_{B_2O_3}}{4} - \frac{n_{BO}}{8} - \frac{n_{BO_2}}{8} \right] I_{O_2}^{air}, \\
 R_B &= 4\pi N_B r_B^2 \rho_B \left[\frac{r_B}{3} \frac{du_B}{dt} + [u - u_B] n_B^\Sigma \frac{dr_B}{dt} \right], & R_p &= 4\pi N_p r_p^2 \rho_p \left[\frac{r_p}{3} \frac{du_p}{dt} + [u - u_p] n_p^\Sigma \frac{dr_p}{dt} \right], \\
 Q_B &= 4\pi N_B r_B^2 \rho_B \left[\frac{r_B}{3} \left[\frac{d\varepsilon_B}{dt} - \frac{[u - u_B] du_B}{dt} \right] + n_B^\Sigma \left[C_v T + \sum n_i \Delta H_i - \varepsilon_B - \frac{[u - u_B]^2}{2} \right] \frac{dr_B}{dt} \right], \\
 Q_p &= 4\pi N_p r_p^2 \rho_p \left[\frac{r_p}{3} \left[\frac{d\varepsilon_p}{dt} - \frac{[u - u_p] du_p}{dt} \right] + n_p^\Sigma \left[C_v T + \sum n_i \Delta H_i - \varepsilon_p - \frac{[u - u_p]^2}{2} \right] \frac{dr_p}{dt} \right], \\
 \frac{du_j}{dt} &= \frac{9\pi \eta f r_j [u - u_j]}{2\pi r_j^3 \rho_j}, & p &= \frac{\rho R_\mu T}{\mu} \left[1 - \frac{\mu_B N_B + \mu_p N_p}{N_a \rho} \right], & \varepsilon_B &= C_{pB} T_B + \frac{d\Delta H_{ox}}{dt}, \\
 \varepsilon_p &= C_{pP} T_p, & f &= 1 + 0,179 \text{Re}^{0,5} + 0,013 \text{Re}, & n_B^\Sigma &= n_{B_2O_3} + n_{BO} + n_{BO_2}, \\
 & & n_p^\Sigma &= 2n_{H_2O} + n_{NOCl} + 0,5n_{O_2}^p,
 \end{aligned} \tag{3}$$

где ε , r_j , C_p , $I_{O_2}^{air}$, $K_{m_0}^{air}$, f , Re , η , R_μ , μ , N_a — удельная энергия, радиус j -х частиц, удельная теплоемкость при постоянном давлении, удельный массовый поток кислорода, массовый стехиометрический коэффициент при горении бора в воздухе ($K_{m_0}^{air} = 9,59$), поправочный коэффициент, число Рейнольдса, динамическая вязкость, универсальная газовая постоянная, молярная масса, число Авогадро; (параметр без подстрочного индекса соответствует газовой фазе в целом; нижний индекс: В — бор; p — ПХА, ox — оксидная пленка частицы В; верхний индекс: air — воздух; Σ — смесь газов).

При решении данной задачи учитывается возможное различие скоростей газа и частиц в осредненном движении с помощью переменных Лагранжа. Математические зависимости процессов воспламенения и горения частиц В и ПХА [2] следующие:

$$\begin{aligned}
 \frac{dT_p}{dt} &= \begin{cases} \frac{3}{r_p C_{pP} \rho_p} \left[q_p \rho_p \frac{dr_p}{dt} - \frac{Nu \lambda (T - T_p)}{2r_p} + \varepsilon_p \sigma (T^4 - T_p^4) \right], & T_p < 600 \text{ K}, \\ 0, & T_p = 600 \text{ K}, \end{cases} \\
 \frac{dr_p}{dt} &= \begin{cases} 0, & T_p \leq 600 \text{ K}, \\ -3,3 \cdot 10^{-3} \left(\frac{p}{10^5} \right)^{0,82}, & T_p = 600 \text{ K}, \quad 80 < r_p \leq 180 \text{ мкм}, \\ -1,9 \cdot 10^{-3} \left(\frac{p}{10^5} \right)^{0,73}, & T_p = 600 \text{ K}, \quad 10 < r_p \leq 80 \text{ мкм}, \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dT_B}{dt} &= \begin{cases} \frac{\text{Nu}\lambda(T - T_B) + \varepsilon_B\sigma(T^4 - T_B^4) + \frac{\Delta H_{\text{ox}}r_B^2}{(r_B + \delta_{\text{ox}})^2} \frac{dr_B}{dt} - I_{\text{ox}}^v \Delta H_{\text{ox}}^v}{\frac{1}{3}r_p C_{p_p} \rho_p + \delta_{\text{ox}} C_{p_{\text{ox}}} \rho_{\text{ox}}}, & \delta_{\text{ox}} \geq 0, \\ \frac{\frac{\text{Nu}}{2r_B} \lambda(T - T_B) + \varepsilon_B\sigma(T^4 - T_B^4) + (\Delta H_{\text{B}_2\text{O}_2} I_{\text{B}_2\text{O}_2} + \Delta H_{\text{BO}} I_{\text{BO}}) g_{\text{O}_2}^s}{\frac{1}{3}r_B C_{p_B} \rho_B}, & \delta_{\text{ox}} \cong 0, \end{cases} \\
\frac{dr_B}{dt} &= \begin{cases} 1,44 \cdot 10^{-11} \frac{T_B^2 n_{\text{O}_2} \rho}{\rho_B \delta_{\text{ox}}} e^{-\frac{22600}{T_B}}, & \delta_{\text{ox}} \geq 0, \\ 0,676(I_{\text{B}_2\text{O}_2} + I_{\text{BO}}) n_{\text{O}_2} \frac{\rho}{\rho_B}, & \delta_{\text{ox}} \cong 0, \end{cases} \quad n_{\text{O}_2}^s = \frac{n_{\text{O}_2} D_{\text{O}_2}}{r_B(I_{\text{B}_2\text{O}_2} + I_{\text{BO}}) + D_{\text{O}_2}}, \\
\frac{d\delta_{\text{ox}}}{dt} &= \frac{1}{\rho_{\text{ox}}} \left[3,22\rho_B \frac{dr_B}{dt} - I_{\text{ox}}^v \left(1 + \frac{\delta_{\text{ox}}}{r_B} \right)^2 \right], \quad I_{\text{ox}}^v = \frac{2,23 \cdot 10^{10} \sqrt{T_B} e^{-\frac{44000}{T_B}} \left(1 - \frac{\rho_{\text{B}_2\text{O}_3}}{\rho_{\text{B}_2\text{O}_3}^v} \right)}{T_B + 1800 \frac{\rho(r_B + \delta_{\text{ox}})}{\text{Nu}}}, \\
I_{\text{B}_2\text{O}_2} &= 10^6 e^{-\frac{30000}{T_B}}, \quad I_{\text{BO}} = 10^4 e^{-\frac{13300}{T_B}}, \quad \rho_{\text{B}_2\text{O}_3}^v = 1,51 \cdot 10^8 e^{-\frac{44000}{T_B}}, \\
q_p &= -0,0016 T_p^2 + 0,841 T_p + 3323,9 \left[\frac{\text{кДж}}{\text{кг}} \right], \tag{4}
\end{aligned}$$

где Nu , q_p , δ_{ox} , I_i , ε_j , σ — критерий Нуссельта, тепловой эффект реакции разложения ПХА, толщина оксидной пленки, скорость образования i -го газообразного компонента, степень черноты поверхности j -й частицы, постоянная Стефана–Больцмана; (верхний индекс: s — параметр у поверхности частицы; v — параметр пара).

Система уравнений решается при следующих начальных условиях:

$$\begin{aligned}
n_{\text{O}_2}^p &= n_{\text{B}_2\text{O}_3} = n_{\text{B}_2\text{O}_2} = n_{\text{BO}} = n_{\text{H}_2\text{O}} = n_{\text{NOCl}} = 0; \quad n_{\text{O}_2} = n_{\text{O}_2}^{\text{air}} = 0,23, \\
N_B &= \frac{N_a B}{\mu_B}; \quad N_p = \frac{N_a \rho^{\text{air}}}{\mu_{\text{NOCl}}} \left(\frac{\alpha K_{m_0} B}{\rho^{\text{air}}} - n_{\text{O}_2}^{\text{air}} \right); \quad N_{\text{O}_2}^{\text{air}} = \frac{n_{\text{O}_2}^{\text{air}} N_a \rho^{\text{air}}}{\mu_{\text{O}_2}}, \tag{5}
\end{aligned}$$

где K_{m_0} , α , B — стехиометрический массовый коэффициент ($K_{m_0} = 2,22$), коэффициент избытка окислителя, массовая концентрация горючего.

Разработанная математическая модель процессов распространения сферически-симметричного фронта пламени в двухкомпонентной аэровзвеси частиц В и ПХА в свободном объеме реализована в виде программы с помощью компьютерного языка программирования C++. В результате численного моделирования методами Рунге–Кутты и Мак-Кормака получены характерные скорости распространения фронта пламени в зависимости от радиуса и концентраций этих частиц. Для борсодержащих аэровзвесей расчетами установлено снижение нормальной скорости пламени с увеличением начального размера и концентрации частиц бора.

1. Андреев М. А., Степанов А. М. Иницированная детонация в аэровзвеси металлических частиц // Физика горения и взрыва. — 1986. — Т. 20, №1. — С. 103–113.
2. Ягодников Д. А. Горение порошкообразных металлов в газодисперсных средах. — М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018. — 444 с.

ИМПУЛЬСНАЯ РЕНТГЕНОГРАФИЯ В ИССЛЕДОВАНИЯХ АЭРОТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОГО РАЗРУШЕНИЯ В ГИПЕРЗВУКОВОЙ АЭРОДИНАМИКЕ И ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ПРОНИКАНИЯ В СПЛОШНЫЕ СРЕДЫ

С. И. Герасимов, Д. В. Захаров

РФЯЦ–ВНИИЭФ, Саров, Россия

Импульсная рентгенография используется в регистрации быстротекущих процессов и извлечении информации об объемах компактных масс, границ полостей, состоянии разгоняемых взрывом оболочек, распределения плотности в разгоняемых элементах [1].

Рассмотрим ряд применений традиционной схемы рентгенографирования в решении некоторых задач гиперзвуковой аэродинамики и сверхзвуковой террадинамики.

1. Разные механизмы разрушения твердых тел при гиперзвуковом полете в атмосфере воздуха [2].

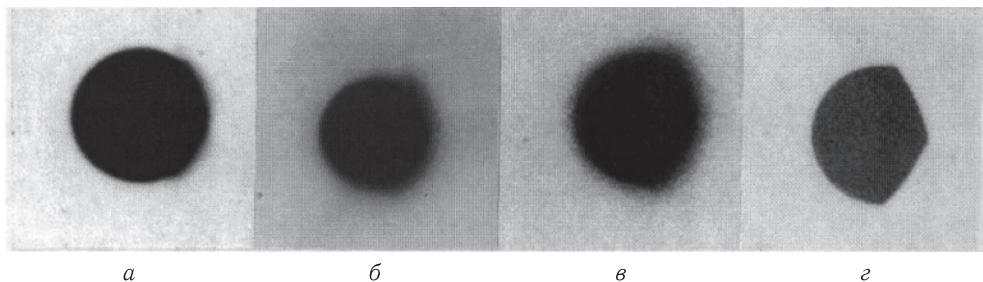


Рис. 1. Рентгеновские снимки шарика из ВНЖ-90 в различных стадиях полета: *а* — $X = 14$ м, $V = 4,9$ км/с; *б* — $X = 26$ м, $V = 4,6$ км/с; *в* — $X = 43$ м, $V = 4,1$ км/с; *г* — $X = 156$ м, $V = 1,5$ км/с (направление полета слева направо)

В свободный полет со скоростями $V_0 = 5\text{--}6,2$ км/с отстреливались шарики диаметром 10,4 мм, массой 10 г, изготовленные из композитного сплава ВНЖ-90; шарики диаметром 13,5 мм, массой 10 г, изготовленные из стали ШХ15. В процессе полета происходит интенсивный нагрев лобовой поверхности объектов с достижением температуры разрушения материала, и начинается его унос, обуславливающий изменение массы и обводов. По мере торможения тепловые потоки снижаются, унос прекращается, и в дальнейшем обводы объектов уже не меняются, а температура поверхности падает. Так сталь, по достижении соответствующей температуры ($\approx 1540^\circ\text{C}$) начинает плавиться. С момента прогрева лобовой поверхности до температуры плавления начинается течение жидкой пленки расплава. При продвижении от полюсного участка лобовой поверхности вниз по потоку происходит снижение уровня тепловых нагрузок и, соответственно, остывание пленки. Поэтому возрастает вязкость расплава, скорость течения пленки падает, и происходит формирование наплыва. Накапливающийся расплав периодически срывается с поверхности шара.

В отличие от гомогенной стали сплав ВНЖ, является композитным материалом и его компоненты имеют отличающиеся теплофизические свойства, в частности, температуру плавления. В этой связи, по мере разогрева лобовой части шарика первой достигается температура плавления связующего звена железо–никель, которая примерно в 2 раза ниже температуры плавления основы — зерен вольфрама.

В результате плавления связки зерна вольфрама или их отдельные ассоциации теряют механическую связь между собой и начинают автономное движение в ударном слое. Как свидетельствуют рентгеновские снимки (рис. 1), торможение шарика оказывается более интенсивным, и поэтому в относительном движении зерна вольфрама продвигаются вверх по потоку относительно твердой поверхности шарика. Начав автономное движение в ударном слое совместно с газовой фазой, омывающей твердую поверхность, они приобретают составляющую скорости, нормальную к направлению полета.

2. Отличия в проникании пористого и монолитного ударников.



Рис. 2. Стальной ударник в момент 87 мкс; полиэтилен — 94 мм

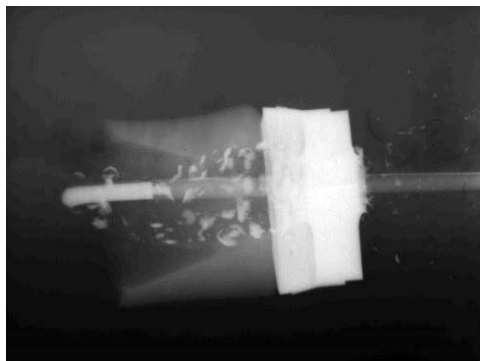


Рис. 3. Стальной ударник в момент 100 мкс; полиэтилен — 29 мм

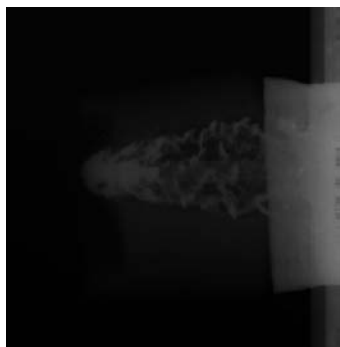


Рис. 4. Пористый ударник в момент 95 мкс; полиэтилен — 94 мм

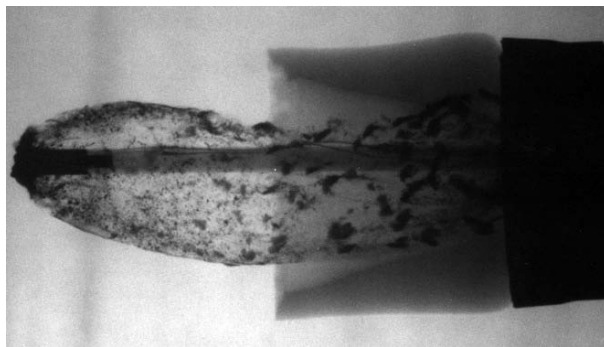


Рис. 5. Пористый ударник в момент 141 мкс; полиэтилен — 29 мм

В обращенной постановке сравнивались величины остатков цилиндрических ударников из пористого вольфрамового сплава $W(92,32\%) - Cu(6,4\%) - Ni(1,28\%)$ и из стали 30ХГСА при пробитии ими стальной пластины. Метаемый объект (МО) представлял собой стальной диск (СтЗ) толщиной 25 мм, диаметром 98 мм с полиэтиленовой хвостовой частью общей длиной 114 мм. Внутренняя часть полиэтиленового блока (т. е. толщина пробиваемого полиэтилена) составляла 94 и 29 мм. Метаемый объект разгонялся в стволе пороховой баллистической установки до скоростей 1830–1970 м/с. На рисунках 2–5 представлены рентгенограммы процесса пробития преграды стальным и пористым ударником. Время отсчитывается от момента соударения. Стальной ударник разрушается не только в стальной преграде,

но и в полиэтиленовой. Разрушение стального ударника прекращается при выходе в воздух (рисунки 2–3). Пористый же ударник продолжает разрушаться и в воздухе (рисунки 4–5).

3. Понижение стержневых ударников в песок [3].

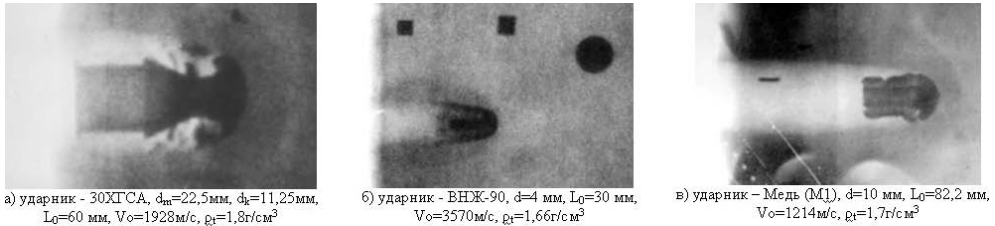


Рис. 6. Характерные рентгенограммы при проникании в песчаный грунт

Анализ результатов опытов для прочных металлов — сплава ВНЖ90 и стали 30ХГСА, так же, как и для пластичной меди М1, показали наличие четырех характерных диапазонов скорости проникания:

— диапазон I ($V_* \leq V_0 < V_{ht}$): ударник, пластически деформируясь, не достигнув полного пластического сжатия, сохраняет твердый остаток от своей первоначальной длины;

— диапазон II ($V_{ht} \leq V_0 < V_p$): ударник имеет тройную структуру деформирования: гидродинамическое срабатывание + пластическое деформирование + твердый остаток;

— диапазон III ($V_p \leq V_0 < V_{sht}$): ударник деформируется в двух режимах гидродинамическое срабатывание + полное пластическое деформирование;

— диапазон IV ($V_0 \geq V_{sht}$): ударник полностью срабатывается гидродинамически.

Полное пластическое сжатие либо гидродинамическое срабатывание реализуются только при скоростях III и IV диапазонов.

1. Герасимов С. И. и др. Рентгенорегистрация на испытательных стендах // Научная визуализация. — 2018. — Т. 10, № 2. — С. 1–20.
2. Герасимов С. И. и др. Различные механизмы разрушения тел в гиперзвуковом потоке, выявленных с помощью рентгенографической регистрации // Научная визуализация. — 2015. — Т. 7, № 1. — С. 38–44.
3. Герасимов С. И. и др. Экспериментальное и теоретическое исследование высокоскоростного проникания длинных стержневых ударников в песок // Журнал технической физики. — 2022. — Т. 92, № 3. — С. 392–404.

РАСПАД РАЗРЫВА В ДЕТОНИРУЮЩЕМ МНОГОКОМПОНЕНТНОМ ГАЗЕ*

В. Ю. Гидаспов, М. Д. Зыонг, С. Х. Трошев

МАИ, Москва, Россия

Задача о распаде разрыва на границе инертного и горючего газов (рис. 1) была впервые сформулирована и решена Г. М. Бам-Зеликовичем [1]. В [1] показано (рис. 2), что по инертному газу может распространяться либо ударная волна (УВ), либо веер волн разрежения, а по детонирующему газу — либо детонационная волна (ДВ) в режиме Чепмена–Жуге (ЧЖ) с присоединенной к ней волной разрежения

* Работа выполнена по Государственному заданию № FSFF-2020-0013.

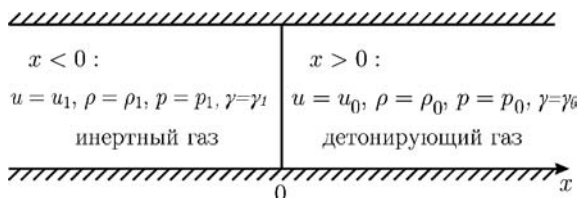


Рис. 1. Схема, иллюстрирующая постановку задачи о распаде разрыва с детонационной волной (u — скорость, p — давление, ρ — плотность, γ — химический состав)

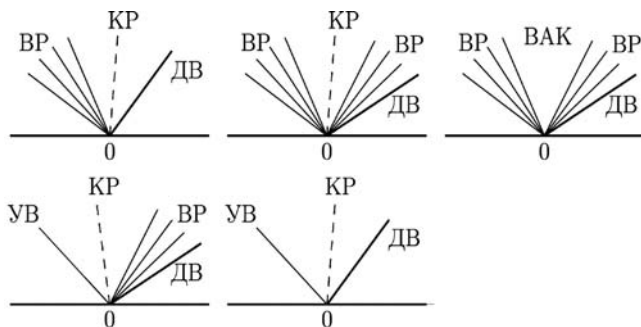


Рис. 2. Возможные конфигурации волн (ВАК — вакуум)

(ВР), либо пересжата ДВ как разрыв, разделяющий области течения с постоянными значениями газодинамических параметров. Между волнами образуется контактный разрыв (КР), отделяющий инертный газ от продуктов сгорания.

Для того чтобы найти связь между параметрами среды до и после фронта ударной или детонационной волны используются соотношения Ренкина–Гюгоню. В веере волн разрежения сохраняется энтропия и инварианты Римана в дифференциальной форме. В случае нереагирующего газа концентрации компонентов остаются неизменными в областях слева и справа от КР. Перед детонационной волной концентрации компонентов остаются неизменными, а за ДВ и в примыкающем к ней веере волн разрежения, удовлетворяют условиям термодинамического равновесия [2–4]. В настоящей работе представлены вычислительные алгоритмы [5–7] и результаты решения задачи Г. М. Бам-Зеликовича для случая, когда для описания газовой фазы используется упрощенное вириальное уравнение состояния и однофлюидная модель смешения [6, 7]:

$$\frac{pv}{R_0 T \gamma} = 1 + \frac{B\gamma}{v} + \frac{0,625b_0^2\gamma^2}{v^2}, \tag{1}$$

$$B = \sum_i \sum_j B_{ij} x_i x_j = \sum_i \sum_j x_i x_j b_{ij} B_{ij}^*(T^*); \quad B_{ij} = b_{ij} B_{ij}^*(T^*); \quad b_{ij} = 2\pi N_A \sigma_{ij}^3. \tag{2}$$

Здесь N_A — число Авогадро; $B^*(T^*)$ — значение второго коэффициента при нулевом давлении для потенциала Леннарда–Джонса в зависимости от безразмерной температуры $T^* = kT/\varepsilon$ и, константы, входящие в (1)–(2) заимствовались из справочных изданий.

Была решена задача о распаде разрыва на границе гелий — стехиометрическая водородно-кислородная горючая смесь и аргон-стехиометрической метано-воздушной смесью. В расчетную модель горения водорода входило 23 вещества: O_2 , H_2 , $H+$, $H-$, H_2+ , H_2O+ , H_2O , H_2O_2 , H_3+ , H_3O+ , HO_2 , HO_2- , $O-$, $O+$, O_2- , O_2+ ,

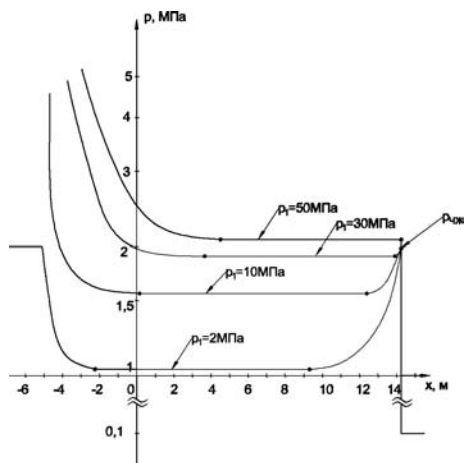


Рис. 3. Распределение давлений в момент $t = 5$ мс при различных давлениях инертного газа

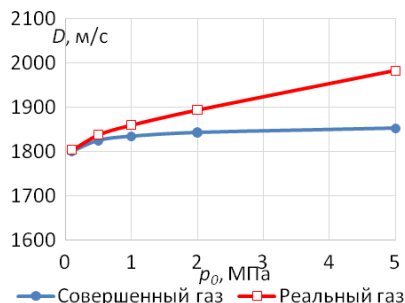


Рис. 4. Зависимости скорости ДВ ЧЖ от начального давления при разных моделях газа

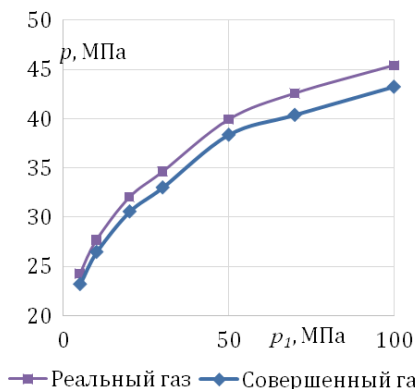


Рис. 5. Изменение давления на контактном разрыве в зависимости от давления инертного газа при начальном давлении горючей смеси $p_0 = 5$ МПа

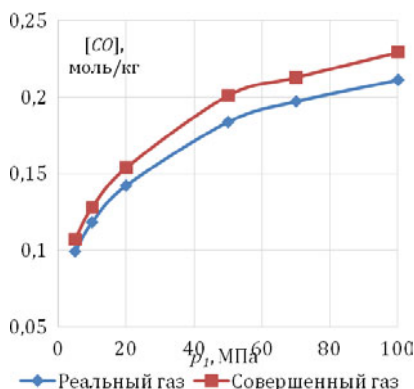


Рис. 6. Сравнение концентраций CO при $p_0 = 5$ МПа для разных моделей газа

$O_3, OH, OH^+, OH^-, H, O, e^-$; горения метана — 74 вещества: $O_2, N_2, Ar, CO_2, CH_2, CH_3, CH_2OH, CHO^+, HCO, CN, CNN, CO, COOH, H^-, H_2, H_2CO, HCOOH, H_2O^+, H_2O, H_2O_2, H_3O^+, HCN, HN_3, HNC, HNO, HNO_2, HNO_3, HO_2, HO_2^-, NCN, N_2H_2, N_2O, N_2O_3, N_3, NCO, NH, NH_2, NH_3, NH_2OH, NO, NO^+, NO_2, NO_2^-, O^-, O_2^-, O_2^+, O_3, OH, OH^-, C_2O, CH, CH_3O, CH_3OH, CN^-, CO_2^+, NH_4^+, NO_2^+, NO_3^-, OH^+, H_3^+, CO^+, NH_2NO_2, N_2H_4, C_2N_2, C_2H_2, N_2O_4, C_3O_2, C^*$ (сажа), C, H, O, N, e^- .

На рис. 3 для горения водорода представлен переход решения рассматриваемой задачи от пересжатой ДВ к ДВ ЧЖ при уменьшении давления инертного газа. На рис. 4 показано отличие скорости ДВ ЧЖ для случаев смесей совершенных и реальных газов.

Результаты моделирования горения метана, в частности, показали, что давление на контактном разрыве выше для модели реального газа на 4–5% (рис. 5), а концентрация CO — ниже на 8–10% (рис. 6).

1. Бам-Зеликович Г. М. Распад произвольного разрыва в горючей смеси // Теоретическая гидромеханика. — 1949. — №4. — С. 112–141.
2. Гидаспов В. Ю., Северина Н. С. Элементарные модели и вычислительные алгоритмы физической газовой динамики. Одномерные нестационарные течения: Учеб. пособ. — М.: Факториал, 2015. — 84 с.
3. Гидаспов В. Ю., Кононов Д. С., Северина Н. С. Моделирование воспламенения и детонации метано-воздушных смесей за отраженной ударной волной // Теплофизика высоких температур. — 2020. — Т. 58, №6. — С. 909–914.
4. Гидаспов В. Ю. Численное моделирование одномерного стационарного равновесного течения в детонационном двигателе // Труды МАИ. — 2015. — №83.
5. Гидаспов В. Ю. Численное моделирование стационарных волн горения и детонации в смеси частиц магния с воздухом // Труды МАИ. — 2013. — №66.
6. Зыонг М. Д. Особенности численного моделирования при построении равновесной адиабаты продуктов сгорания с использованием уравнения реального газа // Труды МАИ. — 2021. — №120.
7. Гидаспов В. Ю., Зыонг М. Д. Влияние свойств реального газа на распад произвольного разрыва в детонирующем газе // Труды МАИ. — 2022. — Т. 123.

ОБ ОТРАЖЕНИИ ПЛОСКОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В ДЕТОНИРУЮЩЕМ ГАЗЕ*

В. Ю. Гидаспов, Д. С. Кононов, Н. С. Северина

МАИ, Москва, Россия

При моделировании высокоскоростных высокотемпературных течений горючих смесей актуальной становится задача подбора тестовых примеров, позволяющих судить о достоверности разработанных вычислительных алгоритмов и программных комплексов. В качестве одной из таких задач может быть использована задача об отражении плоской ударной волны от стенки в канале, заполненном горючей смесью [1].

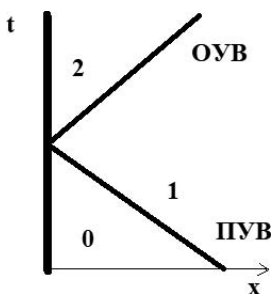


Рис. 1. Отражение ударной волны от стенки (ПУВ — падающая ударная волна, ОУВ — отраженная ударная волна, 0 — область перед ПУВ, 1 — область за ПУВ и перед ОУВ, 2 — область за ОУВ)

Параметры течения перед- и за- ПУВ связаны соотношениями Ренкина–Гюгонио, скорость ПУВ D_0 , а также параметры перед ПУВ заданы. Для замыкания системы используются термическое и калорическое уравнения состояния. Параметры течения перед- и за- ОУВ также связаны соотношениями Ренкина–Гюгонио:

$$\begin{aligned} \rho_2(D - u_2) &= \rho_1(D - u_1), \\ P_2 + \rho_2(D - u_2)^2 &= P_1 + \rho_1(D - u_1)^2, \\ \rho_2(D - u_2) \left(h_2 + \frac{(D - u_2)^2}{2} \right) &= \rho_1(D - u_1) \left(h_1 + \frac{(D - u_1)^2}{2} \right). \end{aligned} \quad (1)$$

В случае замороженных и неравновесных течений, концентрации химических компонентов остаются неизменными:

$$\gamma_{2,i} = \gamma_{1,i}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (2)$$

Скорость ОУВ D , а также параметры течения за ОУВ находятся из данной системы при дополнительном условии, что скорость за ОУВ равна нулю:

$$u_2 = 0. \quad (3)$$

*Работа выполнена по Государственному заданию №FSFF-2020-0013.

В случае детонирующей горючей смеси можно сформулировать задачу об отражении ударной волны от стенки следующим образом. Будем подбирать начальные данные так, чтобы в областях «0» и «1» химические реакции протекали крайне медленно, и воспламенение горючей смеси не происходило. В области 2 (рис. 1) за ОУВ температура превышает температуру самовоспламенения горючей смеси, протекают экзотермические химические реакции и достигается состояние термодинамического равновесия. То есть параметры течения в областях 1 и 2 связаны системой соотношений (1), а вместо (2) считается, что концентрации компонентов удовлетворяют условию химического равновесия т. е.

$$\gamma_{2,i} = \gamma_{2,i}(\rho_2, T_2), \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (4)$$

Равновесные концентрации $\gamma_{2,i} = \gamma_{2,i}(\rho_2, T_2)$ находятся из решения задачи о расчете термодинамического равновесия по методике [2–4].

На рис. 2 приведены результаты расчетов параметров, полученные при $p_0 = 10000$ Па, $T_0 = 300$ К для горючей смеси $0,091\text{CH}_4 + 0,182\text{O}_2 + 0,727\text{N}_2$ [5]. В состав продуктов сгорания входило семь компонентов: CH_4 , O_2 , H_2O , CO_2 , CO , H_2 , N_2 . На рис. 2 также приведены параметры детонационной волны Чепмена–Жуге (ДВ ЧЖ), для параметров из области 1. Для их определения решается система (1), (4) с замыкающим условием Чепмена–Жуге:

$$D = u_2 + a_2. \quad (5)$$

Из рис. 2 следует, что при отражении УВ в детонирующем газе при $M_{\text{ПУВ}} < 2,86$ возможны два типа решения. Первое — область с постоянными параметрами с нулевой скоростью за отраженной волной (кривая 3). Второе — волна Чепмена–Жуге с пристыкованным к ней веером волн разрежения в котором скорость потока изэнтропически уменьшается от скорости за волной (кривая 4) до нуля.

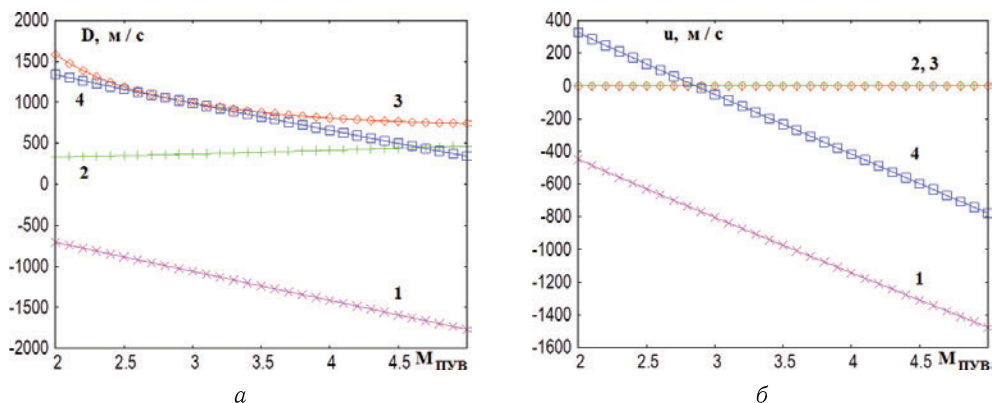


Рис. 2. Зависимости параметров ударных волн от числа Маха падающей УВ: а — скорость УВ; б — скорость потока за УВ (1 — ПУВ, 2 — замороженная ОУВ, 3 — равновесная ОУВ, 4 — ДВ ЧЖ)

Было проведено численное моделирование химически неравновесного течения за отраженной ударной волной [5, 6] в одномерной и двумерной нестационарной постановках. Оценка средней скорости распространения детонационной волны вдали от отражающей стенки проводилась по графикам изменения температуры и давления, соответствующим трем моментам времени (приведены маркерами на рис. 3).

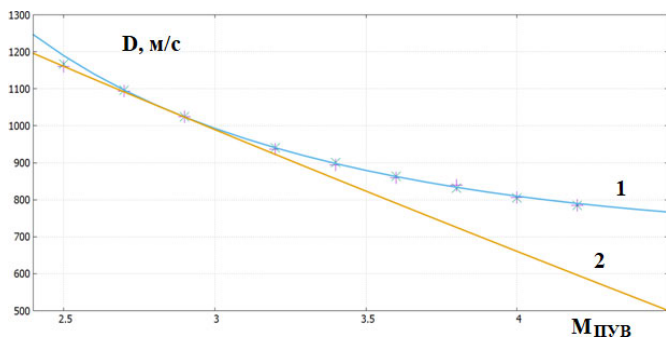


Рис. 3. Зависимости скорости детонационной волны от $M_{ПУВ}$: маркеры — среднее значение рассчитанной скорости ДВ на большом расстоянии от отражающей стенки; 1 — скорость равновесной ОУВ; 2 — скорость волны Чепмена–Жуге

Из графиков видно, что при числах Маха ПУВ более 3,2 скорость распространения ДВ соответствует скорости распространения равновесной ударной волны, а при $M_{ПУВ} = 2,5$ скорости волны Чепмена–Жуге. В диапазоне чисел Маха ПУВ 2,7–2,9 скорости равновесной ОУВ и ДВ Чепмена–Жуге близки (кривые 1 и 2 на рис. 3), поэтому при проведении многомерных расчетов режим распространения ДВ четко не определяется, и в ряде работ делается вывод, что ДВ распространяется в режиме Чепмена–Жуге.

1. Черный Г. Г. Газовая динамика. — М.: Наука, 1988. — 424 с.
2. Гидаспов В. Ю. Численное моделирование одномерного стационарного равновесного течения в детонационном двигателе // Труды МАИ. — 2015. — № 83. — 20 с.
3. Гидаспов В. Ю. Численное моделирование стационарных волн горения и детонации в смеси частиц магния с воздухом // Труды МАИ. — 2013. — № 66.
4. Гидаспов В. Ю., Северина Н. С. Элементарные модели и вычислительные алгоритмы физической газовой динамики. Ударные и детонационные волны. Учеб. пособ. — М.: Факториал, 2016. — 84 с.
5. Гидаспов В. Ю., Кононов Д. С., Северина Н. С. Моделирование воспламенения и детонации метано-воздушных смесей за отраженной ударной волной // Теплофизика высоких температур. — 2020. — Т. 58, № 6. — С. 909–914.
6. Кононов Д. С., Гидаспов В. Ю., Стрижак С. В. Реализация кинетических механизмов горения метана на примере расширения функциональных возможностей физико-химических библиотек совместно с решателем reactingPimpleCentralFoam // Труды ИСП РАН. — 2021. — Т. 33, Вып. 5. — С. 271–280.

ГОРЕНИЕ КЕРОСИНА В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ С $M = 1,7$ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ТЕПЛОГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ*

В. П. Замураев, А. П. Калинина

ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия

Управление организацией и процессом горения в сверхзвуковом потоке продолжает привлекать внимание исследователей. Первым этапом поиска оптимальных

*Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2021–2023 (проект №121030500157-3) и при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-08-00245).

значений управляющих параметров является численный эксперимент; это альтернатива для дорогостоящего эксперимента, особенно для полетных чисел Маха $M = 5-6$. В [1] предложен способ организации горения в сверхзвуковом потоке с минимальными потерями полного давления, представлены результаты экспериментального исследования двухстадийного механизма запуска и работы двигателя при горении керосина. Для данного способа организации горения в сверхзвуковом потоке возникает задача о выборе оптимальных параметров дросселирования канала поперечной струей сжатого воздуха. В первую очередь это касается давления в резервуаре, откуда подается сжатый воздух, а также периода и скважности газодинамических импульсов. Влияние температуры сжатого воздуха в диапазоне 300–1000 К априори предполагается незначительным, так как инициирует горение ударная волна от струи сжатого воздуха, а сам воздух, подаваемый с боковой стенки, не контактирует с топливом, подаваемым аксиально. Однако, температура сжатого воздуха может влиять на интенсивность ударной волны, поэтому влияние температуры сжатого воздуха требовалось проверить непосредственно в рамках численного эксперимента. Выполнено сравнение результатов для температур сжатого воздуха 300 и 800 К. Как будет показано ниже, ожидания оправдались, и на первой стадии подачи значительного влияния температуры не обнаружено. Постановка задачи аналогична [2]: применяются нестационарные осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье–Стокса, $k-\varepsilon$ Realizable модель турбулентности, упрощенная химическая кинетика. Для температуры сжатого воздуха, равной 300 К, числа Маха потока в секции постоянного сечения $M \approx 1,7$ выполнено сравнение осредненного по времени давления вдоль стенки канала для стадии инициирования горения.

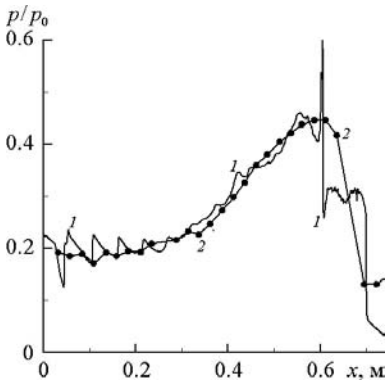


Рис. 1. Распределение отношения статического давления на стенке канала к давлению торможения потока на стадии зажигания

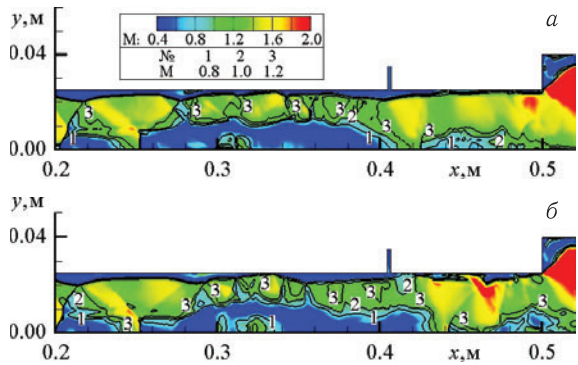


Рис. 2. Фрагменты поля чисел Маха с изолиниями $M = 0,8$ (1), $M = 1,0$ (2) и $M = 1,2$ (3) при подаче воздуха с подогревом до $T = 800$ К (а) и без подогрева $T = 300$ К (б); момент времени один и тот же $t = 1,6$ мс

Как видно из рис. 1, наблюдается удовлетворительное совпадение эксперимента [3] и расчета. Для температуры торможения сжатого воздуха 800 К с точным совпадением всех остальных условий выполнено численное моделирование организации горения в сверхзвуковом потоке. На рис. 2 для сравнения приведены фрагменты полей чисел Маха в случаях подачи подогретой до температуры $T = 800$ К дросселирующей струи воздуха (а) и при подаче аналогичной струи без подогрева $T = 300$ К (б).

Приведенные результаты получены для одного и того же времени $t = 1,6$ мс, отсчитываемого от момента запуска дросселирующей струи. Качественно картины течения близки. Наиболее заметное различие наблюдается в области от патрубка для струи до расширения канала, в которой сказывается более высокая плотность воздуха в холодной струе. На рис. 3 приведено сравнение временной динамики координаты возмущения, распространяющегося вверх по потоку в результате инициирования горения, для температур торможения сжатого воздуха $T = 300$ К и $T = 800$ К. Отличия незначительны.

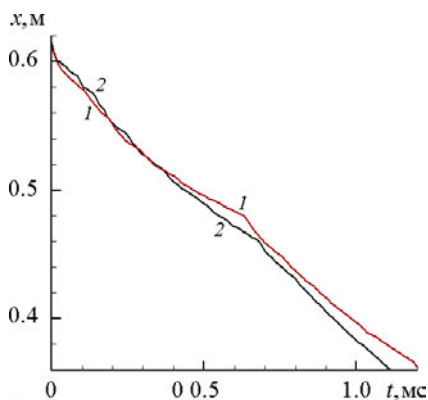


Рис. 3. Зависимость координаты ударной волны по оси канала от времени при подаче воздуха с подогревом до $T = 800$ К: (кривая 1) и без подогрева $T = 300$ К (кривая 2)

Таким образом, температура сжатого воздуха при дросселировании и аксиальной подаче топлива оказывает слабое влияние на процесс инициирования горения, который развивается выше по потоку от места подачи сжатого воздуха. Основные отличия наблюдаются ниже по потоку. Следует ожидать, что более значительное влияние температура сжатого воздуха будет оказывать на горение топлива, подаваемого ниже по потоку от сечения дросселирования канала.

1. Третьяков П. К. Организация эффективного горения керосина в канале при больших числах Маха // Физика горения и взрыва. — 2020. — Т. 56, №3. — С. 42–47.
2. Zamirayev V. P., Kalinina A. P. Deceleration of a supersonic flow down to transonic speeds using gas-dynamic pulses during combustion of hydrocarbon fuels // AIP Conference Proceedings: XX International Conference on the Methods of Aerophysical Research (IC-MAR-2020) (Novosibirsk, 1–7 Nov. 2020). — V. 2351, No. 1. — S.l.: AIP Publishing, 2021. — 030050(6) p. — DOI: 10.1063/5.0052907/
3. Третьяков П. К., Тупикин А. В. Режимы горения керосина в канале постоянного сечения при числе Маха $M = 1,7$ на входе // Горение топлива: теория, эксперимент, приложения. Сб. тезисов XI Всерос. конф. с междунар. участием, Новосибирск, 9–12 ноября 2021 г. — Новосибирск: ИТ СО РАН, 2021. — С. 135–135.

МЕТОД ЛИНЕАРИЗОВАННОГО СДВИГА В МОДЕЛЯХ ХИМИЧЕСКОЙ КИНЕТИКИ

Л. А. Кондратьева¹, А. В. Романов²

¹МАИ, Москва, Россия; ²НИУ ВШЭ, Москва, Россия

Предлагается итеративная процедура приближенного аналитического нахождения предельных циклов (замкнутых траекторий) двумерных и трехмерных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Считаем, что система уравнений

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x})$$

порождает гладкий полупоток $\{S_t\}_{t \geq 0}$ в замкнутой ограниченной области $D \subset \mathbb{R}^n$ с $n = 2$ или $n = 3$, содержащей устойчивый предельный цикл Γ и единственную (причем неустойчивую) стационарную точку. Так как $S_t \Gamma = \Gamma$ для $t > 0$, естественно

пробовать реализовать Γ как предел итераций $\Gamma_i = S_{\Delta t_i} \Gamma_{i-1}$ при $i \rightarrow \infty$ начиная с некоторой простой замкнутой начальной кривой $\Gamma_0 \subset D$ для выбранных временных приращений $\Delta t_i > 0$. Эволюционные операторы $S_{\Delta t_i}$ приближенно запишем в виде

$$S_{\Delta t_i} \mathbf{x} \cong \mathbf{x} + \Delta t_i \cdot f(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in D.$$

Таким образом, на i -м шаге итеративного процесса мы трансформируем кривую Γ_{i-1} в кривую Γ_i с помощью линеаризации эволюционных операторов S_i . Последовательные кривые Γ_i с $i \geq 0$ можно задавать как в параметрической, так и в неявной форме. Качество отклонения приближения Γ_i от Γ_{i-1} связываем с малостью расстояния Хаусдорфа $\rho(\Gamma_i, \Gamma_{i-1})$. Известно [1], что совокупность замкнутых подмножеств компакта $D \subset \mathbb{R}^n$ с метрикой ρ само является компактом, т. е. при любом выборе начальной кривой Γ_0 последовательность траекторий $\{\Gamma_i\}_{i \geq 0}$ содержит ρ -сходящуюся подпоследовательность.

Для двумерного случая описанный «метод линеаризованного сдвига» уже рассматривался в [2]. В размерности три его полезно комбинировать с итеративным процессом локализации циклов на алгебраических поверхностях [3].

Предложенная итерационная процедура предполагает постепенное приближение первоначальной кривой к траектории предельного цикла под воздействием смещения каждой ее точки по вектору скорости. Для достижения более быстрого результата следует исследовать поле скоростей в положительно инвариантной области D и учитывать его особенности при построении итераций. Выбирая шаги по времени Δt_i , нужно следить, чтобы кривые Γ_i не покидали «зону притяжения» цикла (форма цикла находится с помощью компьютерного моделирования), что гораздо проще отслеживать в классических двумерных моделях нелинейной динамики, рассмотренных, например, в работе [2].

Для многих моделей химической кинетики возникает проблема большого разброса величины скорости движения точек в фазовом пространстве. Даже на плоскости, исходная кривая Γ_0 может перемещаться к предельному положению Γ неравномерно, так что необходимое число итераций и объем вычислений возрастает.

Модели «Орегонатор» соответствует система ОДУ в \mathbb{R}^3

$$\begin{cases} \dot{x} = s(y - xy + x - qx^2), \\ \dot{y} = s^{-1}(-y - xy + sfz), \\ \dot{z} = w(x - z). \end{cases}$$

При подходящих значениях постоянных $s, w, f, q > 0$ эти уравнения описывают устойчивые колебания в реальной химической реакции типа Белоусова–Жаботинского. Для этой системы метод линеаризованного сдвига позволяет получить хорошие приближения устойчивого предельного цикла.

Аналитические приближения циклов динамических систем любой размерности с полиномиальным векторным полем можно находить с помощью версии Поланда [4] метода гармонического баланса. При этом получаются аппроксимации периодических решений, а не только замкнутых траекторий, однако, объем и сложность вычислений несопоставимы с предлагаемым здесь методом линеаризованного сдвига, а точность аппроксимаций оказывается невысокой. С этой точки зрения излагаемый подход оказывается более выигрышным.

Для указанных здесь и рассмотренных в [2] систем уравнений описанный итерационный процесс дает хорошие аппроксимации устойчивых предельных циклов при не слишком большом числе итераций. Пока данный метод (как, впрочем, и метод Поланда) является полуэвристическим. Перспективная задача — найти условия его сходимости и оценки точности.

1. Хаусдорф Ф. Теория множеств. — М.–Л.: ОНТИ НКТП СССР, 1937.
2. Кондратьева Л. А. Аналитическое приближение циклов динамических систем на плоскости // Научно-технический вестник Поволжья. — 2022. — №5. — С. 51–56.
3. Kondratieva L., Romanov A. Self-Oscillations in a Certain Belousov–Zhabotinsky Model // 22-nd International Conference on Computational Mechanics and Modern Applied Software Systems (CMMASS'2021), Alushta, September 4–13, 2021, MATEC Web of Conferences, 2022 (принято в печать).
4. Poland D. Loci of limit cycles // Physical Review E. — 1994. — No. 1(49). — P. 157–165.

АНАЛИЗ СКОРОСТИ РЕАКЦИИ ПРИ ПОЛИМЕРИЗАЦИИ ЭПОКСИДНОГО СВЯЗУЮЩЕГО, МОДИФИЦИРОВАННОГО НАНОТРУБКАМИ

С. В. Русаков, В. Г. Гилёв

ПГНИУ, Пермь, Россия

В последние годы становятся актуальными исследования полимерных материалов, модифицированных углеродными наполнителями. Среди таких модификаторов широко используются одно- и многостенные углеродные нанотрубки, нановолокна, фуллерены и графены и т. п. В литературе достаточно широко представлены исследования физико-химических, калориметрических и электрических свойств ряда полимерных материалов, допированных наномодификаторами, в которых показано, что даже небольшие добавки модификатора изменяют свойства таких материалов. Так в работе [1] зафиксирован эффект ускорения реакции полимеризации эпоксидной композиции (смола L, отвердитель — EPH 161) модифицированной углеродными нанотрубками TUBALL MATRIX 301. Этот эффект наглядно наблюдается на рис. 1, где представлен процесс изменения вязкости эпоксидной композиции в ходе процесса полимеризации при различной концентрации нанотрубок для температуры $T = 25^\circ\text{C}$.

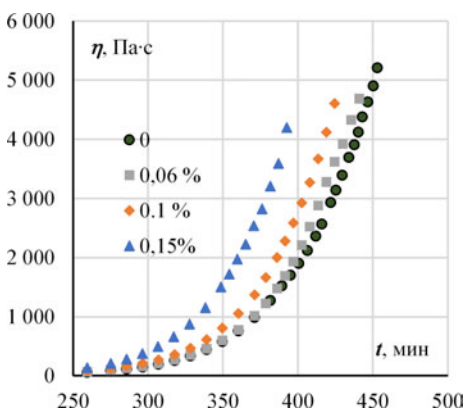


Рис. 1. Изменение вязкости образцов от времени полимеризации

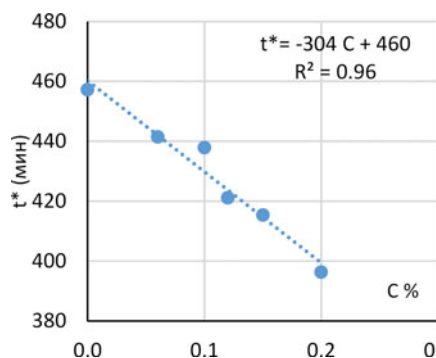


Рис. 2. Зависимость времени гелеобразования от концентрации нанотрубок

При возрастании вязкости до значений 10^5 – 10^6 Па·с происходит переход из жидкой фазы в гель-фазу, часто называемый процессом отверждения. Используя экстраполяцию обратной величины вязкости от времени, можно оценить значение такого перехода [2], которое в дальнейшем будем обозначать t_* . На рис. 2 представлено изменение этой величины в зависимости от концентрации нанотрубок для

вариантов, соответствующих рис. 1. Видно, что увеличение концентрации нанотрубок приводит к существенному ускорению процесса полимеризации — перехода из жидкой фазы в гель фазу.

В теоретических и практических исследованиях для оценки скорости химической реакции в зависимости от температуры в большинстве случаев используют так называемое уравнение Аррениуса:

$$k(T) = k_0 \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right), \quad (1)$$

где T — температура процесса в градусах Кельвина; $k(T)$ — значение кинетического параметра, определяющего скорость химической реакции; множитель k_0 характеризует частоту столкновения реагирующих молекул; E_a — энергия активации; R — универсальная газовая постоянная. Воспользуемся моделью (1) для анализа особенностей влияния на скорость реакции концентрации нанотрубок в эпоксидной композиции.

В работе авторов [2] для исследования процесса отверждения рассматриваемой эпоксидной композиции использовалась простейшая кинетическая модель в приближении бинарной смеси (смола–отвердитель):

$$\frac{d\varphi^{ep}(t)}{dt} = -K^{ep} \varphi^{ep}(t) \varphi^{am}(t), \quad \varphi^{ep}(0) = 1, \quad (2)$$

$$\frac{d\varphi^{am}(t)}{dt} = -K^{am} \varphi^{ep}(t) \varphi^{am}(t), \quad \varphi^{am}(0) = 1, \quad (3)$$

$$\psi(t) = 1 - n_0^{ep} \varphi^{ep}(t) - n_0^{am} \varphi^{am}(t), \quad n_0^{ep} + n_0^{am} = 1, \quad (4)$$

где индекс «ep» обозначает смолу, а «am» — отвердитель; функции $\varphi^{ep}(t)$, $\varphi^{am}(t)$ — доля не прореагировавших молекул к моменту времени t ; K^{ep} , K^{am} — параметры, отвечающие за скорость реакции полимеризации; функция $\psi(t)$ — степень отверждения эпоксидной композиции; n_0^{ep} , n_0^{am} — массовая доля смолы и отвердителя в начальный момент времени. В результате обработки серии экспериментов, в которых варьировалась значение величины n_0^{am} было показано, что

$$K^{ep}(T, n_0^{ep}) = n_0^{ep} k(T), \quad K^{am}(T, n_0^{am}) = 4n_0^{am} k(T), \quad (5)$$

где $k(T)$ — кинетический параметр (см. уравнение (1)), а множитель 4 во втором выражении — следствие того, что для данной эпоксидной композиции стехиометрическому равновесию соответствует соотношение массовых частей смолы и отвердителя как 4:1. Было установлено, что с хорошей точностью параметры модели (1) имеют значения: $k_0 = 4,6 \cdot 10^4$, мин⁻¹; $E_a/R = 4,9 \cdot 10^3$, Т°К. Таким образом, в этом случае энергия активации не зависит от начальной массовой доли компонент эпоксидной композиции.

Эксперименты с модификацией эпоксидной композиции нанотрубками проводились в условиях стехиометрического равновесия смолы и отвердителя, при этом рассматривались изотермические процессы, в которых температура составляла 25, 30, 35, 40, 45 градусов Цельсия. При этом, концентрация нано трубок составляла $n_{nt} = 0\%$, 0,04%, 0,1%, 0,15%, 0,25 масс.%. Отметим, что технически невозможно обеспечить равномерную концентрацию нанотрубок более 2%. Дальнейшая обработка проводилась на основе обобщенной формулы, где значение кинетического параметра оценивалось по методике описанной в [2]:

$$k(T, n_{nt}) = k_0(n_{nt}) \exp\left(-\frac{E_a(n_{nt})}{RT}\right), \quad \ln(k(T, n_{nt})) = \ln(k_0(n_{nt})) - \frac{E_a(n_{nt})}{RT}. \quad (6)$$

Обнаружено, что для температур от 25 до 40°C и концентраций нанотрубок до 0,1% зависимость вида (5) хорошо аппроксимируется полиномом первого порядка (рис. 3). В свою очередь для коэффициентов уравнения (6) справедливы эмпирические соотношения:

$$\ln(k_0(n_{nt})) = 10,2 - 92,6n_{nt},$$

$$E_a(n_{nt})/R = 4900 - 3,6 \cdot 10^4 n_{nt},$$

где концентрация нано трубок берется в процентах. Отметим, что относительно небольшой объем экспериментальных данных не позволяет сделать заключение об универсальности полученных формул, но вывод о том, что увеличение скорости реакции полимеризации происходит за счет уменьшения энергии активация представляется вполне убедительным.

Таким образом, проведенное исследование позволяет утверждать, что в

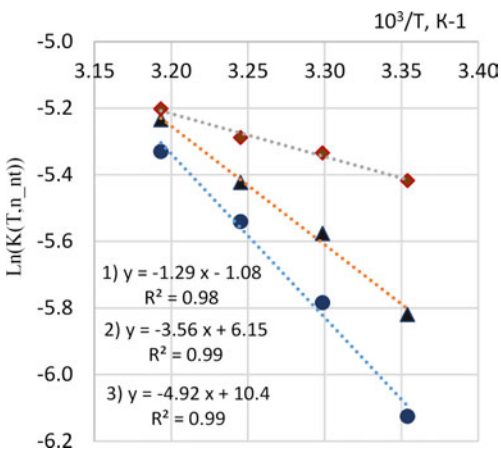


Рис. 3. Зависимость величины $\ln(K(T, n_{nt}))$ от T^{-1} . Сверху–вниз: $C = 0,1; 0,4; 0$ масс. %

рассматриваемой эпоксидной композиции нано трубки, в относительно небольших концентрациях, являются своеобразным катализатором, позволяющим заметно увеличить скорость реакции полимеризации, что может служить существенным фактором в специфических условиях (например, в космосе) реализации процесса отверждения.

1. Бузмакова М. М., Гилев В. Г., Русаков С. В. Способ сокращения длительности отверждения эпоксидного связующего // Патент РФ. RU⁽¹¹⁾ 2707994⁽¹³⁾ С1. Опубликовано: 03.12.2019 Бюл. №34.
2. Гилев В. Г., Русаков С. В., Чудинов В. С., Рахманов А. Ю., Кондюрин А. В. Моделирование кинетики отверждения эпоксидного связующего композитного материала аэрокосмического назначения при нарушении стехиометрии // Механика композитных материалов. — 2021. — Т. 57, №3. — С. 517–534.

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕЧЕНИЯ НА СТЕПЕНЬ ИОНИЗАЦИИ ИДЕАЛЬНОГО ОДНОАТОМНОГО ГАЗА*

А. С. Савельев

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

При решении задач, связанных с вопросами входа в атмосферы планет, одну из важных ролей играет расчет равновесного состава ионизованного газа за фронтом образующейся ударной волны. В классической газодинамике для решения задачи о поверхности сильного разрыва используются условия динамической совместности

*Работа выполнена при финансовой поддержке СПбГУ (НИР «Машинное обучение в задачах неравновесной аэромеханики», id проекта 93022273).

(см., например, [1, 2]):

$$[\rho \vec{v} \Theta] = [\rho \vec{n}], \quad (1)$$

$$\left[\left(\rho \frac{v^2}{2} + e \right) \Theta \right] = [\rho v_n], \quad (2)$$

$$[\rho \Theta] = 0, \quad (3)$$

где ρ — массовая плотность смеси, \vec{v} — газодинамическая скорость, p — давление, e — энергия единицы объема, \vec{n} — вектор нормали к поверхности разрыва, $\Theta = N - v_n$ (N — скорость перемещения поверхности разрыва, Θ — скорость ее распространения в газе);

$$[b] = b^{(+)} - b^{(-)}, \quad (4)$$

$b^{(-)}$ и $b^{(+)}$ — значения параметра b до и после ударной волны.

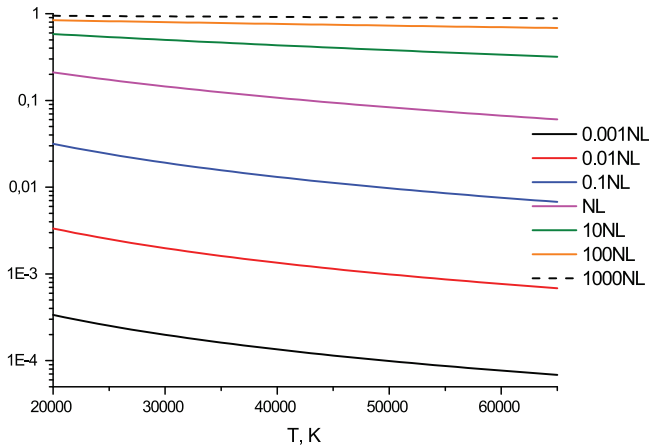


Рис. 1. Относительная числовая плотность атомов водорода для различных правых частей уравнения (7)

Такой подход сопряжен с необходимостью решения сложных систем нелинейных уравнений. Если мы рассматриваем течение одноатомного ионизованного газа, то он состоит только из атомов A_0 , ионов A_c с зарядом $+c$ (c от 1 до N , где N — номер элемента в таблице Менделеева) и свободных электронов e^- . В представленных условиях сохраняются ядра A_* и электроны e^- . Тогда вместо условия совместности (3) можно использовать соотношения:

$$[\tilde{n}_* \Theta] = 0, \quad (5)$$

$$[\tilde{n}_{e^-} \Theta] = 0, \quad (6)$$

где \tilde{n}_* — общее число ядер A_* , входящих в разные частицы A_c ; \tilde{n}_{e^-} — общее число электронов (свободных и входящих в частицы A_c , $c = 0, 1, \dots, N - 1$). В работе [3] был предложен альтернативный метод, позволяющий производить расчеты течений с ударными волнами, на основе замены закона (3) на законы сохранения.

В прошлом году был представлен доклад [4] с подробным выводом уравнения, позволяющего рассчитать состав одноатомного ионизованного газа за фронтом ударной волны:

$$\sum_{c=0}^N \frac{\tilde{n}_*^{(+)}}{\Phi(T_+, Y_+)} Z_c(T_+) Y_+^{N-c} (N - c) + Z_{e^-}^{tr}(T_+) Y_+ = \tilde{n}_e^{(-)} \frac{v_-}{v_+}. \quad (7)$$

Здесь Y_+ — функция от аддитивных инвариантов, $Z_{e^-}^{tr}$ — поступательная статистическая сумма электрона, $Z_c(T_+)$ — статистические суммы тяжелых частиц, $\Phi(T_+, Y_+)$ — линейная комбинация статистических сумм тяжелых частиц и функции аддитивных инвариантов.

В представленной работе рассматриваются решения уравнения (7) для водорода, гелия и азота с различными допустимыми максимальными степенями ионизации, изучается влияние правой части уравнения (7) на соотношение различных тяжелых частиц (атомов и ионов с разными зарядами) на равновесный состав плазмы за фронтом ударной волны. Выбор диапазона температур ограничен условиями, представленными в отчетах по данным *Hermes* и *FIRE II* [5]. Пример полученных результатов для относительной доли атомов водорода в газе представлен на рис. 1.

1. Кочин Н. Е., Кибель Н. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Т. 2. — М.: Физматгиз, 1963.
2. Черный Г. Г. Газовая динамика. — М.: Наука, 1978.
3. Rydalevskaya M. Simplified method for calculation of equilibrium plasma composition // Physica A. — 2017. — No. 476. — P. 49–57.
4. Рыдалевская М. А., Савельев А. С. Упрощенные модели описания поверхностей сильного разрыва в локально равновесных потоках идеальной плазмы // Материалы XXII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСПС'2021), 4–13 сентября 2021 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2021. — С. 446–447.
5. Cauchon D. L. Radiative heating results from FIRE II flight experiment at a re-entry velocity of 11.4 km/s. // Technical Report No. X-1402, NASA. NASA Technical Memorandum, 1967.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ С ДИФфуЗИОННЫМ ПЛАМЕНЕМ ПРИ ЧИСЛЕ МАХА 2*

А. Н. Семенов, С. А. Гапонов

ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия

Изучение химических процессов таких как горение в пограничном слое сохраняет свою актуальность в связи с широким распространением таких течений в разнообразных технических приложениях. В настоящее время накоплены определенные экспериментальные и численные результаты, выполненные на дозвуковых скоростях [1–3]. Однако такие работы на сверхзвуковых скоростях отсутствуют в силу сложности и многогранности процессов в пограничном слое с горением.

Использование автомодельного описания пограничного слоя для такого рода задач сильно ограничена в связи с тем, что вблизи передней кромки имеет место сингулярность. Также в распределении продольной компоненты скорости по толщине пограничного слоя присутствует ярко выраженный локальный максимум. Что же касается распределения температуры по пограничному слою при горении водорода и изменения вниз по потоку, то большинство работ выполнено при вдуве и горении метана или пропана. Поэтому известные на сегодняшний день данные

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №22-21-00017, <https://rscf.ru/project/22-21-00017/>.

не дают возможности дать однозначного ответа на вопрос о характере изменения по длине пластины температурного фронта пламени.

В докладе будут представлены результаты численного моделирования, выполненные с помощью программного комплекса ANSYS Fluent на пластине обтекаемой потоком со скоростью $M = 2$ при температуре $T_s = 600$ К и давлении $P_s = 30000$ Па. Пластина длиной 450 мм моделируется как пористая поверхность с фиксированной температурой $T_w = 300$ К, через которую вдувается водород (от 0,001 до 0,1 кг/м²с) по всей длине. Набегающий поток берется как идеальный газ, состоящий из кислорода и азота. Физические свойства каждой фазы определяются с помощью кинетической теории. В результате взаимодействия кислорода с водородом происходит горение и выделяется водяной пар. Горение моделировалось как 9-стадийная реакция.

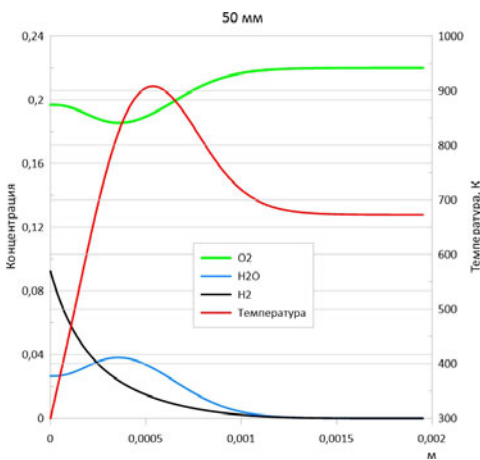


Рис. 1

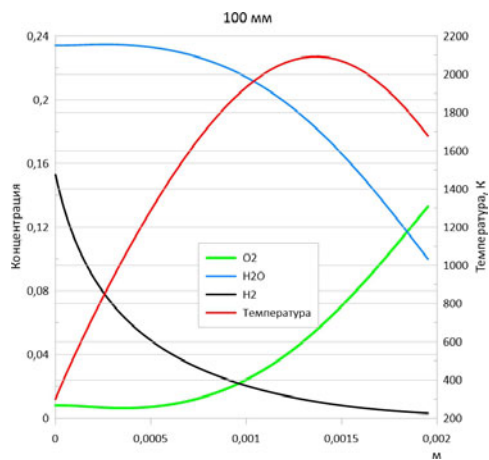


Рис. 2

На рисунках 1 и 2 представлены некоторые результаты моделирования. Показаны профили распределения температуры и объемной концентрации кислорода, водорода и водяного пара на расстоянии 50 и 100 мм от передней кромки для случая стационарного течения при инъекции водорода 0,1 кг/м²с. Место, где смыкаются концентрации кислорода и водорода является центром пламени, пиковые же значения температуры достигаются на немного большем отдалении от пластины. Стоит отметить, что вниз по потоку происходит рост температуры и концентрации водяного пара в центре пламени.

В настоящее время проводятся расчеты нестационарного течения.

1. *Volchkov E. P., Lukashov V. V., Terekhov V. V., Hanjalic K.* Characterization of the flame blow-off conditions in a laminar boundary layer with hydrogen injection // *Combustion and Flame*. — 2013. — V. 160. — P. 1999–2008. — DOI: 10.1016/j.combustflame.2013.04.004.
2. *Ha J. S., Shim S. H., Shin H. D.* Boundary layer diffusion flame over a flat plate in the presence and absence of flow separation // *Combust. Sci. Technol.* — 1991. — V. 75. — P. 241–260.
3. *Kozlov V. V., Grek G. R., Korobeinichev O. P., Litvinenko Yu. A., Shmakov A. G.* Features of diffusion combustion of hydrogen in the round and plane high-speed microjets (part II) // *International Journal of Hydrogen Energy*. — 2016. — V. 41, No. 44. — P. 20240–20249.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГИПОТЕЗЫ ЗЕЛЬДОВИЧА–БАРЕНБЛАТТА ДЛЯ МЕТАНОВОЗДУШНОГО ПЛАМЕНИ

А. А. Чернов^{1,2}, К. В. Торонецкий²

¹ИХКГ СО РАН, Новосибирск, Россия; ²СГУГиТ, Новосибирск, Россия

Скорость предварительно перемешанного турбулентного пламени в каждой точке при малом числе Рейнольдса, по крайней мере до $Re < 60000$, фактически равна локальной скорости распространения деформированного ламинарного пламени в этой точке [1, 2]. Ключевые моменты, которые привели к современному пониманию природы условий гидродинамической устойчивости и неустойчивости, начинаются с работ Дарье и Ландау [3, 4], которые рассматривали пламя как бесструктурную поверхность, разделяющую сгоревшие и несгоревшие газы и движущуюся с постоянной скоростью относительно потока и с последующей работы Маркштейна [5] в которой он феноменологически учел в виде поправки на скорость пламени эффекты взаимодействия диффузии, теплопроводности и химических превращений, возникающие во фронте пламени в виде поправки на скорость распространения пламени, названной впоследствии коэффициентом Маркштейна μ . Зельдович с Баренблаттом в 1960-х опубликовали ряд работ по теории распространения пламени и термодиффузионной неустойчивости фронта пламени. Хорошо и комплексно описано в главе 6 монографии 1980 г. Решение методом малых возмущений уравнений Эйлера (1) и неразрывности (2) при описании движения газа через фронт пламени позволяет получить характеристическое уравнение относительно инкремента неустойчивости.

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + (\vec{U} \nabla) \vec{U} = -\frac{1}{\rho} \nabla P, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \vec{U} = 0. \quad (2)$$

Если приращение давления до фронта и после фронта равны, то получаем абсолютную неустойчивость Дарье–Ландау. Из-за сопротивления пламени возмущениям и силы тяжести приращение не равно нулю [6]:

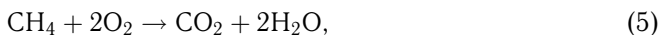
$$P'_1 - P'_2 = (\rho_1 - \rho_2) g x_f - 2\rho_1 (u_n^0)^2 (\sigma - 1) \mu \frac{\partial^2 x_f}{\partial y^2}. \quad (3)$$

Сопротивление возникает из-за линейной зависимости скорости горения от кривизны фронта пламени, предложенное Маркштейном. Гипотеза Зельдовича–Баренблатта заключается в зависимости коэффициента Маркштейна μ от двух слагаемых, связанных с температуропроводностью χ (или диффузией D) и с интенсивностью химических превращений [6], которую они установили при разработке теории термодиффузионной неустойчивости и представили в виде формулы (4):

$$\mu = \left[l_f \frac{D}{\chi} \right]_{ThDiff} + \left[l_f \frac{(\chi - D) Ze}{\chi} \frac{Ze}{2} \right]_{ThChem}. \quad (4)$$

Для численного моделирования бунзеновского стехиометрического метановоздушного пламени был использован решатель CFD для осесимметричного ламинарного реагирующего потока с подробными кинетическими механизмами на основе открытого кода OpenFOAM [7]. При оценке скорости диффузии используется усредненный коэффициент диффузии смеси отдельных компонентов, который

определяется по упрощенным правилам. Это справедливо для чисел Льюиса близких к 1. Для описания химических превращений использовалась одностадийная реакция окисления метана [8]:



$$\frac{d[\text{CH}_4]}{dt} = C_{\text{CH}_4}^{0.7} \cdot C_{\text{O}_2}^{0.8} \cdot A \cdot \exp(-E/RT). \quad (6)$$

Формат представления константы: $\text{kmol}, \text{m}^3, \text{s}, \text{K}, \text{cal}$. Энергия активации во всех расчетах $E = 47$ килокалорий. Предэкспоненциальный множитель в расчетах был принят равным $A = 1,4 \cdot 10^{12}$.

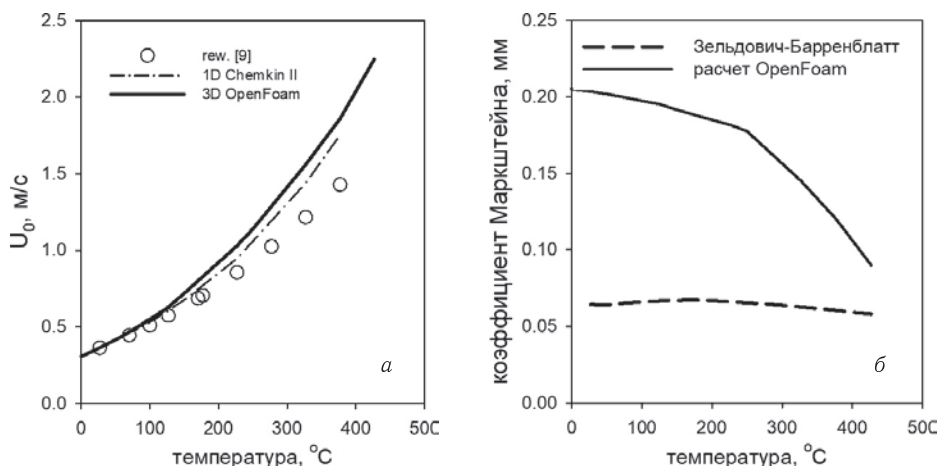


Рис. 1. Зависимость скорости распространения пламени (а) и коэффициента Маркштейна (б) от температуры. Стехиометрическое метановоздушное пламя

На рис. 1, а линией представлены результаты 1D- и 3D-моделирования стехиометрического метановоздушного пламени одностадийной кинетикой в виде зависимости скорости распространения пламени от температуры в сравнении с обзором и экспериментами из работы [9]. Наблюдается очень хорошее согласие при температурах до 200 °С. Это позволяет удостовериться в правильности сравнения аналитической и численной, с помощью программы OpenFoam, зависимости коэффициента Маркштейна от увеличения скорости горения, которая в свою очередь увеличивается с повышением начальной температуры горючей смеси. Из рис. 1 б видно, что коэффициент Маркштейна полученный численно в несколько раз больше полученного с помощью формулы (4). С повышением температуры эта разница уменьшается. Отсюда можно сделать вывод, что гипотеза Зельдовича–Баренблатта справедлива и является асимптотическим выражением для коэффициента Маркштейна. Разница между численными расчетами и аналитическими выводами Зельдовича–Баренблатта можно отнести к упрощениям принятым при решении уравнений Эйлера, по сравнению с прямым численным решением уравнений Навье–Стокса, реализованным коде OpenFoam.

1. Clavin P. // Prog. Energy Combust. Sci. — 1985. — V. 11. — P. 1–59.
2. Sina Kheirkhah, Omer L. Gulder. // Combustion and Flame. — 2014. — V. 161. — P. 2614–2626.
3. Darrieus G. Propagation d'un front de flamme // 1938. Unpublished work; presented at La Technique Moderne (Paris) and in 1945 at Congrès de Mécanique Appliquée (Paris).

4. Landau L. On the Theory of Slow Combustion // Dynamics of Curved Fronts. — 1944. — V. XIX, No. 1. — P. 403–411.
5. Markstein G. Nonsteady flame propagation. — New York: McMillan Publication, 1964.
6. Зельдович Я. Б., Баренблатт Г. И., Либрович В. Б., Махвиладзе Г. М. Математическая теория горения и взрыва. — М.: Наука, 1980. — С. 265, 407.
7. Weller H. G., Tabor G., Jasak H., Fureby C. // Comput. Phys. — 1998. — V. 12(6). — P. 620–631.
8. Charles K. Westbrook, Frederick L. Dryer. Combustion Science and Technology. — 1981. — V. 27. — P. 31–43.
9. Erjiang Hu, Xiaotian Li, Xin Meng, Yizhen Chen, Yu Cheng, Yongliang Xie, Zuohua. // Fuel. — 2015. — V. 158 (15 October). — P. 1–10.

ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ УДАР СТРУИ ЖИДКОСТИ ПО ЖИДКОСТИ И ВЛАЖНОЙ СТЕНКЕ*

А. А. Аганин

ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

При высокоскоростном ударе жидкости по сухой стенке в бьющей жидкости возникает ударная волна, уходящая от стенки. На первой стадии край этой волны остается присоединенным к стенке, а на второй — отрывается от нее, в результате чего возникает боковое растекание жидкости, сжатой ударной волной. На первой стадии максимум давления на стенке достигается на кромке ударной волны и в ходе сжатия возрастает. На второй же стадии он быстро убывает. В настоящей работе аналогичное разбиение на две стадии проводится для удара жидкости по жидкости и по стенке, смоченной очень тонким слоем жидкости. В первом случае аналогичное разбиение очевидно. Во втором случае в качестве бьющей жидкости принимается ее поток за фронтом ударной волны, возникающей в смачивающей стенку жидкости и падающей на стенку. Завершение первой стадии определяется моментом перехода от регулярного отражения падающей ударной волны к нерегулярному (Маховскому).

Для описания максимальных давлений в ходе первой стадии удара по сухой стенке можно применять аналитические выражения известной теории Хейманна [1]. В настоящей работе приводятся аналогичные аналитические выражения для ударного воздействия на жидкость и смоченную стенку. Подробно рассмотрен вариант, в котором роль бьющей и испытывающей удар жидкостей играет вода. Показано, что довольно хорошую аппроксимацию характеристик удара по жидкости при числе Маха удара M вплоть до $M = 1$ можно получить из выражений теории Хейманна для удара по сухой стенке при в два раза меньшем угле удара и в два раза меньшем значении числа Маха удара. Выявлено, что в случае стенки, равномерно смоченной очень тонким слоем жидкости, характеристики удара близки к тем, что соответствуют удару по сухой стенке. Продемонстрировано, что приведенные аналитические выражения можно использовать для построения ударно-волновой картины в ходе первых стадий удара струи жидкости по жидкости и влажной стенке.

1. *Heymann F.J.* High-speed impact between a liquid drop and a solid surface // *J. Appl. Phys.* — 1969. — V. 40, No. 13. — P. 5113–5122.

*Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда №21-11-00100. Автор благодарен Т. С. Гусевой за проведенные расчеты и полезные обсуждения.

СОБСТВЕННЫЕ И ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЗАЖАТОГО ГАЗОВОГО ПУЗЫРЬКА*

А. А. Алабужев^{1,2}, М. А. Пьянкова¹

¹ИМСС УрО РАН, Пермь, Россия; ²ПГНИУ, Пермь, Россия

В данной работе исследуется динамика газового пузырька, окруженного несжимаемой жидкостью и зажатого между двумя параллельными твердыми поверхностями. Внешняя граница жидкости является свободной недеформируемой. В равновесии пузырек и жидкость имеют форму круговых цилиндров высотой h^* и радиусов r_0^* и R_0^* , соответственно. Равновесный краевой угол между боковой поверхностью пузырька (внешней поверхностью жидкости) и твердой плоскостью прямой. Динамика линии контакта учитывается с помощью эффективного граничного условия [1], которое является именным условием Хокинга [2]:

$$\frac{\partial \zeta^*}{\partial t^*} = \Lambda_{u,l}^* \vec{k} \cdot \vec{\nabla} \zeta^*, \quad (1)$$

где ζ^* — отклонение поверхности раздела от положения равновесия, \vec{k} — вектор внешней нормали, $\Lambda_{u,l}^*$ — параметр Хокинга на верхней и нижней пластине, соответственно. Параметр Хокинга характеризует силу взаимодействия линии контакта с подложкой [1–5].

Мы пренебрегли вязким и тепловым рассеянием, а также потерями на акустическое излучение. Однако, поскольку применяемое условие Хокинга включает в себя собственный механизм диссипации энергии, собственные колебания затухают при конечных значениях безразмерного параметра $\lambda_{u,l}$. Для собственных колебаний любой политропный процесс сопровождается дополнительной интенсивной диссипацией, отличным от механизма Хокинга. Независимо от λ это затухание приводит к полному затуханию колебаний за несколько периодов.

Фундаментальная частота объемных колебаний может обращать в нуль на некотором интервале значений $\lambda_{u,l}$, что связано с диссипацией энергии на линии контакта. Это интервал увеличивается в ростом геометрического параметра $b = r_0^*/h^*$. Частоты поверхностных гармоник также может обращаться в нуль при некотором $\lambda_{u,b}$, но длина интервала λ уменьшается с увеличением b . Это связано с затуханием поверхностных волн с увеличением площади поверхности пузырька. Отметим, что при $b \ll \pi_{-1}$ инкремент затухания становится отрицательным, что соответствует возникновению неустойчивости Рэлея–Плато. В общем случае, коэффициент затухания определяется суммой значений λ_u и λ_l .

Спектр собственных частот, зависящий от безразмерного давления газа в пузырьке P_0 . Эта зависимость приводит к нетривиальному взаимодействию колебаний объема и формы и обнаруженной перестройке ветвей спектра. Во-первых, собственные частоты сжимаемого пузырька могут как монотонно убывать с λ , как и в случае несжимаемой капли, так и монотонно расти. Во-вторых, явление двойного резонанса (частота объемных колебаний близка к частоте одной из гармоник) характеризуется слабой диссипацией. Что важно, этот баланс частот не зависит от λ .

В задаче о вынужденных колебаниях основную роль играют пространственно однородные пульсации поля давления, вызывающие объемные колебания пузырька. Анализ вынужденных колебаний подтвердил существование резонансных явлений.

*Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (тема №121031700169-1).

В рассматриваемом случае, из-за различающихся $\lambda_{u,l}$, возбуждаются как четные, так и нечетные гармоники. Пик двойного резонанса намного сильнее обычных резонансов.

1. Алабузев А. А., Кашина М. А. Влияние различия свойств поверхностей на осесимметричные колебания сжатой капли в переменном электрическом поле // Изв. Вузов. Радиофизика. — 2018. — Т. 61, №8–9. — С. 662–676.
2. Hocking L. M. The damping of capillary-gravity waves at a rigid boundary // J. Fluid Mech. — 1987. — V. 189. — P. 253–266.
3. Fayzrakhmanova I. S., Straube A. V., Shklyayev S. Bubble dynamics atop an oscillating substrate: Interplay of compressibility and contact angle hysteresis // Phys. Fluids. — 2011. — V. 23. — 102105.
4. Алабузев А. А. Поведение цилиндрического пузырька под действием вибраций // Вычислительная механика сплошных сред. — 2014. — Т. 7, №2. — С. 151–161.
5. Alabuzhev A.A. Forced Axisymmetric Oscillations of a Drop, which is Clamped Between Different Surfaces // Microgravity Sci. Tech. — 2020. — V. 32(1–2). — P. 545–553.

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОГРЕВА КАПЕЛЬ АВИАЦИОННЫХ ТОПЛИВ И ИХ СУРРОГАТОВ*

Д. В. Антонов, И. А. Зубрилин, П. А. Стрижак

ТПУ, Томск, Россия

Эффективность процессов зажигания и горения топлив в транспортных двигателях имеет вносит существенный вклад в их результирующий КПД [1]. Настройка оптимальных режимов первичного впрыска и вторичного дробления капель топлив возможна с применением инструментов численного моделирования взаимосвязанных процессов теплопереноса в камере сгорания. Однако для создания соответствующих прогностических моделей необходим большой массив экспериментальных данных. Как известно, зажиганию жидких топлив предшествует фаза их прогрева и испарения. Цель настоящей работы — экспериментальное исследование характеристик прогрева капель жидких топлив и их суррогатов в условиях, соответствующих камерам сгорания автомобильных и авиационных двигателей.

Исследования проведены для авиационного керосина марки ТС-1 и нескольких видов его суррогатов (SU1, SU2, SU4, SU10, SU11), а также дизельного топлива и его суррогатов DS1, DS2, DS3. Состав керосина и некоторых исследованных суррогатов представлен в [2]. Нагрев капель осуществлялся в муфельной трубчатой печи (диапазон температур от 30 до 3000 °С). Исследуемые капли генерировались электронным дозатором (начальный диаметр капель $0,89 \pm 0,05$ мм) и вводились в область регистрации с помощью координатного механизма, на конце которого находился спай малоинерционной термопары типа К диаметром 0,3 мм. Регистрация изменений температуры разогретой области T во время проведения экспериментов выполнялась с использованием системы, состоящей из комплекса сбора данных National Instruments и малоинерционных термопар типа К с систематической погрешностью измерения температуры менее чем ± 3 К и систематической погрешностью измерения времени 0,1 с. Начальная температура капель составляла 300 ± 5 К. Давление газовой среды в печи соответствовало атмосферному, температура контролировалась термопарой и составляла 640 ± 10 К. Процессы нагрева

*Работа выполнена при поддержке программы «Приоритет-2030» Национального исследовательского Томского политехнического университета (Приоритет-2030-НИП/ЭБ-038-1308-2022).

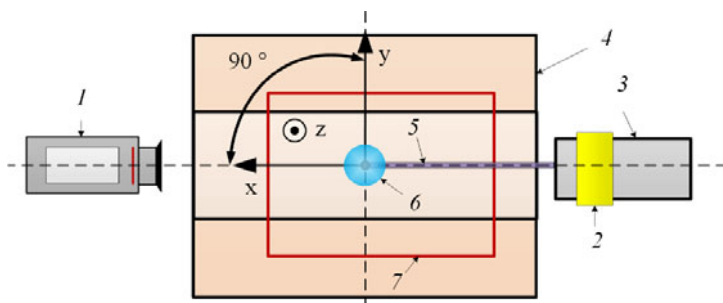


Рис. 1. Схема экспериментального стенда: 1 — высокоскоростная видеокамера; 2 — прожектор; 3 — координатное устройство; 4 — муфельная печь; 5 — малоинерционная термопара; 6 — капля; 7 — регистрационная область

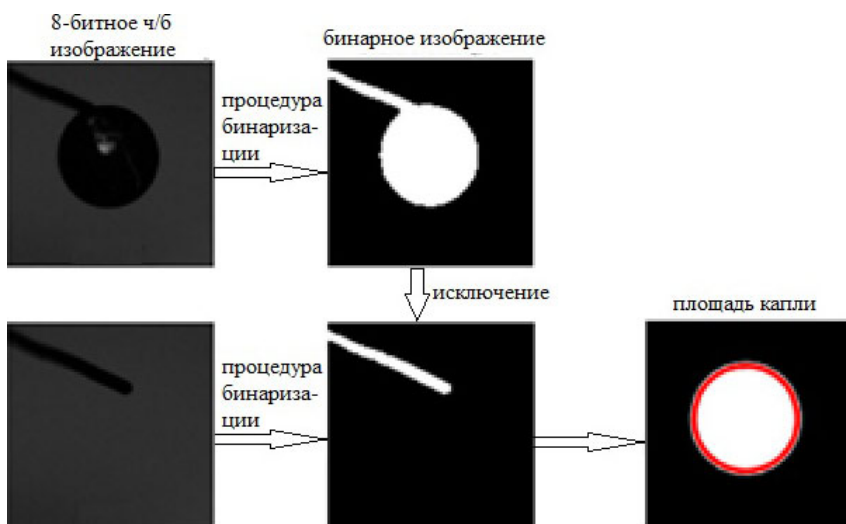


Рис. 2. Алгоритм анализа видеок кадров с изображениями капель в ПО MatLab

и испарения капель регистрировались с помощью высокоскоростной видеокамеры с частотой видеок кадров 3260 за 1 с при разрешении 1280×800 пикс. Видеорегистрация инициировалась в момент достижения каплей области регистрации. Схема экспериментального стенда показана на рис. 1.

Полученные по результатам экспериментов видеок кадры обрабатывались с использованием ПО MatLab. Для определения размеров капель по видеоизображениям при их набухании и испарении использовали специально разработанный программный код в среде MatLab. Видеок кадры, иллюстрирующие эволюцию формы капель, были переведены в формат. avi и использовались в качестве исходных данных программы. Затем видеок кадры преобразовывались в последовательность 8-битных черно-белых изображений. На следующем этапе выполнялась бинаризация изображений. Порог бинаризации подбирали индивидуально для каждой серии экспериментов по методу Оцу. В этом методе вычитание фона от объекта исследований (в нашем случае капли) осуществляется через адаптивный порог. Область, занимаемая держателем, исключалась из бинарных изображений. Функция «fill the gaps» применялась для заполнения пустых областей, образующихся из-за световых бликов, отражающихся от поверхности несферических капель, и держателя после

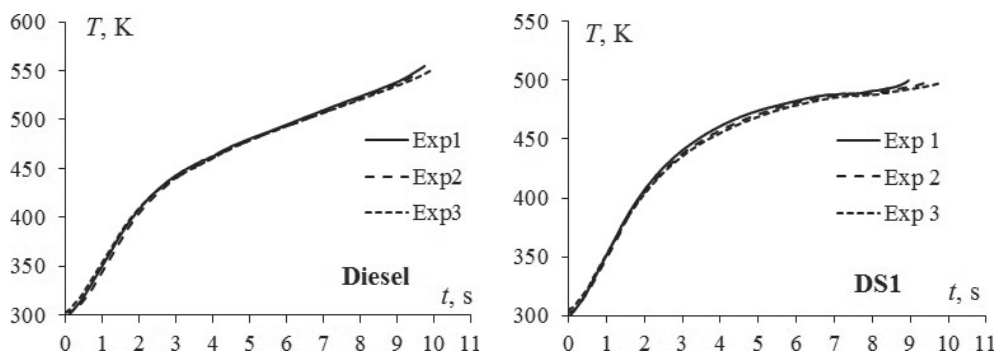


Рис. 3. Изменение температуры в центральной части капли топлива (область держателя — малоинерционной термопары) при нагреве в муфельной печи

процедуры его исключения из области изображения. На последнем этапе определялось число пикселей изображения, занятого реальной несферической и несимметричной каплей с последующим расчетом фактической ее площади. Эквивалентный радиус определялся как радиус круга с площадью, эквивалентной фактической площади, занимаемой несферической несимметричной каплей. Для повышения точности результатов измерений каждый опыт повторяли 3 раза. Систематические ошибки измерения начальных радиусов капель не превышали 0,044 мм. Сумма ошибок измерений (систематическая и случайная) не превышала $\pm 0,05$ мм. Последовательность обработки изображений представлена на рис. 2.

Рисунок 3 иллюстрирует изменение температуры в центре капли (область держателя) при нагреве в муфельной печи.

Результаты проведенных экспериментов (рис. 3) характеризуются хорошей повторяемостью. Полученные зависимости позволяют оценить время пребывания капель в камере сгорания, необходимое для фазового перехода и начала процессов зажигания и горения.

1. Eckel G., Grohmann J., Cantu L., Slavinskaya N., Kathrotia T., Rachner M., Le Clercq P., Meier W., Aigner M. LES of a swirl-stabilized kerosene spray flame with a multi-component vaporization model and detailed chemistry // *Combust. Flame.* — 2019. — V. 207. — P. 134–152.
2. Pinheiro A. P., Rybdylova O., Zubrilin I. A., Sazhin S. S., Sacomano F., Fernando L., Vedovotto J. M. Modelling of aviation kerosene droplet heating and evaporation using complete fuel composition and surrogates // *Fuel.* — 2021. — V. 305. — 121564.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ ЗАДЕРЖКИ МИКРО-ВЗРЫВНОЙ ФРАГМЕНТАЦИИ ДВУХЖИДКОСТНЫХ КАПЕЛЬ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАЗНЫХ КРИТЕРИЕВ*

Д. В. Антонов, Г. В. Кузнецов, П. А. Стрижак

ТПУ, Томск, Россия

Основные ограничения применимости моделей микро-взрывного распада неоднородных капель [1] связаны с отсутствием адекватных экспериментальных сведе-

*Работа выполнена при поддержке гранта Министерства науки и высшего образования РФ, соглашение № 075-15-2020-806 (договор № 13.1902.21.0014).

ний и сложностью вычислений. Известны специфические факторы и процессы [2], сдерживающие создание более общей модели микро-взрывного распада двухжидкостных капель. Перспективным представляется выполнение теоретических исследований с использованием предельных условий вторичного разрушения [1]: 1 — по перегреву границы раздела вода/топливо выше температуры начала взрывного кипения, 2 — по критическому размеру пузыря перед распадом, 3 — по превышению давления в паровой пленке. Цель исследования — определение границ применимости моделей микро-взрывной фрагментации двухжидкостных капель при интенсивном нагреве с использованием трех известных критериев.

Теплофизические свойства компонентов модельной композиции «вода — дизельное топливо» в зависимости от температуры представлены в [3]. Наличие в составе двухкомпонентной капли горючей и негорючей жидкостей является обязательным условием микро-взрывной фрагментации и вторичного распада [4].

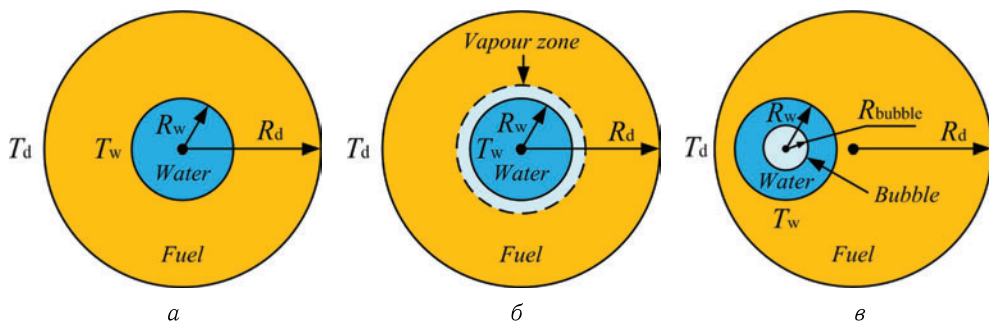


Рис. 1. Схема области решения задачи по изучению фрагментации двухжидкостной капли на основе разных критериев: а — критерий 1; б — критерий 2; в — критерий 3

Критерий 1. Температурное распределение в двухжидкостной капле описывается уравнением:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial R^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial T}{\partial R} \right) + P(t, R), \quad \kappa = \begin{cases} \kappa_w = k_w / (c_w \rho_w) & \text{при } R \leq R_w, \\ \kappa_f = k_f / (c_f \rho_f) & \text{при } R_w < R \leq R_d, \end{cases}$$

$k_{w(f)}$, $c_{w(f)}$ и $\rho_{w(f)}$ — теплопроводность, удельная теплоемкость и плотность воды (жидкого топлива) соответственно; R — расстояние от центра капли; t — время; $P(R; t)$ — источник дополнительного нагрева капли. Граничные условия:

$$T(t=0) = \begin{cases} T_{w0}(R) & \text{при } R \leq R_w, \\ T_{f0}(R) & \text{при } R_w < R \leq R_d, \end{cases} \quad T|_{R=R_w^-} = T|_{R=R_w^+},$$

$$k_w \frac{\partial T}{\partial R} \Big|_{R=R_w^-} = k_f \frac{\partial T}{\partial R} \Big|_{R=R_w^+}, \quad h(T_{eff} - T(R_d)) = k_f \frac{\partial T}{\partial R} \Big|_{R=R_d-0},$$

h — коэффициент теплоотдачи из уравнения $T_{eff} = T_g + \rho_f L \dot{R}_{d(e)}/h$. Предполагается, что $T_{w0}(R_w) = T_{f0}(R_w)$. Условие $\dot{R}_{d(e)} \equiv dR_d/dt|_{\rho_f = \text{const}}$ позволяет учесть изменение значения R_d вследствие испарения капли. Основные выкладки решения представлены в [5].

Критерий 2. Основным отличием являлся учет баланса сил, действующих на каплю в процессе нагрева вследствие силы поверхностного натяжения, давления паров воды в капле и давления внешней газовой среды. Критерием микро-взрывного распада являлось достижение условия превышения силы давления в паровой

пленке на границе раздела вода/топливо по сравнению с силами поверхностного натяжения и давления внешней газовой среды: $F_{sat} \geq F_{sigma} + F_{amb}$, где F_{sat} — сила со стороны давления паров в капле, Н; F_{sigma} — сила со стороны поверхностного натяжения, Н; F_{amb} — сила давления внешней газовой среды, Н. $F_{amb} = P_a \cdot \pi \cdot R_d^2$, $P_a = 101325$ Па, $F_{sat} = P_{sat} \cdot 4 \cdot \pi \cdot R_w^2$, $P_{sat} = P_a \cdot \exp\left[\frac{L_w M_w}{R_{gas}} \left(\frac{1}{T_{sat}} - \frac{1}{T_w}\right)\right]$, $F_{sigma} = \sigma_l \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_d$, где σ_l — поверхностное натяжение в виде зависимости от температуры поверхности капли T_s , Н/м.

Критерий 3. Модель основана на предположении о концентрации парового пузыря в центре водяного ядра. Уравнение переноса объемной доли жидкой фазы в ячейке

$$\frac{\partial F_i}{\partial t} + \nabla(\vec{v}F_i) = \frac{\dot{m}_i}{\rho},$$

где i — номер фазы; F — объемная доля жидкой фазы; t — время, с; ∇ — оператор набла; \vec{v} — вектор скорости, м/с; \dot{m} — скорость межфазного переноса, кг/(м³ · с); ρ — плотность, кг/м³. Уравнение энергии

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla(\vec{v}(\rho E + p)) = \nabla(k_{eff}\nabla T) + P(R, t),$$

где t — время, с; ρ — плотность, кг/м³; E — энергия, Дж; \vec{v} — вектор скорости, м/с; ∇ — оператор набла; p — давление, Па; k_{eff} — теплопроводность, Вт/(м · К); T — температура, К; $P(R, t)$ — дополнительный источник тепла.

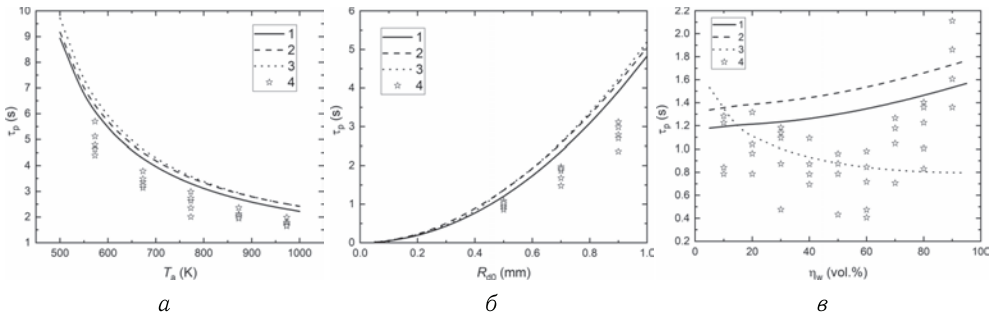


Рис. 2. Времена задержки микро-взрывного распада капель вода/дизельное топливо как функции от температуры внешней газовой среды (а), начальных размеров капель (б) и концентраций химически инертного компонента (воды) (в) с использованием разных критериев фрагментации (1, 2, 3); 4 — экспериментальные данные

Полученные результаты (рис. 2) показывают, что на отличия τ_d при использовании различных критериев микро-взрывного распада многокомпонентных капель умеренно влияют температура газовой среды и начальные размеры капель. Максимальные отличия времени задержки распада по трем критериям не превышают 8%. Существенное влияние на времена задержки микро-взрывного распада оказывает концентрация дисперсной фазы (воды).

1. Avulapati M. M., Ganippa L. C., Xia J., Megaritis A. Puffing and micro-explosion of diesel-biodiesel-ethanol blends // Fuel. — 2016. — V. 166. — P. 59–66.
2. Sazhin S. S., Rybdylova O., Crua C., Heikal M., Ismael M. A., Nissar Z., Rashid A., Aziz B. A. A simple model for puffing/micro-explosions in water-fuel emulsion droplets // Int. J. Heat. Mass. Transf. — 2019. — V. 131. — P. 815–821.

3. *Glushkov D. O., Strizhak P. A., Vershinina K. Y.* Minimum temperatures for sustainable ignition of coal water slurry containing petrochemicals // *Appl. Therm. Eng.* — 2016. — V. 96. — P. 534–546.
4. *Antonov D. V., Piskunov M. V., Strizhak P. A.* Breakup and explosion of droplets of two immiscible fluids and emulsions // *Int. J. Therm. Sci.* — 2019. — V. 142. — P. 30–41.
5. *Sazhin S. S., Bar-Kohany T., Nissar Z., Antonov D., Strizhak P. A., Rybdylova O. D.* A new approach to modelling micro-explosions in composite droplets // *Int. J. Heat. Mass. Transf.* — 2020. — V. 161. — Article number 120238.

УДАР МИКРОСТРУИ ВОДЫ ПО МИКРОВОЛОКНУ*

А. В. Базилевский, А. Н. Рожков

ИПМех РАН, Москва, Россия

Удар жидкой капли или струи о твердое препятствие — фундаментальный гидродинамический процесс, часто встречающийся в природе и технике. Известны многочисленные исследования удара капли жидкости о твердые поверхности различной геометрии. В основном изучались большие капли (диаметр 2–4 мм) и малые скорости удара (до 3 м/с), что объясняется относительной простотой проведения таких экспериментов. Задача усложняется для капель и струй диаметром 40–50 мкм, движущихся со скоростью более 3 м/с. Здесь уже требуются специальные методы генерации и визуализации капель. В последнее время актуальность исследований удара капель и струй также связана с распространением COVID19, заражение которым зачастую происходит в результате чихания и кашля носителем вируса. Инфекция передается микрокаплями ротовой жидкости. Типичные параметры процесса: диаметр капли $d_i \sim 100$ мкм, скорость движения капли $v_i \sim 10$ м/с [1, 2]. С другой стороны, важной характеристикой защитной медицин-

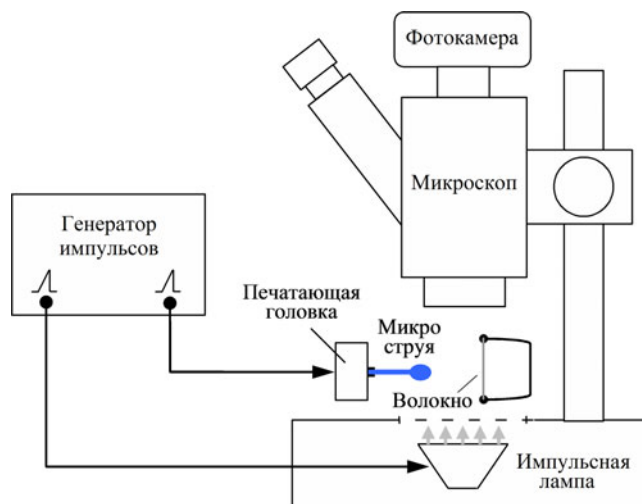


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

*Статья подготовлена в рамках государственного задания № АААА-А17-117021310375-7 и при поддержке гранта РФФИ 20-04-60128 Вирусы.

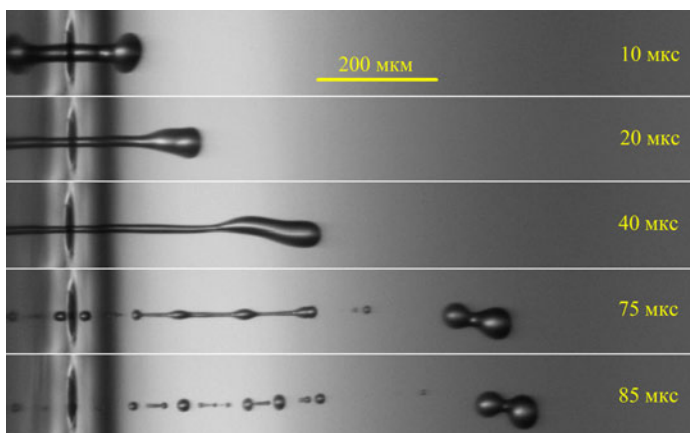


Рис. 2. Выброс и распад микроструи воды. Скорость струи $v_i = 10$ м/с. Указано время, прошедшее после начала выброса струи

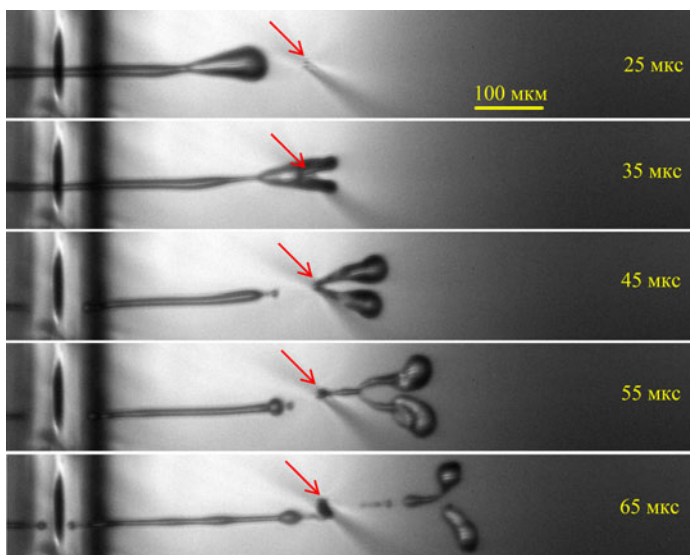


Рис. 3. Столкновение микроструи воды со стекловолокном диаметром $d_t = 8$ мкм. Скорость струи $v_i = 10$ м/с. Вид вдоль оси волокна. Стрелка показывает положение волокна

ской маски, рабочий элемент которой — сетка из цилиндрических микроволокон, является ее способность задерживать/тормозить падающие на нее капли.

Целью работы являлось создание методики и экспериментальное моделирование столкновения микрокапель с микропрепятствиями при параметрах столкновения, близких к реальным ситуациям. Исследовался выброс и удар импульсной микроструи воды диаметром $d_i = 40$ – 50 мкм по цилиндрическим микроволокнам (полимерным и стеклянным) диаметром $d_t = 8$, 12 и 23 мкм. Скорость струи $v_i = 10$ м/с. Значения чисел Вебера и Рейнольдса равны: $We_i = \rho v_i^2 d_i / \gamma = 71$ (при $d_i = 50$ мкм), $We_t = \rho v_i^2 d_t / \gamma = 11,4$ (при $d_t = 8$ мкм) и $Re_i = \rho v_i d_i / \mu = 500$ (при $d_i = 50$ мкм), $Re_t = \rho v_i d_t / \mu = 80$ (при $d_t = 8$ мкм), где $\rho = 1000$ кг/м³, $\gamma = 0,07$ Н/м, $\mu = 0,001$ Па · с — плотность, поверхностное натяжение и вязкость воды, соот-

ветственно. Для формирования микроструй использовалась струйная печатающая головка Hewlett Packard ThinkJet, функционирующая на термоструйном принципе и управляемая микропроцессорным генератором импульсов [3]. Для визуализации процесса выброса и удара струи печатающая головка располагалась на предметном столике микроскопа, оборудованного фотокамерой (рис. 1). Микрофотосъемка при импульсном освещении с регулируемой задержкой вспышки относительно начала выброса струи позволила проследить стадии удара с хорошим временным и пространственным разрешением.

На рис. 2 представлены фотографии последовательных стадий импульсного выброса струи воды. Объем жидкости в головной части струи постепенно увеличивается, а диаметр ее цилиндрической части уменьшается. Формируется струя характерной формы, где основная часть жидкости сосредоточена в ее головной части. После отрыва струи от сопла начинается ее капиллярный распад по механизму Рэлея.

На рис. 3 показаны стадии столкновения микроструи с микроволокном. Наблюдается разделение струи на две симметричные части. При этом не происходит обтекание волокна струей с сохранением сплошности, как это часто имеет место при ударе свободно падающих капель диаметром $d_i = 2-3$ мм по цилиндрическим мишеням диаметром менее $d_t = 1$ мм [4–6].

1. *Dbouk T., Drikakis D.* On coughing and airborne droplet transmission to humans // *Phys. Fluids.* — 2020. — V. 32. — P. 053310.
2. *Bourouiba L.* Fluid Dynamics of Respiratory Infectious Diseases // *Annual Review of Biomedical Engineering.* — 2021. — V. 23. — P. 547–577.
3. *Базилевский А. В., Мейер Д. Д., Рожков А. Н.* Динамика и разрушение импульсных микроструй полимерных жидкостей // *Известия РАН. МЖГ.* — 2005. — №3. — С. 45–63.
4. *Lorceau E., Clanet C., Quere D.* Capturing drops with a thin fiber // *Journal of Colloid and Interface Science.* — 2004. — V. 279. — P. 192–197.
5. *Kim S., Kim W.* Drop impact on a fiber // *Physics of Fluids.* — 2016. — V. 28. — P. 042001.
6. *Fedyushkin A. I., Rozhkov A. N., Rudenko A. O.* Collision of water drops with a thin cylinder // *J. Phys.: Conf. Ser.* — 2021. — V. 2057. — P. 012034.

РАСЧЕТНЫЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ВОЗМОЖНОСТИ СОЗДАНИЯ СЕМЕЙСТВА ТРАНСПОРТНЫХ САМОЛЕТОВ РАЗЛИЧНОЙ ГРУЗОПОДЪЕМНОСТИ

**А. Л. Болсуновский, Н. П. Бузоверя, Н. Н. Брагин,
В. Б. Курилов, О. Э. Сорокин, И. Л. Чернышев**

ЦАГИ, Жуковский, Московская обл., Россия

В работе предложена технология проектирования крыльев различной площади для создания линейки перспективных тяжелых самолетов с двумя и четырьмя двигателями типа ПД-35. Для упрощения и удешевления создания большого самолета внешняя консоль крыла взята от крыла «младшего» члена семейства, а площадь увеличена за счет нового центроплана. Спроектирована аэродинамическая компоновка крыльев обоих самолетов. Изложено описание особенностей аэродинамического проектирования каждой из аэродинамических компоновок. Показано, что спроектированные крылья со стреловидностью $\chi_j = 24^\circ$ обеспечивают крейсерский полет со скоростью $M = 0,77-0,8$ (820–850 км/ч). Эксперимент в АДТ Т-106 подтвердил достижение целей проектирования.

Выполнена экспертная оценка потерь аэродинамического качества при предложенном подходе к проектированию составного крыла. Для этого проведена свободная оптимизация крыла увеличенной площади с той же формой в плане и распределением относительных толщин вдоль размаха. Показано, что скоростные свойства не изменяются. В то же время максимальное аэродинамическое качество компоновки с составным крылом меньше на $\sim 1,5\%$.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПУЛЬСАЦИЙ ПАРАМЕТРОВ ПОТОКА В ОБЛАСТИ ХВОСТОВОГО ОПЕРЕНИЯ НА РЕЖИМЕ ПОСАДКИ САМОЛЕТА

**Ю. Н. Бородина¹, Г. В. Бирюков¹, Н. Н. Брагин¹, М. Ф. Гарифуллин¹,
Д. Б. Корнеева¹, А. Ю. Слитинская^{1,2}**

¹ЦАГИ, Жуковский, Московская обл., Россия; ²МАИ, Москва, Россия

Экспериментальные исследования нестационарных параметров потока в следе механизированного крыла в области хвостового оперения выполнены в аэродинамической трубе АДТ Т-103 ЦАГИ. Измерения параметров потока осуществлялось с помощью многоствольного насадка ПДД-1 (оборудованного малогабаритными датчиками давления с короткими дренажными каналами) и 32 канальной гребенки приемников динамического давления ГПДД32. В качестве объекта исследований использовалась тематическая масштабная модель двухдвигательного пассажирского самолета со стреловидным крылом большого удлинения с выпущенной механизацией без горизонтального оперения. Испытания проводились в диапазоне углов атаки $\alpha = 0-8^\circ$ и скорости набегающего потока $V = 50$ м/с при нескольких высотах расположения модели самолета от экрана ($\bar{h} = 0,9-4$), имитирующего землю. Рассмотрено влияние углов отклонения секций тормозных щитков и интерцепторов на характеристики течения в следе в области расположения горизонтального оперения в полосе частот от 0 до 2 кГц. По результатам проведенных исследований даны рекомендации по выбору углов отклонения интерцепторов и тормозных щитков, обеспечивающих достаточную эффективность торможения при существенном снижении уровня нестационарных нагрузок, действующих на горизонтальное оперение, что способствует ослаблению бафтинговых колебаний.

О ВЛИЯНИИ ДИССИПАЦИИ ДЕФОРМАЦИОННОЙ МОДЫ НА РЕЗОНАНСНУЮ ПЕРЕКАЧКУ ЭНЕРГИИ МЕЖДУ МОДАМИ КОЛЕБАНИЙ ПУЗЫРЬКА В АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЕ В ЖИДКОСТИ*

В. В. Вановский^{1,2}, А. Г. Петров²

¹Сколтех, Москва, Россия; ²ИПМех РАН, Москва, Россия

Рассматриваются вынужденные колебания пузырька в жидкости при резонансе частот радиальной и произвольной деформационной осесимметричной мод $2:1$. Частота возбуждающей волны считается равной собственной частоте колебаний пузырька, поэтому резонанс записывается в виде $2:2:1$. Учитывается затухание

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №22-21-00833).

как радиальной, так и деформационной моды. Уравнения исследуются с помощью методики осреднения Крылова–Боголюбова. Определяются условия, при которых затухание деформационной моды может сильно влиять на перекачку энергии между модами.

Введение. Данное исследование является продолжением работы [1], в которой исследуется резонансный механизм перекачки энергии между модами колеблющегося пузырька с учетом диссипации радиальных колебаний, рассчитанной в приближении гомобаричности аналогично [2]. Недостатком [1], которую далее мы будем цитировать согласно [3] является отсутствие учета затухания деформационных колебаний.

Цель исследования — обосновать пренебрежение вязким затуханием деформационной моды, либо оценить условия, при которых им еще можно пренебречь. Это позволит выработать более точное условие резонансного дробления пузырька в жидкости.

Постановка задачи. Аналогично гл. 3 [3] записываются уравнения колебаний пузырька в безразмерном времени, однако добавляется дополнительный член, ответственный за диссипацию деформационной моды, согласно [4, с. 566]:

$$\dot{u} = -\lambda u, \quad \lambda = (n+1)(2n+1)\nu \cdot \omega_\varepsilon / a^2,$$

где u — обобщенный импульс деформационной моды, ν — коэффициент кинематической вязкости, a — равновесный радиус пузырька, n и ω_ε — номер и минаэртлова частота возбуждаемой осесимметричной деформационной моды. Таким образом, в третье уравнение системы (3.2) [3] добавляется диссипативный член — λu , что может привести к добавлению потенциально большого слагаемого в коэффициент A_3 системы (3.4):

$$A_3 = \dots - \frac{\lambda}{\varepsilon} \left(\frac{\Lambda}{\varepsilon} \cos t + \tilde{u} \right), \quad \Lambda = \pm \frac{2}{\sqrt{4n-1}}, \quad \varepsilon = \sqrt{\alpha} \approx \sqrt{\frac{4}{3\gamma} \Delta p},$$

где γ — показатель адиабаты для газа в пузырьке, а Δp — отношение амплитуды колебаний давления в волне к среднему значению давления в жидкости. Подставляя обновленный коэффициент A_3 в уравнение (3.7) (решение линейной системы остается (3.5)) и усредняя, мы получаем что в системе уравнений (3.8) из [3] меняются только первые два уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{dX}{d(?t)} &= -\frac{Z}{\Lambda} - \frac{\Lambda^3}{32} [8n(9n+16) + 97 + 6K_n^2] - \frac{\varepsilon \lambda_1 X}{2}, & \frac{dU}{d(?t)} &= -\frac{W}{2\Lambda} - \frac{\lambda_1 \Lambda}{2} - \frac{\varepsilon \lambda_1 U}{2}, \\ \frac{dZ}{d(?t)} &= \frac{X}{2\Lambda} - \frac{\beta_1 Z}{2} + \frac{(n+3)\Lambda^2 \beta_1}{8}, & \frac{dW}{d(?t)} &= \frac{U}{\Lambda} - \frac{\beta_1 W}{2}, \quad \lambda = \varepsilon^2 \lambda_1, \end{aligned}$$

где X , U , Z , W — переменные для «медленной» динамики колебаний пузырька (огибающей); K_n — небольшой численный коэффициент; $\beta = \varepsilon \beta_1$ — коэффициент затухания радиальных колебаний пузырька. Пока что будем считать, что λ имеет не менее чем первый порядок малости по ε , и λ_1 может быть большим, однако $\varepsilon \lambda_1$ должен быть малым для применения техники осреднения. Уравнения, как и ранее, расщепляются на группы по X , Z и U , W , в результате получаем собственные значения и стационарные точки:

$$\begin{aligned} X_0 &= -\Lambda^5 \beta_1 (10(n+1)(8n+7) + 6K_n^2 + 21) / 16\chi, & U_0 &= -\Lambda^3 \lambda_1 \beta_1 / \chi, \\ Z_0 &= -\Lambda^4 (8(n+1)(9n+7) + 6K_n^2 + 41 - 4(n+3)\varepsilon \lambda_1 \beta_1) / 16\chi, & W_0 &= -2\Lambda^2 \lambda_1 / \chi, \\ \chi &= 2 + \Lambda^2 \varepsilon \lambda_1 \beta_1, & \mu_{1,2} &= -(\beta_1 + \varepsilon \lambda_1) / 4 \pm \sqrt{(\beta_1 + \varepsilon \lambda_1)^2 / 16 - (4n-1) / 8}, \quad \text{Re } \mu_{1,2} < 0. \end{aligned}$$

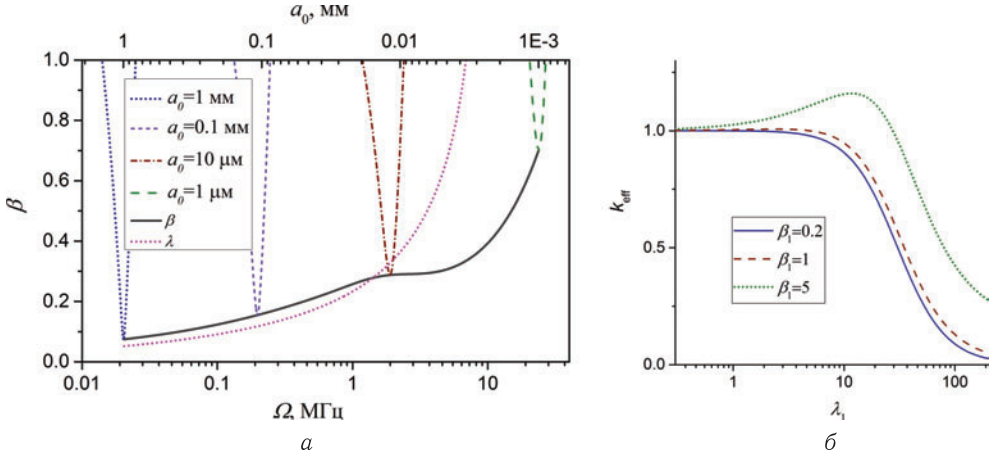


Рис. 1. Коэффициенты β и λ для резонансных пузырьков (а); эффективность перекачки как функция λ_1 (б)

По второй теореме Боголюбова [5] полученное решение устойчиво вследствие отрицательной действительной части собственных значений μ . Пренебрежем динамикой установления колебаний и заменим (3.3) и (3.5) [3] найдем установившиеся колебания:

$$x(t) = (\varepsilon\Lambda + \varepsilon^2 U_0) \sin t + \varepsilon^2 X_0 \cos t + \frac{\varepsilon^2 K_n \Lambda^2}{2} \cos^2 t,$$

$$z(t) = \varepsilon^2 \left(Z_0 \cos 2t + \frac{W_0}{2} \sin 2t - \frac{8n + 5}{16} \Lambda^2 \right).$$

Для оценки влияния затухания деформационной моды на эффективность перекачки энергии из радиальной моды в деформационную моду посчитаем отношение амплитуд колебаний деформационной моды $x_{\max} - x_{\min}$ и радиальной моды $z_{\max} - z_{\min}$ к такому же отношению, но без затухания λ_1 , такое отношение использовалось в условии дробления [1]:

$$k_{eff} = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{z_{\max} - z_{\min}} / \frac{x_{\max} - x_{\min}}{z_{\max} - z_{\min}} \Big|_{\lambda=0}, \quad \frac{x_{\max} - x_{\min}}{z_{\max} - z_{\min}} = \sqrt{\frac{(\Lambda/\varepsilon + U_0)^2 + X_0^2 + K_n^2 \Lambda^4 / 16}{Z_0^2 + W_0^2 / 4}}.$$

На рис. 1, а изображены зависимости коэффициентов затухания β и λ для резонансных пузырьков в воде при атмосферном давлении, на рис. 1, б отражены зависимости эффективности перекачки от коэффициента λ_1 при $\varepsilon = 0,01$ и разных значениях β_1 . Из рис. 1, а видно, что диссипации мод близки при условии резонанса и далеки вдали от него, поэтому неучет диссипации деформационной моды может привести к серьезному искажению искомого отношения амплитуд, как видно из рис. 1, б. На рис. 1, б нельзя использовать значения λ_1 близкие к $1/\varepsilon = 100$, так как в этом случае подход осреднения уже неправомерен и наверное именно этим объясняется пик на правой кривой. Также из рисунка обнаруживается интуитивно понятный результат — при увеличении затухания радиальной моды, затухание деформационной моды меньше влияет на эффективность перекачки.

Выводы. Были исследованы уравнения колебаний пузырька во внешнем переменном поле давления при резонансе частот $2 : 2 : 1$ с учетом диссипации деформационной моды. Показано, что эта диссипация может повлиять на эффективность перекачки энергии и условие резонансного дробления [1] может требовать корректировки.

1. Вановский В. В., Петров А. Г. Условие резонансного дробления газового пузырька в акустической волне в жидкости // ДАН. — 2016. — Т. 469, №2. — С. 162–166.
2. Нигматуллин Р. И. Динамика многофазных сред. — М.: Наука, 1987. — Т. 1. — 464 с.
3. Вановский В. В. Резонансный механизм дробления газового пузырька в жидкости: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.02.05. — М., 2020. — Режим доступа: <http://www.ipmnet.ru/files/diss/2020/3/Vanovskiy-diss.pdf>.
4. Lamb Horace. Hydrodynamics. — Cambridge University Press, 1895. — 604 p.
5. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. — М.: Наука, 1974. — 410 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОРОБЛЕНИЯ И ОСТАТОЧНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ РАСЧЕТЕ КОНСТРУКТИВНО-АНИЗОТРОПНЫХ ПАНЕЛЕЙ ЛА ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ УТОЧНЕННОЙ ТЕОРИИ*

Л. М. Гавва, В. В. Фирсанов

МАИ, Москва, Россия

Авиастроительная промышленность требует снижения затрат на разработку авиационной техники в краткосрочной и долгосрочной перспективах. Снижение веса планера за счет использования структурных резервов в композитных авиационных конструкциях способствует достижению данной цели, однако, необходим точный и экспериментально подтвержденный анализ, строгое моделирование напряженно-деформированного состояния и прочности реальных конструкций в реальных условиях нагружения. Широкое распространение конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов в конструкциях современных образцов авиационной техники приводит к необходимости развития уточненных методов для оценки напряженно-деформированного состояния на этапе проектирования. Новые расчетные модели в уточненной постановке составляют основу процессов проектирования и оптимизации. Перспективное направление исследований — проектирование композитных конструкций с учетом технологии изготовления, когда технологический процесс принимается во внимание на этапе разработки изделия.

Рассматриваются статические задачи для плоской прямоугольной многослойной панели из полимерных композиционных материалов, обшивка которой эксцентрично подкреплена продольно-поперечным набором, и для плоской прямоугольной гладкой обшивки, обладающей анизотропией вследствие несимметрии свойств структуры пакета по толщине. Панели находятся в технологическом температурном поле. Условия закрепления граничных кромок произвольны и соответствуют реальным условиям закрепления панели в составе проектируемой конструкции.

Целью данной работы являются постановка задач статики, моделирование коробления конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов при изготовлении и моделирование остаточных температурных напряжений в конструктивно-анизотропных панелях из композиционных материалов. Разработка аналитических подходов к расчету с учетом технологии изготовления панелей

*Работа выполнена в рамках ГЗ Министерства науки и высшего образования РФ (тема №FSFF-2020-0013).

выполнена [2] в рамках решения краевых задач для разрешающего дифференциального уравнения восьмого порядка

$$\frac{K_{80}}{a^8} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^8} + \frac{K_{62}}{a^6 b^2} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^6 \partial y^2} + \frac{K_{44}}{a^4 b^4} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^4 \partial y^4} + \frac{K_{26}}{a^2 b^6} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^2 \partial y^6} + \frac{K_{08}}{b^8} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial y^8} = 0. \quad (1)$$

Учитывается влияние процесса технологии изготовления композитов: остаточные температурные напряжения, возникающие при охлаждении после завершения процесса отверждения, и операция предварительного натяжения армирующих волокон.

Разрешающее уравнение восьмого порядка построено с уточнением модели при закручивании подкрепляющего ребра, находящегося в условиях одностороннего контакта с обшивкой. Решение краевых задач в замкнутом виде выполнено в одиарных тригонометрических рядах для частного случая согласованных граничных условий по двум противоположным кромкам. Краевые условия на торцах соответствуют достаточно общей трактовке физических граничных условий элементов конструкции.

Все компоненты напряженного состояния и внутренние силовые факторы — усилия в плоскости обшивки, изгибающие и крутящие моменты — выражены через потенциальную функцию $\Phi(x, y)$:

$$\left. \begin{aligned} N_x &= L_{Nx} \Phi - N_x^T - N_x^H, & M_x &= L_{Mx} \Phi - M_x^T - M_x^H, \\ N_{xy} &= L_{Nxy} \Phi - N_{xy}^T - N_{xy}^H, & H_{xy} &= L_{Hxy} \Phi - H_{xy}^T - H_{xy}^H, \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где, например, для ортотропной структуры линейный дифференциальный оператор

$$L_{Nx} = \frac{P_{60}^x}{a^6} \frac{\partial^6}{\partial x^6} + \frac{P_{42}^x}{a^4 b^2} \frac{\partial^6}{\partial x^4 \partial y^2} + \frac{P_{24}^x}{a^2 b^4} \frac{\partial^6}{\partial x^2 \partial y^4} + \frac{P_{06}^x}{b^6} \frac{\partial^6}{\partial y^6},$$

$N_x^T, N_{xy}^T, M_x^T, H_{xy}^T$ — температурные усилия и моменты; $N_x^H, N_{xy}^H, M_x^H, H_{xy}^H$ — усилия и моменты от предварительного натяжения волокон композита.

Коэффициенты уравнения (1) и коэффициенты в формулах связи (2) определяются геометрией панели и упругими характеристиками материала конструкции.

В операционной среде MATLAB разработан пакет прикладных программ. Оценивается влияние предварительного натяжения армирующих волокон на размеры коробления углепластиковых панелей при изготовлении и уровень эквивалентных остаточных технологических напряжений в слоях углепластиковых панелей согласно критерию Гольденבלата–Копнова. Определяется оптимальный уровень предварительного натяжения в процентном отношении от допускаемой деформации слоя для различных схем укладки слоев в пакете.

Постановка задач исследования напряженно-деформированного состояния и предлагаемые подходы к решению являются новыми разработками, отличаются от классических моделей [1, 3, 4] и представляют интерес с точки зрения практики проектирования панелей из современных композиционных материалов для перспективных изделий авиационной техники.

1. Афанасьев А. В., Дудченко А. А., Рабинский Л. Н. Влияние структуры полимерного композиционного материала на остаточное напряженно-деформированное состояние // Инженерная физика. — 2010. — №7. — С. 13–20.
2. Бойцов Б. В., Гавва Л. М., Ендогур А. И., Фирсанов В. В. Напряженно-деформированное состояние и устойчивость конструктивно-анизотропных панелей ЛА из композиционных материалов с учетом технологии изготовления // Известия ВУЗов. Авиационная техника. — 2018. — №4. — С. 20–27.

3. Семенцова А. Н. Анализ температурных напряжений и деформаций в кессонных конструкциях из композиционных материалов // Труды МАИ. — 2013. — №65.
4. Уразбахтин Ф. А., Харинова Ю. Ю., Болонкин В. А. Предельные состояния в процессе отверждения волокнистых стеклопластиков // Изв. ВУЗов. Авиационная техника. — 2015. — №3. — С. 79–15.

ИЗМЕНЕНИЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПАРА ТЕТРАДЕКАНА ПРИ ЕГО СЖАТИИ С УЧЕТОМ ПРОЦЕССОВ ДИССОЦИИИ И ИОНИЗАЦИИ*

Р. Н. Гафиятов, Д. Ю. Топорков

ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

Изучение сильного сжатия содержимого кавитационных пузырьков при их высокоскоростном коллапсе в тяжелых углеводородных жидкостях актуально как для науки, так и для приложений. При проведении исследований сверхсильного сжатия пара используются уравнения состояния, описывающие поведение термодинамических параметров в широком диапазоне их изменения вплоть до сверхвысоких давлений и температур, при которых будут происходить процессы диссоциации и ионизации. Подобные уравнения состояния использовались в работе [1] для описания сверхсжатия паровых пузырьков в дейтерированном ацетоне вплоть до достижения в них термоядерных условий. При таких сверхсильных сжатиях (с плотностями до 10 раз превосходящими невозмущенную плотность жидкости) и сверхвысоких температурах (до 10^8 К) постепенно происходит полная диссоциация молекулярного ацетона и последующая ионизация атомов углерода, водорода и кислорода.

Наиболее сильное сжатие среды в коллапсирующих пузырьках реализуется при возникновении в них радиально-сходящихся ударных волн, для формирования которых, согласно [2], более подходящими являются среды с большой молекулярной массой и малым показателем адиабаты. Этим соображениям отвечает такая среда, как тетрадекан, для которого имеются необходимые для анализа широкодиапазонные уравнения состояния Нигматулина–Болотновой [3], построенные по экспериментальным данным и описывающие как молекулярное, так и диссоциированное и ионизированное состояния. В работах [4–6] представлены первые результаты исследования коллапса кавитационного пузырька в тетрадекане без учета диссоциации и ионизации. Эти результаты относятся к области пузырька вне малой центральной полости пузырька с радиусом 0,25 мкм, в которой должны сильно проявляться процессы диссоциации и ионизации.

В настоящей работе с использованием уравнений состояния [3] проводится реализация физически обоснованного перехода из молекулярного состояния пара тетрадекана в диссоциированное и ионизированное. Исследуются различные случаи изотермического сжатия пара тетрадекана. Для разных температур полагаются соответствующие доли пара в диссоциированном состоянии.

1. Nigmatulin R. I., Akhatov I. Sh., Topolnikov A. S., Bolotnova R. Kh., Vakhitova N. K., Laley R. T. (Jr), Talejarkhan R. P. The Theory of Supercompression of Vapor Bubbles and Nano-Scale Thermonuclear Fusion // Phys. Fluids. — 2005. — V. 17. — 107106.
2. Нигматулин Р. И., Аганин А. А., Топорков Д. Ю., Ильгамов М. А. Образование сходящихся ударных волн в пузырьке при его сжатии // Докл. РАН. — 2014. — Т. 458, №3. — С. 282–286.

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №21-11-00100).

3. Нигматулин Р. И., Болотнова Р. Х. Широкодиапазонные уравнения состояния бензола и тетрадекана в упрощенной форме // Теплофизика высоких температур. — 2017. — Т. 55, №2. — С. 206–215.
4. Нигматулин Р. И., Аганин А. А., Топорков Д. Ю. Возможность реализации сверхсжатия кавитационного пузырька в тетрадекане // Докл. РАН. — 2018. — Т. 481, №6. — С. 46–50.
5. Нигматулин Р. И., Аганин А. А., Ильгамов М. А., Топорков Д. Ю. Экстремальная фокусировка энергии при ударном сжатии парового пузырька в углеводородных жидкостях // Теплофизика высоких температур. — 2019. — Т. 57, №2. — С. 253–261.
6. Нигматулин Р. И., Аганин А. А., Топорков Д. Ю. Зависимость сжатия пара в кавитационных пузырьках в тетрадекане от давления жидкости // Теплофизика и аэромеханика. — 2019. — Т. 26, №6. — С. 931–940.

ВОЛНОВАЯ ДИНАМИКА МНОГОФАЗНЫХ, МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СРЕД. СРАВНЕНИЕ ТЕОРИИ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ*

Д. А. Губайдуллин

ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

Представлены результаты исследования волновой динамики многофазных сред. Проанализировано сравнение теоретических и экспериментальных данных, рассмотрены некоторые приложения. Ранее ряд аспектов данной проблемы изучен в [1–9].

Изучено распространение акустических возмущений в парогазовых полидисперсных (с произвольной функцией распределения включений по размерам) и дискретных многофракционных капельных и пузырьковых (с оболочкой вокруг пузырька) средах, а также в смесях жидкости с полидисперсными частицами разного сорта и пузырьками газа. Предложены математические модели, получены наиболее общие дисперсионные соотношения, изучены высоко- и низкочастотные асимптотики коэффициента затухания, обсуждаются области применимости развитых теорий. Получено уравнение радиальных колебаний пузырька, покрытого вязкоупругой оболочкой в вязкоупругой жидкости. Показано существенное влияние оболочки вокруг пузырька газа на распространение волн в пузырьковых жидкостях. Выявлено хорошее согласие представленных результатов с опубликованными экспериментальными данными других авторов.

Исследовано распространение импульсных волн давления в жидкости, содержащей многослойные преграды разного сорта. Даны расчеты по искажению акустического сигнала при диагностике многослойного образца, содержащего слой жидкости с полидисперсными пузырьками. На основе полученных результатов отражения звукового сигнала от слоя конечной толщины, содержащей аэрозоль или пузырьковую жидкость, установлены соотношения между длиной волны и толщиной слоя, при которых коэффициент отражения принимает экстремальные значения. Показано хорошее согласие теоретических и экспериментальных данных.

Теоретически и экспериментально изучены нелинейные колебания аэрозолей и поведение частиц в трубах в ударно- и безударно волновом режимах. Установлена немонотонная зависимость времени осаждения табачного дыма от степени заполнения закрытой трубы при резонансных частотах колебания поршня. Представлены результаты численных расчетов распространения ударных волн в газозвесах и

*Исследование выполнено за счет гранта №20-11-20070 Российского научного фонда.

ударно-волновой разлет газозвеси в двухкомпонентный газ. Показано влияние сорта газа на динамику процесса. Проиллюстрировано хорошее согласие теории и опытных данных.

1. Губайдуллин Д. А. Динамика двухфазных парогазокапельных сред. — Казань: Изд-во Казанского математического общества, 1998. — 153 с.
2. Gubaidullin D. A., Nigmatulin R. I. On theory of acoustic waves in polydispersed gas-vapor-droplet suspension // Int. J. Multiphase Flow. — 2000. — V. 26, No. 2. — P. 207–228.
3. Губайдуллин Д. А. Сферические и цилиндрические волны малой амплитуды в полидисперсных туманах с фазовыми превращениями // Известия РАН. МЖГ. — 2003. — № 5. — С. 85–97.
4. Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. В. Особенности отражения акустических волн от границы или слоя двухфазной среды // Акуст. журн. — 2018. — Т. 64, № 2. — С. 162–173.
5. Gubaidullin D. A., Ossipov P. P., Abdyushev A. A. Simulation of aerosol distribution in hyperbolic resonator // Appl. Math. Modelling. — 2018. — V. 62. — P. 181–193.
6. Gubaidullin D. A., Zaripov R. G., Tkachenko L. A., Shaidullin L. R. Deposition of polydisperse gas suspensions with nonlinear resonance oscillations in a closed tube // J. Acoust. Soc. Am. — 2019. — V. 145, No. 1. — P. EL30–EL33.
7. Губайдуллин Д. А., Осипов П. П. Аэрогидродинамика твердой частицы. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2020. — 176 с.
8. Gubaidullin D. A., Ossipov P. P., Abdyushev A. A. Simulation using the limiting velocity approach of acoustic streaming establishment and aerosol particle focusing in complex-shaped acoustofluidic devices // Appl. Math. Modelling. — 2021. — V. 92. — P. 785–797.
9. Gubaidullin D. A., Fedorov Yu. V. Acoustics of a viscoelastic medium with encapsulated bubbles // J. of Hydrodynamics. — 2021. — V. 33(1). — P. 55–62.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН С МНОГОФАЗНЫМИ ПАРОГАЗОКАПЕЛЬНЫМИ СМЕСЯМИ С ПОЛИДИСПЕРСНЫМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ ПРИ УЧЕТЕ МЕЖФАЗНОГО ТЕПЛОМАСОБМЕНА*

Д. А. Губайдуллин, Р. Р. Зарипов

ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

Как известно, наличие в воздухе различных твердых и жидких включений приводит к существенному изменению акустических свойств среды. В монографиях [1–3] представлены основные подходы, связанные с исследованием акустики двухфазных сред. В данной работе представлена математическая модель, которая определяет взаимодействие акустических волн с многофазными парогазокапельными смесями с полидисперсными включениями разных размеров и сортов при учете межфазного трения и тепломассообмена.

Рассматривается движение многофазной парогазокапельной смеси, дисперсная фаза, которой состоит из $(M + 1)$ полидисперсных фракций разных размеров и материалов с учетом произвольной функции распределения включений по размерам в каждой фракции. Отметим, что одна фракция участвует в фазовых переходах, а M фракций не участвуют. Линеаризованные уравнения возмущенного движения многофазной смеси газа с полидисперсными включениями вытекают из общих уравнений движения двухфазных сред [1, 2]. Используя методику, описанную в

*Исследование выполнено за счет гранта РФФИ (проект №20-11-20070).

работе [4] и учитывая многофазность среды уравнения сохранения массы примут следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho'_i}{\partial t} + \rho_{i0} \left(\frac{\partial v'_i}{\partial r} + \theta \frac{v'_i}{r} \right) &= - \int_{\Delta R_{2d}} N_0^{2d}(R_{2d}) j_{2d} dR_{2d}, \quad i = 1, V, \\ \frac{\partial \rho'_{2d}}{\partial t} + \int_{\Delta R_{2d}} \left(\frac{\partial v'_{2d}}{\partial r} + \theta \frac{v'_{2d}}{r} \right) N_0^{2d}(R_{2d}) g_0^{2d}(R_{2d}) dR_{2d} &= \int_{\Delta R_{2d}} N_0^{2d}(R_{2d}) j_{2d} dR_{2d}, \quad (1) \\ \frac{\partial \rho'_{2j}}{\partial t} + \int_{\Delta R_{2j}} \left(\frac{\partial v'_{2j}}{\partial r} + \theta \frac{v'_{2j}}{r} \right) N_0^{2j}(R_{2j}) g_0^{2j}(R_{2j}) dR_{2j} &= 0, \quad j = \overline{1, M}. \end{aligned}$$

Здесь и далее нижний индекс 1 относится несущей фазе, 2*j* к дисперсной фазе (*j* = $\overline{1, M}$ соответствует фракции с твердыми включениями, *j* = *d* соответствует фракции с жидкими включениями), индексы *V* и *G* относятся к параметрам паровой и газовой составляющим несущей фазы. Штрихи вверху обозначают возмущения параметров, а начальное невозмущенное состояние обозначим через нижний индекс 0. Параметр θ характеризует тип рассматриваемых волн [4]: при $\theta = 0$ рассматриваются плоские волны, при $\theta = 1$ — цилиндрические волны, $\theta = 2$ — сферические волны. Интенсивности фазовых переходов *j_d* зададим с помощью соотношения Герца–Кнудсена–Ленгмюра [1].

Уравнения сохранения импульсов фаз записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned} \rho_{10} \frac{\partial v'_1}{\partial t} + \frac{\partial p'_1}{\partial r} + \sum_i \int_{\Delta R_{2j}} f_{2j} N_0^{2j}(R_{2j}) dR_{2j} &= 0, \quad j = d, \overline{1, M}, \quad (2) \\ g_0^{2j}(R_{2j}) \frac{\partial v'_{2j}}{\partial t} &= f_{2j}, \quad j = d, \overline{1, M}. \end{aligned}$$

Уравнения притока тепла к несущей фазе, включениям и поверхности отдельного включения примут следующий вид:

$$\begin{aligned} \rho_{10} c_{p1} \frac{\partial T'_1}{\partial t} - \alpha_{10} \frac{\partial p}{\partial t} + \sum_{j=1} \int_{\Delta R_{2j}} N_0^{2j}(R_{2j}) q_{1j} dR_{2j} &= 0, \quad j = d, \overline{1, M}, \quad (3) \\ g_0^{2j}(R_{2j}) c_{p2j} \frac{\partial T'_{2j}}{\partial t} &= -q_{2j}, \quad q_{1j} + q_{2j} = 0, \quad j = d, \overline{1, M}. \end{aligned}$$

Линеаризованные уравнения состояния пара *p'_V* и газовой смеси в целом *p'₁* удобно представить в следующем виде:

$$p'_V = \frac{C_V^2}{\gamma_V \alpha_{10}} \rho'_V + p_{V0} \frac{T'_1}{T_{10}}, \quad p'_1 = \frac{C_1^2}{\gamma_{10} \alpha_{10}} \left(\rho'_1 + \frac{\tilde{R}_V - \tilde{R}_G}{k_V \tilde{R}_V + k_G \tilde{R}_G} (\rho'_V - k_V \rho'_1) \right) + \frac{p_{10}}{T_{10}} T'_1. \quad (4)$$

В системе уравнений (1)–(4) были приняты следующие обозначения: ρ — плотность, *v* — скорость, *p* — давление, *C* — скорость звука, *T* — температура, *f* — сила межфазного взаимодействия, \tilde{q} — интенсивность теплообмена, *r* — координата, *t* — время, *R* — радиус частицы, \tilde{R} — газовая постоянная, *k_V* — концентрация пара, *N₀* — функция распределения включений по размерам, *g₀* — масса одного включения, *c_p* — теплоемкость, γ — показатель адиабаты, α — объемное содержание, ΔR — диапазон изменения радиуса включений.

Решая полученную систему уравнений (1)–(4) получим следующую дисперсионную зависимость омплексного волнового числа K_* от частоты возмущений ω

$$\left(\frac{C_1 K_*}{\omega}\right)^2 = V(\omega) D(\omega),$$

$$V(\omega) = 1 + \sum_j m_j \left\langle \frac{1}{1 - i\omega\tau_{vj}^*} \right\rangle_j, \quad D(\omega) = 1 + (\gamma_{10} - 1) \frac{m_d m_d^{\circ} D^1 + (1 - m_d m_d^{\circ} M_{1d} H_3) t_b}{1 + m_d m_d^{\circ} D^2 + (1 - m_d m_d^{\circ} M_{2d} H_3) t_b},$$

$$D^1 = H_2 - k_V \bar{R}_V \gamma_1 (\bar{R}_V \bar{c}_1 H_3 - 2\bar{l}_0 H_1) - M_{1d} \Lambda, \quad D^2 = H_2 - B H_3 - M_{2d} \Lambda,$$

$$\Lambda = L H_1^2 + H_2 H_3, \quad H_1 = \langle eZ \rangle_d, \quad H_2 = \langle (e_{1d} - Le)Z \rangle_d, \quad H_3 = \langle e(1 - e_{1d} t_{ed})Z \rangle_d,$$

$$\bar{l}_0 = \frac{l_0}{C_1}, \quad Z = [1 - t_{ed}(e_{1d} - eL)]^{-1}, \quad M_{1d} = \bar{c}_1 \bar{R}_V (\gamma_{10} - 1 + \bar{R}_V k_V),$$

$$M_{2d} = \bar{R}_V (1 - \bar{R}_V k_V), \quad L = \gamma_{10} (\gamma_{10} - 1) k_V \bar{l}_0^2, \quad \bar{R}_V = \frac{\bar{R}_V}{\bar{R}_V k_V + \bar{R}_G k_G},$$

$$t_b = \sum_{k=1}^M m_j m_j^{\circ} \left\langle \frac{e_{1k}}{1 - e_{1k} t_{ek}} \right\rangle_k, \quad \langle h \rangle_j = \int_{\Delta R_j} N_0^j(R_j) g_0^j(R_j) h_j dR_j / \int_{\Delta R_j} N_0^j(R_j) g_0^j(R_j) dR_j,$$

$$\bar{c}_1 = \frac{1}{\gamma_{10} - 1}, \quad e_{1j} = \frac{c_{p2j}}{m_j^{\circ} c_{p1}} \frac{1}{1 - i\omega\tau_{T2j}^*}, \quad t_{ej} = m_j m_j^{\circ} i\omega\tau_{T1j}^*, \quad e = \frac{1}{i\omega(\tau_{\beta d} + \tau_{k1d}^*)},$$

$$m_j^{\circ} = \rho_{10}^{\circ} / \rho_{2j}^{\circ}, \quad j = d, \bar{1}, \bar{M}.$$

Здесь m — массовое содержание, i — мнимая единица, l_0 — удельная теплота парообразования, $\langle h \rangle$ — линейный оператор осреднения, $\tau_{\mu 1}$ — характерное время установления квазистационарного распределения скорости в газообразной фазе, $\tau_{\beta d}$ — характерное время выравнивания парциальных давлений пара на межфазной границе, τ_{k1d}^* — комплексное время релаксации парциального давления пара, τ_d — характерное время установления квазистационарного распределения концентрации пара, τ_{Tj} — время релаксации температуры в j -й фазе, $\tau_{\lambda 1k}$ — характерное время проникания возмущения температуры от поверхности частицы в j -фазу [2].

1. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. — М.: Наука, 1987. — 464 с.
2. Губайдуллин Д. А. Динамика двухфазных парогазокапельных сред. — Казань: Изд-во Казанского математического общества, 1998. — 153 с.
3. Temkin S. Suspension acoustics: An introduction to the physics of suspension. — New York: Cambridge University Press, 2005. — 398 p.
4. Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. В. Сферические и цилиндрические волны в парогазовых смесях с полидисперсными частицами и каплями // ТВТ. — 2012. — Т. 50, № 5. — С. 659–664.

НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В ДВУХФРАКЦИОННОЙ ПУЗЫРЬКОВОЙ СМЕСИ*

Д. А. Губайдуллин, А. А. Никифоров

ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

Эволюция волн давления в жидкости с пузырьками газа достаточно хорошо изучена как теоретически, так и экспериментально. В работе [1] экспериментально изучены структура и затухание волн давления умеренной амплитуды в жидко-

* Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №20-11-20070).

сти со смесью пузырьков двух разных газов (фреона и гелия) для одинаковых и двух разных размеров пузырьков. В данной работе теоретически исследуются нелинейные волновые процессы в газожидкостной смеси пузырьковой структуры. Аналогично работе [1], рассматривается труба с жесткими стенками, заполненная однородной термодинамически-равновесной жидкостью с пузырьками двух разных газов (двухфракционная пузырьковая смесь). В начальный момент времени на торце в трубу вдвигается непроницаемый поршень, на поверхности которого поддерживается не зависящее от времени постоянное давление. Выполненные расчеты эволюции проходящей в трубе ударной волны сопоставляются с данными эксперимента [1]. При теоретическом описании нестационарного движения используется двухтемпературная односкоростная математическая модель пузырьковой смеси двухфракционного состава, основанная на континуальном подходе [2]. При построении численной схемы решения системы уравнений Эйлера используется модифицированная схема WENO-Z третьего порядка для аппроксимации решений нелинейных гиперболических законов сохранения, которая превосходит схему WENO [4], практически исключая осцилляции решения вблизи сильных разрывов.

1. Донцов В. Е., Накоряков В. Е. Эволюция волн давления в жидкости с пузырьками двух разных газов // ПМТФ. — 2002. — Т. 43, №2. — С. 110–115.
2. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Т. 1. — М.: Наука, 1987. — 464 с.
3. Xu W., Wu W. An improved third-order WENO-Z scheme // Journal of Scientific Computing. — 2018. — V. 75. — P. 1808–1841.
4. Jiang G. S., Shu C. W. Efficient implementation of weighted ENO schemes // Journal of Computational Physics. — 1995. — V. 126, No. 1. — P. 202–228.

ОСАЖДЕНИЕ АЭРОЗОЛЯ ПРИ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ГАЗА В ЗАКРЫТОЙ ТРУБЕ СО СКАЧКОМ СЕЧЕНИЯ ВБЛИЗИ РЕЗОНАНСОВ*

Д. А. Губайдуллин, Л. А. Ткаченко, Л. Р. Шайдуллин, С. А. Фадеев

ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

Под воздействием акустических волн в ограниченных однородных и многофазных средах возникают периодические колебания, вторичные явления и другие волновые эффекты, которые имеют определяющее влияние на динамику среды [1, 2]. Это находит применение в волновых технологиях и позволяет на принципиально новом уровне решать различные прикладные задачи [3]. Одной из таких задач является очистка воздуха от взвешенных в нем жидких или твердых частиц в химической и газовой промышленности, энергетике, нефтепереработке. Метод удаления частиц, основанный на принципе акустической коагуляции и осаждение обладает хорошими перспективами для применения [4–6]. В настоящей работе в продолжении указанных исследований целью является генерирование синусоидальных колебаний в вертикальной трубе, имеющей переменное сечение, осаждение мелкодисперсного аэрозоля и определение изменения концентрации частиц аэрозоля на первых двух резонансах.

Экспериментальные исследования проводились на установке, где основным элементом был виброгенератор марки ES-1-150 фирмы Dongling Vibration [7]. Виброгенератор приводил в движение плоский поршень радиуса $R_1 = 0,05$ м. Колебания возбуждались в цилиндре высотой $L_1 = 0,038$ м, который соединялся со

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №20-11-20070).

стеклянной трубой радиуса $R_0 = 0,01825$ м и общая длина резонатора составляла $L_0 = 1,09$ м. Давление газа измерялось пьезоэлектрическим датчиком, расположенного у нижнего торца трубы. В качестве рабочей среды использовался аэрозоль DEHS с диаметром капель 0,8 мкм.

В работе экспериментально исследовано осаждение аэрозоля при нелинейных колебаниях газа в закрытой трубе со скачком сечения. Впервые изучен процесс осаждения аэрозоля вблизи второй резонансной частоты. Наблюдается уменьшение числовой концентрации частиц аэрозоля в трубе со временем на первой и второй резонансных частотах. При резонансных колебаниях аэрозоля происходит ускорение процесса осаждения в 10–15 раз по сравнению с естественным осаждением. Выявлено что осаждение аэрозоля на второй резонансной частоте происходит в 1,5 раза быстрее, чем на первой.

1. Ганиев Р. Ф., Украинский Л. Е. Нелинейная волновая механика и технологии. Волновые и колебательные явления в основе высоких технологий. — М.: Ин-т комп. иссл.; НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2011. — 780 с.
2. Нигматуллин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. I. — М.: Наука, 1987. — 464 с.
3. Вараксин А. Ю. Столкновения частиц и капель в турбулентных двухфазных потоках // ТВТ. — 2019. — Т. 57, №4. — С. 588.
4. Медников Е. П. Акустическая коагуляция и осаждение аэрозолей. — М.: Изд-во АН СССР, 1963. — 263 с.
5. Губайдуллин Д. А., Заринов Р. Г., Осипов П. П., Ткаченко Л. А., Шайдуллин Л. Р. Волновая динамика газовзвесей и отдельных частиц при резонансных колебаниях // ТВТ. — 2021. — Т. 59, №3. — С. 443–466.
6. Yuen W. T., Christopher S. C. Fu, Chao Y. H. The correlation between acoustic streaming patterns and aerosol removal efficiencies in an acoustic aerosol removal system // Aerosol Science and Technology. — 2016. — V. 50, No. 1. — С. 52–62.
7. Губайдуллин Д. А., Заринов Р. Г., Ткаченко Л. А., Шайдуллин Л. Р. Экспериментальное исследование осаждения аэрозоля в закрытой трубе с изменяющимся сечением // ТВТ. — 2022. — Т. 60, №1. — С. 443–466.

АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ДЛЯ УСЛОВИЙ ОБЛЕДЕНЕНИЯ В СМЕШАННОЙ ФАЗЕ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ПЛЕНКИ*

**В. А. Жбанов, А. В. Кашеваров, А. Б. Миллер,
Ю. Ф. Потапов, О. Д. Токарев, А. Л. Стасенко**

ЦАГИ, Жуковский, Московская обл., Россия

В аэрохолодильной трубе ЦАГИ были проведены исследования обледенения макета крыла в условиях смешанных фаз. Известно, что обледенение в таких условиях сопровождается образованием водяной пленки. Ранее в ЦАГИ была разработана физико-математическая модель жидкой пленки, увлекаемой потоком воздуха вдоль нагреваемой поверхности обтекаемого тела с заданным распределением плотности теплового потока по поверхности [1]. В [2] модель дополнена учетом влияния кристаллов на эволюцию пленки. В настоящей работе модель применена для анализа полученных экспериментальных данных.

Модель рассматривает движение и отвердевание слоя воды (тонкой пленки) по поверхности слоя льда, образовавшегося на обтекаемом двумерном теле. В случае

*Работа выполнена в рамках Государственного контракта №20112.1770290019.18.004 от 17.02.2020 на НИР «Флагман-1».

нагрева его передней кромки ледяной слой формируется на некотором удалении от передней критической линии — режим барьерного льда. Предполагается, что пленка создается в основном из-за осаждения на тело переохлажденных водяных капель, а наличие в потоке кристаллов льда лишь модифицирует ее. Небольшая часть потока массы кристаллов поглощается пленкой. Кроме того, кристаллы могут вызывать расплескивание пленки, приводящее к потере части ее массы.

В основе модели, описывающей движение и термодинамику пленки, лежат уравнения пограничного слоя, осредненные по ее толщине. Система уравнений состоит из уравнения неразрывности, импульса и энергии пленки. Обледенение начинается, когда температура нижней границы пленки достигает температуры замерзания. Темп обледенения определяется из условия баланса тепла: выделяющееся при фазовом переходе тепло должно отводиться как в пленку, так и в наледь.

Для распределения скорости в тонкой пленке по координате, направленной перпендикулярно поверхности тела, принят параболический закон. Осреднение выражения для распределения скорости по толщине пленки позволяет связать среднюю скорость ее течения с толщиной пленки. Эта алгебраическая связь содержит две функции, зависящие от расстояния до передней критической линии: напряжение трения на границе пленки с воздухом и градиент давления. Распределения этих двух параметров вдоль обтекаемого профиля заранее не известны и требуют определения, например, из решения уравнения вязкого пограничного слоя при ламинарном обтекании.

Для профиля температуры жидкости в пленке также принят параболический закон. Плотность теплового потока из пленки в воздух описывается законом Ньютона, содержащим коэффициент теплоотдачи. Для нахождения этого распределения можно использовать решение уравнения ламинарного температурного слоя. Плотность теплового потока в пленку на необледеневшей поверхности связана с работой нагревателя и должна быть задана.

Обледенение модели представляет собой нестационарный процесс. Его можно свести к квазистационарному, если принять, что вода поступает в пленку порциями. Первая порция движется вдоль поверхности модели в отсутствие наледи. Численно решая систему уравнений, можно найти координаты начала и конца отвердевания пленки и определить темп обледенения и толщину ледяного слоя. Следующая порция воды на участке замерзания движется уже по слою образовавшейся наледи. Можно определить темп обледенения для второй порции воды и увеличение толщины наледи и т. д.

В экспериментах, в отличие от [2], использован макет крыла с хорошо обтекаемой передней кромкой, который был оборудован четырьмя термомпарами, что позволяло проследить изменение температуры его поверхности при удалении от передней критической линии.

Параметры теоретической модели подгонялись под экспериментальные данные для обеспечения соответствия теоретических и экспериментальных результатов. Сначала рассчитывалось потенциальное обтекание профиля с использованием приближенного конформного преобразования, затем траектории капель. В результате определялась плотность потока массы на профиль при различных размерах капель, которая является входным параметром в модели пленки. То же самое было проделано для кристаллов льда. В рамках теории ламинарного пограничного слоя найдены другие входные параметры, такие как напряжение сдвига, градиент давления и коэффициент теплоотдачи.

Для случая эксперимента без кристаллов в потоке была задана формула распределения тепла, поступающего от электрического нагревателя, по профилю, чтобы

получить совпадение рассчитанного распределения температуры по стенке с данными измерений термодатчиками. В дальнейшем, в этой формуле изменялся лишь масштабный коэффициент согласно с изменением мощности нагревателя. При проведении расчетов был подобран радиус капле, чтобы получить то же значение массы барьерного льда, что и в эксперименте.

В условиях смешанных фаз подбирались эффективная плотность потока массы кристаллов (влияющих на параметры пленки) и интенсивность расплескивания пленки для обеспечения соответствия рассчитанной температуры стенки данным термодатчиков измерений.

На основе численных исследований получено, что коэффициент захвата кристаллов пленкой при скорости потока 40 м/с варьируется в диапазоне от 0,04 до 0,10 при среднегеометрическом диаметре 82 мкм для кристаллов.

Для объяснения экспериментальных данных при большем размере кристаллов предполагалось при численном моделировании, что в этом случае расплескивание пленки начинает преобладать над захватом ею кристаллов. При этом численные результаты показывают, что коэффициент захвата очень мал.

При скорости потока 80 м/с кристаллы всегда расплескивают пленку, а коэффициент захвата кристаллов равен 0,01–0,03.

1. Кашеваров А. В., Стасенко А. Л. Эволюция пленки воды и барьерного льда на поверхности тела при плоском обтекании воздушным потоком // Теплофизика и аэромеханика. — 2019. — Т. 26, №2. — С. 237–245.
2. Кашеваров А. В., Миллер А. Б., Потапов Ю. Ф., Стасенко А. Л. Влияние ледяных кристаллов на эволюцию барьерного льда на модели крыла // Теплофизика и аэромеханика. — 2021. — Т. 28, №1. — С. 21–28.

ОЦЕНКА ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ОДНОЖИДКОСТНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ДВУХФАЗНОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУИ С АПРИОРИ ЗАДАННОЙ ТОЧНОСТЬЮ

Ю. В. Зув

МАИ, Москва, Россия

Двухфазные турбулентные струйные течения используются при организации процесса смесеобразования в тепловых двигателях, прямоточных химических реакторах, установках нанесения различных покрытий, при тушении пожаров и т. д. Двухфазной струей является и струя, истекающая из сопла реактивного двигателя твердого топлива. Во всех случаях необходимо уметь рассчитывать параметры двухфазной струи с необходимой точностью и, желательно, с использованием простой математической модели.

Данная работа посвящена выявлению условий, при которых для расчета двухфазной турбулентной неизотермической струи может использоваться односкоростная и однотемпературная (одножидкостная) математическая модель этой струи, позволяющая с заданной точностью рассчитывать скорости и температуры фаз двухфазной струи. Это делается на основании анализа результатов расчетов, выполненных с помощью разработанной математической модели неравновесного по скоростям и температурам двухфазного турбулентного неизотермического струйного течения.

Эта модель включает осредненные по пространству и времени уравнения баланса массы, количества движения и энергии фаз, которые дополняются уравнениями состояния фаз и уравнением, связывающим объемные концентрации газа и частиц. При описании движения обеих фаз используется метод Эйлера. Уравнения баланса массы, количества движения и энергии фаз получены из общих уравнений Навье–Стокса, записанных для мгновенных параметров течения, путем применения к этим уравнениям процедуры пространственного осреднения по методу Р.И. Нигматулина [1] и временного осреднения по методу О. Рейнольдса [2] с последующей оценкой порядка членов осредненных уравнений с учетом особенностей струйного пограничного слоя [2]. В связи с тем, что турбулентные струйные течения являются автомодельными и подобными [3], для моментов корреляции пульсационных параметров фаз, входящих в осредненные уравнения, используются алгебраические выражения. Подробное описание использовавшегося метода расчета двухфазной струи приведено в монографии [4].

Неравновесная по скоростям и температурам математическая модель двухфазной струи (многожидкостная модель) позволяет рассчитывать скорости и температуры фаз реального течения, а одножидкостная модель — среднемассовые скорости и температуры гетерогенной среды в целом. Одножидкостная математическая модель двухфазной струи представляет собой упрощенный вариант многожидкостной модели, в которой вместо уравнений движения и энергии частиц используются условия $u_f = u$, $v_f = v$ и $T_f = T$ (u , v — проекции скорости на оси координат x и y , T — температура; индексом f обозначены параметры частиц, параметры газа индексов не имеют); в остальных уравнениях производится замена скорости и температуры частиц на скорость и температуру газа; в правой части уравнения движения газовой фазы в проекции на ось x отсутствует сила сопротивления частиц, а в правой части уравнения энергии этой фазы — мощность силы сопротивления частиц и тепловой поток от частиц к газу. Пульсационные скорости газа и частиц считаются равными и рассчитываются по формуле Г. Н. Абрамовича [5].

В данной работе под погрешностью одножидкостной математической модели двухфазной струи понимается наибольшее отличие среднемассовых параметров гетерогенной среды от соответствующих параметров фаз реального течения при фиксированных значениях x во всей области течения $0 \leq x \leq x_{\max}$: $\delta u_{ol} = \max(|u_i - u_{mm}|/u_i)$ и $\delta T_{ol} = \max(|T_i - T_{mm}|/T_i)$ (u_{mm} , T_{mm} , δu_{ol} , δT_{ol} — среднемассовые скорость, температура и погрешности их расчета при использовании одножидкостной модели; u_i , T_i — скорость и температура i -й фазы). Так как величины δu_{ol} и δT_{ol} не превышают максимальных значений различия параметров фаз в двухфазной струе $\delta u_{\max} = \max(|u_f - u|/u_f)$ и $\delta T_{\max} = \max(|T_f - T|/T_f)$ при $0 \leq x \leq x_{\max}$, то за погрешность расчетов двухфазной струи при использовании одножидкостной математической модели принимаются δu_{\max} и δT_{\max} , которые можно определить с помощью неравновесной многожидкостной модели. Следует отметить, что максимальные значения δu и δT в струе соответствуют ее оси и находятся на различных расстояниях от начального сечения струи, зависящих от граничных условий.

В результате расчетов, проведенных с использованием неравновесной по скоростям и температурам математической модели двухфазной неизотермической турбулентной струи при различных граничных условиях и одной плотности частиц, получены зависимости максимальной степени неравновесности фаз по скорости δu_{\max} и температуре δT_{\max} от числа Стокса Stk при различных начальных значениях объемной концентрации частиц α_{f0} и температур фаз T_0 . Согласно этим расчетам изменение объемной концентрации частиц в начальном сечении струи от $2 \cdot 10^{-3}$ до 10^{-3}

слабо влияет на результаты расчетов. При дальнейшем уменьшении этой концентрации наблюдается возрастание величин δu_{\max} и δT_{\max} , соответствующих фиксированным значениям числа Стокса. С уменьшением объемной концентрации частиц происходит сближение зависимостей $\delta u_{\max} = f(\text{Stk})$, полученных для различных начальных температур фаз; при объемной концентрации частиц порядка 10^{-4} в области небольших значений Stk эти зависимости совпадают, т. е. температура перестает влиять на величину скольжения фаз. Также показано, что максимальные значения δu существенно превосходят максимальные значения δT . Поэтому при использовании упрощенной математической модели двухфазной струи достаточно оценить только погрешность расчета скорости среды; погрешность расчета температуры среды будет значительно меньше.

Анализ результатов расчетов, выполненных для различных значений плотности материала частиц, показал, что при исследовании двухфазных струй с частицами различной плотности в качестве критерия подобия, определяющего инерционность частиц, необходимо вместо числа Стокса использовать комплекс $\text{Stk}/\rho^{*0,5}$ ($\rho^* = \rho_f/\rho$ — относительная плотность фаз). При этом зависимости $\delta u_{\max} = f(\text{Stk}/\rho^{*0,5})$ и $\delta T_{\max} = f(\text{Stk}/\rho^{*0,5})$, построенные для различных плотностей частиц при постоянных начальных температурах фаз, совпадают между собой. Обработка результатов расчетов параметров двухфазной струи позволила получить зависимости $\text{Stk}/\rho^{*0,5} = f(\alpha_{f0}, T_0)$ для максимальной степени неравновесности фаз по скорости, равной априори заданной величине.

Результаты проведенного исследования позволяют получать информацию о максимальной погрешности расчета параметров двухфазной неизотермической турбулентной струи с заданными граничными условиями при использовании упрощенной одножидкостной модели. Эта информация дает возможность принять правильное решение при выборе упрощенной математической модели для расчета параметров конкретного двухфазного струйного течения.

1. *Нигматулин Р. И.* Динамика многофазных сред: в 2 ч. — М.: Наука, 1987. — Ч. 1. — 464 с.
2. *Хинце И. О.* Турбулентность, ее механизм и теория. — М.: Физматгиз, 1963. — 680 с.
3. *Elghobashi S., Abou-Arab T., Rizk M., Mostafa A.* Prediction of the particle-laden jet with a two-equation turbulence model // *Int. J. Multiphase Flow*. — 1984. — V. 10, No. 6. — P. 697–710.
4. *Шрайбер А. А., Гавин Л. Б., Наумов В. А., Яценко В. П.* Турбулентные течения газозвези. — Киев: Наук. Думка, 1987. — 240 с.
5. Теория турбулентных струй / Г. Н. Абрамович, Т. А. Гиршович, С. Ю. Крашенинников, А. Н. Секундов, И. П. Смирнова; Под ред. Г. Н. Абрамовича. — 2-е изд. — М.: Наука, 1984. — 716 с.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КАПЕЛЬ И ЧАСТИЦ КОМПОЗИЦИОННЫХ ТОПЛИВ В ГАЗОВОЙ СРЕДЕ*

А. Г. Исламова, С. С. Кропотова, Н. Е. Шлегель, П. А. Стрижак

ТПУ, Томск, Россия

В настоящее время значительная доля мировой электроэнергии вырабатывается при конверсии углей различных марок [1]. Композиционные жидкие топлива

*Исследования выполнены за счет средств гранта Российского научного фонда (проект 18-71-10002-П, <https://rscf.ru/en/project/21-71-03001/>).

принято считать перспективной заменой углей по комплексным оценкам с учетом экологических, экономических, энергетических и социальных критериев [2–4]. Основной технологической сложностью является длительное распыление суспензионного топлива с использованием форсуночного устройства в камерах сгорания. Для минимизации затрат на изготовление надежных и эффективных форсуночных устройств можно использовать раздельную подачу компонентов суспензионных топлив в камеру сгорания, например, капель воды или масла, частиц угля или биомассы [5–7]. Пока результатов исследований эффективности работы системы раздельной подачи компонентов топлив крайне мало [8]. Основные сложности заключаются в регистрации условий устойчивой агломерации частиц и капель компонентов топлив при коагуляции, а также их вторичного измельчения при дроблении. Для изучения таких условий целесообразно проведение экспериментальных исследований бинарных взаимодействий капель и частиц, представляющих компоненты перспективных суспензионных топлив, между собой.

Экспериментально изучены характеристики соударений капель и частиц наиболее широко используемых компонентов перспективных суспензионных топлив: биомасса, уголь, кек, вода, отработанное моторное масло. Использовался стенд, представленный на рис. 1. В состав стенда входил вакуумный насос с выходной трубкой в качестве держателя твердых частиц, дозатор жидких капель и система регистрации. Через сменные сопла по силиконовым трубкам подавалась дистиллированная вода. С помощью шприцевого насоса создавалось давление в канале подачи жидкости и поддерживался постоянный расход 80 мл/ч. Во время проведения эксперимента частица биомассы удерживалась на выходе сопла созданием давления разрежения 5 Па вакуумным насосом производительностью 70 л/ч. Размер частиц биомассы варьировался в диапазоне 1–3 мм. Процесс соударения капель жидкости с частицами биомассы регистрировался с помощью высокоскоростной системы на базе видеокамеры Photron mini UX100 с разрешением 1280×1000 и частотой съемки 5000 FPS.

Проведенные эксперименты позволили получить карты режимов соударений капель и твердых частиц в системе координат, учитывающей все ключевые параметры взаимодействия. Определены отличия характеристик взаимодействия капель горючего и негорючего компонентов с частицами угля, фильтр-кека, арахисовой шелухи, кедр и сосны. Получены уравнения для математического описания границ переходов между режимами на картах режимов в системе координат чисел Вебера We , Онезорге Oh и линейного параметра взаимодействия B в виде $B = a \cdot We^2 + b \cdot We + c$, $We = a \cdot \ln(Oh) + b$ и $We = a \cdot Ca - b$, соответственно. Полученные выражения могут быть использованы при моделировании процессов фрагментации капель при их взаимодействии с частицами суспензионных топлив. Выполненное сравнение режимов соударений капель с различными твердыми частицами позволило установить условия, при которых карты характеризуются

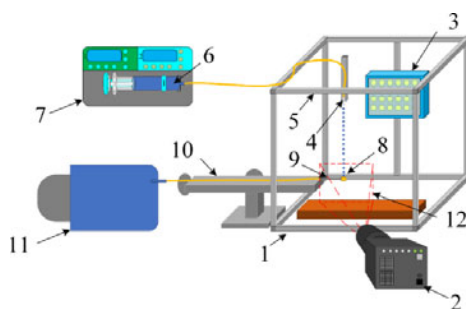


Рис. 1. Схемы стенда: 1 — каркас экспериментального стенда; 2 — высокоскоростная видеокамера; 3 — прожектор; 4 — сопло; 5 — силиконовые трубки; 6 — шприц с жидкостью; 7 — инфузионный насос; 8 — частица биомассы; 9 — держатель частицы биомассы; 10 — трехосевой координатный механизм; 11 — вакуумный насос; 12 — область регистрации

идентичными режимами. Установлено, что капля воды, по сравнению с каплей отработанного моторного масла при одинаковых размерах и скоростях движения, фрагментирует интенсивнее при соударении с твердой частицей биомассы. Показано, что доминирующее влияние на фрагментацию оказывает форма частиц, а также наличие жидкости на частице перед ударом. Зарегистрировано слабое влияние типа биомассы на режимы взаимодействия капель и частиц. Наличие многочисленных острых вершин частиц в виде многогранников обеспечивает постепенную деформацию капли в процессе обтекания, приводя к более раннему переходу между режимами и большему образованию вторичных фрагментов. При столкновении капли с заранее смоченной поверхностью топлива переход между режимами происходит при меньших числах Вебера по сравнению с сухими частицами.

Результаты исследований представляют интерес для развития технологий вторичного измельчения капель жидкостей и агломерации частиц и капель в топливном потоке: при устойчивом режиме агломерации можно обеспечить смешение компонентов непосредственно в камере сжигания. Реализация режима дробления капель позволит снизить размеры капель суспензий, что обеспечит полноту выгорания и уменьшит времена задержки зажигания и газовые антропогенные выбросы.

1. Liu F., Lyu T., Pan L., Wang F. Influencing factors of public support for modern coal-fired power plant projects: An empirical study from China // *Energy Policy*. — 2017. — V. 105. — P. 398–406.
2. Burakov I. A., Burakov A. Y., Burakova N. A., Nikitina I. S., Verkhovsky A. E., Aung H. N., Ye Y. A., Dementieva P. A., Ivanova N. S. Justification of the efficiency of the application of the preliminary processing of the components structure of artificial liquid fuel // *J. Phys. Conf. Ser.* — 2018.
3. Suvorova I., Kravchenko O., Goman V., Baranov I. Criteria for assessing the energy-ecological effectiveness of using the sludge of waste treatment plants as components of liquid composite fuels // *Eur. J. Sustain. Dev.* — 2020. — V. 9. — P. 328–336.
4. Gvozdyakov D., Zenkov A. Influence of petrochemicals on jet characteristics after coal-water fuel spraying // *Fuel Process. Technol.* — 2021. — V. 218.
5. Cheng J., Li Y., Zhou J., Liu J., Cen K. Maximum solid concentrations of coal water slurries predicted by neural network models // *Fuel Process. Technol.* — 2010. — V. 91. — P. 1832–1838.
6. Singh H., Kumar S., Mohapatra S. K., Prasad S. B., Singh J. Slurryability and flowability of coal water slurry: Effect of particle size distribution // *J. Clean. Prod.* — 2021. — V. 323.
7. Wei Y., Wang J. Preparation of commercially applicable slurry fuels from rapid hydrogasification char by blending with coal // *Fuel Process. Technol.* — 2016. — V. 143. — P. 18–26.
8. Gern M. S., Kauf M., Chiodi M., Vacca A., Bargende M., Franken T., Netzer C., Kulzer A. C. Analysis of Water Injection Strategies to Exploit the Thermodynamic Effects of Water in Gasoline Engines by Means of a 3D-CFD Virtual Test Bench // *14th Int. Conf. Engines Veh.*, SAE International, 2019.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА РАСХОДА ПРИ ИСТЕЧЕНИИ ПУЗЫРЬКОВОЙ СИСТЕМЫ

И. А. Лепешинский, Н. А. Кучеров, П. В. Зотикова, В. А. Решетников

МАИ, Москва, Россия

Данная работа посвящена определению коэффициента расхода истекающего из отверстия двухфазного потока пузырьковой структуры. При исследовании вопроса о коэффициенте расхода [1–4] выяснилось, что отсутствуют надежные формулы

для определения этого коэффициента. С этой целью использовалось устройство на рис. 1. Оно содержит конфузор 1 для подачи жидкости (вода), аэратор 2 для подачи газа (воздуха) с отверстиями 3 и диффузор 4, форсунку 5 с отверстиями 6.

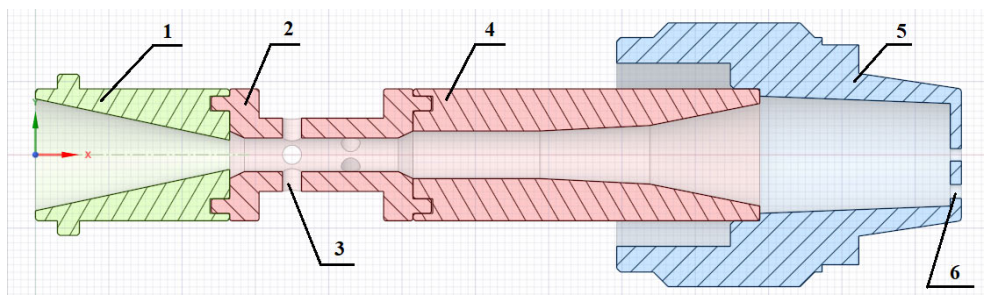


Рис. 1. Смеситель

Для получения экспериментальных данных измерялись расходы и температуры фаз, давление в форсунке 5, и давление в окружающей среде, куда истекает поток. Использовались несколько струйных форсунок с несколькими отверстиями диаметром от 2 до 3 мм. Результаты эксперимента по измерению расходных характеристик различных форсунок в зависимости от давления представлены на рис. 2.

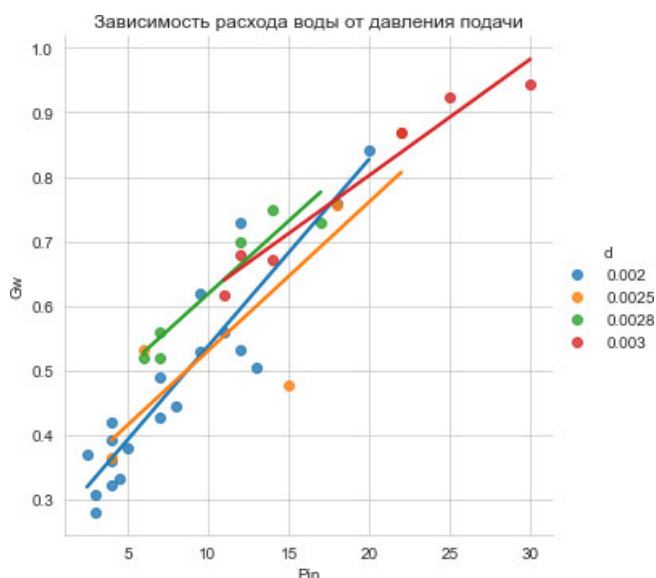


Рис. 2. Расходная характеристика (G_w — расход воды, кг/с; P_{in} — перепад давления, атм; d — диаметр отверстий, м)

При определении массового расхода не учитывался расход газовой фазы ввиду его малости. Погрешность, получаемая от пренебрежения массы газовой фазы в исследуемом диапазоне, не превышает 0,01 процента, поэтому коэффициенты расхода в данном исследовании были определены следующим образом.

По средней плотности:

$$C_D = \frac{G_w}{\rho_{mid} \sqrt{2\Delta P} / \rho_{mid} F}, \quad (1)$$

где G_w — расход воды, ρ_{mid} — средняя плотность, ΔP — перепад давления, F — площадь.

По жидкости:

$$C_{D_ww} = \frac{G_w}{\rho_w \sqrt{2\Delta P / \rho_w F}}, \quad (2)$$

где ρ_w — плотность жидкости.

Выражение для средней плотности пузырькового потока имеет следующий вид:

$$\rho_{mid} = \alpha_{air} \rho_{air} + (1 - \alpha_{air}) \rho_w, \quad (3)$$

где α_{air} — объемная доля воздуха, ρ_{air} — плотность воздуха. Пренебрегая первым слагаемым, ввиду его малости, используя выражения (1) и (2), преобразуем (3) как

$$\frac{\rho_{mid}}{\rho_w} = \frac{\alpha_{air} \rho_{air}}{\rho_w} + (1 - \alpha_{air}), \text{ ввиду того что } \frac{\alpha_{air} \rho_{air}}{\rho_w} \ll (1 - \alpha_{air}), \text{ тогда } \frac{\rho_{mid}}{\rho_w} = (1 - \alpha_{air}).$$

В итоге получаем выражение для коэффициента расхода пузырькового потока в следующей форме:

$$C_{D_w} = \frac{C_{D_ww}}{(1 - \alpha_{air})}. \quad (4)$$

По результатам экспериментов рассчитывалась корреляция между C_{D_w} и C_{D_ww} , которая составила 0,853. С учетом того, что эксперименты проводились в некотором диапазоне объемной концентрации α_{air} полученное значение корреляции полностью соответствует формуле выражению (4). Для определения значения коэффициента расхода пузырьковой системы необходимо определить коэффициент расхода для жидкостной системы C_{D_ww} , как функцию числа Рейнольдса, и воспользоваться выражением (4).

1. *Ochowiak M.* Analiza Procesu Rozpylania Cieczy w Rozpylaczach Pecherzykowych i Pecherzykowo–Wirowych // Habilitation Thesis, WPP. — Poznan University of Technology: Poznan, Poland, 2014. — P. 519 (in Polish).
2. *Chen S. K., Lefebvre A. H.* Discharge coefficients for plain-orifice effervescent atomizers // At. Sprays. — 1994. — V. 4. — P. 275–290.
3. *Ochowiak M., Matuszak M., Wiodarczak S., Krupirnska A., Markowska M., Gosciniaak A., Szulc T.* The concept design and study of twin-fluid effervescent atomizer with air stone aerator // Chem. Eng. Proc. Process Intensif. — 2018. — V. 124. — P. 24–28.
4. *Jedelsky J., Jichma M.* Prediction of discharge coefficient of internally-mixed twin-fluid atomizers // Proceedings of the 24th European Conference on Liquid Atomization and Spray Systems ILASS–Europe, Lisbon/Estoril, Portugal, 5–7 September 2011. — P. 1–6.

НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ СТЕПЕННОЙ ЖИДКОСТИ В ТРУБЕ С РЕЗКИМ РАСШИРЕНИЕМ С УЧЕТОМ ВЯЗКОЙ ДИССИПАЦИИ И ЗАВИСИМОСТИ ЭФФЕКТИВНОЙ ВЯЗКОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Д. А. Мамазова, К. Е. Рыльцева, Г. Р. Шрагер

ТГУ, Томск, Россия

Изучение задач о течении жидкости в трубах, имеющих особенность в виде резкого изменения радиуса, представляет как фундаментальный интерес, так и практическое значение.

В работе численно исследуется неизотермическое, ламинарное, стационарное течение несжимаемой степенной жидкости в цилиндрической трубе с резким изменением поперечного сечения. На рис. 1 представлена область движения жидкости в цилиндрической системе координат (z, r) .

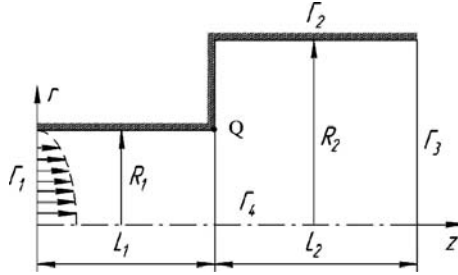


Рис. 1. Область решения задачи

Движение жидкости описывается системой уравнений, состоящей из уравнения переноса вихря, уравнения Пуассона для функции тока и уравнения энергии, записанной в безразмерном виде в переменных функция тока (ψ) — вихрь (ω) — температура (θ) :

$$\frac{\partial(u\omega)}{\partial z} + \frac{\partial(v\omega)}{\partial r} = \frac{2^n \cdot B}{\text{Re}} \left(\Delta\omega - \frac{\omega}{r^2} \right) + \frac{2^n \cdot S}{\text{Re}}, \quad (1)$$

$$\Delta\psi - \frac{2}{r} \frac{\partial\psi}{\partial r} = -r\omega, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(u\theta)}{\partial z} + \frac{\partial(v\theta)}{\partial r} + \frac{v\theta}{r} = \frac{2}{\text{Pe}} (\Delta\theta + 2^{n-1} \text{Вг} \cdot A^2 B), \quad (3)$$

где

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \frac{\partial\psi}{\partial z} = -vr, \quad \frac{\partial\psi}{\partial r} = ur,$$

$$S = 2 \frac{\partial^2 B}{\partial r \partial z} \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial^2 B}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 B}{\partial r^2} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} \right) + 2 \frac{\partial B}{\partial z} \frac{\partial \omega}{\partial z} + 2 \frac{\partial B}{\partial r} \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{\omega}{r} \frac{\partial B}{\partial r},$$

$$A = \sqrt{2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{v}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2}.$$

Замыкается система уравнений модифицированным законом Оствальда—де Вала, характеризующим поведение жидкой среды, где безразмерная эффективная вязкость зависит от температуры

$$B = e^{-\theta} A^{n-1}. \quad (4)$$

В (1)–(3) вводятся следующие обозначения: u, v — аксиальная и радиальная скорости, n — показатель нелинейности жидкости, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа, S — источниковый член, A — интенсивность тензора скоростей деформаций. Также в качестве масштабных величин скорости, длины, вязкости, давления и температуры используются следующие величины: $U, R_1, B = k_1 (U/R_1)^{n-1}, p = \rho U^2/2, \theta = \beta_1 (T - T_1)$, где U — среднерасходная скорость в узкой части трубы, R_1 — радиус узкой части трубы, $k_1 = k_0 \exp[-\beta_2 (T_1 - T_0)]$ — показатель консистенции при температуре жидкости на твердой стенке $(T_1), \beta_1$ —

температурный коэффициент вязкости, T — размерная температура жидкости в потоке. Уравнения содержат безразмерные параметры: $Re = \rho U^{2-n} (2R_1)^n / k_1$ — число Рейнольдса, $Pe = 2c\rho UR_1 / \lambda$ — число Пекле и $Bg = k_1 U^{n+1} (2R_1)^{1-n} \beta_1 / \lambda$ — число Бринкмана, где ρ — плотность жидкой среды, c — теплоемкость, λ — коэффициент теплопроводности.

На входной границе Γ_1 заданы профили скорости и температуры, соответствующие одномерному неизотермическому течению рассматриваемой жидкости [1]. На неподвижной твердой стенке Γ_2 используются условия прилипания и задана нулевая безразмерная температура. На выходе Γ_3 реализуются мягкие граничные условия. Стоит отметить, что вход и выход находятся на достаточном удалении от скачка сечения, чтобы исключить влияние последнего на характер течения во входном и выходном участках трубы. На оси симметрии Γ_4 применяются условия симметрии. Степень расширения трубы определяется отношением $\beta = R_2/R_1$, где R_2 — радиус широкой части трубы.

Для количественного анализа течения вводятся безразмерные геометрические характеристики структуры потока: длина циркуляционной зоны (L), длины зон двумерного течения до и после скачка сечения (l_1 и l_2 соответственно).

Сформулированная задача решается методом установления на основе конечно-разностной схемы переменных направлений [2, 3]. Метод прогонки используется для вычисления значений искомых функций.

В табл. 1 представлены значения длин геометрических характеристик структуры потока для изотермического и неизотермического случаев при изменении значения n . Сравнение приведенных характеристик показало, что увеличение n приводит к уменьшению l_1 и увеличению длины циркуляционной зоны L . С увеличением n в изотермическом случае l_2 падает, а в неизотермическом случае наблюдается рост l_2 , при этом, чем больше значение числа Pe , тем больше значение длины зоны двумерного течения за скачком трубы. Это связано с тем, что доминирование конвективного переноса тепла усиливается, в результате увеличивается область распространения прогретой части к выходной границе.

Таблица 1
Значения для длин зон двумерного течения в зависимости от n ($Bg = 1$, $Re = 1$, $\beta = 2$)

Длина зоны	Неизотермическое течение ($Pe = 10$)			Неизотермическое течение ($Pe = 100$)			Изотермическое течение		
	$n = 0,8$	$n = 1,0$	$n = 1,2$	$n = 0,8$	$n = 1,0$	$n = 1,2$	$n = 0,8$	$n = 1,0$	$n = 1,24$
l_1	0,777	0,659	0,581	0,719	0,601	0,535	0,605	0,552	0,526
l_2	6,029	6,083	6,231	35,897	39,602	42,880	3,656	2,932	2,415
L	0,372	0,431	0,482	0,391	0,450	0,495	0,453	0,559	0,647

В работе также представлены результаты параметрических исследований характеристик течения в зависимости от числа Рейнольдса ($1 \leq Re \leq 20$), числа Пекле ($1 \leq Pe \leq 100$) и показателя нелинейности жидкости ($0,6 \leq n \leq 1,4$).

1. Borzenko E. I., Ryltseva K. E., Shrager G. R. Non-isothermal steady flow of non-Newtonian fluid in an axisymmetric channel // XXI Winter School on Continuous Media Mechanics. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. — 2019. — V. 581. — P. 1–9.
2. Годунов С. К., Рябенкий В. С. Введение в теорию разностных схем. — М.: Физматгиз, 1962. — 340 с.
3. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. — М.: Наука, 1971. — 553 с.

ВЛИЯНИЕ ДИАМЕТРА ДОННЫХ ЧАСТИЦ НА РОСТ АМПЛИТУДЫ ДОННЫХ ВОЛН В РЕКАХ И КАНАЛАХ

И. И. Потапов, Ю. Г. Силакова

ВЦ ДВО РАН, Хабаровск, Россия

При построении математической модели развития донных волн были использованы результаты натурных экспериментальных исследований [4], в которых показано, что эволюция донных волн имеет два важных этапа. На первом этапе ровное песчаное дно теряет устойчивость и происходит развитие амплитуды донных волн, при этом длина донных волн изменяется слабо и определяется гранулометрическим составом песка [1]. К концу первого этапа рост амплитуды донных волн замедляется, происходит их перекашивание и начинается активный рост длины донных волн, при слабых изменениях их амплитуды.

В работе на основе аналитической модели расхода влекомых наносов [2] и аналитической модели, позволяющей определить придонные касательные напряжения над периодическим дном [3] сформулирована математическая модель первого этапа. Из решения сформулированной задачи получена аналитическая зависимость, позволяющая определить скорость роста амплитуды периодических донных волн в зависимости от диаметра донного материала. Выполненное сравнение полученного решения с экспериментальными данными [4] показало их хорошее качественное и количественное согласование.

1. *Крат Ю. Г., Потапов И. И.* Устойчивость дна в напорных каналах // Компьютерные исследования и моделирование. — 2015. — Т. 7. — С. 1061–1068.
2. *Петров А. Г., Потапов И. И.* Перенос наносов под действием нормальных и касательных придонных напряжений с учетом уклона дна // Прикладная механика и техническая физика. — 2014. — Т. 55, №5. — С. 100–105.
3. *Петров А. Г., Потапов И. И.* Моделирование обтекания турбулентным потоком периодической донной поверхности // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. — 2017. — Т. 53, №3. — С. 415–421.
4. *Fourriere A., Claudin Ph., Andreotti B.* Bedforms in a turbulent stream: formation of ripples by primary linear instability and of dunes by nonlinear pattern coarsening // Journal of Fluid Mechanics. — 2010. — V. 649. — P. 287–328.

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ НАЧАЛЬНЫЙ УЧАСТОК В ТРУБЕ С ПОРИСТЫМ АНИЗОТРОПНЫМ НАПОЛНИТЕЛЕМ ПРИ НАПОРНОМ ИЗОТЕРМИЧЕСКОМ ЛАМИНАРНОМ ТЕЧЕНИИ НЬЮТОНОВСКОЙ СРЕДЫ

А. В. Рязских, Е. А. Соболева

ВГТУ, Воронеж, Россия

Теоретической основой гидродинамического анализа в пористых средах является уравнение Дарси–Бринкмана–Форчхеймера (для ламинарного режима эффект инерционности незначителен [1]) в модификации Ксу–Ченга [2], которое трансформируется в уравнение Дарси–Бринкмана [3]

$$\left(\frac{\bar{v}}{\varepsilon} \cdot \nabla\right) \bar{v} = \frac{\varepsilon}{\rho_f} \left(-\nabla p + \frac{\mu_f}{\varepsilon} \nabla^2 \bar{v} - \frac{\mu_f}{K} \bar{v}\right), \quad (1)$$

дополненное уравнением неразрывности

$$\nabla \cdot \bar{v} = 0; \quad (2)$$

и краевыми условиями

$$\bar{v}|_{\Gamma} = 0, \quad (3)$$

где \bar{v} — вектор скорости несущей среды; p — давление; ρ_f , μ_f — плотность и динамическая вязкость жидкости; \bar{K} — триклинный тензор проницаемости; ε — порозность.

Для горизонтальной трубы с анизотропным пористым наполнителем, имеющим тензор проницаемости

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} K_z \cos^2 \gamma + K_r \sin^2 \gamma & (K_z - K_r) \cos \gamma \sin \gamma \\ (K_z - K_r) \cos \gamma \sin \gamma & K_z \sin^2 \gamma + K_r \cos^2 \gamma \end{bmatrix}$$

при осесимметричном однонаправленном течении ньютоновской жидкости через пористую матрицу система (1)–(3) в компонентном виде такова:

$$\frac{\partial V}{\partial Z} = -\varepsilon^2 \frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{\varepsilon}{\text{Re}} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial V}{\partial R} \right) \right] - \frac{\varepsilon^2 A}{\text{Re Da}} V; \quad (4)$$

$$\frac{\partial V}{\partial Z} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (RU) = 0; \quad (5)$$

$$\frac{\partial P}{\partial R} = 0; \quad (6)$$

$$V(0, R) = 1; \quad (7)$$

$$V(Z, 1) = 0; \quad (8)$$

$$\frac{\partial V(Z, 0)}{\partial R} = 0, \quad (9)$$

где $R = r/r_0$; $Z = z/r_0$; $V = v_z/v_0$; $U = v_r/v_0$; $P = p/(\rho_f v_0^2)$; $\text{Re} = v_0 r_0 \rho_f / \mu_f$ — число Рейнольдса; $\text{Da} = K_z / r_0^2$ — число Дарси; $A = \cos^2 \gamma + \eta \sin^2 \gamma$; $\eta = K_z / K_r$; r , z — цилиндрические координаты; v_r , v_z — компоненты \bar{v} ; v_0 — скорость среды во входном сечении трубы.

Получено аналитическое решение системы (4)–(9)

$$V(Z, R) = \frac{I_0(\sqrt{\varepsilon A / \text{Da}}) - I_0(R\sqrt{\varepsilon A / \text{Da}})}{I_0(\sqrt{\varepsilon A / \text{Da}}) - 2I_1(\sqrt{\varepsilon A / \text{Da}})/\sqrt{\varepsilon A / \text{Da}}} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\mu_n) - J_0(\mu_n R) \exp\left[-\varepsilon(\mu_n^2 + \varepsilon A / \text{Da}) \frac{Z}{\text{Re}}\right]}{\varepsilon(\mu_n^2 + \varepsilon A / \text{Da}) \left[\frac{1}{\mu_n} J_1(\mu_n) - \frac{1}{\mu_n^2} J_2(\mu_n) \right]}.$$

Длина гидродинамического начального участка найдена из условия относительного отклонения максимальных скоростей в трубе и при отсутствии пористого наполнителя ($\varepsilon \rightarrow 1$). Показано, что длина гидродинамического начального участка пропорциональна числу Рейнольдса, а коэффициент пропорциональности зависит от степени анизотропности A пористой матрицы.

1. *Izadpannah M. R., Muller-Steinhagen H., Jamilahmadi M.* Experimental and theoretical studies of convective heat transfer in a cylindrical porous medium // *Int. J. of Heat and Fluid Flow.* — 1998. — V. 19. — P. 629–635.
2. *Hsu C. T., Cheng P.* Thermal dispersion in porous medium // *Int. J. Heat Mass Transfer.* — 1990. — V. 33. — P. 1587–1597.
3. *Nield D. A., Bejan A.* *Convective in Porous Media.* — N.Y.: CRC Press, 2015. — 959 p.

ВЛИЯНИЕ ВНУТРЕННЕЙ ЭНЕРГИИ ПОВЕРХНОСТИ РАЗДЕЛА НА НЕСТАЦИОНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ ДВУХ БИНАРНЫХ СМЕСЕЙ В ЦИЛИНДРЕ

Н. Л. Собачкина

СФУ, Красноярск, Россия

Для многих жидкостей поверхностное натяжение хорошо аппроксимируется линейной функцией: $\sigma(\theta, c) = \sigma^0 - \varkappa_1(\theta - \theta^0) - \varkappa_2(c - c^0)$. В этом случае энергетическое условие упрощается до следующего [1]:

$$k_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial \mathbf{n}} - k_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial \mathbf{n}} = \varkappa_1 \theta \nabla_{\Gamma} \cdot \mathbf{u}, \quad (1)$$

где $\varkappa_1 = -\partial \sigma / \partial \theta$. В равенстве (1) k_1, k_2 — коэффициенты теплопроводности; \mathbf{n} — единичный вектор нормали к поверхности раздела жидкостей Γ , направленный во вторую жидкость; $\nabla_{\Gamma} = \nabla - (\mathbf{n} \cdot \nabla) \mathbf{n}$ — поверхностный градиент; $\theta = \theta_1 = \theta_2$, $\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_2$ — попарно совпадающие значения температур и вектора скорости обеих жидкостей на Γ , так что $\nabla_{\Gamma} \cdot \mathbf{u} = \text{div}_{\Gamma} \mathbf{u}$ есть поверхностная дивергенция вектора скорости \mathbf{u} . Согласно энергетическому условию изменения поверхностной внутренней энергии индуцируют соответствующие изменения потоков тепла через границу раздела Γ . При достаточно высоких температурах для обычных жидкостей, а также для жидкостей с малой вязкостью, приращения внутренней энергии межфазной поверхности могут оказывать значительное воздействие на динамику. Поэтому задачи, связанные с этими явлениями, являются актуальными.

Рассматривается двумерное нестационарное осесимметричное течение двух несмешивающихся несжимаемых бинарных смесей в цилиндрической трубке радиуса R_2 . Бинарные смеси занимают области: $\Omega_1 = \{0 \leq r \leq R_1, |z| < \infty\}$ и $\Omega_2 = \{R_1 \leq r \leq R_2, |z| < \infty\}$, где r, z — радиальная и аксиальная цилиндрические координаты. Здесь $r = R_1$ — общая неподвижная поверхность раздела бинарных смесей, $r = R_2$ — твердая стенка. Влияние силы тяжести не учитывается, что может быть оправдано, например, если трубка является достаточно узким капилляром.

Таким образом, определяющие уравнения движения и тепломассопереноса с учетом эффекта термодиффузии имеют вид:

$$u_{jt} + u_j u_{jr} + w_j u_{jz} + \frac{1}{\rho_j} p_{jr} = \nu_j \left(\Delta u_j - \frac{u_j}{r^2} \right), \quad (2)$$

$$w_{jt} + u_j w_{jr} + w_j w_{jz} + \frac{1}{\rho_j} p_{jz} = \nu_j \Delta w_j, \quad (3)$$

$$u_{jr} + \frac{u_j}{r} + w_{jz} = 0, \quad (4)$$

$$\theta_{jt} + u_j \theta_{jr} + w_j \theta_{jz} = \chi_j \Delta \theta_j, \quad (5)$$

$$c_{jt} + u_j c_{jr} + w_j c_{jz} = d_j \Delta c_j + \alpha_j d_j \Delta \theta_j, \quad (6)$$

где u_j, w_j — проекции вектора скорости на оси r, z цилиндрической системы координат; p_j — давление в слоях; θ_j, c_j — отклонения температуры и концентрации от средних значений θ^0, c^0 ; $\Delta = \partial^2 / \partial r^2 + r^{-1} \partial / \partial r + \partial^2 / \partial z^2$ — оператор Лапласа; d_j, α_j — коэффициенты диффузии и термодиффузии соответственно.

Решение задачи ищется в специальном виде:

$$\begin{aligned} u_j &= u_j(r, t), & w_j &= z v_j(r, t), & p_j &= p_j(r, z, t), \\ \theta_j &= a_j(r, t) z^2 + b_j(r, t), & c_j &= h_j(r, t) z^2 + g_j(r, t). \end{aligned} \quad (7)$$

В этом представлении поле скоростей соответствует известному решению Хименца [2]. При этом температура θ_j принимает экстремальное значение в точке $z = 0$: максимум при $a_j(r, t) < 0$ и минимум при $a_j(r, t) > 0$. Для концентрации c_j получаем аналогичную интерпретацию.

После подстановки вида решения в систему уравнений термодиффузии, преобразований уравнений импульса, а также обезразмеривания возникает сопряженная начально-краевая задача в области по пространственной переменной ξ , которая при $j = 1$ изменяется в пределах от 0 до 1, а при $j = 2$ — в пределах от 1 до R (здесь $R = R_2/R_1 > 1$). Эта задача является нелинейной и обратной относительно градиентов давлений $F_j(\tau)$ вдоль оси цилиндрического капилляра. Для ее решения применяется тау-метод (модификация метода Галеркина). В качестве базисных функций были взяты смещенные полиномы Якоби $R_k^{(0,1)}(\xi)$. В итоге система интегро-дифференциальных уравнений сводится к замкнутой системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, которая интегрировалась численно методом Рунге–Кутты четвертого порядка точности.

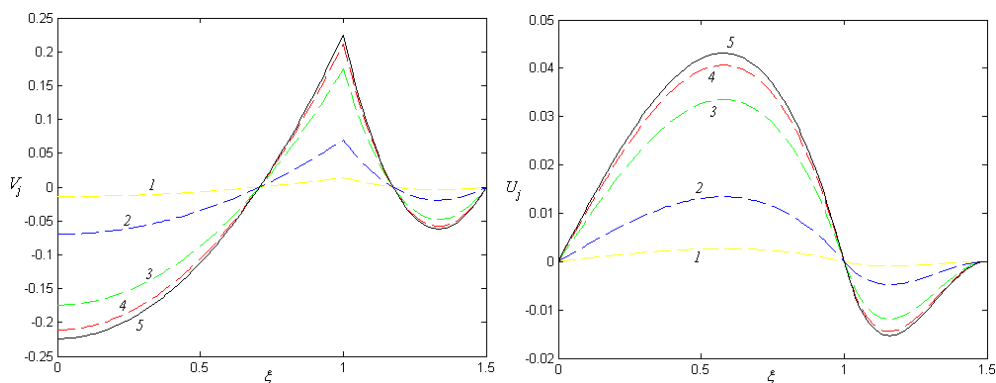


Рис. 1. Поведение функции $V_j(\xi, \tau)$ и профиль скорости $U_j(\xi, \tau)$ в различные моменты времени: 1 — $\tau = 0,08$; 2 — $\tau = 0,4$; 3 — $\tau = 1,21$; 4 — $\tau = 1,42$; 5 — стационарное решение

На рис. 1 представлен численный расчет для поля скоростей в модельной системе «муравьиная кислота—трансформаторное масло». Здесь изображены график функции $V_j(\xi, \tau)$ и профиль радиальной скорости $U_j(\xi, \tau)$ в различные моменты времени. Анализируя данный результат, приходим к выводу, что решение нестационарной задачи с ростом времени выходит на стационарный режим, полученный при решении нелинейной стационарной задачи методом Ньютона [3]. В свою очередь, градиенты давления $F_j(\tau)$ в слоях стабилизируются по времени на бесконечности и сходятся к значениям $F_1 = -1,78305$, $F_2 = -71,22054$.

Отметим, что функция $V_j(\xi, \tau)$ при переходе через нуль на промежутках $0 < \xi < 1$ и $1 < \xi < 1,5$ меняет знак. Это означает, что течения бинарных смесей меняют направление движения. Таким образом, в жидких слоях вблизи границы раздела возникают зоны возвратного течения.

Представляет интерес исследовать, как влияет изменение внутренней энергии поверхности раздела на характер течения бинарных смесей. В результате расчетов установлено, что с увеличением энергетического параметра E при фиксированном τ значения функций $V_j(\xi, \tau)$, $U_j(\xi, \tau)$ по абсолютной величине уменьшаются. Из чего можно заключить, что эффекты, связанные с теплотой образования межфазной поверхности, способствуют изменению характерной скорости конвекции, снижению интенсивности и ламинаризации течения вблизи этой поверхности.

Проследим, что происходит с остальными искомыми функциями задачи. Вследствие образования теплоты функция $A_j(\xi, \tau)$ в обоих слоях возрастает. Что касается «концентрации», то функция $H_j(\xi, \tau)$ убывает. Здесь не обойтись без учета числа Cope Sr_j . Этот безразмерный параметр оказывает огромное влияние на распределение концентрации в смесях. В зависимости от коэффициента термодиффузии α_j число Cope может быть как положительным, так и отрицательным. Из результатов численного расчета следует, что в данной модели имеет место аномальная термодиффузия.

1. Андреев В. К., Захватаев В. Е., Рябицкий Е. А. Термокапиллярная неустойчивость. — Новосибирск: Наука, 2000. — 280 с.
2. Hiemenz K. Die Grenzschicht an einem in den gleichförmigen Flüssigkeitsstrom eingetauchten geraden Kreiszyylinder // Dinglers Politech. J. — 1911. — V. 326. — P. 314–321.
3. Andreev V. K., Sobachkina N. L. Two-layer stationary flow in a cylindrical capillary taking into account changes in the internal energy of the interface // Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics. — 2021. — V. 14(4). — P. 507–518.

БЕССЕТОЧНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА СТРУКТУРЫ ТЕЧЕНИЯ В УДАРНОМ СЛОЕ ПРИ ДВИЖЕНИИ КРУПНЫХ ДИСПЕРСНЫХ ЧАСТИЦ*

А. В. Способин

МАИ, Москва, Россия

Представленная работа посвящена изучению методами математического моделирования обтекания тел высокоскоростными газовыми потоками, содержащими дисперсную примесь. Актуальность темы обусловлена широким распространением запыленных потоков среди природных явлений и технологических процессов [1, 2]. Особый интерес представляет расчет движения одиночных относительно крупных частиц, которые, как было показано в стендовых испытаниях [3] и вычислительных экспериментах [4–6], двигаясь навстречу набегающему потоку, могут существенно изменить структуру течения газа в ударном слое. В настоящей работе бессеточным методом [7] решается задача численного моделирования движения крупных частиц в ударном слое у поверхности сферы.

Основой математической модели служит система нестационарных уравнений Навье–Стокса вязкого теплопроводного газа в консервативных переменных. Условия на входной границе области расчета определяются числами Маха и Рейнольдса. На изотермических стенках находящихся в потоке тел ставятся граничные условия прилипания и непротекания. Со стороны несущей среды на относительно крупных высокоинерционных частицах действует сила аэродинамического сопротивления.

Дискретизация уравнений, согласно бессточному методу [7], выполняется на конечном множестве распределенных в пространстве расчетных узлов. Алгоритм построен на аппроксимации методом наименьших квадратов частных пространственных производных газодинамических параметров и содержащих их функций, которая применяется как при вычислении конвективных и вязких потоков в системе уравнений газовой динамики, так и при постановке граничных условий. Для расчета конвективных потоков используется схема семейства AUSM в сочетании с MUSCL-реконструкцией второго порядка векторов консервативных перемен-

*Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России, номер темы FSFF-2020-0013.

ных. Интегрирование системы уравнений по времени выполняется явным методом Рунге–Кутты.

Решение системы уравнений газовой динамики в окрестности каждой подвижной частицы выполняется в локальной системе координат на своем облаке вычислительных узлов, внешние узлы которого связаны с соседними узлами из основного набора узлов или облаков других частиц. При перемещении частицы в пространстве формируются связи с новыми соседними узлами, узлы в перекрытии облаков исключаются из расчета.

Программная реализация модели выполнена на основе технологии параллельных гетерогенных вычислений OpenCL. Результаты численного моделирования движения одной и нескольких частиц в сверхзвуковом ударном слое представлением бессеточным методом хорошо согласуются с полученными методом конечных объемов на адаптивных декартовых сетках [8]. Использование анизотропного распределения вычислительных узлов в пространстве позволяет с требуемой точностью разрешить течение внутри пограничного слоя на относительно небольшом количестве точек и кратно сократить вычислительные затраты по сравнению с методом на декартовых сетках.

1. *Михатулин Д. С., Полежаев Ю. В., Ревизников Д. Л.* Исследование разрушения углеродного теплозащитного материала при полете в запыленной атмосфере // ТВТ. — 2003. — Т. 41, №1. — С. 98–105.
2. *Ревизников Д. Л., Сухарев Т. Ю.* Гиперзвуковое обтекание затупленных тел в условиях атмосферы Земли и Марса. Сравнительный анализ математических моделей // Тепловые процессы в технике. — 2018. — Т. 10, №1–2. — С. 5–15.
3. *Holden M. S., Gustafson G. Q., Duryea G. R., Hudack L. T.* An Experimental Study of Particle-Induced Convective Heating Augmentation // AIAA Paper. — 1976. — P. 76–320.
4. *Reviznikov D. L., Sposobin A. V., Ivanov I. E.* Oscillatory flow regimes resulting from the shock layer–particle interaction // High Temp. — 2020. — V. 57, No. 2. — P. 278–283.
5. *Способин А. В., Ревизников Д. Л., Иванов И. Э., Крюков И. А.* Колебания давления и теплового потока, индуцированные газодинамическим взаимодействием высокоинерционной частицы с ударным слоем // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. — 2020. — №4. — С. 108–115.
6. *Ревизников Д. Л., Способин А. В., Иванов И. Э.* Сравнительный анализ расчетных и экспериментальных данных об осциллирующем течении, индуцированном газодинамическим взаимодействием частицы с ударным слоем // ТВТ. — 2020. — Т. 58, №6. — С. 901–908.
7. *Способин А. В.* Бессеточный алгоритм расчета сверхзвуковых течений вязкого теплопроводного газа // Труды МАИ. — 2021. — №121. — С. 25.
8. *Ревизников Д. Л., Способин А. В., Иванов И. Э.* Изменение структуры течения под воздействием высокоинерционной частицы при обтекании тела сверхзвуковым гетерогенным потоком // ТВТ. — 2018. — Т. 56, №6. — С. 908–913.

РЕЗОНАНСНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ГАЗА И АЭРОЗОЛЯ В ОТКРЫТОЙ ТРУБЕ С ИЗМЕНЯЮЩИМСЯ СЕЧЕНИЕМ*

Л. А. Ткаченко, Л. Р. Шайдуллин, С. А. Фадеев

ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

Нелинейные колебания среды могут быть использованы в различных областях техники для интенсификации процессов переноса, сепарации и осаждения частиц,

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №20-11-20070).

а также для повышения производительности различных объектов [1, 2]. Увеличение эффективности указанных процессов наблюдается с увеличением амплитуды колебаний [3]. Труба с изменяющимся в осевом направлении сечением позволяет интенсифицировать колебания с сохранением энергозатрат [4, 5]. Интенсивное воздействие волнового поля позволяет решать актуальную задачу акустической коагуляции и осаждения аэрозолей [6]. Ускоренное осаждение полидисперсного и монодисперсного аэрозолей в волновом поле открытой трубы вблизи резонанса изучено в работах [7–9].

В данной работе исследуются колебания газа и динамика аэрозоля в открытой трубе с изменяющимся сечением на резонансной частоте возбуждения.

В экспериментах рассматривается открытая труба со скачком сечения, состоящая из двух частей. Широкая секция представляет собой цилиндр высотой 0,038 м и радиусом 0,05 м, в котором по гармоническому закону совершает колебания плоский поршень с частотой f и амплитудой l . Цилиндр герметично соединен со стеклянной трубой радиуса 0,01825 м и длиной 1,09 м. Верхний конец трубы открыт и сообщается с окружающей средой. Колебания создаются электродинамическим виброгенератором марки ES-1-150 (Dongling Vibration) с воздушным охлаждением и усилителем мощности марки SDA-1. Управление и контроль вибростендом осуществляется через специальное программное обеспечение на ноутбуке посредством пьезоэлектрического акселерометра марки AP2037-100 фирмы Глобал Тест (Россия) и контроллера VENZO 880 (DynaTronic Corporation). Давление измеряется с помощью датчика модели 8530C-15 (Bruel & Kjaer), сигнал с которого, через трехканальный мостовой усилитель напряжения ENDEVCO модель 136 (Bruel & Kjaer), подается на цифровой осциллограф модели DSO 3062A (Agilent Technologies). В качестве рабочей среды используется аэрозоль DEHS с диаметром капель около 0,863 мкм. Время осаждения аэрозоля определяется с использованием оптической системы, состоящей из источника света в виде лазера SYD1230 (длина волны 650 нм, мощность 5 мВт) и цифрового люксметра марки АТТ-1505 (Актаком). Свет проходит через аэрозоль перпендикулярно оси трубы и попадает в центр светочувствительного датчика люксметра. Полученные показания датчика люксметра переводятся в концентрацию капель.

Рассмотрим результаты экспериментальных исследований. Наблюдается увеличение размаха колебаний давления среды с ростом амплитуды хождения поршня и с приближением к резонансной частоте $f_1 = 64$ Гц. Увеличение амплитуды в 6 раз приводит к увеличению давления в 5,4 раза на резонансе. Форма волны давления на всех исследуемых частотах и амплитудах сохраняет непрерывный близкий к гармоническому вид. При этом в сравнении с однородной открытой трубой аналогичного радиуса при одинаковой амплитуде хождения поршня 0,5 мм [7], наличие скачка сечения в трубе приводит к увеличению размаха колебаний давления газа. Концентрация капель аэрозоля монотонно уменьшается со временем по экспоненциальному закону. При наличии колебаний наблюдается ускорение осаждения аэрозоля, которое происходит более эффективно с увеличением амплитуды хождения поршня. При амплитуде 1,5 мм происходит наиболее резкое падение концентрации капель и процесс осаждения протекает в 6 раз быстрее, чем на амплитуде 0,5 мм, в 9 раз быстрее, чем на амплитуде 0,25 мм и в 80 раз быстрее, чем при естественном осаждении в отсутствие колебаний. Ускоренное осаждение объясняется тем, что при колебаниях на резонансе возникает акустическое течение в виде одного тороидального вихря, занимающего весь объем трубы, который вовлекает аэрозоль в движение и приводит к его последующему осаждению на стенках.

1. Ганиев Р. Ф., Украинский Л. Е. Нелинейная волновая механика и технологии. Волновые и колебательные явления в основе высоких технологий. — М.: Ин-т комп. иссл.; НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2011. — 780 с.
2. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Осипов П. П., Ткаченко Л. А., Шайдуллин Л. Р. Волновая динамика газовзвесей и отдельных частиц при резонансных колебаниях (обзор) // ТВТ. — 2021. — Т. 59, №3. — С. 443–466.
3. Ilinskii Y. A., Lipkens B., Lucas T. S., Van Doren T. W., Zabolotskaya E. A. Nonlinear standing waves in an acoustical resonator // JASA. — 1998. — V. 104. — P. 2664–2674.
4. Zaripov R. G., Ilgamov M. A. Nonlinear gas oscillations in a pipe // J. Sound and Vibr. 1976. — V.46, No. 2. — P. 245–257.
5. Min Q. Generation of extremely nonlinear standing-wave field using loudspeaker-driven dissonant tube // JASA. — 2018. — V. 143. — P. 1472–1476.
6. Медников Е. П. Акустическая коагуляция и осаждение аэрозолей. — М.: Изд-во АН СССР, 1963. — 263 с.
7. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Ткаченко Л. А. Экспериментальное исследование колебаний аэрозоля в открытой трубе в безударно-волновом режиме // ТВТ. — 2013. — Т. 51, №6. — С. 955–957.
8. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Ткаченко Л. А., Шайдуллин Л. Р. Динамика аэрозоля в открытой трубе при колебаниях различной интенсивности вблизи резонанса // ТВТ. — 2018. — Т. 56, №1. — С. 145–147.
9. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Ткаченко Л. А., Шайдуллин Л. Р. Осаждение дыма при нелинейных колебаниях в открытой трубе вблизи резонанса // ТВТ. — 2019. — Т. 57, №5. — С. 793–796.

ВОЛНОВАЯ ДИНАМИКА КАПЕЛЬ ОКТАФТОРПРОПАНА В ВЯЗКОУПРУГОЙ СРЕДЕ*

Ю. В. Федоров, К. А. Панин

ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

В последнее время большой интерес представляет изучение эмульсий с фазовыми переходами, обладающих следующей особенностью. Под действием ультразвука внутри капель жидкости образуются пузырьки пара. Этот процесс известен как акустическое испарение капель [1]. Использование данных эмульсий имеет огромный потенциал в биомедицине [2, 3], поскольку, в отличие от обычных газовых микропузырьков капли жидкости могут быть достаточно маленькими и могут спокойно протекать через тонкие капилляры. В качестве капель жидкости обычно используют капли перфторуглерода, такие как декафторбутан C_4F_{10} , октафторпропан C_3F_8 и додекафторпентан C_5F_{12} [4, 5]. Выбор данных веществ связан с тем, что они остаются метастабильными при физиологической температуре и не могут самопроизвольно испаряться. Для их испарения требуется акустическая энергия. В настоящей работе представлена математическая модель, определяющая рост пузырька пара внутри капли октафторпропана C_3F_8 , находящейся в вязкоупругой жидкости.

В работе [6] представлены экспериментальные данные по росту пузырька пара внутри капли октафторпропана, находящейся в воде. Начальный радиус капли R_{20} составлял 10^{-6} м, начальный радиус зародыша пара $R_{10} = 10^{-7}$ м. Предполагалось, что когда капля полностью испарялась, то начинал совершать радиальные колеба-

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №21-71-00025).

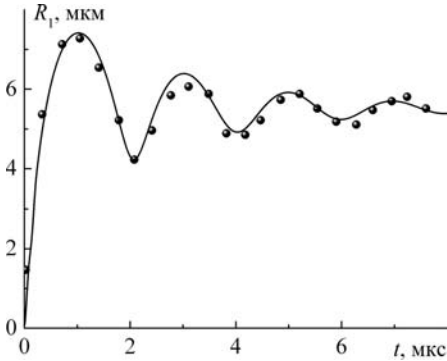


Рис. 1. Сравнение зависимости радиуса пузырька пара от времени с экспериментальными данными [6]

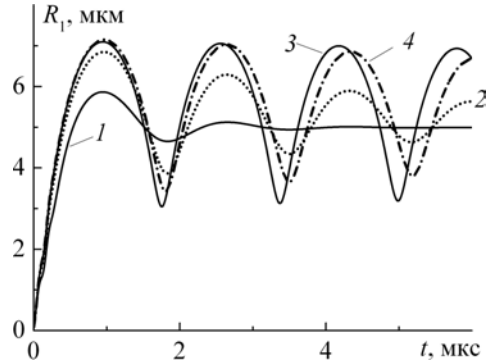


Рис. 2. Зависимости радиуса пузырька пара от времени при испарении капли в вязкоупругой жидкости для различных реологических моделей: 1 — модель Кельвина-Фойгта; 2 — модель Олдройда; 3 — модель Зенера; 4 — модель Максвелла

ния чистый пузырек пара, т. е. в этом случае полагалось, что отсутствуют фазовые переходы. Для проверки корректности полученной теории и выбранной численной реализации, на рис. 1 приведено сравнение с данным экспериментом. Как видно, найдено хорошее соответствие теории с опытными данными.

Реологическая модель, учитывающая вязкоупругость несущей жидкости задавалась в общем виде так, что в частных случаях она объединяла в себя модель Кельвина-Фойгта ($\lambda_1 = \lambda_2 = 0$), модель Максвелла ($\lambda_2 = G = 0$), модель Зенера ($\lambda_2 = 0$), модель Олдройда ($G = 0$):

$$\lambda_1 \dot{\tau}_{rr} + \tau_{rr} = 2G\varepsilon_{rr} + 2\mu\dot{\varepsilon}_{rr} + 2\mu\lambda_2\ddot{\varepsilon}_{rr}.$$

Здесь λ_1 — время релаксации, λ_2 — время ретардации, G — модуль сдвига, μ — вязкость, τ — нормальное напряжение, ε — деформация.

На рис. 2 представлены зависимости радиуса пузырька пара от времени для различных реологических моделей. Для модели Кельвина-Фойгта рост пузырька пара уменьшается из-за упругости несущей жидкости, а его колебания сильно затухают.

Однако для моделей, в которых присутствует время релаксации, рост пузырька и его колебания заметно увеличиваются. При текущем значении времени релаксации 1 мкс упругость играет лишь небольшую роль в модели Зенера, но частота колебаний увеличивается по сравнению с моделью Максвелла. Время ретардации в модели Олдройда снижает рост пузырька пара и усиливает затухание его радиальных колебаний. Таким образом, показано существенное влияние упругости несущей жидкости на волновую динамику капли с пузырьком пара по центру. Некоторые результаты по данной теме опубликованы в работах авторов [7–9].

1. Kripfgans O. D., Fowlkes J. B., Miller D. L., Eldevik O. P., Carson P. L. Acoustic droplet vaporization for therapeutic and diagnostic applications // *Ultrasound Med. Biol.* — 2000. — V. 26. — P. 1177–1189.
2. Sheeran P. S., Dayton P. A. Phase-change contrast agents for imaging and therapy // *Curr. Pharm. Des.* — 2012. — V. 18. — P. 2152–2165.
3. Kee A. L., Teo B. M. Biomedical applications of acoustically responsive phase shift nanodroplets: current status and future directions // *Ultrason. Sonochem.* — 2019. — V. 56. — P. 37–45.

4. Sheeran P. S., Wong V. P., Luois S., McFarland R. J., Ross W. D., Feingold S., Matsunaga T. O., Dayton P. A. Decafluorobutane as a phase-change contrast agent for low-energy extravascular ultrasonic imaging // *Ultrasound Med. Biol.* — 2011. — V. 37. — P. 1518–1530.
5. Sheeran P. S., Luois S., Dayton P. A., Matsunaga T. O. Formulation and acoustic studies of a new phase-shift agent for diagnostic and therapeutic ultrasound // *Langmuir.* — 2011. — V. 27. — P. 10412–10420.
6. Doinikov A. A., Sheeran P. S., Bouakaz A., Dayton P. A. Vaporization dynamics of volatile perfluorocarbon droplets: a theoretical model and in vitro validation // *Medical Physics.* — 2014. — V. 41. — P. 102901. — DOI: 10.1118/1.4894804.
7. Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. В. Волновая динамика покрытых оболочкой включений в вязкоупругой среде // *Прикладная механика и техническая физика.* — 2020. — Т. 61, № 4. — С. 22–30.
8. Gubaidullin D. A., Fedorov Yu. V. Acoustics of a viscoelastic medium with encapsulated bubbles // *Journal of Hydrodynamics.* — 2021. — V. 33, No. 1. — P. 55–62.
9. Fedorov Yu. V., Panin K. A. Heat and mass transfer in the acoustics of liquid with encapsulated droplets // *Lobachevskii Journal of Mathematics.* — 2022. — V. 43, No. 2. — P. 376–380.

ОБТЕКАНИЕ КАПЛЕЙ ВОДЫ ПАКЕТА ТОНКИХ КОЛЕЦ*

А. И. Федюшкин

ИПМех РАН, Москва, Россия

В связи с защитой людей от инфекционных заболеваний, передающихся воздушно-капельным путем, в том числе от вируса COVID-19, стоит задача исследования проникновения капель жидкости через защитные маски. Вирус живет в питательной жидкой среде малого объема, поэтому данная работа посвящена изучению обтекания и задержания жидкой капли пакетом тонких колец (упрощенная модель защитной маски). Ранее в работе [1] изучалось обтекание капель отдельной нити. Экспериментально обтекание тонкого цилиндра изучалось в работе [2] каплями ньютоновских и упруговязких жидкостей водных растворов полиакриламида, реология которых соответствует реальным ротовым и бронхиальным жидкостям [3]. Данная работа посвящена обтеканию капель воды пакета тонких колец (рис. 1) и является продолжением исследований обтекания капель отдельной тонкой нити [1, 2], коалесценции двух капель [4, 5] и растекания капель при ударах о твердую поверхность [6, 7].

В данной работе исследуется обтекание капель воды (диаметром $d_i = 2,68$ мм) пакета тонких концентрических колец (28 колец диаметрами от $d_r = 0,5$ мм до $d_r = 5,5$ мм и толщиной $h_i = 0,02$ мм, расположенных в пяти горизонтальных плоскостях (слоях) на расстоянии $\Delta h = 0,5$ мм друг от друга (три слоя по шесть и два слоя по пять колец)). Пакет колец показан слева на рис. 1, как проекция колец на горизонтальную плоскость (вид сверху). На других рисунках 1–3 пакет колец показан в вертикальном сечении — точками, находящимися внутри цилиндрической расчетной области высотой $H = 10$ мм и радиусом $R = 3$ мм. Математическая модель основана на численном решении системы двумерных нестационарных уравнений Навье–Стокса в цилиндрической системе координат в приближении осевой симметрии для двухфазной системы «воздух–вода». В данной модели вектор силы

*Работа выполнена при финансовой поддержке государственной программы по теме АААА-А20-120011690131-7 и гранта РФФИ №20-04-60128 Вирусы.

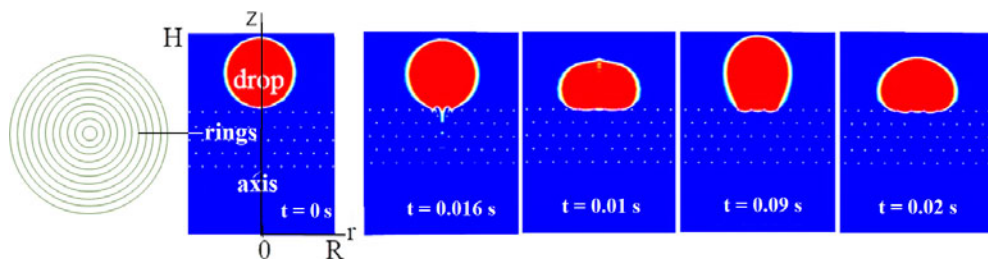


Рис. 1. Слева: пакет колец (вид их проекции сверху), расчетная область и удержание капли ($d_i = 2,68$ мм, $v_i = 0,1$ м/с) пакетом колец контактный угол $\theta = 90^\circ$)

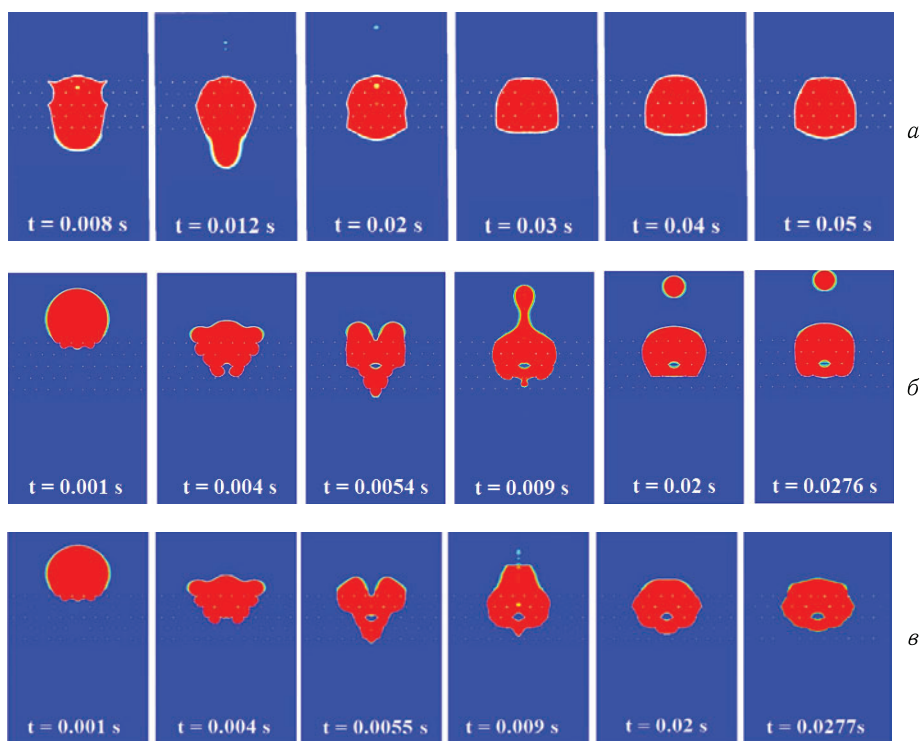


Рис. 2. Влияние контактного угла при обтекании каплей ($d_i = 2,68$ мм, $v_i = 0,5$ м/с) пакета колец: *a* — $\theta = 0^\circ$; *б* — $\theta = 90^\circ$; *в* — $\theta = 180^\circ$

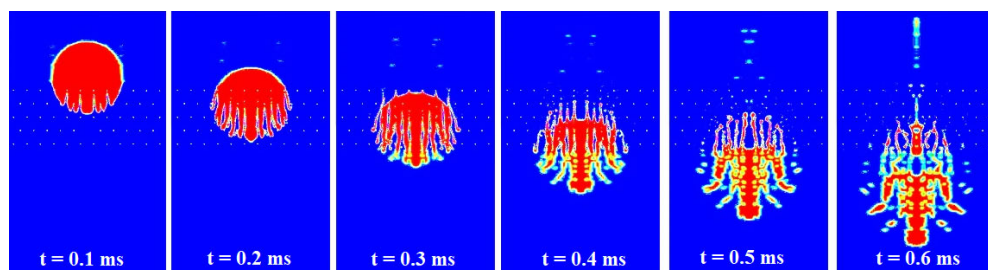


Рис. 3. Протекание капли через пакет колец ($d_i = 2,68$ мм, $v_i = 10$ м/с, $\theta = 90^\circ$)

тяжести g направлен навстречу оси z (по умолчанию величина $g = 0$) (рис. 1). Для определения межфазной границы использовался VOF-метод и функции объемного фазового содержания для определения которой решалось дополнительное уравнение переноса. Уравнений Навье–Стокса использовали плотность и вязкость, усредненные с весом функции объемного содержания фазы, и решались методом контрольных объемов. Задавались следующие граничные условия: на входе расчетной области — нулевая скорость, на выходе — давление, на других границах условия симметрии потока. На поверхности раздела «воздух–вода» ставится условие равновесия поверхностных сил и давления. Детальнее математическая модель описана в работах [4, 5]. В начальный момент капля находится на расстоянии своего радиуса от плоскости первого слоя колец и имеет скорость v_i . Рассмотрен диапазон начальных скоростей капли v_i от 0 (с учетом силы тяжести) до 10 м/с и кольца с углами смачивания равными $\theta = 0^\circ, 10^\circ, 90^\circ, 170^\circ$ и 180° .

Результаты моделирования показали наличие разных режимов обтекания пакета тонких колец каплей воды: отталкивание, удержание и протекание (с фрагментацией и коалесценцией). При скоростях капли до 1 м/с рассмотренный пакет тонких колец способен задерживать проникновение капли воды ($d_i = 2,68$ мм), т. е. капля удерживается кольцами за счет сил поверхностного натяжения. На рис. 1 показано, как капля удерживается первым слоем колец, при этом капля деформируется и форма капли осциллирует ($v_i = 0,1$ м/с). На рис. 2 показано, как капля ($v_i = 0,5$ м/с) удерживается внутри пакета колец для трех значений контактного угла ($\theta = 0^\circ, \theta = 90^\circ, \theta = 180^\circ$). Характер задержания и протекания капли через пакет тонких колец зависит от гидрофобности колец. При скоростях капли свыше $v_i > 1$ м/с она проникает через пакет колец, фрагментируясь на части, которые затем частично коалесцируются, в частности, как показано на рис. 3.

1. *Fedyushkin A. I., Rozhkov A. N., Rudenko A. O.* Collision of water drops with a thin cylinder // *J. Phys.: Conf. Ser.* — 2021. — V. 2057, No. 1. — 012034. — DOI: 10.1088/1742-6596/2057/1/012034.
2. *Рожков А. Н., Руденко А. О.* Столкновение упруговязкой капли с тонким цилиндром // *Материалы XXII Международной конференции по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВСМПС'2021)*, 4–13 сентября 2021 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2021. — С. 442–444.
3. *Базилевский А. В., Ентов В. М., Рожков А. Н.* Распад жидкого мостика — метод реологического тестирования биологических жидкостей // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа.* — 2011. — №4. — С. 119–129.
4. *Федюшкин А. И., Рожков А. Н.* Моделирование коалесценции капель // *Математическое моделирование и численные методы.* — 2020. — Т. 26, №2. — С. 46–58.
5. *Fedyushkin A. I., Rozhkov A. N.* A coalescence of the droplets // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.* — 2020. — V. 927. — 012055. — DOI: 10.1088/1757899x/927/1/012055.
6. *Федюшкин А. И., Рожков А. Н.* Гидродинамика капли воды при ее столкновении с небольшим препятствием // *Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах: Шестая международная научная конференция-школа молодых ученых; Москва, 21–23 октября 2020 г., Сборник материалов.* — М.: ООО ПРИНТ ПРО, 2020. — С. 160–162.
7. *Рожков А. Н., Федюшкин А. И.* Гидродинамика капли при столкновении с препятствием // *Материалы XII Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (NPNJ'2018)*, 24–31 мая 2018 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2018. — С. 218–221.

РЕЖИМЫ ТЕЧЕНИЯ КАПЛИ ЧЕРЕЗ ОТВЕРСТИЕ*

А. И. Федюшкин¹, А. Н. Рожков¹, А. О. Руденко¹,
А. А. Гневушев², А. А. Пунтус²

¹ИПМех РАН, Москва, Россия; ²МАИ, Москва, Россия

Течение капель жидкостей через одно или несколько отверстий при их падении на пористые поверхности, например, в виде сито, сетчатых фильтров и медицинских масок — распространенное явление в природе и технике [1]. Изучение протекания капель через отверстия медицинских масок (проникновение или задержание) важно для передачи инфекций, переносимых мелкими каплями от больного человека к здоровому. Особенностью данного процесса является то, что мелкие капли, которые формируются при дыхании, чихании, кашле, обладают упругостью, присущей ротовой и бронхиальной жидкостям [2]. Критерий разбрызгивания/растекания капли при ударе о препятствие был найден в работе [3]. Ранее авторами было показано, что движущуюся каплю возможно задержать или оттолкнуть даже отдельной нитью [4]. В работе [5] найдено три режима течения капли через отверстие: I) захват капли отверстием; II) распад капли на две части, захват одной и отрыв другой; III) отрыв капли с провисанием. Настоящая работа посвящена экспериментальному и математическому изучению данных режимов движения капли через отверстие (в тонкой пластине) или кольцо (а также через пакет тонких колец или струн) для жидкостей с различными свойствами.

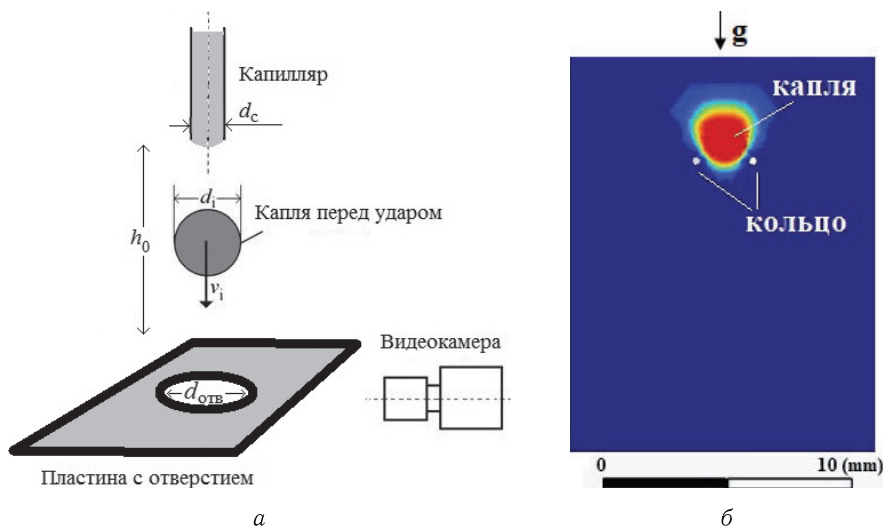


Рис. 1. Схема эксперимента (а) и часть расчетной области вблизи кольца (б)

Схема эксперимента показаны на рис. 1, а и более подробно изложена в [5]. В экспериментах капля падала на пластину с отверстием. Диаметр капли в полете составлял $d_i \approx 3$ мм, диаметр отверстия составлял $d_{отв} \approx 3$ мм, толщина пластины — 0,44 мм. Пластина располагалась на расстоянии $h_0 = 5, 10$ и 20 мм от среза инжектора. Скорость столкновения оценивалась на уровне $v_i = 0,2-0,5$ м/с. Мате-

*Работа выполнена при финансовой поддержке государственной программы по теме АААА-А20-120011690131-7 и гранта РФФИ №20-04-60128 Вирусы.

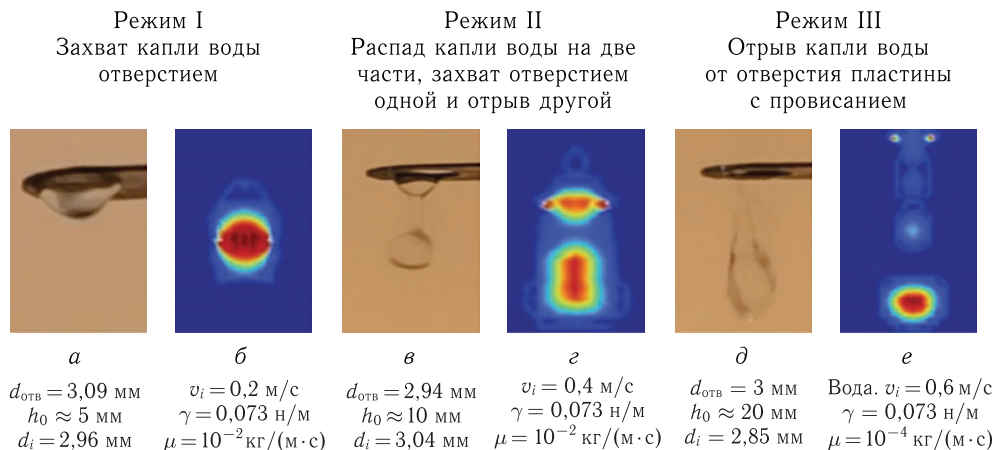


Рис. 2. Протекание капли через отверстие на пластине (*a*, *в*, *д* — эксперимент [5]) и результаты расчетов протекание капли ($d_i = 3,6 \text{ мм}$, $\theta = 0^\circ$) через кольцо ($d_{in} = 3 \text{ мм}$) (*б*, *г*, *е*)

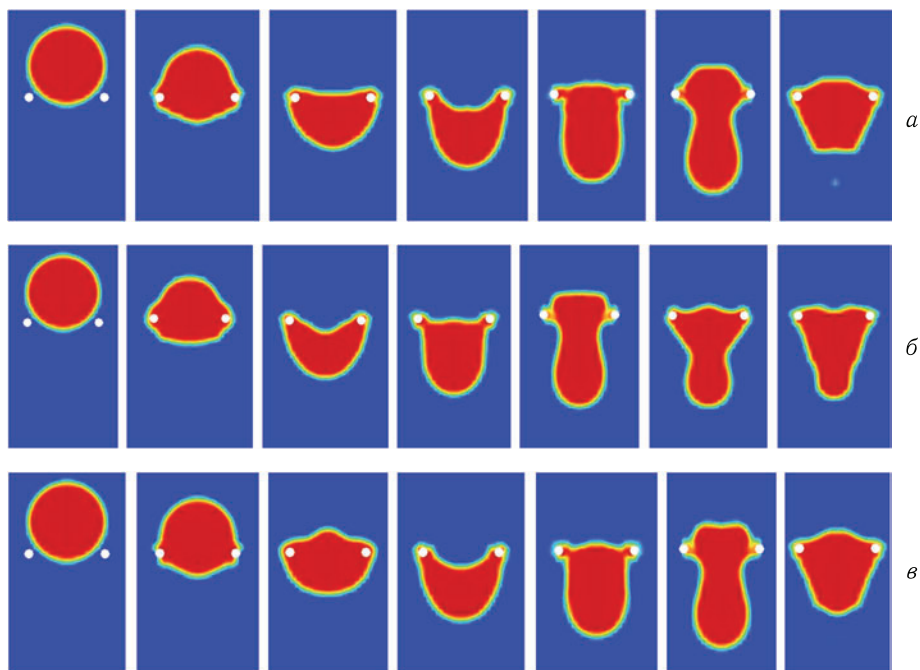


Рис. 3. Протекание через кольцо ($d_{in} = 3 \text{ мм}$) капля ($d_i = 3,5 \text{ мм}$, $v_i = 0,25 \text{ м/с}$) следующих жидкостей: *a* — псевдопластической ($n = 0,5$); *б* — ньютоновской ($n = 1$), вода; *в* — дилатантной ($n = 2$)

матическая модель основана на решении уравнений Навье–Стокса в осесимметричном приближении с применением VOF метода для определения межфазной границы. Схема математической модели показана на рис. 1, б, подробнее модель изложена в работах [6, 7]. При параметрическом моделировании были рассмотрены следующие диапазоны параметров: $d_i = 0,1\text{--}10 \text{ мм}$, $v_i = 0\text{--}1 \text{ м/с}$, $h_0 = 5, 10 \text{ и } 20 \text{ мм}$, кольцо в виде тора внутренний диаметр $d_{in} = 3 \text{ мм}$, внешний — $d_{out} = 3,44 \text{ мм}$, ба-

зоявая жидкость вода, коэффициент поверхностного натяжения $\gamma = 0,072-0,72$ н/м, вязкость $\mu = 10^{-3}-10^{-2}$ кг/(м · с) и угол смачивания $\theta = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$.

Процессы и особенности взаимодействия капли при протекании через отверстие, наблюдаемые в эксперименте, представлены на рис. 2, а, в, д, а при численном моделировании на рис. 2, б, г, е. Динамика формирования режимов I, II и III колебательный характер с осцилляциями (и возможно с разрушениями) формы капель. На рис. 3 для режима I показана динамика капель (диаметром $d_i = 3,5$ мм, с начальной скоростью $v_i = 0,25$ м/с) различных жидкостей при удержании их кольцом (с внутренним диаметром $d_{in} = 3$ мм и углом смачивания $\theta = 0^\circ$). Рассмотрены капли жидкостей со степенной зависимостью тензора вязких напряжений τ от тензора скоростей деформации σ согласно закону Оствальда-де Ваале для вязких напряжений $\tau = k\sigma^n$, где k — коэффициент консистентности потока; n — индекс течения. Результаты работы показывают, что режимы I, II и III течения через отверстие существуют для капель с разными свойствами жидкостей.

1. Lorenceau E., Quere D. Drops impacting a sieve // Journal of Colloid and Interface Science. — 2003. — V. 263. — P. 244–249.
2. Рожков А. Н. Упругость и релаксационные свойства ротовой жидкости // Российский журнал биомеханики. — 2021. — Т. 25, №4. — С. 393–405.
3. Fedyushkin A. I., Rozhkov A. N. Criterion of drop fragmentation at a collision with a solid target (numerical simulation and experiment) // J. Phys.: Conf. Ser. — 2021. — V. 2057, No. 1. — P. 012129. — DOI: 10.1088/1742-6596/2057/1/012129.
4. Fedyushkin A. I., Rozhkov A. N., Rudenko A. O. Collision of water drops with a thin cylinder // J. Phys.: Conf. Ser. — 2021. — V. 2057, No. 1. — P. 012034. — DOI: 10.1088/1742-6596/2057/1/012034.
5. Руденко А. О., Рожков А. Н. Падение упругой капли на пластину с отверстием // В сб.: Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах. — М., 2021. — С. 201–207.
6. Федюшкин А. И., Рожков А. Н. Моделирование коалесценции капель // Математическое моделирование и численные методы. — 2020. — Т. 26, №2. — С. 46–58.
7. Fedyushkin A. I., Rozhkov A. N. A Coalescence of the droplets // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. — 2020. — V. 927. — P. 012055.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕБИТА И ДАВЛЕНИЯ В СКВАЖИНЕ С ГРП ПРИ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМАХ РАБОТЫ*

Н. О. Фокева¹, Р. А. Башмаков^{1,2}

¹ИМех УФИЦ РАН, Уфа, Россия; ²БашГУ, Уфа, Россия

В наши дни перспектива увеличения добычи нефти на месторождениях отмечается за привлечением в активную разработку низкопроницаемых, неоднородных коллекторов, а также за извлечением нефти из старых месторождений с трудноизвлекаемыми запасами. Метод гидравлического разрыва пласта (ГРП) является одним из самых популярных методов увеличения нефтеотдачи и воздействия на пласт.

Большое количество результатов накопила теория ГРП за более 70 лет применения. Так, например, в работах [1, 2] описание распределения давления в тре-

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 21-11-00207).

щине сведено к одному интегро-дифференциальному уравнению и изучены вопросы об эволюции давления в окрестности трещины ГРП и динамике распределения давления в скважине и вертикальной трещине при поддержании постоянного расхода и постоянного давления на скважине. В случае низкопроницаемых пластов, жидкость в основном растекается по трещине, и из трещины перетекает в пласт (рис. 1).

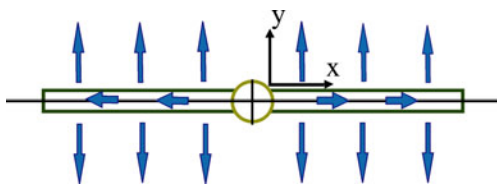


Рис. 1. Схема течения жидкости по трещине и из трещины в пласт

описывающие распределение давления в трещине. Получены аналитические решения, отражающие взаимосвязь между дебитом и давлением, как на скважине, так и в трещине. Эти решения применимы для определения дебита на основе известной динамики изменения давления и наоборот, а также для определения эволюции давления в трещине ГРП.

Пусть до момента τ_0 флюид в пласте находится в покое, а в момент времени τ_0 расход резко выходит на значение q_0 и поддерживается постоянным до момента времени τ_1 , когда он резко изменяется до величины q_1 и держится постоянным до момента τ_2 , и т. д. Для перепада давления $\Delta P_{(w)}$ между значениями на забое скважины и пластом получим

$$\Delta P_{(w)} = \frac{-0,78\mu}{\sqrt{\frac{A_f}{2}} d_f k_f} \left(H(t - \tau_0) q_0 \cdot (t - \tau_0)^{1/4} + \sum_{i=1}^n H(t - \tau_i) (q_i - q_{i-1}) \cdot (t - \tau_i)^{1/4} \right).$$

Здесь $H(t)$ — функция Хевисайда.

Формулы, выведенные в работе, позволяют описывать связь между расходом жидкости на скважине и эволюцией давления в трещине и скважине при скачкообразных (ступенчатых) изменениях давления на скважине или скачкообразных изменениях расхода.

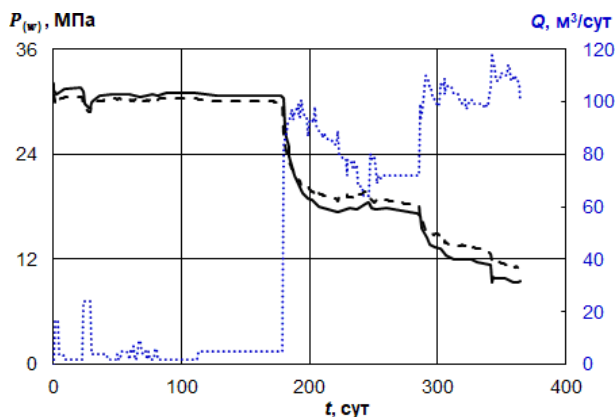


Рис. 2. По основной оси — сопоставление известного промыслового давления (сплошная линия) и результатов вычислений (пунктирная линия); по вспомогательной оси — промысловый дебит (синяя точечная линия)

Полученные в работе решения были изучены с точки зрения практики [3]. Изменение дебита и давления в течение года работы скважины — именно такие промышленные данные были предоставлены авторам. На основе известного дебита было отстроено давление и проанализировано в сравнении с известным промышленным (рис. 2). Динамика изменения кривых давлений рассчитанного и промышленного схожа, значения лежат в одном диапазоне, что приводит к выводу о применимости решений и подхода. Также результаты позволяют оценить проводимость трещины ГРП.

1. Шагапов В. Ш., Нагаева З. М. К теории фильтрационных волн давления в трещине, находящейся в пористой проницаемой среде // Прикладная механика и техническая физика. — 2017. — Т. 58, №5 (345). — С. 121–130.
2. Нагаева З. М., Шагапов В. Ш. Об упругом режиме фильтрации в трещине, расположенной в нефтяном или газовом пласте // Прикладная математика и механика. — 2017. — Т. 81, №3. — С. 319–329.
3. Башмаков Р. А., Фокеева Н. О., Шагапов В. Ш. Особенности фильтрации флюидов в коллекторах, подверженных гидроразрыву пласта, при переходных режимах работы скважины // ПМТФ. — 2022. — Т. 63, №3 (выходит в печать).

ОЦЕНКА КОНВЕКТИВНЫХ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ ДЛЯ ТЕЛ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ В ТРЕХМЕРНОЙ ПОСТАНОВКЕ

И. С. Фролов, Д. Н. Минюшкин

МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия

Для расчета тепловых потоков на сложных геометриях в трехмерной постановке при движении в атмосфере с высокими скоростями в настоящее время широко используется численное решение уравнений Навье–Стокса. Однако, даже при современном уровне доступности вычислительных мощностей подобные расчеты, все же, являются ресурсозатратными. Для быстрой оценки конвективных тепловых потоков может использоваться метод эффективной длины. На сложных трехмерных геометриях локально могут возникать течения, в которых метод эффективной длины применять нельзя — течения в кавернах и на уступах.

В работе [1] предложен метод эффективной длины, в основе которого лежит вычисление интеграла от некоторой функции внешних газодинамических полей вдоль линии тока на поверхности исследуемого тела. Предполагается, что внешние поля получены при расчете невязкого обтекания рассматриваемого тела. В этой работе предложен модифицированный метод эффективной длины. Он основан на переходе от интегрирования вдоль линии тока к краевой задаче, в которой решается уравнение переноса, реализован устойчивый численный метод решения краевой задачи. Разработанный подход является устойчивым и позволяет проводить расчет на неструктурированных сетках, позволяет получить оценку теплового потока на поверхности тела с кавернами и уступами. Программная реализация сделана во фреймворке OpenFOAM.

Для валидации метода выбраны два типа экспериментальных данных — обтекание сферы [2] и обтекание цилиндра с различным радиусом закругленной кромки [3]. Первый валидационный тест показывает адекватность расчета тепловых потоков на затупленных по сфере телах, таких как метеороидное тело, а второй тест демонстрирует возможности метода для расчета ребер на поверхности

метеороидных тел. В заключение, проведен расчет тепловых потоков на теле с неровной поверхностью.

1. Землянский Б. А., Лунев В. В., Власов В. И., Горшков А. Б., Залогин Г. Н., Ковалев Р. В., Маринин В. П., Мурзинов И. Н. Конвективный теплообмен летательных аппаратов. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. — С. 175–179.
2. Журич С. В. Методика численного моделирования конвективного, 2010.
3. Marvin J. G., Sinclair A. R. Convective heating in regions of large favorable pressure gradient // AIAA J. — 1967. — V. 5, No. 11. — P. 1940–1948.

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ФРОНТА КИПЕНИЯ ПРИ ИНЖЕКЦИИ ВОДЫ В ГЕОТЕРМАЛЬНЫЙ ПЛАСТ, НАСЫЩЕННЫЙ ПЕРЕГРЕТЫМ ПАРОМ*

Г. Г. Цыпкин

ИПМех РАН, Москва, Россия

Технология закачки воды в высокотемпературные проницаемые породы с последующим извлечением перегретого пара используется при работе геотермальных станций [1]. Для оценок основных параметров процесса удобно использовать простые аналитические решения, при выводе которых предполагается формирование плоского фронта кипения [2]. Однако, как показали экспериментальные исследования, в некотором диапазоне параметров плоский фронт разрушается с образованием «язычков» или «пальцев» [3]. В этом случае при закачке холодной воды в геотермальный пласт существует опасность того, что водяной палец достигнет добывающей скважины, и технология извлечения глубинного тепла Земли будет нарушена. В связи с этим представляет интерес исследовать устойчивость фронта кипения, движущегося в геотермальном пласте.

Рассмотрим движущийся фронт, разделяющий области насыщенные водой и паром, который распространяется в одномерном полубесконечном пласте, изначально насыщенный паром с температурой T_0 и давлением P_0 . Постоянство скорости фронта поддерживается постоянным расходом в закачивающей скважине, расположенной в точке $x = 0$. Тогда задача имеет решение типа бегущей волны со скоростью V , когда искомые функции температуры и давления в обеих областях зависят от одной подвижной координаты $\xi = x - Vt$, связанной с фронтом кипения и имеют решения в виде экспоненты. На поверхности раздела выполняются условия сохранения массы и энергии, а также имеется зависимость температуры кипения от давления.

Исследуем устойчивость плоского фронта методом нормальных мод, когда искомые функции представимы в виде $P = P(\xi, z, t) = P_{st} + \delta P$, $T = T(\xi, z, t) = T_{st} + \delta T$. Возмущение поверхности раздела имеет вид $\eta = \eta' \exp(ikz + \sigma t)$. $\eta' = \text{const}$, а возмущения температуры и давления $\delta T = T'(\xi) \exp(ikz + \sigma t)$, $\delta P = P'(\xi) \exp(ikz + \sigma t)$. Предположим, что фронт расположен далеко от закачивающей и добывающей скважин, так что условия для возмущений формулируются в виде условий затухания возмущений на плюс и минус бесконечности. Для искомым функций T и P справедливы уравнения диффузионного типа. Находим решения для $T'(\eta)$, $P'(\eta)$ и подставляем в условия на поверхности кипения. Получаем однородную систему уравнений относительно амплитуд, условием нетривиального решения которой является равенство нулю детерминанта $D(K, \Sigma) = 0$, где K и Σ — приведенные к безразмерному

* Работа выполнена при поддержке гранта РФФ №21-11-00126.

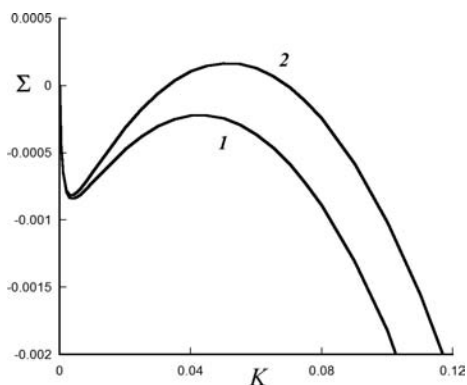


Рис. 1

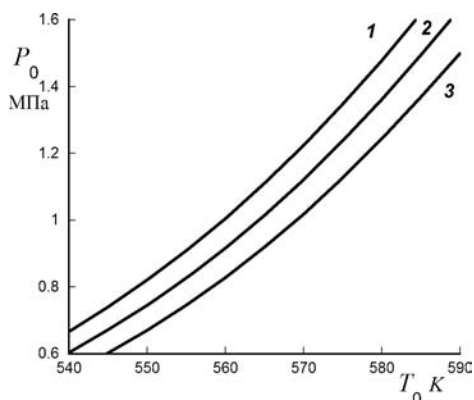


Рис. 2

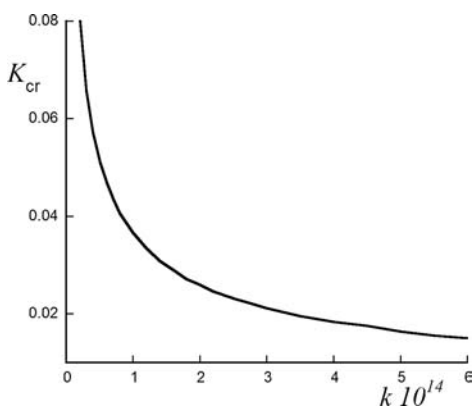


Рис. 3

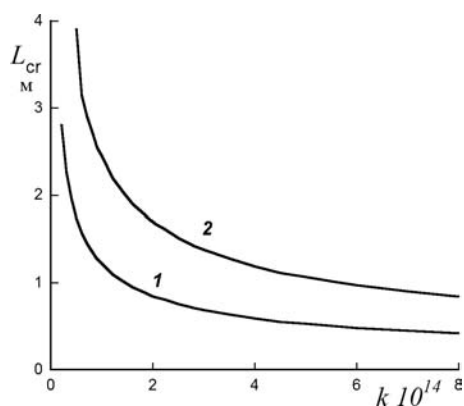


Рис. 4

виду волновое число κ и скорость роста (затухания) возмущений σ . Дисперсионное уравнение $D(K, \Sigma) = 0$ исследовалось численно [4]. $K = a\kappa/V$, $\Sigma = a\sigma/V^2$, где a — коэффициент теплопроводности.

На рис. 1 представлена характерная зависимость скорости роста (затухания) возмущений от волнового числа K . Кривые 1 и 2 соответствуют значениям начального давления $P_0 = 1,33$ и $1,3$ МПа. Таким образом, повышение начального давления в пласте стабилизирует поверхность кипения. Этот факт можно объяснить тем, что при увеличении пластового давления происходит замедление скорости фронта и, соответственно, скорости развития возмущений. Если скорость возмущений мала, то возмущения в виде пальцев, попадающие в область низкого давления, «успевают» испариться. Противоположным образом влияет проницаемость пород. Увеличение проницаемости пород приводит к дестабилизации поверхности раздела. Повышение температуры пласта также приводит к неустойчивости. С одной стороны, рост начальной температуры интенсифицирует процесс испарения, что должно приводить к стабилизации. С другой стороны, уменьшается вязкость воды, что дестабилизирует течение, аналогично тому, как при увеличении проницаемости, что следует из вида закона Дарси. Численные эксперименты показывают, что второй фактор, влияющий на устойчивость поверхности раздела, преобладает над первым.

На рис. 2 изображены критические кривые при различных значениях пористости (0,1, 0,2, 0,3). Область над кривыми соответствуют параметрам, когда физи-

ческая система устойчива. Расчеты показывают, что увеличение пористости стабилизирует поверхность кипения.

Полученные в рамках линейной теории устойчивости результаты дают информацию о характерном размере наиболее неустойчивых возмущений. Определим безразмерное критическое волновое число K_{cr} как число K , соответствующее касанию дисперсионной кривой оси абсцисс и ее переходу в верхнюю полуплоскость $\Sigma > 0$.

На рис. 3 представлены результаты расчетов критического волнового числа при различных значениях проницаемости. По известному значению безразмерного критического волнового числа можно определить характерный размер наиболее неустойчивого возмущения, которое находится из выражения $L_{cr} = \pi/\kappa = \pi a/K_{cr} V$. Характерный размер L_{cr} в данной формуле обратно пропорционален критическому волновому числу, но скорость сильно зависит от проницаемости, поэтому характерный размер также возрастает с уменьшением проницаемости, как и волновое число (рис. 4). Кривые 1 и 2 соответствуют двум скоростям инжекции воды в пласт $\nabla P = 1$ и $0,5$ атм/м.

1. Grant M., Bixley P. F. Geothermal reservoir engineering. — London: Acad. Press, 2011. — 378 p.
2. Pruess K., Calore C., Celati R., Wu Y. S. An analytical solution for heat transfer at a boiling front moving through a porous medium // Int. J. Heat Mass Transfer. — 1987. — V. 30. — P. 2595–2602.
3. Fitzgerald S. D., Woods A. W. The instability of a vaporization front in hot porous rock // Nature. — 1994. — V. 367. — P. 450–453.
4. Цыпкин Г. Г. Об устойчивости фронта инжекции воды в высокотемпературные породы // Известия РАН. МЖГ. — 2021. — №6. — С. 66–73.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОБМЕНА НА ПОВЕРХНОСТИ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ НА ОСНОВЕ СИСТЕМЫ КВАЗИГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ*

Б. Н. Четверушкин, А. Е. Луцкий, Я. В. Ханхасаева

ИПМ им. М. В. Келдыша, Москва, Россия

Определение тепловых нагрузок с целью обоснованного выбора и оптимизации тепловой защиты — одна из важнейших задач аэродинамического проектирования высокоскоростных летательных аппаратов (ВЛА). В силу большой практической значимости вопросы тепловых нагрузок привлекали внимание многих отечественных и зарубежных исследователей, начиная с середины XX века. Основные физические механизмы изложены в многочисленных статьях и в ряде отечественных и зарубежных монографий (например, [1, 2]). Экспериментальное исследование тепловых нагрузок, действующих на высокоскоростные летательные аппараты, в аэродинамических трубах представляет определенные трудности. По мере совершенствования математических моделей, вычислительных алгоритмов и роста производительности вычислительных систем все большее значение приобретает численное моделирование. При этом специального внимания требует выбор математической модели, адекватной рассматриваемому режиму полета — скорости и высоты.

* Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект №22-11-00126).

В представленной работе численное моделирование выполнено в рамках гиперболической системы квазигазодинамических уравнений в компактной форме (CHQGD). Кинетически согласованные разностные схемы и квазигазодинамическая система уравнений (QGD) были разработаны Б. Н. Четверушкиным и Т. Г. Елизаровой в конце XX века. Некоторым недостатком классической QGD-системы является ее более громоздкий вид по сравнению с уравнениями Навье–Стокса. В работе [3] был предложен компактный вариант гиперболической QGD-системы.

В настоящей работе представлены результаты численного исследования с использованием CHQGD-системы тепловых потоков при сверхзвуковом ($M = 3$) обтекании баллистической модели НВ2. Модель НВ-2 представляет собой комбинацию затупленного тела и хвостового конического расширения. Подобную форму имеют многие спускаемые космические аппараты, что определяет большой интерес к исследованию ее аэротермодинамических характеристик. Начиная с середины 60-годов XX века, эта модель становится стандартным тестом для экспериментальных и численных исследований (см., например, [4, 5]). В большинстве работ исследовались зависимости аэродинамических коэффициентов от числа Маха и угла атаки. Значительно меньше данных по тепловым нагрузкам. Одним из немногих исключений является работа [6], где экспериментально определялись тепловые потоки при числе Маха $M = 9$. Основное внимание в настоящей работе уделено распределению тепловых потоков на поверхности модели, образующихся при различных углах атаки и температурных факторах стенки при меньшем значении числа Маха. Исследовалось обтекание модели с числом Маха $M = 3$. Были рассмотрены углы атаки $\alpha = 0, 8, 16^\circ$. Единичное число Рейнольдса $1,16 \cdot 10^7$. На поверхности модели задавалось как адиабатическое условие, так и изотермическое с температурными факторами $T_w/T_0 = 0,38, 0,74$ и $1,43$ ($T_0 = 2,8$ — температура торможения внешнего потока). Наибольший интерес представляют режимы обтекания под достаточно большими углами атаки, когда на подветренной стороне образуются области отрыва и вихревые структуры в потоке (рис. 1).

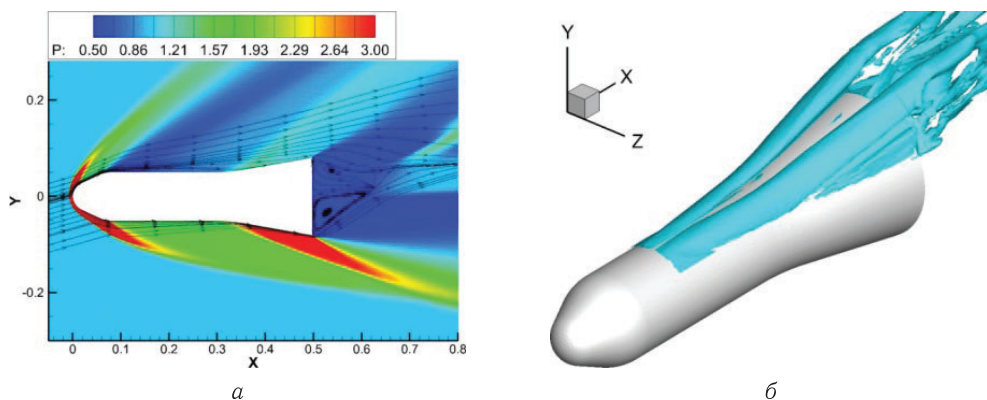


Рис. 1. Основные детали структуры течения в плоскости симметрии (а) и вихревые структуры на подветренной стороне (б) для режима $T_w = 2,08$, $\alpha = 16^\circ$

Для режима течения с холодной поверхностью модели ($T_w = 1,08$) тепловой поток для всей поверхности модели оказывается в среднем в два раза выше, чем для случая адиабатической поверхности. Наличие областей отрыва существенно влияет на распределение тепловых потоков. Как правило, области локальных максимумов теплового потока расположены вдоль линий присоединения, минимумы —

вдоль линий отрыва. Нагрев поверхности модели до достаточно высоких температур приводит к изменению направления тепловых потоков (рис. 2). Однако, как и для режимов с холодной поверхностью, области пиков теплового потока соответствуют линиям отрыва и присоединения.

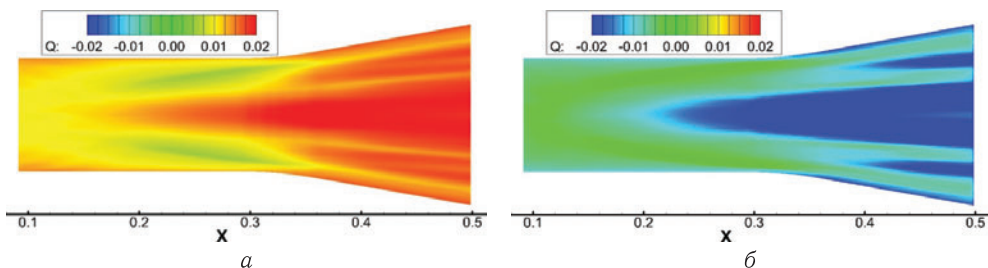


Рис. 2. Распределение тепловых потоков при $\alpha = 16^\circ$: а – $T_w = 1,08$; б – $T_w = 4$

Таким образом, в работе определены зависимости теплового потока от угла атаки и температуры поверхности в рассмотренном диапазоне параметров.

1. Землянский Б. А., Лунев В. В., Власов В. И., Горшков А. Б., Залогин Г. Н., Ковалев Р. В., Маринин В. П., Мурзинов И. Н. Конвективный теплообмен летательных аппаратов / Под науч. ред. Б. А. Землянского. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. — 380 с.
2. Hirschel E. H., Weiland C. Selected Aerothermodynamic Design Problems of Hypersonic Flight Vehicles. — Berlin–Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. — P. 1–518.
3. Chetverushkin B., Aschenzo N. D., Ishanov S., Saveliev V. Hyperbolic type explicit kinetic scheme of magneto gas dynamic for high performance computing systems // Rus. J. Num. Analysis. Math. Modelling. — 2015. — V. 30. — P. 27–36.
4. Vuković Dj., Damljanović D. HB-2 high-velocity correlation model at high angles of attack in supersonic wind tunnel tests // Chinese Journal of Aeronautics. — 2019. — V. 32(7). — P. 1565–1576.
5. Adamov N. P., Vasenev L. G., Zveginsev V. I., Mazhul I. I., Nalivaichenko D. G., Novikov A. V., Kharitonov A. M., Shpak S. I. Characteristics of the AT-303 hypersonic wind tunnel. Part 2. Aerodynamics of the HB-2 reference model // Thermophysics and Aeromechanics. — 2006. — V. 13(2).
6. Shigeru Kuchi-Ishi, Shigeya Watanabe, Shinji Nagai, Shoichi Tsuda, Tadao Koyama, Noriaki Hirabayashi, Hideo Sekine, oichi Hozumi. Comparative Force/Heat Flux Measurements between JAXA Hypersonic Test Facilities Using Standard Model HB-2, JAXA-RR-04-035E.

ДИНАМИКА И УСТОЙЧИВОСТЬ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ТЕЧЕНИЙ С ПОВЕРХНОСТЯМИ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА*

В. А. Шаргатов^{1,2}, Ю. А. Богданова^{1,2}, С. В. Горкунов^{1,2}, Г. В. Коломийцев^{1,2}

¹ИПМех РАН, Москва, Россия; ²НИЯУ МИФИ, Москва, Россия

Изучается динамика и устойчивость фильтрационных течений в пористой среде, включающих в себя поверхности фазового перехода. Исследование выполнено с использованием численного метода, разработанного в [1], и аналитического подхода.

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФ №21-11-00126.

Численно исследовано поведение конечного возмущения плоской стационарной поверхности фазового перехода в горизонтально протяженном слое малопроницаемой среды в случае, когда существуют два стационарных решения для такой поверхности. Схема течения показана на рис. 1. Система уравнений, описывающих изучаемый процесс, совместно с граничными условиями получена в [2], там же приведена их практическая интерпретация. Фильтрация жидкости в пористой среде моделируется в соответствии с законом Дарси и уравнением неразрывности, а диффузия пара — в соответствии с законом Фика. Положение поверхности фазового перехода изменяется вследствие процессов фильтрации и испарения жидкости. Нормальная компонента скорости фазового перехода вычисляется из условия сохранения массы.

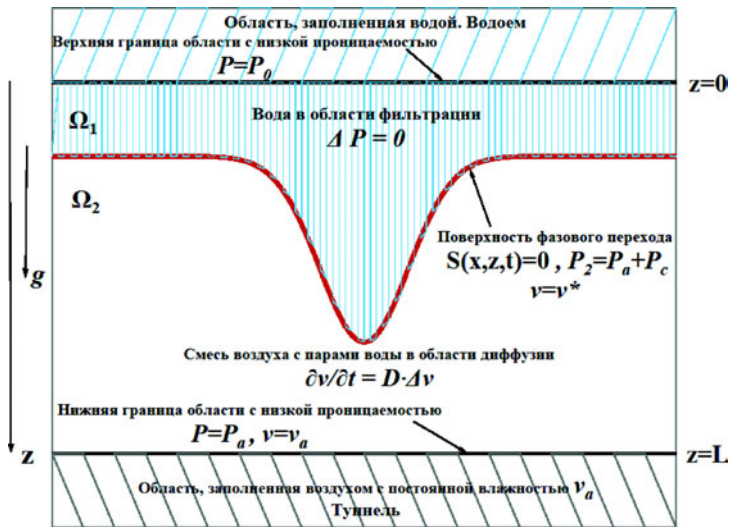


Рис. 1. Схема течения

Рассмотрена эволюция конечных локализованных возмущений каждой из двух стационарных поверхностей. Выполнен анализ характера эволюции в зависимости от параметров локализованного возмущения и параметров стационарных решений. Изучены нелинейные эффекты развития конечных локализованных возмущений. Показано, что если решение линейно устойчиво, то потеря устойчивости существует только для конечных возмущений с амплитудой, превосходящей некоторое пороговое значение. Это пороговое значение увеличивается с уменьшением длины волны и должно быть больше расстояния между вертикальными координатами плоских стационарных решений.

Получены достаточные условия того, что локализованные возмущения приведут или не приведут к катастрофической перестройке спектрально устойчивого стационарного решения. Найдено приближенное аналитическое выражение для порогового значения амплитуды локализованного возмущения, которое приводит к катастрофической перестройке решения. Для этого в слабонелинейном приближении получено уравнение для эволюции фронта фазового перехода. Это амплитудное уравнение сведено к форме уравнения Колмогорова–Петровского–Пискунова (КПП). Верификация полученного в слабонелинейном приближении достаточного условия для устойчивости по отношению к конечным локализованным возмущениям проведена с помощью аналитических и численных решений.

Показано, что полученное приближенное уравнение предсказывает существование стационарных решений в основной задаче.

Таковыми решениями являются два решения для плоского фронта, одно солитоноподобное решение и семейство периодических решений, описываемых эллиптическими функциями (рис. 2). Все найденные решения, кроме одного решения для плоского фронта, являются спектрально неустойчивыми и не могут возникнуть в

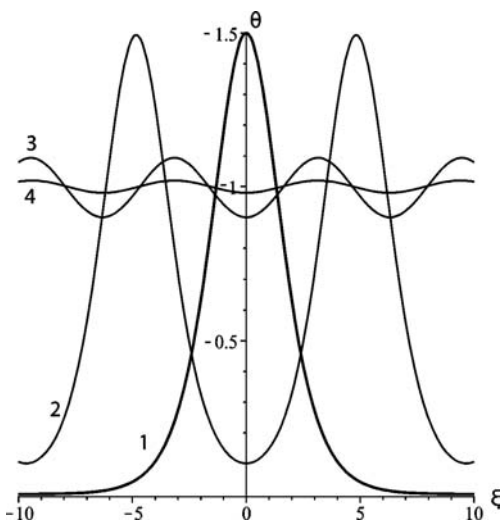


Рис. 2. Ограниченные неустойчивые решения: 1 — солитоноподобное; 2–4 — периодические. Решение $\theta = 0$ — устойчиво

результате асимптотического приближения решения, которое имело начальные условия, отличные от тех, которые совпадают с этим неустойчивым стационарным решением. Любое конечное начальное возмущение спектрально устойчивого решения либо асимптотически затухает, либо приводит к катастрофической перестройке течения, а именно: образованию пальца и прорыву воздуха к верхней границе малопроницаемого слоя пористой среды.

Найденные приближенные стационарные решения могут с хорошей точностью использоваться для предсказания того, по какому сценарию пойдет развитие возмущения, если это возмущение не имеет общих точек ни с одним стационарным решением. Если начальное положение фронта фазового перехода находится между спектрально устойчивым решением и любым из стационарных решений, то оно затухает. Если начальное положение фронта находится выше хотя бы одного спектрально неустойчивого стационарного решения, то происходит катастрофическая перестройка решения.

Для проверки полученных результатов выполнено численное решение задачи о движении фронта фазового перехода с помощью разработанного оригинального программного кода. Результаты численного моделирования использованы для верификации применимости стационарных решений, полученных в слабонелинейном приближении, для определения сценария, по которому пойдет развитие начального возмущения. Показано, что полученные приближенные стационарные решения с хорошей точностью предсказывают поведение возмущения в окрестности точки поворота бифуркационной диаграммы.

Предложена модификация формул, описывающих приближенное стационарное солитоноподобное решение в случае, когда амплитуда возмущения сравнима с высотой малопроницаемого слоя пористой среды, в котором находится фронт фазового перехода. Путем численного моделирования показано, что это модифицированное приближенное решение находится в хорошем согласии с результатами численного расчета.

1. Shargatov V. A. Dynamics and Stability of Air Bubbles in a Porous Medium // Computational Mathematics and Mathematical Physics. — 2018. — V. 58. — P. 1172–1187.
2. Shargatov V. A., Il'ichev A. T., Tsympkin G. G. Dynamics and stability of moving fronts of water evaporation in a porous medium // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 2015. — V. 83. — P. 552–561.

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ УГЛЕГРАФИТОВОГО ТЕПЛООВОГО УЗЛА НА ПОЛОЖЕНИЕ И ФОРМУ ФРОНТА КРИСТАЛЛИЗАЦИИ В МЕТОДЕ ГНК*

**В. А. Юсим^{1,2}, С. Э. Саркисов¹, Ю. Ю. Клосс^{1,2},
Ф. А. Юсим¹, Р. К. Калимуллин¹**

¹НИЦ «Курчатовский институт», Москва, Россия;

²МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия

В настоящей работе представлены физико-математическая модель и результаты численного моделирования влияния температурного поля углеграфитового теплового узла при различных условиях выращивания на форму фронта роста синтезируемого монокристалла и распределения температуры в нем.

Рассматривался квазистационарный тепловой процесс синтеза монокристалла CaF_2 методом ГНК в углеграфитовом тепловом узле с различными условиями выращивания монокристаллов. Механизм переноса тепла в монокристалле осуществлялся путем механизмов молекулярной теплопроводности и радиационно-кондуктивного теплообмена. Сам монокристалл находился в состоянии конвективного теплообмена со средой в углеграфитовом узле (только при использовании технологии выращивания в условиях избыточного давления инертного газа) и лучистого теплообмена с окружающими его поверхностями.

Тигель с монокристаллом устанавливался неподвижно в центральный модуль с градиентным полем между зоной плавления и холодной зоной отжига, тем самым подвергаясь влиянию ассиметричного нагрева [1, 2]. В качестве различных газовых сред выращивания монокристалла CaF_2 были выбраны основные три [3]: избыточные атмосферы инертного газа аргона и азота при давлении 202,6 КПа, а также форвакуума $1 \cdot 10^{-3}$ Па.

Температурное поле, необходимое для создания морфологически устойчивого фронта кристаллизации создавалось с использованием двух графитовых ленточных дуговых нагревателей с отдельным управлением по мощности. При этом, верхний над поверхностью шихты (и соответственно расплавом) имел плоскую Г-образную форму, а нижний имел перевернутую П-образную форму и размещался под тиглем (лодочкой) и обеспечивал равномерный прогрев как дна, так и боковых стенок тигля [1].

В расчетную математическую модель изучаемого монокристалла входило: уравнение энергии, уравнения переноса тепла и излучения, граничные условия теплопроводности и излучения на границах кристалла. Также данная модель являлась частью полной модели тепло- и массопереноса для обобщенного цикла.

Из рис. 1 видно, что создаваемые тепловые условия в углеграфитовом тепловом узле при различных условиях выращивания обеспечивают слегка выпуклую изотерму фронта роста и благодаря отдельному управлению нагревателями по мощности обеспечивается нужный угол наклона вертикального градиента, что является необходимым требованием для выращивания оптически совершенных монокристаллов [1].

*Работа выполнена при финансовой поддержке НИЦ «Курчатовский институт» (приказ №2758 от 21.10.2021), Министерства науки и высшего образования в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, а также грантов РФФИ №19-29-02007, 20-08-00278, 20-08-00211, 19-29-02018.

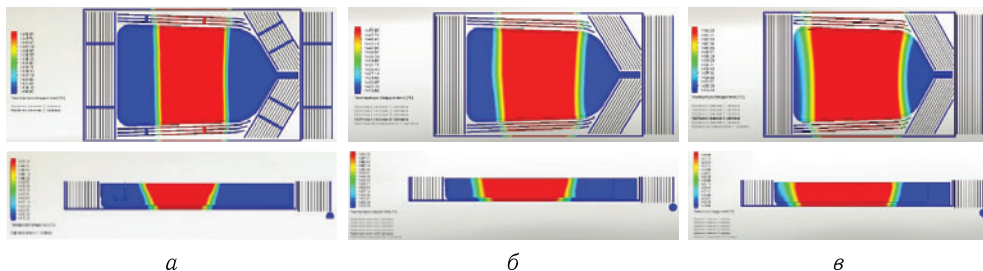


Рис. 1. Результат компьютерного моделирования распределения температуры по осевому продольному сечению (вид сверху и сбоку) в монокристалле CaF_2 при различных атмосферах

Наиболее благоприятной средой для выращивания монокристалла являлся вакуум. Так, на рис. 1, а при выращивании монокристалла имеет место резкий температурный градиент фронта кристаллизации, что является предпочтительным условием для синтеза монокристаллов фторидов [1–3]. В условиях избыточного давления атмосферы аргона наблюдается более плавный температурный градиент на фронте кристаллизации (рис. 1, б) в следствие возросшей теплопроводности тепловой системы. В случае избыточной атмосферы азота фронт кристаллизации принимает слегка размытую форму (рис. 1, в) в результате большей теплопроводности данного газа по сравнению с аргоном. В зоне роста монокристалла создавалась низкоградиентная область, являющаяся наименее предпочтительной для синтеза монокристаллов фторидов точки зрения тепловых процессов [1].

1. Yusim V. A., Sarkisov S. E., Ryabchenkov V. V., Kloss Yu. Yu., Govorun I. V., Ivanova L. V., Sakmarov A. V. Mathematical modeling of heat and mass transfer processes in the graphite thermal unit of the crystallization apparatus for Horizontal directional solidification method // J. Phys.: Conf. Ser. — 2020. — V. 1560. — 012060.
2. Багдасаров Х. С. Высокотемпературная кристаллизация из расплава. — М.: ФИЗМАТ-ЛИТ, 2004.
3. Лодиз Р., Паркер Р. Рост монокристаллов. — М.: Мир, 1974. — 540 с.

ВРАЩАТЕЛЬНЫЕ И ПОСТУПАТЕЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДОВ В ПОТОКЕ ГАЗА

Ю. Э. Бобу, А. Н. Рябинин

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

Удлиненные призмы с различными поперечными сечениями являются частями многих строительных конструкций. Колебания этих тел под действием ветра давно являются предметом экспериментального изучения [1]. Один из механизмов возникновения колебаний таких тел в потоке называется галопированием. В настоящей работе изучается поступательное и вращательное галопирование трех параллелепипедов. Параллелепипеды имели одинаковую длину $L = 700$ мм, одинаковую ширину $W = 95$ мм и различную высоту H — 21 мм, 34 мм и 41 мм. Таким образом, соотношение сторон поперечного прямоугольного сечения H/W составило 0,22, 0,36 и 0,43 соответственно. На торцах параллелепипедов установлены концевые шайбы, представляющие собой диски диаметром 200 мм, препятствующие перетеканию воздуха.

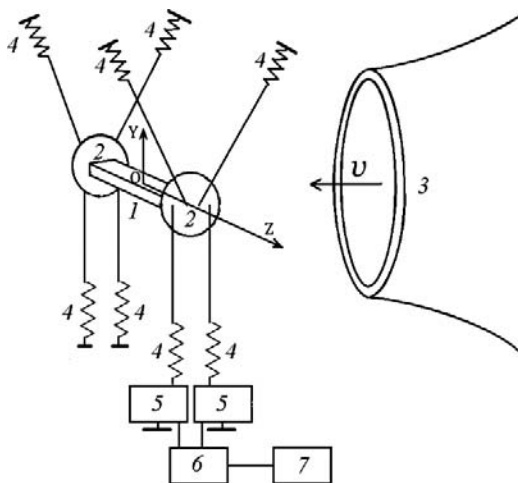


Рис. 1. Схема эксперимента: 1 — модель; 2 — концевые шайбы; 3 — сопло аэродинамической трубы; 4 — пружины; 5 — полупроводниковые тензопреобразователи; 6 — РС-осциллограф; 7 — компьютер

Тела подвешивались в рабочей части аэродинамической трубы на проволочной подвеске, содержащей восемь стальных пружин. Схема расположения тел в рабочей части представлена на рис. 1. В положении равновесия большая грань параллелепипедов тел ориентирована горизонтально. Тела, подвешенные таким образом, могли перемещаться с шестью степенями свободы вблизи положения равновесия.

Однако заметные колебания в ходе эксперимента наблюдались только двух типов: поступательные колебания центра масс в вертикальном направлении и вращательные колебания вокруг горизонтальной оси, перпендикулярной вектору скорости набегающего потока.

Два полупроводниковых тензопреобразователя С-50 измеряют натяжение двух нижних пружин. РС-осциллограф Velleman-PCS500 преобразует аналоговые выходные сигналы тензопреобразователей в цифровые и передает их на управляющий компьютер. Частота считывания показаний составляет 100 Гц, либо 1250 Гц. Длительность записи показаний равна 17 с либо 3,3 с, соответственно. Калибровка и последующая обработка данных позволила связать амплитуды колебаний натяжения двух пружин и разность фаз с амплитудой вертикального периодического перемещения центра масс параллелепипеда и амплитудой вращательных колебаний параллелепипедов. Все измерения повторялись не менее пяти раз, что дало возможность оценить случайную составляющую погрешности эксперимента.

Частоты вращательных и поступательных колебаний параллелепипедов не зависят от скорости воздушного потока и определяются упругостью пружин, приведенной массой модели и моментом инерции модели.

У всех упруго закрепленных на подвеске параллелепипедов собственная частота вращательных колебаний была выше собственной частоты поступательных колебаний. Параллелепипед с самым малым соотношением сторон поперечного прямоугольного сечения $H/W = 0,22$ совершал в потоке вращательные колебания. Этим колебаниям сопутствовали поступательные колебания с той же частотой, имеющие малые амплитуды. Причиной поступательных колебаний может быть подъемная сила, возникающая вследствие вращательных движений параллелепипеда и периодически изменяющаяся с частотой вращательных колебаний. Математическая модель, предложенная ранее для вращательных колебаний некоторых плохо обтекаемых тел, таких как цилиндр малого удлинения [2] и сегмент моста [3], предсказывает, что зависимость квадрата амплитуды от обратной скорости воздушного потока является линейной, если скорость потока достаточно велика. Полученная нами зависимость квадрата амплитуды вращательных колебаний от обратной скорости воздушного потока также оказалась близка к линейной зависимости.

Параллелепипед с соотношением сторон $H/W = 0,43$ совершает в воздушном потоке поступательные колебания. Поступательные колебания плохо обтекаемых тел в потоке часто описывают с помощью квазистационарного приближения. В рамках приближения принимается, что аэродинамические силы зависят только от мгновенного угла атаки. Зависимость коэффициента нормальной силы от угла атаки при этом во многих случаях выражают полиномом высокого порядка. Если в зависимости нормальной силы от угла атаки ограничиваются членом третьего порядка, математическая модель дает, что зависимость квадрата безразмерной амплитуды от обратной скорости становится линейной [3]. Нами получена зависимость, которая заметно отклоняется от линейной зависимости. Подобно тому, как вращательным колебаниям параллелепипеда с малым соотношением сторон сопутствуют поступательные колебания с малой амплитудой той же частоты, поступательным колебаниям параллелепипеда с соотношением сторон 0,43 сопутствуют малые вращательные колебания с частотой поступательных. Эти колебания связаны с появлением периодически изменяющегося момента сил.

Третий параллелепипед со средним соотношением сторон поперечного прямоугольного сечения $H/W = 0,36$ подвержен как поступательным, так и вращательным колебаниям. Причем диапазоны скоростей, в которых реализуются колебания, перекрываются.

1. Симиу Э., Скэнлан Р. Воздействие ветра на здания и сооружения. — М.: Стройиздат, 1984. — 360 с.
2. Shmigirilov R. V., Ryabinin A. N. Physical simulation of rotational and translational oscillations of a bridge // AIP Conf. Proc. — 2021. — V. 2351. — 030068.
3. Рябинин А. Н., Шмигирилов Р. В. Конкуренция режимов колебаний плохообтекаемого тела в воздушном потоке // Журнал технической физики. — 2021. — Т. 91, № 5. — С. 758–763.

ОБ ОПТИМАЛЬНОМ ВЛИЯНИИ СИММЕТРИЧНОГО ПЛАЗМЕННОГО АКТУАТОРА ПРИ ОБТЕКАНИИ ТОНКОГО ПРОФИЛЯ В ДОЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

В. М. Бочарников, В. В. Володин, В. В. Голуб

ОИВТ РАН, Москва, Россия

Данная работа посвящена анализу взаимодействия диэлектрического барьерного разряда с набегающим дозвуковым потоком. На основе экспериментальных данных, построена модель данного процесса для симметричного плазменного актуатора установленного на верхней поверхности тонкого симметричного профиля. Показано как за счет кулоновских сил около внешнего электрода возникает длинный отрывной пузырь. Введено предположение об оптимальном сочетании пролетного времени и периода питающего напряжения для достижения наибольшей подъемной силы. Показано что влияние электродов выше и ниже по потоку существенно различно.

В покоящемся воздухе при работе симметричного актуатора происходит столкновение пристеночных струй с образованием синтетической, направленной перпендикулярно поверхности актуатора [1]. При этом часть вовлеченных ионов совершают осцилляции на расстоянии порядка длины распространения ДБР (5 мм при давлении 750 Торр). Из-за разницы концентраций (рекомбинация) возвратное течение во время положительного полупериода не оказывает существенного влияния на основной процесс. Оптимальное расстояние между внешними электродами определяется соотношением между напряженностью электрического поля и вязкими потерями до столкновения пристеночных струй. При оптимальном расстоянии между внешними электродами без набегающего потока суммарная тяга пристеночных струй лишь на 5% меньше тяги сформированной ими синтетической струи.

При работе симметричного актуатора в дозвуковом потоке возле внешнего электрода ниже по потоку возникает отрывной пузырь [2]. Шлирен-визуализация показывает, что отрыв потока от поверхности крыла достигает стационарного значения за то же время, что пристеночные струи от каждой половины актуатора формируют синтетическую струю ($\sim 0,1$ с). При наличии набегающего потока эффекты от электродов находящихся ниже по потоку (ds el) и выше по потоку (up el) существенно отличаются. При рассмотрении взаимодействия симметричного актуатора с набегающим дозвуковым потоком необходимо рассматривать ds el как причину возникновения отрывного пузыря и далее следить за его модификацией за счет ионизованного течения, создаваемого us el в поле поверхностного заряда (рис. 1). В первом приближении это течение увеличивает скоростной напор на внешней границе пузыря за время порядка половины периода питающего напряжения. Из-за кулоновского отталкивания потока создаваемого us el поверхностным зарядом, результатом является увеличение высоты и длины отрывного пузыря. Происходит увеличение скорости течения на верхней границе пузыря, являющейся, по

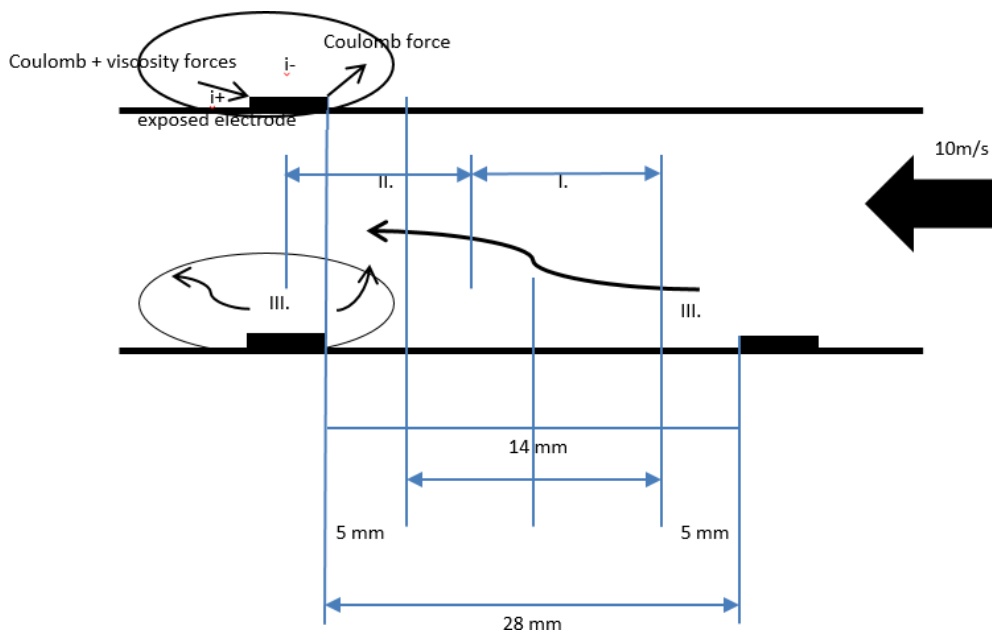


Рис. 1. Схема взаимодействия внешних электродов симметричного плазменного актуатора в дозвуковом потоке

сути, новой границей профиля в набегающем ламинарном потоке. Таким образом, происходит рост циркуляции сегмента крыла занятого отрывным пузырем, что в соответствии с формулой Жуковского приводит к изменению подъемной силы.

Схема данного процесса показана на рис. 1, где так же указаны геометрические параметры системы и скорость набегающего потока при частоте питающего напряжения 3,7 кГц и его амплитуде 6,5 кВ. Порция ионизованного газа, возникшая у $us\ e1$, движется вниз по потоку к оси симметрии актуатора, при этом подвижность ионов убывает из-за влияния $ds\ e1$ и созданного им поверхностного заряда (см. интервал I). Если данная порция прибудет к оси симметрии в начале положительного полупериода, то получит дополнительный разгон от кулоновской силы (см. интервал II). При прохождении над $ds\ e1$ напряжение на нем снова меняет знак и ускоряет порцию ниже по потоку, в то время как у кромок обоих электродов формируется новая порция ионизованного газа (см. интервал III). В целом снижение циркуляции отрывного пузыря во время положительного полупериода может быть скомпенсировано порциями ионизованного газа от $us\ e1$ при оптимальном сочетании пролетного времени и периода питающего напряжения. При оптимальном сочетании электрических и газодинамических параметров рассматриваемой системы, можно добиться равномерного распределения во времени подъемной силы, возникающей при взаимодействии ДБР-актуатора с набегающим потоком и, соответственно, повышению эффективности управления подъемной силой тонкого профиля с помощью диэлектрического барьерного разряда симметричного актуатора.

1. Leonov S. B., Adamovich I. V., Soloviev V. R. Dynamics of near-surface electric discharges and mechanisms of their interaction with the airflow // *Plasma Sources Science and Technology*. — 2016. — V. 25, No. 6. — P. 063001.
2. Yadala S. et al. Experimental control of swept-wing transition through base-flow modification by plasma actuators // *Journal of Fluid Mechanics*. — 2018. — V. 844.

МОДЕЛЬ ПЛОСКОГО КОНДЕНСАТОРА ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПРОЦЕССОВ РЕЛАКСАЦИИ РАДИАЦИОННО-НАКОПЛЕННОГО ЗАРЯДА В ДИЭЛЕКТРИКЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОТОКОВ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЫ

В. В. Валиуллин, А. Б. Надирадзе

МАИ, Москва, Россия

Космический аппарат (КА) на высоких околоземных орбитах подвергается радиационной зарядке магнитосферной плазмой, что приводит к возникновению электростатических разрядов (ЭСР), негативно сказывающихся на функционировании бортовой аппаратуры КА [1]. При включении электроракетных двигателей (ЭРД) возникает низкотемпературная плазма, создающая проводящую среду вокруг заряженных поверхностей КА. Низкотемпературная плазма может инициировать возникновение мощных ЭСР на высоковольтных контактах солнечных батарей. В связи с этим становится актуальной задача определения динамики процессов взаимодействия радиационно-заряженных поверхностей с низкотемпературной плазмой, генерируемой при работе ЭРД, и оценка вероятности возникновения ЭСР в зависимости от параметров плазмы.

В настоящей работе представлена математическая модель и результаты расчетов процессов взаимодействия низкотемпературной плазмы с радиационно-заряженной поверхностью диэлектрика в рамках модели «плоского конденсатора».

Целью данной работы является разработка математической модели релаксации электрического заряда в радиационно-заряженных диэлектриках при воздействии на них низкотемпературной плазмы, а также оценка вероятности пробоя заряженного диэлектрика в момент появления плазмы.

Задачами работы являются:

— построение математической модели релаксации заряда, включающей в себя модель вытягивания ионов из плазмы электрическим полем отрицательно заряженной поверхностью диэлектрика, модель процессов взаимодействия ионов с заряженной поверхностью диэлектрика и модель процессов транспорта носителей заряда в диэлектрике;

— разработка и верификация программы численного расчета релаксации накопленного заряда на основе созданной математической модели;

— расчет и анализ полученных результатов.

Построение математической модели релаксации накопленного заряда в диэлектрике в полной постановке представляет сложную задачу, требующую рассмотрения множества взаимосогласованных процессов. Поэтому в рамках данной работы было принято решение ограничиться простой моделью «плоского конденсатора», позволяющей получить общие представления о механизмах релаксации заряда. Заряды в данной модели разделены в пространстве между двумя обкладками конденсатора. Внешняя обкладка соответствует тонкому приповерхностному слою диэлектрика, толщиной в несколько атомных слоев, в котором сосредоточены положительные заряды (дырки, образованные при ионной бомбардировке поверхности). Внутренняя обкладка соответствует области залегания радиационно-внедренных электронов, находящихся на глубине, равной средней длине пробега электрона в диэлектрике (десятки и сотни нанометров).

Моделирование взаимодействия плазмы с заряженной поверхностью диэлектрика разрабатывалось на основе модели плоского зонда Ленгмюра.

При построении модели процессов, протекающих в объеме диэлектрика, были использованы модели Фиттинга [2–5], а также работы, посвященные процессам релаксации зарядов на ловушках [6–8].

В модели учтены токи захвата зарядов на ловушках кристаллической решетки диэлектрика и генерации вторичных дырок в приповерхностном слое при ионно-электронной эмиссии с поверхности. Кроме этого, баланс токов включает ток рекомбинации противоположных по знаку носителей заряда между собой, ток высвобождения носителей заряда из ловушек по механизму Пула–Френкеля и ток электропроводности, обусловленный радиационно-стимулированными электронно-дырочными парами в материале.

По данной модели были проведены численные расчеты, позволившие определить динамику изменения концентрации зарядов на обкладках конденсатора, а также пиковые значения напряженности электрического поля в диэлектрике в момент появления низкотемпературной плазмы у его поверхности. Возможность пробоя была оценена путем сравнения расчетных значений напряженности с пробойной напряженностью диэлектрика.

Результаты расчета по предложенной модели показали увеличение напряженности электрического поля между обкладками конденсатора в момент появления плазмы. Однако наибольшее значение напряженности оказалось равным 80 кВ/м, что меньше пробойной напряженности поля диэлектрика на четыре порядка (для диоксида кремния $E = 800\text{--}1000$ МВ/м [6]). Из этого следует, что при появлении плазмы над радиационно-заряженным диэлектриком электрического пробоя происходить не будет.

Сразу после появления плазмы напряженность электрического поля в объеме диэлектрика уменьшается, но остается в несколько раз больше напряженности поля на поверхности. Поэтому, напряженность электрического поля в объеме диэлектрика сохраняется даже после того, как потенциал поверхности снизился почти до нулевого значения. Это означает, что «мгновенной» релаксации внедренных зарядов не происходит. Заряд в глубине диэлектрика может сохраняться продолжительное время, пока он не продиффундирует к поверхности и не прорекомбинирует с находящимися там дырками.

Кинетика накопления заряда при повторной зарядке диэлектрика может существенно отличаться от первоначальной зарядки, незаряженного диэлектрика, при сохранении зарядов после воздействия низкотемпературной плазмы. Похожие эффекты наблюдались в работе [9].

Таким образом, проведенные численные расчеты по построенной математической модели плоского конденсатора, показали, что:

1) при появлении плазмы над радиационно-заряженным диэлектриком электрического пробоя диэлектрика не происходит;

2) ионы плазмы компенсируют накопленный диэлектриком заряд, что проявляется в уменьшении потенциала поверхности до нуля. Однако заряды и напряженность поля внутри диэлектрика могут сохраняться еще продолжительное время.

Практическая значимость данной работы состоит в исследовании механизмов релаксации внедренного заряда в диэлектрических материалах под действием низкотемпературной плазмы. Перспективами дальнейших научных разработок является экспериментальное подтверждение обнаруженных эффектов.

1. Новиков Л. С., Милеев В. Н., Маклецов А. А., Крупников К. К., Синолиц В. В., Малько В. Г., Плохих А. П., Саенко В. С., Тютнев А. П. Электризация космических аппаратов в магнитосферной плазме // В кн.: Модель космоса. — 8-е изд. Т. 2: Воздействие космической среды на материалы и оборудование космических аппаратов / Под ред. Л. С. Новикова. — М.: Изд-во «Книжный дом Университет», 2007. — С. 236–275.
2. *Fitting H. -J., Touzin M.* Secondary electron emission and self-consistent charge transport in semi-insulating samples // *J. Appl. Phys.* — 2011. — V. 110(4). — 044111. — DOI: 10.1063/1.3608151.

3. *Fitting H. -J., Glaefeke H., Wild W.* Electron Penetration and Energy Transfer in Solid Targets // *Phys. Stat. Sol. (a)*. — 1977. — V. 43. — P. 185. — DOI: 10.1002/pssa.2210430119.
4. *Fitting H. -J., Glaefeke H., Wild W., Neumann G.* Multiple scattering of fast electrons and their secondary electron generation within semi-infinite targets // *J. Phys. D Appl. Phys.* — 1976. — V. 9(17). — P. 2499. — DOI: 10.1088/0022-3727/9/17/010.
5. *Touzin M., Goeriot D., Guerret-Piecourt C., Juve D., Treheux D., Cornet N., Fitting H. -J.* Electron beam charging of insulators: A self-consistent flight-drift model // *J. Appl. Phys.* — 2006. — V. 99(11). — P. 114110. — DOI: 10.1063/1.2201851.
6. *Александров О. В.* Влияние ловушек в диоксиде кремния на пробой МОП-структур // *Физика и техника полупроводников*. — 2017. — Т. 51(8). — С. 1105–1109. — DOI: 10.21883/ETP.2017.08.44798.8457.
7. *Барыбин А. А., Шаповалов В. И.* Релаксация заряда в проводящих диэлектрических пленках с мелкими и глубокими ловушками // *Физика твердого тела*. — 2008. — Т. 50(5). — С. 781–793.
8. *Твердохлебов С. И., Тухфатуллин Т. А.* Критическая (взрывная) электронная эмиссия из диэлектриков, индуцированная инжекцией плотного пучка электронов // *Известия Томского политехнического университета*. — 2000. — Т. 300(3). — С. 41–47.
9. *Zykova E. Yu., Rau E. I., Tatarintsev A. A., Gainullin I. K., Ozerova K. E., Khvostov V. V., Minnebaev R. F.* Change in charging state of insulators irradiated by charged particles of low and medium energy // In: XXV International Conference Ion-Surface Interactions 2021, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 23–27 august 2021.

ПОСТУПАТЕЛЬНЫЕ И ВРАЩАТЕЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЦИЛИНДРОВ МАЛОГО УДЛИНЕНИЯ В ПОТОКЕ ВОЗДУХА

А. А. Велигжанин, А. Н. Рябинин

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

В настоящей работе изучаются поступательные и вращательные колебания трех круговых цилиндров, удлинение которых (отношение длины L к диаметру D) находится в интервале от одного до двух. Проблема колебаний плохо обтекаемых тел в воздушном потоке возникает при транспортировке грузов на внешней подвеске под вертолетом [1]. Чисто вращательные колебания цилиндра с удлинением, равным двум, изучались в работе [2].

Эксперименты проводились в аэродинамической трубе АТ-12 Санкт-Петербургского государственного университета [3]. Труба имеет открытую рабочую часть. Цилиндры устанавливались в рабочей части на упругой подвеске, допускающей колебания с двумя степенями свободы. Использовались подвески двух типов, состоящие из проволочных тяг и стальных пружин.

В равновесном состоянии ось цилиндра была направлена горизонтально. Под влиянием воздушного потока цилиндры могли совершать два типа колебаний: вращательные колебания вокруг горизонтальной оси, проходящей через центр цилиндра и перпендикулярной оси цилиндра, и поступательные колебания вдоль вертикальной оси. К двум нижним пружинам подвески присоединены полупроводниковые тензопреобразователи, регистрирующие периодически изменяющееся натяжение пружин во время колебаний. Сигнал с полупроводниковых тензопреобразователей поступал на РС-осциллограф, который в цифровой форме передавал его на компьютер, где в файл записывалась зависимость натяжения пружин от времени. После градуировки прибора и обработки сигнала определялись периоды T и амплитуды поступательных и вращательных колебаний A_y и A_θ . Оказалось, что

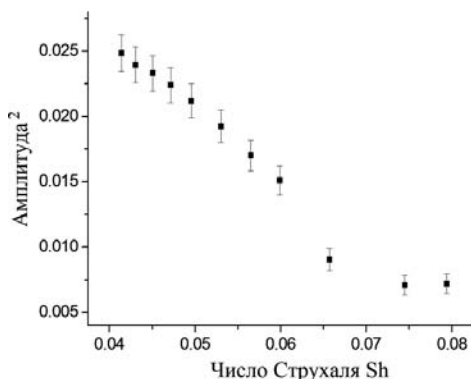


Рис. 1. Зависимость квадрата амплитуды установившихся вращательных колебаний цилиндра с удлинением $L/D = 1,9$ от числа Струхала

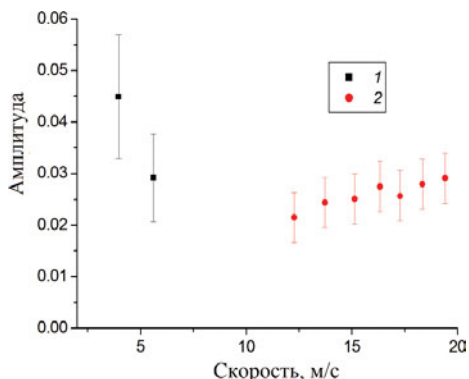


Рис. 2. Зависимость безразмерной амплитуды колебаний цилиндра с удлинением $L/D = 1,5$ от скорости набегающего потока: 1 — поступательные колебания; 2 — вращательные колебания

цилиндр самого большого удлинения 1,9 подвержен в потоке вращательным колебаниям. Амплитуда вращательных колебаний растет, если увеличивается скорость потока. Математическая модель, представленная в работе [2], правильно описывает вращательные колебания. Зависимость квадрата амплитуды вращательных колебаний от числа Струхала $Sh = L/(vT)$ является линейной, если скорость воздушного потока v достаточно велика (рис. 1). Поступательные колебания цилиндра с удлинением 1,9 в воздушном потоке затухают тем быстрее, чем больше скорость потока.

Цилиндр с самым малым удлинением 1,0 колеблется исключительно поступательно. Поступательные колебания цилиндра с установившейся амплитудой происходят в ограниченном интервале скоростей воздушного потока.

Цилиндр с удлинением 1,5 занимает промежуточное положение. Вращательные колебания этого цилиндра происходят с меньшей амплитудой, чем амплитуда колебаний цилиндра с удлинением 1,9. Поступательные колебания с постоянной амплитудой реализовались при малых скоростях. График зависимости безразмерных амплитуд поступательных колебаний вместе с зависимостью амплитуды вращательных колебаний от скорости потока приведен на рис. 2.

Амплитуда поступательных колебаний представлена в безразмерном виде. Обезразмеривание производится умножением на круговую частоту колебаний и делением на скорость воздушного потока $A_y = A_y \omega / v$. Безразмерная амплитуда поступательных колебаний равна амплитуде колебаний мгновенного угла атаки. Диапазоны скоростей, в которых существуют вращательные и поступательные колебания, не перекрываются.

Таким образом, в исследуемом диапазоне удлинений цилиндра уменьшение удлинения ведет к уменьшению амплитуды вращательных колебаний и появлению поступательных колебаний.

1. Рябинин А. Н., Тюрин Б. Ф. Поведение груза, подвешенного под вертолетом // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. Математика. Механика. Астрономия. — 1993. — Вып. 1. — С. 87–91.
2. Рябинин А. Н., Киселев Н. А. Влияние положения оси вращения цилиндра на его вращательные колебания в воздушном потоке // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. Математика. Механика. Астрономия. — 2016. — Т. 3(61). — Вып. 2. — С. 315–323.
3. Ковалев М. А. О расчете и исследовании аэродинамических труб // Уч. зап. Ленингр. ун-та. — 1939. — Вып. 7. — С. 61–86.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РАЗРЯДОВ КОЛЬЦЕВОЙ ФОРМЫ ДЛЯ УДАЛЕНИЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОКРЫТИЙ С ПОВЕРХНОСТИ ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩИХ МАТЕРИАЛОВ

Ф. М. Гайсин, Э. Б. Мирзаянова, И. Т. Фахрутдинова

КНИТУ–КАИ, Казань, Россия

Разработка нового и эффективного способа снятия диэлектрических покрытий внешних, так и внутренних труднодоступных больших поверхностей технологических оснасток и приспособлений является актуальной задачей развития промышленного комплекса.

Целью работы является разработка новой установки и способа снятия/удаления диэлектрических покрытий (смола, грунт, лак) с поверхностей электропроводящих материалов (технологическая оснастка, приспособление, крючок и т. д.).

Для решения поставленной цели в ходе работы решались следующие задачи:

— создание устройства для удаления (снятия) диэлектрических покрытий с поверхности электропроводящих материалов;

— исследование воздействия на электропроводящую оснастку/приспособление нового вида ВЧЕ-разряда (15,36 МГц) кольцевой формы с микроканалами.

Объектом исследования является фрагмент стальной оснастки Прессово-рамного завода ПАО КАМАЗ, покрытый диэлектрическим покрытием (грунт).

Предметом исследования является новый вид электрического разряда — высокочастотный разряд (ВЧЕ-разряд) кольцевой формы с микроканалами, а именно воздействие этого разряда на объект исследования. На рис. 1 представлена фотография ВЧЕ-разряда кольцевой формы с микроканалами в процессе снятия диэлектрического покрытия.

Микроканалы ВЧЕ-разряда позволяют удалить диэлектрическое покрытие, как с шероховатой, так и с внутренней стороны поверхностей изделий сложной конфигурации.



Рис. 1. Воздействие на электропроводящую оснастку/приспособление новым видом ВЧЕ-разряда кольцевой формы с микроканалами

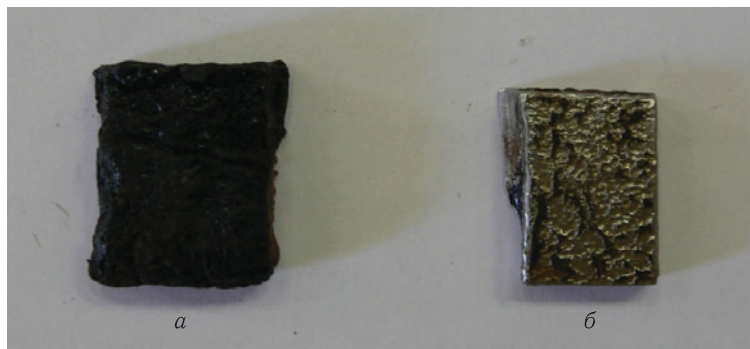


Рис. 2. Стальной элемент поверхности оснастки ПРЗ ПАО «КАМАЗ»

На рис. 2 показаны элементы поверхности до (а) и после (б) снятия диэлектрических покрытий с использованием предлагаемого метода. Использование нового метода позволяет увеличить производительность труда.

Достоверность результатов обеспечивается применением при проведении экспериментов современных измерительных приборов и методики проведения экспериментов.

Таким образом, предлагаемый способ позволяет снять диэлектрическое покрытие в большем объеме с проводящих материалов и позволяет решить народнохозяйственную проблему повышения качества, надежности изделий и получить экономический эффект.

1. *Энгель А.* Ионизированные газы. — М.: Физматгиз, 1959. — 332 с.
2. *Фахрутдинова И. Т., Гайсин Аз. Ф., Сон Э. Е., Галимзянов И. И., Гайсин Ф. М., Мирханов Д. Н.* Об особенностях электрического разряда струйным анодом и металлическим катодом // Теплофизика высоких температур. — 2017. — Т.55, №6. — С. 775–777.
3. *Фахрутдинова И. Т., Абдуллин И. Ш., Гайсин Аз. Ф., Гайсин Ал. Ф., Гайсин Ф. М.* Об особенностях получения наночастиц с использованием электрического разряда с жидкими электродами // Вестник Казан. технологич. ун-та. — 2012. — №22 — С. 64–65.
4. *Гайсин Ал. Ф., Сон Э. Е., Петряков С. Ю.* Высокочастотный емкостной разряд с проточными жидкими электродами при понижении давления // Физика плазмы. — 2017. — Т. 43, №7. — С. 625–633.

МОДЕРНИЗАЦИЯ ПРОСТОЙ МОДЕЛИ КОМПЛЕКСНОГО СЛЕДА В ФОРМЕ НЕЛИНЕЙНО-СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

Г. В. Гембаржевский^{1,2}, К. Ю. Осипенко¹

¹ИПМех РАН, Москва, Россия; ²МАИ, Москва, Россия

Известно, что ближний след от одиночного цилиндра представляет собой шахматную вихревую дорожку Кармана. След от ряда параллельных не слишком близко расположенных цилиндров имеет вид нескольких, по числу цилиндров, параллельных дорожек. Эти парциальные дорожки, образующие комплексный след, несколько искажены — в меру их взаимодействия. Однако, волновая структура (периодичность в пространстве и времени) парциальных дорожек Кармана очевидна для ламинарных режимов течения, и хорошо выражена для турбулентных режимов. Устойчивость этой структуры течения позволяет строить упрощенные одномерные модели ближнего следа в форме нескольких, по числу цилиндров, осцилляторов типа Ван дер Поля (ВдП), Стюарта–Ландау (С–Л), каждый из которых моделирует свою дорожку Кармана [1]. Отметим, что модель следа от одиночного цилиндра в форме осциллятора С–Л имеет еще и теоретическое обоснование на основе разложения по малому параметру надкритичности $\varepsilon = (1/Re_{cr} - 1/Re)$ решения соответствующей краевой задачи для уравнений Навье–Стокса [2]. Уравнения ВдП, С–Л формулируются относительно управляющего параметра соответствующей дорожки Кармана, обычно отождествляемого с поперечной составляющей скорости течения в характерной точке дорожки.

Для моделирования следа от группы цилиндров необходимо модифицировать уравнения осцилляторов на учет взаимодействия между ними. Принято использовать простейший вид модификации — в форме добавочного члена уравнений, линейного по управляющему параметру соседней дорожки [1]. К сожалению, такой подход не позволяет воспроизвести режим перемежаемости в следе, наблюдаемый при сближении цилиндров до расстояния между их осями $L/D < 2-2,5$, где D —

диаметр цилиндров. Это — режим конкуренции между модой в форме двух одинаковых синфазно-синхронизованных дорожек, и модой различающихся по всем параметрам дорожек. Отметим, что для задач определенного типа вопросы устойчивости мод, их перемежаемости представляют принципиальный интерес. Так нам удалось наблюдать перестройку структуры следа от пары цилиндров под действием тлеющего разряда [3] в случае $L/D = 2,2$. Для интерпретации и объяснения этого эффекта была построена и успешно применена модель в форме нелинейно-связанных осцилляторов ВдП–С–Л [4–6]. Однако, модель [6] не удовлетворительно воспроизводит распределение частот осцилляций по модам следа (в широкой области изменения расстояния между цилиндрами).

Соответственно, модель следа [6] была модифицирована. Уравнения модернизированной модели (типа ВдП) для управляющих параметров дорожек X и Y следующие:

$$\frac{d^2 X}{dt^2} + X \left\{ 1 - \Delta \left[X^2 + \left(\frac{dX}{dt} \right)^2 - 4 \right] \right\} - \varepsilon \left(\frac{dX}{dt} \right) \left\{ 1 + \lambda - \frac{1}{4} \left[X^2 + \left(\frac{dX}{dt} \right)^2 \right] - \frac{\lambda}{16} \left[Y^2 + \left(\frac{dY}{dt} \right)^2 \right]^2 - lXY \right\} = St_X, \quad (1)$$

$$\frac{d^2 Y}{dt^2} + Y \left\{ 1 - \Delta \left[Y^2 + \left(\frac{dY}{dt} \right)^2 - 4 \right] \right\} - \varepsilon \left(\frac{dY}{dt} \right) \left\{ 1 + \lambda - \frac{1}{4} \left[Y^2 + \left(\frac{dY}{dt} \right)^2 \right] - \frac{\lambda}{16} \left[X^2 + \left(\frac{dX}{dt} \right)^2 \right]^2 - lXY \right\} = St_Y. \quad (2)$$

Они отличаются от уравнений [6] видом коэффициента при скорости изменения управляющего параметра данной дорожки. Правые части уравнений это — силы Ланжевена, обеспечивающие стохастизацию следа. Модель (1), (2) содержит четыре «свободных» параметра ε , Δ , λ , l , из которых два последних — λ , l характеризуют нелинейное взаимодействие парциальных дорожек-осцилляторов в области их формирования вблизи цилиндров. Учитывая, что модель строиться методом теории возмущений, на основе модели следа от единенного цилиндра, следует ожидать ее работоспособности в ограниченной области изменения параметра характеризующего интенсивность взаимодействия дорожек $\lambda < \lambda_{\max}$. Сопоставление результатов моделирования с экспериментальными данными позволяет указать границу пригодности модели: $\lambda_{\max} = (\sqrt{5} - 1)/2$. С помощью метода Крылова–Боголюбова система (1), (2) приводится к системе уравнений для амплитуд и фаз осцилляций в двух парциальных дорожках. Линейно устойчивые точки покоя и квазипериодические решения этой системы уравнений представляют собой глобальные моды следа. Оказалось, что в рамках модернизированной модели (при условии $0 < \lambda < (\sqrt{5} - 1)/2$), реализуются четыре глобальные моды следа, тогда как в исходном варианте модели [6] (при условии $0 < \lambda < 0,5$) — только первых три моды. Это — две моды симметричного следа в форме одинаковых синфазно — №1 и противофазно-синхронизованных №2 дорожек, соответственно; а также третья мода №3 — асимметричного следа в виде двух различающихся по всем параметрам дорожек Кармана. При малых значениях параметра $0 < -2\Delta/\varepsilon < 1/4$ добавляется также мода №4 в форме синхронизованных, но отличающихся по амплитуде парциальных дорожек. Что можно сказать о сопоставлении модельных и экспериментальных данных? Набор из трех именно таких мод №1–3 наблюдается в нейтральных жидкостях

и газах при визуализации следов от пары цилиндров при условии $L/D > 1,5$ [7, 8]. При этом режим перемежаемости между модой №1 и модой №3 наблюдается и успешно воспроизводится в широком диапазоне изменения параметра характеризующего взаимодействие дорожек: $0,5 < \lambda < (\sqrt{5} - 1)/2$. Не исключено, что мода №4 также присутствует в эксперименте, но ее трудно отличить от мод симметричного турбулентного следа №1, 2. Более того, экспериментальное распределение частот осцилляций в парциальных дорожках [7, 8] удается смоделировать для мод №1–3 во всем диапазоне изменения интенсивности взаимодействия: $0 < \lambda < (\sqrt{5} - 1)/2$. Для сравнения, в исходном варианте модели [6] не удалось воспроизвести частоты осцилляций для асимметричной двухчастотной моды №3 в диапазоне изменения параметров характеризующих взаимодействие дорожек, но только для случая сравнительно слабого взаимодействия [3]: $L/D \approx 2,2$.

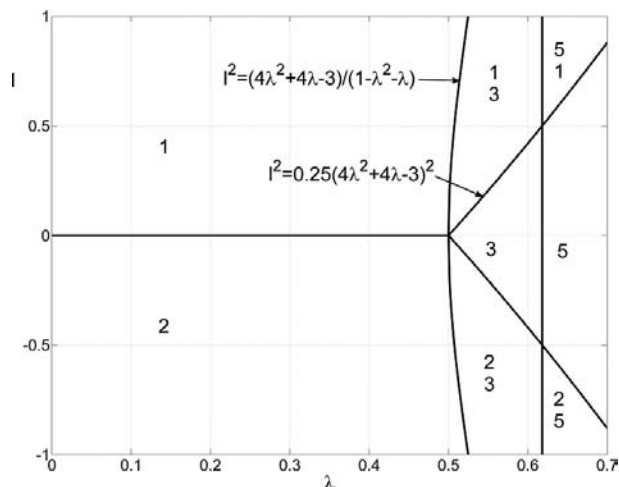


Рис. 1. Карта режимов следа на плоскости параметров модели λ , l для случая $-2\Delta/\varepsilon = 1$; на каждой подобласти приведены номера мод следа, реализующихся в пределах данной подобласти. Мода №5 полного подавления одной парциальной дорожки не наблюдаема в эксперименте

1. *Peschard I., LeGal P.* Coupled wakes of cylinders // *Phys. Rev. Lett.* — 1996. — V. 77, No. 15. — P. 3122–3125.
2. *Sipp D., Lebedev A.* Global stability of base and mean flows: a general approach and its application to cylinder and open cavity flows // *J. Fluid Mech.* — 2007. — V. 593. — P. 333–358.
3. *Гембаржевский Г. В.* Электроразрядный эффект в плазменном течении следа: перераспределение энергии пульсаций в область низких частот // *Письма в ЖТФ.* — 2009. — Т. 35, Вып. 5. — С. 95–102.
4. *Гембаржевский Г. В., Леднев А. К., Осипенко К. Ю.* Моделирование эволюции плазменного следа пары цилиндров под действием электрического разряда // *Письма ЖТФ.* — 2015. — Т. 41, Вып. 23. — С. 40–48.
5. *Гембаржевский Г. В., Леднев А. К., Осипенко К. Ю.* Развитие простой модели следа от пары цилиндров: двухчастотная мода течения // *ТВТ.* — 2019. — Т. 57, №1. — С. 121–126.
6. *Гембаржевский Г. В., Осипенко К. Ю.* Интерпретация и механизм перестройки течения ближнего следа под действием тлеющего разряда // *Изв. РАН. МЖГ.* — 2022. — №1. — С. 14–31.

7. Sumner D., Reitenbach H.K. Wake interference effects for two finite cylinders: A brief review and some new measurements // J. Fluids Struct. — 2019. — V. 89. — P. 25–39.
8. Wong C. W., Zhou Y., Alam. Md. M., Zhou T. M. Dependence of flow classification on the Reynolds number for two-cylinder wake // J. Fluids Struct. — 2014. — V. 49. — P. 485–497.

ИМПУЛЬСНАЯ ИОНИЗАЦИЯ СВЕРХЗВУКОВОГО ТЕЧЕНИЯ В ПРОФИЛИРОВАННОМ КАНАЛЕ

Д. И. Долбня¹, И. А. Знаменская¹, Т. А. Кули-заде¹, А. Е. Луцкий²

¹МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия; ²ИПМ им. М. В. Келдыша, Москва, Россия

Одним из перспективных способов улучшения характеристик ЛА, включая оптимизацию процессов в камере сгорания, является локализованный энергоподвод на основе плазменных актуаторов (электрических разрядов). В последние годы этой проблеме было посвящено большое количество работ (см., например, [1]) включая различные конфигурации разрядов. Плазменные актуаторы могут использоваться как для управления внешним обтеканием так и для управления потоками в каналах. Например, в [2] авторы исследуют скользящий дуговой разряд при атмосферном давлении в качестве источника плазмы, поддерживающей сверхзвуковое горение этиленового топлива со скоростью потока 2,92 Маха. Авторы статьи [3] рассмотрели плазму разряда в камере сгорания ракетного двигателя для подавления высокочастотной нестабильности горения. Особенно часто рассматривается использование барьерных поверхностных разрядов, способных затягивать отрыв пограничного слоя на обтекаемых поверхностях [1] и влиять на структуру ударно-волнового течения при обтекании [4]. В закрытых каналах чаще реализуют импульсные разряды [5].

В данной работе представлены результаты исследований по ударно-волновому воздействию на поток при инициировании импульсного объемного разряда с предыонизацией от плазменных листов в сверхзвуковом течении в прямоугольном канале 24×48 мм с изменением профиля (вставкой прямоугольного препятствия $2 \times 6 \times 48$ мм³ на нижней стенке). Однократный наносекундный объемный разряд с инициировался в замедляющемся потоке в канале ударной трубы за ударной волной с числами Маха $M = 3,2$ – $3,4$. Препятствие определяет структуру и распределение параметров обтекающего его потока, и соответственно перераспределение плазмы импульсного разряда [4]. При инициировании объемного разряда наносекундной длительности в сложном структурированном сверхзвуковом течении в прямоугольном канале с препятствием часть энергии разряда идет на верхние и нижние стенки (плазменные листы), а часть перераспределяется в объеме в виде плазменных короткоживущих образований.

В экспериментах в потоке за ударной волной с числом Маха $M = 3,2$ – $3,4$ усредненная скорость основного потока изменялась от 820–850 м/с (первые 500–600 мкс) до 350 м/с к моменту времени 4,5 мс после прохода УВ. Скорость потока измерялась по трассерам, ранее PIV измерения показывали аналогичные результаты [6].

Разряд инициировался в заданный момент течения за плоской ударной волной и протекал в два этапа. Сначала на верхней и нижней поверхностях камеры инициировались плазменные листы — разряды, скользящие по межэлектродной поверхности диэлектрика. В однородном потоке фаза объемного разряда характеризуется высокой степенью пространственной однородности за счет предыонизации от плазменных листов. Диэлектрическая вставка на нижнем плазменном листе

приводила к перераспределению энергии импульсного разряда в потоке, в первую очередь вблизи поверхности.

Численным моделированием получены поля газодинамического потока в условиях эксперимента и проведено сравнение с распределением плазмы разряда. Это позволило интерпретировать поле свечения импульсного разряда, коррелирующее с мгновенным полем плотности (либо давления). Для численной аппроксимации систем уравнений Навье–Стокса была применена явная квазилинейная схема, представляющая собой вариант метода С. К. Годунова повышенного порядка точности [7]. Расчетная область представляла собой участок рабочей камеры размерами 130 мм на 24 мм. Теневые изображения сравнивались с расчетными при одинаковых параметрах течения. Интегральное свечение разряда (рис. 1) представляет мгновенную картину течения. Разряд локализуется в рассмотренном диапазоне параметров прежде всего — в зону отрыва (низкой плотности) около препятствия.

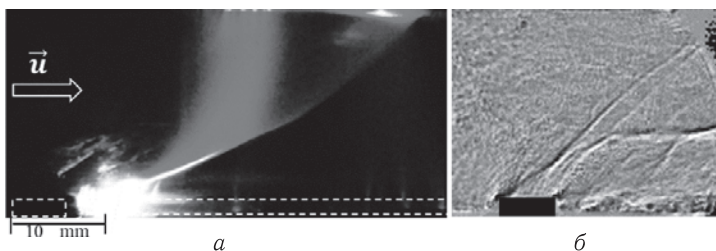


Рис. 1. Высокоскоростное обтекание $u = 820$ м/с профилированной поверхности в разрядной камере: *a* — интегральный снимок свечения наносекундного разряда; *б* — теневой снимок течения после однократного плазменного воздействия

Инициирование импульсного объемного разряда через 600–800 мкс после прохода УВ через препятствие, приводит к перераспределению разряда в короткоживущий сильноточный плазменный канал вдоль препятствия. Локализация разряда в зону отрыва за препятствием приводит к инициированию цилиндрической взрывной волны, которая приобретает удлиненную форму (рис. 1, б) за счет преобладания горизонтальной компоненты скорости (снос основным потоком). Исходная конфигурация восстанавливается через 20–30 мкс.

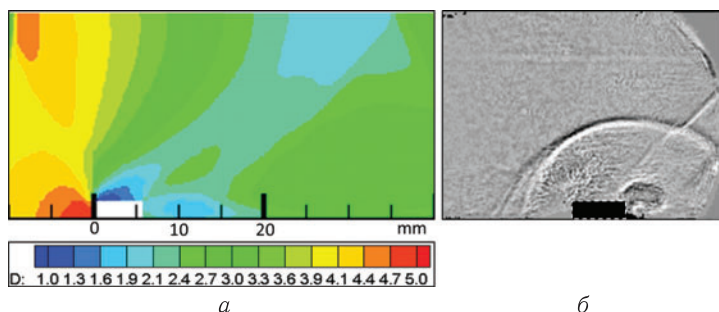


Рис. 2. Канал с препятствием обтекаемым потоком с $u = 390$ м/с: *a* — численное моделирование; *б* — теневой снимок воздействия импульсного энерговыклада при тех же условиях

Импульсный энерговыклад в зону отрыва при сниженной скорости 390 м/с (через 4,5 мс после прохода УВ) приводит к возникновению взрывной цилиндрической волны (рис. 2), распространяющейся из зоны отрыва над препятствием. Взрывная

волна сносится потоком через 85–100 мкс. Также различим сносимый потоком термик.

Таким образом, при инициировании импульсного объемного разряда с преыонизацией в сложном сверхзвуковом течении в прямоугольном канале с уступом распределение энергии зависит от поля плотности в потоке, эволюционирующем при изменении скорости набегающего потока. Результатом локализации разряда около препятствия является инициирование квазицилиндрических взрывных конфигураций, сносимых вниз по потоку потоком за времена 20–100 мкс в зависимости от скорости основного потока в канале (800–350 м/с).

Д. И. Долбня является стипендиатом Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС» для аспирантов.

1. *Стариковский А. Ю., Александров Н. Л.* Управление газодинамическими потоками с помощью сверхбыстрого локального нагрева в сильнонеравновесной импульсной плазме // *Физика плазмы*. — 2021. — Т. 47, №2. — С. 126–192.
2. *Wang W.-Z., Jia M., Feng R., Zhu J.-J.* Experimental investigation on the gliding arc plasma supported combustion in the scramjet combustor // *Acta Astronaut.* — 2020. — V. 177. — P. 133–141.
3. *Zhou S., Nie W., Tian Y.* High frequency combustion instability control by discharge plasma in a model rocket engine combustor // *Acta Astronaut.* — 2021. — V. 179. — P. 391–406.
4. *Znamenskaya I. A., Dolbnya D. I., Ivanov I. E., Kuli-zade T. A., Sysoev N. N.* Pulse volume discharge behind shock wave in channel flow with obstacle // *Acta Astronautica.* — 2022. — V. 195. — P. 493–501.
5. *Feng R., Li J., Wu Y., Zhu J., Song X., Li X.* Experimental investigation on gliding arc discharge plasma ignition and flame stabilization in scramjet combustor // *Aerospace Science and Technology.* — 2018. — V. 79. — P. 145–153.
6. *Glazyrin F. N., Mursenkova I. V., Znamenskaya I. A.* Particle image velocimetry study of the shock wave emanating from open-ended shock tube // *Visualization of Mechanical Processes.* — 2012. — V. 2, No. 4.
7. *Луцкий А. Е., Меньшов И. С., Ханхасаева Я. В.* Влияние неоднородности набегающего потока на сверхзвуковое обтекание затупленного тела // *Матем. моделирование.* — 2016. — Т. 28, №7. — С. 45–55.

ПОСТУПАТЕЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЦИЛИНДРА С СООСНО ЗАКРЕПЛЕННЫМ ДИСКОМ В ПОТОКЕ ВОЗДУХА

Д. В. Кауфман, А. Н. Рябинин

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

Рассматриваются поступательные колебания цилиндра в воздушном потоке. Цилиндр в головной части имеет диск, закрепленный соосно на тонкой ножке перед передним торцом. Диск, закрепленный таким образом, существенно снижает лобовое сопротивление [1]. Снижение лобового сопротивления актуально для грузов, переносимых вертолетом на внешней подвеске [2]. Ранее изучалось влияние диска на затухающие вращательные колебания в воздушном потоке упруго закрепленного цилиндра, отношение длины которого к диаметру равно девяти [3, 4]. Оказалось, что диски, диаметр которых превосходит диаметр цилиндра, не оказывают сильного влияния на затухание колебаний упруго закрепленного цилиндра. Диски меньшего диаметра способствуют быстрейшему затуханию колебаний.

Опыты выполнялись на аэродинамической трубе АТ-12 Санкт-Петербургского государственного университета [5], имеющей открытую рабочую часть. Цилиндр, отношение длины L которого к диаметру D равно 9, подвешивался в рабочей части аэродинамической трубы на проволочной подвеске, содержащей шесть пружин (рис. 1).

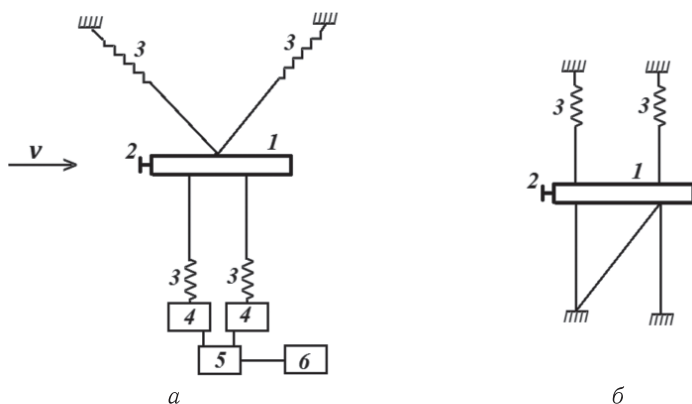


Рис. 1. Схема эксперимента: *а* — вид сбоку; *б* — вид сверху; 1 — цилиндр; 2 — диск; 3 — пружины; 4 — полупроводниковые тензопреобразователи; 5 — РС-осциллограф; 6 — компьютер

В состоянии равновесия цилиндр располагался горизонтально. Его ось параллельна вектору средней скорости набегающего потока. Подвеска позволяла цилиндру перемещаться с двумя степенями свободы. Упругие силы подвески при этом стремились вернуть цилиндр в исходное состояние равновесия. Отклоненный от положения равновесия цилиндр мог совершать поступательные колебания, при которых его центр тяжести колебался в вертикальном направлении, и вращательные колебания вокруг горизонтальной оси, перпендикулярной оси цилиндра.

К двум пружинам подвески крепились полупроводниковые тензопреобразователи С-50, измеряющие натяжение пружин. РС-осциллограф Velleman-PCS500A преобразовывал аналоговые сигналы тензопреобразователей в цифровые и передавал их в компьютер. Зависимость сигналов от времени записывалась в файл. Во время экспериментов цилиндр отклоняли от положения равновесия на некоторое расстояние в вертикальном направлении, затем отпускали. Начинались поступательные колебания, которые во всех опытах затухали. Натяжение пружин считывалось в течение 17 с с частотой 100 Гц. Калибровка прибора осуществлялась подвешиванием груза известной массы к центру цилиндра. При этом определялось расстояние, на которое опустились точки цилиндра, к которым присоединены тяги с пружинами, и изменение показаний тензопреобразователей. В результате калибровочного эксперимента определялась также приведенная жесткость пружин.

В наших опытах изменялся диаметр соснового диска d ($0,625D$, $0,75D$, D), расстояние между диском и торцом цилиндра g ($0,45D$, $0,6D$, $0,75D$) и скорость набегающего потока. Всего 10 вариантов зависимостей амплитуды поступательных колебаний от скорости воздушного потока. Каждый эксперимент повторялся 5 раз.

При обработке экспериментальных данных предполагалось, что амплитуда A поступательных колебаний меняется настолько медленно, что за один период колебаний этим изменением по сравнению с амплитудой можно пренебречь. Верти-

кальное смещение центра тяжести цилиндра y_i в момент времени t_i описывается выражением $y_i = (y_{i1} + y_{i2})/2$, где y_{i1} и y_{i2} — координаты двух точек цилиндра, к которым присоединены пружины. Принимается, что:

$$y_i = A \cos(pt_i - \varphi) + E + \xi_i,$$

где ξ_i — случайная величина, соответствующая погрешности измерений. По выборке, содержащей n измерений, параметры A , φ и E определялись методом наименьших квадратов. Примем обозначения: $B = A \cos \varphi$, $C = A \sin \varphi$. Отыскание минимума остаточной суммы квадратов $\sum_{i=1}^n \xi_i^2$ сводится к решению системы линейных уравнений:

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n \cos^2 pt_i & \sum_{i=1}^n \cos pt_i \sin pt_i & \sum_{i=1}^n \cos pt_i \\ \sum_{i=1}^n \cos pt_i \sin pt_i & \sum_{i=1}^n \sin^2 pt_i & \sum_{i=1}^n \sin pt_i \\ \sum_{i=1}^n \cos pt_i & \sum_{i=1}^n \sin pt_i & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ C \\ E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \cos pt_i \\ \sum_{i=1}^n y_i \sin pt_i \\ \sum_{i=1}^n y_i \end{pmatrix}.$$

Амплитуда колебаний A определяется по формуле

$$A = \sqrt{B^2 + C^2}.$$

В настоящей работе выбирали временной промежуток, равный периоду колебаний.

Получены зависимости амплитуды колебаний от времени, по которым определены колебательные производные цилиндра с диском, приведенные в табл. 1.

Таблица 1

Колебательные производные $c_y^{\dot{y}}$ цилиндра с диском

d/D	g/D		
	0,45	0,75	0,85
0,625	$-3,97 \pm 0,14$	$-4,03 \pm 0,14$	$-4,06 \pm 0,14$
0,75	$-3,52 \pm 0,14$	$-3,69 \pm 0,14$	$-3,63 \pm 0,14$
1,00	$-3,77 \pm 0,14$	$-3,66 \pm 0,14$	$-3,69 \pm 0,14$

Коэффициент $c_y^{\dot{y}}$ цилиндра без диска равен $-3,73 \pm 0,14$.

Оказалось, что в отличие от вращательных производных колебательная производная цилиндра с диском немного отличается от колебательной производной цилиндра без диска только в том случае, если диаметр диска $d = 0,625D$.

1. Koenig K., Roshko A. An experimental study of geometrical effects on the drag and flow field of two bodies separated by a gap // J. Fluid Mech. — 1985. — V. 156. — P. 167–204.
2. Устройство для перевозки крупногабаритных грузов на внешней подвеске вертолета // Пат. Рос. Федерации 2002676; заявка 90 4907895 10.12.1990; опубл. 15.11.1993. Бюл. 41–42. 4 с.
3. Рябинин А. Н., Кауфман Д. В. Определение вращательных производных цилиндра с осью установленным диском в воздушном потоке // Вестник СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия. — 2021. — Т. 8(66). — Вып. 1. — С. 158–166.
4. Kaufman D. V., Ryabinin A. N. Effect of coaxially mounted disks on oscillations of a cylinder of large aspect ratio in air flow // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. — 2020. — V. 927, No. 012002. — DOI: 10.1088/1757-899X/927/1/012002.
5. Ковалев М. А. О расчете и исследовании аэродинамических труб // Уч. зап. Ленингр. ун-та. — 1939. — Вып. 7. — С. 61–86.

КИНЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВОЛНЫ И ТЯЖЕЛОЙ ЖИДКОСТИ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ОКОЛО ДЛИННОВОЛНОВОГО ПРЕДЕЛА

Т. П. Краснослободцева, А. В. Краснослободцев

РТУ МИРЭА, Москва, Россия

При рассмотрении длинных волн на воде в гидростатическом приближении на завихренной жидкости (сильно нелинейные волны) рассматривается модель Бенни:

$$u_t + uu_x - u_y \left(\int_0^y u_x dy \right) + h_x = 0; \quad h_t + \left(\int_0^h u dy \right)_x = 0. \quad (1)$$

Здесь t — время, x — пространственная координата, $h(t, x)$ — неизвестная высота свободной поверхности однородной тяжелой жидкости, $u(t, x, y)$ — горизонтальная компонента скорости жидкости. В рассматриваемой системе координат ускорение свободного падения $g = 1$, плотность жидкости также равна 1.

Предложенное в настоящей работе исследование позволяет вывести новое кинетическое уравнение, описывающее динамику длинных волн конечной длины.

Введем бесконечную систему моментов

$$A^n = A^n(t, x) = \int_0^{h(t, x)} (u(t, x, y))^n dy. \quad (2)$$

Бенни было показано, что система уравнений (1) порождает бесконечную систему уравнений для моментов

$$A_t^n + A_x^{n+1} + nA^{n-1}A_x^0 = 0, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

Можно показать, что существует функция распределения (плотность вероятности)

$$f(t, x, v) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} A^n(t, x) \delta^{(n)}(v),$$

которая удовлетворяет основному кинетическому уравнению

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial v} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{-\infty}^{\infty} f(t, x, v) dv \right) = 0. \quad (4)$$

Рассмотрим теперь обобщение кинетического уравнения (4), а именно,

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial v} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} K(x - \xi) \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\int_{-\infty}^{\infty} f(t, \xi, v) dv \right) d\xi = 0. \quad (5)$$

Здесь $K(x)$ — это либо обычная, либо обобщенная функция переменной x .

Зададим конкретный вид функции распределения, соответствующий холодному газу (мелкой воде), а именно, $f(t, x, v) = h(t, x) \delta(v - u(t, x))$. Тогда кинетическое уравнение сведется к следующей обобщенной системе уравнений мелкой воды:

$$h_t + (uh)_x = 0; \quad u_t + uu_x + \int_{-\infty}^{\infty} K(x - \xi) h_\xi d\xi = 0.$$

После стандартных преобразований линеаризации получим дисперсионное соотношение

$$\omega/k = \pm \sqrt{h_0 \widehat{K}(k)}. \quad (6)$$

После преобразования Фурье соотношение разложение дисперсии примет следующий вид: $\widehat{K}(k) = 1 + \alpha k^2 + \beta k^4 + \dots$. Мы рассматриваем динамику, учитывающую следующее приближение по длине волны для уравнений мелкой воды. Так как для уравнения Бенни $K(x) = \delta(x)$, $h_0 = 1$, где $\delta(x)$ — обобщенная функция Дирака, то общий случай имеет следующий вид:

$$K(x) = \delta(x) + \alpha \delta''(x) + \beta \delta^{(4)}(x) + \dots \quad (7)$$

После преобразования Фурье соотношение (7) примет следующий вид:

$$\widehat{K}(k) = 1 + \alpha k^2 + \beta k^4 + \dots \quad (8)$$

Именно соотношение (8) и будет рассматриваться в дальнейшем, как правило, при малых $k \ll 1$.

Линеаризуем систему (5) относительно функции распределения $f_0(v)$. Это означает, что мы рассматриваем сдвиговое течение

$$u = u_0(y), \quad h(t, x) = H = \text{const.}$$

Задавая сдвиговое течение в виде бесконечного числа моментов

$$A_0^n = \int_0^H (u_0(y))^n dy = \int_{-\infty}^{\infty} f_0(v) dv,$$

можно представить в явном виде функцию $f_0(v) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} A_0^n \delta^{(n)}(v)$.

Представляем решение в таком виде: $f = f_0(v) + \varepsilon f_1(t, x, v)$, $\varepsilon \ll 1$. Тогда линеаризованное уравнение примет следующий вид:

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + v \frac{\partial f_1}{\partial x} - \frac{\partial f_0}{\partial v} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} K(x - \xi) \frac{\partial}{\partial \xi} h_1(t, \xi) d\xi = 0, \quad h_1(t, x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t, x, v) dv. \quad (9)$$

Применяя преобразования Лапласа по времени и преобразование Фурье по x к системе (9), получим следующее дисперсионное соотношение:

$$D(\omega, k) = 1 + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f'_0(v) \widehat{K}(k)}{\frac{\omega}{k} - v} dv = 0. \quad (10)$$

Продолжим теперь уже формулу (10) в комплексную область и, отбрасывая малые высокого порядка, при $\omega = \omega_r + i\gamma$, найдем коэффициент затухания (усиления) волны

$$\gamma = \pi \left([f'_0(v)] \Big|_{v=\frac{\omega_r}{k}} \right) \left(\frac{\partial D_r}{\partial \omega_r} \right)^{-1}. \quad (11)$$

Приведем окончательный результат для случая максвелловской функции распределения $f_0(v) = c \exp(-\beta v^2)$. Имеем:

$$\gamma = -\frac{1}{8} \pi^{1/2} \frac{(A_0^0)^{5/2}}{(A_0^2)^{3/2}} (A_0^0 + \sqrt{(A_0^0)^2 + 12A_0^2})^{3/2} \cdot \exp \left(-\frac{A_0^0}{8A_0^2} (A_0^0 + \sqrt{(A_0^0)^2 + 12A_0^2}) \right) k \times \\ \times \left(\frac{1}{2} \sqrt{A_0^0 + \sqrt{(A_0^0)^2 + 12(A_0^2)}} - 3 \frac{A_0^2}{\sqrt{(A_0^0)^2 + 12(A_0^2)}} \right).$$

Мы получим затухающую волну с коэффициентом затухания $\exp(\gamma t)$, $\gamma < 0$, если последняя скобка больше нуля. При этом A_0^0 — это масса слоя жидкости единичной поперечной ширины, A_0^2 — кинетическая энергия продольного движения слоя жидкости единичной поперечной ширины. Таким образом, результат не зависит от тонкой структуры завихренности внутри слоя жидкости. Принципиально важна только конечность длины волны, $k \neq 0$.

1. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. — М.: Мир, 1977. — 622 с.
2. Гуревич А. В., Питаевский Л. П. Нелинейная динамика разреженной плазмы и ионосферная аэродинамика // Вopr. теории плазмы. — 1980. — Т. 10. — С. 3–87.
3. Краснослободцев А. В. Газодинамические и кинетические аналогии в теории вертикально неоднородной мелкой воды. — М.: Наука. Труды ИОФАН, 1987. — С. 33–71.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ И ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УДАРНЫХ ВОЛН ОТ ИМПУЛЬСНОГО ПОВЕРХНОСТНОГО СКОЛЬЗЯЩЕГО РАЗРЯДА В ПОТОКЕ ВОЗДУХА С КОСЫМ СКАЧКОМ УПЛОТНЕНИЯ

И. В. Мурсенкова^{1,2}, Ю. Ляо¹, И. Э. Иванов^{1,3}

¹МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия; ²НИУ МЭИ, Москва, Россия; ³МАИ, Москва, Россия

Газоразрядная плазма поверхностных разрядов может применяться для воздействия на приповерхностные течения, на пограничный слой, локальные скачки уплотнения как источник энергоподвода в газовый поток в задачах плазменной аэродинамики [1–3]. Взаимодействие сверхзвуковых потоков и ударных волн с плазмой представляет также фундаментальный интерес. При разработке плазменных способов управления потоками необходимо учитывать взаимное влияние высокоскоростного потока и разряда. В работе экспериментально решалась задача о взаимодействии наносекундного поверхностного скользящего разряда со сверхзвуковыми потоками воздуха с наклонной ударной волной в канале ударной трубы, содержащими зоны отрыва в пограничном слое. Численно решалась задача о движении ударной волны из области поверхностного энерговклада в потоке с наклонной ударной волной.

Эксперименты проводились на установке, состоящей из ударной трубы с разрядной камерой внутренним сечением 24×48 мм² [2, 4]. Боковые кварцевые стенки разрядной камеры служили для оптической диагностики разряда и зондирования поля течения. Система синхронизации процессов от сигналов датчиков давления в канале ударной трубы позволяла инициировать разряд в заданный момент времени. Поверхностный скользящий разряд длительностью ~ 500 нс, током ~ 1 кА создавался при приложении импульсного напряжения 25 кВ к электродам длиной 100 мм на верхней стенке разрядной камеры. Электрическая энергия разряда составляла 0,72 Дж. За прямоугольным препятствием на нижней стенке формировался косой скачок уплотнения, который взаимодействовал с пограничным слоем на верхней стенке. Течение визуализировалось прямым теневым методом, теневые изображения регистрировались высокоскоростной камерой с частотой до 525 000 кадров в секунду, экспозицией 1 мкс [4]. Исследовались режимы развития разряда в потоках за плоскими ударными волнами с числами Маха 2,50–5,20 (числа Маха потоков 1,18–1,68, плотность 0,02–0,45 кг/м³). В потоках с косым скачком уплотнения разряд развивался в виде одного прямолинейного канала в области взаимодействия косого скачка уплотнения с пограничным слоем. Теневые исследования показали, что

после разряда образуется полуцилиндрическая ударная волна. Движение ударной волны и теплового следа от разрядного канала приводит к изменению структуры течения и пограничного слоя. На рис. 1, *a* показаны теневые изображения структуры в квазистационарном потоке с косым скачком уплотнения.

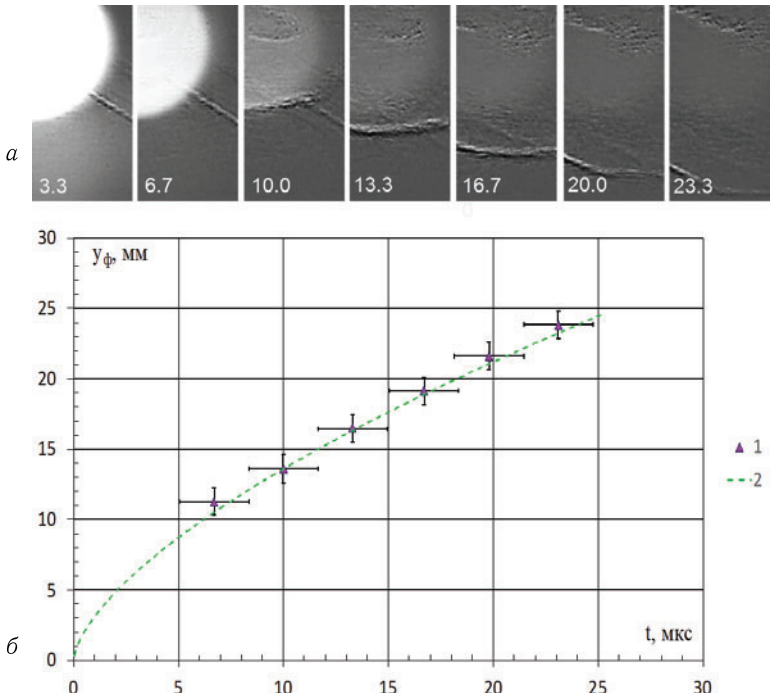


Рис. 1. Последовательность кадров теневой съемки (*a*); временная зависимость вертикального смещения фронта инициированной разрядом ударной волны (*б*): 1 — эксперимент, 2 — моделирование: энергия 0,29 Дж, объем 90 мм³, длительность 1400 нс. Число Маха потока 1,44, поток направлен слева направо. Нулевое время соответствует моменту ввода энергии, время на кадрах указано в микросекундах

Численное моделирование с локальным энергоподводом в плоском канале проведено на основе нестационарных двумерных уравнений Навье–Стокса [5]. Целью было исследование динамики индуцированной ударной волны в потоке с косым скачком уплотнения в канале для сравнения с экспериментальными результатами. Моделирование включало движение плоской ударной волны в канале и дифракцию на препятствии до установления обтекания. Определялись параметры области пониженной плотности, которая формировалась при взаимодействии наклонной ударной волны с пограничным слоем. Варианты ввода энергии в этой области длительностью до 1600 нс варьировались так, чтобы расчетные форма фронта и динамика ударной волны соответствовали экспериментальным.

Сопоставление экспериментальных и расчетных результатов при числах Маха потоков 1,30–1,55 показало, что расчеты соответствуют экспериментам при энерговыкладе 0,21–0,29 Дж за время 800–1400 нс. С точки зрения процессов в плазме длительность энерговыделения больше 500 нс может определяться дополнительным энерговыделением при релаксации энергии внутренних степеней свободы молекул в тепловую энергию на стадии послесвечения [6].

1. *Leonov S. V., Adamovich I. V., Soloviev V. R.* Dynamics of near-surface electric discharges and mechanisms of their interaction with the airflow // *Plasma Sources Sci. Technol.* — 2016. — V. 25. — 063001.
2. *Mursenkova I. V., Znamenskaya I. A., Lutsky A. E.* Influence of shock waves from plasma actuators on transonic and supersonic airflow // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 2018. — V. 51(5). — 105201.
3. *Стариковский А. Ю., Александров Н. Л.* Управление газодинамическими потоками с помощью сверхбыстрого локального нагрева в сильнонеравновесной импульсной плазме // *Физика плазмы.* — 2021. — Т. 47, №2. — С. 126–192.
4. *Mursenkova I. V., Liao Yu., Ulanov P. Yu., Shi L.* High-Speed Shadowgraphy of the Interaction of an Oblique Shock Wave in a Channel with a Surface Sliding Discharge // *Scientific Visualization.* — 2021. — V. 13, No. 3. — P. 47–57.
5. *Глушко Г. С., Иванов И. Э., Крюков И. А.* Метод расчета турбулентных сверхзвуковых течений // *Матем. моделирование.* — 2009. — Т. 21, №12. — С. 103–121.
6. *Кузнецов А. Ю., Мурсенкова И. В., Уланов П. Ю.* Динамика излучения наносекундного поверхностного скользящего разряда в потоке с ударной волной // *Письма в ЖТФ.* — 2019. — Т. 45, вып. 24. — С. 48–51.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ИМПУЛЬСНОГО ОБЪЕМНОГО РАЗРЯДА НА ПЛОСКУЮ УДАРНУЮ ВОЛНУ В КАНАЛЕ

И. В. Мурсенкова, А. А. Милицина, А. Ю. Кузнецов, И. А. Знаменская

МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

Воздействие плазменных областей на ударные волны и сверхзвуковые потоки, на ударный слой перед обтекаемым телом, на пограничные слои остается в настоящее время актуальным направлением исследований с приложениями к задачам плазменной аэродинамики [1, 2]. Управление потоком с помощью внешнего источника в первую очередь сводится к уменьшению волнового сопротивления, воздействию на подъемные силы и на создание новых структур в зоне энергоподвода [1]. Для управления высокоскоростными течениями необходимо знать механизм взаимодействия ударной волны с плазменной областью. В работе исследована динамика плоской ударной волны в области плазмы наносекундного комбинированного объемного разряда в воздухе в разрядной камере ударной трубы. Проведен анализ высокоскоростной теневой визуализации поля течения, результаты сопоставлены с плазменными процессами.

Эксперименты проводились на ударной трубе с разрядной камерой внутренним сечением $24 \times 48 \text{ мм}^2$, совпадающим с сечением канала камеры низкого давления [3, 4]. Импульсный комбинированный объемный разряд с предыонизацией длительностью $\sim 300 \text{ нс}$ [2, 4] включает два поверхностных разряда и объемный разряд. При приложении импульсного напряжения 25 кВ на верхней и нижней стенках разрядной камеры создавались скользящие поверхностные разряды (плазменные листы) площадью $30 \times 100 \text{ мм}^2$, обеспечивающие предыонизацию объема. В разрядной камере исследовалось движение плоских ударных волн с числами Маха 2,20–3,50 в плазме разряда при давлениях 10–100 торр. Длина разрядного объема в направлении потока 100 мм; протяженность плазменного объема перед фронтом ударных волн составляла в экспериментах 9–40 мм. Через боковые кварцевые стекла рабочей камеры осуществлялась оптическая диагностика разряда и визуализация течения. Одновременно регистрировался ток разряда, который достигал 1 кА.

Газодинамическое поле течения визуализировалось прямым теневым методом, изображения регистрировались высокоскоростной видеокамерой с частотой до 525000 к/с, временем экспозиции 1 мкс. Синхронизация процессов в экспериментах и запуск регистрирующей аппаратуры осуществлялись с помощью сигналов от пьезоэлектрических датчиков давления в канале ударной трубы.

При развитии разряда пробой происходит в области максимальных значений приведенного электрического поля E/N (E — напряженность электрического поля, N — концентрация молекул), поэтому в потоке с плоской ударной волной разряд реализуется перед ее фронтом [2, 4]. В результате быстрого изменения состояния газа в плазменном объеме происходит распад фронта исходной плоской ударной волны с образованием двух ударных волн и контактной поверхности между ними [2].

На рис. 1, *а* и *б* показаны свечение разряда с ударной волной в разрядном объеме и последовательность теневых изображений после разряда в центральной части высотой 8 мм. Ударная волна $УВ_1$ и контактная поверхность КП движутся вдоль оси Ox в положительном направлении. Ударная волна $УВ_2$ движется в противоположном направлении, навстречу спутному потоку, и на теневых изображениях практически неподвижна. Ударная волна $УВ_1$ около 15 мкс после завершения тока движется по релаксирующей плазме объемного разряда. Ударное сжатие плазменной области приводит к немонотонной временной зависимости послесвечения разряда в течение 1–2 мкс [3]. В результате движения газодинамических разрывов и взаимодействия с ударными волнами от поверхностных разрядов происходит изменение ударно-волновой конфигурации в канале.

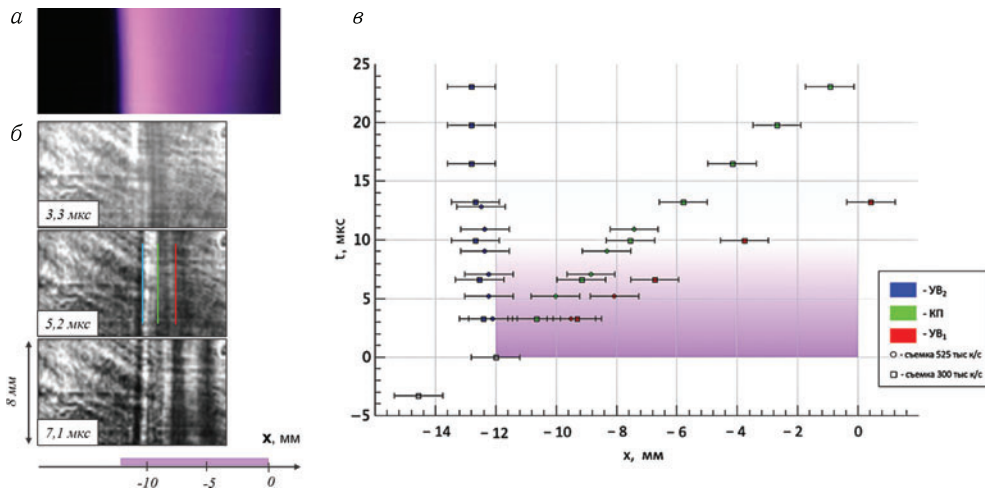


Рис. 1. Свечение разряда перед фронтом ударной волны (*а*); последовательность теневых изображений после разряда (*б*); Xt -диаграмма движения разрывов, объединяющая результаты двух съемок (525 и 300 тыс. к/с) (*в*). Число Маха ударной волны 2,30, давление 75 торр

Цифровая обработка теневых изображений высокоскоростной съемки показала особенности движения ударной волны $УВ_1$ при различных начальных условиях. На Xt -диаграммах движения разрывов видно, что в плазменной области через 5–15 мкс после разряда скорость ударной волны $УВ_1$ увеличивается (рис. 1, *в*). Динамика движения зависит от числа Маха исходной ударной волны, ее положения в момент инициирования разряда, от параметров плазмы перед ее фронтом.

Анализ кинетических процессов в плазме объемного разряда в воздухе показал, что к увеличению температуры газа после разряда и, соответственно, ускорению

фронта ударной волны, может приводить к тушению электронно-возбужденных молекул азота, при котором энергия переходит в тепловую на временах до 30 мкс. Соответственно, наносекундный комбинированный объемный разряд можно рассматривать как эффективный источник для управления скачками уплотнения в каналах продолжительностью до 20 микросекунд после разряда.

1. *Стариковский А. Ю., Александров Н. Л.* Управление газодинамическими потоками с помощью сверхбыстрого локального нагрева в сильнонеравновесной импульсной плазме // Физика плазмы. — 2021. — Т. 47, №2. — С. 126–192.
2. *Znamenskaya I., Mursenkova I., Doroshchenko I., Ivanov I.* Flow analysis of a shock wave at pulse ionization: Riemann problem implementation // Physics of Fluids. — 2019. — V. 31, No. 11. — 116101.
3. *Кузнецов А. Ю., Мурсенкова И. В.* Особенности излучения объемного наносекундного разряда в воздухе при взаимодействии с плоской ударной волной // Прикладная физика. — 2016. — № 5. — С. 16–21.
4. *Архипов Н. О., Знаменская И. А., Мурсенкова И. В., Остапенко И. Ю.* Эволюция наносекундного комбинированного объемного разряда с плазменными электродами в потоке воздуха // Вестник МГУ. Сер. 3. Физика. Астрономия. — 2014. — №1. — С. 88–95.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ РЕЖИМОВ ПОЛУПРОЗРАЧНЫХ ОБОЛОЧЕК В УСЛОВИЯХ ИМПУЛЬСНО-ПЕРИОДИЧЕСКОГО РАДИАЦИОННО-КОНДУКТИВНОГО НАГРЕВА

Д. Б. Нгуен, П. А. Вдовин

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

В работе рассмотрены вопросы моделирования температурных полей в стабилизирующих импульсный разряд [1, 2] оболочках из кварца, находящихся под воздействием кондуктивных и радиационных потоков сложного спектрального состава. Охлаждение оболочек естественное. Математическая модель строится на основе нелинейного уравнения энергии и уравнения переноса излучения в диффузионном приближении. Данные по тепловому нагружению стенок заимствуются из [3–7], при этом в расчет принимается поверхностное и объемное тепловыделение. Поверхностный поток определяется теплопроводностью плазмы, а также излучением за коротковолновой и за длинноволновой границами пропускания материала оболочек.

Температурное поле в стенке (рисунки 1 и 2) зависит от большого числа параметров разряда, влияющих на то, какая доля от электрической энергии импульса W_0 приходится на тепловые потери плазмы.

К важнейшим из этих параметров следует отнести диаметр канала разряда, который для приведенных здесь рисунков составляет 0,7 см, межэлектродное расстояние — 12 см, начальное напряжение на конденсаторе — 1300 В, емкость — 198 мкФ, индуктивность 87,7 мкГн, активное сопротивление контура 0,083 Ом, давление наполнения ксенона $p_0 = 0,036$ МПа.

На рисунках 1 и 2 приведены данные для установившегося режима. Получено, что от импульса к импульсу температура внешней поверхности остается практически неизменной, а температура внутренней поверхности отслеживает импульс нагрузки, с некоторым запаздыванием. С ростом частоты следования импульсов f

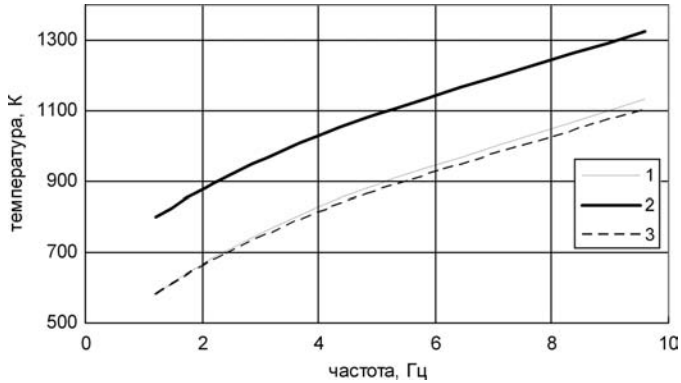


Рис. 1. Зависимость температуры на внутренней T_1 , $T_{1\max}$ и внешней T_2 поверхностях оболочки от частоты следования импульсов при $W_0 = 167$ Дж: 1 — в момент начала импульса T_1 ; 2 — максимальная температура $T_{1\max}$; 3 — T_2

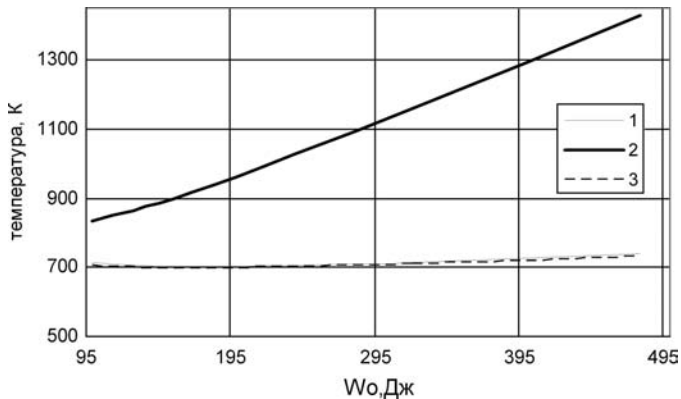


Рис. 2. Зависимость температур T_1 , $T_{1\max}$ и T_2 от энергии в импульсе при фиксированной средней электрической мощности $P_c = 400$ Вт: 1 — T_1 ; 2 — $T_{1\max}$; 3 — T_2 . Начальное напряжения на конденсаторе изменяется от 1 до 2,2 кВ. Длительность импульса $\tau_{0,35}$ находится в пределах 340–370 мкс, частота импульсов $f = 0,42\text{--}16$ Гц

при неизменной W_0 амплитуда колебания температуры из-за нелинейности теплофизических свойств кварца медленно уменьшается.

При неизменной средней мощности $P_c = W_0 f$ повышение энергии в импульсе увеличивает максимальную температуру на внутренней поверхности стенки (кривая 2 на рис. 2) и практически мало сказывается на температуре внешней поверхности и температуре на внутренней поверхности, предшествующей началу импульса (кривые 1 и 3 на рис. 2).

Полученные в работе данные позволяют связать геометрические и электрические параметры источника излучения с температурным режимом работы оболочки и получить важные результаты по влиянию кристаллизационной устойчивости кварца на предельные энергии и долговечность источника.

1. Маршак И. С., Дойников А. С., Жильцов В. П. Импульсные источники света. — М.: Энергия, 1978. — 472 с.
2. Hancock P., Curry R. D., McDonald K.F., Altgilbers L. Megawatt, Pulsed Ultraviolet Photon Sources for Microbial Inactivation // IEEE Transactions on Plasma Science. — 2004. — V. 32, No. 5. — P. 2026–2031.

3. Градов В. М., Мак А. А., Щербаков А. А. Расчет оптических характеристик ксеноновой плазмы с учетом влияния продуктов эрозии оболочки // Оптика и спектроскопия. — 1977. — Т. 43, №2. — С. 207–217.
4. Градов В. М., Иванов В. В., Терентьев Ю. И., Щербаков А. А. К теории мощного нестационарного ксенонового разряда с учетом испарения стабилизирующих его стенок // Теплофизика высоких температур. — 1981. — Т. 19, №1. — С. 28.
5. Gradov V. M., Gavrish S. V., Rudakov I. V. Thermal mode of sapphire shells and depth of modulation of radiation of pulsed-periodic sources of infrared radiation // Вестник Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана. Сер. Машиностроение. — 2019. — №1(124). — С. 4–15.
6. Градов В. М., Гавриш С. В., Коробков С. С., Пугачев Д. Ю. Ультрафиолетовое излучение импульсно-периодических разрядов в инертных газах // Прикладная физика. — 2019. — №6. — С. 18–23.
7. Градов В. М., Коробков С. С., Терентьев Ю. И. Моделирование нестационарных процессов в импульсных трубчатых ксеноновых лампах в условиях возврата в плазму отраженного излучения // Вестник Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана. Сер. Приборостроение. — 2019. — №1(124). — С. 90–108.

О РАЗВИТИИ РУСЛОВОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ДНА, ИМЕЮЩЕГО КРИТИЧЕСКИЕ УКЛОНЫ*

И. И. Потапов¹, А. Г. Петров², А. Д. Бритов³, А. С. Епихин³, Ц. Чжан⁴

¹ВЦ ДВО РАН, Хабаровск, Россия;

²ИПМех РАН, Москва, Россия; ³ИСП РАН, Москва, Россия;

⁴Океанологический университет Китая, Циндао, Шаньдун, Китай

Трубопроводы широко используются для транспорта нефти и газа, поэтому вопросам их безопасности и устойчивости уделяют больше внимание. Необходимо проводить исследования физических процессов, возникающих при их обтекании, так как трубопроводы, уложенные на морском дне, подвергаются эрозии грунта в нижней части [1]. В работе предложена модифицированная формула расхода влеко-

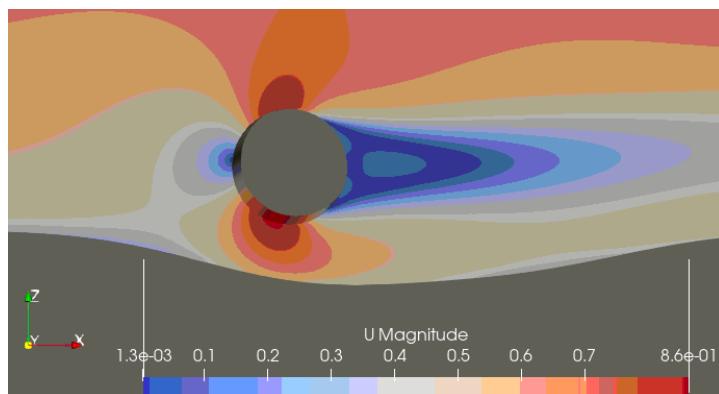


Рис. 1. Размыв дна под цилиндром

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и ГФЕН в рамках научного проекта №21-57-53019.

мых наносов для дна, имеющего высокие уклоны. Для определения гидродинамических характеристик использовался программный комплекс OpenFOAM. Результаты моделирования сравнивались с экспериментальными данными [2]. На рис. 1 показан размыв гидродинамическим потоком несвязного дна под трубопроводом.

Также показаны причины по которым традиционный подход учета уклонов дна при расчете критических касательных напряжений, применяющихся при расчетах донных деформации, дает заниженные значения размыва донной поверхности под цилиндром.

1. *Petrov A. G., Potapov I. I.* Selected Sections of Channel Dynamics. — Moscow: Lenand, 2019. — 244 p.
2. *Zhao M., Cheng L.* Numerical modeling of local scour below a piggyback pipeline in currents // Journal of Hydraulic Engineering. — 2008. — V. 134(10). — P. 1452–1463. — DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9429(2008)134:10(1452).

ВЛИЯНИЕ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ СКОЛЬЖЕНИЯ НА ПРОЦЕССЫ ПЕРЕНОСА В СМЕСИ O/O₂*

Л. А. Шакурова, Е. В. Кустова

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

При исследовании взаимодействий разреженного газа с твердыми телами в таких задачах, как вхождение космического аппарата в атмосферу планет, сверхзвуковые течения в соплах и струях, а также задач катализа с использованием технологий низкотемпературной плазмы имеется возможность рассматривать указанное взаимодействие в рамках континуального подхода. В указанных задачах газ находится в режиме скольжения, поэтому применимость континуального подхода возможна лишь при постановке соответствующих граничных условий. Кроме указанного подхода обозначенную задачу взаимодействия газ—твердое тело рассматривают применяя методы прямого статистического моделирования или молекулярной динамики. Данные подходы являются чрезмерно вычислительно затратными даже при рассмотрении простейших течений газа с учетом внутренних степеней свободы частиц. Континуальный подход позволяет значительно сократить вычислительные мощности и получить достоверные результаты. Поэтому постановка и исследование влияния граничных условий скольжения является актуальной и важной для приложенных задач.

В данной работе исследуется влияние ранее полученных условий [1, 2] на неравновесную кинетику смеси O/O₂. Граничные условия скольжения, полученные для поуровневого подхода для модели зеркально-диффузного рассеяния [1], обобщены на случай однотемпературного приближения, в котором и рассматривается указанная задача. Помимо зеркально-диффузного рассеяния, течение смеси исследуется при постановке более детальной модели рассеяния Черчиньяни—Лампис, коэффициенты аккомодации в указанных моделях берутся в качестве параметров. Особое внимание уделено влиянию моделей взаимодействия частиц с поверхностью на процессы переноса в смеси. Выявлено, что полученные условия [1, 2] имеют ограничения, связанные с граничным условием для числовых заселенностей при рассмотрении химических реакций на поверхности. Как было показано в работе [1],

*Работа выполнена при поддержке РФФ (грант №22-11-00078).

граничные условия сводятся к известным в литературе [3–6], что говорит о похожей проблеме и в них. В связи с этим предлагается новый аналитический метод получения граничных условий, позволяющий более точно моделировать химию и другие процессы на поверхности, и, в связи с этим, увеличить точность применения континуального подхода в обозначенных выше прикладных задачах.

1. *Shakurova L., Kustova E.* State-specific boundary conditions for nonequilibrium gas flows in slip regime // *Phys. Rev. E.* — 2022. — V. 105. — Art. 034126.
2. *Shakurova L. A., Kustova E. V.* Boundary conditions for macroscopic parameters of a single-component gas with vibrational deactivation on a solid wall // *Vestnik SPbSU. Mathematics. Mechanics. Astronomy.* — 2022. — V. 9, No. 2. — P. 367–378.
3. *Gupta R., Scott C., Moss J.* Slip-boundary equations for multicomponent nonequilibrium airflow // *NASA Technical Paper.* — 1985. — No. 85820.
4. *Zade A., Renksizbulut M., Friedman J.* Slip/jump boundary conditions for rarefied reacting/non-reacting multi-component gaseous flows // *Int. J. Heat Mass Transf.* — 2008. — V. 51. — Art. 5063.
5. *Kiryutin B. A., Tirskii G. A.* Slip boundary conditions on a catalytic surface in a multicomponent gas flow // *Fluid Dyn.* — 1966. — V. 31. — P. 134.
6. *Zhang J., Luan P., Deng J., Tian P., Liang T.* Theoretical derivation of slip boundary conditions for single-species gas and binary gas mixture // *Phys. Rev. E.* — 2021. — V. 104. — Art. 055103.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЧ-РАЗРЯДА В ДИНАМИЧЕСКОМ ВАКУУМЕ*

А. Ю. Шемахин

КФУ, Казань, Россия

ВЧ-плазма пониженного давления (13,3–133 Па) применяется для модификации различных материалов: диэлектриков, проводящих, полупроводниковых. Образованная данным видом разряда плазма, характеризуется следующими параметрами: концентрация электронов $n_e = 10^{15}–10^{18} \text{ м}^{-3}$, степень ионизации $10^{-6}–10^{-3}$, электронная температура $T_e = 1–4 \text{ эВ}$, температура атомов и ионов в плазменном сгустке $T_a = (3–4) \cdot 10^3 \text{ К}$, в струе $T_a = (3,2–10) \cdot 10^2 \text{ К}$.

Высокочастотная плазма пониженного давления имеет ряд особенностей. Экспериментальные результаты показали, что плазменная струя является одновременно индуктивным и емкостным ВЧ-разрядом, потому что плотность электронов в плазменной струе на несколько порядков выше чем в околоструйном пространстве, при этом обнаружены как аксиальная, так и азимутальная компоненты напряженностей магнитного поля и тока в плазме.

Для исследования параметров ВЧ-разряда в динамическом вакууме разработана математическая модель на основе кинетической модели для несущего газа, уравнений неразрывности для электронов, ионов и метастабильных атомов, преобразованных уравнениях Максвелла и уравнения Пуассона, уравнения сохранения энергии.

Модель включает в себя следующие уравнения

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{c} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\tilde{\mathbf{F}}}{m_a} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{c}} = S(f), \quad (1)$$

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-71-10055).

$$-\operatorname{div}\left(\lambda_e \operatorname{grad} T_e - \frac{5}{2} k_B T_e n_e \mathbf{v}_e\right) + \frac{3}{2} k_B \delta \nu_c n_e (T_e - T_a) = \sigma E^2 - \nu_i E_i n_e - E_{im} R_3 n_m n_e, \quad (2)$$

$$\left(\Delta - \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{j}(\mathbf{r}, t), \quad (3)$$

$$\Delta \phi = \frac{e}{\varepsilon_0} (n_i - n_e), \quad E_{\text{cap}} = -\nabla \phi, \quad (4)$$

$$-\nabla \cdot (D_e \nabla n_e - \mathbf{v}_a n_e + \mu_e \mathbf{E}_{\text{cap}} n_e) = R_1 n_e n_a + R_2 n_m^2 + R_3 n_m n_e - R_4 n_e n_i - R_5 n_e^2 n_i, \quad (5)$$

$$-\nabla \cdot (D_i \nabla n_i + \mathbf{v}_a n_i - \mu_i \mathbf{E}_{\text{cap}} n_i) = R_1 n_e n_a + R_2 n_m^2 + R_3 n_m n_e - R_4 n_e n_i - R_5 n_e^2 n_i, \quad (6)$$

$$-\nabla \cdot (D_m \nabla n_m - \mathbf{v}_a n_m) = R_6 n_e n_a - R_2 n_m^2 - R_3 n_m n_e - R_7 n_m - R_8 n_m n_a - R_9 n_m. \quad (7)$$

Здесь \mathbf{c} и \mathbf{r} — вектора скорости и координат атомов газа, соответственно; $f(\mathbf{c}, \mathbf{r}, t)$ — функция распределения нейтральной компоненты плазмы по скоростям; $S(f)$ — интеграл столкновений; \tilde{F} — приведенная сила, воздействующая на нейтральные атомы за счет упругих столкновений с электронами; n_e — концентрация электронов; n_i — концентрация ионов; D_e — коэффициент диффузии электронов; D_i — коэффициент диффузии ионов; μ_e — подвижность электронов; μ_i — подвижность ионов; \mathbf{v}_a — скорость нейтрального газа; ν_c — частота упругих столкновений электронов с атомами; σ — проводимость плазмы; \mathbf{E}_{cap} — потенциальная часть электрического поля; \mathbf{E} — напряженность ВЧ составляющей электрического поля; $\mathbf{E}_{\text{full}} = \mathbf{E} + \mathbf{E}_{\text{cap}}$, $E = |\mathbf{E}_{\text{full}}|$, E_I — потенциал ионизации; μ_0 — магнитная постоянная; ε_0 — диэлектрическая постоянная; ϕ — потенциал электрического поля; k_B — постоянная Больцмана; $\delta = m_e/2m_a$, m_e , m_a — массы электронов и атомов; dV — элемент объема; $I_1 = 11,56$ эВ — энергия возбуждения; R_1 — коэффициент ударной ионизации; R_2 — коэффициент Пеннинговой ионизации; R_3 — коэффициент ступенчатой ионизации; R_4 — коэффициент фоторекомбинации; R_5 — коэффициент тройной рекомбинации; R_6 — коэффициент скорости возбуждения метастабильных атомов; R_7 — коэффициент радиационной рекомбинации; R_8 — коэффициент столкновительного тушения возбужденных состояний; R_9 — коэффициент скорости убывания электронов в столкновениях с возбужденными атомами.

Для решения системы задач (1)–(7) с соответствующими граничными условиями разработан гибридный численный метод, который включает в себя модифицированный метод Г. Бёрда для несущего газа и метод конечных объемов для расчета распределений заряженных частиц и метастабильных атомов, преобразованных уравнений Максвелла, уравнения сохранения энергии. Для реализации метода разработана программа на языке C++, использующая библиотеки пакета OpenFOAM.

Получены результаты расчетов концентрации заряженных частиц, метастабильных атомов, распределения скорости, давления и температуры нейтральной компоненты, напряженности электрического поля.

CONTROLLABILITY OF ELECTRO ACOUSTIC WAVES. SURFACE MECHANICAL CONTROL OF ELECTROACTIVE WAVE OF ANTI-PLANE DEFORMATION

A. S. Avetisyan, M. H. Mkrtchyan

Institute of Mechanics, National Academy of Sciences of Armenia, Yerevan, Armenia

Introduction. The possibility of formulating problems of controlling electroacoustic transverse waves propagating in a piezoelectric half-space via nonacoustic influence on its surface is investigated. The presence of a conducting surface near the mechanically free surface of a piezoelectric half-space changes the character of the near-surface localization of the propagating electroacoustic wave in it. Based on this, the formulation of the problem of controlling the wave localization process is proposed. It is shown that an unsteady electric potential at an electric shield or the nonstationary of the gap width between these surfaces lead to a nonacoustic effect on the piezoelectric half-space [1]. In problems of controlling the near-surface wave-energy localization, nonacoustic effects on the surface of the piezoelectric half-space are used as a control function.

The problem of controlling electroacoustic shear oscillations along the thickness of the piezoelectric layer by surface mechanical impact, as well as the problem of contactless control is formulated for oscillations caused by impact of the surface potential of an electric field [2]. The solutions of oscillation problems are represented in the form of an expansion of the sought functions in terms of eigenmodes of a homogeneous boundary value problem, the functions characterizing surface influences are represented by the corresponding harmonics. The applied problem of control has been solved for electroacoustic oscillations in cases of both mechanical surface impact and non-contact surface impact caused by an electric field potential.

Problem statement. In a rectangular Cartesian coordinate system (x, y, z) , an elastic layer of a piezo active material of 6 mm class of hexagonal symmetry occupying the region $\{0 \leq x \leq a; -\infty < y < \infty; \infty < z < \infty\}$ (fig. 1). The controllability of localization problem for a normal electroacoustic wave signal in piezoelectric layer is become to the inhomogeneous initial-boundary value problem with the inhomogeneous boundary conditions. Crystallographic axis of symmetry \bar{p}_6 is parallel to the coordinate axis Oz , and the coordinate plane xOy aligned with the isotropic plane of the material [2]. The equations of propagation of one-dimensional shear waves, or transverse oscillations of the layer, in the quasi-static approximation can be specified by the system of equations

$$c_{44}\omega_{,xx}(x, t) + e_{15}\varphi_{,xx}(x, t) = \rho\ddot{w}(x, t), \quad \varepsilon_{11}\varphi_{,xx}(x, t) = e_{15}\omega_{,xx}(x, t). \quad (1)$$

The expressions for the nonzero components of the mechanical stress and electrical displacement in this one-dimensional problem have the form

$$\sigma_{zx}(x, t) = c_{44}\omega_{,x}(x, t) + e_{15}\varphi_{,x}(x, t), \quad D_x(x, t) = e_{15}\omega_{,x}(x, t) - \varepsilon_{11}\varphi_{,x}(x, t). \quad (2)$$

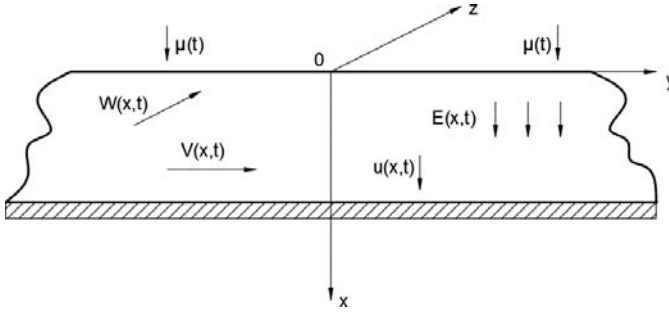


Fig. 1. Physical model of excitation of electroacoustic oscillations along the thickness of the piezoelectric layer and their control

On planes $x = 0$ and $x = a$, bounding layer, boundary conditions of surface mechanical action are given

$$\omega(0, t) = \mu(t), \quad \omega(a, t) = 0. \tag{3}$$

On the planes of layer edges, the boundary conditions for the electric field are also satisfied. Without loss of generality, as applied limiting variants of electrical boundary conditions, we consider the conditions of electrically open and electrically closed surfaces, respectively, on the planes $x = 0$ and $x = a$

$$[\varphi_{,x}(x, t) - (e_{15}/\epsilon_{11}) \cdot \omega_{,x}(x, t)]_{x=0} = 0, \quad \varphi(x, t)|_{x=a} = 0. \tag{4}$$

Initial conditions

$$\omega(x, 0) = f(x), \quad \dot{\omega}(x, 0) = g(x). \tag{5}$$

On the basis of the obtained solutions of the problem of forced oscillations along the thickness of the piezoelectric layer, it is possible to propose new problems: control of electroacoustic oscillations by surface mechanical action, or contactless action on electroacoustic oscillations by non-stationary potential of the electric field, accumulation tasks (or absorption) the energy of the electric field. By introducing a transform to move shear non-homogenous conditions come to homogenous surface conditions

$$u(0, t) = 0 \quad u(a, t) = 0. \tag{6}$$

Fourier expansion

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(t) \cdot \sin(\lambda_n x). \tag{7}$$

General solutions

$$u_n(t) = A_{un} \cos(\omega_{un}t) + B_{un} \sin(\omega_{un}t) + c_n \omega_{\mu n}^2 / (\omega_{\mu n}^2 - \omega_{un}^2) \cdot [A_{\mu n} \cos(\omega_{\mu n}t) + B_{\mu n} \sin(\omega_{\mu n}t)]. \tag{8}$$

As in the problem of forced oscillations, when solving the control problem, we again use the method of expanding the mathematical boundary value problem in the Fourier series. This approach decomposes the problem of controlling oscillations over the layer thickness by surface action into an infinite system of problems of controlling the eigenforms of this oscillation by the harmonics of the surface action. Then, in the problem of oscillation control, in the expansion of the action function and in the solutions (8), amplitudes of harmonics of surface action (decomposition coefficients) $A_{\mu n}$ and $B_{\mu n}$ are unknown. These coefficients are determined together with the unknown amplitudes of the harmonics of the natural vibration modes A_{un} and B_{un} .

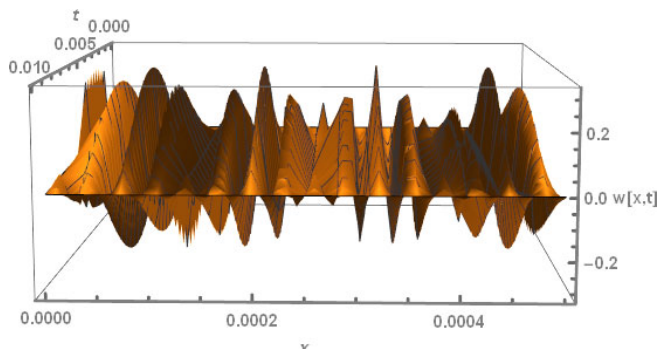


Fig. 2. Elastic shear change surface $w(x,t)$ in the process of controlling electro-acoustic oscillations of the piezoelectric layer in the case of surface mechanical action $\mu(t)$

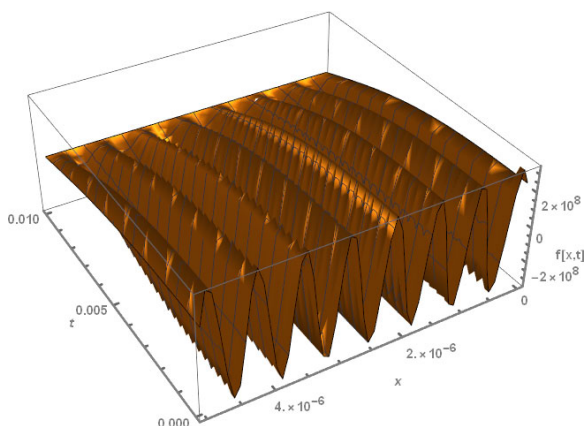


Fig. 3. Surface of change of electric potential $\varphi(x,t)$ in the process of controlling electro-acoustic oscillations of the piezoelectric layer in the case of surface mechanical action $\mu(t)$

Based on the obtained solution of the problem of forced oscillations of a piezo layer in the case of boundary unsteady mechanical loading, it is possible to discuss the control problem requiring the determination of the function of mechanical action to reach at the moment of time electroelastic state with deflection values

$$w(x, T_0) = R(x), \quad \dot{w}(x, T_0) = S(x). \tag{9}$$

Expanding to Fourier series

$$\begin{cases} u_n(T_0) + c_n \cdot \mu_n(T_0) = r_n, \\ \dot{u}_n(T_0) + c_n \cdot \dot{\mu}_n(T_0) = s_n. \end{cases} \tag{10}$$

With (5) and (10) we get infinite system of equation with 4 unknowns for each group. Solving it, we get the form of acting function.

Conclusion. The problem is established of controlling shear oscillations along the thickness of the piezoelectric layer by surface mechanical impact, as well as the problem of contactless control of electroacoustic oscillations of shear along the thickness of the piezoelectric layer by the potential of the electric field. The solution of the oscillation equation is represented in the form of an expansion in terms of eigenfunctions of a homogeneous boundary value problem, with the corresponding harmonics and their accelerations characterizing the surface impact. An interesting

applied problem of controlling electroacoustic oscillations has been solved, when it is required to determine the function of mechanical surface impact so that throughout the finite period of time the potential of the electric field accompanying mechanical oscillations will be equal to a given value.

1. *Avetisyan A. S., Mkrtchyan M. H., Avetisyan L. V.* Forced Electroacoustic Oscillations Along Piezoelectric Layer Thickness: Applied Opportunities // *Mechanics, Proceed. of NAS RA.* — 2021. — V. 74, No. 4. — P. 41–55. — DOI: 10.33018/74.4.1.4.
2. *Avetisyan A. S.* On Formulating Problems of Contactless Surface Control of Electroacoustic Wave Propagation // *Acoustical Physics.* — 2022. — V. 68, No. 3. — P. 227–234. — DOI: 10.1134/S1063771022030022.

THE NATURE OF THE «AMPLITUDE–FREQUENCY» DEPENDENCE OF FLUTTER OSCILLATIONS OF AERO-MAGNETO-ELASTIC SYSTEM AT SUBCRITICAL SUPERSONIC SPEEDS*

G. Y. Baghdasaryan¹, M. A. Mikilyan¹, I. A. Vardanyan¹, A. V. Panteleev²

¹*Institute of Mechanics, National Academy of Sciences of Armenia,
Russian-Armenian University, Yerevan, Armenia;*

²*Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia*

1. The problem statement and mathematical modelling. Let an elastic plate with dimensions $0 \leq x_1 \leq a$, $0 \leq x_2 \leq b$, $-h/2 \leq x_3 \leq h/2$, streamlined by a perfectly conductive gas along the side $x_3 > h/2$ be placed in a magnetic field. Let the flow have an unperturbed supersonic velocity \vec{U} , directed along the axis Ox_1 and let the given magnetic field have the intensity vector $\vec{H}_0(H_{01}, 0, 0)$ parallel to the undisturbed flow velocity. Let us consider the stability problem of the investigated plate.

We assume that the motion of the perturbed gas is one-dimensional and all quantities depend only on the coordinate x_3 and time t . The investigation of this magneto-aero-elastic problem is reduced to derivation of the following nonlinear motion equations using the aerodynamic pressure expression and the Kirchhoff's hypothesis [1]:

$$\frac{1}{Eh} \Delta^2 F = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2}, \quad D \Delta^2 w = \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} \frac{\partial^2 F}{\partial x_2^2} - 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2} \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} \frac{\partial^2 F}{\partial x_1^2} + Z, \quad (1)$$

Herein $w(x_1, x_2, t)$ is the transverse deflection of the plate, $D = Eh^3/12(1 - \mu^2)$ is the cylindrical stiffness, E is the elastic modulus, μ is Poisson ratio, $F = F(x_1, x_2, t)$ is the stress function, Z is the normal component of the pressure:

$$Z = -\kappa p_0 \sqrt{1 + \lambda^2} \left\{ \frac{1}{a_0} \left(\frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial x_1} \right) + \frac{\kappa + 1 + (\kappa + 4)\lambda^2 + 3\lambda^4}{4(1 + \lambda^2)^2 \sqrt{1 + \lambda^2}} \frac{1}{a_0^2} \left(\frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial x_1} \right)^2 + \right. \\ \left. + [\kappa + 1 + (\kappa + 1)(\kappa + 3)\lambda^2 + (\kappa^2 - 3\kappa + 11)\lambda^4 + (2\kappa + 3)\lambda^6] \frac{1}{12(1 + \lambda^2)^4} \frac{1}{a_0^3} \left(\frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial x_1} \right)^3 \right\},$$

$\lambda^2 = V_A^2/a_0^2$, $V_A^2 = H_{01}^2 + H_{02}^2/4\pi\rho_0$, a_0 is the sound speed of an unperturbed flow, κ is the isentropic gas coefficient, V_A is the value numerically equal to the propagation speed of electromagnetic Alfvén waves, ρ_0 is the fixed density of the gas.

*The work was supported by the Science Committee of RA, in the frames of the research project No. 21T-2C257.

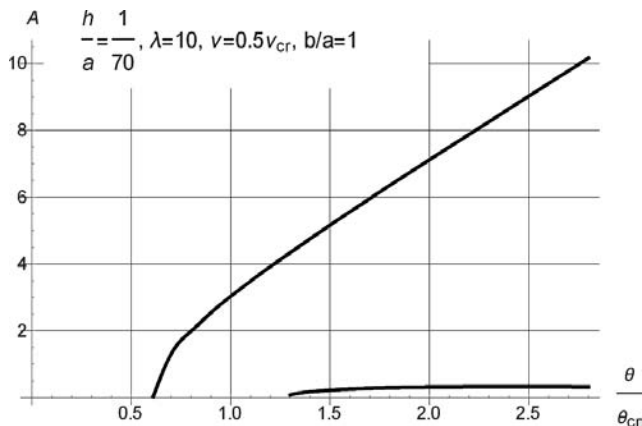


Fig. 1

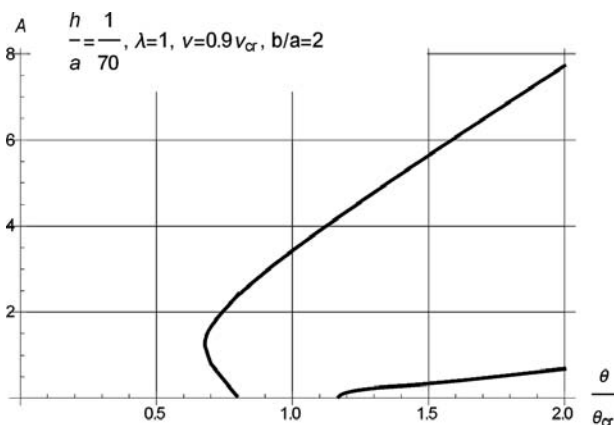


Fig. 2

These equations describe the motion of dielectric flexible plate in a supersonic flow of a perfectly conductive gas in the presence of a longitudinal magnetic field. To solve the stability problem, we should also add the boundary conditions to this system. In this paper we consider the case of simply supporting boundary conditions along the edges $0 \leq x_1 \leq a, 0 \leq x_2 \leq b$. Solution of the system (1) satisfying the simply supporting boundary has the following form:

$$\omega(x_1, x_2, t) = \left(\sum_{k=1}^n f_k(t) \sin \lambda_k x_1 \right) \sin \mu_m x_2; \quad \lambda_k = k\pi/a, \quad \mu_m = m\pi/b. \quad (2)$$

Substituting (2) into (1) and using the Bubnov–Galerkin method for determining the dimensionless unknown functions $z_k = f_k(t)/h$ we obtain the non-linear system of ordinary differential equations in the same form as was derived in [1]; the coefficients of the equations depend on the parameter λ , characterizing the magnetic field. The critical value of the supersonic flow velocity is determined from the appropriate linear system.

The solution of the non-linear system of ordinary differential equations is obtained using the harmonic balance method. This method and the appropriate system of non-linear algebraic equations are given in paper [1].

2. The nature of the amplitude-frequency dependence at subcritical speeds.

The following set of parameters for Zerodur are used: $E = 9,03 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$, $\mu = 0,24$, it is assumed that the plate is streamlined by air flow. The results of the numerical solution for fixed $\nu < \nu_{cr}$, different geometric parameters b/a , h/a and different values of the magnetic parameter λ , representing the dependence of the flutter oscillation amplitude on the oscillation frequency, are shown in the figures below. Based on these figures we can conclude that steady flutter oscillations of a different nature (single- or multivalued function $A(\theta)$, existence of θ domain in which it is impossible to excite flutter oscillations, etc.) are possible both at subcritical ($\theta < \theta_{cr}$) and postcritical ($\theta > \theta_{cr}$) frequencies.

Calculations show that in the case of thick shells $h/a = 1/70$ at subcritical velocity the following takes place (fig. 1): there is such value θ_* of the parameter θ ($\theta_* < \theta_{cr}$) that at $\theta \in [0, \theta_*]$ it is impossible to excite flutter oscillations (the silence zone). Starting from θ_* the function $A(\theta)$ is a single-valued monotonically increasing function up to a certain value θ^* ($\theta^* > \theta_{cr}$), after which the function $A(\theta)$ becomes two-valued. This nature of the dependence is preserved for any values of λ . When the geometric parameters change, the nature of the dependence does not change qualitatively, but takes only a quantitative change.

At subcritical velocity close to critical, the function $A(\theta)$ takes the form shown in fig. 2. It can be seen from fig. 2 that at $\theta = \theta_*$ (where $\theta_* < \theta_{cr}$ the value of the amplitude abruptly increases to a certain value, after which at a certain interval the function $A(\theta)$ is two-valued, one branch of which decreases, and the second one increases. Then there is an interval where the function is single-valued, after which it again becomes two-valued, and both branches increase monotonically — the lower unstable branch increases more slowly than the upper stable one.

When λ is increasing, the first interval where the function is two-valued, decreases.

Changing of geometrical parameters has practically no effect on the nature of dependence.

1. *Baghdasaryan G., Panteleev A. V., Mikilyan M. A.* Mathematical Modeling of the Problem of Magneto-Aero-Elastic Stability of Rectangular Plate // *Advances in Theory and Practice of Computational Mechanics.* — Singapore: Springer, 2022. — V. 274. — P. 13–27. — DOI: 10.1007/978-981-16-8926-0_2.

ДИНАМИЧЕСКИЙ КРИТЕРИЙ УСТОЙЧИВОСТИ ДЛЯ НЕРАЗРУШАЮЩИХ ИСПЫТАНИЙ БАКОВ

Р. С. Абдуллин, А. А. Иванов, А. Ю. Протопопов

АО «ГРЦ Макеева», Челябинская обл., Миасс, Россия

Разработка передовых образцов ракетной техники неизбежно связана с экспериментальным подтверждением достигнутых характеристик, включая характеристики прочности.

Испытания на прочность выполняют в объеме, минимально необходимом для проверки прочности в условиях наихудших сочетаний нагрузок. При этом в одних сочетаниях разрушение характеризуется потерей прочности, в других — потерей устойчивости. Обычно такие испытания проводят до разрушения, если нет других критериев, позволяющих объективно прогнозировать исчерпание запасов прочности или устойчивости.

Предлагается критерий, позволяющий прогнозировать достижение состояния критического с точки зрения устойчивости конструкций без ее разрушения, что обеспечит сохранность материальной части для использования в последующих испытаниях на действие иных сочетаний внешних нагрузок и, как следствие, удешевление наземной экспериментальной обработки.

Известно свойство изменения частоты собственных колебаний конструкции под нагрузкой. При увеличении сжимающей нагрузки частоты собственных колебаний конструкций убывают. Вплоть до нуля при достижении сжимающей нагрузки величины критической для потери устойчивости [1, 2].

Цилиндрическая обечайка — основной конструктивный элемент бака — теряет устойчивость по форме с числом m волн по длине окружности от 10 до 25 и n в продольном направлении от 4 до 10. Частоты колебаний обечайки по таким формам без внешних нагрузок лежат в диапазоне частот свыше 300 Гц. В отличие от названных первые тона собственных колебаний обечаек без внешних нагрузок насчитывают число волн m от 2 до 8 и n от 0,5 до 4 и лежат в диапазоне до 100 Гц. Однако, по мере возрастания сжимающей нагрузки частоты собственных колебаний по различным тонам убывают с различной скоростью. И по мере приближения к критической нагрузке на первое место выходит тон с формой, по которой происходит потеря устойчивости [3, 4].

Целью настоящего исследования является разработка, верификация и аттестация методики испытаний для прогнозирования потери устойчивости на основе динамического критерия.

Тон собственных колебаний конструкции характеризуется формой и частотой. В настоящей работе рассматривается возможность идентификации тонов собственных колебаний как по форме, так и по частоте.

Для расчетов построена конечноэлементная модель исследуемой обечайки, подкрепленной вафельным фоном. В модели использованы пластинчатые элементы, проложенные по срединной поверхности полотна ячеек и по срединным поверхностям ребер. Выбранные размеры элементов с учетом как поступательных, так и вращательных степеней свободы позволяют моделировать формы колебаний вплоть до формы первого тона колебаний полотна ячейки. Это соответствует выпучиванию ячеек, наблюдаемому на практике при потере устойчивости обечаек.

Для идентификации в испытаниях тонов колебаний по их формам сформулированы требования к системе измерений.

Для идентификации тонов колебаний по их частотам проведен эксперимент на цилиндрической оболочке при действии продольной сжимающей нагрузки. При различных уровнях сжимающей нагрузки были возбуждены колебания и измерены их параметры. На каждом уровне нагрузки выполнено пять измерений. Для каждого измерения построен амплитудный спектр, максимумы этого спектра приняты в качестве измеренных значений частот собственных колебаний.

Эксперимент подтвердил возможность исследования характеристик собственных колебаний с точностью, достаточной для прогнозирования нагрузки критической для устойчивости конструкции и для разработки методики испытаний для практического применения.

1. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в 3-х томах. Т. 3 / Под ред. д-ра техн. наук И. А. Биргера и чл.-корр. АН Латвийской ССР Я. Г. Пановко. — М.: Машиностроение, 1968.
2. Тимошенко С. П., Янг Д. Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле / Пер. с англ. Л. Г. Корнейчука; под. ред. Э. И. Григолюка. — М.: Машиностроение, 1985.

3. *Skukis E., Ozolins O., Kalnins K., Arbelo M. A.* Experimental test for estimation of buckling load on unstiffened cylindrical shells by vibration correlation technique // *Procedia Engineering*. — 2017. — V. 172. — P. 1023–1030.
4. *Колосов Г. И.* Нижняя граница области устойчивости защемленной по торцам цилиндрической оболочки при равномерном осевом ее сжатии // *Космонавтика и ракетостроение*. — 2008. — №4(53). — С. 67–71.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОГРЕССИРУЮЩЕГО РАЗРУШЕНИЯ МНОГОСЛОЙНЫХ КОМПОЗИТНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ*

Н. А. Абросимов, Н. А. Новосельцева

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Развита методика численного моделирования нелинейного динамического деформирования и прогрессирующего разрушения многослойных композитных цилиндрических оболочек при динамическом нагружении.

Полагается, что цилиндрическая оболочка имеет нерегулярную структуру пакета по толщине и образована перекрестной намоткой однонаправленного композитного материала под разными углами к образующей оболочки. Построение разрешающей системы уравнений динамики композитной цилиндрической оболочки базируется на неклассической теории оболочек. С этой целью компоненты вектора перемещений аппроксимируются конечными рядами по толщине многослойного пакета [1, 2]. Формулировка геометрических зависимостей базируется на соотношениях простейшего квадратичного варианта нелинейной теории упругости в криволинейных координатах, связанных с линиями кривизны [3]. Связь между тензорами напряжений и деформаций в однородном композитном макрослое устанавливается на основе закона Гука для ортотропного тела.

Методика послойного прогрессирующего разрушения многослойных оболочек вращения основана на применении критерия разрушения монослоя и последующего расчета поврежденности материала с учетом взаимодействия различных механизмов эволюции повреждений [4]. Методика позволяет получать распределение параметров повреждаемости в плоскости монослоя и по толщине материала в произвольный момент времени, рассчитать деградацию упругих свойств, положение и размеры областей расслоения после удара. Рассматриваемая модель деградации композитного материала включает в себя модель повреждаемости и критерий разрушения. Модель учитывает взаимное влияние различных механизмов разрушения через зависимость прочностных характеристик от вида напряженно-деформированного состояния и ортотропию параметров, управляющих этой зависимостью. Для расчета развития повреждений в матрицу податливости вводятся шесть параметров повреждаемости для корректировки трех модулей упругости E_{11} , E_{22} , E_{33} и трех модулей сдвига G_{12} , G_{23} , G_{31} и вычисляется матрица податливости поврежденного материала, которая связывает тензоры эффективных деформаций и напряжений. Данная модель учитывает девять взаимосвязанных механизмов разрушения: шесть критериев разрушения при растяжении и сжатии по трем локальным осям и три критерия разрушения при сдвиге в трех координатных плоскостях (12, 13 и 23). В модели принимается линейный закон эволюции повреждений. До достижения

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 20-08-00768).

деформации возникновения повреждений монослоев ε^S (точка A на рис. 1) связь между напряжениями и деформациями принимается линейно-упругой. Затем происходит линейное разупрочнение материала (линия AC) до полного разрушения материала (элемента) ε^C (точка C). Разгрузка материала из произвольного состояния на линии AC также принимается линейной (линия BO). Повторное нагружение материала происходит по линии OB . Разница в тангенсах угла наклона OA и OB

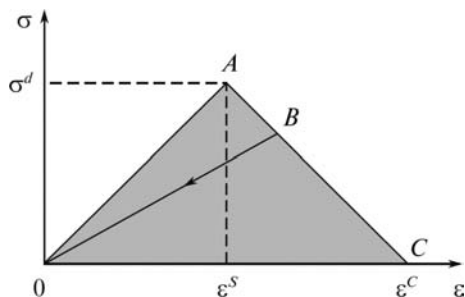


Рис. 1. Процесс разрушения материала

количественно характеризует деградацию упругих свойств материала. Значения величин ε^S и ε^C определяются из экспериментальных диаграмм деформирования растяжения, сжатия и сдвига элементарных образцов с однонаправленной укладкой слоев при нагружении вдоль и поперек волокон.

В данной модели материала считается, что до начала процесса повреждения материал ведет себя линейно упруго. Для того чтобы отследить начало повреждения, в этой модели материала используется предельная деформация разрушения — критерий разрушения, основанный на виде разрушения. Такой критерий разрушения является простым способом предсказания начала разрушения без анализа зависимости между напряжением и деформацией в различных направлениях: при растяжении или сжатии в направлении осей 1, 2 и 3; при плоском или неплоском сдвиге.

Энергетически согласованная система уравнений движения многослойной композитной цилиндрической оболочки строится на основе принципа возможных перемещений [2, 5]. Полученные уравнения являются достаточно универсальными, так как позволяют описывать нелинейные нестационарные процессы деформации, оценивать динамическую прочность многослойных композитных цилиндрических оболочек. Численный метод решения сформулированной задачи основывается на явной вариационно-разностной схеме.

Адекватность предлагаемой методики моделирования нелинейного динамического деформирования и прогрессирующего разрушения многослойных композитных цилиндрических оболочек рассматривалась на задаче нестационарного деформирования под действием импульса давления, имитирующего подрыв в центре оболочки сферического заряда взрывчатого вещества. Достоверность рассматриваемой методики подтверждена сравнением численных результатов с экспериментальными данными [6].

Полученные результаты могут быть использованы при проектировании и оценке динамической прочности силовых элементов защитных конструкций.

1. Васильев В. В., Лурье С. А. К проблеме построения неклассических теорий пластин // Изв. АН СССР. МТТ. — 1990. — №2. — С. 158–167.
2. Абросимов Н. А., Баженов В. Г. Нелинейные задачи динамики композитных конструкций. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2002. — 400 с.
3. Шаповалов Л. А. Об учете поперечного обжатия в уравнениях нелинейной динамики оболочек // Известия РАН МТТ. — 1997. — №3. — С. 156–168.
4. Сергеев И. В., Антонов Ф. К., Сафонов А. А., Ушаков А. Е. Оценка остаточной прочности элементов композитных конструкций после низкоскоростного удара // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 2013. — №1. — С. 36–44.

5. *Васидзу К.* Вариационные методы в теории упругости и пластичности. — М.: Мир, 1987. — 512 с.
6. *Иванов А. Г., Сырунин М. А., Федоренко А. Г.* Влияние структуры армирования на предельную деформируемость и прочность оболочек из ориентированного стеклопластика при взрывном нагружении изнутри // Прикладная механика и техническая физика. — 1992. — №4. — С. 130–135.

ДВЕ СХЕМЫ МКЭ РЕШЕНИЯ СТАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ*

Абу Давас Яссер, А. В. Жидков, Д. Т. Чекмарев

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Рассматривается применение двух численных схем МКЭ — ажурной [1] и моментной [2] к решению трехмерных статических задач теории упругости. Ранее обе схемы были реализованы для решения нестационарных динамических задач теории упругости и пластичности. Первая из них была подробно исследована и проверена при решении большого количества динамических задач теории упругости и пластичности [3]. При этом она показала высокую точность и лучшую эффективность по сравнению с традиционными схемами МКЭ. Вторая схема реализована впервые. Обе схемы показали отсутствие нежелательного эффекта неустойчивости типа «песочные часы» [4].

Ажурная схема представляет из себя схему линейного 4-узлового гексаэдрического конечного элемента. Элемент имеет форму гексаэдра, но в нем используются только 4 расчетных узла, при этом используется линейная аппроксимация неизвестных функций в элементе. В данной схеме МКЭ непрерывность поля перемещений между элементами сохраняется только на диагоналях гексаэдра, соединяющих расчетные узлы.

Моментная схема [2] может быть получена путем проецирования ажурной схемы большей размерности на сетку меньшей размерности. Так, проецируя ажурную схему решений трехмерных задач на двумерную сетку, можно получить однопараметрическое семейство двумерных моментных схем из 4-узловых конечных элементов с одной точкой интегрирования. Аналогично можно получить 4-параметрическое семейство моментных схем решения трехмерных задач теории упругости на базе 8-узлового конечного элемента с одной точкой интегрирования. В данной схеме тензор напряжений имеет вид

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{14} & \sigma_{15} & \sigma_{16} & \sigma_{17} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} & \sigma_{24} & \sigma_{25} & \sigma_{26} & \sigma_{27} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} & \sigma_{34} & \sigma_{35} & \sigma_{36} & \sigma_{37} \end{bmatrix},$$

где наряду с обычными компонентами тензора напряжений присутствуют моментные компоненты, постоянные в пределах конечного элемента. Схема имеет четыре параметра, регулирующих учет моментных компонент напряжений.

Рассматриваются вопросы реализации, точности и эффективности данных схем при решении статических задач. На тестовых задачах проводится сравнение численных решений с решениями, полученными на основе традиционных конечных элементов — линейного 4-узлового и полилинейного 8-узлового.

*Работа выполнена при поддержке Программы стратегического академического лидерства «Приоритет 2030» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

1. Жидков А. В., Зефирова С. В., Кастальская К. А., Спиринов С. В., Чекмарев Д. Т. Ажурная схема численного решения трехмерных динамических задач теории упругости и пластичности // Вестник ННГУ. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2011. — №4, ч. 4. — С. 1480–1482.
2. Чекмарев Д. Т. Об одном способе построения двумерных 4-узловых и трехмерных 8-узловых конечных элементов решения задач теории упругости // Учен. зап. Казан. Ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. — 2013. — Т. 155, №3. — С. 150–158.
3. Жидков А. В., Крутова К. А., Миронов А. А., Чекмарев Д. Т. Численное решение трехмерных динамических упругопластических задач с использованием ажурной схемы метода конечных элементов // Проблемы прочности и пластичности. — 2017. — Т. 79, №3. — С. 327–337.
4. Chekmarev D. T., Abu Dawwas Yasser. Solving the hourglass instability problem using rare mesh variation-difference schemes // J. Phys.: Conf. Ser. — 2021. — V. 2099. — 012003.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУХ ТИПОВ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ*

***Н. Б. Артамонова, С. В. Шешенин, Ю. В. Фролова,
П. Д. Клементьев, Е. А. Орлов, Бизэн Чжоу***

МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

В данной работе рассматриваются нелинейные локальные задачи на микроуровне для материала $V_4C/2024Al$ с учетом разрушения и линейные задачи для определения эффективных свойств пористых геоматериалов. Для решения локальных задач используется конечно-элементная трехмерная сетка, полученная на основе рентгеновских изображений реальной микроструктуры материала.

Материал $V_4C/2024Al$ в силу своих свойств используется в авиационной и космической промышленности. Для $V_4C/2024Al$ проведено сравнение численных и экспериментальных диаграмм «напряжение–деформация» при одноосном напряжении в упругопластической области. Показано, что с ростом пластических деформаций разница между численным решением и экспериментом возрастает. Полученный результат является косвенным подтверждением выдвинутой ранее гипотезы о начале процессов разрушения на микроуровне при малых пластических деформациях на макроуровне. Для проверки гипотезы проведено моделирование прогрессирующего разрушения композитного материала на уровне микроструктуры.

Численно решены задачи для различных типов прогрессирующего разрушения: отдельное разрушение матрицы, включений, совместное разрушение всех составляющих композита. Проведено сравнение численных и экспериментальных диаграмм с учетом прогрессирующего разрушения в численном расчете. Аналогичные расчеты проведены на модельной структуре, использующей в качестве включений эллипсоиды. Сравнительный анализ диаграмм для «реальной» и искусственной микроструктур проводился для проверки возможности использования модельной структуры вместо «реальной». Показано, что при моделировании прогрессирующего разрушения материала определяющим является учет разрушения включений. Учет разрушения включений приблизил вычисленную диаграмму к экспериментальной (рис. 1). Диаграмма «напряжение–деформация», полученная при расчетах

*Исследование выполнено при финансовой поддержке Междисциплинарной научно-образовательной школы Московского университета «Фундаментальные и прикладные исследования космоса» и гранта РФФИ №20-01-00431.

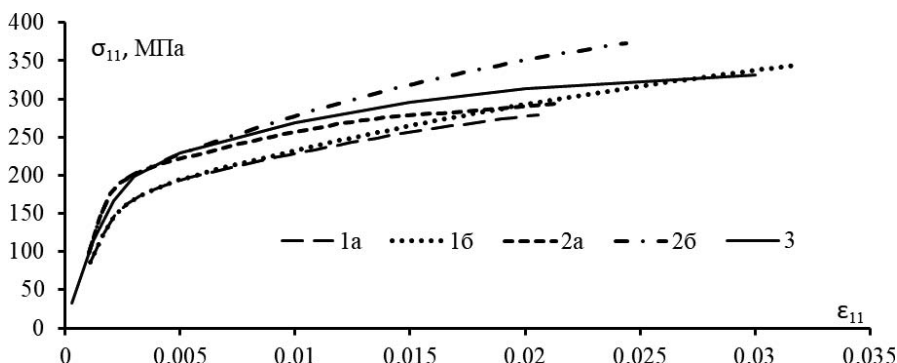


Рис. 1. Зависимость напряжения от деформации при одноосном сжатии по результатам 3D-расчетов: 1 — для структуры с эллипсоидами, 2 — для реальной структуры (а — с учетом разрушения включений, б — без разрушения); 3 — по данным экспериментов

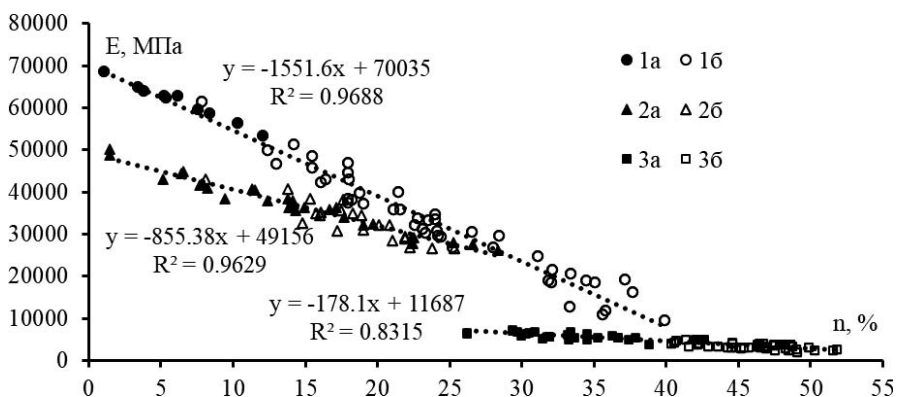


Рис. 2. Зависимость модуля Юнга от пористости доломита (1), известняка (2) и гиалокластита (3) (а — 3D-расчеты, б — эксперименты)

эллипсоидальной структуры, не совпадает с экспериментальной (рис. 1). Следовательно, применение структуры материала, основанной на рентгеновских изображениях, приводит к большей точности моделирования разрушения на микроуровне.

Во второй части работы рассмотрены экспериментальные и вычислительные методы определения упругих модулей и параметра Био разных типов скальных грунтов — известняка, доломита, гиалокластита, базальта. Экспериментальное определение эффективных свойств основано на ультразвуковом просвечивании образцов и измерении продольных и поперечных волн. Предлагается также вычислительный способ непосредственного определения тензорного параметра Био, основанный на асимптотическом методе осреднения, а также расчет коэффициента Био для изотропных грунтов по известной формуле через объемные модули скелета грунта и твердой фазы (материала скелета) грунта, определяемые в ходе вычислительных экспериментов по методу осреднения.

Вычислительная методика опробована на 3D-моделях реальных скальных грунтов, построенных на основе изображений компьютерной томографии. Получены и исследованы зависимости модуля Юнга и коэффициента Био от пористости по результатам расчетов и экспериментов (рисунки 2 и 3). Для каждого типа грунта результаты 3D-расчетов модуля Юнга и экспериментов лежат на одной прямой (рис. 2). Результаты непосредственного 3D-расчета коэффициента Био совпали с

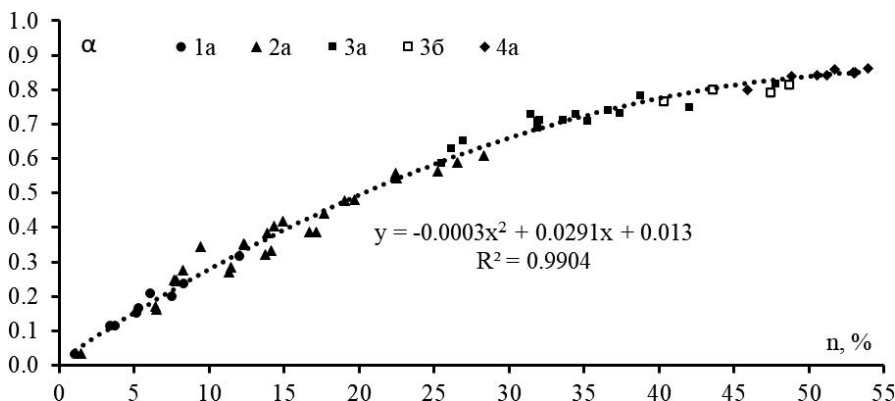


Рис. 3. Зависимость коэффициента Био от пористости для доломита (1), известняка (2), гиалокластита (3) и базальта (4) (а — 3D-расчеты, б — эксперименты)

результатами 3D-расчета по известной формуле. На рис. 3 видно, что зависимости коэффициента Био от пористости для всех типов скальных грунтов легли на одну кривую. Следовательно, коэффициент Био не зависит от модуля Юнга материала скелета грунта. Совпадение результатов 3D-расчетов и экспериментов показывает целесообразность использования асимптотического метода осреднения для определения эффективных свойств скальных грунтов. В работе использовался рентгеновский компьютерный микротомограф Yamato TDM-1000H-II (Япония), полученный в рамках реализации Программы развития МГУ имени М. В. Ломоносова.

О ПРОБЛЕМЕ САМООРГАНИЗАЦИИ НАНОЧАСТИЦ, РАСПОЛОЖЕННЫХ НА ОСНОВАНИИ*

В. А. Бабешко^{1,2}, М. В. Зарецкая², И. С. Телятников², Д. А. Снетков²

¹ЮНЦ РАН, Ростов-на-Дону, Россия; ²КубГУ, Краснодар, Россия

Используя свойства блочных элементов, имитирующих наночастицы, контактирующие с многослойным основанием, строится модель самоорганизации таких объектов. Предполагается, что наночастицы контактируют без трения с находящимся в состоянии вибрации деформируемым основанием. Для построения модели в статье впервые построены аналитические соотношения, позволяющие получать параметры возникновения высокочастотного резонанса для такой механической структуры, или, что то же самое, ловушечных мод. Благодаря этим соотношениям, на основе свойств поведения механических объектов, расположенных на поверхности деформируемого основания в условиях вибрации, строится модель их самоорганизации. Самоорганизация состоит в стремлении, при определенных механических и геометрических параметрах механической системы, к объединению поверхностных объектов. Построенная модель допускает ее перенос на наночастицы из многокомпонентных материалов. Для реализации этого подхода строится точное решение интегральных уравнений Винера–Хопфа на отрезке произвольной длины. Рассматривается случай интегральных уравнений, возникающих при построении моделей

*Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект №22-21-00128).

трещин нового типа и при самоорганизации наночастиц на поверхности многослойной среды. Особенностью рассматриваемых интегральных уравнений является наличие мероморфных функций в преобразованиях Фурье их ядер. Используется недавно разработанный авторами новый универсальный метод моделирования. Уравнения приводятся к бесконечным системам линейных алгебраических уравнений, точные решения которых удастся построить для всех значений параметра длины отрезка. Для этого исследуются операторы бесконечных систем и устанавливается, что некоторая нелинейная их комбинация обеспечивает получение точного решения рассматриваемых интегральных уравнений на отрезке в классах разрешимости и единственности смешанных задач [1]. Ранее удавалось строить лишь приближенные решения либо асимптотическими методами, отдельно для больших и малых длин отрезков, либо численными методами, эффективность которых снижается в связи с наличием степенных особенностей в решении. Наличие точного решения позволяет строить модели трещин нового типа и математически строго моделировать некоторые процессы в наноматериалах. Также появляется возможность изучать вопросы неединственности решений динамических контактных задач для тех материалов, для которых дисперсионные кривые ядер интегральных уравнений выходят за пределы, обеспечивающие единственность решений интегральных уравнений.

Исследованию уравнений Винера–Хопфа и связанных с ним функциональных уравнений посвящено огромное количество работ в связи с многоцелевыми возможностями этого уравнения. Ниже дается лишь ограниченный обзор их применений, который только возрастает со временем. Аналогично, существует и обилие методов аналитического, полуаналитического или численного их решения. В настоящей работе впервые строится точное решение интегральных уравнений Винера–Хопфа на произвольном отрезке, чего не было сделано раньше, в случаях, когда элементами преобразования Фурье ядра являются общие мероморфные функции с бесконечными множествами нулей и полюсов.

Традиционные интегральные уравнения Винера–Хопфа формулируются на полуоси. Однако целый ряд приложений требует их решения на конечном отрезке. Это, в первую очередь, важные в инженерной практике контактные задачи теории упругости, задачи трибологии, проблемы элементной базы электроники и нанотехнологий.

Интегральные уравнения контактных задач о взаимодействии жестких штампов с деформируемым основанием получаются в результате решения соответствующих смешанных граничных задач. Этим вопросом посвящено большое число публикаций.

Интегральное уравнение абстрактной смешанной граничной задач на многослойной среде при наличии смены граничных условий на отрезке длиной $2a$ приводится к следующему виду [2]:

$$\int_{-a}^a k(x - \xi) \varphi(\xi) d\xi = f(x), \quad |x_1| \leq a, \quad k(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(u) e^{-iux} du,$$

$$K(u) = P^{-1}(u)R(u),$$

$$K(u) = A|u|^{-1}[1 + o(1)], \quad |u| \gg 1.$$

Предполагается, что мероморфная функция $K(\alpha)$, являющаяся преобразованием Фурье ядра, обладает следующими свойствами. Четные целые функции $R(u)$ и $P(u)$ имеют первый порядок и конечный тип, обладают счетными множествами нулей, которые предполагаются однократными, имеющими точки сгущения на бесконеч-

ности в окрестности мнимых полюсов. Асимптотическое представление нулей и полюсов верхней полуплоскости, свойственное многослойной среде, имеет вид [2]

$$\xi_s = ir(s + 0,5)(1 + o(1)), \quad s \rightarrow \infty, \quad z_m = irm(1 + o(1)), \\ s \rightarrow \infty, \quad r = \text{const} > 0.$$

Таким образом, нелинейной комбинацией операторов бесконечной системы алгебраических уравнений впервые построено точное решение интегрального уравнения Винера–Хопфа, справедливое как для больших, так и малых отрезков его задания. Полученный результат показывает, что интегральное уравнение Винера–Хопфа может точно решаться любым конечным в том случае, когда преобразование Фурье ядра интегрального уравнения является мероморфной функцией.

1. *Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М.* Фрактальные свойства блочных элементов и новый универсальный метод моделирования // ДАН. — 2021. — Т. 499. — С. 21–26. — DOI: 10.31857/S2686740021040039.
2. *Ворович И. И., Бабешко В. А.* Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. — М.: Наука, 1979.

О ТРЕЩИНАХ НОВОГО ТИПА В МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ МАТЕРИАЛАХ*

О. М. Бабешко¹, Е. М. Горшкова¹, В. С. Евдокимов^{1,2}, А. Г. Зарецкий¹

¹КубГУ, Краснодар, Россия; ²ЮНЦ РАН, Ростов-на-Дону, Россия

В докладе развивается метод моделирования трещин нового типа, позволяющий описывать их в средах сложных реологий. В его основе лежит ранее опубликованный авторами новый универсальный метод моделирования, применяемый в граничных задачах для систем дифференциальных уравнений в частных производных. Достоинством метода является возможность ухода от необходимости решения сложных граничных задач для систем дифференциальных уравнений в частных производных путем замены их на отдельные дифференциальные уравнения, среди которых самыми простыми являются уравнения Гельмгольца. Именно, с помощью комбинаций решений граничных задач для этого уравнения можно описывать поведение сложных решений многокомпонентных граничных задач. В настоящей работе впервые метод применяется к смешанной граничной задаче для трещин нового типа. Трещины нового типа, дополняющие трещины Гриффитса, были обнаружены при изучении разлома литосферных плит, сближающихся торцами при встречном движении по границе Конрада. В процессе исследования в качестве моделей литосферных плит были приняты плиты Кирхгофа. Развиваемый в публикуемой статье метод нацелен на возможность описания моделей сближающихся объектов, подобных литосферным плитам, в виде деформируемых плит более сложных реологий. В частности, это могут быть термоэлектроупругие плиты или иной реологии. В процессе решения задач с применением моделей Кирхгофа для литосферных плит, возникала проблема вычисления некоторых функционалов, нуждавшихся в определении. В настоящем методе демонстрируется подход, устраняющий этот недостаток. Дан вывод интегральных уравнений трещин нового типа, способ их решения и подход к применению в более сложных реологиях.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект №22-29-00213).

Для целей оценки поведения многокомпонентных материалов в условиях эксплуатации строится в общем виде точное решение систем интегральных уравнений Винера–Хопфа произвольного порядка. Системы этих уравнений возникают в смешанных задачах механики сплошных сред для многокомпонентных материалов сложной реологии. Рассматриваются случаи смешанных граничных задач в предположении, что имеет место смена граничных условий на внутренней или внешней границе многослойной среды. Подобные смешанные задачи сводятся к системам интегральных уравнений Винера–Хопфа, преобразование Фурье ядер которых является достаточно общей мероморфной матрицей-функцией, не совпадающей ни с одним из частных случаев, для которых система уравнений точно решается.

Ранее авторами был рассмотрен случай системы, состоящей из двух уравнений. Перенос этих результатов на случай произвольного числа уравнений опирается на эту, ранее выполненную работу. Системы интегральных уравнений Винера–Хопфа возникают в механике деформируемых сред, геофизике, дефектоскопии, экономике и в ряде смежных областей. Рассматривается система интегральных уравнений Винера–Хопфа, заданная на полубесконечном интервале. Система представима как одно уравнение с матричным ядром, называемом символом интегрального уравнения, имеющее вид

$$\int_0^{\infty} \mathbf{k}(x - \xi) \mathbf{q}(\xi) d\xi = \mathbf{f}(x), \quad 0 \leq x < \infty, \quad \mathbf{q} = \{q_1, q_2, \dots, q_N\},$$

$$\mathbf{k}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} \mathbf{K}(\alpha) e^{-i\alpha x} d\alpha, \quad \mathbf{K}(\alpha) = \begin{vmatrix} K_{11}(\alpha) & K_{12}(\alpha) & \dots & K_{1N}(\alpha) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ K_{M1}(\alpha) & K_{N2}(\alpha) & \dots & K_{NN}(\alpha) \end{vmatrix}, \quad (1)$$

$$\mathbf{f} = \{f_1, f_2, \dots, f_N\}.$$

Будем считать, что элементы $K_{mp}(\alpha)$, $m, p = 1, 2, \dots, N$ матрицы-функции $\mathbf{K}(\alpha)$ являются в общем случае мероморфными функциями переменного α . Мероморфные функции $K_{mp}(\alpha)$ и определитель $\det \mathbf{K}(\alpha)$ имеют следующее представление и асимптотическое поведение [1]

$$K_{mp}(\alpha) = D^{-1}(\alpha) C_{mp}(\alpha),$$

$$\det \mathbf{K}(\alpha) = D^{-N}(\alpha) \Delta(\alpha), \quad \Delta(\alpha) = \det \|C_{mp}(\alpha)\|,$$

$$K_{mp}(\alpha) = T_{mp} |\alpha|^{-1} (1 + o(\alpha)), \quad m = p, \quad K_{mp}(\alpha) = T_{mp} \alpha^{-1} (1 + o(\alpha)),$$

$$m \neq p, \quad |\alpha| \gg 1, \quad p = 1, 2, \dots, N.$$

Исследование и решение задачи включает два шага. Во-первых, в системе интегральных уравнений, благодаря наличию мероморфной матрицы-функции (1), выявляется система дифференциальных уравнений, которая применением метода [2] исследуется и строится ее общее решение. Во-вторых, используется аппарат факторизации для сведения системы интегральных уравнений к бесконечным системам линейных алгебраических уравнений, которую удалось решить точно.

Таким образом, на примерах из теории граничных задач для систем дифференциальных уравнений в частных производных [3] и систем интегральных уравнений Винера–Хопфа показано, что новый универсальный метод моделирования позволяет более просто исследовать и решать их, получая представление векторных решений, разложенное по решениям скалярных задач в многокомпонентных материалах сложных реологий. Благодаря этому результату оказывается возможным исследо-

вать трещины нового типа также в средах сложных реологий. Одновременно, в статье впервые приводится представление точных векторных решений произвольных систем интегральных уравнений Винера–Хопфа с мероморфной матрицей-функцией, что дает возможность принимать высокоточные управленческие решения по излучению в многокомпонентных материалах волн, планируемых компонент.

1. *Ворович И. И., Бабешко В. А.* Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. — М.: Наука, 1979.
2. *Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М.* Фрактальные свойства блочных элементов и новый универсальный метод моделирования // ДАН. — 2021. — Т. 499. — С. 21–26. — DOI: 10.31857/S2686740021040039.
3. *Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М.* Метод блочного элемента в разложении решений сложных граничных задач механики // ДАН. — 2020. — Т. 495. — С. 34–38. — DOI: 10.31857/S2686740020060048.

ПОСТРОЕНИЕ КВАЗИСТАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ ДИАГРАММ ДЕФОРМИРОВАНИЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ В ЭКСПЕРИМЕНТАХ НА РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ КОМПАКТНЫХ ОБРАЗЦОВ*

В. Г. Баженов, А. Ю. Константинов, С. Л. Осетров, Д. Л. Осетров

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

На сегодняшний день известен широкий набор математических моделей нелинейного деформирования и разрушения упругопластических материалов при квазистатическом и динамическом нагружении. Для применения этих моделей требуются достоверные истинные диаграммы деформирования упругопластических материалов вплоть до разрушения образцов. Получить истинные диаграммы деформирования с помощью экспериментальных измерений крайне сложно, так как при испытаниях лабораторные образцы подвергаются неоднородному и неоднородному НДС, а также существенному влиянию краевого эффекта, сил трения и радиальной инерции в экспериментах на растяжение и ударное сжатие. Обычно определение деформационных и прочностных характеристик материала выполняется с использованием экспериментально-аналитических подходов [1–3], в которых применяемые аналитические методики основаны на упрощающих гипотезах. Эти методы не позволяют в полной мере учесть при больших деформациях неодноосность и неоднородность НДС в экспериментах как на растяжение так и сжатие компактных образцов при квазистатических и динамических нагружениях.

В связи с этим для определения и исследования деформационных и прочностных свойств материалов актуально применение экспериментально-расчетного подхода, позволяющего в отличие от экспериментально-аналитических методов без принятия упрощающих гипотез учесть неодноосность и неоднородность НДС. Данный подход основывается на итерационном уточнении характеристик материала, исходя из отличия экспериментальных данных и результатов численного моделирования процессов деформирования испытываемых образцов в эксперименте [4, 5].

Проведен ряд экспериментально-расчетных исследований компактных цилиндрических образцов из стали 10Г2ФБЮ при растяжении и сжатии. В экспериментах на растяжение использовались цилиндрические стержни с начальной длиной рабочей части $L_0 = 10$ мм и начальным диаметром $d_0 = 5$ мм, для экспериментов

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №20-08-00667_а).

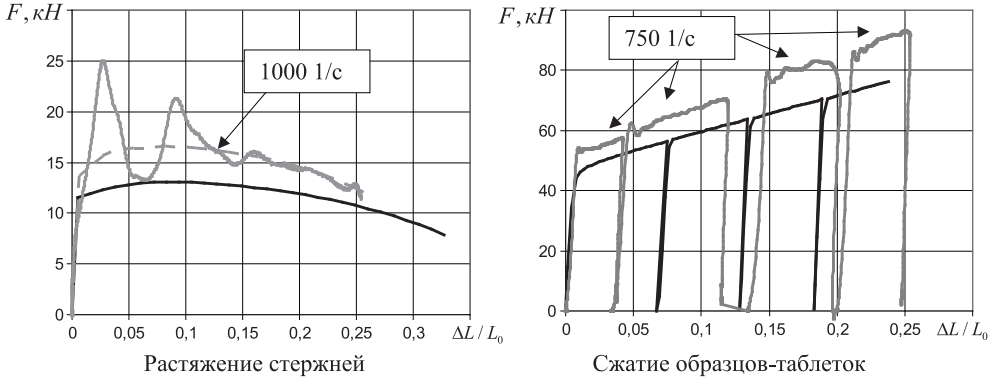


Рис. 1. Экспериментальные зависимости осевой силы от удлинения (осадки) образцов при квазистатическом (черные линии) и динамическом (серые линии) нагружении

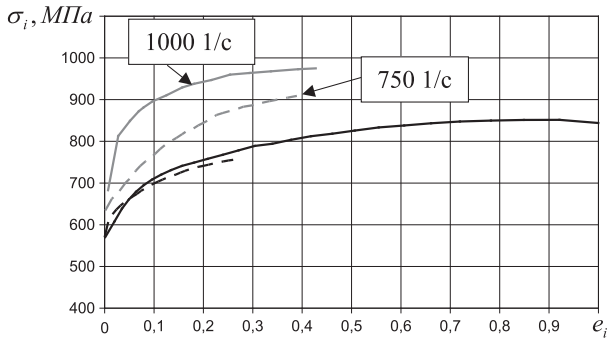


Рис. 2. Построенные истинные диаграммы деформирования стали 10Г2ФБЮ в экспериментах на растяжение (сплошные линии) и сжатие (пунктирные линии) цилиндрических образцов при квазистатическом (черные линии) и динамическом (серые линии) нагружении

на сжатие — образцы-таблетки с начальной длиной рабочей части $L_0 = 15$ мм и начальным диаметром $d_0 = 10$ мм. Испытания на ударное сжатие образцов-таблеток проводились в четыре этапа с использованием ограничителей перемещений. Поэтапное нагружение позволяет с большей точностью получить зависимость осевых сил от скорости деформаций. На рисунках 1 и 2 представлены экспериментальные зависимости осевой силы от удлинения (осадки) и построенные экспериментально-расчетным подходом истинные диаграммы деформирования стали 10Г2ФБЮ, соответственно.

Построенные квазистатические истинные диаграммы деформирования стали 10Г2ФБЮ, полученные при растяжении и сжатии компактных образцов, достаточно хорошо согласуются. Установлено, что при скоростях деформаций до 500 1/с динамические диаграммы деформирования незначительно отличаются от квазистатических, а при скоростях деформаций выше 500 1/с (рис. 1) влияние скорости деформаций существенно возрастает на поведение материала при динамическом деформировании.

Квазистатические и динамические эксперименты на растяжение компактных образцов проводились до разрушения. При динамическом и квазистатическом растяжении полученные величины относительных сужений образцов после разрушения в минимальном сечении «шейки» в пределах экспериментальной погрешности совпадают.

1. *Малинин Н. Н.* Прикладная теория пластичности и ползучести. — М.: Машиностроение, 1975. — 400 с.
2. *Бриджмен П.* Исследования больших пластических деформаций и разрушения. — М.: Изд-во иностр. лит., 1955. — 444 с.
3. *Klepaczko J. R.* Advanced experimental techniques in materials testing // New experimental methods in material dynamics and impact. Trends in Mechanics of Materials. V. 3 / Ed. by W. K. Nowacki and J. R. Klepaczko. — Warsaw, Poland: INB ZTUREK, 2001. — P. 223–266.
4. *Баженов В. Г., Зефиоров С. В., Крамарев Л. Н., Осетров С. Л., Павленкова Е. В.* Способ определения деформационных и прочностных свойств материалов при больших деформациях и неоднородном напряженно-деформированном состоянии. Патент на изобретение №2324162. Заявка №2006115805. Опубликовано 10.05.2008, бюлл. №13.
5. *Баженов В. Г., Баранова М. С., Осетров Д. Л., Рябов А. А.* Метод определения сил трения в экспериментах на ударное сжатие и построение динамических диаграмм деформирования металлов и сплавов // ДАН. — 2018. — Т. 481, №5. — С. 490–493.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СКОРОСТИ НАГРУЖЕНИЯ НА КРИТИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С УПРУГИМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ ПРИ РАВНОМЕРНОМ ВНЕШНЕМ ДАВЛЕНИИ*

В. Г. Баженов, Е. В. Нагорных, Д. А. Самсонова

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Развивается методика численного решения нелинейных задач деформирования и выпучивания упругопластических оболочек вращения с упругим наполнителем при комбинированных статических и динамических осесимметричных нагружениях в двумерной (плоской или осесимметричной) постановке. Определяющие соотношения формулируются в переменных Лагранжа, в качестве отсчетной используется неподвижная декартова или цилиндрическая система координат. Оболочечные элементы полагаются тонкими, метрика по толщине не меняется. Кинематические соотношения записываются в метрике текущего состояния. Для описания упругопластических свойств материала оболочек применяется теория пластического течения с нелинейным изотропным упрочнением. Уравнения движения следуют из баланса виртуальных мощностей работ. Контактное взаимодействие упругого наполнителя с оболочкой моделируется основанием Винклера. Применяемый алгоритм контакта обеспечивает непроникание по нормали, свободное проскальзывание вдоль касательной и одностороннюю связь контактирующих подобластей, что позволяет описать процесс локального отрыва оболочки от наполнителя в зонах выпучивания в ходе формирования локальной складки [1]. Численное решение определяющей системы уравнений осуществляется по явной конечно-разностной схеме интегрирования по времени типа «крест» второго порядка точности. Рассмотренная методика применима как для моделирования нелинейного докритического деформирования оболочек вращения с упругим наполнителем, так и для определения предельных (критических) нагрузок в широком диапазоне скоростей нагружения с учетом начальных несовершенств формы. Выполнено численное исследование задачи о потере устойчивости стальных цилиндрических оболочек ($R/h = 14,5$) с упругим наполнителем под действием равномерного внешнего давления p при различных скоростях нагружения p_0 ($p = p_0 t$) и жесткости наполнителя. Показано, что

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №22-29-00904).

с увеличением скорости нагружения наблюдается увеличение номера формы потери устойчивости и рост номера формы, которая обладает наибольшей скоростью роста.

1. *Баженов В. Г., Нагорных Е. В., Самсонова Д. А.* Исследование применимости модели основания Винклера для описания контактного взаимодействия упругопластических оболочек с наполнителем при внешнем давлении // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. — 2020. — №4. — С. 36–48. — DOI: 10.15593/perm.mech/2020.4.04.

МОДЕЛИ ПОСЛОЙНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ТРЕХСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ С ПРЯМОУГОЛЬНЫМИ В ПЛАНЕ ВЫРЕЗАМИ*

В. Н. Бакулин

ИПриМ РАН, Москва, Россия

Работа посвящена памяти И.И. Липатова и В.В. Репинского — участников наших конференций ВМСППС и NPNJ (АММАИ).

Все более широкое применение трехслойные оболочки, в том числе из композиционных материалов (КМ), находят в современной технике и особенно в конструкциях летательных аппаратов. Это вызвано высокими показателями весовой эффективности, изгибной жесткости, тепловой защиты, вибро- и звукоизоляции, возможностью регулирования этих и многих других важных характеристик трехслойных конструкций, а также возможностью добиться более высокого качества внешней и внутренней поверхностей у трехслойных оболочек и панелей. Высокая жесткость трехслойной конструкции и гладкость внешних поверхностей, которая достигается, в том числе возможностью расположить между несущими слоями (в слое наполнителя) конструктивные подкрепляющие элементы (что особенно актуально в корпусах ракетных твердотопливных двигателей и др. изделий), позволяют устранить опасность возникновения панельного флаттера.



Рис. 1. Новый пилотируемый космический корабль «Орел»

При проектировании часто приходится нарушать сплошность оболочек вырезами конструктивного, технологического или др. назначения, которые приводят к ослаблению несущей способности конструкций.

Возле вырезов появляются зоны повышенных напряжений, причем наибольшие из них могут в несколько раз превышать напряжения вдали от таких зон. Не точное знание истинной картины напряженно-деформированного состояния (НДС) может привести к разрушению конструкции или к увеличению ее веса.

*Работа выполнена в рамках государственного задания Института прикладной механики Российской академии наук (ИПРИМ РАН) (номер гос. регистрации 121112200126-5).

Современный обзор работ по расчету оболочек с вырезами приведен в [1]. В подавляющем большинстве работ по расчету оболочек, ослабленных отверстиями, исследуются однородные оболочки [1]. В большинстве работ по расчету трехслойных оболочек с вырезами рассматриваются сферические трехслойные оболочки с круговыми, эллиптическими и другими криволинейными отверстиями [1]. Это в основном работы Г. А. Ванина (Г. А. Ван Фо Фы), А. И. Жалило, А. А. Савиченко и др. [1]. Исследование напряжений около отверстий в трансверсально-изотропных и слоистых анизотропных пластинах и оболочках рассматривалось в работах Б. Л. Пелеха, в том числе с соавторами. В работе Б. Л. Пелеха отмечается, что получены точные решения задач о концентрации напряжений около кругового отверстия, либо около жесткого включения в сферической оболочке, т. е. задач, для которых переменные разделяются, и также сказано, что для отверстий другой формы получить точные решения в рамках теории трансверсально-изотропных оболочек не представляется возможным.

Несмотря на актуальность исследования напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек с прямоугольными в плане вырезами (распространенной формой вырезов в конструкторской практике), данной проблеме посвящено незначительное число публикаций. Причем достоверных решений задач о распределении напряжений около прямоугольных в плане вырезов в трехслойных оболочках неизвестно.

Недостаточная исследованность напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек с прямоугольными в плане вырезами связана с большими математическими сложностями получения достоверных решений. Анализ публикаций показывает, что решение подобных задач аналитическими методами сталкивается с большими трудностями математического характера [1].

Для проведения расчетов напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек с прямоугольными в плане вырезами при различных условиях закрепления и нагружения, переменных свойствах слоев приходится разрабатывать модели на основе численных методов и в первую очередь метода конечных элементов (МКЭ) [1–5].

Наиболее простые конечно-элементные модели (КЭМ) строятся на основе гипотез для пакета слоев. Более общими и точными, но менее распространенными являются конечно-элементные модели, в которых гипотезы применяются для каждого слоя. При этом порядок систем уравнений зависит от числа слоев, что значительно увеличивает размерность задач и усложняет их решение. Однако и такие модели не всегда удовлетворяют современным требованиям точности и степени детализации при расчете напряженно-деформированного состояния применяемых на практике трехслойных оболочек. Например, сложно учесть с требуемой точностью неоднородность структуры, изменение физико-механических характеристик и параметров НДС по толщине слоя заполнителя, возникают и другие трудности с расчетом трехслойных оболочек с вырезами. Поэтому актуальным являются построение моделей на основе подхода послойного анализа [1–5].

Послойный анализ трехслойных оболочек заключается в том, что стенка конструкции разбивается по толщине на слои, а при необходимости и заполнитель разбивается по толщине на дополнительные слои (в этом случае подход будем называть уточненным послойным анализом), которые затем стыкуются между собой.

В настоящей работе рассматривается методология построения блочных конечно-элементных моделей естественной кривизны прямоугольной в плане формы на основе уточненного подхода послойного анализа для исследования НДС трехслойных оболочек. Блочная модель послойного анализа строится из двумерных конечных элементов (КЭ) тонких моментных несущих слоев (при этом используется классическая теория оболочек) и трехмерного КЭ-слоя заполнителя, при получении

функций аппроксимаций перемещений которого применяются аппроксимации КЭ несущих слоев.

Такой подход позволяет избежать погрешностей, вызванных разрывом обобщенных перемещений на поверхностях стыковки КЭ несущих слоев и КЭ-заполнителя.

Также рассмотрены модели для исследования бафтинга [6-8] и возникновения флаттера [9] оболочек. Приведены результаты моделирования.

1. *Bakulin V. N.* Layer-by-Layer Analysis of the Stress-Strain State of Three-Layer Shells with Cutouts // *Mechanics of Solids*. — 2019. — V. 54, No. 3. — P. 448–460.
2. *Bakulin V. N.* Block Finite-Element Model of Layer-by-Layer Analysis of the Stress-Strain State of Three-Layer Generally Irregular Shells of Double-Curvature Revolution // *Doklady Physics*. — 2019. — V. 64, No. 1. — P. 9–13.
3. *Bakulin V. N.* Model for Layer-by-Layer Analysis of the Stress-Strain State of Three-Layer Irregular Shells of Revolution of Double Curvature // *Mechanics of Solids*. — 2020. — V. 55, No. 2. — P. 248–257. — DOI: 10.3103/S0025654420020077.
4. *Bakulin V. N.* Block-Layer Approach for The Analysis of The Stress-Strain State of Three-Layer Irregular Cylindrical Shells // *Mechanics of Solids*. — 2021. — V. 56, No. 7. — P. 295–304.
5. *Bakulin V. N.* Model for Analysis of the Stress-Strain State of Three-Layer Cylindrical Shells with Rectangular Cutouts // *Mechanics of Solids*. — 2022. — V. 57, No. 1. — P. 102–110.
6. *Чернышев С. Л., Липатов И. И., Бакулин В. Н.* Бафтинг элементов авиационных, аэрокосмических и ракетных конструкций. (*Chernyshev S. L., Lipatov I. I., Bakulin V. N.* Buffeting of elements of aviation, aerospace and rocket structures) // *Инженерный журнал: наука и инновации. Международная научная конференция «Фундаментальные и прикладные задачи механики», посвященная 100-летию со дня рождения академика К. С. Колесникова (Москва, 10–12 декабря 2019 г.)*. — 2020. — №2(98). — С. 250–251.
7. *Bakulin V. N., Nedbay A. Ya.* The Dynamic Stability of Three-Layered Cylindrical Shell, Reinforced Ring Ribs and Hollow Cylinder Under External Pressure Pulsing // *Doklady Physics*. — 2021. — V. 66, No. 6. — P. 175–181.
8. *Bakulin V. N., Nedbay A. Ya.* Parametric Resonance of a Three-Layer Cylindrical Composite Shell, Supported by Longitudinal Ribs and a Cylinder, Under The Action of a Time-Varying Axial Force // *Doklady Physics*. — 2022. — V. 67.
9. *Bakulin V. N., Konopelchev M. A., Nedbai A. Ya.* Flutter of a laminated cantilever cylindrical shell with a ring-stiffened edge // *Russian Aeronautics*. — 2018. — V. 61, No. 4. — P. 517–523.

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС ТРЕХСЛОЙНОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ ДЕЙСТВИИ ОСЕВОЙ ИМПУЛЬСНОЙ НАГРУЗКИ

В. Н. Бакулин¹, Ф. Е. Прудников², А. Я. Недбай²

¹ИПриМ РАН, Москва, Россия; ²АО «Корпорация «МИТ»», Москва, Россия

Трехслойные оболочки находят широкое применение в авиакосмической, ракетной и другой современной технике [1 и др.]. К настоящему времени опубликован ряд работ [2–9] по динамической устойчивости оболочек, в том числе при действии импульсных нагрузок [6], изменяющихся во времени по заданному закону. В этих работах получены решения в основном для гладких оболочек и при наличии начальных погибей.

В данной работе рассматривается параметрический резонанс (динамическая устойчивость) трехслойной оболочки из композиционного материала, подкрепленной продольными ребрами и пустотелым цилиндром, при действии осевой импульсной нагрузки, линейно возрастающей во времени. Торцы оболочки шарнирно оперты, а

внешняя поверхность нагружена постоянным давлением. Будем считать, что ребра связывают оба несущих слоя в осевом и радиальном направлениях и расположены сравнительно редко. Цилиндр представляется в виде безинерционного упругого основания Винклера, коэффициент постели которого определяется из уравнений трехмерной теории упругости. Для определения критических величин импульсных нагрузок используется критерий динамической устойчивости из работы [6].

Согласно этому критерию критические параметры определяются достаточно простыми зависимостями следующим образом:

$$T_0 = \sqrt[3]{\frac{T_{mn} V_T^2}{\omega_{mn}^2}} + T_{mn}, \quad t_0 = \sqrt[3]{\frac{T_{mn}}{V_T \omega_{mn}^2}} + \frac{T_{mn}}{V_T}, \quad (1)$$

где T_{mn} — критическая осевая сила статической потери устойчивости по заданной форме с параметрами волнообразования m и n ; ω_{mn} — частота собственных колебаний по этой же форме; t_0 — критическое время потери устойчивости; T_0 — критическая осевая сила динамической потери устойчивости; V_T — скорость нарастания осевой силы.

Для определения расчетных критических параметров потери устойчивости необходимо в каждом конкретном случае подобрать такие параметры волнообразования m и n , при которых правые части (1) будут минимальными.

Уравнение движения оболочки можно представить в виде [9]

$$L_{i1}u_\alpha + L_{i2}u_\alpha + L_{i3}\omega + L_{i4}u_\beta + L_{i5}v_\beta + (\delta_{i1} + \delta_{i3} + \delta_{i4}) \sum_{j=1}^M [l_{i1}^{(j)}u_{\alpha j} + l_{i3}^{(j)}\omega_j + l_{i4}^{(j)}u_{\beta j}] \delta(\beta - \beta_j) = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, 5), \quad (2)$$

где, l_{ij} , L_{ij} — дифференциальные операторы движения оболочки и ребер.

Решение уравнений (2) будем искать в виде

$$(u_\alpha, u_\beta) = \cos \gamma \alpha \sum_{n=0}^{\infty} (A_{2n}A_{4n}) \cos n\beta \sin \omega t; \quad (3)$$

$$(v_\alpha, v_\beta) = \sin \gamma \alpha \sum_{n=0}^{\infty} (A_{2n}A_{5n}) \sin n\beta \sin \omega t; \quad \omega = \sin \gamma \alpha \sum_{n=0}^{\infty} A_{3n} \sin n\beta \sin \omega t,$$

где $\gamma = m\pi/\alpha_0$; $\alpha_0 = L/R$; L — длина оболочки; A_{im} — неизвестные постоянные; ω — частота колебаний.

Раскладывая дельта-функцию в тригонометрический ряд и подставляя (3) в (2), получим неоднородную систему алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^5 a_{2i}A_{in} &= 0; & \sum_{i=1}^5 a_{5i}A_{in} &= 0; \\ \sum_{i=1}^5 a_{1i}A_{in} &= -\frac{2 - \delta_{0n}}{2\pi} \sum_{j=1}^M (b_{11}A_{1j} + b_{14}A_{4j}) \cos n\beta_j; \\ \sum_{i=1}^5 a_{3i}A_{in} &= -\frac{2 - \delta_{0n}}{2\pi} \sum_{j=1}^M (b_{33}A_{3j} + b_{34}A_{4j}) \cos n\beta_j; \\ \sum_{i=1}^5 a_{4i}A_{in} &= -\frac{2 - \delta_{0n}}{2\pi} \sum_{j=1}^M (b_{41}A_{1j} + b_{43}A_{3j} + b_{44}A_{4j}) \cos n\beta_j. \end{aligned} \quad (4)$$

Решая систему (4), получим

$$A_{kn} = -\frac{2 - \delta_{0n}}{2\pi} \sum_{j=1}^M (B_{k1}A_{1j} + B_{k2}A_{3j} + B_{k3}A_{4j}) \cos n\beta_j \quad (k = 1, 2, \dots, 5), \quad (5)$$

где $B_{k1} = (b_{11}D_{1k} + b_{41}D_{4k})/\Delta_1$; $B_{k2} = (b_{33}D_{3k} + b_{43}D_{4k})/\Delta_1$; $B_{k3} = (b_{14}D_{1k} + b_{34}D_{3k} + b_{44}D_{4k})/\Delta_1$; Δ_1, D_{jk} — определитель и дополнение матрицы (4).

Так как в местах расположения ребер справедливы соотношения

$$(A_{1r}, A_{3r}, A_{4r}) = \sum_{n=0}^{\infty} (A_{1n}, A_{3n}, A_{4n}) \cos n\beta_r;$$

то, подставив в них выражение (5), получим систему 3M уравнений относительно A_{ij}

$$\begin{aligned} A_{1r} &= -\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^M \frac{2 - \delta_{0n}}{2\pi} (B_{11}A_{1j} + B_{12}A_{3j} + B_{13}A_{4j}) \cos n\beta_j \cos n\beta_r; \\ A_{3r} &= -\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^M \frac{2 - \delta_{0n}}{2\pi} (B_{31}A_{1j} + B_{32}A_{3j} + B_{33}A_{4j}) \cos n\beta_j \cos n\beta_r; \\ A_{4r} &= -\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^M \frac{2 - \delta_{0n}}{2\pi} (B_{41}A_{1j} + B_{42}A_{3j} + B_{43}A_{4j}) \cos n\beta_j \cos n\beta_r \end{aligned} \quad (6)$$

$(r = 1, 2, \dots, M).$

Равенство нулю определителя системы (6) представляет характеристическое уравнение критических частот.

Для случая равномерно расположенных ребер решение системы (6) можно представить в виде

$$\{A_{1j}, A_{3j}, A_{4j}\} = \{A_1, A_3, A_4\} \cos \frac{2\pi jN}{M}, \quad 0 \leq N \leq \frac{M}{2}, \quad (7)$$

где N — целое число, характеризующее форму потери устойчивости.

Подставляя (7) в уравнение (6), получим однородную систему уравнений

$$M/2\pi \sum_k (B_{l1}A_1 + B_{l2}A_3 + B_{l3}A_4) - A_l = 0 \quad (l = 1, 3, 4), \quad (8)$$

где суммирование производится по k , принимающим значения

$$k = Ms + N \quad (s = 0, 1, 2, \dots), \quad k = Ms - N \quad (s = 1, 2, 3, \dots).$$

Характеристическое уравнение будет представлять равенство нулю определителя системы (8).

Получены зависимости критической осевой силы от скорости нарастания осевой силы при различных модулях упругости цилиндра и ребер.

1. *Bakulin V.N.* Investigation of the Influence of the Cutout Dimensions on the Stress-strain State of Three-layer Shells with Load-bearing Layers of Composite Materials // J. Phys.: Conf. Ser.: Materials Science and Engineering. — 2020. — P. 714012002.
2. *Bakulin V.N., Nedbay A.Ya.* The Dynamic Stability Of Three-Layered Cylindrical Shell, Reinforced Ring Ribs And Hollow Cylinder Under External Pressure Pulsing // Doklady Physics. — 2021. — V. 66, No. 6. — P. 175–181.

3. *Bakulin V. N., Nedbai A. Ya.* Dynamic Stability Of Composite Cylindrical Shell of Linear-Variable Thickness Under The Action Pulsed External Pressure // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. — 2021. — V. 93, No. 2. — P. 537–543.
4. *Bakulin V. N., Nedbay A. Ya.* Dynamic Stability of a Cylindrical Shell Reinforced by Longitudinal Ribs of Piecewise-Constant Thickness under Axial Loading // Doklady Physics. — 2020. — V. 65, No. 12. — P. 436–441.
5. *Bakulin V. N., Volkov E. N., Simonov A. I.* Dynamic Stability of a Cylindrical Shell under Alternating Axial External Pressure // Russian Aeronautics. — 2017. — V. 60(4). — P. 508–513.
6. *Амиро И. Я., Заруцкий В. А., Паламарчук В. Г.* Динамика ребристых оболочек. — Киев: Наукова думка, 1983. — 204 с.
7. *Bakulin V. N., Boitsova D. A., Nedbay A. Ya.* Parametric Resonance Of A Three-Layered Cylindrical Composite Rib-Stiffened Shell // Mechanics of Composite Materials. — 2021. — V. 57, No. 5. — P. 623–634.
8. *Bakulin V. N., Volkov E. N., Nedbai A. Ya.* Dynamic Stability of a Cylindrical Shell Reinforced by Longitudinal Ribs and a Hollow Cylinder Under the Action of Axial Forces // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. — 2016. — V. 89, No. 3. — P. 747–753.
9. *Bakulin V. N., Nedbay A. Ya.* Parametric Resonance of a Three-Layer Cylindrical Composite Shell, Supported by Longitudinal Ribs and a Cylinder, Under The Action of a Time-Varying Axial Force // Doklady Physics. — 2022. — V. 67.

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ОБЛАСТИ ПРОЯВЛЕНИЯ ЛОКАЛЬНОЙ НЕУПРУГОСТИ, ОПРЕДЕЛЯЕМЫЕ НА БАЗЕ МОДЕЛЬНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ АТОМНО-МОЛЕКУЛЯРНОГО СТРОЕНИЯ ИССЛЕДУЕМОЙ СИСТЕМЫ

***И. С. Белашова¹, А. А. Горшков², В. А. Ломовской²,
С. А. Шатохина³, А. С. Шоршина³***

¹МАИ, Москва, Россия; ²РТУ МИРЭА, Москва, Россия; ³ИФХЭ РАН, Москва, Россия

Теория неупругости в самом общем виде представляет собой аналитическую частотно-временную зависимость отклика исследуемой системы как сплошного непрерывного однородного тела на внешнее воздействие (например, напряжения от деформации ε , амплитуды деформации ε_0 , частоты внешнего воздействия ω , температуры T , давления P , интенсивности различного вида облучения I , внешних электромагнитных полей M , времени t), выводящего эту систему из состояния механического и термодинамического равновесия:

$$\sigma = f(\varepsilon, \varepsilon_0, \omega, T, P, I, M, t). \quad (1)$$

До настоящего времени теория неупругости в рамках модельных представлений однородного непрерывного сплошного тела развивалась по четырем направлениям:

1. На общих соотношениях основ принципа суперпозиции или теории наследственной вязкоупругости.

2. Построением общих соотношений на основе различных комбинаций элементов реологических моделей. Это направление включает в себя:

а) введение функции распределения по параметрам элементов реологических моделей;

б) использование интегрирования и дифференцирования дробного порядка.

3. Построение теории по формальной аналогии с гидродинамической теорией поглощения звука в жидкостях (релаксационная теория неупругости).

4. На основе общих термодинамических положений (термодинамическая теория неупругости).

Однако, исследования, направленные на решение основной задачи физико-химической механики: «химическая природа, строение, структура — физико-механические и физико-химические характеристики — синтез новых материалов с заданными свойствами», проводимые с использованием динамических методов, требуют рассмотрения явлений неупругости с привлечением модельных представлений дискретного атомно-молекулярного строения исследуемых материалов. Основным методом данных исследований является метод внутреннего трения [1]. Наиболее информативным из всего частотного диапазона исследований является диапазон частот от 10^{-2} Гц до 10 Гц, реализуемый при свободно затухающем колебательном процессе, возбуждаемом в исследуемых материалах. В данном случае появляется возможность экспериментально выявлять не только все возможные локальные диссипативные процессы на спектре внутреннего трения $\lambda = f(T)$, но и температурные зависимости частоты $\nu = f(T)$ колебательного процесса, возбуждаемого в исследуемом материале. Это позволяет проводить теоретический анализ полученных результатов в широком температурном интервале, в котором на спектре $\lambda = f(T)$ проявляется набор локальных диссипативных процессов в различных температурных интервалах этого спектра. Данный анализ требует прежде всего определить механизм внутреннего трения того или иного локального диссипативного процесса, что может быть осуществлено с одновременным теоретическим анализом температурные зависимости частоты $\nu = f(T)$ колебательного процесса. Получаемые экспериментальные результаты данного метода показывают, что в интервалах температур, где наблюдаются пики диссипативных потерь на спектре $\lambda = f(T)$, на зависимости $\nu = f(T)$ наблюдаются аномальные изменения частоты. Эти аномальные изменения проявляются в виде резкого, но протяженного по температуре спада или повышения частоты колебательного процесса.

Установлено, что каждый локальный диссипативный процесс на спектре $\lambda = f(T)$ связан с размораживанием подвижности определенной группы структурно-кинетических элементов, образующих химическое строение исследуемого материала или определенных физических дефектов структуры (одномерные: атомы внедрения, вакансии и т. п., двумерные: дислокации и объемные: границы раздела фаз, кристаллитов, макромолекулы и т. п.). Механизм внутреннего трения при размораживании этой структурно-кинетической подвижности может быть трех типов: гистерезисный, релаксационный, фазовый. Именно аномальности изменения частоты на температурной зависимости частоты $\nu = f(T)$ позволяют выявить этот механизм. Так, для фазовых локальных диссипативных процессов на спектре $\lambda = f(T)$ имеет место отрицательное изменение частоты, а для релаксационных процессов — положительное изменение частоты. Именно эти аномальности позволяют определить знак, величину, механизм диссипативного процесса и дефект модуля упругости (сдвига) для каждого локального температурного интервала экспериментального спектра $\lambda = f(T)$. Таким образом, каждому локальному диссипативному процессу на спектре $\lambda = f(T)$ будет соответствовать свой дефект модуля $\Delta G \approx \Delta \nu^2$. Именно эти локальные дефекты модуля упругости (сдвига), наблюдаемые в разных температурных участках спектра $\lambda = f(T)$, приводят к локальному (на данном температурном интервале) снижению модуля упругости. Совокупность этих дефектов модуля упругости, наблюдаемых в разных температурных интервалах, приводят к аддитивному снижению модуля упругости всего материала в целом.

Теория неупругости по перечисленным выше направлениям разрабатывалась в основном для релаксационных и ретардационных процессов для одного процесса релаксации, обнаруживаемого в интервале напряжений, возникающих в исследуемых системах $\sigma_{np} < \sigma_{kl} \leq \sigma_{тек}$. Для диссипативных процессов, обнаруживаемых на спектрах $\lambda = f(T)$, каждый релаксационный процесс будет иметь свое значение интервала как температур проявления, так и напряжений $\sigma_{inp} < \sigma_{ikl} \leq \sigma_{itek}$. Это приводит к тому, что каждый локальный диссипативный процесс будет описываться своей функцией релаксации $\varphi(T)$ или $\varphi(\omega)$, зависящей уже не от времени, а от температуры или частоты внешнего деформирующего воздействия, выводящего все элементы структурно-кинетических подсистем материала из состояния механического и термодинамического равновесия. В этом случае для каждого процесса неупругости в уравнении Больцмана–Вольтерра в качестве ядра релаксации должна быть применена своя функция релаксации, которая может представляться как функция Максвелла, функция Кольрауша, функция Работнова, функция Ржаницина, функция Гаврильяка–Негами, функция Коула–Коула и т. п. Теоретический анализ возможности использования той или иной функции в качестве ядра релаксации в уравнении наследственной вязкоупругости показал, что в широком интервале частот ряд этих функций ограничен в использовании вследствие их несходимости. Однако, учитывая тот факт, что интервал частот экспериментального получения спектров внутреннего трения $\lambda = f(T)$ и температурных зависимостей $\nu = f(T)$ значительно уже, чем теоретический, можно в этих исследованиях использовать данные функции. Это особенно важно, так как многие пики диссипативных потерь на спектре $\lambda = f(T)$ могут иметь значительную асимметрию со стороны высокотемпературных ветвей релаксационного процесса относительно низкотемпературной ветви этого пика потерь. Это касается функций Работнова и Ржаницина.

1. Аналитические возможности метода внутреннего трения: Сб. науч. тр. / ИМЕТ АН СССР. — М.: Наука, 1973. — 196 с.

ИЗУЧЕНИЕ НАПРАВЛЕННОГО ЭРОЗИОННО-КОРРОЗИОННОГО ИЗНОСА ЭЛЕМЕНТОВ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ ПОСРЕДСТВОМ ЕГО ИМИТАЦИИ С ПОМОЩЬЮ ГЕТЕРОГЕННОГО ПОТОКА И УСКОРЕННЫХ АТМОСФЕРНЫХ КОРРОЗИОННЫХ ИСПЫТАНИЙ

*С. А. Борисов, Ю. И. Глуховская, С. В. Добровольский,
А. С. Мякочин, И. В. Подпорин*

МАИ, Москва, Россия

Эрозионно-коррозионный износ (ЭКИ) металлических конструкций приводит к потерям не только из-за выхода из строя дорогостоящих машин, аппаратов, оборудования и сооружений, расходов на ремонт и замену вышедших из строя из-за ЭКИ частей машин и оборудования, которые можно отнести к прямым потерям от ЭКИ, но и к косвенным потерям, таким как простой оборудования в результате аварий, снижение мощности машин и оборудования, потерь вследствие нарушения герметичности резервуаров, трубопроводов и др. [1].

Прямые потери от ЭКИ составляют до 10% общего объема выплавленного металла, а косвенные потери в 100–1000 раз превышают прямые потери [1, 2].

Наиболее интенсивное разрушающее воздействие на металлические конструкционные элементы происходит при комплексном воздействии агрессивной окружа-

ющей среды и механического воздействия набегающего потока, несущего твердые частицы, что приводит к ЭКИ. В этом случае запускаются процессы эрозии элемента конструкции потоком абразивных частиц, заключающиеся в возникновении кратеров вследствие ударов частиц под различными углами к поверхности, при которых вытесненный из кратера металл течет в направлении падения частицы с образованием вала до его растрескивания и разрушения. При ударах под прямым углом к поверхности вал располагается вокруг кратера равномерно, при меньших углах вал образуется по бокам кратера и по направлению движения частицы. Характер деформаций зависит от формы частицы, ее ориентации при контакте с поверхностью, скорости частицы, угла ее падения, характеристик разрушаемого конструкционного материала; при ударе частицы с острыми гранями происходит процесс микрорезания материала. После эрозионного воздействия материал становится более уязвимым для последующих процессов коррозии [3].

Процесс эрозионного разрушения усугубляется коррозионными явлениями. Пленка окислов, существующая практически всегда на поверхности металлов в газовых средах, особенно при повышенных температурах, разрушается потоком абразивных частиц. При этом поверхность металла вновь подвергается окислению, создаются условия для неравномерного коррозионного разрушения. По коррозионным очагам эрозионное разрушение происходит еще интенсивнее, так как рельеф становится более шероховатым.

Коррозия металлов представляет собой разрушение их поверхности в результате химического или электрохимического взаимодействия с агрессивной средой, особое значение имеет атмосферная коррозия.

Восемьдесят процентов металлических конструкций эксплуатируется в атмосферных условиях. Атмосферная коррозия развивается во влажном воздухе в присутствии агрессивных примесей. Она является самым распространенным видом электрохимической коррозии. Коррозионной средой во всех случаях является пленка влаги, в которой растворены кислород и двуокись углерода, а в промышленной атмосфере — также двуокись серы, окислы азота, сероводород и другие газы. Толщина пленки в зависимости от условий образования может быть до десятых долей миллиметра.

Факторы, определяющие механизм и скорость атмосферной коррозии: влажность воздуха и его загрязнение коррозионно-активными агентами.

Коррозионная агрессивность атмосферы по [2] без учета загрязнения воздуха активными агентами определяется продолжительностью общего увлажнения поверхности (числом часов в году).

Интенсивность атмосферной коррозии зависит также от состава и свойств продуктов коррозии, температуры, географического фактора, климатических условий, времени года.

Состав и свойства продуктов коррозии влияют на скорость коррозии по-разному. Рыхлые, порошкообразные продукты ускоряют коррозию, увеличивая химическую и капиллярную конденсацию. Если же на поверхности образуется плотная компактная пленка, то скорость разрушения понижается [2].

По степени увлажненности поверхности материалов различают мокрую, влажную и сухую атмосферную коррозию.

Скорость коррозии возрастает при загрязнении атмосферы газами, пылью, сажей, песком. Суточные колебания температуры ускоряют коррозионные процессы [4].

Для изучения направленного эрозионно-коррозионного износа в экспериментальных условиях требуется имитация его эрозионной и коррозионной составляющих [3, 5].

Для имитации эрозионно-коррозионного износа элементов конструкции используются установка гетерогенного потока, в которой по разрабатываемой методике подбираются параметры гетерогенного потока, позволяющие симитировать направленный эрозионный износ, и камера солевого тумана для имитации атмосферной коррозионной составляющей, что в совокупности имитирует ЭКИ, сопоставимый с износом в условиях эксплуатации.

1. Добровольский С. В., Глуховская Ю. И., Мякочин А. С., Подпорин И. В. Влияние прокатки на свойства защитных покрытий полученных низкотемпературным газодинамическим методом // *Черные металлы*. — 2022. — №1. — С. 47–51.
2. Гринева С. И., Сычев М. М., Лукашова Т. В., Коробко В. Н., Мякин С. В. Коррозия и методы защиты: Учеб. пособ. — СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2012. — 101 с.
3. Borisov S. A., Dobrovolskiy S. V., Gloukhovskaya Yu. I., Nikitin P. V. Study of the Erosive Wear of Coatings by Means of a Mobile Heterogeneous Jet Flow of Limited Area // *Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*. — 2019. — V. 13, No. 2. — P. 261–266.
4. Каблов Е. Н., Старцев О. В., Медведев И. М. Коррозионная агрессивность приморской атмосферы. Ч. 2. Новые подходы к оценке коррозивности приморских атмосфер // *Коррозия: материалы, защита*. — 2016. — №1. — С. 1–13.
5. Шманев В. А., Шулепов А. П., Мещеряков А. В. Струйная гидроабразивная обработка деталей ГТД. — М.: Машиностроение, 1995. — 144 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАВНОМЕРНОСТИ ИЗНОСА ЗАЩИТНОГО ПОКРЫТИЯ ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

***С. А. Борисов, Ю. И. Глуховская, С. В. Добровольский,
А. С. Мякочин, И. В. Подпорин***

МАИ, Москва, Россия

В процессе эксплуатации металлические конструкции подвергаются эрозионно-коррозионному износу по естественным причинам и, например, вследствие воздействия агрессивной среды и гетерогенного воздушного потока. Такой износ металлических элементов можно затормозить различными методами. Выбор метода определяется его экономичностью и эффективностью в каждом конкретном случае.

Методы защиты металлических конструкций по [1] можно разделить на пять групп. Для повышения эффективности защиты можно одновременно использовать два и более методов.

Первая группа: создание рациональных конструкций. Создание рациональных конструкций подразумевает, что выбор форм конструкций, материалов и их комбинаций должны обеспечивать высокую коррозионную и эрозионную устойчивость.

Вторая группа: защитные покрытия. Защитные покрытия представляют собой слои, искусственно создаваемые на поверхности металлических изделий и конструкций для предохранения их от коррозии. Выбор вида покрытия зависит от условий эксплуатации.

Третья группа: легирование металлов — это дорогостоящий метод, так как при легировании в состав сплава вводят дорогостоящие компоненты — хром, никель, вольфрам и др., вызывающие пассивацию металла.

Четвертая группа: изменение свойств среды. Суть методов заключается в уменьшении концентрации опасных в коррозионном отношении компонентов для снижения агрессивности среды, что не всегда возможно и очень затратно, учитывая, что подавляющая часть коррозионной среды не соприкасается с конструкцией.

Пятая группа: электрохимическая защита. Этот метод основан на торможении анодных и катодных реакций коррозионного процесса.

В данной работе рассматривается моделирование использования защитного покрытия специально разработанной геометрической формы и состава на цилиндрической поверхности, т. е. сочетание первой и второй групп методов защиты, что обеспечивает равномерный износ покрытия в условиях направленного неравномерного эрозионно-коррозионного воздействия (рис. 1) [2, 3].



Рис. 1. Направленный эрозионно-коррозионный износ элемента стальной конструкции с гальваническим покрытием после 1,5 лет эксплуатации в морском климате [4]

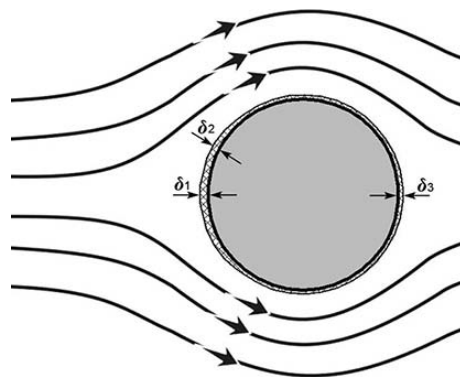


Рис. 2. Схема обдува цилиндрической трубы с неравномерным покрытием гетерогенным потоком (δ_1 , δ_2 , δ_3 — разная толщина покрытия)

Для оценки направленного эрозионно-коррозионного износа используется модель цилиндрической трубы, имеющей внешнее покрытие разной толщины по окружности периметра сечения. Для создания такого покрытия можно использовать газодинамический расчет, чтобы определить границы зон разного давления гетерогенного потока на цилиндре. Затем в каждой зоне давления на цилиндре наносится покрытие с уникальной толщиной [3]. Так создается покрытие разной толщины, предназначенное для эксплуатации в определенных условиях с целью равномерного износа.

В работе решается обратная задача: исходными данными является модель цилиндрической трубы с переменным профилем покрытия, а исследуется равномерность направленного эрозионно-коррозионного износа этого покрытия.

Для экспериментальной проверки равномерности износа покрытия производится обдув цилиндрической трубы с неравномерным покрытием гетерогенным потоком на имеющейся экспериментальной установке [5] по схеме, показанной на рис. 2.

Результаты моделирования направленного эрозионно-коррозионного износа позволяют проводить оценку скорости эрозионно-коррозионного износа на различных участках покрытия переменной толщины на цилиндрической поверхности. Это дает возможность разработать алгоритм управления оборудованием, формирующим

такое защитное покрытие. Покрытие переменной толщины, равномерно изнашивающееся на цилиндрической поверхности, позволяет обеспечить эрозионно-коррозионную защиту изделия на весь срок его эксплуатации с минимальными затратами.

1. *Ивановский В. Н.* Теоретические основы процесса коррозии нефтепромыслового оборудования // Инженерная практика. — 2010. — №6. — С. 4–14.
2. *Borisov S. A., Dobrovolskiy S. V., Gloukhovskaya Yu. I., Nikitin P. V.* Study of the Erosive Wear of Coatings by Means of a Mobile Heterogeneous Jet Flow of Limited Area // Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques. — 2019. — V. 13, No. 2. — P. 261–266.
3. *Борисов С. А., Глуховская Ю. И., Добровольский С. В., Никитин П. В., Подпорин И. В.* Использование газодинамических расчетов для решения задачи управления нанесением защитных покрытий разной толщины // Материалы XIII Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАГ'2020), 6–13 сентября 2020 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2020. — С. 209–212.
4. *Каблов Е. Н., Старцев О. В., Медведев И. М.* Коррозионная агрессивность приморской атмосферы. Ч. 2. Новые подходы к оценке коррозивности приморских атмосфер // Коррозия: материалы, защита. — 2016. — №1. — С. 1–13.
5. *Borisov S. A., Gloukhovskaya Y. I., Dobrovolskiy S. V., Nikitin P. V., Podporin I. V.* Concept of an Experimental Setup for Testing the Technology for the Formation of New Anti-Corrosion Coating Materials Using Low-Temperature Supersonic Heterogeneous Flows // TEM J. — 2020. — V. 9, Issue 2. — P. 566–572.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ПРИ СОУДАРЕНИИ ТУРБИНЫ САМОЛЕТА О ТУК НА ВЫСОКИХ СКОРОСТЯХ

О. Ю. Виленский, С. А. Душев, Д. А. Лапшин, А. М. Татарский

АО «ОКБМ Африкантов», Нижний Новгород, Россия

В АО «ОКБМ Африкантов» разрабатывается транспортный упаковочный комплект (ТУК), на основе математического моделирования всех возможных динамических воздействий высокой интенсивности и анализа напряженно деформированного состояния конструкции с соблюдением требований различных нормативных документов (НП-061-05, НП-018-05, НП-001-15).

В конструктивном исполнении ТУК, предназначенный для транспортировки и хранения отработавшего ядерного топлива, является сложным и дорогостоящим изделием, к которому предъявляются повышенные требования безопасности. Например, ТУК должен отвечать требованиям динамической прочности при воздействии ударных нагрузок высокой интенсивности и обладать при этом определенными демпфирующими качествами, снижающими внешние динамические перегрузки. В соответствии с требованиями НП-061-05 при проведении технологических и транспортных операций должна исключаться как возможность выпадения ядерного топлива из контейнера, так и любое нарушение в положении располагающегося в нем ядерного топлива. Выполнение подобных требований, возможно, прежде всего, в случае сохранения целостности (герметичности) ТУК и отсутствия недопустимого формоизменения.

Упомянутые выше требования по обеспечению безопасности ТУК предусматривают подтверждение его показателей безопасности по регламентируемым нормативным требованиям, в частности, при падении ТУК на жесткую плиту в различных положениях, падение ТУК на металлический штырь и т. п.

Оценка безопасности при падении самолета является важным проблемным вопросом при проектировании опасных объектов АЭС, таких как ТУК [1]. Для случайного (аварийного) падения самолета на ТУК вероятность не значительна, но последствия могут быть крайне опасными. Сценарий намеренного крушения самолета был сделан на основе «Свода федеральных правил 10», часть 50.150 [2] и отчета NEI (Институт ядерной энергетики (США) [3].

В качестве воздействующего объекта, рассматривается большой пассажирский самолет, Боинг-747. Скорость в момент удара установлена 150 м/с, что представляет собой измеренную скорость самолета, при реализованном крушении самолета, в здание. Размер ТУК гораздо меньше самолета и наиболее тяжелое ударное воздействие представляет собой прямое ударное воздействие турбины самолета, массой 4,5 т.

Расчетная методика, применяемая для оценки работоспособности разрабатываемой конструкции, может дать достоверный результат при наличии следующих условий:

- создание подробной математической модели проектируемого изделия;
- наличие достоверных данных о динамических характеристиках деформирования используемых конструкционных материалов, полученных экспериментальными методами, для разработки на этой основе соответствующих верифицированных математических моделей поведения материалов;
- наличие конечно-элементных вычислительных комплексов, в которых реализовано полномасштабное математическое 3D-моделирование, позволяющее выполнять достаточно глубокий и детальный анализ динамических процессов.

Анализ соударения турбины самолета о ТУК был выполнен при помощи программного комплекса ANSYS/LS-DYNA, основанного на методе конечного элемента и предназначенного для расчетного анализа высоконелинейных динамических процессов.

Разработаны и обоснованы расчетные модели ТУК и турбины самолета (рис. 1).

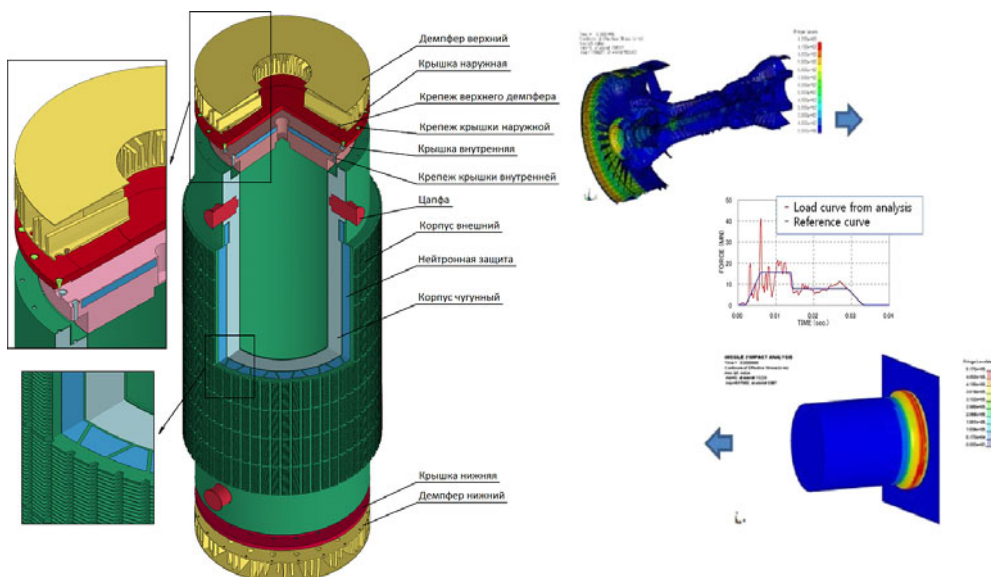


Рис. 1. Расчетные модели ТУК и турбины самолета

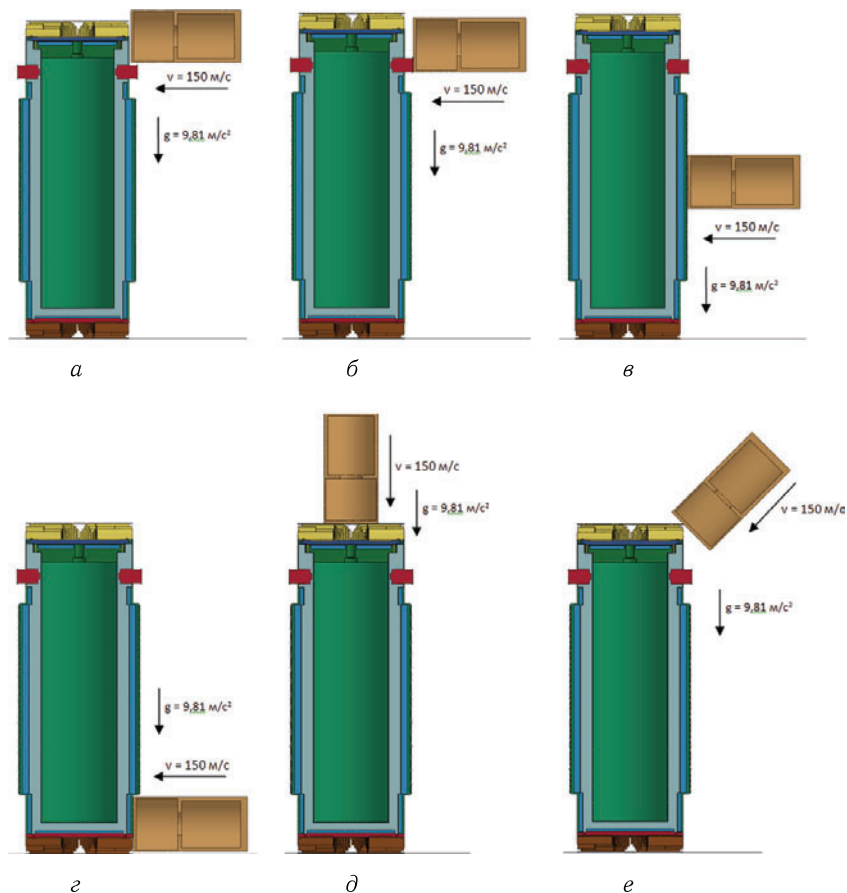


Рис. 2. Рассмотренные варианты соударений турбины самолета с ТУК

В нашем исследовании рассматривается соударение турбины самолета в нескольких положениях, наиболее уязвимых для ТУК (рис. 2). Математическое описание динамического процесса пластического деформирования конструкции было реализовано в решении трехмерной нестационарной задачи механики деформируемого твердого тела с применением сложных контактных алгоритмов.

По результатам полномасштабного математического 3D-моделирования на стадии проектирования, был проведен математический анализ одного из определяющих динамических воздействий на ТУК, позволивший выявить «слабые» элементы разрабатываемой конструкции и внести изменения в конструкцию.

1. US DOE (Департамент энергетики США) (2006). Анализ аварии для падения самолета на опасные объекты, стандарт DOE: DOE-STD-3014-2006.
2. US NRC (Комиссия ядерного регулирования США) (2009). 10 CFR 50.150 (Свод федеральных правил 10, часть 50.150) Aircraft impact assessment.
3. NEI (Институт ядерной энергетики, США) (2002). Deterring terrorism (останавливая терроризм): Aircraft crash impact analyses demonstrate nuclear power plant's structural strength (анализ удара крушения самолета показывает конструкционную прочность АЭС).

ПОЛУПЛОСКОСТЬ С ПОЛУБЕСКОНЕЧНЫМ РЕБРОМ ЖЕСТКОСТИ (ПРИЛОЖЕНИЕ К РАСЧЕТУ СВАЙ)

А. Н. Власов¹, Д. А. Власов², М. Д. Коваленко¹

¹ИПРИМ РАН, Москва, Россия; ²НИУ МГСУ, Москва, Россия

В 1960–1980 годы в связи с интенсивным развитием авиационной и ракетной техники появилось множество исследований, посвященных расчетам тонкостенных конструкций с ребрами жесткости. Обзор публикаций и их глубокий анализ можно найти в книге [1]. Все публикации можно разделить на две группы: работы, основанные на уравнениях теории упругости, и работы, в которых используются инженерные модели, базирующиеся на тех или иных упрощениях уравнений теории упругости. В этой статье построено точное решение для упругой полуплоскости с полубесконечным ребром жесткости. Такая задача рассматривалась и раньше, как смешанная краевая задача в полярной системе координат [1], что приводило к появлению степенной особенности в напряжениях в месте выхода ребра на границу полуплоскости. Если же задачу рассматривать как неоднородную для полуплоскости с заранее неизвестными контактными напряжениями вдоль линии сопряжения ребра и пластины, то особенности в напряжениях не будет.

Полученное решение применяется к расчету одиночной сваи. Основная идея, на которой базируется возможность использования решения в условиях плоского напряженного состояния для описания трехмерной задачи, заключается в следующем. Ребро жесткости, имитирующее сваю, сопряжено с двумя примыкающими к ребру справа и слева пластинами, имитирующими массив. Пусть для наглядности ребро имеет цилиндрическую форму, а пластины центрально-симметрично примыкают к нему по всему периметру кругового сечения. Тогда в узкой области, прилегающей к ребру, там, где зазоры между примыкающими пластинами малы, и где в основном происходит передача внешней нагрузки от сваи к массиву, можно надеяться на то, что решение этой задачи будет не сильно отличаться от решения соответствующей задачи для полупространства в трехмерной постановке.

Решение задачи состоит из нескольких этапов. Сначала решается неоднородная задача для неограниченной плоскости (xOy), в которой вдоль оси y действует некоторая распределенная четно-симметричная нагрузка $Y(y)$. Прикрепим к плоскости пластины по оси y бесконечное ребро жесткости, к которому в точке $y = 0$ приложена сосредоточенная сила $2P$, направленная вдоль его оси. Будем считать, что $Y(y)$ — это неизвестные усилия взаимодействия между ребром и пластиной, и найдем $Y(y)$ из условия равновесия элементарного участка ребра. Подставив $Y(y)$ в полученные формулы для неоднородной задачи, получим решение для неограниченной пластины с бесконечным ребром, к которому приложена осевая нагрузка $2P$. Отделим верхнюю полуплоскость от нижней и заменим ее действие на нижнюю касательными напряжениями, взятыми с обратным знаком из решения задачи для неограниченной пластины с бесконечным ребром жесткости (нормальные напряжения $\sigma_y(x, 0) = 0$ в силу нечетно-симметричности задачи относительно оси x). В результате получим требуемое решение.

Применим полученное решение к расчету изолированной сваи при следующих значениях параметров: $f = 3,14 \text{ м}^2$ — площадь поперечного сечения сваи; коэффициент Пуассона для сваи и скального массива $\nu = 0,3$; модуль упругости сваи $E_1 = 325 \cdot 10^5 \text{ кН/м}^2$; модуль деформации скального массива $E = 242 \cdot 10^4 \text{ кН/м}^2$; напряжение на голове сваи $\sigma_0(0) = 16400 \text{ кН/м}^2$. Аналитическое решение сравнивалось с численным, которое было получено в 3D-постановке с использованием МКЭ, реализованном в программном комплексе ZSoil для сваи длиной 20 м.

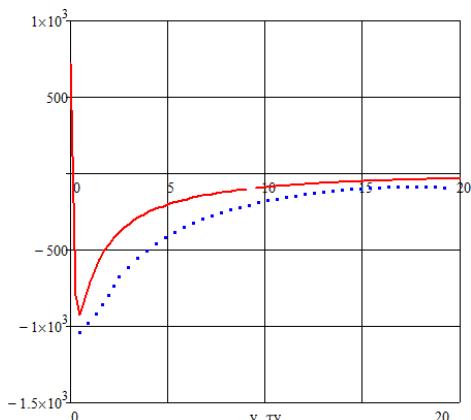
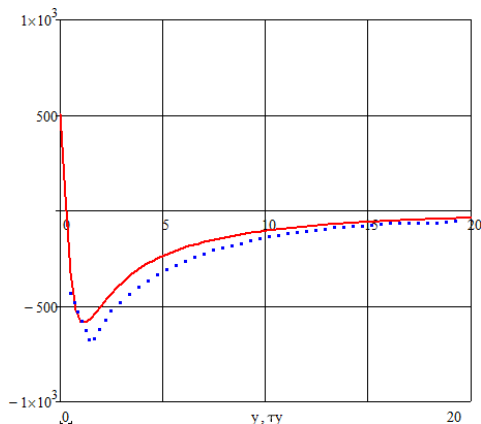
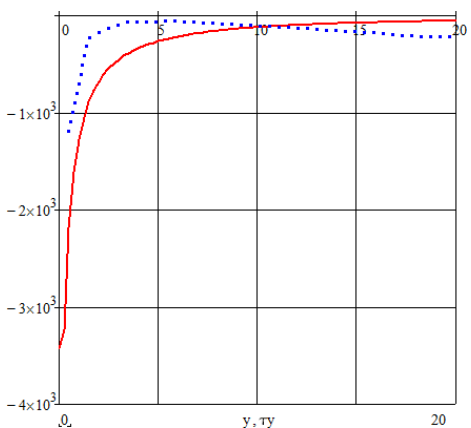
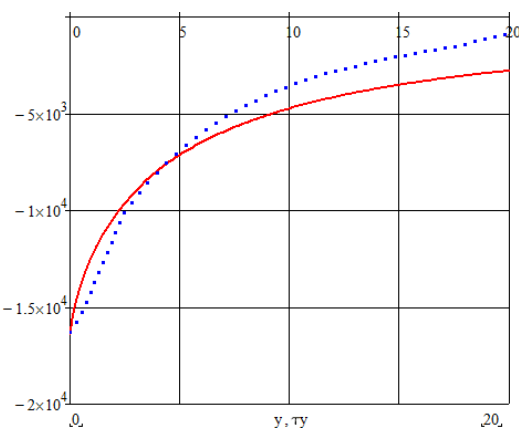
Рис. 1. Распределение касательных напряжений $\tau_{xy}(0,25, y)$ Рис. 2. Распределение касательных напряжений $\tau_{xy}(0,75, y)$ Рис. 3. Распределение нормальных напряжений $\sigma_x(0,25, y)$ 

Рис. 4. Напряжения в свае

В качестве иллюстрации на рисунках 1 и 2 показаны распределения касательных напряжений в вертикальных сечениях $x = 0,25$ и $x = 0,75$ соответственно. На рис. 3 показано распределение нормальных напряжений $\sigma_x(0,25, y)$, а на рис. 4 — напряжения в свае. Сплошным кривым отвечают аналитические решения.

На рис. 1 разница в касательных напряжениях между численным и аналитическим решениями объясняется, с одной стороны, близкой логарифмической особенностью в аналитическом решении, а с другой стороны, ограниченными возможностями численных решений вблизи достаточно высоких пиков на кривых, а также частотой сетки конечных элементов в местах резких изменений значений напряжений. С увеличением расстояния от сваи, эпюры касательных напряжений в массиве все больше начинают совпадать (рис. 2). Так же, как для касательных, объясняется и поведение нормальных напряжений в первой половине длины сваи, показанное на рис. 3. Существенную разницу в нормальных напряжениях для аналитического и численного решений во второй половине ее длины можно объяснить другими граничными условиями на пяте сваи. Аналитические и численные результаты для напряжений в свае достаточно хорошо согласуются, за исключением концов сваи,

что объясняется конечностью длины сваи и связанными с этим граничными условиями, принятыми при численных расчетах свай.

1. Григолюк Э. И., Толкачев В. М. Контактные задачи теории пластин и оболочек. — М.: Машиностроение, 1980. — 411 с.

НЕОДНОРОДНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УПРУГОЙ ПОЛОСЫ И ЕЕ ОБОБЩЕНИЯ

Д. А. Власов¹, А. П. Кержаев², М. Д. Коваленко³, И. В. Меньшова^{2,4}

¹НИУ МГСУ, Москва, Россия; ²ИТПЗ РАН, Москва, Россия;

³ИПРИМ РАН, Москва, Россия; ⁴МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

В работе построено точное решение четно-симметричной неоднородной задачи теории упругости для свободной горизонтальной полосы $\{S: |x| < \infty, |y| \leq 1\}$ с нагрузкой внутри области, действующей вдоль вертикальной оси y и представленной нечетной функцией $Y(y)$. Решение строится с использованием соотношения ортогональности Папковича [1, 2], что быстро приводит к цели. Оно представляется в виде рядов по собственным функциям Папковича–Фадля.

Впервые возможность решения неоднородных задач теории упругости с помощью соотношения ортогональности Папковича была отмечена в статье [3], а затем этот метод был использован в [4]. Окончательный результат получается в виде рядов ($\text{Re } \lambda_k < 0$)

$$\begin{aligned} \sigma_x(x, y) &= \sum_{k=1}^{\infty} 2 \text{Re} [A_k s_x(\lambda_k, y) e^{\lambda_k |x|}], & \sigma_y(x, y) &= \sum_{k=1}^{\infty} 2 \text{Re} [A_k s_y(\lambda_k, y) e^{\lambda_k |x|}], \\ \tau_{xy}(x, y) &= \text{sign } x \sum_{k=1}^{\infty} 2 \text{Re} [A_k t_{xy}(\lambda_k, y) e^{\lambda_k |x|}], \end{aligned} \quad (1)$$

$$U(x, y) = \text{sign } x \sum_{k=1}^{\infty} 2 \text{Re} [A_k \xi(\lambda_k, y) e^{\lambda_k |x|}], \quad V(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} 2 \text{Re} [A_k \chi(\lambda_k, y) e^{\lambda_k |x|}]$$

по собственным функциям Папковича–Фадля

$$\begin{aligned} s_x(\lambda_k, y) &= (1 + \nu) \lambda_k \{ (\sin \lambda_k - \lambda_k \cos \lambda_k) \cos \lambda_k y - \lambda_k y \sin \lambda_k \sin \lambda_k y \}, \\ s_y(\lambda_k, y) &= (1 + \nu) \lambda_k \{ (\sin \lambda_k + \lambda_k \cos \lambda_k) \cos \lambda_k y + \lambda_k y \sin \lambda_k \sin \lambda_k y \}, \\ t_{xy}(\lambda_k, y) &= (1 + \nu) \lambda_k^2 (\cos \lambda_k \sin \lambda_k y - y \sin \lambda_k \cos \lambda_k y), \\ \xi(\lambda_k, y) &= \left(\frac{1 - \nu}{2} \sin \lambda_k - \frac{1 + \nu}{2} \lambda_k \cos \lambda_k \right) \cos \lambda_k y - \frac{1 + \nu}{2} \lambda_k y \sin \lambda_k \sin \lambda_k y, \\ \chi(\lambda_k, y) &= \left(\frac{1 + \nu}{2} \lambda_k \cos \lambda_k + \sin \lambda_k \right) \sin \lambda_k y - \frac{1 + \nu}{2} \lambda_k y \sin \lambda_k \cos \lambda_k. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь A_k — неизвестные коэффициенты разложений, λ_k — комплексные нули целой функции экспоненциального типа $L(\lambda) = \lambda + \sin \lambda \cos \lambda$. Известны различные формы записи соотношения ортогональности Папковича. В частности, [3],

$$\int_{-1}^1 [s_x(\lambda_k, y) \xi(\lambda_m, y) - \chi(\lambda_k, y) t_{xy}(\lambda_m, y)] dy = \begin{cases} 2(1 + \nu) \lambda_k^3 & (\lambda_k = \lambda_m), \\ 0 & (\lambda_k \neq \lambda_m). \end{cases} \quad (3)$$

В этой формуле числа λ_k и сопряженные с ними $\bar{\lambda}_k$ считаются различными. Поэтому при $\lambda_m = \bar{\lambda}_k$ интегралы в (3) также будут равны нулю.

Рассмотрим правую полуполосу $\{|x| \geq 0, |y| \leq 1\}$ со свободными длинными сторонами, на торце которой в направлении оси y заданы касательные напряжения $Y(y)$ и продольные перемещения $U(y)$. Тогда коэффициенты рядов A_k легко найти с помощью (3):

$$A_k = \frac{1}{2(1+\nu)\lambda_k^3} \int_{-1}^1 [s_x(\lambda_k, y) U(y) - \chi(\lambda_k, y) Y(y)] dy \quad (k \geq 1). \quad (4)$$

Продолжая решение из правой полуполосы в левую как четно-симметричное и полагая в (4) $U(y) = 0$ (в силу четности продолжения), получим формулы (1), в которых

$$A_k = -\frac{1}{2(1+\nu)\lambda_k^3} \int_{-1}^1 \chi(\lambda_k, y) Y(y) dy. \quad (5)$$

Рассмотрим пример. Пусть $Y(y) = y$. Воспользовавшись формулой (5), найдем коэффициенты A_k , а затем — решение задачи (1). Ниже на рисунках 1 и 2 показаны распределения нормальных напряжений $\sigma_x(0, y)$ и $\sigma_y(0, y)$ вдоль вертикальной оси.

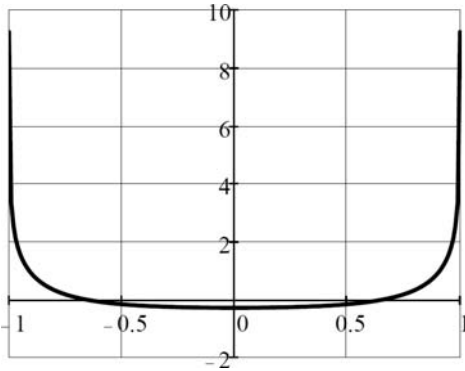


Рис. 1. Распределение нормальных напряжений $\sigma_x(0, y)$

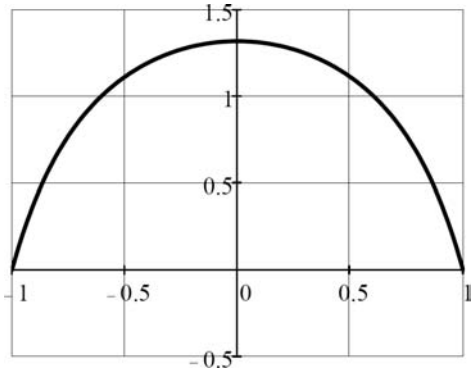


Рис. 2. Распределение нормальных напряжений $\sigma_y(0, y)$

1. Полученное решение допускает простые обобщения. Например, нагрузку, действующую вдоль оси y , можно сместить вправо или влево на некоторую величину a . В этом случае в формулах (1) надо x заменить на $x - a$, если смещение выполнено вправо, и на $x + a$, если — влево. Так можно построить, например, решение с периодической нагрузкой $Y(y)$.

2. Для четно-симметричной функции $Y(y)$ нужно взять систему собственных функций Папковича–Фадля, отвечающих нечетно-симметричной задаче для свободной полосы [5].

3. Функцию $Y(y)$ можно рассматривать как контактные напряжения между ребром жесткости и пластиной. Тогда $Y(y)$ может быть определена из условия равновесия элементарного участка ребра. Так можно получить решения различных задач о передаче нагрузки от ребра (ребер) жесткости к упругой полосе.

4. Накладывая на решение для бесконечной полосы решение для прямоугольника [5], получим решение неоднородной задачи для прямоугольника со свободными (или какими-либо другими) сторонами, в том числе для прямоугольника с ребром (ребрами) жесткости, расположенным внутри прямоугольника.

5. Метод сохраняется для любых однородных граничных условий на сторонах полосы.

1. Папкович П. Ф. Об одной форме решения плоской задачи теории упругости для прямоугольной полосы // Доклады АН СССР. — 1940. — Т. 27, №4. — С. 335–339.
2. Гринберг Г. А. О методе, предложенном П. Ф. Папковичем для решения плоской задачи теории упругости для прямоугольной области и задачи изгиба прямоугольной тонкой плиты с двумя закрепленными кромками, и о некоторых его обобщениях // Прикладная математика и механика. — 1953. — Т. 17, №2. — С. 211–228.
3. Коваленко М. Д., Шуляковская Т. Д. Разложения по функциям Фадля–Папковича в полосе. Основы теории // Известия РАН. Механика твердого тела. — 2011. — №5. — С. 78–98.
4. Kovalenko M. D., Menshova I. V., Kerzhaev A. P., Yu G. An inhomogeneous problem for an elastic half-strip: An exact solution // Mathematics and Mechanics of Solids. — 2021. — V. 26, No. 11. — P. 1565–1580. — DOI: 10.1177/1081286521996418.
5. Коваленко М. Д., Меньшова И. В., Кержаев А. П., Шуляковская Т. Д. Некоторые решения теории упругости для прямоугольника // Прикладная математика и механика. — 2021. — Т. 85, №3. — С. 370–382. — DOI: 10.31857/S0032823521030073.

РАЗВИТИЕ МОДЕЛИ РАДИАЦИОННОГО РАСПУХАНИЯ НЕРЖАВЕЮЩИХ СТАЛЕЙ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЕФОРМИРОВАНИЯ КОНСТРУКЦИЙ ЯЭУ В УСЛОВИЯХ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ И НЕЙТРОННОГО ОБЛУЧЕНИЯ*

В. А. Горохов

ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Одним из ключевых механизмов деформирования аустенитных нержавеющей сталей при термомеханическом нагружении и нейтроном облучении является радиационное распухание, заключающееся в увеличении объема материала, которое может достигать 10% и более при высоких дозах облучения, характерных для различных конструктивных элементов ЯЭУ. В работах [1–3] были разработаны математические модели, численные методики и оригинальное программное обеспечение конечно-элементного моделирования упруговязкопластического деформирования конструкций при квазистатических термомеханических и терморadiационных воздействиях. Одним из компонентов разработанных вычислительных моделей являются определяющие соотношения, описывающие радиационное распухание материала. Математическая модель радиационного распухания, реализованная в [3] определяется на основе следующего соотношения:

$$S = S_0(1 + P\sigma_m), \quad (1)$$

где S — полное радиационное распухание, S_0 — свободное радиационное распухание, σ_m — гидростатическое напряжение, P — параметр материала.

Согласно экспериментальным данным [4] учет влияния линейной комбинации гидростатического напряжения и интенсивности напряжений на радиационное распухание материала позволяет более адекватно описать влияние напряженного состояния на закономерности деформирования в условиях интенсивного нейтронного

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №20-08-00768.

облучения. В этом случае зависимость радиационного распухания от гидростатического напряжения S_m и интенсивности напряжений имеет следующий вид:

$$S = S_0(1 + P((1 - \eta)\sigma_m + \eta\sigma_{eq})). \quad (2)$$

Выполненная программная реализация математической модели радиационного распухания в форме (2) предоставляет возможность более корректного описания деформационных процессов в элементах конструкций ЯЭУ.

1. Капустин С. А., Горохов В. А., Виленский О. Ю., Кайдалов В. Б., Марголин Б. З., Бучатский А. А. Моделирование напряженно-деформированного состояния конструкций из нержавеющей сталей, эксплуатирующихся в условиях интенсивных терморadiационных воздействий // Проблемы прочности и пластичности. — 2007. — Вып. 69. — С. 106–116.
2. Капустин С. А., Горохов В. А., Чурилов Ю. А., Виленский О. Ю., Кайдалов В. Б., Зверев Д. Л., Гуленко А. Г., Сорокин А. А. Верификация методических и программных средств численного исследования напряженно-деформированного состояния конструкций из стали типа Х16Н11М3 при квазистатических терморadiационных нагружениях // Проблемы прочности и пластичности. — 2010. — Вып. 72. — С. 36–45.
3. Капустин С. А., Горохов В. А., Васильев Б. А., Виленский О. Ю., Кайдалов В. Б., Осетров Д. Л., Марголин Б. З., Гуленко А. Г. Сравнительный анализ радиационно-термического формoизменения отражателей реакторов БН-660 и БН-800 по результатам численного моделирования // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 2011. — № 6. — С. 99–107.
4. Margolin B. Z., Murashova A. I., Neustroev V. S. Analysis of the influence of type of stress state on radiation swelling and radiation creep of austenitic steels // Strength of Materials. — 2012. — V. 44, No. 3. — P. 227–240.

ПРИМЕНЕНИЕ ОБОБЩЕННЫХ МОДЕЛЕЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ В ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ УСЛОВИЯХ НА ОСНОВЕ СОВРЕМЕННЫХ ПОЛОЖЕНИЙ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

Е. Л. Гусев^{1,2}, В. Д. Черных^{1,2}

¹ИПНГ ФИЦ «ЯНЦ СО РАН», Якутск, Россия; ²ИМИ СВФУ, Якутск, Россия

Важность разработки эффективных высокоточных методов долгосрочного прогнозирования определяющих характеристик композиционных материалов (остаточного ресурса, прочности, надежности, долговечности), обуславливается тем, что композиционные материалы и конструкции из них являются неотъемлемой частью современной техники в таких областях, определяющих научно-технический прогресс, как авиа- и космическая техника, судостроение, нефтяная и газовая промышленность и др. С течением времени свойства композиционных материалов изменяются, что отражается на их работоспособности. Вследствие того, что материал находится в контакте с окружающей его средой, характеризующейся различным составом, влажностью, температурой, интенсивностью световой и проникающей радиации, необходимо учитывать влияние этих факторов.

Важнейшим преимуществом материала становится его способность как можно дольше сохранять свою работоспособность, т. е., противостоять старению — совокупности физико-химических обратимых и необратимых превращений под воздействием экстремальных факторов внешней среды (температуры, влажности, солнечной радиации, механических напряжений и др.). Применение полимерных компози-

ционных материалов в авиа- и космической технике делает еще более актуальными исследования стойкости полимеров к излучению. Эффективным активатором старения является проникающая радиация, которая в отличие от световой способна инициировать превращения во всем объеме полимера.

Для удовлетворительного прогнозирования необходимо разработать эффективные и надежные соотношения между кинетическими параметрами физико-химических процессов, происходящих на молекулярном уровне и макросвойствами материалов, определяющими их эксплуатационную пригодность. Эти вопросы составляют важную и актуальную научную проблему, стоящую на пути создания обоснованных подходов к прогнозированию изменения свойств полимерных композиционных материалов при их хранении и эксплуатации [1–7].

В основу разработки обобщенных моделей долговечности полимерных композиционных материалов в экстремальных условиях положены основные положения современной молекулярно-кинетической теории. Это обусловлено тем, что химические превращения в полимерных композиционных материалах могут происходить как на межмолекулярных, так и на внутримолекулярных уровнях. В соответствии с основными положениями молекулярно-кинетической теории в основу исследования была положена физическая модель, в которой характер изменения во времени определяющего свойства композита при одновременном воздействии нескольких экстремальных факторов, определяется элементарными химическими реакциями на молекулярном уровне, описываемыми суперпозицией уравнений Аррениуса, описывающих различные виды молекулярных взаимодействий, инициированных воздействием различных экстремальных факторов на композит. На основе современных положений молекулярно-кинетической теории (МКТ) был исследован вопрос о согласовании определяющих параметров математических моделей, вычисленных в результате решения задач прогнозирования в рамках сформулированной вариационной постановки, учитывающей результаты экспериментальных измерений на макроуровне, с соответствующими определяющими параметрами физических моделей, описывающих молекулярные взаимодействия на микроуровне. Разработанная методология согласования параметров математических и физических моделей на микро- и макроуровнях позволила решить задачу восстановления параметров физико-химических процессов, происходящих на молекулярном уровне, и приводящих к деструктивным изменениям в композитах и ухудшению их характеристик с течением времени.

Объективная оценка параметров деструктивных элементарных химических реакций в композитах на основе проведенных физических экспериментов позволила построить эффективные обобщенные модели долговечности на долгосрочный период; провести конструктивный анализ влияния отдельных экстремальных факторов на долговечность композита; дать сравнительную оценку степени влияния того или иного экстремального фактора на долговечность композита. Знание параметров деструктивных элементарных химических реакций в композите, инициированных действием экстремальных факторов внешней среды, их сравнительный конструктивный анализ, может позволить разработать методику синтеза новых материалов с повышенной долговечностью.

1. *Gusev E. L.* Using parallel procedures for the searching of the extremum for the decision of the inverse problems prediction of the defining characteristics of the composite materials // *Material Physics and Mechanics*. — 2016. — V. 26, No. 1. — P. 70–72.
2. *Гусев Е. Л., Бакулин В. Н.* Оптимальное управление уменьшением интенсивности теплового поля на основе выбора структуры неоднородных конструкций в вариационной постановке // *Доклады РАН*. — 2018. — Т. 480, №3. — С. 287–292.

3. Гусев Е. Л., Бакулин В. Н. Вариационные постановки обратных задач прогнозирования остаточного ресурса композитов // ДАН. — 2018. — Т. 482, №3. — С. 281–286.
4. Гусев Е. Л. Постановка и решение задач прогнозирования остаточного ресурса, долговечности композиционных материалов и конструкций при воздействии экстремальных климатических факторов внешней среды // Сб. трудов VII Межд. конференции «Деформация и разрушение материалов и наноматериалов», Москва, Институт металлургии и материаловедения РАН, 2017. — С. 847–849.
5. Гусев Е. Л. Методы решения обратных задач прогнозирования остаточного ресурса композитов в уточненных вариационных постановках на основе принципа множественности моделей прогнозирования // Сб. трудов всероссийской конференции «Механические свойства современных конструкционных материалов», Москва, Институт металлургии и материаловедения РАН, 2018. — С. 53.
6. Гусев Е. Л., Бабенко Ф. И. Методы поиска экстремума с оптимальным выбором параметров для решения задач восстановления параметров моделей прогнозирования определяющих характеристик полимерных композитов // Сб. трудов «Материалы для технических устройств и конструкций, применяемых в Арктике», Москва, Всероссийский институт авиационных материалов, 2015. — С. 132–141.
7. Gusev E. L., Bakulin V. N., Chernykh V. D. Promising methods for predicting the residual life of polymer composites in refined variational statements under extreme environmental influences // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. — 2021. — V. 1191. — P. 012022.

О КОНТАКТНЫХ ЗАДАЧАХ С ДЕФОРМИРУЕМЫМИ ШТАМПАМИ В СЛОЖНЫХ ОБЛАСТЯХ*

О. В. Евдокимова^{1,2}, А. С. Мухин², С. Б. Уафа², О. А. Бушцева²

¹ЮНЦ РАН, Ростов-на-Дону, Россия; ²КубГУ, Краснодар, Россия

В докладе впервые представлен один из методов исследования поведения деформируемых штампов на деформируемом основании. В его основе лежит ранее опубликованный авторами новый универсальный метод моделирования, применяемый в граничных задачах для систем дифференциальных уравнений в частных производных. Его достоинством является возможность ухода от необходимости решения сложных граничных задач для систем дифференциальных уравнений путем замены их на отдельные дифференциальные уравнения, среди которых самыми простыми являются уравнения Гельмгольца.

Именно, с помощью комбинаций решений граничных задач для этого уравнения можно описывать поведение сложных решений многокомпонентных граничных задач, в том числе для трещин нового типа, формируемых объектами на деформируемом основании, и моделей нано частиц, находящихся на деформируемых многокомпонентных основаниях. Однако без умения решать контактные задачи для деформируемых штампов, указанные модели не строятся. Смешанная задача приводится к решению интегрального уравнения Винера–Хопфа. В качестве деформируемого штампа принимается упакованный блочный элемент, как решение уравнения Гельмгольца в указанной области. Механически его можно имитировать как мембрану, которая находится на многослойной среде, занимающую область контакта. Комбинацией таких объектов можно описывать решения контактной задачи для плоских деформируемых объектов более сложной реологии, а также для

*Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект №22-21-00129).

трехмерных. Наряду с доказательством построения точного решения рассматриваемой контактной задачи, отмечается появление, в процессе выполнения исследования, неизвестных функционалов. В задачах с абсолютно твердым штампом они не возникают.

В докладе излагается построение точного решения контактной задачи, поставленной на поверхности многослойной среды в четверти плоскости. Это достигается в результате применения нового универсального метода моделирования, разработанного с целью исследования и решения граничных задач для уравнений в частных производных. Метод применяется к двумерным интегральным уравнениям Винера–Хопфа в четверти плоскости, возникающим в смешанных задачах механики деформируемого твердого тела, как в контактных задачах, так и в теории трещин Гриффитса, в задачах электроупругости, сейсмологии. Особенностью смешанных задач для слоистых сред является наличие мероморфных функций в преобразованиях Фурье ядер интегральных уравнений. Как и в дифференциальных уравнениях, это обстоятельство позволило найти фрагменты дифференциальных уравнений в представлении интегральных уравнений Винера–Хопфа, и найти способ сведения двумерного интегрального уравнения к одномерным. Его применение позволяет свести интегральные уравнения в этой области к бесконечным системам линейных алгебраических уравнений, имеющих обратную бесконечную матрицу. Этот тип интегральных уравнений не доступен для численного решения, в связи с неограниченностью области задания уравнения, и ранее не был исследован аналитически. Интегральные уравнения Винера–Хопфа имеют широкое применение в различных областях для материалов сложной реологии, в том числе, в теории прочности, и решение нового типа задач расширит их использование.

Контактная задача о действии штампа на многослойную линейно упругую среду в первом квадранте методом интегральных преобразований приводится к двумерному интегральному уравнению Винера–Хопфа, которое не исследовалось ранее. Интегральное уравнение контактной задачи в декартовой системе координат имеет вид [1]

$$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} k(x_1 - \xi_1, x_2 - \xi_2) \varphi(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2 = f(x_1, x_2), \quad 0 \leq x_1, \quad x_2 \leq \infty,$$

$$k(x_1, x_2) = \frac{1}{4\pi} \int_{\gamma_1} \int_{\gamma_2} K(\alpha_1, \alpha_2) e^{-i(\alpha x)} d\alpha_1 d\alpha_2,$$

$$K(\alpha_1, \alpha_2) \equiv K(u) = \frac{R(u)}{P(u)}, \quad u = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2},$$

$$K(u) = \frac{R(u)}{P(u)} = \prod_{n=1}^{\infty} \frac{R_n(u)}{P_n(u)}, \quad R_n(u) = (u^2 - z_n^2),$$

$$P_n(u) = (u^2 - \xi_n^2), \quad K(u) = \frac{1}{u}(1 + o(1)), \quad u \rightarrow \pm\infty.$$

Здесь γ_1, γ_2 — контуры, лежащие на вещественной оси и отклоняющиеся от нее в динамических задачах гармонической во времени вибрации лишь обходя вещественные полюса, по малым полуокружностям, если они возникают [1].

Метод решения. Описанные свойства интегрального уравнения, с использованием нового универсального метода моделирования [2], позволяют впервые применить к рассматриваемому интегральному уравнению метод разделения переменных. Этот метод, в некотором смысле, является аналогом метода разделения переменных

ных в многомерных дифференциальных уравнениях, но имеет свою специфику в интегральных уравнениях.

Предварительно устанавливается общий вид решения интегрального уравнения, следуя новому универсальному методу [2], применяемому как к дифференциальным уравнениям, так и к интегральным уравнениям. В работе впервые построена формула, позволяющая решать уравнение Винера–Хопфа в четверть плоскости. Она зависит только от аналитических свойств, именно, факторизационных свойств функций, входящих в описание формулы.

1. *Ворович И. И., Бабешко В. А.* Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. — М.: Наука, 1979. — 320 с.
2. *Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М.* Фрактальные свойства блочных элементов и новый универсальный метод моделирования // ДАН. — 2021. — Т. 499. — С. 30–35. — DOI: 10.31857/S2686740021040039.

К ИССЛЕДОВАНИЮ КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В РАЗНОТИПНЫХ БЛОЧНЫХ СТРУКТУРАХ*

М. В. Зарецкая¹, В. С. Евдокимов¹, Н. О. Степанова¹, Г. Н. Уафа²

¹КубГУ, Краснодар, Россия; ²ЮНЦ РАН, Ростов-на-Дону, Россия

Анализ геолокаций очагов землетрясений и их интенсивности позволил определить области контакта континентальной и океанической коры в качестве одной из сейсмогенерирующих структур, ответственных за реализацию сейсмического потенциала региона [1, 2]. Такие структуры совершают взаимное медленное горизонтальное движение. Этому процессу сопутствует постепенное погружение океанической плиты под континентальную (субдукция плит). Очевидно, что на состояние такой механической системы существенное влияние оказывает слой океанических или морских вод. Структуры такого типа широко распространены на территории Краснодарского края, Северного Кавказа и России в целом. В работе предложен метод исследования сейсмо-акустических волновых полей в сложной разнотипной сейсмогенерирующей структуре области контакта континентальной и океанической коры с учетом двух типов воздействия: техногенного и давления толщи океанических вод.

Рассматривается блочная структура, состоящая из трех блоков: полуограниченного упругого слоя, моделирующего участок континентальной коры; полуограниченного слоя, моделирующего массив жидкости (океан, море); недеформируемого упругого основания, моделирующего океаническую кору. В качестве основания может рассматриваться однородное упругое полупространство или однородный упругий слой, жестко сцепленный с недеформируемым основанием.

Математически задача сводится к исследованию распределения контактных напряжений на границе раздела упругого основания и полуограниченного бассейна жидкости.

Гармонические во времени колебания в исследуемой системе моделируются распределенной нагрузкой $\{0, 0, q_0\}$ и соответствует определенному техногенному воздействию (производственный процесс, воздействие транспортной инфраструкту-

*Работа выполнена при поддержке РФФИ и администрации Краснодарского края (грант №19-01-230002).

ры, извлечение полезных ископаемых). Рассматривается установившийся процесс колебаний.

Движение точек жидкости, описываемое потенциалом скоростей, удовлетворяет волновому уравнению:

$$\Delta\varphi(x, z) = -\frac{\omega^2}{c^2}\varphi(x, z).$$

Перемещения составляющих упругих сред удовлетворяют уравнениям Ляме, представляемым для установившихся волновых процессов в виде:

$$(\lambda + \mu) \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{u} + \mu \Delta \mathbf{u} + \rho \omega^2 \mathbf{u} = 0.$$

На вертикальной границе жидкости и упругого полуограниченного слоя действуют условия непротекания. В качестве условий сопряжения на границе упругих полуограниченного слоя и основания принимаются условия непрерывности перемещений и напряжений. Взаимодействие жидкой среды и упругого основания определяется равенством вертикальных составляющих скоростей точек жидкости и упругой среды в зоне контакта. Если в качестве основания рассматривается упругое полупространство, приняты условие убывания смещений на бесконечности и условие излучения.

В результате реализации алгоритма метода блочного элемента [3] для исследуемой системы «Жидкость—Упругое основание» были получены системы псевдодифференциальных уравнений. Их преобразование позволило построить и решить интегральные уравнения первого рода с ядром, зависящим от разности и суммы аргументов, и получить выражения для определения контактных напряжений на границе жидкой и упругой среды. Затем вычисляются интегральные представления решений для перемещений точек упругого основания, а также — явное выражение потенциала скоростей в жидкости. Обращение интеграла для перемещений точек упругого основания осуществляется численно.

Численные расчеты проводились для модельной структуры. В качестве жидкости выбиралась вода. В качестве варьируемых параметров были выбраны: толщина слоя жидкости, ее плотность, скорости продольной и поперечной волн, частота колебаний внешнего источника. При различных комбинациях этих параметров получены значения контактных напряжений на границе жидкой и упругой среды для слоя и полупространства. Возможно проведение анализа и для других комбинаций геометрических и механических параметров.

Исследование показало, что во всех случаях исходных варьируемых параметров контактное напряжение можно рассматривать как суперпозицию волн напряжения, имеющих место на границе раздела блоков. Физические и механические характеристики этих волн, такие как амплитуда, частота, а также их количество, зависят от заданных варьируемых свойств материала в блоках исследуемой структуры и ее геометрических параметров.

Проведя амплитудно-частотный анализ исследуемой системы был сделан вывод, что в зависимости от частоты колебаний внешнего источника можно получить различные зависимости для блоков упругого полуограниченного слоя и упругого основания в форме слоя или полупространства. Анализ результатов вычислительных экспериментов также позволил установить зависимости напряжений в зоне контакта сред блочной структуры от физических, геометрических и частотных параметров рассматриваемых задач для двух моделей упругого основания: полупространства и слоя с защемленной нижней гранью.

Новизна представленного исследования заключается в проведении анализа динамического поведения структуры, включающей разнотипные блоки, характеризу-

ющиеся различными механическим, физическими и химическими свойствами, на основе применения метода блочного элемента, решения псевдодифференциальных уравнений в форме интегральных уравнений, а не использования усредненных характеристик контактных напряжений.

Такой подход к решению проблемы позволяет повысить точность описания реальных процессов и достоверность оценок возможных последствий техногенного воздействия, что особенно важно в регионах, где объекты производственной, транспортной, добывающей инфраструктуры расположены вблизи населенных пунктов или прибрежной рекреационной зоны. Проведенное исследование может быть полезно при проектировании транспортной сети, производственных объектов на прибрежной территории, так как позволяет до начала процесса оценить сейсмические риски.

1. *Morozov V. N., Manevitch A. I., Tatarinov V. N.* Stress state modeling and geodynamic zoning in seismically active regions // *Mining Informational and Analytical Bulletin*. — 2018. — V. 2018, Issue 8. — P. 123–132.
2. *Babeshko V. A., Evdokimova O. V., Babeshko O. M.* On the possibility of predicting some types of earthquake by a mechanical approach // *Acta Mechanica*. — 2018. — V. 229, Issue 5. — P. 2163–2175.
3. *Babeshko V. A., Evdokimova O. V., Babeshko O. M., Gorshkova E. M., Zaretskaya M. V., Mukhin A. C., Pavlova A. V.* Convergent properties of block elements // *Doklady Physics*. — 2015. — V. 60, Issue 11. — P. 515–518.

ЧИСЛЕННАЯ ПРОЦЕДУРА ИДЕНТИФИКАЦИИ СВОЙСТВ ТВЕРДЫХ СМАЗОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ*

А. А. Каменских, Ю. О. Носов, В. И. Струкова

ПНИПУ, Пермь, Россия

Научно-технический прогресс во всех отраслях экономики и производства в XIX–XX веках связан с развитием техники, увеличением нагрузки на системы и их элементы, а так же скоростей работы конструкций. Увеличение скоростей работы и нагрузок на элементы систем влечет за собой ускорение износа и выход из строя деталей машин и механизмов работающих в условиях трения скольжения и трения качения. Для снижения эффектов от трения применяются различные смазочные материалы, использование которых возросло при научно-техническом развитии экономики. Исследование свойств смазочных материалов и влияния их применения на трение и износ элементов машин и механизмов ведется достаточно давно [1].

Смазочные материалы классифицируются по разным факторам [2]. По консистенции [2] смазки разделяют на жидкие, полужидкие, пластичные и твердые. По составу смазки разделяют на четыре группы [2]: мыльные, неорганические, органические и углеводородные. По области применения: антифрикционные [3], консервационные [4], уплотнительные [5] и канатные [6]. При этом до сих пор актуальным направлением исследований является описание моделей поведения смазки в реальных конструкциях и системах. Также одним из направлений исследований является подбор моделей для описания деформационного поведения смазочных материалов в прикладных программных комплексах (ANSYS, ABAQUS и т. п.).

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект №22-29-01313).

Данная работа направлена на создание эффективного численного инструмента по подбору коэффициентов для описания модели поведения твердых антифрикционных смазочных материалов с использованием метода наименьших квадратов и метода Нелдера–Мида с многопараметрической оптимизацией. В рамках численного моделирования реализуется условие минимума невязки между экспериментальными [7] и расчетными данными. В качестве определяющих соотношений для описания поведения смазочного материала предложено две модели: вязкоупругая модель Ргону [8], использующая в качестве релаксационного ядра сумму экспонент с постоянным модулем объемного сжатия; вязкоупругопластическая модель Апанд [9]. Для верификации моделей поведения смазочных материалов проводился вычислительный эксперимент на чистый сдвиг в прикладном программном пакете инженерного анализа ANSYS.

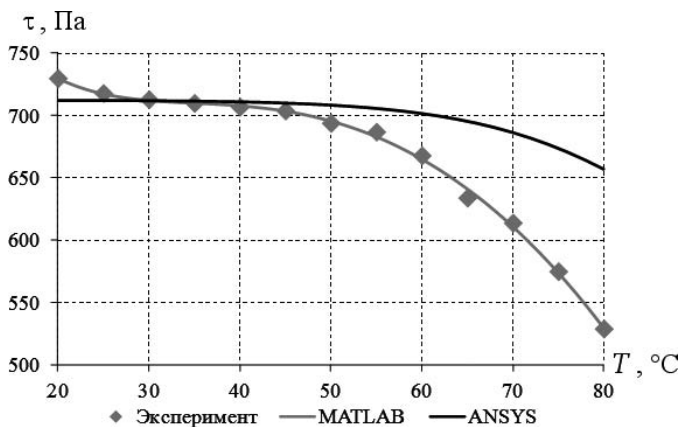


Рис. 1. Зависимость касательных напряжений от температуры

На рис. 1 показана зависимость касательных напряжений от температуры для модели Ргону. Сравнение результатов эксперимента и моделирования поведения смазки в прикладном пакете MATLAB показало хорошее качественное и количественное соответствие результатов.

Проверка определяющих соотношений поведения смазки в прикладном программном пакете инженерного анализа ANSYS в рамках вычислительного эксперимента на чистый сдвиг показала, что модель Ргону не подходит для описания смазочного материала.

Таблица 1

Оценка погрешности вычислительных процедур по касательному напряжению

Прикладной пакет	Погрешность, %	
	Средняя	Максимальная
MATLAB	0,27	1,17
ANSYS	6,25	24,20

В табл. 1 представлены погрешности касательных напряжений полученных в MATLAB и ANSYS. Сравнение выполнялось с результатами натурального эксперимента описанного в [7].

1. Розенберг Ю. А. Влияние смазочных масел на долговечность и надежность деталей машин. — М.: Машиностроение, 1970. — 315 с.
2. Топлива, смазочные материалы, технические жидкости. Ассортимент и применение: Справочник / И. Г. Анисимов, К. М. Бадыштова, С. А. Бнэтов и др.; Под ред. В. М. Школьников. — 2-е изд. — М.: Издательский центр «Техинформ», 1999. — 596 с.
3. *Abdulfatai U., Uzairu A., Uba S., Shallangwa G.* Quantitative structure-properties relationship and molecular design of some anti-wear lubricant additives // South African journal of chemical engineering. — 2020. — V. 34. — DOI: 10.1016/j.sajce.2020.08.001.
4. *Лаврушин А. В., Стариков Н. Е., Науменко И. С., Кутепов С. Н., Гвоздев А. Е., Агеев Е. В.* Консервационные смазки и масла, применяемые для защиты изделий техники // Известия Юго-Западного государственного университета. — 2021. — Т. 25, № 2. — С. 8–22.
5. *Фатализаде Ф. А., Мамедов С. А., Акчурина Т. Х., Аскерова К. Т., Алиев Э. Ю.* Влияние состава компонентов уплотнительных смазок с вовлечением наноразмерных частиц металлов на их термоокислительные свойства // Азербайджанский химический журнал. — 2015. — № 2. — С. 89–93.
6. *Замалетдинов Т. Р., Евстигнеев М. Н., Станкевич К. Е., Гайсина А. Р.* Влияние введения присадок, содержащих диалкилдитиофосфат цинка, в канатные и рабочие-консервационные смазки // Башкирский химический журнал. — 2017. — Т. 24, № 3. — С. 26–30.
7. *Нечаева А. В.* Реологические свойства смазки ЦИАТИМ 221 // Сборник статей научной конференции «Физика для Пермского края». — Пермь. — 2016. — С. 67–71.
8. *Smetannikov O. Y., Sakhabutdinova L., Iyinykh G.* ANSYS Simulation of the Thermomechanical Behavior of a Large-Sized Composite Mandrel with Consideration of Viscoelasticity // Aerospace. — 2022. — V. 9, No. 3. — Art. 117. — P. 1–16.
9. *Brown S. B., Kim K. H., Anand L.* An internal variable constitutive model for hot working of metals // International Journal of Plasticity. — 1989. — V. 5. — P. 95–130.

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ УЧЕТА ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ НАГРУЗОК ОТ МОСТОВОГО ПРОЛЕТА НА КОНТАКТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ СФЕРИЧЕСКОЙ ОПОРНОЙ ЧАСТИ*

А. А. Каменских, А. П. Панькова

ПНИПУ, Пермь, Россия

Мостовые сооружения являются ответственными конструкциями транспортно-логистической систем. К ним предъявляются высокие требования относительно надежности и долговечности в процессе проектирования системы и ее эксплуатации.

Модернизация опорных частей происходит за достаточно долгий период времени. Исследования работоспособности конструкций опорных частей мостов порождают широкий спектр задач реализуемых на численных и натурных моделях. На основе данных экспериментов создаются новые модели сферических опорных частей [1] или модернизируются уже введенные в эксплуатацию конструкции [2].

Механиками по всему миру исследуется деформационное поведение мостовых конструкций в целом и ее элементов (опорных частей, свай, полотен сооружений) в частности. Одной из актуальных задач является исследование отклика мостовых сооружений на вибрационную нагрузку [2, 3], разработка сейсмоизолируемых опорных частей [4] и анализ влияния нагрузки от мостового пролета [5].

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 22-29-01313).

При рассмотрении задач о деформировании опорных частях чаще всего можно встретить реализацию с учетом только вертикальных нагрузок от мостовых сооружений [6, 7]. Учет горизонтальных нагрузок усложняет проведение численного эксперимента. Это происходит из-за возникновения необходимости рассмотрения трехмерной конструкции, что ведет к значительному увеличению числа узловых неизвестных в расчетной конечно-элементной модели.

Тем самым в данной работе рассматривается актуальная задача об анализе влияния учета вертикальной и горизонтальной нагрузки от мостового пролета при моделировании численного эксперимента на деформационное поведение сферической опорной части. Рассмотрена опорная часть производства ООО «АльфаТех», г. Перми (рис. 1). Номинальная вертикальная и горизонтальная силы 1000 и 30 кН соответственно.

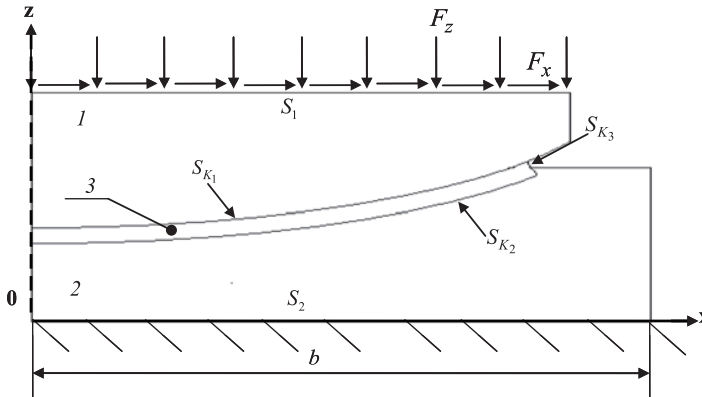


Рис. 1. Сферическая опорная часть

В качестве слоя скольжения (3) рассмотрены три современных антифрикционных материала: сверхвысокомолекулярный полиэтилен производства Германии (СВМПЭ); антифрикционный композиционный материал на основе фторопласта со сферическими бронзовыми включениями и дисульфидом молибдена (МАК); модифицированный фторопласт. Рассматривается конструкция со стандартной толщиной антифрикционной полимерной прослойки 4 мм. Коэффициент трения между стальными элементами конструкции и антифрикционной прослойкой 0,04 (справочное значение, одинаковое для всех рассматриваемых материалов).

Численный эксперимент проводится в прикладном пакете инженерного анализа ANSYS Mechanical APDL в трехмерной постановке.

В ходе решения задачи о влиянии учета горизонтальной нагрузки от мостового пролета на деформационное поведение сферической опорной части были получены следующие результаты:

- проведен анализ влияния степени дискретизации системы на количественное и качественное решение задачи на основе слоя скольжения выполненного из модифицированного фторопласта;

- выполнен анализ влияния на характеристики контактного давления, контактного касательного напряжения и перемещения по нормали торца слоя скольжения;

- изучено распределение зон контактных состояний.

2. *Kamenskikh A. A.* The analysis of deformation behavior of antifriction polymeric materials using the example of a spherical bearing // *J. Phys.: Conf. Ser.* — 2018. — V. 1129. — Art. 012015.
3. *Khan A. K. M. T. A., Bhuiyan M. A. R., Ali S. B.* Seismic responses of a bridge pier isolated by high damping rubber bearing: effect of rheology modeling // *International journal of civil engineering.* — 2019. — V. 17. — P. 1767–1783.
4. *Wang F., Chen Q., Guo Z. Z.* Seismic Evaluation of Structures Based on Simplified Increment Dynamic Analysis // *Lecture notes in civil engineering.* — 2021. — V. 101. — P. 145–154.
5. *Oyabu H., Fujikura S., Hai N. M., Takeuchi S., Nakajima A.* Behavior of bridge superstructure model with double spherical sliding bearing under live load action // *Proceedings of the 16th east asian-pacific conference on structural engineering and construction.* — 2019. — V. 101. — P. 353–359.
6. *Adamov A., Kamenskikh A., Strukova V.* Numerical analysis of the effect of the antifriction layer face angle on the deformation behavior of spherical support parts of different geometric configurations // *AIP Conf. Proc.* — 2021. — V. 2371. — Art. 020004.
7. *Adamov A. A., Kamenskikh A. A., Pankova A. P.* Influence analysis of the antifriction layer materials and thickness on the contact interaction of spherical bearings elements // *Lubricants.* — 2022. — V. 10. — Art. 30.

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ХАРАКТЕРА СОПРЯЖЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ АНИЗОТРОПНЫХ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛОКОН ТИПА PANDA НА ДЕФОРМАЦИОННЫЕ И ОПТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ*

А. А. Каменских, М. М. Пащенко, Ю. И. Лесникова

ПНИПУ, Пермь, Россия

Исследование оптических волокон является актуальной задачей механики [1, 2]. Исследования их деформационного поведения направлено на анализ влияния различных факторов на работоспособность изделия.

Интересен анализ влияния характера сопряжения элементов оптического волокна типа Panda с учетом многослойного защитно-упрочняющего полимерного покрытия (ЗУП) на деформационные и оптические характеристики. Рассмотрено моделирование контакта Panda и алюминиевого полупространства (рис. 1). Модель приближена к промежуточному технологическому испытанию.

Радиус волокна $r_v = 40$ мкм, радиусы ЗУП (3–4) $r_{ЗУП_1} = 65$ мкм и $r_{ЗУП_2} = 83,5$ мкм. Полупространство из алюминия размером $l \times h = 2r_{ЗУП_2} \times r_{ЗУП_2}$. Сила индентирования 0,05–0,5 Н.

Рассмотрено 4 модели контакта элементов, отличающиеся контактными граничными условиями по поверхностям сопряжения:

Модель 1: S_{K_1} — фрикционный контакт; $S_{K_2} - S_{K_6}$ — совместное деформирование без учета контакта.

Модель 2: S_{K_1} — фрикционный контакт; $S_{K_2} - S_{K_6}$ — контактная склейка.

Модель 3: $S_{K_1} - S_{K_3}$ — фрикционный контакт; $S_{K_4} - S_{K_6}$ — контактная склейка.

Модель 4: $S_{K_1} - S_{K_6}$ — фрикционный контакт.

При учете контактной склейки (модель 2) наблюдается увеличение максимальной интенсивности напряжений, что связано с несовместным деформированием

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Пермского края в рамках научного проекта №20-48-596009.

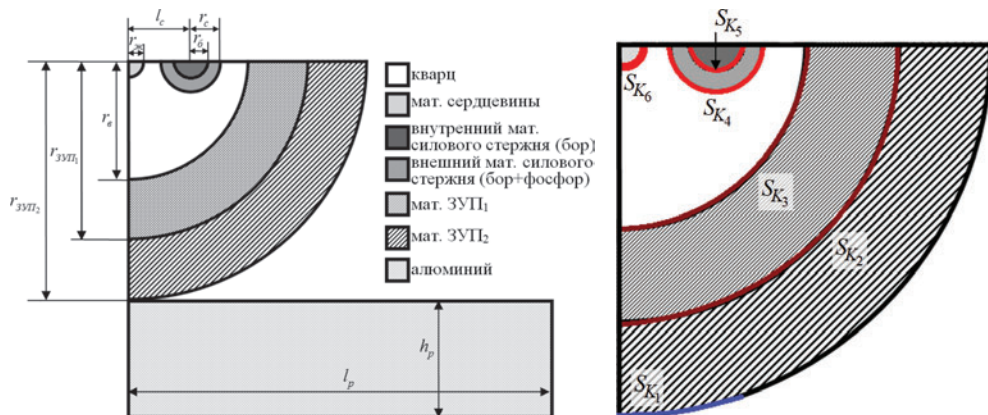


Рис. 1. Расчетная схема волокна типа Panda

элементом волокна. Уточнен уровень и характер деформирования системы волокно ЗУП из-за учета контактной склейки между элементами. Характер деформирования контактного узла имеет малые отличия от модели 1. Максимальная интенсивность напряжений наблюдается во внешнем ЗУП.

При учете фрикционного контакта между ЗУП и между ЗУП и волокном наблюдается расхождение контактных поверхностей при сжатии. Данная ситуация маловероятна и может возникнуть при нарушении технологического процесса. При этом уровень максимальный интенсивности напряжений вырос более чем в 3 раза и наблюдается вблизи зоны контакта кварцевой трубки и ЗУП, т.е. при таком характере сопряжения элементов ЗУП перестают выполнять свои защитные функции и начинают оказывать негативное воздействие на оптическое волокно типа Panda.

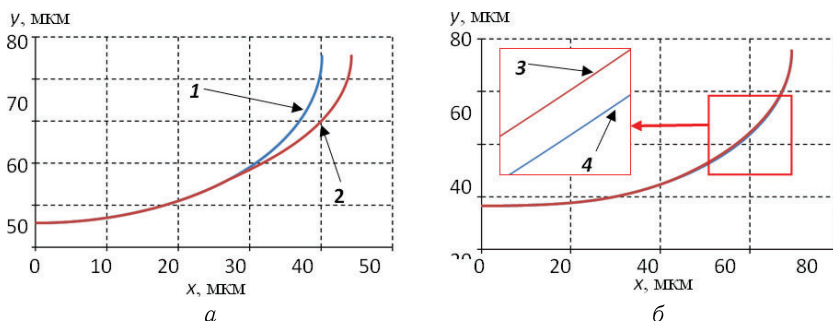


Рис. 2. Перемещения границ сопряжения элементов волокна с ЗУП S_{K2} и S_{K3} , на примере модели №4 при $F = 0,5$ Н: а – S_{K3} ; б – S_{K2}

При учете фрикционного контакта между всеми конструктивными элементами оптического волокна типа Panda и ЗУП, изменился характер распределения интенсивности напряжений в конструктивных элементах: светопроводящая жила, силовые стержни и кварцевое основание. В основном данный эффект связан с потерей контакта на части поверхностей сопряжения, наблюдается в области силовых стержней. При этом «дальнего» расхождения поверхностей контакта в оптическом волокне не наблюдается. Установлено, что даже при учете фрикционного контакта конструктивные элементы не расходятся и остаются на своих местах с микроскопическими зазорами на части поверхности сопряжения S_{K3} . На рис. 2, для

примера, представлен характер деформирования поверхностей контакта S_{K_2} и S_{K_3} для модели 4.

Можно отметить, что площадь раскрытия контакта для поверхности сопряжения S_{K_3} достигает 98 мкм^2 , а для S_{K_2} достигает 13 мкм^2 . Наиболее негативное влияние на деформирование системы оказывает расхождение контактной поверхности S_{K_3} , что приводит к потере ЗУП своих защитных свойств.

Модель контактного сопряжения 3 и 4 маловероятна в реальном производственном процессе и рассматривается, как неблагоприятный случай, с целью оценки влияния характера сопряжения элементов волокна и ЗУП на работу системы.

1. Лесникова Ю. И. Анализ влияния двухслойного защитно-упрочняющего покрытия на деформационные и оптические характеристики волокна типа Panda // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Машиностроение, материаловедение. — 2022. — Т. 24, № 1. — С. 49–61.
2. Лесникова Ю. И., Труфанов А. Н., Сметанников О. Ю. Исследование оптико-механических характеристик волокна в условиях термоцикла // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. — 2018. — Т. 20, № 6(2)(86). — С. 255–260.

РАЗЛОЖЕНИЯ ПО ФУНКЦИЯМ ПАПКОВИЧА–ФАДЛЯ В ЗАДАЧЕ ДЛЯ ПОЛУПОЛОСЫ С ЗАЩЕМЛЕННЫМ ТОРЦОМ

А. П. Кержаев¹, М. Д. Коваленко², И. В. Меньшова^{1,3}

¹ИТПЗ РАН, Москва, Россия; ²ИПриМ РАН, Москва, Россия;

³МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Полученное в работе точное решение рассматриваемой задачи базируется на двух фундаментальных результатах по теории базиса собственных функций Папковича–Фадля: разложениях Лагранжа [1] и соотношении ортогональности Папковича [2, 3].

Последовательность решения задачи следующая. С помощью соотношения ортогональности Папковича и разложения Лагранжа строится решение четно-симметричной неоднородной задачи для свободной полосы $\{S: |x| < \infty, |y| \leq 1\}$, у которой вдоль вертикальной оси y заданы линейные поперечные перемещения. Затем к этому решению добавляется четно-симметричное элементарное решение для свободной бесконечной полосы, нагруженной на бесконечности постоянными напряжениями такими, что поперечные перемещения на оси y во втором решении будут равны по величине и обратны по знаку поперечным перемещениям в первом решении. Складывая эти решения, получим равные нулю суммарные поперечные перемещения на оси y . Продольные перемещения при $x = 0$ равны нулю из условия симметрии задачи. Таким образом получим полное решение рассматриваемой задачи.

Рассмотрим растяжение полосы действующими на бесконечности постоянными напряжениями

$$p = \frac{2(1 + \nu)}{\nu}. \quad (1)$$

Решение этой задачи имеет вид

$$V^S(x, y) = -y, \quad U^S(x, y) = \frac{x}{\nu}, \quad \sigma_x^S(x, y) = p, \quad \sigma_y^S(x, y) = \tau_{xy}^S(x, y) = 0. \quad (2)$$

Рассмотрим неоднородную задачу в бесконечной полосе $\{S: |x| < \infty, |y| \leq 1\}$ со свободными сторонами

$$\sigma_y(x, \pm 1) = \tau_{xy}(x, \pm 1) = 0. \tag{3}$$

Внутри области вдоль вертикальной оси y действует нагрузка $2Y(y)$ (нечетная функция). Воспользуемся соотношением ортогональности Папковича для решения неоднородной задачи. Окончательный результат получается в виде рядов

$$\begin{aligned} \sigma_x(x, y) &= \sum_{k=1}^{\infty} 2 \operatorname{Re} [A_k s_x(\lambda_k, y) e^{\lambda_k |x|}], & \sigma_y(x, y) &= \sum_{k=1}^{\infty} 2 \operatorname{Re} [A_k s_y(\lambda_k, y) e^{\lambda_k |x|}], \\ \tau_{xy}(x, y) &= \operatorname{sign} x \sum_{k=1}^{\infty} 2 \operatorname{Re} [A_k t_{xy}(\lambda_k, y) e^{\lambda_k |x|}], \end{aligned} \tag{4}$$

$$U(x, y) = \operatorname{sign} x \sum_{k=1}^{\infty} 2 \operatorname{Re} [A_k \xi(\lambda_k, y) e^{\lambda_k |x|}], \quad V(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} 2 \operatorname{Re} [A_k \chi(\lambda_k, y) e^{\lambda_k |x|}]$$

по собственным функциям Папковича–Фадля

$$\begin{aligned} s_x(\lambda_k, y) &= (1 + \nu) \lambda_k \{ (\sin \lambda_k - \lambda_k \cos \lambda_k) \cos \lambda_k y - \lambda_k y \sin \lambda_k \sin \lambda_k y \}, \\ s_y(\lambda_k, y) &= (1 + \nu) \lambda_k \{ (\sin \lambda_k + \lambda_k \cos \lambda_k) \cos \lambda_k y + \lambda_k y \sin \lambda_k \sin \lambda_k y \}, \\ t_{xy}(\lambda_k, y) &= (1 + \nu) \lambda_k^2 (\cos \lambda_k \sin \lambda_k y - y \sin \lambda_k \cos \lambda_k y), \\ \xi(\lambda_k, y) &= \left(\frac{1 - \nu}{2} \sin \lambda_k - \frac{1 + \nu}{2} \lambda_k \cos \lambda_k \right) \cos \lambda_k y - \frac{1 + \nu}{2} \lambda_k y \sin \lambda_k \sin \lambda_k y, \\ \chi(\lambda_k, y) &= \left(\frac{1 + \nu}{2} \lambda_k \cos \lambda_k + \sin \lambda_k \right) \sin \lambda_k y - \frac{1 + \nu}{2} \lambda_k y \sin \lambda_k \cos \lambda_k. \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь A_k — неизвестные коэффициенты разложений, λ_k — комплексные нули целой функции $L(\lambda) = \lambda + \sin \lambda \cos \lambda$. В формулах (4) $\operatorname{Re} \lambda_k < 0$.

Формула для коэффициентов A_k в рассматриваемом случае имеет вид

$$A_k = -\frac{1}{2(1 + \nu) \lambda_k^3} \int_{-1}^1 \chi(\lambda_k, y) Y(y) dy. \tag{6}$$

Однако функция $Y(y) = \tau_{xy}(0, y)$ здесь неизвестна. Известно лишь, что она должна быть такой, чтобы поперечные перемещения $V(0, y) = -V^S(0, y) = y$.

Воспользуемся разложением Лагранжа функции $V(0, y) = y$ [4]

$$y = \sum_{k=1}^{\infty} 2 \operatorname{Re} [a_k \chi(\lambda_k, y)], \quad a_k = -\frac{2}{\lambda_k^2 M_k}, \quad M_k = \cos^2 \lambda_k. \tag{7}$$

Так как $U(0, y) = 0$, то по закону Гука при $x = 0$

$$Y(y) = \left. \frac{\partial V(x, y)}{\partial x} \right|_{x=0} = \sum_{k=1}^{\infty} 2 \operatorname{Re} [a_k \lambda_k \chi(\lambda_k, y)]. \tag{8}$$

Подставляя (8) в (6), найдем коэффициенты A_k . Складывая решения задач 1 и 2, получим полное решение задачи для защемленной по торцу полуполосы, растягиваемой на бесконечности постоянными напряжениями p . На рисунках 1 и 2 показаны соответственно кривые распределения напряжений $\sigma_x(0, y)$ и $\tau_{xy}(0, y)$ в заделке.

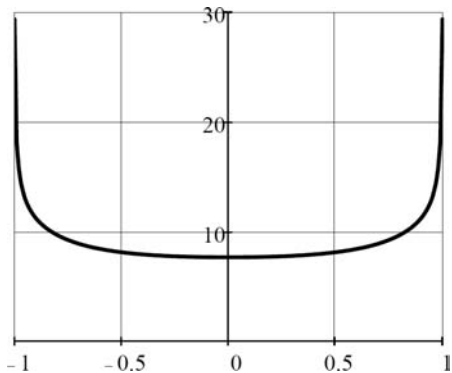


Рис. 1. Распределение нормальных напряжений $\sigma_x(x, y)$ в заделке

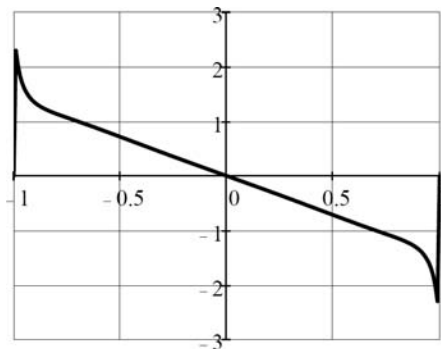


Рис. 2. Распределение касательных напряжений $\tau_{xy}(x, y)$ в заделке

Напряжения не имеют интегрируемой степенной особенности в заделке, как это считается в некоторых работах с приближенными решениями. Но в них есть логарифмическая особенность. Подробнее этот вопрос обсуждался, например, в [5].

1. Коваленко М. Д., Шуляковская Т. Д. Разложения по функциям Фадля–Папковича в полосе. Основы теории // Известия РАН. Механика твердого тела. — 2011. — №5. — С. 78–98.
2. Папкович П. Ф. Об одной форме решения плоской задачи теории упругости для прямоугольной полосы // Доклады АН СССР. — 1940. — Т. 27, №4. — С. 335–339.
3. Гринберг Г. А. О методе, предложенном П. Ф. Папковичем для решения плоской задачи теории упругости для прямоугольной области и задачи изгиба прямоугольной тонкой плиты с двумя закрепленными кромками, и о некоторых его обобщениях // Прикладная математика и механика. — 1953. — Т. 17, №2. — С. 211–228.
4. Коваленко М. Д., Меньшова И. В., Шуляковская Т. Д. Разложения по функциям Фадля–Папковича. Примеры решений в полуполосе // Известия РАН. Механика твердого тела. — 2013. — № 5. — С. 121–144.
5. Kovalenko M. D., Menshova I. V., Kerzhaev A. P., Yu G. Exact solutions of the theory of elasticity for a clamped rectangle // Mathematics and Mechanics of Solids. — 2022. — DOI: 10.1177/10812865221075360.

ДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ РАЗОМКНУТЫХ ДВУХЗВЕННЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ

Л. А. Кондратенко, Л. И. Миронова

МАИ, Москва, Россия

В разных конструкциях часто применяют передающие какое-либо движение детали, содержащие входное и выходное звенья, соединенные силовой линией. В фермах или рамах такие элементы являются основными. При восприятии нагрузки здесь имеет место или сжатие (растяжение) или скручивание. Обычно подобные элементы проверяют на продольную устойчивость, по критерию Эйлера [1] или на предельное закручивание. Однако такие устройства часто воспринимают переменные нагрузки, например, ветровые, ударные и т. п., при которых возникают разнообразные вибрации. В этой связи целесообразно оценивать и динамическую устойчивость.

В системе стержней всегда можно выделить силовые факторы, воздействующие на оба входа каждого стержня. При этом в зависимости от параметров воздействия всегда имеющие место волновые процессы могут стать причиной нестабильной работы механизма [2].

В [2] на основании анализа процесса передачи энергии в звеньях, схемы которых приведены на рис. 1, разработан новый метод для исследования динамики двухзвенных механизмов. Метод базируется на явном учете колебаний скоростей движения и напряжений, а также различных нелинейностей.

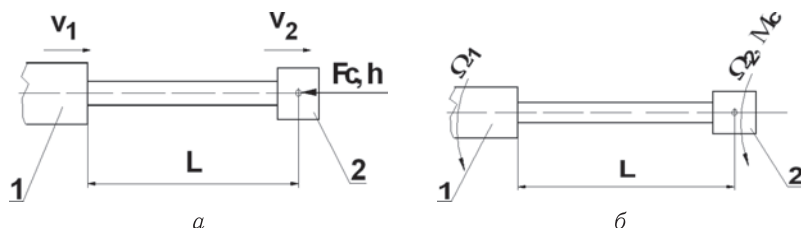


Рис. 1. Модели элементов: а — при продольном перемещении; б — при кручении

Были получены уравнения, описывающие передачу движения в рассмотренных моделях:

— для продольных колебаний

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial \sigma}{\partial x}; \quad \frac{1}{E} \frac{\partial \sigma}{\partial t} = -\frac{\partial v}{\partial x}; \quad (1)$$

— для крутильных колебаний

$$\rho r \frac{\partial \Omega}{\partial t} = -\frac{\partial \tau}{\partial x}; \quad rG \frac{\partial \Omega}{\partial x} = -\frac{\partial \tau}{\partial t}, \quad (2)$$

где Ω , r , τ , G , E — соответственно, угловая скорость, радиус сечения, касательное напряжение, модуль сдвига и модуль упругости; ρ — плотность материала.

Показано, что динамические особенности стальных магистралей можно характеризовать операторным коэффициентом распространения волн

$$\theta(s) = sZ_b(s)/E, \quad (3)$$

где $s = j\omega$; $j = (-1)^{1/2}$; ω — круговая частота колебаний; $Z_b(s) = \sigma(s)/v(s)$ — операторное волновое сопротивление.

После одномерных преобразований по Лапласу [3] при нулевых начальных условиях систем уравнений (1) и (2) были получены уравнения движения ведомого звена:

— при продольных колебаниях

$$v_2(s)[1 + h_n \vartheta_n(s)s + m \vartheta_n(s)s^2] = \frac{v_1(s)}{\text{ch}[\theta(s)l]} - F_c(s) \vartheta_n(s)s. \quad (4)$$

— при крутильных колебаниях

$$\Omega_2(s)[1 + h_k \vartheta_k(s)s + J \vartheta_k(s)s^2] = \frac{\Omega_1(s)}{\text{ch} A_k} - M_c(s) \vartheta_n(s)s. \quad (5)$$

Здесь $\vartheta_n(s) = \vartheta_{n0} Z_n(s)$; $\vartheta_{n0} = (E f_2)^{-1}$; $Z_n(s) = A^{-1} \text{th} A$; $A = \theta(s)l$; $\theta(s) = \pm \sqrt{\rho/E}$; m , J — масса и момент инерции; W_{p2} , f_2 — момент сопротивления и площадь

сечения стержня; $\vartheta_k(s) = \vartheta_{k0} Z_k(s)$; $\vartheta_{k0} = (GrW_{p2})^{-1}$; $Z_k(s) = A_k^{-1} \text{th} A_k$; $A_k = \theta_k(s)l$; $\theta_k(s) = \pm \sqrt{\rho/G}$; h — коэффициент потерь на вязкое трение; l — длина стержня.

Из входящего в эти выражения коэффициента

$$Z_n(j\omega) = \frac{\text{th}[\theta(j\omega)l]}{\theta(j\omega)l} = \frac{j \text{tg} \alpha}{j\alpha} = \frac{\text{tg} \alpha}{\alpha}$$

следует, что

$$\text{при } \alpha \rightarrow 0, \quad Z_n \rightarrow 1; \quad \text{при } \pi/2 + k\pi > \alpha > \pi + k\pi, \quad Z_n < 0.$$

Здесь $k = 0, 1, 2, \dots, n$. Следовательно, при $\alpha \leq 1$ можно пренебречь волновыми процессами.

Разлагая алгебраически, например (4), на два уравнения и переходя с помощью обратного преобразования Лапласа к оригиналам, получим уравнения движения

$$v_1(t)/\cos \alpha = v_2(t) + \vartheta_n(\alpha) f_2 \frac{d\sigma}{dt}; \quad \sigma(t) f_2 = F_c(t) + h_n v_2(t) + m \frac{dv_2}{dt}. \quad (6)$$

Система уравнений (6) может содержать разные нелинейности (диаграмма напряжений, нелинейное трение и др.) и решается модернизированным методом Рунге–Кутты [4] с использованием ЭВМ. При этом скорость счета в разы превышает известные методы.

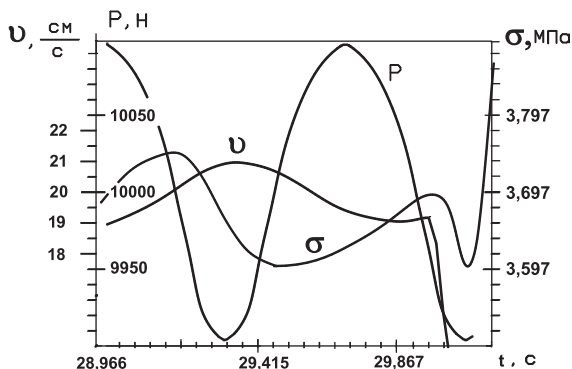


Рис. 2. Потеря устойчивой работы в механическом элементе при продольном перемещении

В процессе численного моделирования выяснилось, что при $Z < 0$ решение становится неустойчивым, причем возможность этого аналитически доказана с использованием 1-го метода Ляпунова. На рис. 2 показан пример процесса потери динамической устойчивости в механическом элементе при продольных колебаниях. Для фермы это означает разрушение одного из стержней.

На основании изложенного подхода в книге [2] приведены области устойчивой и неустойчивой работы разных механических систем.

1. Феодосьев В. И. Сопrotивление материалов. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. — 588 с.
2. Кондратенко Л. А., Миронова Л. И. Моделирование динамических процессов в существенно нелинейных системах. — М.: РУСАЙНС, 2021. — 225 с.
3. Иванов В. А., Чемоданов Б. К., Медведев В. С. Математические основы теории автоматического регулирования. — М.: Высшая школа, 1971. — 797 с.
4. Кондратенко Л. А., Миронова Л. А. Имитационная модель механической системы с существенными нелинейностями «GDPR1_5». Свидетельство о государственной регистрации программы ЭВМ №2018617684 от 28.06.2018.

ИССЛЕДОВАНИЕ КОМПОЗИТОВ БУТАДИЕН-СТИРОЛЬНОГО КАУЧУКА С МИКРОДИСПЕРСНЫМИ НЕОРГАНИЧЕСКИМИ НАПОЛНИТЕЛЯМИ

Ю. В. Корнев, Х. Х. Валиев, А. Н. Власов, Ю. Н. Карнет, Н. А. Семенов

ИПриМ РАН, Москва, Россия

Эластомерные композиты широко используются в автомобильной, аэро-космической и других отраслях промышленности. Известно широкое использование в качестве наполнителей таких эластомеров технического углерода, или коллоидной двуокиси кремния либо полностью замещающей углерод, либо используемой в смеси вместе с ним [1–3]. В настоящее время актуален поиск новых экологичных активных наполнителей для улучшения физико-механических характеристик каучуков, вместо используемых традиционно. В связи с этим большой интерес представляет использование в качестве наполнителя рисовой шелухи (РШ), являющейся отходами рисовой пищевой промышленности [4]. В данной работе проводится анализ морфологии микрочастиц РШ и исследуется влияние такого наполнителя на деформационно-прочностные характеристики каучуковых композитов.

Использовались два сорта РШ. Первый сорт (наполнитель образца композита 1) содержал до 97% аморфной двуокиси кремния SiO_2 с примесью углерода (3–5%). Второй сорт (наполнитель образца композита 2) содержал около 40% SiO_2 и 60% углерода. Исходные образцы РШ предварительно перед введением в матрицу эластомера подвергались ультразвуковой обработке. В качестве матрицы использовался промышленный синтетический бутадиен-стирольный каучук СКС-30 АРК. Основные компоненты композитов: СКС-30 АРК-100 масс. частей, наполнители — 65 масс. частей. Композиты были изготовлены в ИПРИМ РАН в лабораторном резиносмесителе NaakeRheomix 3000 QX с объемом камеры 300 см^3 . Температура при смешении не превышала 150°C . Исследование морфологии поверхности полученных образцов композитов проведено на атомно-силовом микроскопе (АСМ) easyScan (Nanosurf, Швейцария), работавшего в полуконтактном режиме на воздухе при комнатной температуре [5]. Для получения материальных контрастов исследуемых композитов в АСМ использовалась мода фазового контраста.

На рис. 1 показаны АСМ сканы поверхности композита образца 1. Темный фон изображений соответствует матрице эластомера со светлыми частицами наполнителя на этом фоне. На рис. 2 представлены АСМ сканы поверхности композита образца 2. Темный фон изображений на снимке топографии соответствует матрице эластомера со светлыми частицами наполнителя на этом фоне. На снимке фазового контраста наоборот — светлый фон изображений соответствует матрице эластомера с темными частицами наполнителя на этом фоне. Это является следствием различия составов наполнителей образцов 1 и 2. Визуализируется довольно однородное распределение агрегатов наполнителей в матрице каучука для обоих сортов РШ в синтезированных образцах композитов 1 и 2.

Результаты обработки изображений с применением программного пакета SPIP (Image Metrology, Дания) установили размеры наполнителей РШ в микродиапазоне от 0,2 до 10 мкм с усредненным значением порядка 5 мкм.

Исследования упругопрочностных свойств вулканизатов проводились на разрывной машине UTS-10 (UTS, Германия). Эти испытания показали существенное увеличение средних величин модулей упругости, прочности, максимальных относительных удлинений при разрыве, для композитов с наполнителями РШ первого сорта, по сравнению с ненаполненным каучуком (от 1,0 до 2,0 МПа, от 1,5 до 3,7 МПа, от 240 до 370% соответственно). Использование РШ-наполни-

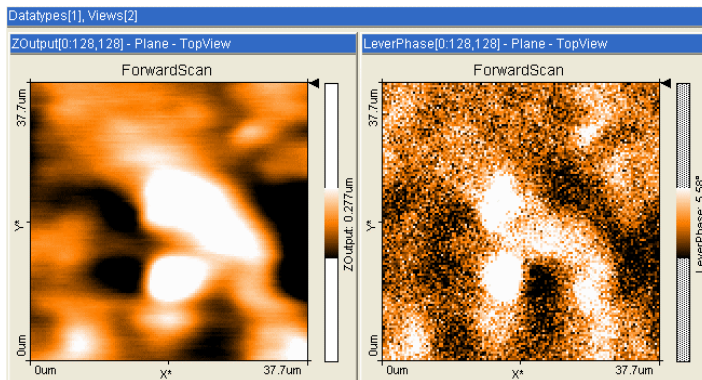


Рис. 1. АСМ-снимки структуры поверхности эластомерного композита (образец 1). Скан $37,7 \times 37,7$ мкм²

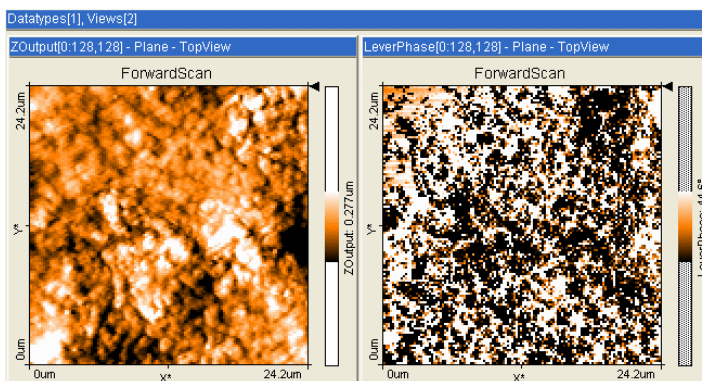


Рис. 2. АСМ-снимки структуры поверхности эластомерного композита (образец 2). Скан $24,2 \times 24,2$ мкм²

телей второго сорта показали аналогичное увеличение физико-механических характеристик композитов по сравнению с ненаполненным каучуком. Одновременно следует отметить увеличение относительного удлинения при разрыве в композите 2 почти в два раза по сравнению с исходным эластомером. Это указывает на важную роль углерода в составе РШ-наполнителя на величину этого эффекта. Полученные результаты свидетельствуют о перспективности использования РШ-наполнителей для усиления деформационно-прочностных характеристик эластомеров. В соответствии с ранее проведенными нами исследованиями [6] можно полагать, что проведение дополнительного наноструктурирования этих наполнителей, в том числе с модификацией их поверхности для создания функциональных групп, эффективно взаимодействующих с макромолекулами каучука, и использование агентов сочетания типа органосиланов, позволит реализовать дальнейшее усиление исследованных композитов. Эти результаты представляют практический интерес для создания новых перспективных эластомерных композитов.

1. Яновский Ю. Г., Образцов И. Ф. Некоторые аспекты компьютерного моделирования структуры и микромеханических свойств перспективных полимерных композиционных материалов // Физическая мезомеханика. — 1998. — Т. 1. — С. 135–142.
2. Яновский Ю. Г. Наномеханика и прочность композиционных материалов. — М: Изд-во ИПРИМ РАН, 2008. — 179 с.

3. Власов А. Н., Волков–Богородский Д. Б., Яновский Ю. Г. Влияние размера включений на механические свойства эластомерных композитов // ДАН. — 2012. — Т. 443, № 4. — С. 435–437.
4. Vilmin F., Bottero I., Travert A., Malicki N., Gaboriaud F., Trivella A., Thibault-Starzyk F. Reactivity of Bis[3-(triethoxysilyl)propyl]Tetrasulfide (TESPT) Silane Coupling Agent over Hydrated Silica: Operando IR Spectroscopy and Chemometrics Study // J. Phys. Chem. C. — 2014. — V. 118(8). — P. 4056–4071.
5. Valiev H. H., Karnet Yu. N., Kochurov N. L., Parshina M. S., Semenov N. A., Yumashev O. B., Yanovsky Yu. G. Atomic force microscopy and physical-mechanical properties of new elastomer composites // Materials Physics and Mechanics. — 2016. — V. 26, No. 1. — P. 45–48.
6. Garishin O., Shadrin V., Kornev Yu. Mechanical studies of rubber micro and nanocomposites promising for the tire industry. Uniaxial and biaxial tests // Materials Physics and Mechanics. — 2019. — V. 42, No. 4. — P. 445–454.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ ПО ПАРАМЕТРУ ПРИ ПРОЕКТИРОВОЧНЫХ РАСЧЕТАХ МЯГКИХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ

Е. А. Коровайцева

НИИМ МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

Задачи статического деформирования мягких оболочек вращения в доступной литературе исследуются преимущественно с позиций проверочного расчета. При этом, как правило, рассматриваются постановки задач для частных случаев геометрии оболочки или свойств материала, что связано с вычислительными трудностями, возникающими при общей постановке задачи.

Однако в расчетной практике могут возникать задачи подбора геометрических размеров оболочки или параметров, характеризующих свойства материала, исходя из определенных требований к создаваемой конструкции. В рамках ответа на данный вопрос в настоящей работе предлагается использование метода дифференцирования по параметру [1] для решения задачи параметрического анализа мягкой оболочки вращения.

Исходная система нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих статическое деформирование мягкой оболочки при больших деформациях, записывается в векторно-матричной форме. В отличие от общепринятого способа назначения параметра продолжения решения задачи, основанного на необходимости обеспечения однозначности продолжения, в качестве параметра дифференцирования выбирается некоторый параметр исходных данных задачи. Тогда исходная нелинейная краевая задача сводится к совокупности взаимосвязанных квазилинейной краевой задачи в скоростях по выбранному параметру и нелинейной начальной задачи Коши. Решение полученных задач проводится при некотором условии, характеризующем величину нагрузки, компоненты напряженно-деформированного состояния оболочки или взаимосвязь указанных величин, в требуемом диапазоне значений параметра дифференцирования. При численной реализации описанного алгоритма на каждом шаге по параметру осуществляется контроль однозначности продолжения решения.

В качестве примера рассматривается задача исследования влияния величины радиуса заделанной по торцам цилиндрической оболочки из неогукковского материала на максимальные значения компонент ее напряженно-деформированного

состояния и характер их распределения по меридиану оболочки. Пусть для недеформированной оболочки отношение радиуса к толщине $R_{c,0}/h_0 = 20$, отношение радиуса к длине $R_{c,0}/L_0 = 1/10$. Зависимость напряжений σ_i от деформаций e_i для неогукковского материала имеет вид [2]

$$\sigma_1 = 2C\lambda_1^2 \left(1 - \frac{1}{\lambda_1^4 \cdot \lambda_2^2} \right); \quad \lambda_1 = 1 + e_1, \quad 1 \rightleftharpoons 2,$$

где индексами 1 и 2 обозначены соответственно меридиональные и окружные напряжения и деформации, C — некоторый характерный параметр материала оболочки.

Параметрический анализ выполняется для величины раздувающего оболочку давления $p = 0,021C$. При этом на первом этапе реализации вышеописанного алгоритма параметрического исследования проводится решение задачи статического раздувания оболочки методом дифференцирования по параметру, назначаемому на основании подхода В. И. Шалашилина [1]. Далее полученное решение задачи статики при вышеуказанной величине давления используется как начальное для выполнения параметрического анализа. Диапазон изменения радиуса недеформированной оболочки принят $R_{c,0} \in [1/10; 1]L_0$.

Расчеты показали наличие экстремальных значений максимальных величин окружных деформаций, напряжений и усилий в рассмотренном диапазоне значений радиуса цилиндра. При этом для малых значений радиуса соотношение максимальных окружных усилий к меридиональным соответствует характерному для теории безмоментных оболочек при малых деформациях.

Также было установлено, что величина поперечных деформаций при любом значении радиуса цилиндра остается сопоставимой с величинами окружных или меридиональных деформаций по всей длине меридиана оболочки. Таким образом, в задачах расчета мягких оболочек пренебрегать поперечными деформациями нельзя.

1. Григолюк Э. И., Шалашилин В. И. Проблемы нелинейного деформирования: Метод продолжения решения по параметру в нелинейных задачах механики деформируемого твердого тела. — М.: Наука, 1988. — 232 с.

2. Treloar L. R. G. The physics of rubber elasticity. — Oxford: Clarendon Press, 1975. — 310 p.

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СЕТЧАТОЙ НАНОПАНЕЛИ В ТЕМПЕРАТУРНОМ ПОЛЕ*

Е. Ю. Крылова

СГУ, Саратов, Россия

В работе построена математическая модель нелинейных колебаний сетчатой цилиндрической панели в стационарном температурном поле. Отличные от нуля компоненты симметричного тензора деформаций с учетом гипотез Кирхгофа–Лява и геометрической нелинейности Т. фон Кармана брались в виде:

$$e_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad e_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 - k_y w - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2},$$

$$e_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y},$$

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 22-21-00331).

u, v — осевые смещения срединной поверхности панели в направлениях x, y , соответственно, w — прогиб, k_y — геометрический параметр кривизны панели. Для учета масштабных эффектов на ряду с силовыми напряжениями рассматривались моментные, при этом полагалось, что компоненты вектора микроповоротов (θ_i) зависят от компонент вектора перемещений: $\theta_i = (1/2)(\text{rot } \mathbf{u})_i, i = x, y, z$. Определяющие соотношения для материала панели записаны с учетом гипотезы Дюгамеля–Неймана. Зависимость компонент тензора моментов высших порядков от компонент тензора изгиба кручения бралась в форме предложенной в работе [1]:

$$\sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2} [e_{xx} + \nu e_{yy}] - \frac{E}{1-\nu^2} \alpha_t \Theta, \quad x \leftrightarrow y, \quad \sigma_{xy} = \frac{E}{1+\nu} e_{xy}, \quad m_{ij} = \frac{El^2}{1+\nu} \chi_{ij}, \quad i, j = x, y, z,$$

σ_{ij} — компоненты тензора напряжений, m_{ij} — компоненты симметричного тензора моментов высших порядков, E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона для однородного материала, l — дополнительный независимый материальный параметр длины, связанный с тензором изгиба-кручения χ , α_t — коэффициент теплового расширения материала, $\Theta(x, y, z)$ — известная функция абсолютной температуры панели. Отличные от нуля компоненты симметричного тензора изгиба кручения с учетом сделанных предположений будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \chi_{xx} &= \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, & \chi_{yy} &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, & \chi_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right), \\ \chi_{yz} &= \frac{1}{4} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right), & \chi_{xz} &= \frac{1}{4} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right). \end{aligned}$$

Уравнения движения, граничные и начальные условия гладкой панели получены из вариационного принципа Остроградского–Гамильтона. При этом

$$\begin{aligned} \{N_{xx}, M_{xx}\} &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xx} z^{\{0,1\}} dz, & Y_{xx} &= \int_{-h/2}^{h/2} m_{xx} dz, & Y_{xz} &= \int_{-h/2}^{h/2} m_{xz} dz, & x \leftrightarrow y, \\ \{T, H\} &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xy} z^{\{0,1\}} dz, & Y_{xy} &= \int_{-h/2}^{h/2} m_{xy} dz, & \{N^\Theta, M^\Theta\} &= \int_{-h/2}^{h/2} -\alpha_t \Theta z^{\{0,1\}} dz, \end{aligned}$$

$q = q_0 \text{Sin}(\omega_p t)$ — внешняя распределенная нормальная вибрационная нагрузка, q_0 — ее амплитуда, ω_p — частота, ϵ — коэффициент диссипации среды, ρ — плотность материала

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N^\Theta}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 Y_{yz}}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 Y_{xz}}{\partial x \partial y} &= \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial N^\Theta}{\partial y} + \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 Y_{xz}}{\partial x^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 Y_{yz}}{\partial x \partial y} &= \rho h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_{yy}}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial y} - k_y N_{yy} - \frac{\partial^2 Y_{xx}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 Y_{xx}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 Y_{xy}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 Y_{xy}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 M^\Theta}{\partial x^2} + \\ + \frac{\partial^2 M^\Theta}{\partial y^2} - k_y N^\Theta + \frac{\partial}{\partial x} \left(N_{xx} \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(N_{yy} \frac{\partial w}{\partial y} \right) + 2 \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} + 2 \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial x} + 4T \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \\ + \frac{\partial}{\partial x} \left(N^\Theta \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(N^\Theta \frac{\partial w}{\partial y} \right) + 2q &= \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \epsilon \rho h \frac{\partial w}{\partial t}. \end{aligned}$$

К уравнениям присоединим стационарное трехмерное уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} = 0$$

с граничными условиями первого рода. Граничные условия жесткой заделки

$$u = v = w = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad \text{при} \quad x = 0, \quad x = c,$$

$$u = v = w = \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \quad \text{при} \quad y = 0, \quad y = b$$

и нулевые начальные условия.

Предположим, что панель состоит из n семейств густо расположенных ребер δ_j, a_j, φ_j — расстояния между ребрами, ширина ребер, угол между осью абсцисс и осью ребер j -го семейства, соответственно (рис. 1). Опираясь на континуальную модель Г. И. Пшеничного [2] заменим регулярную систему ребер сплошным слоем. Напряжения, возникающие в эквивалентной гладкой панели, связанные с напряжениями в ребрах, составляющих углы φ_j с осью абсцисс, будут иметь вид:

$$\sigma_{xx} = \sum_{j=1}^n \frac{\sigma_x^j \delta_j \cos^2 \varphi_j}{a_j}, \quad \sigma_{yy} = \sum_{j=1}^n \frac{\sigma_x^j \delta_j \sin^2 \varphi_j}{a_j}, \quad \sigma_{xy} = \sum_{j=1}^n \frac{\sigma_x^j \delta_j \cos \varphi_j \sin \varphi_j}{a_j},$$

$$m_{xx} = \sum_{j=1}^n \frac{m_x^j \delta_j \cos^2 \varphi_j}{a_j}, \quad m_{yy} = \sum_{j=1}^n \frac{m_x^j \delta_j \sin^2 \varphi_j}{a_j}, \quad m_{xy} = \sum_{j=1}^n \frac{m_x^j \delta_j \cos \varphi_j \sin \varphi_j}{a_j},$$

$$m_{xz} = \sum_{j=1}^n \frac{m_x^j \delta_j \cos \varphi_j}{a_j}, \quad m_{yz} = \sum_{j=1}^n \frac{m_x^j \delta_j \sin^2 \varphi_j}{a_j}.$$

Дополнительные условия статической эквивалентности исходной сетчатой панели и эквивалентной ей сплошной получим с помощью метода множителей Лагранжа из условия достижения функционалом стационарных значений:

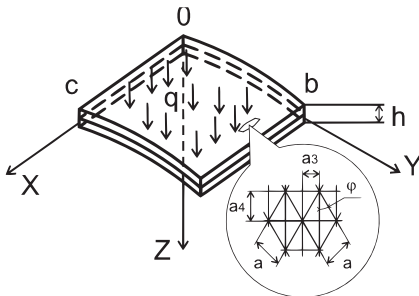


Рис. 1. Структура сетки панели

$$\{\sigma^j, m^j\} = \{\sigma_{xx}, m_{xx}\} \cos^2 \varphi_j +$$

$$+ \{\sigma_{yy}, m_{yy}\} \sin^2 \varphi_j + \{\sigma_{xy}, m_{xy}\} \cos \varphi_j \sin \varphi_j,$$

$$\{\sigma_z^j, m_z^j\} = \{\sigma_{zx}, m_{zx}\} \cos \varphi_j + \{\sigma_{zy}, m_{zy}\} \sin \varphi_j.$$

Записав выражения для классических усилий и моментов, а так же усилий, вызванных моментными напряжениями, цилиндрической гладкой панели эквивалентной исходной сетчатой, подставим их в уравнения движения гладкой панели, полученные из вариационного принципа. Тем самым будем иметь уравнения движения цилиндрической нанопанели с учетом ее сетчатой структуры. При этом температурные составляющие через процедуру метода Пшеничного не проходят.

Система нелинейных дифференциальных уравнений (СНДУ) в частных производных сводится к системе ОДУ методом конечных разностей второго порядка

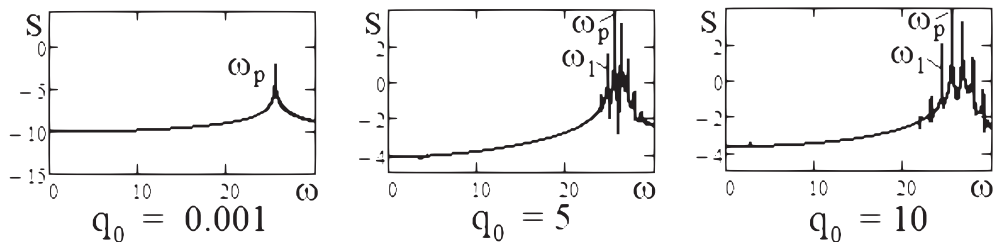


Рис. 2. Модифицированный сценарий Рюэля–Такенса–Ньюхауза $\varphi_1 = 135^\circ$, $\varphi_2 = 45^\circ$

точности. Задача Коши решается методом Рунге–Кутты четвертого порядка точности. СНДУ приводилась к безразмерному виду [3].

Исследовалась нелинейная динамика графеновой жестко заземленной пластины с отношением меньшего линейного размера к толщине $b/h = 0,1$, $\Theta = 400$ К, $l = 0,01$. Пластина состоит из двух семейств взаимно перпендикулярных ребер: $\delta_1 = \delta_2 = \delta = a_1 = a_2 = a = 0,02$. Рассматривались два случая геометрии сетки: $\varphi_1 = 135^\circ$, $\varphi_2 = 45^\circ$, $\omega_0 = 29,787$ — частота собственных колебаний; $\varphi_1 = 90^\circ$, $\varphi_2 = 0^\circ$, $\omega_0 = 25,561$. В случае если частота возбуждения совпадает с частотой собственных колебаний в обоих случаях был получен модифицированный сценарий Рюэля–Такенса–Ньюхауза — переход через две несоизмеримые частоты и их линейные комбинации (рис. 2). Модификация состоит в том, что несоизмеримая частота с увеличением амплитуды нагрузки меняет свое значение. Когда частота возбуждения не совпадает с частотой собственных колебаний в сигнале присутствуют гармоники на обеих частотах и их линейных комбинациях.

1. Yang F., Chong A. C. M., Lam D. C. C., Tong P. Couple stress based strain gradient theory for elasticity // Int. J. Solids Struct. — 2002. — V. 39. — P. 2731–2743.
2. Пшеничников Г. И. Теория тонких упругих сетчатых оболочек и пластинок. — М.: Наука, 1982. — 352 с.
3. Крылова Е. Ю., Папкова И. В., Салтыкова О. А., Крысько В. А. Кинематические гипотезы различных приближений в связанных задачах термодинамики с учетом контактного взаимодействия // Динамика сложных систем — XXI век. — 2018. — Т. 12, №1. — С. 28–37.

АЛГОРИТМИЗАЦИЯ МЕТОДА СИЛ ДЛЯ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ — МЕТОД КОНТУРНЫХ УСИЛИЙ

В. В. Лалин, И. И. Лалина, Х. Х. Нго

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

В настоящее время промышленные программные комплексы по расчету конструкций основаны на методе конечных элементов в форме метода перемещений. Метод сил не реализован в программных комплексах даже для простейших конструкций — стержневых систем. Это связано с проблемой алгоритмизации метода сил, т. е. разработкой такого его варианта, который обладал аналогичными по сравнению с методом перемещений положительными свойствами, делающими алгоритмизацию метода сил сравнимой по сложности с алгоритмизацией метода перемещений.

Основными положительными свойствами метода перемещений, обеспечившими его широкое распространение, являются следующие:

а) структура матрицы разрешающей системы уравнений — матрицы жесткости конструкции — полностью определена после нумерации узлов системы, т. е. после нумерации узлов можно сразу указать расположение нулевых и ненулевых блоков в матрице системы;

б) матрица системы получается слабо заполненной и, как правило, хорошо обусловленной;

в) информацией, необходимой для алгоритмизации метода перемещений, является информация о принадлежности узлов элементам.

В настоящем докладе излагается вариант метода сил для статически неопределимых стержневых систем, обладающий свойствами, аналогичными свойствам метода перемещений.

Известно, что проблема алгоритмизации метода сил связана с проблемой построения общего решения однородных уравнений равновесия [1, 2]. Предлагались различные варианты такого построения [1, 2], основанные на способах выбора линейно независимых столбцов матрицы уравнений равновесия. Однако, сама необходимость хранения в памяти этой матрицы и выполнения с ней каких-то операций делают все такие варианты метода сил значительно более сложными и не экономичными по сравнению с методом перемещений.

В настоящей работе предлагается полностью отказаться от хранения и анализа матрицы уравнений равновесия стержневой системы. Вместо этого предлагается строить матрицу уравнений совместности деформаций. Показано, что матрица общего решения однородных уравнений равновесия получается простым транспонированием матрицы совместности деформаций.

Предварительно необходимо разбить стержневую систему на отдельные статически неопределимые контуры, таким образом, чтобы сумма степеней статической неопределимости контуров была равна степени статической неопределимости всей системы. Уравнения совместности деформаций контура имеют простой вид — они состоят из нулей и единиц. В результате удается построить простой алгоритм формирования матрицы разрешающей системы уравнений метода сил — матрицы податливости системы.

В итоге сформулирован алгоритм метода сил для статически неопределимых стержневых систем, обладающий положительными свойствами, аналогичными свойствам метода перемещений [3]:

а) структура матрицы податливости конструкции полностью определена после нумерации контуров, т. е. после нумерации контуров можно указать расположение нулевых и ненулевых блоков в матрице системы;

б) матрица системы получается слабо заполненной и, как правило, хорошо обусловленной;

в) информацией, необходимой для алгоритмизации метода сил, является информация о принадлежности элементов контурам.

1. *Patnaik N.* An integrated force method for discrete analysis // International Journal for Numerical Methods in Engineering. — 1973. — V. 6. — P. 237–251.
2. *Розин Л. А.* Стержневые системы как системы конечных элементов. — Л.: ЛГУ, 1975. — 237 с.
3. *Lalin Vladimir V., Ngo Huu H.* The Loop Resultant Method for Static Structural Analysis // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, — 2022. — V. 18, No. 2. — P. 72–81.

СИНГУЛЯРНЫЕ РЕШЕНИЯ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ: ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ПРИКЛАДНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ*

В. П. Матвеевко, А. Ю. Фёдоров

ИМСС УрО РАН, Пермь, Россия

Одним из важных результатов классической теории упругости является возможность существования сингулярных решений, связанных с появлением бесконечных значений напряжений в точках поверхности, где имеет место нарушение ее гладкости, происходит смена типа краевых условий, контактируют различные материалы, а также внутри тела, например, в точках нарушения условия гладкости поверхности контакта различных материалов. Примером теоретических обоснований появления сингулярных решений является работа [1], где было показано, что для уравнений линейной теории упругости в окрестности угловых точек имеет место решение вида

$$\sigma \sim \sum_{n=1} f_n r^{\lambda_n - 1} \quad \text{при } r \rightarrow 0, \quad c < \operatorname{Re} \lambda_1 < \operatorname{Re} \lambda_2 < \dots < \operatorname{Re} \lambda_n < \dots \quad (1)$$

или более сложное, с логарифмическими составляющими в случае кратных точек спектра λ_n . Здесь r — расстояние до угловой точки, f_n — функции углового распределения поля напряжения σ в окрестности угловой точки, в плоском случае зависящие от одной полярной угловой переменной φ при этом $c = 0$, в пространственном — от двух сферических координат φ, θ при $c = -0,5$. Из данного представления решения следует, что если имеются λ_n , удовлетворяющие условию $\operatorname{Re} \lambda_n < 1$, то напряжения стремятся к бесконечности при r , стремящимся к нулю.

Одно из направлений построения решений вида (1) связано с рассмотрением специальных областей. В двумерных задачах объектом исследования выступают окрестности вершин клиновидных областей: однородных или составных плоских клиньев, на гранях которых заданы граничные условия (в напряжениях или перемещениях). За более чем полувековую историю решения этих задач рассмотрены почти все возможные варианты клиновидных тел: однородные и составные, изотропные и анизотропные, функционально-градиентные и т. д. В работе [2] дан достаточно полный обзор работ, связанных с построением и анализом сингулярных решений в двумерных задачах теории упругости.

В настоящей работе наряду с известными результатами для двумерных задач теории упругости рассматриваются различные варианты анализа сингулярности напряжений в трехмерных задачах теории упругости. Приводятся построения полной системы собственных решений для различных вариантов круговых конических тел: однородный конус с одной боковой поверхностью (сплошной конус), однородный конус с двумя боковыми поверхностями (полый конус), составной конус при различных вариантах граничных условий на боковых поверхностях. В качестве приложения построенных собственных решений рассматривается их использование для оценки характера сингулярности напряжений в вершине конических тел.

*Отдельные фрагменты работы выполнены в рамках госзадания ИМСС УрО РАН (номер темы АААА-А19-19012290100-8) и при поддержке РФФИ и Пермского края (проект №20-41-596007).

Приводятся численные результаты о характере сингулярности напряжений в вершине сплошного и полого конусов при различных вариантах граничных условий на боковых поверхностях [3].

Рассмотрен метод построения сингулярных решений для конических тел, рассматриваются варианты его численной реализации на основе метода конечных элементов. Приводятся результаты численных экспериментов, иллюстрирующие эффективность и достоверность предлагаемого метода, результаты расчета собственных значений, определяющих характер сингулярности напряжений, для однородных и составных, круговых и некруговых конусов при разных граничных условиях [4, 5].

Приводится алгоритм конечно-элементного анализа сингулярных решений трехмерных задач теории упругости для упругих тел из изотропных, анизотропных и функционально-градиентных материалов. Алгоритм основан на выделении степенной зависимости напряжений вблизи особых точек. Алгоритм апробирован на двумерных и трехмерных задачах путем сравнения с известными результатами [6, 7]. В качестве одного из примеров приводятся результаты исследования напряженно-деформированного состояния в окрестности вершины нескольких радиальных пространственных трещин [8].

В качестве приложений сингулярных решений рассмотрены задачи поиска оптимальных геометрий в окрестности особых точек, обеспечивающих минимальный уровень концентрации напряжений [9], и задачи поиска механических характеристик материалов, наилучшим образом снижающих концентрацию напряжений при заполнении этим материалов угловых трещин.

1. *Кондратьев В. А.* Краевые задачи для эллиптических уравнений в областях с коническими или угловыми точками // Тр. Моск. матем. об-ва. — 1967. — Т. 16. — С. 209–292.
2. *Sinclair G. B.* Stress singularities in classical elasticity — II: Asymptotic identification // *Appl. Mech. Rev.* — 2004. — V. 57, No. 5. — P. 385–439. — DOI: 10.1115/1.1767846.
3. *Корепанова Т. О., Матвеев В. П., Шардаков И. Н.* Аналитические построения собственных решений для изотропных конических тел и их приложения для оценки сингулярности напряжений // *ДАН.* — 2014. — Т. 457, №3. — С. 286–291. — DOI: 10.7868/S0869565214210105.
4. *Матвеев В. П., Накарякова Т. О., Севодина Н. В., Шардаков И. Н.* Сингулярность напряжений в вершине однородных и составных конусов при разных граничных условиях // *ПММ.* — 2008. — Т. 72, №3. — С. 477–484.
5. *Korepanova T. O., Matveenko V. P., Sevodina N. V.* Numerical analysis of stress singularity at singular points of three-dimensional elastic bodies // *Acta Mech.* — 2013. — V. 224. — P. 2045–2063. — DOI: 10.1007/s00707-013-0845-y.
6. *Корепанов В. В., Матвеев В. П., Федоров А. Ю., Шардаков И. Н.* Численный анализ сингулярных решений двумерных задач несимметричной теории упругости // *Изв. РАН, МТТ.* — 2013. — №4. — С. 50–58.
7. *Fedorov A. Yu., Matveenko V. P.* Investigation of stress behavior in the vicinity of singular points of elastic bodies made of functionally graded materials // *ASME J. Appl. Mech.* — 2018. — V. 85, No. 6. — P. 061008. — DOI: 10.1115/1.4039619.
8. *Fedorov A. Yu.* Numerical analysis of stresses near the vertices of a single and several radial spatial cracks // *Procedia Structural Integrity.* — 2020. — V. 28. — P. 2245–2252. — DOI: 10.1016/j.prostr.2020.11.054.
9. *Fedorov A. Yu., Matveenko V. P.* Optimization of geometry and mechanical characteristics of elastic bodies in the vicinity of singular points // *Acta Mech.* — 2018. — V. 229, No. 2. — P. 645–658. — DOI: 10.1007/s00707-017-1990-5.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ТРЕХСЛОЙНЫХ ПАНЕЛЕЙ С ДЕФЕКТАМИ ПОД ДИНАМИЧЕСКИМИ ВОЗДЕЙСТВИЯМИ

А. Л. Медведский^{1,2}, М. И. Мартиросов^{2,3}, Д. В. Дедова³, А. В. Хомченко^{2,3}

¹ЦАГИ, Жуковский, Московская обл., Россия; ²МАИ, Москва, Россия;

³Корпорация «Иркут», Москва, Россия

Трехслойные панели с сотовыми наполнителями нашли широкое применение в различных отраслях современной промышленности, в том числе и в авиации. Они обладают малым весом, высокой удельной прочностью и жесткостью, устойчивостью при сжатии, хорошими тепло- и звукопоглощающими свойствами, высокой технологичностью.

Для конструкций с наполнителем при действии внешних нагрузок характерна совместная работа всех составных элементов слоистого пакета. Наполнитель воспринимает поперечное сжатие и поперечный сдвиг и предохраняет тонкие несущие слои от местной и общей потери устойчивости, обеспечивая в то же время их совместную работу и достаточно высокую жесткость. Несущие слои воспринимают продольное растяжение, сжатие, изгиб и поперечные сдвиг в своей плоскости и предохраняют от внешних воздействий наполнитель, который весьма чувствителен, в частности, к сосредоточенным нагрузкам.

Такое сочетание и взаимодействие отдельных элементов слоистого пакета с наполнителем обеспечивают значительную жесткость и высокую несущую способность при сравнительно малой массе всей конструкции.

В работе рассматривается плоская трехслойная панель с сотовым наполнителем. Форма панели — прямоугольная, геометрия задана. В центре панели между верхней обшивкой и наполнителем присутствуют дефекты эллиптической формы (один под другим между монослоями, а также между монослоем и наполнителем) с заданными осями. Эти дефекты (повреждения) могут быть, например, получены при эксплуатации готовых изделий (агрегатов) от действия динамических нагрузок, в частности, ударного характера, что оказывает значительное влияние на прочность и несущую способность конструкции в целом.

Для изготовления несущих слоев (обшивок) используется клеевой препрег КМКС-2м.120.Т10 (стеклоткань Т-10-80 и клеевая композиция) с толщиной монослоя ~ 0,28 мм. Используемые клеевые препреги имеют повышенную трещиностойкость, прочность при межслоевом сдвиге, усталостную и длительную прочность.

В работе рассматриваются следующие смешанные схемы укладки монослоев, из которых и формируется обшивка трехслойных пакетов:

- 1) $0^\circ/+45^\circ/-45^\circ/90^\circ/\text{Заполнитель}/90^\circ/-45^\circ/+45^\circ/0^\circ$;
- 2) $+45^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ/-45^\circ/\text{Заполнитель}/-45^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ/+45^\circ$;
- 3) $+45^\circ/-45^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ/+45^\circ/-45^\circ/\text{Заполнитель}/-45^\circ/+45^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ/-45^\circ/+45^\circ$.

Сотовый наполнитель выполнен из полимеросотопластов различных марок на основе арамидноволокнистой синтетической каландрированной бумаги (типа «Номекс» по зарубежной терминологии) и фенольного связующего. Рассматривались следующие марки полимеросотопластов: ПСП-1-2,5-48, ПСП-1-2,5-64, ПСП-1-2,5-96, ПСП-1-2,5-144 (с размером грани шестигранной ячейки 2,5 мм и плотностью 48, 64, 96 и 144 кг/м³ соответственно). Соты такой формы обеспечивают высокие характеристики прочности и устойчивости конструкции в целом и сравнительно просты в изготовлении. Стенки сот расположены перпендикулярно несущим слоям,

поэтому наполнитель не воспринимает нагрузку от обшивки и вследствие этого не выпучивается при возрастании нагрузки. Высота наполнителя задана.

Все необходимые для расчетов физико-механические характеристики клевого препрега и полимеросотопластов рассматриваемых марок — паспортные от производителей этих материалов (получены экспериментально по российским и зарубежным стандартам).

Численно исследуется деформирование и разрушение излучаемых панелей под действием ударной нагрузки при наличии и отсутствии дефектов. Использовался метод конечных элементов (МКЭ). Создание конечно-элементной сетки осуществлялось в программном комплексе Siemcenter Femap. Каждый монослой моделировался отдельным набором объемных конечных элементов. Затем модель импортировалась в программный комплекс LS-DYNA, где задавались нагрузка и граничные условия. Зона повреждения моделировалась при помощи контакта «AUTOMATIC_NODES_TO_SURFACE» и «AUTOMATIC_SURFACE_TO_SURFACE». Несущие слои связаны между собой контактом «AUTOMATIC_SURFACE_TO_SURFACE_TIEBREAK». Соединение сотового наполнителя со слоями обшивки осуществлялось при помощи клевого контакта «TIED_SHELL_EDGE_TO_SOLID_OFFSET».

В качестве нагрузки рассматривается ударное воздействие на панель с высокой скоростью фрагмента шины из армированной резины (разрыв покрышки колеса шасси самолета при движении по взлетно-посадочной полосе аэродрома). Фрагмент шины моделируется прямоугольным параллелепипедом. Вектор скорости этого фрагмента перпендикулярен поверхности панели. Масса фрагмента и его скорость заданы. Граничные условия — жесткое защемление коротких торцов панели.

В результате проведенного численного моделирования определяется распределение полей напряжений и деформаций в монослоях панели в различные моменты времени. Вычисляется распределение индекса разрушения по различным критериям: Hoffman, DeAlia и Pappo–Evensen. Считается, что разрушение наступает при индексе разрушения равном единице. Анализируется график изменения полной контактной силы, действующей на панель. Проводится сравнение динамических характеристик панели с дефектами и без них.

Ниже приводится список литературных источников, который использовался авторами при подготовке данной работы.

1. *Medvedskiy A. L., Martirosov M. I., Khomchenko A. V., Dedova D. V.* Assessment of the strength of a composite package with internal defects according to various failures criteria under the influence of unsteady load // *Periodico Tche Quimica*. — Brasil, 2020. — V. 17, No. 35. — P. 1218–1230.
2. *Медведский А. Л., Мартиросов М. И., Хомченко А. В., Дедова Д. В.* лияние межслоевых дефектов эллиптической формы на поведение прямоугольной пластины из углепластика при действии статической и динамической нагрузок // *Вестник Брянского государственного технического университета*. — 2020. — №12(97). — С. 19–30.
3. *Медведский А. Л., Мартиросов М. И., Хомченко А. В., Дедова Д. В.* Численный анализ поведения трехслойной панели с сотовым наполнителем при наличии дефектов под действием динамической нагрузки // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. — 2021. — Т. 17. №4. — С. 357–365.
4. *Medvedskiy A. L., Martirosov M. I., Khomchenko A. V., Dedova D. V.* Behaviour of a cylindrical reinforced carbon fibre shell under impact load // *TEM J*. — 2021. — V. 10, No. 4. — P. 1597–1604.
5. *Медведский А. Л., Мартиросов М. И., Хомченко А. В., Дедова Д. В.* Исследование напряженно-деформированного состояния трехслойной панели с сотовым наполнителем при наличии внутренних дефектов // *Известия Тульского государственного университета. Технические науки*. — 2022. — Вып. 2. — С. 675–684.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВНУТРЕННИХ ДЕФЕКТОВ ТИПА РАССЛОЕНИЙ НА ПРОЧНОСТЬ ГЛАДКИХ И ПОДКРЕПЛЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОМПОЗИТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ РАЗЛИЧНОГО ТИПА

А. Л. Медведский¹, М. И. Мартиросов², А. В. Хомченко²

¹ЦАГИ, Жуковский, Московская обл., Россия; ²МАИ, Москва, Россия

Введение. В настоящее время все большее значение приобретают элементы конструкций из полимерных композиционных материалов (ПКМ), которые обладают рядом преимуществ: высокой удельной жесткостью и прочностью, низкой удельной массой, высокой износостойкостью и сопротивлением усталости, а также возможностью создания уникальных механических свойств в зависимости от требований, предъявляемых к готовому изделию и т. д. При вышеперечисленных достоинствах, изделия из ПКМ имеют также и недостатки, к которым относится их чувствительность к повреждениям (дефектам).

1. Постановка задачи. В работе рассматривается поведение следующих тонкостенных элементов конструкций, изготовленных из многослойных ПКМ, имеющих межслоевые дефекты:

- а) цилиндрическая оболочка, имеющая продольный и поперечный подкрепляющий набор. Подкрепленная оболочка характеризуется радиусом R , длиной L , толщиной обшивки t , шагом поперечного набора H_1 , шагом продольного набора H_2 (рис. 1);
- б) цилиндрическая панель, подкрепленная продольным набором;
- в) подкрепленная прямоугольная пластина.

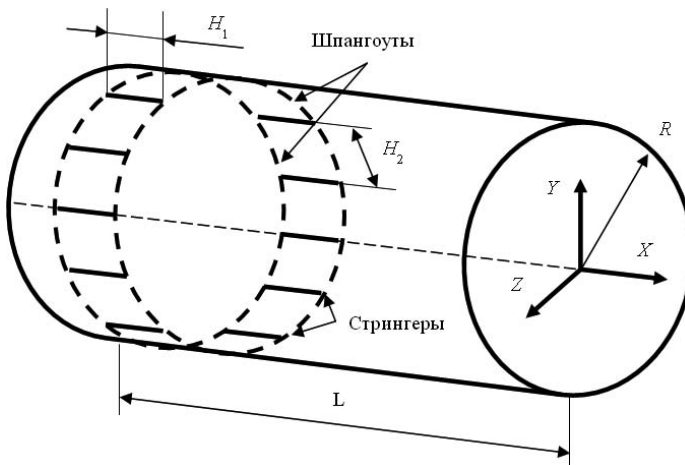


Рис. 1. Подкрепленная цилиндрическая оболочка

Предполагается, что подкрепляющие элемента (стрингеры, шпангоуты) также могут быть изготовлены из ПКМ. Свойства материала монослоев обшивки и подкрепляющих элементов соответствуют ортотропному материалу. В частных случаях вышеуказанные объекты рассмотрены без подкреплений.

Разработана программа (макрос) для комплекса Simcenter Femap. Программа предполагает создание послойной конечно-элементной модели (КЭМ) с возмож-

ностью выбора типа элемента конструкции (пластина, панель, оболочка), задания ее геометрических параметров (габаритные размеры, шаг и форма поперечного сечения подкрепляющих элементов), выбор формы, размеров и расположения дефектов, задание свойств клеевого контакта между слоями, а также задание свойств монослоя и формата укладки композитного пакета. В качестве метода решения задач динамики конструкции используется метод конечных элементов (МКЭ) с использованием программного комплекса LS-DYNA. В работе рассмотрены дефекты, которые имеют следующую форму: круговая, эллиптическая, прямоугольная и произвольная (полигональная). Также рассмотрены случаи отслоения подкрепляющих элементов (стрингеров).

2. Нагрузки. В качестве внешних нагрузок рассматривается действие взрывной волны сферической формы и ударное воздействие (с использованием различных видов ударников).

В качестве ударников в работе рассматриваются:

- а) абсолютно жесткий полусферический ударник (импактор);
- б) резиноподобные множественные параллелепипеды (соударение конструкции с фрагментами разорвавшейся шины колеса шасси самолета при движении);
- в) град шарообразной формы.

3. Результаты. В табл. 1 представлены сводные данные по уменьшению коэффициентов запасов прочности и увеличению площади расслоений для рассматриваемых элементов конструкции в случае наличия дефектов. В качестве критериев разрушения для ПКМ использовались Hashin [1], Chang-Chang [2], Puck [3], LaRC03 [4].

Таблица 1

Сводная таблица результатов (η , f , S — соотношение коэффициента запаса прочности, индекса разрушения и площади расслоения при наличии и при отсутствии дефектов соответственно)

Элемент конструкции	Вид нагрузки	—
Подкрепленная панель	Взрывная нагрузка	$\eta = 1,86$
	Удар жестким импактором	$S = 1,27$
Гладкая цилиндрическая оболочка	Взрывная нагрузка	$\eta = 1,33$
	Удар жестким импактором	$S = 3,76$
Подкрепленная цилиндрическая оболочка	Взрывная нагрузка	$f = 3,7$
	Удар фрагментами пневматика	$f = 1,79$

Заключение. Для рассматриваемых элементов конструкций при наличии в них дефектов, минимальный коэффициент запаса прочности снижается в 3,7 раза; площадь расслоения увеличивается 3,76 [5–8].

Предложенная методика, основанная на МКЭ, позволяет учитывать дефекты типа расслоений произвольной формы в элементах конструкций из ПКМ и проводить оценку их влияния при действии динамических воздействий различного характера.

В рамках работы разработана программа (макрос) для автоматизированного создания КЭМ оболочек, панелей, пластин с подкреплениями и без них при наличии множественных дефектов различной формы, размера и расположения.

2. *Chang F. K., Chang K. Y.* A Progressive Damage Model for Laminated Composites Containing Stress Concentration // *Journal of Composite Materials*. — 1987. — V. 21. — P. 834–855.
3. *Puck A., Schürmann H.* Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models // *Composites Science and Technology*. — 1998. — V. 58. — P. 1045–1067.
4. *Sebaey T. A., Blanco N., Lopes C. S., Costa J.* Numerical investigation to prevent crack jumping in Double Cantilever Beam test of multidirectional composite laminates // *Composites Science and Technology*. — 2011. — V. 71. — P. 1587–1592.
5. *Medvedskiy A. L., Martirosov M. I., Khomchenko A. V., Dedova D. V.* Assessment of the strength of a composite package with internal defects according to various failures criteria under the influence of unsteady load // *Periodico Tchê Quimica*. — 2020. — V. 17, No. 35. — P. 1218–1230.
6. *Medvedskiy A. L., Martirosov M. I., Khomchenko A. V., Dedova D. V.* Behavior of a cylindrical reinforced carbon fiber shell under impact load // *TEM J.* — 2021. — V. 10, No. 4. — P. 1597–1604.
7. *Медведский А. Л., Мартirosов М. И., Хомченко А. В.* Поведение пологой композитной четырехстрингерной панели с внутренними повреждениями при нестационарном воздействии // *Ученые записки ЦАГИ*. — 2020. — Т. LI, №2. — С. 47–56.
8. *Мартirosов М. И., Медведский А. Л., Хомченко А. В.* Поведение слоистых элементов конструкций из полимерного композита с внутренними дефектами при нестационарных воздействиях // *Всероссийский научный журнал «Механика композиционных материалов и конструкций»*. — 2020. — Т. 26, №2. — С. 259–268.

ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ ДВИЖЕНИЯ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО КОЛЕСА

Г. А. Неклюдова, Е. С. Евтух

БГТУ, Брянск, Россия

Климатические условия в различных регионах России связаны с большими перепадами эксплуатационных температур в летний и зимний периоды (порядка 80–100 °С). Это обуславливает необходимость наличия стыков в рельсовом пути. При прохождении колеса через рельсовый стык колесо испытывает значительные динамические нагрузки, наблюдается удар, сопровождаемый колебательными процессами, в которые вовлечены как элементы железнодорожного экипажа, так и элементы пути. Данная работа посвящена исследованиям, связанным с выяснением особенностей динамики железнодорожного колеса в зоне рельсового стыка.

Изучение существующих методов исследования движения экипажа по рельсовому пути показал, что компьютерное моделирование с целью определения вертикальных динамических сил может быть выполнено с помощью программного комплекса «Универсальный механизм» (УМ), разработанного Д. Ю. Погореловым [1]. С помощью «УМ» можно создавать полностью параметризованные модели, однако при его использовании возникает трудность моделирования рельсового стыка. При прохождении колеса через стык нарушается контакт колеса с рельсом, что противоречит условию, заложенному в комплексе. Поэтому в качестве приемлемого варианта преодоления этой трудности было выбрано введение вертикальной неровности на поверхности катания рельса, при прохождении которой наблюдался бы такой же ударный процесс, как и при прохождении рельсового стыка.

Разработка описанной выше модели представляет сложную задачу в связи с большим количеством факторов, которые должны быть в ней учтены. Начиная от

балласта, который представляет собой среду со сложно определяемыми и меняющимися в широких пределах значениями модуля упругости, внутреннего трения и, заканчивая самим рельсом, который тоже имеет свои характеристики. Сама рельсошпальная решетка представляет собой сложно структуру содержащие элементы из стали, железобетона, резины. Поэтому выполнена попытка создания модели, учитывающей эти параметры и наиболее приближенной к реальным условиям.

Рельсовый стык смоделирован неровностью, выбор формы которой и ее параметров приведен в работах [2, 3]. Неровность отвечает следующим условиям: колесо при прохождении стыка непрерывно контактирует с рельсом, контакт колеса и рельса в продольном направлении является одноточечным, при прохождении стыка наблюдаются такие же динамические нагрузки, как и полученные при проведении полевых испытаний.

В модели экипаж представляется массами, моментами инерции масс колесных пар, рам тележек, кузова и характеристиками связей между ними. Определена жесткость балластного слоя, которая в пересчете к случаю опирания половины шпалы на балласт составила $65,6 \cdot 10^6$ Н/м [2, 3]. Это значение попадает в диапазон $(40-80) \cdot 10^6$ Н/м, приведенные в литературных источниках для различных состояний балластного слоя. Также для него определен коэффициент гашения колебаний.

Исследована динамика движения полувагона на участке с просадкой балласта с варьированием глубины просадки и длины участка, а также скорости движения полувагона. Анализ процесса движения проводился с использованием осциллограмм динамических усилий, возникающих между каждой из четырех колесных пар и рельсами. В каждом случае определялись два значения динамической силы, возникающей между колесной парой и рельсами: сила, обусловленная ударным явлением при прохождении через стык, и максимальная динамическая сила, обусловленная колебательным процессом при движении колесной пары вне стыка.

1. *Погорелов Д. Ю.* Компьютерное моделирование динамики рельсовых экипажей // Сборник докладов международного конгресса «Механика и трибология транспортных систем». в 2-х т. Т. 1. — Ростов н/Д: Рост. гос. ун-т путей сообщ., 2003. — С. 226–231.
2. *Сакало В. И., Евтух Е. С., Агапов Д. Г.* Идентификация параметров гашения колебаний в системе «колесо-железнодорожный путь» // Вестник БГТУ. — 2013. — №4. — С. 66–70.
3. *Евтух Е. С., Неклюдова Г. А.* Влияние эксплуатационных факторов на динамические усилия, возникающие между колесом и рельсом при прохождении стыка // Материалы XVIII Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Ярополец, 2012. — С. 80–81.
4. *Евтух Е. С., Неклюдова Г. А.* Решение контактной задачи для колеса и рельса МКЭ при расположении колеса над кромкой рельсового стыка и на удалении от нее // III Международный научный семинар «Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы». Москва, 2015. — С. 51–53.
5. *Evtukh E., Neklyudova G.* Accumulation of contact fatigue damages in car wheels when raiiling over rail joints // XVII Scientific-expert conference on railways. — Serbia: Mechanical Engineering Faculty of the University of Niš, 2016. — P. 161–165.
6. *Евтух Е. С., Неклюдова Г. А.* Исследование накопления контактно-усталостных повреждений в колесах вагонов при наездах на рельсовые стыки // Материалы Всероссийской научной конф. с международным участием «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред». Москва, 2015. — С. 525–529.

УСТАЛОСТНОЕ РАЗРУШЕНИЕ И ОЦЕНКА ДОЛГОВЕЧНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ АВИАЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ КОМБИНИРОВАННОМ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ*

И. С. Никитин, А. Д. Никитин, Б. А. Стратула

ИАП РАН, Москва, Россия

Опыт исследований механических разрушений элементов авиационных конструкций в эксплуатации [1] показывает, что наиболее вероятными причинами их выхода из строя является усталостное разрушение. Усталостное разрушение наблюдается в элементах, подверженных различным видам циклического нагружения. При этом сложные конструкции зачастую испытывают комбинированное, многопараметрическое нагружение. Под комбинированным нагружением понимается одновременное участие элемента конструкции в двух (и более) циклических процессах с существенным отличием частот и условий нагружения.

Как правило, реальные условия эксплуатации элементов конструкций существенно отличаются от экспериментальных, при которых проводится оценка циклической прочности использованных в конструкции материалов. Таким образом, для безопасной эксплуатации изделий необходимо применять методы оценки и прогнозирования ресурса, способных учитывать специфику нагружения и процесса усталостного разрушения. На основании фрактографического анализа элементов авиационных изделий (рис. 1), было показано, что усталостное разрушение может обладать ярко выраженной стадийностью развития усталостной повреждаемости и макроскопической трещины [2]. Более того, отмечается, что режимы зарождения и последующего роста могут быть ассоциированы с различными режимами нагружения. Так, например, для лопаток газотурбинного авиационного двигателя характерным режимом нагружения является высокочастотные колебания лопаток вследствие динамических изменений в параметрах течения газа, скачков давления, срывов потоков, вращения дисков и валов, а также неравномерности работы самого механизма.

В результате вышеперечисленных факторов возможно формирование высокочастотного нагружения лопаток ГТД, а также воздействие со стороны колеблющихся элементов на ободную часть самого диска. Высокочастотное нагружение может провоцировать циклическое нагружение отдельных элементов авиационных конструкций с возросшими за счет соответствующих коэффициентов динамичности амплитудами напряжений. С точки зрения основ конструирования подобные нагрузки не представляют опасности, так как они не совпадают с собственными частотами колебаний рассматриваемых элементов. Однако, как показывает практика, подобные высокочастотные нагружения не редко оказываются причинами досрочного непрогнозируемого разрушения в эксплуатации [2] (рис. 1).

Высокочастотное нагружение приводит, как правило, к большой наработке циклов нагружения (порядка 10^9 – 10^{10} циклов) за короткий срок и принципиальному изменению механизма зарождения усталостной трещины. Область больших долговечностей принято называть сверхмногоцикловою усталостью (СВМУ) и ей свойственно подповерхностное расположение очага разрушения. Разрушения в области СВМУ происходят при уровнях напряжений ниже классического предела усталости. Таким образом, с точки зрения классического подхода к проектированию лопаток и дисков ГТД подобные режимы не должны представлять опасности и,

* Работа выполнена в рамках проекта РНФ №19-19-00705.

поэтому, зачастую не учитываются при расчете на прочность. Это несоответствие в представлениях о реальных и расчетных условиях нагружения приводит к случаям разрушения в эксплуатации.



Рис. 1. Поверхность излома элемента авиационной конструкции (диск компрессора ГТД) с выявленным очагом зарождения усталостного разрушения (стрелка)

В настоящей работе проведена оценка влияния высокочастотного нагружения лопаток и дисков компрессора ГТД на долговечность конструкции и локализацию очага разрушения. Для этих целей была создана конечно-элементная модель сектора соединения диск-лопатка (рис. 2, *а*) и рассчитаны основные режимы нагружения. Высокочастотная нагрузка была связана с крутильными колебаниями лопатки под действием аэродинамических сил с характерной частотой ~ 300 Гц. Низкочастотное нагружение определялось воздействием центробежных сил в полетных циклах (взлет–полет–посадка).

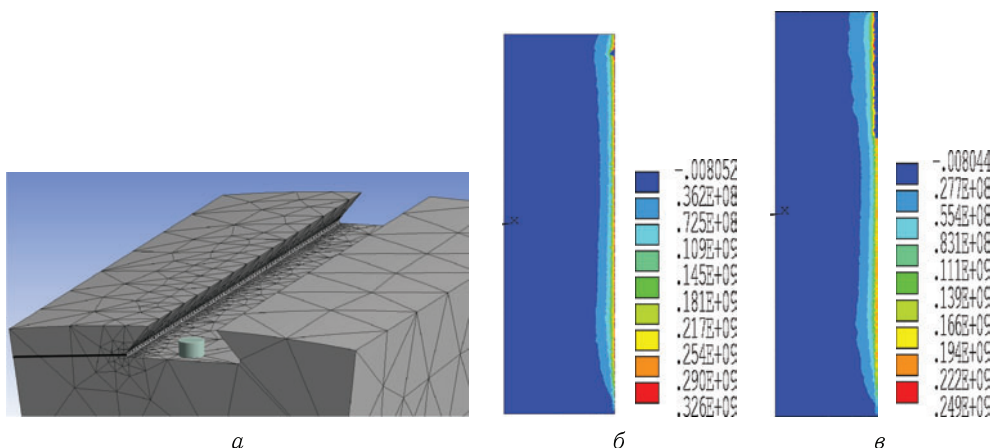


Рис. 2. КЭ-модель (*а*), зона СВМУ-зарождения (*б*) и развитие трещины в ПЦН (*в*)

Долговечность конструкции была оценена с использованием мультирежимной модели усталостного разрушения на основе кинетической теории повреждаемости [3]. Были рассчитаны очаги усталостного разрушения и время развития усталостной трещины до выхода на торец диска в случае полетного цикла нагружения и в случае высокочастотного нагружения. Также было рассчитано зарождение и развитие усталостной трещины по комбинированному механизму циклического нагружения. В этом случае было определено место зарождения очага повреждаемости во механизме СВМУ (рис. 2, *б*). Затем от этого возникшего концентратора

напряжений проведен расчет развития усталостной трещины в полетных циклах нагружения до ее выхода на торцевую поверхность диска (рис. 2, в). Показано, что из трех вариантов развития усталостных повреждений в ободной части диска минимальное время занимает комбинированный режим, при котором зарождение очага повреждаемости происходит по механизму СВМУ, а затем от этого возникшего концентратора напряжений усталостная трещина развивается в полетных циклах нагружения. Кроме того, расчетное место зарождения усталостной трещины наиболее точно совпадает с исследованным фрагментом аналогичного сегмента «диск-лопатка» компрессора ГТД, разрушенного в эксплуатации (ср. рис. 1 и рис. 2, б).

На основании полученных данных можно говорить о том, что высокочастотное нагружение представляет реальную опасность для конструкции лопатки и диска ГТД, а результаты численных расчетов с использованием мультирежимной модели усталостного разрушения [3] согласуются с данными о разрушении этих элементов конструкций в эксплуатации.

1. Шанявский А. А., Никитин А. Д., Солдатенков А. П. Сверхмногоцикловая усталость металлов. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2022. — 495 с.
2. Шанявский А. А. Безопасное усталостное разрушение элементов авиаконструкций. — Уфа, 2003. — 803 с.
3. Никитин И. С., Бураго Н. Г., Никитин А. Д. Повреждаемость и усталостное разрушение элементов конструкций в различных режимах циклического нагружения // ПММ. — 2022. — Т. 86, №2. — С. 276–290.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ТИПА КОНТАЙМЕНТА ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ НАГРУЖЕНИИ*

А. В. Острик¹, В. В. Ким¹, М. А. Острик²

¹*ИПХФ РАН, Черноголовка, Московская обл., Россия;*

²*Технологический университет, Московская обл., Королев, Россия*

Железобетон (ж/б) — анизотропный композитный материал (КМ) с ярко выраженной неоднородностью структуры, обусловленной различием деформационных и прочностных свойств бетона и арматурной стали. Экспериментальное определение механических характеристик анизотропного ж/б требует проведения представительного набора испытаний для каждой конкретной бетонной композиции, поскольку результаты зависят от типа бетона, геометрии и материала армирования, объемного содержания арматуры и вида нагружения.

Как и для других композитов, одним из подходов, сокращающих объем необходимых исследований, является определение свойств материала в целом по свойствам входящих в него компонентов с известными характеристиками, т. е. нахождение эффективных деформационно-прочностных характеристик КМ, рассматриваемого, как однородная в среднем среда [1, 2].

Более общим (не зависящим от процедуры усреднения и применимым не только для упругого поведения компонентов) представляется подход, когда модель КМ строится на основе численного моделирования совместной работы компонентов материала с соответствующими условиями (как правило, непрерывности перемещений и напряжений или формулировкой условий проскальзывания) на их контакт-

*Работа проводится при финансовой поддержке РФФ (соглашение №21-72-20023).

ных границах. Возникающие при этом задачи с множеством контактных границ оказываются затруднительными даже для современного уровня вычислительной техники.

В качестве альтернативного подхода может служить подход на основе представления КМ, как совокупности континуумов, в котором поведение каждого компонента КМ также рассматривается отдельно, а между ними устанавливаются некоторые соотношения, обеспечивающие их совместное поведение [3]. При этом проблема численного решения многоконтактной задачи снимается, но возникают сложности с заданием (определением) моделей и законов взаимодействия между различными континуумами (компонентами) КМ.

Численная модель бетонных композиций. Применительно к ж/б в качестве континуумов служат бетон и арматура. Будем предполагать, что их совместное поведение обеспечивается работой в общем деформационном поле. Поведение бетона описывается ранее разработанной нестационарной моделью деформирования и разрушения бетона [4, 5]. Арматура представляется системой из трех взаимно перпендикулярных множеств упругопластических стержней. В результате получается модель анизотропного разрушающегося упругопластического железобетона.

Рассчитанные компоненты тензора напряжения $(\sigma_r, \sigma_z, \sigma_\theta, \sigma_{rz})$ (рассматривается осесимметричная задача в цилиндрической системе координат (r, z, θ)) в бетонном континууме преобразуются при переходе от цилиндрической системы координат к системе координат, связанной с осями ортотропии стержневой арматурной системы

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}_r &= \sigma_r \cos^2(\varphi) + \sigma_z \sin^2(\varphi) + \sigma_{rz} \sin(2\varphi), \\ \tilde{\sigma}_z &= \sigma_r \sin^2(\varphi) + \sigma_z \cos^2(\varphi) - \sigma_{rz} \sin(2\varphi), \\ \tilde{\sigma}_\theta &= \sigma_\theta, \quad \tilde{\sigma}_{rz} = (\sigma_z - \sigma_r) \sin(2\varphi)/2 + \sigma_{rz} \cos(2\varphi),\end{aligned}\quad (1)$$

где угол φ между рассматриваемыми система координат считается в каждой точке рассчитываемой конструкции из уравнения (начальное распределение угла φ определяется геометрией конструкции из ж/б)

$$\partial\varphi/\partial t = (\partial V_z/\partial r - \partial V_r/\partial z)/2.$$

В соответствии с преобразованиями (1) находятся и компоненты тензора скоростей деформации в системе координат, связанной с осями ортотропии, и определяются соответствующие им приращения деформаций в стержнях арматуры. По приращениям деформации находится новое напряженное состояние стержневой системы $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$, где 1, 2, 3 — оси ортотропии континуума арматуры. Затем вычисляются усредненные суммарные компоненты тензора напряжений ж/б в осях ортотропии

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}_{1\Sigma} &= \tilde{\sigma}_r(1 - \psi) + \psi p_1 \sigma_1, \\ \tilde{\sigma}_{2\Sigma} &= \tilde{\sigma}_z(1 - \psi) + \psi p_2 \sigma_2, \\ \tilde{\sigma}_{3\Sigma} &= \tilde{\sigma}_\theta(1 - \psi) + \psi p_3 \sigma_3, \quad \tilde{\sigma}_{12\Sigma} = \tilde{\sigma}_{rz}(1 - \psi),\end{aligned}$$

где ψ — объемная доля армирования ж/б; $p_{1,2,3}$ — доли армирования в направлениях осей ортотропии ($p_1 + p_2 + p_3 = 1$).

Для определения усредненного тензора напряжений ж/б в исходной цилиндрической системе координат (r, z, θ) делается обратное преобразование по формулам аналогичным (1), в которых угол φ заменяется на $-\varphi$

$$\begin{aligned}\sigma_{r\Sigma} &= \tilde{\sigma}_{1\Sigma} \cos^2(\varphi) + \tilde{\sigma}_{2\Sigma} \sin^2(\varphi) - \tilde{\sigma}_{12\Sigma} \sin(2\varphi), \\ \sigma_{z\Sigma} &= \tilde{\sigma}_{1\Sigma} \sin^2(\varphi) + \tilde{\sigma}_{2\Sigma} \cos^2(\varphi) + \tilde{\sigma}_{12\Sigma} \sin(2\varphi), \\ \sigma_{\theta\Sigma} &= \tilde{\sigma}_{3\Sigma}, \quad \sigma_{rz} = (\tilde{\sigma}_{1\Sigma} - \tilde{\sigma}_{2\Sigma}) \sin(2\varphi)/2 + \tilde{\sigma}_{12\Sigma} \cos(2\varphi),\end{aligned}\quad (2)$$

Компоненты (2) тензора напряжений и используются в уравнениях динамики и энергии анизотропного ж/б в цилиндрической системе координат.

Отметим, что предложенная модель взаимодействующих континуумов может быть использована и для других бетонных композиций, например бетонов, армированных разрушающимися углеродными стержнями, и т. д.

Результаты расчетов. Сооружения типа контаймента широко распространены. Помимо контайментов АЭС [5], это броннекамеры, различные виды защитных хранилищ и фортификационных сооружений (например, ДОТы (долговременные огневые точки)) [6, 7]. Основная трудность численного моделирования такого типа конструкций заключается в наличии малого параметра: отношения толщины конструкции h к ее максимальному из двух других размеров R ($h/R \leq 1/10$). При $h/R \leq 1/20$ можно использовать хорошо разработанную динамическую теорию тонких оболочек. Случай $1/20 \leq h/R \leq 1/10$ оказывается наиболее неудобным для численного моделирования нестационарного деформирования и разрушения конструкций.

В работе приводятся результаты численного моделирования методом конечно-размерных частиц в ячейке [8] деформирования и разрушения контаймента из ж/б с $h/R = 1/10$ под действием нестационарного внутреннего давления от взрыва кислородно-водородной смеси [9].

1. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. — М.: Мир, 1982. — 348 с.
2. Победра Б. Е. Механика композиционных материалов. — М.: Изд-во МГУ, 1984. — 338 с.
3. Куропатенко В. Ф. Модели механики сплошных сред. — Ч.: Изд-во ЧелГУ, 2007. — 302 с.
4. Острик А. В., Ким В. В. Расчетные модели нестационарного деформирования и разрушения бетонов (обзор) // Конструкции из композиционных материалов. — 2020. — Вып. 4 (160). — С. 11–24.
5. Острик А. В., Ким В. В., Острик М. А. Численное моделирование деформирования и разрушения контаймента АЭС при ударе двигателей падающего самолета // Конструкции из композиционных материалов. — 2021. — Вып. 4. — С. 14–21.
6. Универсальное огневое сооружение «Горчак» // Оружие России. — Приложение к журналу «Военный парад», 2002. — С. 255.
7. Ермолаев А. А. (ред.) Войсковые фортификационные сооружения. — М.: Воениздат, 1984. — 375 с.
8. Ким В. В., Ломоносов И. В., Острик А. В., Фортвов В. Е. Метод конечно-размерных частиц в ячейке для численного моделирования высокоэнергетических импульсных воздействий на вещество // Математическое моделирование. — 2006. — Т. 18, №8. — С. 5–11.
9. Бакланов Д. И., Голуб В. В., Иванов К. В., Кривокорытов М. С. Переход горения в детонацию в канале с диаметром меньше критического диаметра существования стационарной детонации // ТВТ. — 2012. — Т. 50, Вып. 2. — С. 258–263.

ХАРАКТЕРИСТИКИ УДАРНО СЖАТОГО МОНОКРИСТАЛЛА ОКСИДА МАГНИЯ ПРИ ДАВЛЕНИЯХ ДО 1 ТПА*

А. В. Острик, Д. Н. Николаев

ИПХФ РАН, Черноголовка, Московская обл., Россия

Оксид магния является одной из составляющих земной коры и мантии, скалистых планет и астероидов. Уравнения состояния MgO требуются, как для моделирования космических явлений, так и для понимания строения Земли и каменных

*Работа проводится при финансовой поддержке РФФИ (соглашение №21-72-20023).

планет. Характеристики ударно сжатого MgO изучаются давно, но только недавно при помощи лазерных ударных волн (УВ) и электромагнитного метания пластин были достигнуты давления более 250 ГПа, что достаточно для плавления MgO в УВ. Сейчас доступны экспериментальные и расчетные данные об ударно-волновых свойства MgO (данные по ударной сжимаемости, температуре за УВ и ходе кривой плавления). Несмотря на это, представления о положении линии сосуществования полиморфного перехода В1–В2 и кривой плавления MgO на диаграмме P – T остаются противоречивыми.

В данной работе эксперименты по ударному сжатию оптически прозрачных монокристаллических образцов MgO проводились при помощи взрывных маховских кумулятивных генераторов ударного сжатия. Ударная сжимаемость образцов определялась методом отражения; в качестве вещества-эталоны использовался монокристаллический кварц, волновые скорости измерялись при помощи оптической методики. Одновременно скоростным оптическим пирометром регистрировалась яркостная температура.

Уравнения состояния (УРС) оксида магния строились в виде

$$E = E(\rho, T) = E_c(\rho) + E_T(\rho, T) = E_c(\rho) + \int_0^T C_v(\rho, T) dT, \quad (1)$$

$$P = P(\rho, T) = P_c(\rho) + P_T(\rho, T) = P_c(\rho) + \Gamma(\rho, T) \rho E_T = \rho^2 \frac{dE_c}{d\rho}(\rho) + \Gamma(\rho, T) \rho \int_0^T C_v(\rho, T) dT, \quad (2)$$

где ρ — плотность вещества; E , E_c , E_T — полная, холодная и тепловая удельные энергии; P , P_c , P_T — полное, холодное и тепловое давления; $\Gamma = \Gamma(\rho, T)$ — функция Грюнайзена; $C_v(\rho, T)$ — удельная теплоемкость при постоянном объеме.

В УРС вида (1), (2) входят две неизвестные функции $E_c = E_c(\rho)$ и $\Gamma = \Gamma(\rho, T)$ (зависимость удельной теплоемкости от плотности и температуры считается известной), которые должны быть построены из данных ударно-волновых экспериментов с учетом основного термодинамического тождества.

Для дебаевского приближения $E_T(\rho, T) = Te_T(\theta_D(\rho)/T)$ и $C_v(\rho, T) = C_v(\theta_D(\rho)/T)$ ($\theta_D(\rho)$ — температура Дебая) с учетом вклада в теплоемкость электронной компоненты, удельная внутренняя энергия имеет вид

$$E_T(\rho, T) = Te_T\left(\frac{\theta_D(\rho)}{T}\right) + \frac{c_e T^2}{2} \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{\gamma_e}, \quad (3)$$

где c_e — коэффициент электронной теплопроводности; γ_e — электронный аналог коэффициента Грюнайзена. Тогда условие термодинамической совместности будет выполнено, если функция Грюнайзена определяется соотношением [1]

$$\Gamma(\rho, T) = \frac{T}{E_T(\rho, T)} \left[\Gamma_{00}(\rho) e_T\left(\frac{\theta_D(\rho)}{T}\right) + \gamma_e \frac{c_e T}{2} \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{\gamma_e} \right], \quad \Gamma_{00}(\rho) = -\frac{\partial \ln(\theta_D(\rho))}{\partial \ln(1/\rho)}, \quad (4)$$

где $\Gamma_{00}(\rho)$ — функция Грюнайзена при абсолютном нуле.

Для определения функции холодной энергии $E_c = E_c(\rho)$ используются данные по ударной сжимаемости $P_H = P_H(\rho)$. Из соотношения Гюгио на фронте УВ имеем:

$$E - E_0 = \frac{1}{2}(P_H(\rho) + P_0) \left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho} \right),$$

откуда, используя (1), получаем

$$E_T(\rho, T_H(\rho)) = \psi(\rho) - E_c^*, \quad (5)$$

$$\psi(\rho) = \frac{1}{2}(P_H(\rho) + P_0)\left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho}\right) + E_{T0}, \quad E_{T0} = E_T(\rho_0, T_0), \quad E_c^* = E_c(\rho) - E_c(\rho_0),$$

где $T_H(\rho)$ — температура на ударной адиабате (УА).

Поскольку на УА уравнения состояния также выполняются, то

$$-\frac{dE_c^*}{d(1/\rho)} + \Gamma(\rho, T_H(\rho))\rho E_T(\rho, T_H(\rho)) = P_H(\rho). \quad (6)$$

Используя для поликристаллического тела связь функции $\Gamma_{00}(\rho)$ с удельной внутренней энергией $E_c^*(\rho)$ ($t = 0$ — теория Ландау–Слэтера; $t = 1$ — теория Дуглейла–Макдональда; $t = 2$ — теория свободного объема)

$$\Gamma_{00}(\rho) = -\left(\frac{2-t}{3}\right) - \frac{1}{2\rho} \frac{\frac{d^2}{d(1/\rho)^2}(\rho^{-\gamma}P_c(\rho))}{\frac{d}{d(1/\rho)}(\rho^{-\gamma}P_c(\rho))}, \quad P_c(\rho) = -\frac{dE_c^*}{d(1/\rho)}, \quad \gamma = \frac{2t}{3}, \quad (7)$$

из (3)–(7) получаем систему пяти обыкновенных дифференциальных уравнений для определения неизвестных функций плотности [1]

$$\begin{cases} \frac{dE_c^*}{d\rho} = Y_1, \quad \frac{dY_1}{d\rho} = Y_2, \quad \frac{dY_2}{d\rho} = \frac{2}{\rho^2} \left(\frac{t-7}{3} + \Gamma_{00}^f(\rho) \right) (\rho Y_2 + (2-\gamma)Y_1) + (3-\gamma)(2-\gamma) \frac{Y_1}{\rho^2}, \\ \frac{dT_H}{d\rho} = \frac{d\psi/d\rho - Y_1 - (\partial E_T/\partial \rho)_T}{(\partial E_T/\partial T)_\rho}, \quad \frac{d\theta_D}{d\rho} = \frac{\theta_D}{\rho} \Gamma_{00}^f(\rho), \end{cases} \quad (8)$$

где Y_1, Y_2 — первая и вторая производные холодной энергии по плотности, а функция $\Gamma_{00}^f(\rho)$ рассчитывается по формуле (ε — отношение тепловых энергий электронов и атомов кристаллической решетки)

$$\Gamma_{00}^f(\rho) = \frac{P_H(\rho) - \rho^2 Y_1}{\rho(\psi(\rho) - E_c^*)} (1 + \varepsilon) - \varepsilon, \quad \varepsilon = \frac{c_e T}{2e_T} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{\gamma_e}.$$

Система дифференциальных уравнений (8) с начальными условиями, полученными в [1], интегрируется численно методом Рунге–Кутты четвертого порядка точности с переменным шагом по плотности. Для расчета кривых плавления используется критерий плавления Линдемана (зависимость $\theta_D = \theta_D(\rho)$ определяется при численном решении системы (8))

$$T_m = T_{m0} \times (\rho_{m0}/\rho)^{2/3} \theta_D^2(\rho),$$

где T_{m0} — температура плавления при нормальном атмосферном давлении; ρ_{m0} — плотность вещества в твердом состоянии при T_{m0} и нормальном давлении.

Полученные нами экспериментальные точки по ударной сжимаемости согласуются с данными [2–4] (легкогазовая пушка, электромагнитное метание, Z-машина). Экспериментальная температура на УА хорошо описывается нашей моделью до момента полиморфного перехода. Данные по температуре отличаются от «лазерных» данных и позволяют сделать предположение о положении кривой плавления в области ее пересечения с УА; оказалось, что ход кривой плавления лучше всего описывается первопринципными расчетами по теории функционала плотности [5], а также нашей моделью.

1. *Ostrik A., Nikolaev D.* Shock induced melting of sapphire // *J. Phys.: Conf. Ser.* — 2022. — V. 2154. — 012010.
2. *Svendsen B., Ahrens T.J.* Shock-induced temperatures of MgO // *Geophys J. R. Astr. Soc.* — 1987. — V. 91. — P. 667–691.
3. *Root S., Shulenburg L., Lemke R., Dolan D., Mattsson T., Desjarlais M.* Shock response and phase transitions of mgo at planetary impact conditions // *Phys. Rev. Lett.* — 2015. — V. 115. — 198501.
4. *McCoy C. A., Marshall M. C., Polsin D. N. et al.* Hugoniot, sound velocity, and shock temperature of MgO to 2300 GPa // *Phys. Rev. B.* — 2019. — V. 100. — 014106.
5. *Soubiran F., Militzer B.* Anharmonicity and phase diagram of magnesium oxide in the megabar regime // *Phys. Rev. Lett.* — 2020. — V. 125. — 175701.

ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ СТЕРЖНЯ-ПОЛОСЫ С УЧАСТКОМ ЗАКРЕПЛЕНИЯ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ НА ОДНОЙ ИЗ ЛИЦЕВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ*

В. Н. Паймушин^{1,2}, В. А. Фирсов¹, В. М. Шишкин³, Р. К. Газизуллин^{1,2}

¹КНИТУ–КАИ, Казань, Россия; ²КФУ, Казань, Россия ³ВятГУ, Киров, Россия

Птицы, рыбы и крылатые насекомые используют чрезвычайно эффективные механизмы для движения в жидкости (воде и воздухе). Люди достаточно давно пытаются понять и использовать их для покорения неба и подводного мира. Но только чуть более века тому назад в работах Жуковского, Чаплыгина, Кутта (плоская теория) и Ланчестера, Прандтля (теория конечного крыла) было положено начало математической теории для определения аэродинамических характеристик крыла при парящем полете. Именно формирование достаточно точных математических моделей послужило платформой для развития авиации.

Тем не менее, современная аэродинамика полета взяла достаточно мало от полета птицы или насекомого. С одной стороны, использование механизмов машущего полета в масштабе пассажирских авиалайнеров, вряд ли имеет большой практический смысл (учитывая огромные нагрузки на пассажиров и конструкцию). Однако, для устройств, соизмеримых с размером птиц и насекомых (беспилотных летательных аппаратов, БЛА), использование энергоэффективных относительно бесшумных биомиметических колебательных движителей должно обеспечивать существенные преимущества перед традиционными пропульсивными системами. Растущие с каждым годом требования к БЛА делают исследования в области аэрогидроупругих колебательных биомиметических движителей чрезвычайно актуальными и они требуют разработки как аэрогидродинамической, так и ее упруго деформируемой части теории машущего крыла.

Один из механизмов создания махательного движения и одна из возможных расчетных схем колебательного движителя БЛА показана на рис. 1.

На ней изображен плоский стержень, состоящий из нагружаемой консольной части 1, свободной консольной части 2 и закрепленного участка 0 конечной длины l на лицевой поверхности $z = -t/2$. Предполагается, что в сечении $x = a$ приложена внешняя вибрационная нагрузка в виде сосредоточенной силы $P = \tilde{P}e^{i\omega\tau}$ с амплитудой \tilde{P} и круговой частотой ω .

*Исследование выполнено за счет средств Программы стратегического академического лидерства Казанского (Приволжского) федерального университета («ПРИОРИТЕТ-2030»).

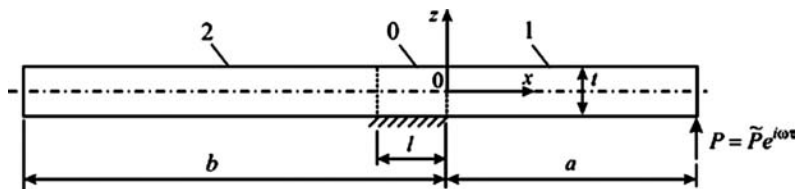


Рис. 1

Для описания статического и динамического процессов деформирования стержня исследуемого класса в статье [1] была предложена математическая модель, основанная на сдвиговой модели С. П. Тимошенко путем представления перемещений произвольной точки поперечного сечения стержня в виде

$$U = u + z\gamma, \quad W = w; \quad 0 \leq x \leq a, \quad -b \leq x \leq -l;$$

$$U_0 = u_0 + z\gamma_0, \quad W_0 = w_0; \quad -l \leq x \leq 0.$$

Здесь $U, W, \gamma, U_0, W_0, \gamma_0$ — перемещения точек, расположенных на расстоянии z от продольной оси Ox , и углы поворота поперечных сечений, соответственно, незакрепленного и закрепленного участков стержня; u, w, u_0, w_0 — перемещения точек оси Ox отмеченных участков. Если на функции u_0, γ_0 наложить кинематическое ограничение $\gamma_0 = 2u_0/t, -l \leq x \leq 0$, следующее из условия $U_0(z = -t/2) = 0$, формулируемого на участке закрепления длиной l , то для U_0 приходим к аппроксимации $U_0 = (1 + 2z/t)u_0$.

Для линейно упругого стержня, выполненного из композитного материала с модулями упругости E_1 в направлении x и модулем поперечного сдвига G_{13} , соответствующие принятым представлениям уравнения движения имеют вид [1]

$$u_0'' - k^2 u_0 - \frac{\rho \ddot{u}_0}{E_1} = 0, \quad k^2 = \frac{3G_{13}}{E_1 t^2}; \quad -l \leq x \leq 0,$$

$$Bu'' - \rho t \ddot{u} = 0; \quad 0 \leq x \leq a,$$

$$D\gamma'' - B_{13}(w' + \gamma) = 0, \quad B_{13}(w'' + \gamma') - \rho t \ddot{w} = 0; \quad 0 \leq x \leq a,$$

для которых в сечениях $x = 0$ и $x = -l$ формулируются кинематические и силовые условия сопряжения участков

$$\gamma = 2u_0/t, \quad u = u_0, \quad T_{11}^0 - T_{11} - 2M_{11}/t = 0,$$

где

$$T_{11}^0 = \frac{4}{3}Bu_0', \quad T_{13}^0 = 4G_{13}\frac{u_0}{t}, \quad T_{11} = Bu', \quad M_{11} = D\gamma',$$

$$T_{13} = B_{13}(w' + \gamma), \quad B = E_1 t, \quad B_{13} = G_{13} t, \quad D = \frac{E_1 t^3}{12}.$$

На основе полученных уравнений построены аналитическое и конечно-элементное численные решения задачи о вынужденных изгибных колебаниях плоского стержня с двумя консольными участками и участком закрепления между ними. Проведенные численные эксперименты показали, что при возбуждении колебаний на первом участке стержня даже при его незначительной длине a имеет место возбуждение интенсивных вынужденных колебаний ненагруженного участка стержня, обусловленное прохождением колебаний через участок закрепления в виду его податливости на участке закрепления конечной длины l , а также наличие значительной трансформации параметров напряженно-деформированного состояния при переходе через границу от незакрепленных участков стержня к участку закрепления.

С целью качественного подтверждения полученных результатов проведены также и экспериментальные исследования. Для этого создана специальная экспериментальная установка, позволяющая осуществлять динамическое возбуждение в широком диапазоне частот одного из пролетов с помощью звукового поля и фиксацию динамического поведения исследуемых пролетов с помощью датчиков-акселерометров, наклеенных на исследуемые участки стержня. Полученные экспериментальные результаты убедительно подтверждают факт прохождения вибраций через участки закрепления стержня.

1. *Паймушин В. Н.* Плоские задачи механики прямых стержней с учетом деформируемости участков закрепления, имеющих конечную длину // *Известия вузов. Математика.* — 2022. — №3. — С. 89–96.

НЕСИММЕТРИЧНЫЙ ТЕНЗОР НАПРЯЖЕНИЙ В МЕХАНИКЕ И В КИНЕТИКЕ

Э. В. Прозорова

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

Если считать, что механика сплошных сред «есть часть математики, которая поставляет и исследует логические модели для описания изменений положений и формы, претерпеваемых повседневно наблюдаемыми нами вещами» [1]. Подводным камнем данного представления является выбор математической модели, которая получается из физической модели. Физическая модель получается из экспериментов или из предыдущих теорий. Эксперимент делается на базе материальных объектов. Математические модели отличаются от физических определением точки [2]. Точка не имеет размера, физический объект всегда характеризуется размером, хотя бы длиной волны. Вращательное движение точки не имеет смысла. Здесь рассматриваются наиболее общие открытые нестационарные системы, являющиеся объектами исследования в механике сплошной среды и в кинетике. Математическое моделирование таких объектов вызывает сложности, так как их описание представляется системой нелинейных нестационарных уравнений. В предыдущих работах показано, что классические модели не включают один из важнейших законов-закон сохранения момента количества движения, если момент не выступает как заданная силовое воздействие. Выполненный математический анализ уравнений механики сплошной среды с исходным несимметричным тензором напряжений, показал, что в плоском случае для четырех неизвестных в классической формулировке мы имеем три уравнения: два уравнения из условия равновесия напряжений и одно уравнение — условие равновесия момента. Таким образом, мы нуждаемся в замыкании задачи с помощью дополнительного условия. В классическом варианте таким условием является условие симметрии тензора напряжений. Из определения давления как из классического уравнения Больцмана, так и модифицированного, не следует, что гидростатическое давление есть одна треть от суммы давлений на координатных площадках. Используя закон Паскаля для равновесия, выбирают давление равным одной трети давлений на координатных площадках. Однако теория остается прежней при определении разного давления на каждой из площадок, т. е. p_x, p_y, p_z . Использование одного давления возможно при равновесных условиях (закон Паскаля), но для неравновесных условий факт не очевиден. Пренебрежение вне интегральным слагаемым при взятии интегралов по частям (теоремы Остроградского–Гаусса) возможно только для медленных ламинарных течений. О разнице давлений говорит анализ определения давлений при сравнении результатов по

его определению через потенциальные скорости подстановкой в уравнения Эйлера. Выписывая отдельно закон равновесия для сил и отдельно для моментов сил без учета взаимного влияния, хотя момент создает дополнительную силу, мы приходим к выводу о симметрии тензора напряжений. В случае, если мы рассматриваем равные давления по разным направлениям, мы теряем момент силы, а градиент давления есть сила. Анализируя результаты решения уравнений Эйлера и расчеты потенциальных течений, мы получаем вихревую пелену, что указывает на существование момента [3–6]. Обработка численных результатов была выполнена без осреднения величин по сторонам элементарного объема. Анализ соответствия решений для потенциального течения и для уравнений Эйлера говорит об их несовпадении. В стохастических процессах открытых систем движение быстрых молекул сопровождается изменением положения центра инерции, что сопровождается появлением момента. Появление момента приводит к изменению направления скоростей и формированию локальных структур. Молекулы двигаются по всем направлениям, создавая не только нормальную, но и тангенциальную силу. В результате формируется циркуляция скорости, создавая, например, для самолетов дополнительную силу. В численных расчетах широко используется метод конечных объемов. Метод конечных объемов является интегральным методом. Если он исходит из исходной экспериментальной установки, то схватывает все составляющие, участвующие в изменении физических величин в объеме. Обратный переход неоднозначный. Для иллюстрации действия момента рассмотрены модельная задача механики жидкости [7]. Ранее рассматривались задачи теории упругости и кинетики. Показано, что несимметричный тензор соответствует двум типам решений.

Основное уравнение в классической механике и стохастической физике — уравнение Лиувилля. Далее используя Гамильтонов формализм и ряд приближений получают уравнение Больцмана. Гамильтонов формализм включает частный вид сил (потенциальные силы плюс силы вида $\Phi(r_{\downarrow i} - r_{\downarrow j})$). Реальные силы имеют более сложные составляющие. Примером других сил является, например, потенциал Леннарда-Джонса. Его часто используют при вычислении интеграла столкновений. В таком случае можно говорить о несовпадении уравнений Больцмана, полученных из классического уравнения Лиувилля и широко используемого. Рассмотрение стохастических уравнений, базирующееся на сумме двух интегралов и понятии физически бесконечно малом масштабе, приводит к эффекту дополнительной диффузии [2]. Выявление соответствия типов сил уравнения Лиувилля и уравнений механики сплошной среды указывает на ответственность потенциальных сил за уравнения Эйлера. В уравнении Больцмана следят за динамикой системы через функцию распределения. В связи с разницей моделей, построенных на базе функции распределения и методом молекулярной динамики, гипотеза о молекулярном хаосе сохраняется, но «марковость» процесса частично теряется, так как через поверхности проходят потоки, что приводит к появлению диффузии не только в интеграле столкновений, но и вне интеграла столкновений. В связи с разницей моделей, построенных на базе функции распределения и методом молекулярной динамики, гипотеза о молекулярном хаосе сохраняется, но «марковость» процесса частично теряется, так как через поверхности проходят потоки, что приводит к появлению диффузии не только в интеграле столкновений, но и вне интеграла столкновений. Потоки зависят от истории их формирования. Потоки вне интеграла столкновений не являются диссипативными. В классическом варианте уравнение Лиувилля является линейным и обратимым. Добавление влияния момента оставляет уравнение обратимым, но вычисление момента приводит к его нелинейности. Последнее заключение не является окончательным.

1. *Трудделл К.* Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред. — М.: Мир, 1975.
2. *Климонтович Ю. Л.* Статистическая теория открытых систем. Т. 1. — М.: ЛЕНАРД, 2019.
3. *Prozorova E.* The influence of the no symmetric stress tensor on the flow separation // *Wseas Transaction on Applied and Theoretical Mechanics*. — DOI: 10.37394/232011.2020.15.9.
4. *Prozorova E.* Consequences of the Ostrogradsky–Gauss theorem for numerical simulation in aeromechanics // *Elsevier Granthaalayah*. — 2020. — V. 8, Issue 6.
5. *Prozorova E.* Influence of angular momentum and dimension on dynamics in mechanics // *Wseas Transaction on Applied and Theoretical Mechanics*. — DOI: 10.37394/232011.2021.16.1.
6. *Prozorova E.* Mechanism of Formation for Fluctuation Phenomena // *Proceeding Conference CHAOS-20*. — P. 729–736. — URL: <http://www.cmsim.org/chaos2021.html>.
7. *Прозорова Э. В.* Роль определения давления на вычислительный процесс // *Всероссийская научная конференция с международным участием. «Актуальные проблемы механики сплошной среды». Материалы докладов. Казанский (Приволжский) федеральный университет*. — С. 361–366.
8. *Петров А. Г.* О точных решениях уравнений Навье–Стокса в слое жидкости между движущимися параллельно пластинами // *Материалы IX Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2012)*, 25–31 мая 2012 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2012. — С. 57–59.

О МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ МЕХАНИКИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ И СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ

Э. В. Прозорова

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

Основное внимание в современных теориях уделялось замкнутым системам. Более сложными являются открытые нестационарные системы. Как правило, анализ математических свойств таких систем выполняется без анализа роли начальных и граничных условий. Так, например, сложно подобрать задачу, удовлетворяющую групповым свойствам уравнений газовой динамики, теории упругости, кинетическим уравнениям и т. д. Автомодельные решения, получающиеся из группы растяжения, фактически являются следствием сингулярных начальных условий. На практике требуемые условия редко можно выполнить. Таким образом, количество используемых на практике групп ограничено не только свойствами уравнений, но и начальными и граничными условиями. Аналогично обстоит дело с закрытыми и открытыми системами.

Класс систем, рассмотренных в учебниках статистической механике, включает системы, описываемые динамикой Гамильтона. В современном варианте к этому классу принадлежат все системы, описываемые законами классической или квантовой механики.

Математические модели отличаются от физических определением точки [1]. Точка не имеет размера, физический объект всегда характеризуется размером, хотя бы длиной волны. Вращательное движение точки не имеет смысла. Соответственно в физике в отличие от механики, нет математических линий. Представление в виде точек, линий и других бесконечно малых величин изменяет физическое содержание задачи. В механике, кроме того, используются уравнения, полученные в результате некорректного использования математических теорем. Например, все

законы сохранения найдены в предположении несущественной роли вне интегрального слагаемого [2]. Дальнейшее упрощение теории связано с отбрасыванием касательной компоненты скорости на сторонах произвольного элементарного объема в процессе проектирования интегрального представления на координатные оси. Это происходит при проектировании, например, плотности. Тем самым любые повороты элементарного объема не допускаются. Действие момента, следовательно, исключается. Любые взаимодействия исключаются, кроме взаимодействий по нормали. С другой стороны, вычислительная математика, как и физика, всегда имеет дело с размерными величинами. Дифференциальные уравнения получаются из интегральных при дополнительном условии гладкости функций, т. е. пространство кусочно-непрерывных функций переходит в пространство гладких функций. Интегральные законы в вычислительной математике широко используются (методы контрольного объема). Однако их получают из дифференциальных уравнений, но такой переход не однозначен. Основное уравнение в классической механике и стохастической физике — уравнение Лиувилля. Далее используя Гамильтонов формализм и ряд приближений получают уравнение Больцмана. Гамильтонов формализм включает частный вид сил (потенциальные силы плюс силы вида $\Phi(r_{\downarrow i} - r_{\downarrow j})$). Реальные силы имеют более сложные составляющие [3]. Примером других сил является, например, потенциал Леннарда–Джонса. Его часто используют при вычислении интеграла столкновений. В таком случае можно говорить о несовпадении уравнений Больцмана, полученных из классического уравнения Лиувилля и широко используемого. В результате учета сил более сложного вида и влияния потоков через границу области изменяется Гамильтонов формализм. Предлагается модель учета дополнительных слагаемых. Выявление соответствия типов сил уравнения Лиувилля и уравнений механики сплошной среды указывает на ответственность потенциальных сил за уравнения Эйлера. В уравнении Больцмана следят за динамикой системы через функцию распределения. Сравнение результатов анализа функции распределения, вычисленной через сумму дельта функций, показал, что в расчетах через функцию распределения не учитываются потоки через границу. Рассматривается изменение системы частиц лишь в объеме [4–8]. Поэтому метод молекулярных частиц является более адекватным при большом количестве частиц чем решение уравнения Больцмана. Рассмотрение стохастических уравнений, базирующееся на сумме двух интегралов и понятии физически бесконечно малом масштабе приводит к эффекту диффузии [1]. При выводе уравнения Больцмана пренебрегалось всеми межчастичными корреляциями, что несправедливо при учете действия момента количества движения, связанное с перемещением частиц. В связи с разницей моделей, построенных на базе функции распределения и методом молекулярной динамики, гипотеза о молекулярном хаосе сохраняется, но «марковость» процесса частично теряется, так как через поверхности проходят потоки, что приводит к появлению диффузии не только в интеграле столкновений, но и вне интеграла столкновений, Потоки зависят от истории их формирования. Потоки вне интеграла столкновений не являются диссипативными. В классическом варианте уравнение Лиувилля является линейным и обратимым. Рассматриваются вопросы линейности и обратимости с учетом действия сил более общего вида и граничных условий различного типа.

1. *Климонтвич Ю. Л.* Статистическая теория открытых систем. Т. 1. — М.: ЛЕНАРД, 2019.
2. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1970. — 904 с.
3. *Журавлев В. Ф., Петров А. Г., Шунлерюк М. М.* Избранные задачи Гамильтоновой механики. — М.: ЛЕНАНД, 2015.

4. *Prozorova E.* The influence of the no symmetric stress tensor on the flow separation // *Wseas Transaction on Applied and Theoretical Mechanics*. — DOI: 10.37394/232011.2020.15.9.
5. *Prozorova E.* Consequences of the Ostrogradsky–Gauss theorem for numerical simulation in aeromechanics // *Elsevier Granthaalayah*. — 2020. — V. 8, Issue 6.
6. *Prozorova E.* Influence of angular momentum and dimension on dynamics in mechanics // *Wseas Transaction on Applied and Theoretical Mechanics*. — DOI: 10.37394/232011.2021.16.1.
7. *Prozorova E.* Mechanism of Formation for Fluctuation Phenomena // *Proceeding Conference CHAOS-20*. — P. 729–736. — URL: <http://www.cmsim.org/chaos2021.html>.
8. *Прозорова Э. В.* Роль определения давления на вычислительный процесс // *Всероссийская научная конференция с международным участием. «Актуальные проблемы механики сплошной среды»*. Материалы докладов. Казанский (Приволжский) федеральный университет. — С. 361–366.

АНТИАДГЕЗИОННОЕ КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ УПРУГИХ ТЕЛ

*С. Н. Ромашин, Л. Ю. Фроленкова, М. В. Хорошилова,
В. С. Шоркин, С. И. Якушина*

ОГУ им. И. С. Тургенева, Орел, Россия

Представлено опирающееся на нелокальную модель упругой среды [1], учитывающую многочастичные взаимодействия, теоретическое условие выбора материала, обладающего антиадгезионными по отношению к заданному свойствами. Оно проверено теоретически и экспериментально для известного своими антиадгезионными свойствами талька. Адгезионное взаимодействие связано с проявлением сил Кулона и Ван-дер-Ваальса при межчастичных взаимодействиях [2]. Учитывая межчастичный характер взаимодействия твердых тел, его потенциальную энергию можно представить в виде суммы потенциальных взаимодействий всех пар, троек и т. д. частиц, составляющих эти тела [3]. Если тройные взаимодействия имеют флуктуационную природу [4], то они проявляют себя на расстояниях, значительно меньших, чем парные взаимодействия. Допустима ситуация [4], когда силы действия одного тела на другое, порожденные парными и тройными взаимодействиями, имеют разнонаправленный характер. При этом может оказаться, что в слоях, прилегающих к поверхности контакта двух тел с толщиной, соизмеримой с радиусом действия сил тройного взаимодействия, преобладают силы отталкивания. В то же время на больших расстояниях преобладают силы притяжения парных взаимодействий. Так что между контактирующими телами в целом может наблюдаться адгезия, в то время как между их тонкими поверхностными слоями ее нет.

Представленное условие может быть использовано в качестве критерия теоретической оценки защитных возможностей по отношению к заданным материалам не только известных, подобных тальку, материалов, но и новых, специально для этого создаваемых.

1. *Romashin S. N., Presnetsova V. Yu., Frolenkova L. Yu., Shorkin V. S.* A model of adhesive interaction of elastic bodies // *Mechanics — Seventh Polyakhov's Reading, 2015 International Conference on POLYAKHOV'S READING*. St. Petersburg, 2–6 February 2015.
2. *Лифшиц Е. М.* Теория межмолекулярных сил притяжения между твердыми телами // *Журнал экспериментальной и технической физики*. — 1955. — Т. 29. — С. 94–110.
3. *Ruelle D.* *Statistical mechanics: Rigorous results*. — New York, Amsterdam: Benjamin, 1969. — 219 p.
4. *Бараиш Ю. С.* Силы Ван-дер-Ваальса. — М.: Наука, 1988. — 344 с.

К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ ОБ АНТИСИММЕТРИЧНОМ ИЗГИБЕ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ЗАЩЕМЛЕННОЙ ПО КОНТУРУ ПЛАСТИНЫ МОДИФИЦИРОВАННЫМ МЕТОДОМ С.П. ТИМОШЕНКО

С. П. Сейранян

ИМ НАН РА, Ереван, Армения

Приводится модифицированное применение метода С. П. Тимошенко [1] к решению задачи изгиба прямоугольной защемленной по контуру пластины при антисимметричном относительно осей симметрии прямоугольника внешнем давлении $q(x, y)$. Получена бесконечная вполне регулярная система линейных алгебраических уравнений со свободными членами — лишь интегралами, содержащими $q(x, y)$, что позволяет непосредственно получать точные конечные выражения для свободных членов при широком классе внешних нагрузок, т. е. приводит к большей общности метода С. П. Тимошенко. Принимается во внимание предположение С. П. Тимошенко [1, с. 227] об изменении порядка суммирования в повторном ряде при выводе им бесконечной системы при постоянной нагрузке, которое оставалось без доказательства (см. обзор в [2]) до [3], где приводится доказательство при симметричном относительно осей симметрии прямоугольника нагрузке. Здесь приводится требуемое доказательство при нагрузке $q(x, y)$.

1. Решение рассматриваемой задачи для прогиба $w(x, y)$ в продолжение работ [1, 3] в прямоугольнике пластины $(x, y) \in [-a/2, a/2] \times [-b/2, b/2]$ ищется в виде

$$\begin{aligned}
 w(x, y) = & \frac{1}{D} \sum_{m=2,4,\dots}^{\infty} \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} \frac{q_{mn} \sin \lambda_m x \sin \mu_n y}{(\lambda_m^2 + \mu_n^2)^2} + \\
 & + \frac{1}{2D} \sum_{m=2,4,\dots}^{\infty} E_i \frac{(-1)^{m/2}}{\lambda_m^2 \operatorname{sh} \alpha_m} (\alpha_m \operatorname{cth} \alpha_m \operatorname{sh} \lambda_m y - \lambda_m y \operatorname{ch} \lambda_m y) \sin \lambda_m x + \\
 & + \frac{1}{2D} \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} F_n \frac{(-1)^{n/2}}{\mu_n^2 \operatorname{sh} \beta_n} (\beta_n \operatorname{th} \beta_n \operatorname{sh} \mu_n x - \mu_n x \operatorname{ch} \mu_n x) \sin \mu_n y. \quad (1)
 \end{aligned}$$

Здесь $\lambda_m = m\pi/a$, $\mu_n = n\pi/b$, $\alpha_m = m\pi b/(2a)$, $\beta_n = n\pi a/(2b)$,

$$q_{mn} = \frac{4}{ab} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} q(x, y) \sin \lambda_m x \sin \mu_n y \, dx \, dy.$$

Искомое решение (1) изначально удовлетворяет уравнению Софи Жермен–Лагранжа с нагрузкой $q(x, y)$ и условиям опирания торцов, изгибаемых моментами [1]

$$\begin{aligned}
 M_y \left(x, \frac{b}{2} \right) = -M_y \left(x, -\frac{b}{2} \right) &= \sum_{m=2,4,\dots}^{\infty} (-1)^{m/2} E_m \sin \lambda_m x, \\
 M_x \left(\frac{a}{2}, y \right) = -M_x \left(-\frac{a}{2}, y \right) &= \sum_{m=2,4,\dots}^{\infty} (-1)^{m/2} F_m \sin \mu_m y.
 \end{aligned} \quad (2)$$

Далее $\omega(x, y)$ на сторонах пластины, параллельных оси x , подчиняется условию отсутствию поворотов краев в направлении оси y . Получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \omega(x, b/2) &= \frac{b^3}{\pi^3 D} \sum_{m=2,4,\dots} \sin \lambda_m x \sum_{n=2,4,\dots} \frac{(-1)^{n/2} n q_{mn}}{[(mb/a)^2 + n^2]^2} + \\ &+ \frac{1}{2D} \sum_{m=2,4,\dots} E_m \frac{(-1)^{m/2}}{\lambda_m} \left(\frac{\alpha_m}{\text{sh}^2 \alpha_m} - \text{cth} \alpha_m \right) \sin \lambda_m x + \\ &+ \frac{1}{2D} \sum_{n=2,4,\dots} \frac{F_n}{\mu_n \text{sh} \beta_n} (\beta_n \text{cth} \beta_n \text{sh} \mu_n x - \mu_n x \text{ch} \mu_n x) = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Но сомножитель при F_n заменой $x = x' + a/2$, разложением в ряд Фурье по синусам на отрезке $x' \in [0, a]$ с возвратом к переменной x представляется в виде

$$\frac{\beta_n \text{cth} \beta_n \text{sh} \mu_n x - \mu_n x \text{ch} \mu_n x}{\mu_n \text{sh} \beta_n} = -\frac{8}{\pi^2} \frac{b^3}{a^2} n \sum_{m=2,4,\dots} \frac{(-1)^{m/2} m}{(n^2 + (mb/a)^2)^2} \sin \lambda_m x. \quad (4)$$

Кроме того, с использованием в (4) замены a на b , b на a , n на m , m на n и x на y , имеем

$$\sum_{n=2,4,\dots} \frac{(-1)^{n/2} n}{(\xi_m^2 + n^2)^2} \sin \mu_n y = \frac{\pi^2 y \text{ch} \lambda_m y - 0,5 b \text{cth} \alpha_m \text{sh} \lambda_m y}{8b \xi_m \text{sh} \alpha_m}, \quad \text{где } \xi_m = \frac{mb}{a}. \quad (5)$$

Пусть теперь $\widehat{E}_m = \sqrt{b/a} E_m$, $\widehat{F}_m = \sqrt{a/b} F_m$, $\varphi(\alpha_m) = \text{cth} \alpha_m - \alpha_m / \text{sh}^2 \alpha_m$. Тогда, подставляя (4) в (3), предположительно изменяя порядок суммирования в повторном ряде, переходя далее от суммы синусных рядов к синусному ряду с коэффициентом, равном сумме коэффициентов рядов-слагаемых, и, приравнявая коэффициент нулю, приходим при значениях $m = 2, 4, \dots$ к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений

$$\widehat{E}_m = -\frac{8\xi_m^2}{\pi\varphi(\alpha_m)} \sum_{n=2,4,\dots} \frac{n}{(\xi_m^2 + n^2)^2} \widehat{F}_n + 2\left(\frac{b}{\pi}\right)^2 \sqrt{\frac{a}{b}} \frac{\xi_m}{\varphi(\alpha_m)} (-1)^{m/2} \sum_{n=2,4,\dots} \frac{(-1)^{n/2} q_{mn} n}{(\xi_m^2 + n^2)^2}, \quad (6)$$

свободные члены которых, ниже обозначенные $b_m(a, b)$, с учетом (5) приводятся к виду

$$\begin{aligned} b_m(a, b) &= \frac{8}{ab} \left(\frac{b}{\pi}\right)^2 \sqrt{\frac{a}{b}} \frac{\xi_m}{\varphi(\alpha_m)} (-1)^{m/2} \times \\ &\times \sum_{n=2,4,\dots} \frac{(-1)^{n/2} n}{(\xi_m^2 + n^2)^2} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} q(x, y) \sin \lambda_m x \sin \mu_n y \, dx \, dy = \\ &= \frac{8b}{\pi^2 a} \sqrt{\frac{a}{b}} \frac{\xi_m}{\varphi(\alpha_m)} (-1)^{m/2} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} q(x, y) \sin \lambda_m x \sum_{n=2,4,\dots} \frac{(-1)^{n/2} n}{(\xi_m^2 + n^2)^2} \sin \mu_n y \, dx \, dy = \\ &= \sqrt{\frac{b}{a}} \frac{(-1)^{m/2}}{\text{ch} \alpha_m - \alpha_m \text{sh} \alpha_m} \int_{a/2}^{a/2} \int_{b/2}^{b/2} (y/b \text{ch} \lambda_m y - 0,5 \text{cth} \alpha_m \text{sh} \lambda_m y) q(x, y) \sin \lambda_m x \sin \mu_n y \, dx \, dy. \end{aligned} \quad (7)$$

Аналогично подчиняя $\omega(x, y)$ на сторонах пластины, параллельных оси y , отсутствию поворотов краев в направлении оси x , приходим к бесконечной системе, которая записывается заменой в (7) a на b , b на a , E на F , x на y , оставляя неизменной $q(x, y)$. В итоге получена вполне регулярная система [4–6], причем $\exists K > 0$, $|b_m(a, b)|, |b_m(b, a)| < K$.

2. Доказывается допустимость изменении порядка суммирования в вышеупомянутом повторном ряде. Пусть \tilde{E}_m, \tilde{F}_n — ограниченное решение названной системы. Тогда $|\tilde{E}_m|, |\tilde{F}_n| \leq K_1$ — некоторой положительной константы. Покажем прежде, что величины $c_{nm} = \tilde{F}_n n m / [(na/b)^2 + m^2]^2$ удовлетворяют условиям

$$\lim_{m \rightarrow \infty} c_{nm} = 0, \quad \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} c_{nm} < \infty, \quad \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} c_{nm} = 0, \quad \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} \sum_{m=3,5,\dots}^{\infty} |c_{nm+1} - c_{nm-1}| < \infty. \quad (8)$$

Действительно, первое условие в (8) очевидно выполняется, а трое других — с помощью неравенства $\alpha^2 + \beta^2 \geq C\alpha^\gamma \beta^{2-\gamma}$, где $0 \leq \gamma \leq 2$, $\alpha, \beta \geq 0$, $C > 0$ — некоторая константа [7]

$$\left| \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} c_{nm} \right| \leq \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} |c_{nm}| = \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} \left| \frac{\tilde{F}_n n m}{[(na/b)^2 + m^2]^2} \right| \leq \leq \frac{K_1}{C^2} \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} \frac{nm}{(na/b)^{2\gamma} m^{4-2\gamma}} \Big|_{\gamma=5/4} = \left(\frac{b}{a}\right)^{5/2} \frac{K_1}{C^2 m^{1/2}} \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^{3/2}}, \quad (9)$$

$$|c_{nm+1} - c_{nm-1}| = |\tilde{F}_n| n \left| \frac{2[\Lambda_{nm}^2 + 2\Lambda_{nm}(1 - 2m^2) + 1]}{[(\Lambda_{nm} + 1)^2 - 4m^2]^2} \right| = = |\tilde{F}_n| |O(n/\Lambda_{nm}^2)| \leq \frac{K_2 n}{(na/b)^{2\gamma} m^{4-2\gamma}} \Big|_{\gamma=5/4} = \frac{K_2 (b/a)^{5/2}}{n^{3/2} m^{3/2}}, \quad (10)$$

где $K_2 > 0$ — некоторая константа, $\Lambda_{nm} = (na/b)^2 + m^2$.

Но первое условие в (8) при $x \in (-a/2, a/2)$ допускает тождественное преобразование

$$\sum_{m=2,4,\dots}^{\infty} (-1)^{m/2} c_{nm} \sin \lambda_m x = \lim_{M \rightarrow \infty} \sum_{m=2,4,\dots}^M (-1)^{m/2} c_{nm} \sin \lambda_m x = \frac{1}{2 \cos \lambda_1 x} \times \times \lim_{M \rightarrow \infty} \left[-c_{n2} \sin \lambda_1 x + (-1)^{M/2} c_{nM} \sin \lambda_{M+1} x - \sum_{m=3,5,\dots}^{M-1} (-1)^{(m-1)/2} (c_{nm+1} - c_{nm-1}) \sin \lambda_m x \right] = = -\frac{1}{2 \cos \lambda_1 x} \left[c_{n2} \sin \lambda_1 x + \sum_{m=3,5,\dots}^{\infty} (-1)^{(m-1)/2} (c_{nm+1} - c_{nm-1}) \sin \lambda_m x \right]. \quad (11)$$

Отсюда, условия (8), (11) и теорема 3 [8, с. 394] приводят к требуемому доказательству

$$\sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} \sum_{m=2,4,\dots}^{\infty} (-1)^{m/2} c_{nm} \sin \lambda_m x = -\frac{1}{2 \cos \lambda_1 x} \left[\sin \lambda_1 x \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} c_{n2} + + \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} \sum_{m=3,5,\dots}^{\infty} (-1)^{(m-1)/2} (c_{nm+1} - c_{nm-1}) \sin \lambda_m x \right] = -\frac{1}{2 \cos \lambda_1 x} \times \times \left[\sin \lambda_1 x \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} c_{n2} + \sum_{m=3,5,\dots}^{\infty} (-1)^{(m-1)/2} \left(\sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} c_{nm+1} - \sum_{m=2,4,\dots}^{\infty} c_{nm-1} \right) \sin \lambda_m x \right] = = \sum_{m=2,4,\dots}^{\infty} \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} (-1)^{m/2} c_{nm} \sin \lambda_m x. \quad (12)$$

1. Тимошенко С. П., Войновский–Кригер С. Пластинки и оболочки. — М.: Физматгиз, 1963. — 635 с.
2. Сухотерин М. В. Метод суперпозиций исправляющих функций. — Санкт-Петербург: Изд-во Политехнического университета, 2009. — 265 с.
3. Сейранян С. П. К решению задачи изгиба прямоугольной защемленной по контуру пластины методом С. П. Тимошенко // Материалы XXII Международной конференции по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2021), 4–13 сентября 2021 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2021. — С. 276–279.
4. Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. — Л.; М., ГИТТЛ, 1949. — 695 с.
5. Сейранян С. П. К решению первой краевой плоской задачи теории упругости для прямоугольника при антисимметричных относительно осей симметрии граничных условиях // Актуальные проблемы механики сплошной среды. Труды VI международной конференции, Дилижан, РА, 1–6 октября, 2019. — С. 304–308.
6. Сейранян С. П. Об одной бесконечной системе линейных алгебраических уравнений Б. Л. Абрамяна в первой краевой плоской задаче теории упругости для прямоугольника // Материалы XIII Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАГ'2020), 6–13 сентября 2020 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2020. — С. 337–340.
7. Сейранян С. П. Об одном решении Навье для частично-нагруженной прямоугольной пластины // Вестник Томского госунта. Математика и механика. — 2009. — №1(5). — С. 82–95.
8. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. II. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. — 863 с.

ДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ДВУХСОСТАВНЫМ ЦИЛИНДРОМ ЛИНЕЙНО-ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ ПРИ ДЕЙСТВИИ ОСЕВЫХ СИЛ*

**Ю. С. Соломонов¹, Е. Н. Волков¹, Ф. Е. Прудников¹,
А. Я. Недбай¹, Ю. А. Гришин²**

¹АО «Корпорация «МИТ», Москва, Россия; ²МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

Проблема динамической устойчивости тонкостенных конструкций начала рассматриваться с середины прошлого столетия в связи с развитием авиации и космонавтики. Пути ее решения нашли отражение в ряде работ, краткий обзор которых приведен в [1, 2]. В настоящее время в связи с широким внедрением в силовую схему летательных аппаратов композиционных материалов и разработкой принципиально новых конструкций возник класс актуальных задач по этой проблеме [1–9].

Рассмотрим устойчивость цилиндрической оболочки из композиционного материала, подкрепленного двухсоставным цилиндром с переменным каналом и нагруженного внешним давлением, при действии гармонически изменяющейся осевой силы. Движение оболочки описывается уравнениями теории ортотропных оболочек. Цилиндр представляется упругим безынерционным основанием Винклера, коэффициент постели которого определяется из решения уравнений трехмерной теории упругости. Одна часть цилиндра имеет цилиндрический канал, а у другой части канал линейно расширяется к торцу. Торцы оболочки считаются шарнирно опертыми.

*Исследование поддержано РФФИ (проект №20-08-00672-а).

Введем безразмерную систему цилиндрических координат, в которой линейные размеры отнесены к радиусу срединной поверхности оболочки. Тогда уравнение движения оболочки можно представить в виде [6]

$$\left\{ a_3 \nabla^8 + a_2 \frac{\partial^4}{\partial \alpha^4} + \nabla^4 \left[a_5 (T_0 + T_1 \cos \omega t) \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + a_8 \left(\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + 1 \right) + a_7 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] + \nabla^4 B \sum_{j=1}^2 K_j [\sigma_0 (\alpha - \alpha_{j-1}) - \sigma_0 (\alpha - \alpha_j)] \right\} w = 0, \quad (1)$$

где ∇^8, ∇^4 — дифференциальные операторы, имеющие вид

$$\begin{aligned} \nabla^8 &= a_3 \frac{\partial^8}{\partial \alpha^8} + [a_4 + a_6 (2a_1 - \nu_\beta)] \frac{\partial^8}{\partial \alpha^6 \partial \beta^2} + \\ &+ \left\{ a_2 \left(\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + 1 \right)^2 + [2a_6 (a_4 - a_6 \nu_\beta) + a_2] \frac{\partial^4}{\partial \beta^4} \right\} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^4} + \\ &+ a_4 \left[(a_4 - a_6 \nu_\beta) \left(\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + 1 \right)^2 + 2a_1 a_6 \frac{\partial^4}{\partial \beta^4} \right] \frac{\partial^4}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + a_2 a_4 \left(\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + 1 \right)^2 \frac{\partial^4}{\partial \beta^4}; \\ \nabla^4 &= a_1 \frac{\partial^4}{\partial \alpha^4} + (a_4 - a_6 \nu_\beta) \frac{\partial^4}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + a_2 \frac{\partial^4}{\partial \beta^4}; \end{aligned}$$

α, β — безразмерные координаты вдоль образующей и в окружном направлении; w — радиальное перемещение; K_{0j} — коэффициенты постели конической и цилиндрической частей цилиндра; α_1 — длина конусной части; T_0, T_1 — постоянная составляющая и амплитуда переменной составляющей осевой силы; $\sigma_0(\alpha)$ — единичная функция равная единице при $\alpha > 0$ и нулю при $\alpha < 0$; ω — частота пульсаций.

Решение уравнения (1) будем искать в виде

$$w = \cos n\beta \sum_{m=1}^{\infty} A_m(t) \sin \gamma_m \alpha, \quad (2)$$

где $\gamma_m = m\pi/\alpha_0$; $\alpha_0 = L/R$; L — длина оболочки; m — число полуволн в осевом направлении; n — число волн в окружном направлении; $A_m(t)$ — неизвестная функция времени (в дальнейшем аргумент t опускается).

Подставляя (2) в (1) и применяя процедуру Бубнова–Галеркина, получим систему дифференциальных уравнений типа Матье–Хилла

$$\frac{d^2 A_k}{dt^2} + b_{1k} \cos \omega t A_k + b_{2k} A_k + \frac{B}{a_7} \sum_{m=1}^{\infty} f_{mk} A_m = 0, \quad k = (1, 2, 3 \dots), \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} b_{1k} &= -\frac{a_5 \gamma_k^2 T_1}{a_7}; \quad b_{2k} = \frac{1}{a_7} \left[\frac{a_3 \nabla_k^8}{\nabla_k^4} + \frac{a_2 \gamma_k^4}{\nabla_k^4} - a_5 \gamma_k^2 T_0 + a_8 (1 - n^2) \right]; \\ f_{mk} &= \frac{1}{\alpha_1} H_1^{(mk)} K_{01}^{(m)} + H_2^{(mk)} K_{02}^{(m)}; \end{aligned}$$

$$H_1^{(mk)} = \begin{cases} \frac{\alpha_1^2}{2\alpha_0} & \text{при } m = k, \\ \frac{1}{\alpha_0 \theta_{mk}^2} (\alpha_1 \theta_{mk} \sin \theta_{mk} \alpha_1 + \cos \theta_{mk} \alpha_1 - 1) - \\ - \frac{1}{\alpha_0 \varphi_{mk}^2} (\alpha_1 \varphi_{mk} \sin \varphi_{mk} \alpha_1 + \cos \varphi_{mk} \alpha_1 - 1) & \text{при } m \neq k, \end{cases}$$

$$H_2^{(mk)} = \begin{cases} \frac{\alpha_0 - \alpha_1}{\alpha_0} & \text{при } m = k, \\ \frac{1}{\alpha_0} \left(\frac{1}{\varphi_{mk}} \sin \varphi_{mk} \alpha_1 - \frac{1}{\theta_{mk}} \sin \theta_{mk} \alpha_1 \right) & \text{при } m \neq k, \end{cases}$$

$$\varphi_{mk} = \pi(m+k)/\alpha_0; \quad \theta_{mk} = \pi(m-k)/\alpha_0.$$

Решение уравнений (3) будем искать в виде

$$A_k = \sum_{q=1,3,\dots}^{\infty} B_{qk} \sin \frac{q\omega t}{2} + \sum_{q=1,3,\dots}^{\infty} C_{qk} \cos \frac{q\omega t}{2}, \quad (4)$$

где B_{qk} , C_{qk} — постоянные коэффициенты.

Подставляя первую сумму из (4) в (3) и приравнявая коэффициенты при одинаковых $\sin(q\omega t/2)$, получим систему неоднородных алгебраических уравнений. Ограничимся первым членом ряда $q = 1$, который определяет границу главной области неустойчивости и, согласно работам В. В. Болотина, в большинстве случаев его достаточно для практических расчетов. В результате получим

$$\varphi_k B_{1k} + \sum_{m=1}^{\infty} \psi_m B_{1m} = 0, \quad k = (1, 2, 3, \dots), \quad \text{где } \varphi_k = \frac{4b_{2k} \pm 2b_{1k} - \omega^2}{4}; \quad \psi_m = \frac{B}{a_7} f_{mk}. \quad (5)$$

Редуцируя систему (5) до количества членов, обеспечивающих необходимую точность и приравнявая к нулю определитель усеченной матрицы, получаем характеристическое уравнение для определения критических частот.

Подставляя вторую сумму из (4) в (3), получим уравнение (5) в котором коэффициенты B_{1k} необходимо заменить на C_{1k} , а при φ_k применять знак плюс.

Получены зависимости областей неустойчивости от длины конического участка канала, модуля упругости цилиндра и величины внешнего давления.

1. *Bakulin V. N., Nedbay A. Ya.* The Dynamic Stability Of Three-Layered Cylindrical Shell, Reinforced Ring Ribs And Hollow Cylinder Under External Pressure Pulsing // *Doklady Physics.* — 2021. — V. 66, No. 6. — P. 175–181.
2. *Bakulin V. N., Boitsova D. A., Nedbay A. Ya.* Parametric Resonance of a Three-Layered Cylindrical Composite Rib-Stiffened Shell // *Mechanics of Composite Materials.* — 2021. — V. 57, No. 5. — P. 623–634.
3. *Bakulin V. N., Volkov E. N., Simonov A. I.* Dynamic Stability of a Cylindrical Shell under Alternating Axial External Pressure // *Russian Aeronautics.* — 2017. — V. 60(4). — P. 508–513.
4. *Bakulin V. N., Danilkin E. V., Nedbai A. Ya.* Dynamic Stability of a Cylindrical Shell Stiffened with a Cylinder and Longitudinal Diaphragms at External Pressure // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics.* — 2018. — V. 91, No. 2. — P. 537–543.
5. *Bakulin V. N., Nedbai A. Ya.* Dynamic Stability of Composite Cylindrical Shell of Linear-Variable Thickness under the Action Pulsed External Pressure // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics.* — 2021. — V. 93, No. 2. — P. 537–543.
6. *Соломонов Ю. С., Георгиевский В. П., Недбай А. Я., Андрюшин В. А.* Прикладные задачи механики композитных цилиндрических оболочек. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. — 408 с.
7. *Bakulin V. N., Nedbay A. Ya.* Dynamic Stability of a Cylindrical Shell Reinforced by Longitudinal Ribs of Piecewise-Constant Thickness under Axial Loading // *Doklady Physics.* — 2020. — V. 65, No. 12. — P. 436–441.

8. *Bakulin V. N., Volkov E. N., Nedbai A. Ya.* Dynamic Stability of a Cylindrical Shell Reinforced by Longitudinal Ribs and a Hollow Cylinder Under the Action of Axial Forces // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics.* — 2016. — V. 89, No. 3. — P. 747–753
9. *Bakulin V. N., Nedbay A. Ya.* Parametric Resonance of a Three-Layer Cylindrical Composite Shell, Supported by Longitudinal Ribs and a Cylinder, Under The Action of a Time-Varying Axial Force // *Doklady Physics.* — 2022. — V. 67.

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ЛИНЕЙНО-ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ, ПОДКРЕПЛЕННОЙ ЦИЛИНДРОМ, ПРИ ДЕЙСТВИИ ВНЕШНЕГО ДАВЛЕНИЯ*

**Ю. С. Соломонов¹, Е. Н. Волков¹, Ф. Е. Прудников¹,
А. Я. Недбай¹, Ю. А. Гришин²**

¹АО «Корпорация «МИТ»», Москва, Россия; ²МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

Исследования динамической устойчивости тонкостенных конструкций интенсивно ведутся с середины прошлого столетия в связи с бурным развитием авиации и космонавтики, а также с широким внедрением в технику композиционных материалов [1, 2]. Вопросам динамической устойчивости последних лет посвящен ряд работ [1–9]. Однако в классе цилиндрических оболочек переменной толщины в основном изучены только вопросы статической устойчивости.

Введем безразмерную систему цилиндрических координат, в которой все линейные размеры отнесены к радиусу внутренней поверхности оболочки. Если пренебречь влиянием тангенциальных сил инерции и тангенциальных составляющих приведенной нагрузки, то уравнения движения оболочки можно представить в следующем виде:

$$L_{j1}u + L_{j2}v + L_{j3}w = 0 \quad (j = 1, 2, 3), \tag{1}$$

где L_{kj} — дифференциальные операторы, имеющие вид:

$$L_{11} = (h_0 + \lambda\alpha) \left(\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2} + a_1 \frac{\partial^2}{\partial\beta^2} \right) + \lambda \frac{\partial}{\partial\alpha}; \quad L_{12} = a_2(h_0 + \lambda\alpha) \frac{\partial^2}{\partial\alpha\partial\beta} + v_\beta \lambda \frac{\partial}{\partial\beta};$$

$$L_{13} = v_\beta(h_0 + \lambda\alpha) \frac{\partial}{\partial\alpha} + v_\beta \lambda; \quad L_{21} = a_2(h_0 + \lambda\alpha) \frac{\partial^2}{\partial\alpha\partial\beta} + a_1 \lambda \frac{\partial}{\partial\beta};$$

$$L_{22} = (h_0 + \lambda\alpha) \left(a_1 \frac{\partial^2}{\partial\alpha^2} + a_4 \frac{\partial^2}{\partial\beta^2} \right) + a_1 \lambda \frac{\partial}{\partial\alpha}; \quad L_{23} = a_4(h_0 + \lambda\alpha) \frac{\partial}{\partial\beta};$$

$$L_{31} = 6[-h_0\lambda^2 - \lambda^3\alpha + 2v_\beta R^2(h_0 + \lambda\alpha)] \frac{\partial}{\partial\alpha} - 6(h_0^2\lambda + 2h_0\lambda^2\alpha + \lambda^3\alpha^2) \frac{\partial^2}{\partial\alpha^2} - \\ - (h_0^3 + 3h_0^2\lambda\alpha + 3h_0\lambda^2\alpha^2 + \lambda^3\alpha^3) \frac{\partial^3}{\partial\alpha^3};$$

$$L_{32} = 6[-v_\beta(h_0\lambda^2 + \lambda^3\alpha) + 2a_4 R^2(h_0 + \lambda\alpha)] \frac{\partial}{\partial\beta} - 6a_6(h_0^2\lambda + 2h_0\lambda^2\alpha + \lambda^3\alpha^2) \frac{\partial^2}{\partial\alpha\partial\beta} - \\ - (2a_6 - v_\beta)(h_0^3 + 3h_0^2\lambda\alpha + 3h_0\lambda^2\alpha^2 + \lambda^3\alpha^3) \frac{\partial^3}{\partial\alpha^2\partial\beta};$$

*Исследование поддержано РФФИ (проект №20-08-00672-а).

$$L_{33} = 6(h_0\lambda^2 + \lambda^3\alpha)\left(\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2} + \nu_\beta\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}\right) + 6(h_0^2\lambda + 2h_0\lambda^2\alpha + \lambda^3\alpha^2)\left(\frac{\partial^3}{\partial\alpha^3} + a_6\frac{\partial^3}{\partial\alpha\partial\beta^2}\right) +$$

$$+ (h_0^3 + 3h_0^2\lambda\alpha + 3h_0\lambda^2\alpha^2 + \lambda^3\alpha^3)\left(\frac{\partial^4}{\partial\alpha^4} + 2a_6\frac{\partial^4}{\partial\alpha^2\partial\beta^2} + a_4\frac{\partial^4}{\partial\beta^4}\right) +$$

$$+ a_5(h_0 + \lambda\alpha) + \frac{a_7}{R}(p_0 + p_1 \cos \omega t)\left(\frac{\partial^2}{\partial\beta^2} + 1\right) + a_7\rho(h_0 + \lambda\alpha)\frac{\partial^2}{\partial t^2} + a_8a_7\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2} + a_7\Pi;$$

u, ν, ω — осевое, окружное и радиальное перемещения оболочки; h_0 — толщина оболочки в начале координат; h_1 — превышение толщины оболочки на заднем торце по сравнению с передним; p_0, p_1 — постоянная и переменная составляющие внешнего давления; T_α — осевая сила; ρ — плотность материала оболочки; ω — частота пульсаций; $\lambda = h_1/\alpha_0$; $\alpha_0 = L/R$.

Решение уравнений (1) будем искать в виде:

$$u = \cos n\beta \sum_{m=1}^{\infty} U_m(t) \cos \gamma_m\alpha; \quad \nu = \sin n\beta \sum_{m=1}^{\infty} V_m(t) \sin \gamma_m\alpha; \tag{2}$$

$$\omega = \cos n\beta \sum_{m=1}^{\infty} W_m(t) \sin \gamma_m\alpha;$$

где $\gamma_m = m\pi/\alpha_0$; $U_m(t), V_m(t), W_m(t)$ — неизвестные функции времени.

Поставим (2) в (1) и, применяя процедуру Бубнова–Галеркина, получим бесконечную систему обыкновенных дифференциальных уравнений типа Матье–Хилла (опущены члены, оказывающие незначительное влияние)

$$\left\{ \begin{aligned} b_{1k}U_k + \sum_{m=1}^{\infty} c_{1m}U_m + b_{2k}V_k + \sum_{m=1}^{\infty} c_{2m}V_m + b_{3k}W_k + \sum_{m=1}^{\infty} c_{3m}W_m &= 0; \\ b_{4k}U_k + \sum_{m=1}^{\infty} c_{4m}U_m + b_{5k}V_k + \sum_{m=1}^{\infty} c_{5m}V_m + b_{6k}W_k + \sum_{m=1}^{\infty} c_{6m}W_m &= 0; \\ b_{7k}U_k + \sum_{m=1}^{\infty} c_{7m}U_m + b_{8k}V_k + \sum_{m=1}^{\infty} c_{8m}V_m + \\ + b'_{9k}\frac{d^2W_k}{dt^2} + b''_{9k}W_k + b'''_{9k}W_k \cos \omega t + \sum_{m=1}^{\infty} \left(c'_{9m}\frac{d^2W_m}{dt^2} + c''_{9m}W_m \right) &= 0, \end{aligned} \right. \tag{3}$$

$$(k = 1, 2, 3 \dots)$$

где b_{ik}, c_{im} — постоянные коэффициенты.

Решение уравнений (3) будем искать в виде

$$\{U_k, U_m, V_k, V_m, W_k, W_m\} = \sum_{i=1,3,\dots}^{\infty} \{A_{1k}^{(i)}, A_{1m}^{(i)}, A_{2k}^{(i)}, A_{2m}^{(i)}, A_{3k}^{(i)}, A_{3m}^{(i)}\} \sin \frac{i\omega t}{2} +$$

$$+ \{B_{1k}^{(i)}, B_{1m}^{(i)}, B_{2k}^{(i)}, B_{2m}^{(i)}, B_{3k}^{(i)}, B_{3m}^{(i)}\} \cos \frac{i\omega t}{2}, \tag{4}$$

где A_{ij}, B_{ij} — неизвестные постоянные коэффициенты.

Подставим первую сумму из (4) в (3) и приравняем коэффициенты при одинаковых $\sin(i\omega t/2)$. Ограничимся первым членом ряда (4), который определяет главную область неустойчивости и, согласно работам В. В. Болотина, что достаточно для практических расчетов.

В результате получим бесконечную систему однородных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned}
 b_{1k}A_{1k}^{(1)} + \sum_{m=1}^{\infty} c_{1m}A_{1m}^{(1)} + b_{2k}A_{2k}^{(1)} + \sum_{m=1}^{\infty} c_{2m}A_{2m}^{(1)} + b_{3k}A_{3k}^{(1)} + \sum_{m=1}^{\infty} c_{3m}A_{3m}^{(1)} &= 0; \\
 b_{4k}A_{1k}^{(1)} + \sum_{m=1}^{\infty} c_{4m}A_{1m}^{(1)} + b_{5k}A_{2k}^{(1)} + \sum_{m=1}^{\infty} c_{5m}A_{2m}^{(1)} + b_{6k}A_{3k}^{(1)} + \sum_{m=1}^{\infty} c_{6m}A_{3m}^{(1)} &= 0; \quad (5) \\
 b_{7k}A_{1k}^{(1)} + \sum_{m=1}^{\infty} c_{7m}A_{2m}^{(1)} + b_{8k}A_{2k}^{(1)} + \sum_{m=1}^{\infty} c_{8m}A_{2m}^{(1)} + b_{9k}A_{3k}^{(1)} + \sum_{m=1}^{\infty} c_{9m}A_{3m}^{(1)} &= 0,
 \end{aligned}$$

где $b_{9k} = b''_{9k} - b'_{9k}\omega^2/4 \pm b'''_{9k}/2$; $c_{9m} = c''_{9m} - c'_{9m}\omega^2/4$.

Редуцируя систему (5) до количества членов, обеспечивающих необходимую точность и приравнивая к нулю определитель усеченной матрицы, получим характеристическое уравнение для определения критических частот.

Подставляя вторую сумму из (4) в (3), получим характеристическое уравнение (5), в котором коэффициенты $A_{jk}^{(1)}$, $A_{jm}^{(1)}$ необходимо заменить на $B_{jk}^{(1)}$, $B_{jm}^{(1)}$, а при коэффициенте b''_{9k} принять знак «+».

Получены зависимости областей неустойчивости от радиуса канала, модуля упругости цилиндра и величины осевой силы.

$$\varphi_k B_{1k} + \sum_{m=1}^{\infty} \psi_m B_{1m} = 0, \quad k = (1, 2, 3 \dots), \quad \text{где} \quad \varphi_k = \frac{4b_{2k} \pm 2b_{1k} - \omega^2}{4}; \quad \psi_m = \frac{B}{a_7} f_{mk}.$$

1. *Bakulin V. N., Nedbay A. Ya.* The Dynamic Stability of Three-Layered Cylindrical Shell, Reinforced Ring Ribs and Hollow Cylinder Under External Pressure Pulsing // *Doklady Physics.* — 2021. — V. 66, No. 6. — P. 175–181.
2. *Bakulin V. N., Boitsova D. A., Nedbay A. Ya.* Parametric Resonance of a Three-Layered Cylindrical Composite Rib-Stiffened Shell // *Mechanics of Composite Materials.* — 2021. — V. 57, No. 5. — P. 623–634.
3. *Bakulin V. N., Volkov E. N., Simonov A. I.* Dynamic Stability of a Cylindrical Shell under Alternating Axial External Pressure // *Russian Aeronautics.* — 2017. — V. 60(4). — P. 508–513.
4. *Bakulin V. N., Danilkin E. V., Nedbai A. Ya.* Dynamic Stability of a Cylindrical Shell Stiffened with a Cylinder and Longitudinal Diaphragms at External Pressure // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics.* — 2018. — V. 91, No. 2. — P. 537–543.
5. *Bakulin V. N., Nedbai A. Ya.* Dynamic Stability of Composite Cylindrical Shell of Linear-Variable Thickness Under The Action Pulsed External Pressure // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics.* — 2021. — V. 93, No. 2. — P. 537–543.
6. *Соломонов Ю. С., Георгиевский В. П., Недбай А. Я., Андриюшин В. А.* Прикладные задачи механики композитных цилиндрических оболочек. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. — 408 с.
7. *Bakulin V. N., Nedbay A. Ya.* Dynamic Stability of a Cylindrical Shell Reinforced by Longitudinal Ribs of Piecewise-Constant Thickness under Axial Loading // *Doklady Physics.* — 2020. — V. 65, No. 12. — P. 436–441.
8. *Bakulin V. N., Volkov E. N., Nedbai A. Ya.* Dynamic Stability of a Cylindrical Shell Reinforced by Longitudinal Ribs and a Hollow Cylinder Under the Action of Axial Forces // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics.* — 2016. — V. 89, No. 3. — P. 747–753.
9. *Bakulin V. N., Nedbay A. Ya.* Parametric Resonance of a Three-Layer Cylindrical Composite Shell, Supported by Longitudinal Ribs and a Cylinder, Under The Action of a Time-Varying Axial Force // *Doklady Physics.* — 2022. — V. 67.

ГЕНЕРАЦИЯ КАПИЛЛЯРНО-ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН ПРИ ОБТЕКАНИИ ПОДВОДНОГО ЦИЛИНДРА

С. И. Филиппов

КИУ, Казань, Россия

В работах [1, 2] предложено решение краевой задачи об обтекании тела на примере подводного кругового цилиндра методом моделирования свободной поверхности гидродинамическими особенностями типа диполей с учетом силы тяжести и силы поверхностного натяжения на свободной границе. Методами теории функций комплексного переменного решение задачи сведено к интегро-дифференциальному сингулярному уравнению, полученному из граничного условия на свободной поверхности с использованием интеграла Бернулли и закона Лапласа [3] и далее к интегральному уравнению Фредгольма второго рода [4]. Для бесциркуляционного течения при уточненной модели условия излучения уравнение имеет вид

$$\mu(x) = \lambda(x) + \int_{-\infty}^{+\infty} M(x, t) \mu(t) dt, \quad (1)$$

$$\lambda(x) = \frac{2}{\text{Fr} s_0} \operatorname{Re} \left(\frac{i(\overline{s}_1 - \overline{s}_2)}{\text{We}(x + ih)} + K(\overline{s}_1) \exp(\overline{s}_1 x) \int_{-\infty}^x \frac{\exp(-\overline{s}_1 t)}{t + ih} dt - K(\overline{s}_2) \exp(\overline{s}_2 x) \int_{+\infty}^x \frac{\exp(-\overline{s}_2 t)}{t + ih} dt \right),$$

$$M(x, t) = -\frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \left(\frac{1}{s_0 \text{Fr}} \left(\frac{i \text{We}(\overline{s}_1 - \overline{s}_2)}{(x - \zeta(t))} + K(\overline{s}_1) \exp(\overline{s}_1 x) \int_{-\infty}^x \exp(-\overline{s}_1 \beta) H(\beta, t) d\beta - K(\overline{s}_2) \exp(\overline{s}_2 x) \int_{+\infty}^x \exp(-\overline{s}_2 \beta) H(\beta, t) d\beta \right) \right),$$

$$s_1 = -\frac{\text{Fr} i}{2\text{We}}(1 + s_0), \quad s_2 = -\frac{\text{Fr} i}{2\text{We}}(1 - s_0), \quad s_0 = \sqrt{1 - \frac{4\text{We}}{\text{Fr}^2}},$$

$$H(\beta, t) = \frac{1}{(\beta - \zeta(t))(t - ih)^2},$$

$$K(\overline{s}_k) = -i - \text{Fr} \overline{s}_k + \text{We} i \overline{s}_k^2 \quad (k = 1, 2), \quad \zeta(t) = -ih + 1/(t - ih).$$

Обезразмеренное уравнение содержит число Фруда $\text{Fr} = U_0^2/ga$ и число Вебера $\text{We} = \text{We}_g = \alpha/g\rho a$, линейные размеры отнесены к величине a — радиуса цилиндра, α — коэффициент поверхностного натяжения, U_0 — скорость набегающего потока на бесконечности, h — глубина погружения центра цилиндра. Уравнение аналогичного вида с таким же ядром и иной свободной частью выведено также для чисто циркуляционного течения.

При получении уравнения (1) учтено точное выполнение граничного условия на контуре тела по методу построения комплексного потенциала возмущенного течения [5] и условие излучения [6, 7]: образование капиллярно-гравитационных волн [8] вверх по потоку, а гравитационно-капиллярных — вниз по потоку, что видно в пределах интегралов как $\pm\infty$.

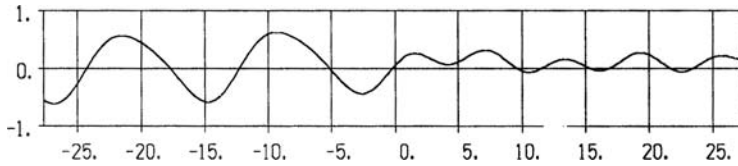


Рис. 1. Форма свободной поверхности при значении циркуляции $\gamma = -1$, глубины погружения цилиндра $h = 6$, числе Фруда $Fr = 3,19$, числе Вебера $We = 1,855$

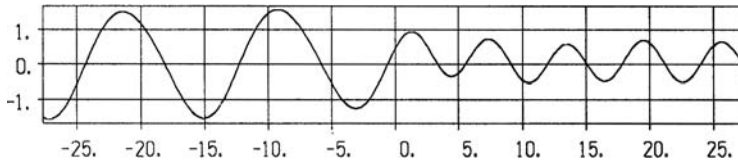


Рис. 2. Вид свободной поверхности при $\gamma = -1$, $h = 4$, $Fr = 3,19$, $We = 1,855$

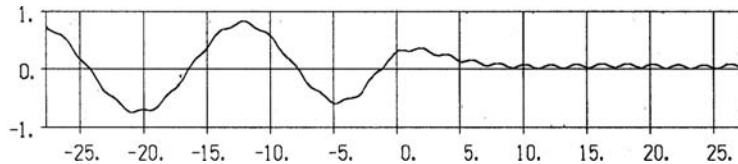


Рис. 3. Волны на свободной границе при $\gamma = -1$, $h = 4$, $Fr = 3,19$, $We = 0,824$

Далее решение задачи осуществлялось численно методом последовательных приближений в виде ряда по плотностям распределенных особенностей, где интегральный оператор должен быть сжимающим для осуществления сходимости процесса, что показано аналитически. В результате расчетов были получены коэффициенты волнового сопротивления и подъемной силы для круговых цилиндров разного радиуса, разной глубины погружения, жидкостей разной плотности и температуры, различных величин и знаков циркуляции в зависимости от величины чисел Фруда и Вебера, характеризующих скорость течения и коэффициент поверхностного натяжения жидкости. Изучалось влияние отмеченных параметров на форму капиллярно-гравитационных волн, примеры расчетов которых приведены на рисунках 1–3. Рисунки 1 и 2 демонстрируют, например, влияние глубины погружения на амплитуду образующихся поверхностных волн, а рисунки 2 и 3 — влияние числа Вебера, которое можно, к примеру, трактовать как влияние изменения размера тела, т.е. на рис. 3 радиус цилиндра в полтора раза больше или как влияние изменения коэффициента поверхностного натяжения.

1. Филиппов С. И. Моделирование капиллярно-гравитационных волн при циркуляционном обтекании подводного кругового цилиндра // Известия РАЕН. МММИУ. — 2001. — Т. 5, №3. — С. 125–132.
2. Елизаров А. М., Лотфуллин М. В., Филиппов С. И. Развитие некоторых методов Г. Г. Тумашева в теории подводного крыла // Труды матем. центра им. Н. И. Лобачевского. — Казань: ДАС, 2000. — Т. 7. — С. 130–141.
3. Ламб Г. Гидродинамика. — М.–Л.: ГИТТЛ, 1947. — 928 с.
4. Елизаров А. М., Спиридонов О. А., Филиппов С. И. Обтекание подводного контура с образованием капиллярно-гравитационных волн // Известия ВУЗов. Авиационная техника. — 2001. — №2. — С. 63–67.
5. Филиппов С. И. Гидродинамика крылового профиля вблизи границ раздела. — Казань: Изд-во Казанского матем. общества, 2004. — 200 с.
6. Сретенский Л. Н. Теория волновых движений жидкости. — М.: Наука, 1977. — 816 с.

7. Филиппов С. И. Гидродинамика ограниченных потоков. — Казань: Изд-во КИУ, 2016. — 240 с.
8. Секерж-Зенькович Я. И. К теории установившихся капиллярно-гравитационных волн конечной амплитуды // Докл. АН СССР. — 1956. — Т. 109, №5. — С. 913–915.

ОБТЕКАНИЕ МЯГКОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ГАЗА*

А. Г. Хакимов

ИМех УФИЦ РАН, Уфа, Россия

Объектом исследования является поперечное стационарное обтекание мягкой цилиндрической оболочки сверхзвуковым потоком газа. Давление на поверхности оболочки определяется по теории Ньютона. Цель работы — определение формы оболочки и распределения давления по поверхности мягкой оболочки.

Постановка задачи. Рассматривается поперечное стационарное обтекание мягкой цилиндрической оболочки сверхзвуковым потоком газа. Требуется определить форму поперечного сечения оболочки (рис. 1), усилия в ней, лобовое сопротивление, если заданы давление в оболочке P_1 , скорость набегающего потока V , плотность воздушной среды вне оболочки ρ , скоростной напор $q = \rho V^2/2$.

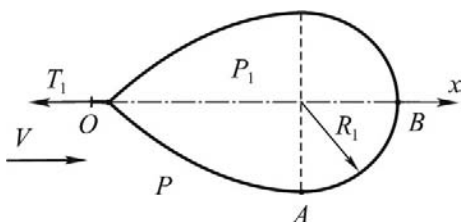


Рис. 1. Расчетная схема

Предполагается, что оболочка нерастяжима, а давление на поверхности оболочки $P = 2q \sin^2 \theta$ определяется по теории Ньютона [1, 2], θ — угол между касательной к линии поперечного сечения оболочки и осью x (рис. 1).

Форма мягкой цилиндрической оболочки на участке OA описывается уравнением [3], где решена задача безотрывного обтекания мягкой цилиндрической оболочки плоским потоком идеальной несжимаемой жидкости

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{P_1 - P}{T}, \quad (1)$$

где s — длина дуги, отсчитываемая от точки O на линии поперечного сечения, T — усилие натяжения в оболочке. Так как донное давление равно нулю, то на участке AB выполняется соотношение $T = P_1 R_1$, где R_1 — радиус кривизны оболочки на этом участке. С учетом вышеизложенного уравнение (1) записывается в виде

$$\frac{d\theta}{d\xi} = 1 - \gamma \sin^2 \theta, \quad \xi = \frac{s}{R_1}, \quad \gamma = \frac{2q}{P_1}. \quad (2)$$

Интегрирование уравнения (2) с условием $\theta = 0$ при $\xi = \xi_A$ дает

$$\theta(\xi) = \arctg \left[\frac{\operatorname{tg}(\beta(\xi - \xi_A))}{\beta} \right], \quad \beta = \sqrt{1 - \gamma}. \quad (3)$$

* Работа поддержана средствами государственного бюджета по госзаданию (№0246-2019-0088).

Угол θ_0 между касательной к линии поперечного сечения оболочки и осью x в точке O определяется из выражения (3) при $\xi = 0$

$$\theta_0 = \theta(0) = -\operatorname{arctg}\left[\frac{\operatorname{tg}(\beta\xi_A)}{\beta}\right].$$

Форма оболочки находится интегрированием уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\xi} &= \cos \theta, & \frac{dy}{d\xi} &= \sin \theta, & x &= \frac{x^*}{R_1}, & y &= \frac{y^*}{R_1}, \\ x(\xi) &= \int_0^\xi \cos \theta(\xi_1) d\xi_1, & y(\xi) &= \int_0^\xi \sin \theta(\xi_1) d\xi_1, \end{aligned} \tag{4}$$

где x^*, y^* — размерные координаты точек поперечного сечения оболочки.

Безразмерная длина дуги OAB определяется по формуле

$$\xi_B = \xi_A + \frac{\pi y(\xi_A)}{2}, \quad y(\xi_A) = 1,$$

где ξ_B — длина дуги OAB . Используя условие (5) при заданном β , определяется ξ_A .

На рис. 2 приводятся формы поперечного сечения мягкой оболочки, движущейся с большой сверхзвуковой скоростью для различных $\beta = 0,5$ ($\xi_A = 1,685$), $\beta = 0,3$ ($\xi_A = 1,715$), $\beta = 0,05$ ($\xi_A = 1,732$) (пунктирная, штриховая, сплошная линии соответственно). С увеличением γ оболочка вытягивается вдоль оси x .

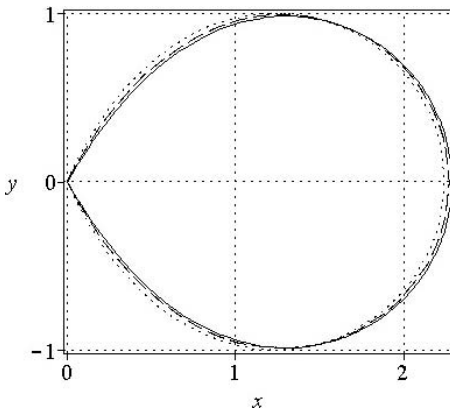


Рис. 2. Формы поперечного сечения мягкой оболочки для различных β

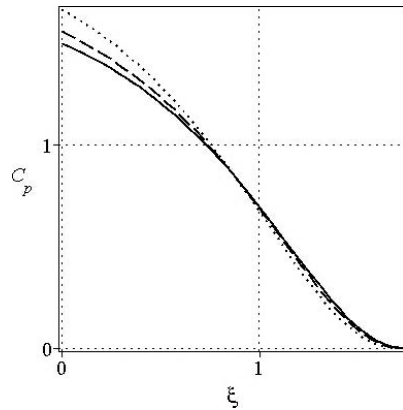


Рис. 3. Распределение давлений на оболочке для различных β

Коэффициент давления C_p в газе на поверхности оболочки определяется по формуле

$$C_p = 2 \sin^2 \theta(\xi) = 2 \sin^2 \left\{ \operatorname{arctg} \left[\frac{\operatorname{tg}(\beta(\xi - \xi_A))}{\beta} \right] \right\} = \frac{2}{1 + \beta^2 / \operatorname{tg}^2(\beta(\xi - \xi_A))}.$$

Распределение давлений на оболочке дается рис. 3 для различных $\beta = 0,5$ ($\xi_A = 1,685$), $\beta = 0,3$ ($\xi_A = 1,715$), $\beta = 0,05$ ($\xi_A = 1,732$) (пунктирная, штриховая, сплошная линии соответственно).

Деформация оболочки вызывает уменьшение давления в точках, удаленных от оси x .

Получено, что оболочка вытягивается вдоль оси x . Деформация оболочки вызывает уменьшение давления в точках, удаленных от оси x .

1. *Newton I.* Mathematical principles of natural philosophy / A. Motte's translation revised by F. Sajori. — Berkeley, California: University of California Press, 1934.
2. *Ньютон И.* Математические начала натуральной философии / Пер. с лат. с предисловием и дополнением акад. А. Н. Крылова. Книги II и III. — Петроград: тип. М. М. Стасюлевича, 1916.
3. *Киселев О. М.* К задаче об обтекании наполненной газом оболочки плоским потоком идеальной жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1971. — №3.

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ИЗГИБА ПЛАСТИНЫ ДЛЯ СИЛЬНО ОРТОТРОПНОГО МАТЕРИАЛА*

С. В. Шешенин, Р. Р. Мурадханов, А. Рябинина

МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

Классическая методика асимптотического осреднения была первоначально разработана для трехмерных тел. Затем была модифицирована и применялась к неоднородным тонким телам в виде пластин, описываемых трехмерной теорией упругости. В последнем случае асимптотическое решение строится относительно одного малого параметра, являющимся отношением толщины пластины к характерному размеру в плане. Методика осреднения в таком случае понижает размерности задачи и сводит трехмерную краевую задачу к некоторой двумерной.

В ряде работ автора с соавторами метод был применен в первом приближении к пологой оболочке и для анализа пластического деформирования слоистой пластины или пластины из функционально-градиентного материала. В случае упругой пластины были достаточно детально проанализированы первые три приближения.

В данной работе приводится обоснование применения метода к задаче с двумя малыми параметрами в случае однородной тонкой сильно ортотропной пластины, изгибаемой поверхностной нагрузкой без учета массовых сил. Вторым малым параметром является отношение поперечных модулей упругости к модулям в плане пластины. Показано, что сильная ортотропия эквивалентна увеличению толщины эквивалентной пластины и изменению жесткостей в плане.

Из численных расчетов известно, что сильно ортотропная пластина плохо описывается теорией Кирхгофа–Лява (К–Л). Поэтому асимптотическое исследование представляет интерес. В данной работе проводится асимптотическое исследование для одного частного случая сильной ортотропии.

Введем малый параметр δ — параметр, задающий сильную ортотропию. Тогда упругие модули исходной задачи C_{ijkl} можно представить в виде:

$$C_{ijkl} = \frac{1}{\delta} \tilde{C}_{ijkl}, \quad C_{IjIj} = \tilde{C}_{IjIj}, \quad C_{3333} = \tilde{C}_{3333}.$$

Здесь и далее малые индексы i, j, k, l принимают значения 1, 2, 3, а большие I, J, K, L — значения 1, 2. Все величины предполагаются безразмерными.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Междисциплинарной научно-образовательной школы Московского университета «Фундаментальные и прикладные исследования космоса».

Для обоснования методики осреднения в случае двух малых параметров трехмерные уравнение теории упругости преобразуются вначале к виду

$$\begin{cases} C_{IKL}^* \tilde{u}_{K,LI} + C_{I3K3}^* \tilde{u}_{K,33} + C_{II33}^* \tilde{u}_{3,3I} = 0, \\ C_{3J3L}^* \tilde{u}_{3, JL} + C_{33KL}^* \tilde{u}_{K,3L} + C_{3333}^* \tilde{u}_{3,33} = 0, \end{cases}$$

где $x_I = \tilde{x}_I$, $x_3 = \sqrt{\delta} \cdot \tilde{x}_3$; $u_I = \tilde{u}_I$, $u_3 = \tilde{u}_3/\sqrt{\delta}$. Здесь все $C_{ijkl}^* = \tilde{C}_{ijkl}$ за исключением $C_{3333}^* = \tilde{C}_{3333}/\delta$.

Поскольку $x_I \in [0, 1]$, $x_3 \in [-h/2, h/2]$ и в рамках задачи $\varepsilon = h$ (рассматривается пластина длины $l = 1$), следовательно в соответствии со сделанной ранее заменой $\tilde{x}_I \in [0, 1]$ и $\tilde{x}_3 \in [-\tilde{\varepsilon}/2, \tilde{\varepsilon}/2]$, где $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon/\sqrt{\delta}$. Таким образом, предыдущую систему, записанную в координатах \tilde{x}_i , можно рассматривать как уравнения для пластины большей приведенной толщины $\tilde{\varepsilon}$ с модулями C_{ijkl}^* одного порядка за исключением модуля $C_{3333}^* = \tilde{C}_{3333}/\delta$.

Решение системы слабо зависит от модуля C_{3333}^* . Более того, показано, что применение процедуры осреднения и получения локальных функций для трех приближений вполне работает при $\delta \rightarrow 0$, если только одновременно $\tilde{\varepsilon} \rightarrow 0$.

При рассмотрении задачи об изгибе поперечной нагрузкой необходимо исследовать три первых приближения. Первое асимптотическое приближение дает классическую теорию К–Л. Уменьшение параметра δ приводит к увеличению толщины пластины и изменению изгибных жесткостей. При $\delta \rightarrow 0$ кроме увеличения толщины пластины согласно $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon/\sqrt{\delta}$ изменяются модули, входящие в изгибные жесткости D_{II}^{PQ} . Вместо модулей $E_1/(1-\nu_{12}\nu_{21})$, $E_2/(1-\nu_{12}\nu_{21})$, $E_2\nu_{12}/(1-\nu_{12}\nu_{21})$, входящих в закон Гука для плоского напряженного состояния, в пределе при $\delta \rightarrow 0$ получаем модули C_{1111} , C_{2222} , C_{1122} .

Третье приближение почти совпадает с теорией Амбарцумяна (или Редди) и позволяет находить сдвиговые нормальное и поперечные напряжения. Разные варианты теории Рейсснера (Р), часто называемые в литературе теорией Рейсснера–Миндлина, находится как бы между. Рассмотрение цилиндрического изгиба дает возможность найти решения в виде формул, что упрощает сравнение. Рассмотрены практические примеры, когда ортотропные модули получены осреднением для однослойного волокнистого композита. Дается сравнение решений по рассмотренным классическим теориям с асимптотической теорией и с конечно-элементным решением трехмерной задачи на мелкой сетке. Цилиндрический изгиб рассмотрен для ортотропной пластины постоянной толщины под действием равномерно-распределенной или сосредоточенной нагрузки. Также дается сравнение с решениями полученными численно для не цилиндрического изгиба. Рассмотрены граничные условия шарнирного опирания и заделки.

Показано, что для теории Р при сдвиговом коэффициенте $\kappa = 5/6$ и теории Амбарцумяна дифференциальные уравнения прогиба пластины принимают одинаковый вид. Однако несмотря на данное совпадение теория Р приводит к другому распределению напряжений по толщине пластины, чем третье приближение асимптотической теории и теория Амбарцумяна: распределение компонент σ_{II} по толщине пластины для теорий К–Л и Р являются линейными, а для асимптотической теории и теории Редди получаются крайне близкими и изменяются по кубическому закону.

Показано, что для утонченного резинокордного слоя брекера все рассмотренные теории не обеспечивают достаточной точности. Утончение применяется для того,

чтобы обеспечить приемлемое совпадение изгибных жесткостей исходного неоднородного и осредненного эффективного слоев. В этом случае материал является чрезвычайно сильно ортотропным. При этом теория Амбарцумяна и асимптотическая теория приводят к нефизичному результату. Теория Рейсснера таким недостатком не обладает, но дает прямолинейное распределение основных изгибных нормальных напряжений, не соответствующее реальности. Поэтому целесообразно использовать кусочно-линейную конечно-элементную аппроксимацию, применяемую в методе конечных элементов.

Таким образом, в качестве заключения следует сделать вывод, что сильная ортропия создает границу применимости как классических теорий, так и асимптотической теории. При переходе этой границы требуется применять кусочно-линейную аппроксимацию перемещений в поперечном направлении.

О ВЛИЯНИИ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ МЕТЕОРОИДОВ НА ИХ РАЗРУШЕНИЕ В АТМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

В. А. Андрущенко, Н. Г. Сызранова

ИАП РАН, Москва, Россия

Рассмотрена проблема разрушения метеорных тел под воздействием тепловых и силовых нагрузок в атмосфере Земли. На основе модифицированной физической теории метеоров построена математическая модель траекторий небесных тел, вторгнувшихся в атмосферу планеты.

Уже начальная стадия входа метеороида в верхние разреженные слои атмосферы сопровождается комбинированным воздействием на него радиационного и конвективного тепловых потоков, приводящих к сильному, до десятков тысяч градусов, нагреву газа у его поверхности, который начинает светиться (эффект болида), и абляции материала метеороида. При движении в нижних плотных слоях атмосферы происходит резкое торможение тела из-за существенного увеличения скоростного напора. Возникновение значительных перегрузок под воздействием высоких механических и термических напряжений, а также абляция приводят, чаще всего, к полному или частичному разрушению метеороида в зависимости от его размера, прочности и скорости. В настоящей работе рассматривается влияние баллистических параметров входа крупных небесных тел (угла наклона траектории к земной поверхности и скорости) на процесс их разрушения в атмосфере Земли.

Одним из важных аспектов модели, описывающей движение метеороида в атмосфере Земли, является определение закона движения центра массы метеороида, другим — исследование параметров обтекания тела с учетом эффектов теплопередачи и его механического разрушения. Изменения скорости метеороида, массы, угла наклона вектора скорости к горизонту описываются уравнениями физической теории метеоритов [1]. Основным видом теплообмена при гиперзвуковом движении метеорного тела в земной атмосфере является радиационный теплообмен, формулы расчета коэффициента теплопередачи для него в зависимости от параметров обтекания и размеров тела приводятся в [1]. Фрагментация летящего метеороида зависит от соотношения его прочностных характеристик и величины скоростного напора, которая монотонно возрастает с уменьшением высоты полета до своего максимального значения. Процесс разрушения (фрагментации) метеороида в настоящей работе рассматривается в рамках модели последовательного дробления с учетом влияния масштабного фактора на предел прочности объекта, основанной на статистической теории прочности [2], когда фрагментация происходит по дефектам и трещинам, которые присущи таким структурно неоднородным телам как метеороиды. В результате дробление реализуется как процесс последовательного устранения дефектов при возрастании нагрузки путем разрушения тела по этим дефектам, в результате образующиеся фрагменты обладают большей прочностью, чем исходное тело. Процесс фрагментации завершается, когда скоростной напор начинает убывать [1].

В качестве примера расчета рассматривается вход в атмосферу Земли метеороида массой $M = 10^9$ кг под различными углами к ее поверхности. Установлено, что число образующихся фрагментов при дроблении метеороида, а также суммарная масса его осколков существенно зависят не только от прочностных характеристик метеороида, но и от баллистических параметров. В табл. 1 приводятся максимальные значения образующихся фрагментов N_{\max} для разных углов входа тела θ_e в атмосферу при скорости входа $V_e = 30$ км/с для пределов прочности метеороида $\sigma^* = 10^6$ Н/м² и $\sigma^* = 10^7$ Н/м², что соответствует телам каменного типа.

Таблица 1
Максимальное количество фрагментов и их размер для различных углов входа для $\sigma^* = 10^6$ Н/м² и $\sigma^* = 10^7$ Н/м² при скорости $V_e = 30$ км/с

θ_e , град	30	15	9	8
$N_{\max}, \sigma^* = 10^6$ Н/м ²	$2,88 \cdot 10^5$	$7,53 \cdot 10^4$	$1,1 \cdot 10^4$	$1,9 \cdot 10^3$
$N_{\max}, \sigma^* = 10^7$ Н/м ²	$6,2 \cdot 10^3$	$1,47 \cdot 10^3$	126	2

Естественно, что в случае более прочного метеороида ($\sigma^* = 10^7$ Н/м²) число образующихся фрагментов на 1–3 порядка меньше, чем случае более хрупкого тела ($\sigma^* = 10^6$ Н/м²). При пологих траекториях движения тела также существенно сокращается количество обломков по сравнению с более крутыми его траекториями. Это связано с тем, что, когда тело движется под малым углом к земной поверхности, процесс фрагментации затормаживается: возрастание скоростного напора более плавное, чем при крутых траекториях, а появление новых фрагментов,

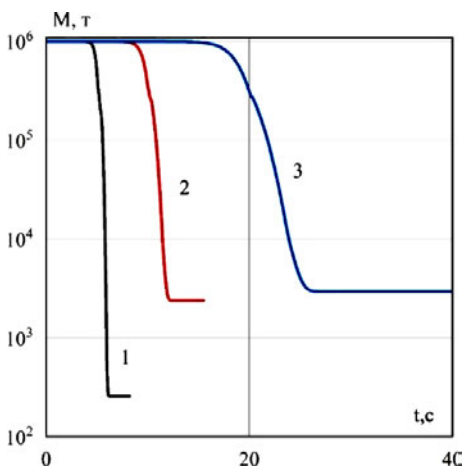


Рис. 1. Изменение массы дробящегося метеороида при различных углах входа в атмосферу: 1 — 30°; 2 — 15°; 3 — 9° ($\sigma^* = 10^6$ Н/м²)

согласно рассматриваемой модели дробления, существенно зависит от величины скоростного напора. На рис. 1 приводится изменение массы дробящегося метеороида при трех значениях угла входа тела в атмосферу: 30°, 15° и 9°.

Следует отметить, что при фрагментации метеорного тела величина уноса массы может резко возрасти за счет увеличения площади поверхности в потоке, поэтому при $\theta_e = 30^\circ$, когда образуется большое количество фрагментов при движении тела, а его конечная масса примерно на порядок меньше, чем, например, при $\theta_e = 15^\circ$.

Вызывает интерес исследование движений астероидов с углами входа в атмосферу $\theta_e < 9^\circ$. Как показывают расчеты, рассматриваемое тело при $\theta_e = 8^\circ$ в некоторый момент времени меняет режим движения в атмосфере с нисходящего на восходящий и уходит обратно в космическое пространство. При этом оно не долетает до нижних плотных слоев атмосферы и почти совсем не теряет свои скорость и массу.

При малых углах входа рассчитывались также траектории небесных тел, при которых осуществляется «мягкая посадка», когда, с одной стороны тело при длительном движении в тропосфере сильно тормозится, а, с другой стороны, конечный

участок его падения оказывался почти параллелен земной поверхности. Примером такого мягкого приземления может служить знаменитый метеорит Гоба (60 т) в Южной Африке, не обставившийся при своем падении никакого заметного следа при падении на земной поверхности.

1. Сызранова Н. Г., Андрущенко В. А. Моделирование движения и разрушения болидов в атмосфере Земли // ТВТ. — 2016. — Т. 54, №3. — С. 328–335.
2. Weibull W. A statistical theory of the strength of materials // Proc. Roy Swedish Inst. Eng. Res. — 1939. — No. 151. — P. 1–45.

УРАВНЕНИЕ ВЛАСОВА–ЭЙНШТЕЙНА И ТОЧКИ ЛАГРАНЖА

В. В. Веденяпин¹, А. Г. Петров²

¹ИПМ им. М. В. Келдыша, Москва, Россия; ²ИПМех РАН, Москва, Россия

В классических работах (см. [1]) уравнения для полей предлагаются без вывода правых частей. Здесь мы даем вывод правых частей уравнений Максвелла и Эйнштейна в рамках уравнений Власова–Максвелла–Эйнштейна из классического принципа наименьшего действия [2–9] а также их гидродинамических и Гамильтон–Якобиевых следствий [2–4, 9]. Ускоренное расширение Вселенной, отмеченное Нобелевской премией по физике в 2011 г., вызывает пристальное внимание. Общепринятым объяснением сейчас является добавление лямбда-члена Эйнштейна в релятивистское действие. И хорошо известно, что в нерелятивистской теории это соответствует добавлению отталкивающего квадратичного потенциала. Мы изучаем решение типа Фридмана [2–4] (модель Милна–Маккри) и точки Лагранжа с таким потенциалом [4].

1. Фок В. А. Теория пространства, времени и тяготения. — М.: ЛКИ, 2007.
2. Веденяпин В. В., Воронина М. Ю., Руссков А. А. О выводе уравнений электродинамики и гравитации из принципа наименьшего действия // Доклады РАН. — 2020. — Т. 495. — С. 9–13.
3. Vedenyapin V. V., Fimin N. N., Chechetkin V. M. The generalized Friedman model as a self-similar solution of Vlasov–Poisson equations system // European Physical Journal Plus. — 2021. — V. 136, No. 670.
4. Веденяпин В. В., Паренкина В. И., Петров А. Г., Чжан Хаочэнь. Уравнение Власова–Эйнштейна и точки Лагранжа // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. — 2022. — №23. — 23 с.
5. Веденяпин В. В., Негматов М. А. О выводе и классификации уравнений типа Власова и МГД. Тожество Лагранжа и форма Годунова // Теоретическая и математическая физика. — 2012. — Т. 170, №3. — С. 468–480.
6. Веденяпин В. В., Негматов М. А., Фимин Н. Н. Уравнения типа Власова и Лиувилля, их микроскопические, энергетические и гидродинамические следствия // Изв. РАН. Сер. матем. — 2017. — Т. 81, №3. — С. 45–82.
7. Веденяпин В. В., Негматов М. А. О выводе и классификации уравнений типа Власова и магнитной гидродинамики. Тожество Лагранжа, форма Годунова и критическая масса // СМФН. — 2013. — Т. 47. — С. 5–17.
8. Vedenyapin V., Sinitsyn A., Dulov E. Kinetic Boltzmann, Vlasov and Related Equations. — Elsevier Insights, 2011.
9. Веденяпин В. В., Парёнкина В. И., Свирицевский С. Р. О выводе уравнений электродинамики и гравитации из принципа наименьшего действия // ЖВМ и МФ. — 2022. — Т. 62, №6. — С. 146–150.

О ПРИРОДЕ СМЕЩЕНИЯ ПЕРИГЕЛИЯ МЕРКУРИЯ

Д. Г. Кирьян, Г. В. Кирьян

ИПМаш РАН, Санкт-Петербург, Россия

История. Обнаружение «аномального» смещения перигелия Меркурия, это результат многолетнего кропотливого труда французского астронома Урбен Леверье (Urbain Jean Joseph Le Verrier), который на основе, почти полувековых наблюдений за Меркурием, разработал теорию его движения с учетом всех известных ему, на тот период времени, гравитационных возмущений. Леверье обнаружил, что расчетная траектория Меркурия немного расходится с данными оптических наблюдений — перигелий смещался быстрее, чем следовало из его теории. Получившаяся невязка составила $\Delta\psi \approx 0,1''$ за сидерический период Меркурия [1]. Фактически, классическая механика «почти официально» отказалась от дальнейших поисков иной природы $\Delta\psi$, приняв безоговорочно формулу А. Эйнштейна [2] представленную на рис. 1 в двух вариантах записи. Выражение, предложенное Эйнштейном для $\Delta\psi$, дало требуемую величину «аномального» смещения перигелия Меркурия $\Delta\psi \approx 0,1''$, правда ценой отказа от классического закона Ньютона о гравитационном взаимодействии тел. Следует отметить, что Леверье и Эйнштейн рассматривали Солнце исключительно, как материальную точку. Более подробную информацию о истории поиска природы «аномального» смещения перигелия Меркурия можно найти в книге [3].

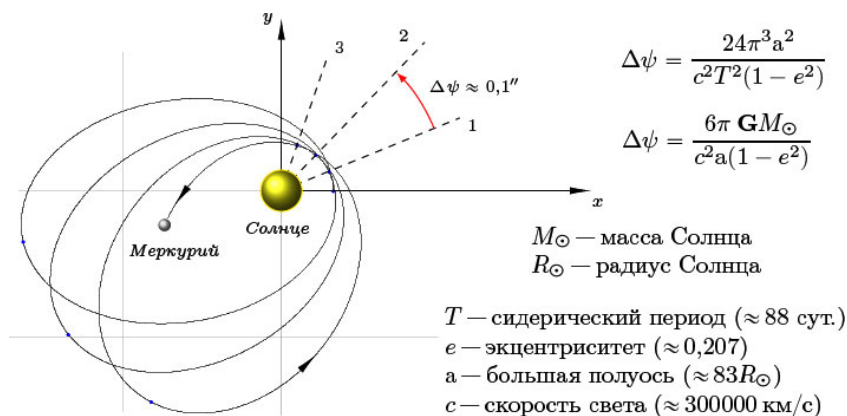


Рис. 1. «Аномальное» смещение перигелия Меркурия $\Delta\psi$ за его сидерический период. Лучами 1–3 отмечена последовательность перигелиев Меркурия. Два варианта записи формулы А. Эйнштейна

Постановка задачи. Пусть Солнце представляет собой однородный трехосный эллипсоид. Влияние несферичности центрального, массивного тела на траекторию его спутника — известная задача спутниковой гравиразведки, но применительно к паре Солнце–Меркурий она не ставилась и поэтому представляет особый интерес. Рассмотрим характер влияния геометрии Солнца на смещение $\Delta\psi$ перигелия Меркурия (рис. 1). Причина, по которой Солнце, в первом приближении, можно считать трехосным эллипсоидом, изложены в работе [4]. Если кратко, то Солнце, как деформируемое материальное тело, испытывает на себе действие центробежных сил при движении вокруг барицентра солнечной системы.

Система двух гравитирующих тел. Перед нами классическая задача о движении спутника B (Меркурий) в гравитационном поле неподвижного центрального

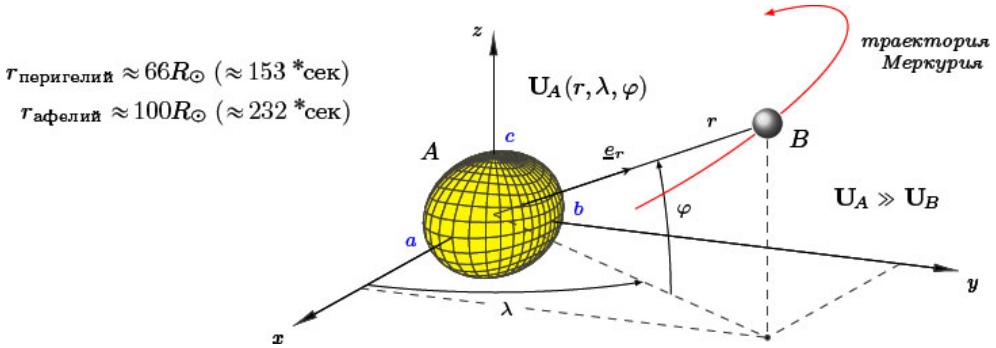


Рис. 2. Движение спутника B (Меркурий) в потенциальном поле $U_A(r, \lambda, \varphi)$ неподвижного трехосного эллипсоида A (Солнце)

тела A (Солнце). Пусть $Oxyz$, неподвижная ортогональная система координат, начало которой O связано с центром массы Солнца (рис. 2). Ориентируем эллипсоид Солнца таким образом, чтобы оси системы координат $Oxyz$ совпадали с главными осями эллипсоида, т. е. полуось эллипсоида a совпадает с осью Ox , полуось b с осью Oy , а полуось c лежит на оси Oz . При этом, ось Ox направлена на барицентр солнечной системы. Единичный вектор e_r определяет направление на текущее положение Меркурия.

В общем случае, потенциал трехосного эллипсоида $U_A(r, \lambda, \varphi)$ представляет собой сходящийся ряд, записанный через полиномы Лежандра [5]. При рассмотрении потенциала Солнца U_A , вводим допущения: полуоси эллипсоида связаны соотношением $a > b = c$ и $\varphi(t) \equiv 0$ (траектория Меркурия лежит в плоскости эклиптики Oxy). Уравнение движения материальной точки B (Меркурия) с радиус-вектором r , относительно неподвижного центрального тела A (Солнца), примет вид

$$\ddot{r}(k) = -\mathbf{G} \frac{M_{\odot}}{r^2} \left(1 + 3 \left(\frac{a^2 - b^2}{20} \right) \frac{1 + 3 \cos 2\lambda}{r^2} \right) e_r, \quad a = kR_{\odot}, \quad b = \frac{R_{\odot}}{\sqrt{k}}, \quad c = b, \quad (1)$$

где полуоси эллипсоида a, b, c определены, как функции k , и связаны условием — объем Солнца V_{\odot} постоянен, т. е.

$$V_{\odot}(k) = \frac{4}{3} \pi abc = \text{const}, \quad \text{где } k \in \mathbb{R}, \quad 1 < k < \infty.$$

Начальные условия для Меркурия принимаются следующие:

$$\lambda(t)|_{t=0} = \lambda_0, \quad r(t)|_{t=0} = r_{\text{перигелий}}, \quad \dot{r}(t)|_{t=0} = v_{\text{перигелий}}. \quad (2)$$

Поиск влияния геометрии Солнца на траекторию Меркурия — это численное решение уравнения (1) с начальными условиями (2) при различных значениях параметра k .

Из множества решений, было выбрано значение $k \approx 1,00044$ при котором реализуется так называемое «аномальное» смещение перигелия Меркурия $\Delta\psi \approx 0,1''$. Полученное значение k означает, что большая полуось a превышает полуось b на ≈ 459 км или $\approx 0,0007R_{\odot}$. Именно эта разность полуосей эллипсоида Солнца и создает неучтенную ранее, как мы полагаем, гравитационную асимметрию, которую «чувствует» Меркурий.

Результаты. Исследование влияния несферичности Солнца на траекторию движения Меркурия показало, что гравитационная асимметрия Солнца в плоскости эклиптики и есть причина смещения перигелия Меркурия на $\Delta\psi \approx 0,1''$. Учет этой

гравитационной аномалии, при расчете траектории Меркурия, приведет к исчезновению «аномального» смещения перигелия Меркурия, обнаруженного Леверье.

1. *Le Verrier U. J.* Theorie du mouvement de Mercure // Annales de l'Observatoire de Paris. — 1859. — Jan. — V. 5. — P. 1.
2. *Einstein A. B.* Erklärung der Perihelbewegung des Merkur aus der allgemeinen Relativitätstheorie // Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe. — 1915. — P. 831–839.
3. *Роузвер Н. Т.* Перигелий Меркурия: От Леверье до Эйнштейна. — М.: Мир, 1985.
4. *Kiryay D. G., Kiryay G. V.* On the effect of the central body small deformations on its satellite trajectory in the problem of the two-body gravitational interaction // e-prints arXiv:2008.02802. — 2020.
5. *Грушинский Н. П.* Основы гравиметрии. — М.: Наука, 1983.

ИССЛЕДОВАНИЕ НУТАЦИОННЫХ КОЛЕБАНИЙ ОСИ ВРАЩЕНИЯ ЭКЗОПЛАНЕТЫ В ЗАДАЧЕ ЧЕТЫРЕХ ТЕЛ С УЧЕТОМ ЭВОЛЮЦИИ ОРБИТЫ СПУТНИКА*

П. С. Красильников

МАИ, Москва, Россия

Исследуется нерезонансная эволюция угла наклона оси вращения гипотетической экзoЗемли в гравитационном поле звезды, спутника планеты (экзoЛуны) и внешней планеты (экзoЮпитера). Считаем, что экзoЗемля является динамически симметричным твердым телом ($A = B$), эллипсоид инерции которого близок к сфере. Полагаем также, что обе планеты движутся по кеплеровским эллипсам вокруг звезды. Траектория спутника — эволюционирующий эллипс с фокусом в экзoЗемле: эволюционирует долгота восходящего узла орбиты спутника на плоскости «эклиптики» и аргумент перицентра.

В отсутствие эволюции орбиты спутника планеты изменение угла нутации экзoЗемли описаны в статьях [1, 2], эволюция орбиты меняет картину вращения качественно.

Полагая, что частоты орбитального эллиптического движения есть величины порядка единицы, получены канонические усредненные уравнения возмущенных колебаний оси вращения экзoЗемли, содержащие параметры, медленно меняющиеся со временем. Считая, что массы планет малы по сравнению с массой звезды, получены в первом приближении метода малого параметра упрощенные уравнения усредненных колебаний оси вращения планеты:

$$\frac{d\varphi_3}{dt} = \Lambda \frac{\partial \tilde{G}}{\partial I_3}, \quad \frac{dI_3}{dt} = -\Lambda \frac{\partial \tilde{G}}{\partial \varphi_3},$$

$$\tilde{G}(I_3^*, \varphi_3) = 2 \frac{D_1^{(1)} \cos \delta_{11} I_3^*}{I_2} + (-D_1^* \sin^2 \varphi_3 - D_2^* \cos^2 \varphi_3 + D_3^* + D_4^* \sin 2\varphi_3) \sin^2 \delta_{11} -$$

$$- \sin 2\delta_{11} (D_5^* \sin \varphi_3 - D_6^* \cos \varphi_3), \quad \cos \delta_{11} = \frac{I_{31}}{I_2},$$

$$\Lambda = \varepsilon \frac{9}{4} F = \frac{3}{4} (A - C) (3 \cos^2 \delta_2 - 1).$$

*Работа выполнена в Московском авиационном институте при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №22-21-00560).

Здесь φ_3 — угол прецессии вектора кинетического момента \mathbf{I}_2 ($I_2 = \text{const}$) планеты, практически совпадающим с осью вращения планеты; I_3 — обобщенный импульс, связанный с углом нутации δ_1 вектора \mathbf{I}_2 в кениговом пространстве по формуле $\cos \delta_1 = I_3/I_2$; $D_1^{(1)}$ — постоянный параметр, обусловленный гравитационными моментами звезды; D_j^* — медленно эволюционирующие параметры, представляющие собой функционалы на множестве условно-периодических орбит небесных, входящих в систему; A, C — постоянные моменты инерции планеты; δ_{11} — невозмущенное значение угла нутации планеты (этот угол задается гравитационными моментами звезды).

Интеграция этих уравнений дает явную зависимость угла наклона оси вращения экзoЗемли от времени:

$$\delta_1(t) = \delta_{11} + \frac{\sin \delta_{11}}{C\omega_r} \left[\frac{\Lambda \Xi}{4(\omega_0 - \varepsilon_1)} \cos 2\alpha (1 - \cos 2i_2) + \left(\frac{D_1^{(3)} - D_2^{(3)}}{2K} \cos 2\varphi_3 + \frac{D_4^{(3)}}{K} \sin 2\varphi_3 \right) \right] + \\ + \frac{\cos \delta_{11}}{C\omega_r} \left[\frac{\Lambda \Xi}{(\omega_0 - \varepsilon_1)} \cos \alpha \sin 2i_2 - 2D_5^{(3)} \frac{\sin \varphi_3}{K} + 2D_6^{(3)} \frac{\cos \varphi_3}{K} \right], \\ \varphi_3 = \omega_0 t + \varphi_{30}, \quad \alpha = (\omega_0 - \varepsilon_1)t - \Omega_{20} + \varphi_{30}.$$

Здесь ω_0 — частота невозмущенной прецессии экзoЗемли, ε_1 — частота эволюции долготы восходящего узла орбиты экзoЛуны на плоскости «эклиптики».

Отсюда следует, что гравитационные моменты от внешней планеты формируют вековую, долгопериодическую моду колебаний с частотой, равной частоте невозмущенной прецессии оси собственного вращения экзoЗемли. Влияние экзoЛуны сводится к появлению короткопериодических гармоник с частотой близкой к частоте прецессии долготы восходящего узла орбиты экзoЛуны.

В качестве примера эволюции угла наклона δ_1 оси вращения экзoЗемли исследуем изменение этого угла для одной из двух экзoпланет, входящих в планетную систему 7 Canis Majoris, принадлежащую созвездию «Большой пес», постулируя наличие спутника у этой планеты при условии отсутствия спин-орбитального резонанса. Согласно каталогу экзoпланет (см. [3–5]), параметры планет 7 Canis Majoris c, 7 Canis Majoris b, а также звезды (red giant class K1.5III-IVFe1 B) характеризуются следующими соотношениями:

$$\mu_1 = 1,3, \quad \mu = 0,00064, \quad \mu_3 = 0,00138, \quad a = 2,153 \text{ а.е.}, \quad a_3 = 1,758 \text{ а.е.}, \\ e = 0,08, \quad e_3 = 0,06, \quad \omega = \sqrt{\mu_1 + \mu}/a^{3/2} = 0,3610, \quad \omega_3 = \sqrt{\mu_1 + \mu_3}/a_3^{3/2} = 0,4894.$$

Здесь в качестве экзoЗемли выбрана планета 7 Canis Majoris c с массовым параметром μ , большой полуосью a орбиты с эксцентриситетом e , экзoЮпитером считаем 7 Canis Majoris b с массовым параметром μ_3 , большой полуосью a_3 и эксцентриситетом e_3 . В качестве единиц измерения выбраны следующие характерные значения: $M_\odot = 1$, $L = 1$ а.е., $T = T_\oplus/2\pi = 58,13$ дней.

Параметры спутника экзoЗемли полагаем близкими к параметрам Луны:

$$\mu_2 = 4 \cdot 10^{-7}, \quad a_2 = 0,01, \quad e_2 = 0, \quad i_2 \in [0, \pi/50], \quad \omega_2 = \sqrt{\mu}/a_2^{3/2} = 25,298, \\ \varepsilon_1 = -1,527 \cdot 10^{-4}, \quad (C - A) = 5,88088 \cdot 10^{-18}, \quad \omega_r = 366,24217, \\ C = 1,80516 \cdot 10^{-15}, \quad i_3 = \pi/4, \quad \delta_{11} = 0,40909, \quad \Omega_3 = \pi/3, \quad \varpi_3 = \pi/4.$$

Здесь ω_r — частота собственного вращения экзoЗемли; i_3, Ω_3, ϖ_3 — угол наклона, долгота восходящего узла и аргумент перицентра орбиты экзoЮпитера.

Численно просчитаны нутационные колебания экзoЗемли при разных значениях угла наклона i_2 плоскости орбиты экзoЛуны к плоскости движения экзoЗемли (плоскости эклиптики). Показано, что начальное увеличение угла i_2 с малых значений до $2,7\pi/10$ ведет к увеличению размаха колебаний $\Delta = (\max i_2 - \min i_2)$ вплоть до значений $\Delta = 0,032$ рад, последующее увеличение угла i_2 ведет к уменьшению размаха колебаний. Это значит, что максимальное дестабилизирующее влияние Луны наблюдается при $i_2 = 2,7\pi/10$, малые и большие углы наклона ведут к незначительным возмущениям в угле нутации.

Исследовано также влияние угла наклона i_3 плоскости орбиты экзoЮпитера 7 Canis Majoris b к плоскости орбиты экзoЗемли 7 Canis Majoris c на изменения по углу нутации δ_1 . Показано, что независимо от значений угла i_3 размах колебаний по углу нутации сохраняется при фиксированных параметрах экзoЛуны.

1. Podvigina O. M., Krasilnikov P. S. Evolution of the obliquity of an exoplanet: A non-resonant case // Icarus. — 2020. — V. 335.
2. Красильников П. С., Подвигина О. М. Об эволюции угла наклона оси вращения планеты в планетной системе в нерезонансном случае // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. — 2018. — Т. 28, Вып. 4. — С. 459–564.
3. URL: <https://exoplanets.nasa.gov/exoplanet-catalog/6987/7-canis-majoris-b/>.
4. URL: <https://exoplanets.nasa.gov/exoplanet-catalog/7505/7-canis-majoris-c/>.
5. URL: <https://www.livingfuture.cz/stars/7-canis-majoris>.

АНАЛИЗ ВЫВЕДЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ НА ГЕОСТАЦИОНАРНУЮ ОРБИТУ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМБИНАЦИИ ВОЛЬШОЙ И МАЛОЙ ТЯГИ

Паинг Сое Ту У

МАИ, Москва, Россия

Выведение космических аппаратов на целевую орбиту с использованием электроракетных двигателей позволяет значительно снизить затраты топлива за счет высокого удельного импульса электроракетных двигательных установок (ЭРДУ) по сравнению с традиционными химическими двигательными установками [1–5]. Основным недостатком использования ЭРДУ для выведения космического аппарата (КА) с низкой околоземной орбиты на геостационарную орбиту (ГСО) является длительное время перелета. Использование комбинированной схемы выведения КА на ГСО позволяет реализовать достижение максимальной массы КА за относительно короткое время перелета. В данной работе рассматривается комбинированная схема выведения КА на ГСО, включающая в себя этапы выведения орбитального блока на опорную орбиту с высотой 200 км с помощью ракеты-носителя (РН), выведения КА на эллиптическую промежуточную орбиту разгонным блоком и выведения КА с промежуточной орбиты на ГСО с использованием ЭРДУ.

На этапе выведения КА разгонным блоком на эллиптическую промежуточную орбиту с опорной орбиты с высотой 200 км используется двухимпульсная или трехимпульсная схема перелета. Расчет траектории перелета между опорной и промежуточной орбитами производится в импульсном приближении с учетом потерь скорости. Основными параметрами, определяющими промежуточную орбиту, являются высота перигея h_p , высота апогея h_a и наклонение i . Рассматривается

трехмерная сетка $40 \times 40 \times 19$ значений высоты перигея, высоты апогея и наклона промежуточной орбиты [8], причем во всех узлах этой сетки вычисляется масса КА после его отделения от разгонного блока на промежуточной орбите. Для оценки начальной массы КА в промежутках между узлами рассматриваемой сетки используется трехмерная интерполяция В-сплайнами.

На этапе выведения КА с промежуточной орбиты на ГСО с использованием ЭРДУ рассматривается осредненная задача минимизации времени многовиткового межорбитального перелета [6, 7] и используются асимптотические значения характеристической скорости перелета с малой тягой, полученные в работе [8]. В работе были проведены 30400 значения характеристической скорости ЭРДУ которые необходимые для перелета с промежуточных орбит на ГСО [2, 8]. Как и для начальной массы КА, используется трехмерная интерполяция В-сплайнами для аппроксимации значений характеристической скорости между узлами сетки.

При известном значении массы КА на промежуточной орбите $m_{КА}^{ПО}$ и значении характеристической скорости ЭРДУ, необходимой для перелета с промежуточной орбиты на ГСО $V_x^{ЭРДУ}$, вычисляется конечная масса КА на ГСО $m_{КА}^{ГСО}$ и время перелета на ГСО ΔT ;

$$m_{КА}^{ГСО}(h_p, h_a, i) = m_{КА}^{ПО}(h_p, h_a, i) \exp[-V_x^{ЭРДУ}(h_p, h_a, i)/(I_{УД}^{ЭРДУ} g_0)], \quad (1)$$

$$\Delta T(h_p, h_a, i) = [m_{КА}^{ПО}(h_p, h_a, i) - m_{КА}^{ГСО}(h_p, h_a, i)] / (P^{ЭРДУ} / (I_{УД}^{ЭРДУ} g_0)), \quad (2)$$

где $I_{УД}^{ЭРДУ}$ — удельный импульс ЭРДУ, $P^{ЭРДУ}$ — тяга ЭРДУ и $g_0 = 9,80665 \text{ м/с}^2$.

Основной целью данной работы является вычисление оптимальных параметров промежуточной орбиты, обеспечивающих за заданное время ΔT^* доставку на ГСО КА максимальной массы. Рассматриваемая задача сводится к задаче условной минимизации следующего вида:

$$\begin{aligned} J &= -m_{КА}^{ГСО}(h_p, h_a, i) \rightarrow \min, \\ f &= \Delta T(h_p, h_a, i) - \Delta T^* = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

С использованием метода множителей Лагранжа, эта задача условной оптимизации сводится к решению системы нелинейных уравнений

$$\begin{aligned} -\frac{\partial m_{КА}^{ГСО}}{\partial h_p} + \lambda \frac{\partial \Delta T}{\partial h_p} &= 0, \\ -\frac{\partial m_{КА}^{ГСО}}{\partial h_a} + \lambda \frac{\partial \Delta T}{\partial h_a} &= 0, \\ -\frac{\partial m_{КА}^{ГСО}}{\partial i} + \lambda \frac{\partial \Delta T}{\partial i} &= 0, \\ \Delta T(h_p, h_a, i) - \Delta T^* &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где λ — неопределенный множитель Лагранжа. Значение λ можно получить из любого из первых трех уравнений (4) и подставить его в оставшиеся уравнения. Полученная система из трех нелинейных уравнений решается методом продолжения по параметру. Необходимые первые и вторые производные от $m_{КА}^{ГСО}$ и ΔT по параметрам промежуточной орбиты легко вычисляются ввиду использования В-сплайнов для их аппроксимации.

В работе приводятся численные примеры и анализируются результаты решения задачи оптимизации межорбитального перелета и анализа энергетических характеристик комбинированной схемы выведения КА с ЭРДУ на ГСО.

1. Константинов М. С., Мин Тхейн. Метод оптимизации траектории выведения космического аппарата с электроракетной двигательной установкой на ГСО // Вестник Московского авиационного института. — 2009. — Т. 16, №5. — С. 36.
2. Konstantinov M. S., Petukhov V. G. Easy Engineering Technique of Optimal Electric Propulsion Trajectory Estimation. IAC-06-C4.4.06, 2006.
3. Medvedev A., Khatulev V., Yuriev V., Petukhov V. et al. Combined flight profile to insert telecommunication satellite into geostationary orbit using «Rockot» light-weight class launch vehicle // 51st International Astronautical Congress. IAF-00-V.2.09, Brasilia, Rio de Janeiro, 2000.
4. Петухов В. Г. Применение угловой независимой переменной и ее регуляризирующего преобразования в задачах оптимизации траекторий с малой тягой // Космические исследования. — 2019. — Т. 57, №3. — С. 373–385.
5. Петухов В. Г. Оптимизация многовитковых перелетов между некомпланарными эллиптическими орбитами // Космические исследования. — 2004. — Т. 42, №3. — С. 260–279.
6. Graham K. F., Rao A. V. Minimum-Time Trajectory Optimization of Low-Thrust Earth-Orbit Transfers with Eclipsing // Journal of Spacecraft and Rockets. — 2016. — V. 53, No. 2. — P. 289–303.
7. Петухов В. Г., Паинг С. Т. У. Оптимизация многовитковых траекторий межорбитального перелета с идеально-регулируемым двигателем малой тяги // Известия Российской академии наук. Энергетика. — 2019. — №3. — С. 140–154.
8. Петухов В. Г. Оптимизация траекторий космических аппаратов с электроракетными двигательными установками методом продолжения: Дисс. ... докт. техн. наук. — М., 2013.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ОРБИТ КОСМИЧЕСКИХ ТЕЛ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАЗНОРОДНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Д. А. Петров, А. А. Кузнецов, И. И. Фукин, Н. А. Завьялова, С. С. Негодяев

МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия

В околоземном пространстве находятся десятки тысяч объектов. Большинство из них являются космическим мусором — объектами с неконтролируемой траекторией. Для функционирования действующих космических аппаратов критически важно определять положение этих объектов с целью предотвращения столкновений. На сегодняшний день определение орбит объектов космического мусора на средних и высоких орбитах выполняется в основном с использованием оптических наземных средств. На низких орбитах для этих целей используются радиолокационные средства барберного типа. В перспективе возможно использование оптических средств космического базирования. В настоящей работе исследована проблема восстановления орбит тел в околоземном пространстве по набору измерений всех этих типов.

Постановка задачи. Рассматривается задача восстановления траектории по набору разнообразных измерений. Пусть \mathbf{x}_0 — неизвестный начальный вектор состояния тела в момент времени t_0 , $\mathbf{x}(\mathbf{x}_0, t_0, t)$ — известная функция, задающая эволюцию вектора состояния. Обозначим за \mathbf{y}_k^i и \mathbf{W}_k^i вектор измерения с типом $i = \{opt, rad\}$ и его матрицу ковариации в момент времени t_k , а за $\mathbf{g}^i(\mathbf{x})$ некоторое правило, сопоставляющее вектору состояния \mathbf{x} вектор измерения \mathbf{y}^i . Положим, что известны несколько измерений $\{\mathbf{y}_1^i, \mathbf{y}_2^i, \dots, \mathbf{y}_n^i\}$, а также матрицы их ковариаций $\{\mathbf{W}_1^i, \mathbf{W}_2^i, \dots, \mathbf{W}_n^i\}$ в некоторые моменты времени $\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$. Тогда задача вос-

становления траектории заключается в нахождении такого вектора \mathbf{x}_0 , который доставляет минимум функционалу ошибки [1]:

$$R(\mathbf{x}_0) = \sum_{k=1}^n \{ \mathbf{g}_k^{i_k}(\mathbf{x}(\mathbf{x}_0, t_0, t_k)) - \mathbf{y}_k^{i_k} \} (\mathbf{W}_k^{i_k})^{-1} \{ \mathbf{g}_k^{i_k}(\mathbf{x}(\mathbf{x}_0, t_0, t_k)) - \mathbf{y}_k^{i_k} \}.$$

При этом обратная матрица Гесса функционала $R(\mathbf{x}_0)$ является матрицей ковариации решения [2].

Типы измерений. Каждое оптическое измерение содержит единичный вектор направления от телескопа к объекту, а также матрицу ковариации этого вектора, задающую конус допустимого положения. Радиолокационные измерения представляют собой расстояние от радиолокатора до объекта наблюдения, радиальную скорость объекта и матрицу ковариации этих величин.

Эволюция вектора состояния. Эволюция вектора состояния в работе определялась при помощи численного решения задачи Коши для уравнений орбитального движения методом Эвхарта 15 порядка точности [3]. При интегрировании движения учитывались следующие возмущающие факторы: несферичность геопотенциала (модель EGM08 [4]), сопротивление атмосферы (модель NRLMSISE-00 [5]), давление солнечного излучения, а также гравитационное притяжение других небесных тел (согласно эфемеридам JPL 430). Помимо этого, вектор равнодействующей сил зашумлялся при помощи нескольких случайных величин, моделирующих несовершенство физических моделей.

Минимизация функционала. Минимизация функционала ошибки проводилась при помощи демпфированного метода Ньютона с одномерным поиском. Начальное приближение для итерационного процесса выбиралось путем решения задачи Гаусса или методом сеток с использованием модели движения в точечном потенциале Земли.

Вычислительный эксперимент. На околоземную орбиту случайным образом помещалась цель, траекторию которой необходимо восстановить. В нескольких точках Земного шара размещались телескопы и радиолокаторы. Кроме этого, в околоземном пространстве базировалась группировка оптических телескопов. Все перечисленные средства генерировали измерения различных типов при условии возможности наблюдения цели. Затем производилась минимизация функционала ошибки и оценка матрицы ковариации решения.

Результаты. В ходе проведения вычислительных экспериментов было установлено, что дополнение системы наземных телескопов радиолокационными средствами и телескопами космического базирования заметно увеличивает точность восстановления интересующей орбиты. Кроме этого были выполнены многовариантные расчеты для рационального расположения наземных радиолокаторов и системы космических телескопов.

1. *Авдюшев В. А. и др.* Численное моделирование орбит. — Томск: Изд-во НТЛТ, 2010. — 282 с.
2. *Wright J. et al.* Orbit determination tool kit theory and algorithms. — Analytical Graphics, Inc., 2013.
3. *Everhart E.* A New Method for Integrating Orbits // Bulletin of the American Astronomical Society. — 1973. — V. 5. — P. 389.
4. *Petit G., Luzum B.* IERS conventions (2010). — Bureau International des Poids et mesures sevrès (France), 2010.
5. *Picone J. M. et al.* NRLMSISE-00 empirical model of the atmosphere: Statistical comparisons and scientific issues // Journal of Geophysical Research: Space Physics. — 2002. — V. 107, No. A12. — P. SIA.15-1–SIA.15-16.

О ВЛИЯНИИ ФРАКТАЛОПОДОБНОГО ХАРАКТЕРА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЩЕСТВА ВО ВСЕЛЕННОЙ НА ДИНАМИКУ ЕЕ ОБЪЕКТОВ

О. Н. Хатунцева

РКК «Энергия», Королев, Московская обл., Россия

Одной из главных основополагающих концепций современной астрофизики является космологический принцип, согласно которому распределения вещества во Вселенной на достаточно больших масштабах является однородным. Однако в последнее время появляется все большее количество наблюдательных фактов, находящихся в видимом противоречии с этим принципом. Обнаружено существование внегалактических систем, протяженность которых исчисляется миллиардами световых лет (Громадная группа квазаров с наибольшей длиной в 4 млрд световых лет, галактическая стена Геркулес—Северная Корона длиной 10 млрд световых лет). Это позволяет взглянуть на структуру Вселенной с позиции иерархического (фрактального) распределения вещества в ней в широком диапазоне масштабов.

В работе предложен метод описания действия сил гравитации в системе тел, образующих фрактальную структуру. Показано, что учет масштаба рассмотрения движения тела в гравитационном поле других тел, имеющих фракталоподобный характер распределения, может приводить к такого рода эффектам, которые могут трактоваться, как наличие либо дополнительной силы притяжения, либо дополнительной силы отталкивания, что с точки зрения современной науки считается обусловленным существованием темной материи и темной энергии.

В работах [1, 2] была обоснована необходимость разработки новых подходов к описанию процессов во фрактальных структурах, предложен метод описания таких процессов на основе расширения фазового пространства за счет введения дополнительной переменной, описывающей масштаб рассмотрения фрактальной системы. Основой разработанного метода послужило использование свойства самоподобия фрактальных структур на разных масштабах их рассмотрения.

Показано, что если в евклидовом пространстве функция $f(t, \vec{x})$ описывает исследуемый физический процесс, удовлетворяя при этом уравнению: $df/dt = \hat{A}f$ (\hat{A} — произвольный дифференциальный оператор, вид которого зависит от конкретной задачи), то для того чтобы описать аналогичный процесс в пространстве с фрактальной геометрией, необходимо рассматривать функцию $f(t, \vec{x}; \delta)$, где δ — масштаб фрактальной структуры. При этом уравнение в таком расширенном пространстве будет иметь вид:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{t - t_{in}} \frac{\partial f}{\partial \mu} + \sum_i \dot{x}_i \frac{\partial f}{\partial x_i} = \hat{A}f,$$

где $t > t_{in}$, t_{in} — момент начала отсчета времени физического процесса (момент задания начальных условий), $\mu = \mu(\delta) = \delta^{-\beta}$, $\beta = (1 - r^D)/(1 - r)$, r и D — коэффициент подобия и размерность фрактальной структуры.

Если выделенное тело движется в поле тяжести других тел, образующих фрактальную структуру, то с точки зрения стороннего наблюдателя оно будет двигаться по определенной стохастической траектории, характерной для данного масштаба рассмотрения. При этом второй закон Ньютона для j -го тела в расширенном фазовом пространстве, может быть записан в виде:

$$\frac{\partial \vec{V}_j}{\partial t} + \frac{1}{t - t_{in}} \frac{\partial \vec{V}_j}{\partial \mu} = GM \left\langle \frac{\vec{r}_j}{|\vec{r}_j|^3} \right\rangle, \quad \left\langle \frac{\vec{r}_j}{|\vec{r}_j|^3} \right\rangle = \sum_{i \neq j} m_i \frac{\vec{r}_{ij}}{|\vec{r}_{ij}|^3} / \sum_{i \neq j} m_i, \quad M = \sum_{i \neq j} m_i. \quad (1)$$

Вселенная на больших масштабах состоит из «волокон» и пустот — войдов, поэтому на этих масштабах с точки зрения ее фрактальной геометрии можно считать, что $r \ll 1$, и для любого значения $D \geq 1$ с точностью до $O(r)$: $\beta = \frac{1-r^D}{1-r} \approx 1$,

$$\left\langle \frac{\vec{r}_j}{|\vec{r}_j|^3} \right\rangle \leq \frac{\ln(1+r^2) - \ln(1+r^2\delta_0^2)}{R^2 r^2 (1-\delta_0^2)} \approx \frac{1}{R^2} \xrightarrow{R \gg 1} 0 \Rightarrow \frac{\partial \vec{V}_j}{\partial \tau} + \frac{\partial \vec{V}_j}{\partial \mu} \approx 0, \tag{2}$$

$$\tau = \ln\left(\frac{t-t_{in}}{t_1-t_{in}}\right), \quad t \geq t_1 > t_{in}.$$

Интегрируя уравнение (2), можно получить выражение, характеризующее зависимость постоянной (на заданном масштабе δ) Хаббла $H(\delta)$ от масштаба δ :

$$H(\delta) = \frac{\partial \langle R^2 \rangle^{1/2} / \partial t}{\langle R^2 \rangle^{1/2}} = c \cdot \exp(1 - \delta^{-\beta}), \quad \text{где } c = \text{const} = H|_{\delta=1}.$$

Эта зависимость характеризует ускоренное «разбегание» объектов на больших масштабах исследования Вселенной. При этом динамику «разбегания» объектов можно сравнить с процессом, близким к диффузии частиц при броуновском движении.

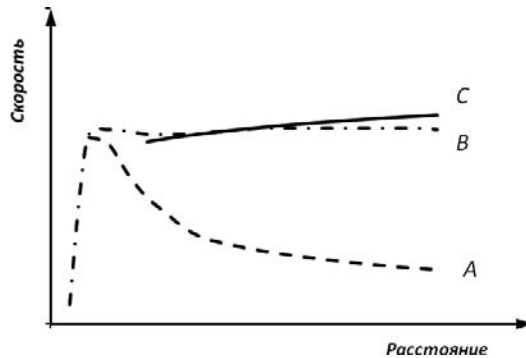


Рис. 1. Кривая вращения галактик: А — ожидаемая; В — реальная ([https://ru.wikipedia.org/wiki/Темная, GalacticRotation2.svg](https://ru.wikipedia.org/wiki/Темная_GalacticRotation2.svg); user: PhilHibbs); С — ожидаемая с учетом фрактального распределения вещества при $D \approx 1,2$

Если расстояние между наблюдателем и j -м телом не настолько велико, чтобы можно было говорить о статистической компенсации гравитационного воздействия на него со стороны окружающих его тел (таким j -м телом может быть звезда в составе галактики), то наблюдатель будет видеть движение j -го тела относительно некоторого центра (центра галактики). В этом случае уравнение (1) может быть записано в виде:

$$\frac{\partial \vec{V}_j}{\partial \tau} + \frac{\partial \vec{V}_j}{\partial \mu} = \vec{K}_j(t_0 - t_{in})e^\tau, \quad \vec{K}_j = GM \langle \vec{r}_j / |\vec{r}_j|^3 \rangle, \quad |\vec{K}_j| = \text{const}, \tag{3}$$

$$\tau = \ln\left(\frac{t-t_{in}}{t_0-t_{in}}\right), \quad t \geq t_0 > t_{in}.$$

Из уравнения (3) можно получить зависимость скорости j -го тела от расстояния \tilde{R}_j до центра масс системы с фрактальной структурой размерности D :

$$V_{j(0)} = \sqrt{GM/\tilde{R}_j} = \sqrt{Gb_D \rho_D} \cdot \tilde{R}_j^{(D-1)/2},$$

($b_D = \text{const}$ — коэффициент, определяющий форму фрактальной системы (галактики), ρ_D — плотность вещества в ней), что позволяет объяснить эффект аномально больших скоростей звезд на периферии галактики в рамках фрактальной геометрии распределения вещества в ней для значений размерности D близких к единице (рис. 1).

Таким образом, показано, что учет неоднородности распределения вещества при расчете динамики движения тела в гравитационном поле других тел, имеющих фракталоподобный характер распределения, может приводить к такого рода эффектам, которые могут трактоваться, как наличие либо дополнительной силы притяжения, либо дополнительной силы отталкивания. Это, в принципе, говорит о возможности описания видимых аномальных эффектов динамики объектов Вселенной без привлечения дополнительных «темных» артефактов, таких как темная энергия и темная материя.

1. *Khatuntseva O.N.* Specific features of the description of physical processes in fractal spaces // Numerical Analysis and Applications. — 2010. — V. 3, issue 1. — P. 82–89.
2. *Khatuntseva O.N.* Method for Description of Heat Transfer Processes in Fractal Systems Using Scale Variable // Numerical Analysis and Applications. — 2015. — V. 8, issue 1. — P. 81–88.

РАСЧЕТ ОПТИМАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ИОННОГО ДВИГАТЕЛЯ*

В. К. Абгарян, А. Ю. Купреева, А. В. Мельников, О. Д. Пейсахович

НИИПМЭ МАИ, Москва, Россия

Ионно-плазменные источники широко используются в космической технике и в наземных технологиях [1, 2]. В космической технике они используются в качестве двигателей малой тяги и предназначены для стабилизации и коррекции орбит спутников в околоземном пространстве. Несколько миссий в дальний космос были выполнены с помощью ионных двигателей в качестве маршевых.

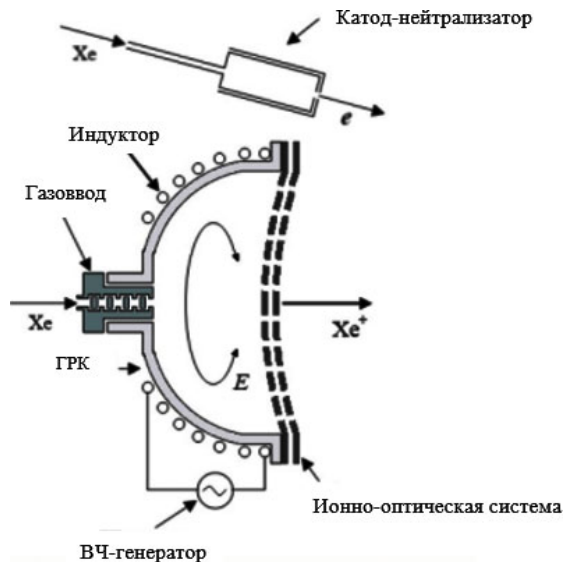


Рис. 1. Схема конструкции двигателя ВЧИД с полусферической ГРК

Одной из схем ионных двигателей является схема высокочастотного [3] ионного двигателя (ВЧИД), которая изображена на рис. 1. Основными элементами конструкции являются: керамическая газоразрядная камера (ГРК); индуктор, подключенный к ВЧ-генератору; ионно-оптическая система (ИОС), состоящая из эмиссионного и ускоряющего электродов, перфорированных отверстиями; газоввод; катод-нейтрализатор для компенсации положительного заряда ионов в выходящем потоке плазмы.

* Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект №22-29-01006).

В ВЧИД организуется индуктивный разряд плазмы с помощью переменного электромагнитного поля, образующегося при подаче в индуктор высокочастотного тока с частотой порядка МГц. Электроны плазмы поглощают энергию ВЧ-поля и ионизируют нейтральные атомы рабочего газа электронным ударом. Часть ионов извлекается из разрядной камеры через отверстия в электродах ИОС, ускоряется в межэлектродном промежутке до энергий в несколько кэВ.

Остальные ионы выпадают, на поверхности, граничащие с разрядом, где теряют часть вкладываемой в плазму ВЧ мощности $W_{ВЧ}$, затраченную на образование ионов и их движение внутри ГРК в квазистационарном электростатическом поле. Физические процессы, протекающие в ГРК при работе ионных двигателей, описаны в большом количестве литературы, например, в обзоре [2].

Технические характеристики ионных источников и двигателей, такие как тяга T и извлекаемый ионный ток I_0 зависят от относительной величины потерь вкладываемой мощности $W_{ВЧ}$, которая, в свою очередь, в первом приближении определяется отношением площадей выходного сечения двигателя к площади поверхностей, где происходят потери мощности. Поэтому вполне закономерно стремление разработчиков переходить к форме ГРК с возможно меньшей площадью поверхности. На практике применялись различные формы, от цилиндрических как в первых моделях ВЧИД, до конической, полусферической, и т. п. В то же время геометрия электродов ИОС во всех схемах выбиралась плоской или близкой к ней. Небольшая кривизна электродов накладывалась для направления в нужную сторону (вне или во внутрь) термопластической деформации электродов ИОС. При плоской геометрии электродов ИОС, очевидно, наименьшим будет поток атомов нейтрального газа, не ионизовавшихся в разряде и покидающих ГРК через отверстия в ИОС. Таким образом, считалось, что в плоской геометрии ИОС поддерживаются на должном уровне такие технические характеристики двигателя, как коэффициент использования рабочего тела и тяга T двигателя, связанная с расходимостью пучка. При плоской геометрии электродов ИОС она, очевидно, минимальная. Однако, если тяга двигателя более важна, чем расходимость ионного пучка, можно поставить совместную оптимизационную задачу об определении оптимальных форм ГРК и ИОС, причем, включая класс существенно выпуклых электродов ИОС. Такая кривизна электродов ИОС ранее не рассматривалась. Критерием оптимизации является тяга для двигателей T , либо ионный ток I_0 .

Расчеты T и I_0 для схем различной геометрии выполнялись с помощью инженерной численной модели [4]. В расчетной модели рассчитываются значения основных параметров плазмы — электронной плотности n_e и электронной температуры T_e . Значения T и I_0 рассчитывались интегрированием бомовского тока \vec{j}_B по выходной поверхности, т. е. поверхности ИОС, т. е.

$$T \sim \iint_{S_{ИОС}} (\vec{j}_B, \vec{n}_z) d\sigma, \quad (1)$$

$$I_0 \sim \iint_{S_{ИОС}} |\vec{j}_B| d\sigma, \quad (2)$$

где плотность бомовского тока $|\vec{j}_B| \sim n_e \sqrt{T_e}$, \vec{n}_z — единичный вектор оси двигателя OZ .

Расчеты проводились для двигателей с диаметром выходного сечения, равным 16 см. Значения T и I_0 соотносились со такими же значениями, рассчитанными для базовой схемы двигателя с полусферической ГРК и плоской ИОС.

Параметрами оптимизации в расчетах являлись высота ГРК и прогиб электродов ИОС. На рис. 2 приведены распределения электронной концентрации n_e в базовой схеме и в схеме, для которой отмечено наибольшее увеличение тяги на 14%.

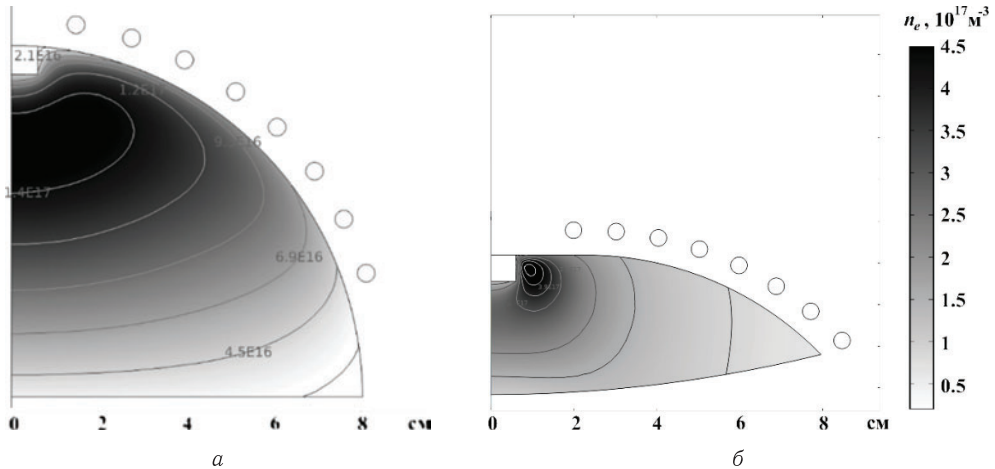


Рис. 2. Результаты расчетов: *а* — базовая схема; *б* — оптимальная схема

Расчеты проведены на классе поверхностей ГРК и ИОС, являющихся сегментами сферических поверхностей. Выявленное заметное увеличение тяги способствует продолжению исследования в данном направлении. В дальнейшем планируется рассмотрение более широкого класса поверхностей для ГРК и ИОС, например, эллипсоидальных, составных и прочие. При достижении значимых результатов может быть рассмотрен вопрос о введении предложенной методики предварительного расчета формы двигателя в процесс создания изделия отдельным этапом.

1. Kanarov V., Hayes A. V., Yevtukhov R., Vidinsky B., Navy A. // Review of Scientific Instruments. — 1998. — No. 69. — P. 874–876. — DOI: 10.1063/1.1148742.
2. Goebel D. M., Katz I. Fundamentals of Electric Propulsion: Ion and Hall. — New York: John Wiley & Sons, 2008. — 100 p.
3. Löb H. W. // Acta Astronautica VIII. — 1962. — V. 1,3. — P. 49.
4. Kanev S., Melnikov A., Nazarenko I., Khartov S. // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. — 2020. — V. 868. — P. 012010.

К ВОПРОСУ ЭКОЛОГИИ ГИБРИДНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

А. Б. Агульник¹, С. М. Каленский², И. В. Кравченко¹, Ю. А. Эзрохи^{1,2}

¹МАИ, Москва, Россия; ²ЦИАМ, Москва, Россия

Ежегодный рост авиаперевозок приводит к усилению воздействия на окружающую среду, так как используется все большее количество топлива. Чтобы сделать авиацию более экологичной, необходимо снизить расход топлива. Вопросы экономики и экологии воздушного транспорта тесно связаны. Очевидно, что практически все замыкается на эффективности и совершенстве силовой установки самолета.

Потому наиболее перспективным решением могут стать самолеты, оснащенные гибридной силовой установкой. Вентиляторы или винты будут вращаться при помощи электромотора, а электричество на борту будет вырабатываться генератором, подключенным к газотурбинной установке, работающей на традиционном углеводородном топливе.

В данной статье рассмотрена схема гибридного газотурбинного двигателя (ГГТД) с подводом дополнительной электрической мощности к валу низкого давления от электрохимического генератора (ЭХГ) на базе твердооксидного топливного элемента (ТОТЭ), использующего также углеводородное топливо (рис. 1) [1]. В этой схеме предусмотрено наличие параллельно работающих ЭХГ и традиционной камеры сгорания (КС) ГТД, которая обеспечивает согласование режимов.

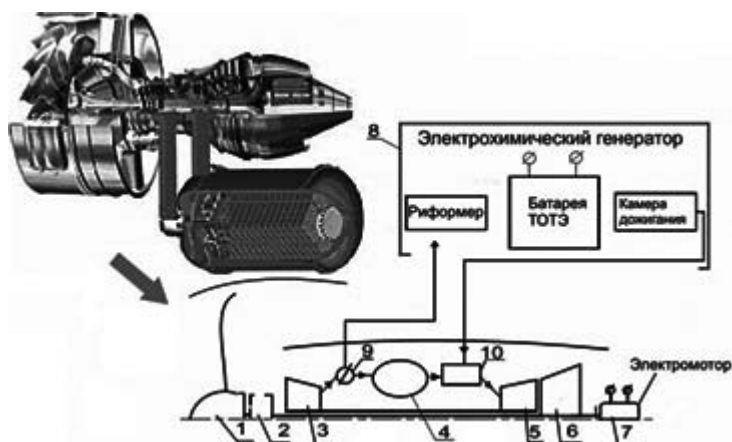


Рис. 1. Схема ГГТД: 1 — вентилятор; 2 — редуктор; 3 — компрессор; 4 — камера сгорания; 5 — турбина компрессора; 6 — турбина вентилятора; 7 — электромотор; 8 — ЭХГ на основе ТОТЭ; 9 — заслонка, регулирующая распределение воздуха между ЭХГ и КС; 10 — смеситель газа из ЭХГ и КС

Для данной схемы с помощью параметрического исследования определены наиболее оптимальные области проектных параметров [2].

ГГТД с ТОТЭ с учетом прогнозных оценок уровня показателей совершенства электрохимического оборудования, а так же узлов и систем двигателя, соответствующего временного периода конца 2030 годов, способен обеспечить удельный расход топлива на уровне $C_R < 0,43$ кг/(кгс · ч), что на ~ 20% лучше оцениваемого уровня перспективных ТРДД традиционной схемы.

Эмиссия вредных веществ определяется выбросами камеры сгорания газогенератора и батареи ТОТЭ.

Анализ рабочего процесса ГГТД с топливными элементами показал, что эмиссия вредных веществ определяется, в основном, эмиссией камеры сгорания ГТД:

1. Эмиссия NO_x и CO для ЭХГ на базе ТОТЭ оказывается пренебрежимо малой. Расчетные оценки по эмиссии установок на базе ТОТЭ на крейсерском режиме полета показывают практически полное отсутствие в выбросах соединений NO_x . Содержание монооксида углерода CO в выбросах установки на базе ТОТЭ может быть заметным при недостаточной длине камеры дожигания ЭХГ с временем пребывания газа менее 3–4 мс.

2. Умеренные параметры цикла (пониженные температуры рабочего тела на входе в КС и степень понижения давления) ГГТД с уровнем подведенной мощности

к валу вентилятора $\sim 1,5\text{--}2$ МВт обеспечивают гибридным ГТД по отношению к обычным ТРДД значительный (более 65%) выигрыш по NO_x за взлетно-посадочный цикл.

1. Каленский С. М., Морзеева Т. А., Эзрохи Ю. А. Исследование путей повышения топливной экономичности СУ самолетов гражданской авиации 2030 годов за счет выбора рационального схемно-технического облика двигателей нетрадиционных схем // Всероссийская научно-техническая конференция «Авиадвигатели XXI века» (24–27 ноября 2015 г.): Сборник тезисов докладов. — М.: ЦИАМ, 2015.
2. Каленский С. М., Морзеева Т. А., Эзрохи Ю. А. Силовые установки нетрадиционных схем для перспективных магистральных самолетов нового поколения. — М.: ЦИАМ, 2019. — 124 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ТРЕКОВЫХ ИСПЫТАНИЙ ИЗДЕЛИЙ АВИАЦИОННОЙ И РАКЕТНОЙ ТЕХНИКИ

С. А. Астахов¹, В. И. Бирюков^{1,2}, Д. А. Боровиков^{1,2}

¹ГкНИПАС имени Л. К. Сафронова, п. Белозерский, Московская обл., Россия;

²МАИ, Москва, Россия

Высокоскоростные полигонные испытания изделий авиационной и ракетной техники являются одной из стадий разработки новых объектов и позволяют подтвердить аэродинамические характеристики в условиях близких к натурным. Экспериментальная установка «Ракетный рельсовый трек» в ФКП «ГкНИПАС» имени Л. К. Сафронова позволяет проводить испытания как на двухрельсовом пути, так и в монорельсовом варианте. Трековая каретка с размещенным испытуемым изделием опирается на скользящие опоры — башмаки. Ускорение подвижной каретки по рельсовым направляющим обеспечивается ракетным двигателем твердого топлива (РДТТ). Установка позволяет проводить испытания с полной массой снаряжения до 3 тн. Для достижения скорости испытаний превышающей 1200 м/с наряду с ограничением миделя не превышающего $0,6\text{ м}^2$, используются РДТТ с увеличенной тягой до 50 тнс.

Способом увеличения скорости испытаний изделий является монорельсовое исполнение каретки, а также применение связки трековых кареток с двигателями, являющимися ускорителями. При проведении испытаний изделий одной из проблем, препятствующих достижению высоких скоростей, является интенсивная вибрация элементов конструкции. Для параметрического исследования влияния различных источников возбуждения колебаний конструкции и определения предельных вибрационных нагрузок разработана математическая модель с использованием комплекса «Simcenter Amesim» от Siemens для расчета динамики системы и комплекса и FlowVision для расчета аэродинамических характеристик объекта моделирования.

Математическая модель позволяет учесть механические (в том числе жесткость элементов конструкции) и массовые характеристики конструкции с учетом используемых материалов, особенности геометрии составных частей каретки и изделий (3Д-модель), влияние напряженно-деформированного состояния (НДС) элементов установки, характеристики закрепления и механические свойства рельсового пути, а также аэродинамические силы и крутящие моменты действующие на каретку и изделие. В том числе при несимметричной конструкции каретки и интерференции

отраженных скачков уплотнений, а также смещение центра масс по мере выработки топлива в ходе испытаний. Помимо этого, математическая модель позволяет учесть влияние зазоров (стыков) между рельсами, шероховатость контактных поверхностей рельсов, в том числе в боковом и вертикальном направлении и особенность пространственного контакта между башмаком и рельсом вдоль всего пути.

Математическая модель позволяет выполнить расчет действующих на конструкцию каретки и изделие сил, и их динамику в процессе трековых испытаний. С помощью математической модели выполнено параметрическое исследование и оценка влияния на результаты и вибрационные нагрузки в процессе испытаний зазоров между контактными поверхностями рельса и башмаков, размера зазоров (стыков) рельс и механических свойств конструкции каретки на растяжение–сжатие, изгиб и кручение.

Заключение. Математическое моделирование вибрационного поля, возникающего при высокоскоростных трековых испытаниях новых изделий позволяют прогнозировать частоту, амплитуду вибраций и вибрационные нагрузки на узлы трековой каретки и испытуемого изделия, и их влияние на результаты трековых испытаний, а также позволяет выбирать рациональные геометрические размеры подвижной части установки и обеспечивать необходимые прочностные характеристики ее элементов для целей достижения предельных скоростей.

1. *Astakhov S. A., Biryukov V. I.* Problems of ensuring the acceleration dynamics of aircraft during track test at a speed of 1600 m/s // *INCAS Bulletin*. — 2020. — V. 12 (Special Issue). — P. 33–42. — DOI: 10.13111/2066-8201.2020.12.S.3.
2. *Astakhov S. A., Biryukov V. I.* Buckling under the action of loading by aerodynamic and inertial forces during ground track tests of aviation equipmen // *INCAS Bulletin*. — 2021. — V. 13 (Special Issue). — P. 5–12. — DOI: 10.13111/2066-8201.13.S.1.
3. *Astakhov S. A., Biryukov V. I.* Algorithm for computational and experimental determination of the acoustic characteristics of solid propulsion engine // *Periodicals of Engineering and Natural Sciences Methodology/Method*. — 2021. — V. 9, No. 4. — P. 464–480.
4. *Астахов С. А., Бирюков В. И., Катаев А. В., Черных А. В.* Оценка силовых воздействий на конструкцию трековой каретки при торможении ракетным двигателем во время высокоскоростных испытаний авиационной и ракетной техники на ограниченной длине пути // *Материалы XXII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2021)*, 4–13 сентября 2021 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2021. — С. 593–594.
5. *Астахов С. А., Бирюков В. И., Кулак И. П.* Изгибно-крутильные колебания консольно размещенного обтекаемого тела, имеющего кольцевое поперечное сечение, при высокоскоростных трековых испытаниях // *Материалы XXII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2021)*, 4–13 сентября 2021 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2021. — С. 595–596.
6. *Файков Ю. И., Дудай В. И., Никулин В. М., Шляпников Г. П.* Испытания ракетной и авиационной техники на ракетном треке // *Известия Российской академии ракетных и артиллерийских наук*. — 2006. — Вып. 3(48). — С. 11–14.
7. *Камчатный В. Г.* Особенности динамики взаимодействия высокоскоростных объектов с рельсовой направляющей // *Сб. «Современные методы проектирования и отработки ракетно-артиллерийского вооружения»*. — Саров, 2000. — С. 202–209.
8. Вибрации в технике. Справочник в 6 томах. Т. 1. Колебания линейных систем / Под ред. В. В. Болотина. — 2-е изд. — М.: Машиностроение, 1990. — 504 с. Т. 3. Колебания машин, конструкций и их элементов / Под ред. Ф. М. Диментберга, К. С. Колесникова, 1980. — 544 с.

МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ТОРМОЖЕНИЯ НА ОГРАНИЧЕННОЙ ДЛИНЕ ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ТРЕКОВЫХ ИСПЫТАНИЯХ

С. А. Астахов¹, В. И. Бирюков^{1,2}, А. В. Катаев^{1,2}

¹ГКНИПАС имени Л. К. Сафронова, п. Белозерский, Московская обл., Россия;

²МАИ, Москва, Россия

Повышение скорости вновь создаваемых объектов авиационной и ракетной техники является устойчивой тенденцией настоящего времени. Для этого при трековых испытаниях разрабатываются ракетные двигатели существенно большей тяги и одновременно возникает необходимость сохранения трековой каретки для последующего использования. Задача сохранения материальной части ускорителя, имеющего скорость порядка 1000 м/с и массу около 500 кг, для снижения затрат и уменьшения времени для подготовки испытаний является актуальной и одновременно проблемной из-за ограниченной длины рельсового трека [1]. Различные виды торможения применяемые при трековых испытаниях ограничены диапазоном скоростей эффективного и безопасного применения [2]. Для торможения высокоскоростных объектов целесообразно применять комбинированную схему торможения, обеспечивающую лучшую эффективность различных тормозных устройств на приемлемой для них скорости [3]. Рассматривается схема, состоящая двух видов торможения: первоначально — аэроторможения, затем — гидроторможения.

Скоростное ограничение гидроторможения связано с возникновением разрушающих напряжений (для большинства конструкционных марок стали) в конструкции тормоза при его взаимодействии с водой на скорости выше 700 м/с.

Увеличение верхнего предела скорости тормозного устройства предлагается осуществлять за счет применения материалов с требуемыми механическими свойствами среди которых следует выделить показатели прочности: предел прочности (σ_B), предел текучести ($\sigma_{0,2}$); показатели жесткости: модули упругости (E, G); показатели надежности: пластичность (δ, Ψ), ударная вязкость (КТ, КСВ, КСУ), вязкость разрушения (K_{Ic}) [4].

Режим торможения формируется исходя из требований, предъявляемых к средствам торможения:

— эффективность, характеризуемая работой тормозного устройства на участке L :

$$A_T = \int_0^L F_T ds \rightarrow \max; \quad (1)$$

— безопасность, характеризуемая максимальной развиваемой силой:

$$F_{T \max} \rightarrow \min. \quad (2)$$

Требованиям (1) и (2) соответствует режим, где развиваемая тормозным устройством сила будет постоянной. Постоянная тормозная сила является теоретическим минимумом тормозной силы, обеспечивающей торможение заданной каретки на ограниченном участке, значение которой определяется:

$$F_{T \text{ const}} = \frac{\rho}{2} C_x S_m \left(\frac{v_0^2 - v_k^2}{\exp\left(\frac{C_x S_m \rho L}{m}\right) - 1} - v_k^2 \right) - mgf, \quad (3)$$

где m — масса каретки, ρ — плотность воздуха, C_x — коэффициент аэродинамического сопротивления, S_m — площадь миделевого сечения ракетной каретки, f — коэффициент трения башмаков о рельсы, v_0 — скорость каретки в начале тормозного пути, v_k — скорость каретки в конце тормозного пути (при остановке $v_k = 0$).

При формировании зависимости тормозной силы от времени $F_T(t)$ необходимо учитывать прочностные ограничения элементов каретки, ракетного трека и объекта испытаний. Реализация заданного тормозного импульса достигается применением расчетного профиля рабочей части гидротормоза с обеспечением требуемого уровня заглупления гидротормоза в воду по пути или за счет использования в качестве энергопоглощающей среды, жидкостей с различными реологическими свойствами [5].

Разработан метод расчета формы профиля рабочей части гидротормоза, обеспечивающего заданный тормозной импульс. В основе расчета лежит зависимость развиваемой тормозной силы прототипом тормозного устройства от таких параметров, как скорость ракетной каретки, площадь заглупленной рабочей части тормоза, плотность энергопоглощающей среды, коэффициент сопротивления, геометрические характеристики и т. п. Требуемая зависимость определяется в результате моделирования работы прототипа тормозного устройства с помощью программно-вычислительного комплекса или на основании опытных данных полученных для подобных устройств.

Для гидродинамических тормозных устройств, в основе работы которых лежит метод торможения за счет обмена количеством движения, тормозная сила определяется:

$$F_c = \rho_v S_v v^2 (1 - R_v \cos(\alpha)), \quad (4)$$

$$R_v = \frac{v_{\text{вых}}}{v_{\text{вх}}}. \quad (5)$$

Согласно данным экспериментальных исследований, приведенным в работе [6] значение коэффициента R_v находится в диапазоне от 0,66 до 0,81.

Заключение. В ходе проведенных исследований определено, что торможение высокоскоростных ракетных кареток целесообразно осуществлять несколькими методами торможения, каждое из которых задействуется в соответствующем скоростном интервале. Повышение технических возможностей применяемых тормозных устройств связано не только с повышением их прочностных характеристик, но и с оптимизацией режимов их функционирования. Применение ГДТУ с рабочей частью специальной формы позволит расширить скоростной диапазон торможения и сократить тормозной путь.

1. *Astakhov S. A., Biriukov V. I.* Problems of ensuring the acceleration dynamics of aircraft during track tests at a speed of 1600 m/s // INCAS Bulletin. — 2020. — V. 12 (Special Issue). — P. 33–42. — DOI: 10.13111/2066-8201.2020.12.S.3.
2. *Ватулин Н. М., Роберов И. Г., Тарновский В. А., Фурсов Ю. С.* Развитие динамических испытаний на ракетном треке // Известия Российской академии ракетных и артиллерийских наук. — 2021. — №1(116). — С. 139–148.
3. *Катаев А. В., Астахов С. А., Бирюков В. И.* Поиск решений проблемы сохранения материальной части ракетных кареток и средств измерения при трековых испытаниях изделий авиационной и ракетной техники при скорости (1200–1500) м/с на ограниченной длине // Авиация и космонавтика: Сб. тезисов 20-й Международной конференции, (22–26 ноября 2021; МАИ, Москва). — М.: Перо, 2021. — С. 37–38.
4. *Материаловедение: Учебник для вузов / Б. Н. Арзамасов, В. И. Макарова, Г. Г. Мухин и др.; Под общ. ред. Б. Н. Арзамасова, Г. Г. Мухина.* — 8-е изд. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2008. — 648 с.

5. Волков В. Т., Ватулин Н. М., Колтунов В. В., Фурсов Ю. С. Методы торможения разгонной каретки в процессе динамических испытаний на ракетном треке // Известия Российской академии ракетных и артиллерийских наук. — 2021. — № 4(119). — С. 97–104.
6. Xia H., Hu B., Tian J., Lv S. Research on a new open water-brake method for double-track rocket sled test // J. Phys.: Conf. Ser. — 2020. — V. 1633. — 012077. — DOI: 10.1088/1742-6596/1633/1/012077.

МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ВИБРОПРОЧНОСТИ И ВИБРОУСТОЙЧИВОСТИ КОНСТРУКЦИИ ОБЪЕКТА И ТРЕКОВОЙ КАРЕТКИ

С. А. Астахов¹, В. И. Бирюков^{1,2}, И. П. Кулак^{1,2}, С. А. Хамзатханов^{1,2}

¹ГкНИПАС имени Л. К. Сафронова, п. Белозерский, Московская обл., Россия;

²МАИ, Москва, Россия

Трековые высокоскоростные испытания объектов спецтехники сопровождаются интенсивной вибрацией и ударными нагружениями конструкции. По мере увеличения скорости изделий свыше 1000 м/с, как показали испытания [1], амплитуда упругих колебаний конструкции может достигать предельных прочностных значений. Экспериментальное и теоретическое изучение вибрационных и ударных воздействий на конструкцию трековой каретки с испытываемыми объектами в условиях существующего рельсового трека является актуальной задачей.

Конструктивные элементы: рама трековой каретки с приваренными башмаками и узлами для размещения РДТТ и самого объекта испытания характеризуется массой (эквивалентная масса m), механической жесткостью (упругостью) k (Н/м), и резонансной частотой (ω_0 — круговая частота собственных колебаний). Объект испытания размещается на каретке с консольным креплением. Изгибно крутильные колебания консольного цилиндрического тела — объекта испытания обусловлены различными механизмами вибрационного нагружения. Такими как, сугубо нестационарное аэродинамическое воздействие, вынужденные колебания от башмаков при скольжении по рельсовой направляющей, имеющей геометрические неровности и стыковые зазоры. Внешними возмущениями являются также пульсации давления в камере сгорания двигателя и акустический шум горения и др. При анализе вибрационного нагружения изделий, размещенных на трековых каретках при наземных трековых испытаниях, используются приближения в которых, реальная система заменяется условной с сосредоточенными параметрами с эквивалентной массой и упругостью. Колебательное движение системы с одной степенью свободы обусловлено разницей внешней возбуждающей силы $P_0 \sin \omega t$ и суммы сил инерции, упругости и демпфирования, т. е.

$$\ddot{x} + 2\delta_0\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = \omega_0^2\frac{P_0}{k} \sin \omega t, \quad (1)$$

где ω_0 — круговая частота собственных колебаний системы, δ_0 — параметр, пропорциональный коэффициенту демпфирования.

Для свободных колебаний при отсутствии демпфирования и при начальных условиях $\ddot{x}(0) = x(0) = 0$; $\dot{x}(0) = v$, реализуются синусоидальные колебания с собственной частотой и амплитудой вибрации v/ω_0

$$x = (v/\omega_0) \sin \omega_0 t. \quad (2)$$

Для вынужденных колебаний решение уравнения (1) можно представить в виде суммы однородного и частного решений

$$x = (v/\omega_0)e^{-\delta_0\omega_0 t} \sin(\omega_0 t - \varphi_0) + (\beta P_0/k) \sin(\omega t - \varphi). \quad (3)$$

Здесь φ начальная фаза вынуждающей гармонической силы, а β — коэффициент динамичности системы, он определяется частотой возбуждения

$$\beta = 1 / \sqrt{4\delta_0^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2}. \quad (4)$$

Амплитуда колебаний $A = v/\omega_0$ и сдвиг фазы φ_0 зависят от начальных условий.

Вынужденные колебания характеризует второй член уравнения (3). Параметр β показывает во сколько раз амплитуда вынужденных колебаний отличается от статического отклонения под действием силы P_0 . Его максимальное значение равно $\beta_{\max} = 1/(2\delta_0\sqrt{1-\delta_0^2})$. Для реальных систем коэффициент демпфирования больше нуля и начальная фаза равна $\pi/2$ вне зависимости от величины δ_0 . В низкочастотной области при изменении частоты колебаний до достижения собственных резонансных частот силы сопротивления возрастают, но силы инерции вырастают гораздо быстрее и достигают значений силы упругости, при этом вынуждающая сила уравнивается потерями затухания. При высокочастотных колебаниях силы упругости малы, а силы инерции будут уравниваться возмущающей силой. Так как, силы упругости определяют прочность каретки, то при оценках на вибропрочность конструкции необходимо рассмотреть возмущающих сил в широком диапазоне частот. Амплитуда колебаний при резонансе A_p определяется [2] так

$$A_p = \frac{x_{\text{ст}}}{2\delta_0} = x_{\text{ст}}\beta_p = \frac{250}{\gamma f_c^2} = \frac{P_0\beta_p}{k} = \frac{V\rho A_\omega\beta_{\text{рез}}}{k}, \quad (5)$$

где статический прогиб $x_{\text{ст}} = 250/f_c^2 = P_0/k$ в мм; γ — коэффициент неупругого сопротивления материала $\gamma = 2\delta_0$; β_p — добротность колебательной системы при малых δ_0 ; ρ — плотность материала конструкции; V — приведенный объем массы; A_ω — амплитуда действующего ускорения.

Скорость вибрации определяется из уравнения (2). Амплитуда скорости вибрации пропорциональна частоте $A_v = 2\pi f A$. Ускорение вибрации это вторая производная перемещения по времени $\omega = -(2\pi f)^2 A \sin 2\pi f t$.

Динамическая перегрузка (резкость) является производной от ускорения $u = -(2\pi f)^3 A \cos 2\pi f t$. Резкость вибрации характеризует скорость изменения сил инерции. По амплитуде резкости можно сравнивать режимы вибрационных испытаний $A_u = \omega A_v = \omega^2 A$. Относительная величина вибрационной перегрузки равна $n = A_\omega/g$. При низкочастотных колебаниях могут возникать изгибные колебания с большой деформацией, превышающей допустимые значения. Амплитуда вынужденных колебаний или амплитуда перемещения равна

$$A_B = \beta m g n / k = \beta \alpha^2 A. \quad (6)$$

Амплитуда скорости выражает величину энергии, излучаемой при колебаниях

$$A_V = \omega A_B = P_0 / \sqrt{(m\omega - k/\omega)^2 + 4\delta_0^2 m k}. \quad (7)$$

Отношение амплитуды действующей силы к амплитуде скорости определяет механический импеданс колебательной системы (сила-скорость)

$$Z_V = P_0/A_V = \sqrt{(\omega m - k/\omega)^2 + 4\delta_0^2 m k}. \quad (8)$$

Импеданс характеризует сопротивление, которое воздействует на силу, возбуждающую колебания. Составляющую ωt называют инерциальным реактивным сопротивлением, она характеризует влияние массы и частоты. Отношение упругости к частоте k/ω называют упругим реактивным сопротивлением. Разность этих величин $(\omega t - k/\omega)$ — это механическое реактивное сопротивление. Величина $4\delta_0(mk)^{1/2}$ представляет механическое активное сопротивление. Активное сопротивление приводит к необратимым потерям колебательной энергии. Динамическая жесткость системы с вынужденными колебаниями амплитудой определяется импедансом сила–перемещение

$$Z_X = P_0/A_B = \sqrt{(k - \omega^2 m)^2 + 4\delta_0^2 mk\omega^2}, \quad (9)$$

Динамическая жесткость системы зависит не только от величин k $\delta_0 t$, но и от частоты возмущающей силы ω . Это означает необходимость исследования механизмов возникновения возмущающих периодических сил и ударов, воспринимающих конструкцией каретки и объекта испытания [3–6]. При резонансе динамическая жесткость равна наименьшей величине $Z_X = 2\delta_0 k$ и отсюда, амплитуда вынужденных колебаний определяется величиной вынуждающей силы P_0 , коэффициентом демпфирования δ_0 и величиной статической жесткости k .

Анализ колебаний элементов установки по результатам измерений датчиками вибраций показывает, что в основном процесс не является гармоническим. Его можно представить в виде суммы периодических движений с разными частотами и различной амплитудой перегрузок. При обработки сигналов программами «Мера» можно выделить:

- максимальные значения периодических и ударных воздействий в плюс и минус относительно нуля, а также максимальный размах за период колебания;
- среднее арифметическое значение амплитуды гармонических составляющих выборочно относительно нуля A_n ;
- среднее значение алгебраической суммы квадратов

$$[x(t)]^2 = \sum_1^N \frac{A_n^2}{2}.$$

Мощность вибрационного нагружения в отдельной точке установки определяется суммой мощности гармонических составляющих. В свою очередь взаимосвязь мощности вибрации от частоты представляет собой спектр мощности. За период колебания основной составляющей вибрационного процесса можно выделить эффективное (среднее квадратическое) значение $x(t)$, для сложной вибрации эта величина выбирается как среднее между эффективным и пиковым значениями. Для вибрации образованной гармоническими колебаниями f_1, f_2, f_3, \dots с A_1, A_2, A_3, \dots

$$A_{\text{эКВ}} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + \dots A_n^2}.$$

1. *Astakhov S. A., Biriukov V. I.* Problems of ensuring the acceleration dynamics of aircraft during track tests at a speed of 1600 m/s // *INCAS Bulletin*. — 2020. — V. 12 (Special Issue). — P. 33–42. — DOI: 10.13111/2066-8201.2020.12.S.3.
2. *Иоршиш Ю. И.* Виброметрия. — М.: Машгиз, 1963.
3. *Сергеев С. И.* Демпфирование механических колебаний. — М.: ФИЗМАТГИЗ, 1959.
4. *Дмитриев Б. М.* Оценка допустимых механических нагрузок для изделий // В кн.: *Техника измерений параметров вибраций и удара. ЛДНТП. 1973.* — М.: Машгиз, 1963.

5. Ильинский В. С. Защита аппаратов от динамических воздействий. — М.: Энергия, 1970.
6. Ананьев И. В., Тимофеев П. Г. Колебания упругих систем в авиационных конструкциях и их демпфирование. — М.: Машиностроение, 1965.

ТРЕХСЛОЙНЫЕ ОБОЛОЧКИ — ЭФФЕКТИВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ КОНСТРУКЦИЙ СОВРЕМЕННЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ. МОДЕЛИ ПРОЧНОСТНОГО АНАЛИЗА*

В. Н. Бакулин

ИПРИМ РАН, Москва, Россия

Работа посвящена памяти И. И. Липатова и В. В. Репинского — участников наших конференций ВМСППС и NPNJ (АММАИ).

В связи с широким внедрением композиционных материалов (КМ) и новых технологий изготовления в настоящее время повышается эффективность применения трехслойных оболочек в авиастроении (панели в носовой и хвостовой частях фюзеляжа и крыла, пилонов двигателей, грузовых люков и др.), ракетостроении (корпуса ракетных твердотопливных двигателей и транспортно-пусковых контейнеров, переходные отсеки ракет и другие элементы конструкций), космической технике (обтекатели, теплоизоляционные экраны, рефлекторы и др.) и многих других отраслях промышленности.

Трехслойные оболочки находят все более широкое применение в современной технике благодаря высоким показателям весовой эффективности, изгибной жесткости, тепловой защиты, звукоизоляции, вибропоглощения, а также возможности регулирования этих и многих других важных характеристик. Так, например, при замене монолитных или подкрепленных конструкций на трехслойные сотовые достигается снижение массы на 25–40%, а новые возможности создания рациональных трехслойных сотовых конструкций позволяют повысить этот показатель до 45–55%.

Кроме того, у трехслойных оболочек можно добиться более высокого качества внешней поверхности с точки зрения обтекания воздухом, что актуально для современного высокоскоростного транспорта и особенно летательных аппаратов (ЛА), так как жесткость конструкции и гладкость внешних поверхностей позволяет обеспечить устранение опасности возникновения панельного флаттера.

Трехслойная конструкция позволяет расположить между несущими слоями в слое заполнителя конструктивные элементы, например, подкрепление в виде закладных деталей (это позволяет эффективно и безопасно использовать пространство внутри и снаружи изделий), а также необходимые коммуникации (кабели и т. п.), которые могут быть защищены от электромагнитных полей, радиации, механических повреждений и др.

На первом в мире сверхзвуковом дальнем бомбардировщике фирмы «Конвэр» В-58 ВВС США поверхность планера (~ 80% всей обтекаемой площади) выполнена из конструкций с заполнителем. Эти конструкции применены в силовых элементах крыла, фюзеляжа, что позволило снизить относительную массу планера этого самолета на 5–7% по сравнению с обычной клепано-сборочной конструкцией. Широкофюзеляжный двухдвигательный Boeing 787 стал первым пассажирским

*Работа выполнена в рамках государственного задания Института прикладной механики Российской академии наук (ИПРИМ РАН) (номер гос. регистрации 121112200126-5).

самолетом американской корпорации, в конструкции которого широко использованы КМ на основе углерода (около 50%, в модели 777 это лишь 9%). В самолете большое количество трехслойных конструктивных элементов. У Boeing 787 это мотогондола, законцовки крыла, закрылки, обтекатели закрылков, панели пола, пилон, руль высоты, руль направления, элероны и др.

Носовой обтекатель в российском ближнемагистральном узкофюзеляжном пассажирском самолете Superjet 100 выполнен из слоистой конструкции со стеклопластиковыми обшивками с сотовым заполнением.

Трехслойные оболочки и конструкции с наполнителем находят эффективное применение в космической технике для силовых узлов аппаратов, обтекателей и теплоизоляционных экранов. Многослойность наполнителя обеспечивает при минимальной массе конструкции высокий коэффициент теплоизоляции. Панели с наполнителем применены на космическом корабле «Спейс шаттл» (рис. 1, а).

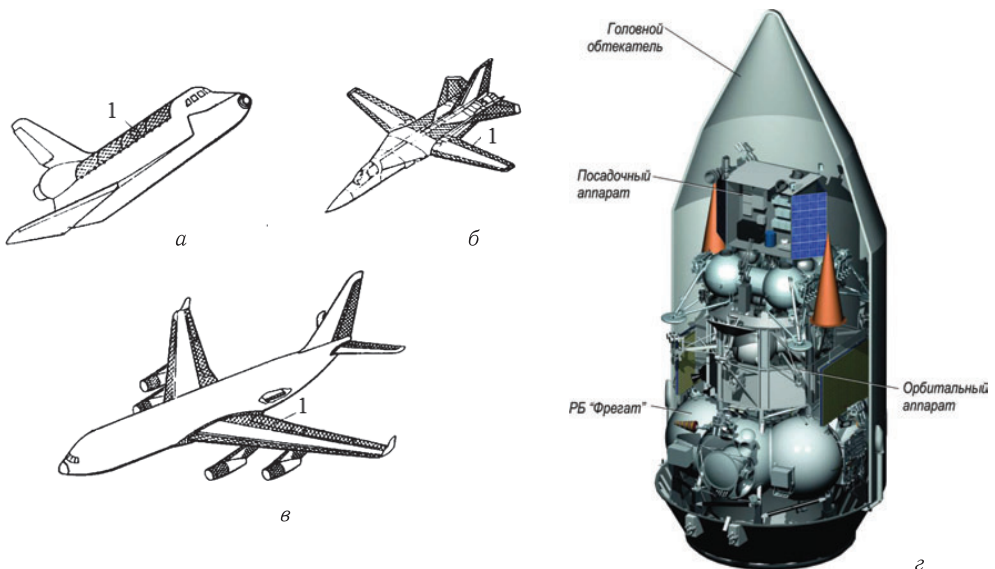


Рис. 1. Применение трехслойных конструкций (заштрихованы места 1) на некоторых образцах авиационной и космической техники: а — многоразовый транспортный космический корабль «Спейс шаттл»; б — истребитель-бомбардировщик F-111В; в — пассажирский самолет Ил 96-300; г — обтекатель полезного груза

Новый пилотируемый многоразовый космический корабль «Орел» (ранее «Федерация»), который будет летать и к Луне и на геостационарную орбиту, имеет трехстворчатый обтекатель двигательной установки, представляющий собой трехслойную цилиндрическую оболочку, и лобовой трехслойный сферический теплозащитный экран.

Конструкции корпусов космических аппаратов кроме всего прочего должны обладать высокой стойкостью к действию метеоритов, космического излучения и поэтому представляется актуальным применение оболочек трехслойной или многослойной структуры. Наружная оболочка в этом случае является буфером, а пенопластовый наполнитель — улавливателем осколков метеоритов и наружной оболочки.

Применение трехслойных оболочек сдерживается, в частности, и из-за недостаточного развития подходов и моделей, позволяющих с необходимой точностью

и степенью детализации провести исследования напряженно-деформированного состояния (НДС), бафтинга и возникновения флаттера в общем случае нерегулярных трехслойных оболочек с учетом неоднородности структуры, в том числе на уровне слоя заполнителя; наличия вырезов; реального приложения нагрузок к отдельным слоям и разных условий их закрепления; моментного состояния несущих слоев; трехмерного напряженного состояния в слое заполнителя; переменных геометрических и физико-механических характеристик слоев.

В представленной работе рассматривается построение моделей уточненного сплошного анализа НДС трехслойных нерегулярных оболочек [1–4]. Также рассмотрены модели для исследования бафтинга [5–8] и возникновения флаттера [9] оболочек.

1. *Bakulin V. N.* An Efficient Model for Layer-by-Layer Analysis of Sandwich Irregular Cylindrical Shells of Revolution // *Doklady Physics*. — 2018. — V. 63, No. 1. — P. 23–27.
2. *Bakulin V. N.* Block Finite-Element Model of Layer-by-Layer Analysis of the Stress — Strain State of Three-Layer Generally Irregular Shells of Double-Curvature Revolution // *Doklady Physics*. — 2019. — V. 64, No. 1. — P. 9–13.
3. *Bakulin V. N.* Block-Layer Approach for The Analysis of The Stress-Strain State of Three-Layer Irregular Cylindrical Shells // *Mechanics of Solids*. — 2021. — V. 56, No. 7. — P. 295–304.
4. *Bakulin V. N.* Model for Analysis of the Stress-Strain State of Three-Layer Cylindrical Shells with Rectangular Cutouts // *Mechanics of Solids*. — 2022. — V. 57, No. 1. — P. 102–110.
5. *Bakulin V. N., Nedbay A. Ya.* The Dynamic Stability Of Three-Layered Cylindrical Shell, Reinforced Ring Ribs And Hollow Cylinder Under External Pressure Pulsing // *Doklady Physics*. — 2021. — V. 66, No. 6. — P. 175–181.
6. *Чернышев С. Л., Липатов И. И., Бакулин В. Н.* Бафтинг элементов авиационных, аэрокосмических и ракетных конструкций // *Инженерный журнал: наука и инновации. Международная научная конференция «Фундаментальные и прикладные задачи механики», посвященная 100-летию со дня рождения академика К. С. Колесникова (Москва, 10–12 декабря 2019 г.)*. — 2020. — №2(98). — С. 250–251.
7. *Bakulin V. N., Boitsova D. A., Nedbay A. Ya.* Parametric Resonance of a Three-Layered Cylindrical Composite Rib-Stiffened Shell // *Mechanics of Composite Materials*. — 2021. — V. 57, No. 5. — P. 623–634.
8. *Bakulin V. N., Nedbay A. Ya.* Parametric Resonance of a Three-Layer Cylindrical Composite Shell, Supported by Longitudinal Ribs and a Cylinder, Under The Action of a Time-Varying Axial Force // *Doklady Physics*. — 2022. — V. 67.
9. *Bakulin V. N., Konopelchev M. A., Nedbai A. Ya.* Flutter of a laminated cantilever cylindrical shell with a ring-stiffened edge // *Russian Aeronautics*. — 2018. — V. 61, No. 4. — P. 517–523.

МОДЕЛИ МЕХАНИЗМОВ ТРАНСФОРМАЦИИ КРУПНОГАБАРИТНЫХ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ*

В. Н. Бакулин¹, Н. П. Бакулина, С. В. Борzych², Ю. Н. Щиблев²

¹ИПриМ РАН, Москва, Россия; ²РКК «Энергия», Королев, Московская обл., Россия

При моделировании динамики ракетно-космических систем и космических аппаратов (КА) [1–9] один из наиболее часто встречающихся подходов, в том числе используемый авторами, состоит в том, что объект исследования рассматривается

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №20-08-00673).

как структурно-сложная механическая система с внутренними связями. В этом случае под механической трансформацией понимается изменение конфигурации структуры системы. Под такое определение подходит достаточно широкий круг процессов, таких, например, как раскрытие солнечных батарей и антенн КА, процессы отделения ступеней, створок защитных обтекателей и ряд других. Характер внутренних связей таков, что до начала процесса трансформации они запрещают любое относительное движение тел системы (система движется как единое целое). Конструктивно такие связи выполнены в виде различного рода замков, фиксаторов, пирочек и др. Затем часть связей снимается и появляются степени свободы возможного относительного движения, т. е. становится возможным процесс трансформации. Однако для осуществления трансформации необходимы средства, инициирующие относительное движение. Ниже рассмотрены модели этих средств применительно к конкретному процессу.

Критически важным является процесс раскрытия солнечных батарей (СБ), поскольку собственные аккумуляторные батареи могут обеспечивать лишь начальные операции после отделения КА от последней ступени носителя или разгонного блока, после чего, если не обеспечить внешний токоприем от СБ, наступит деградация систем аппарата. Для схемы типа «гармошки» [1] после раскрытия замков, удерживавших батарею в сложенном транспортировочном положении, начинается разворот каждой пары панелей относительно общей оси под действием пружин кручения с линейной характеристикой

$$M = M_2 - (M_2 - M_1)\varphi/\varphi_K,$$

где φ , φ_K — соответственно текущий и конечный угол поворота пружины; M_2 , M_1 — начальный и конечный моменты пружины.

Важную роль в обеспечении плавного и надежного раскрытия батареи играет механизм тросовой синхронизации (рис. 1).

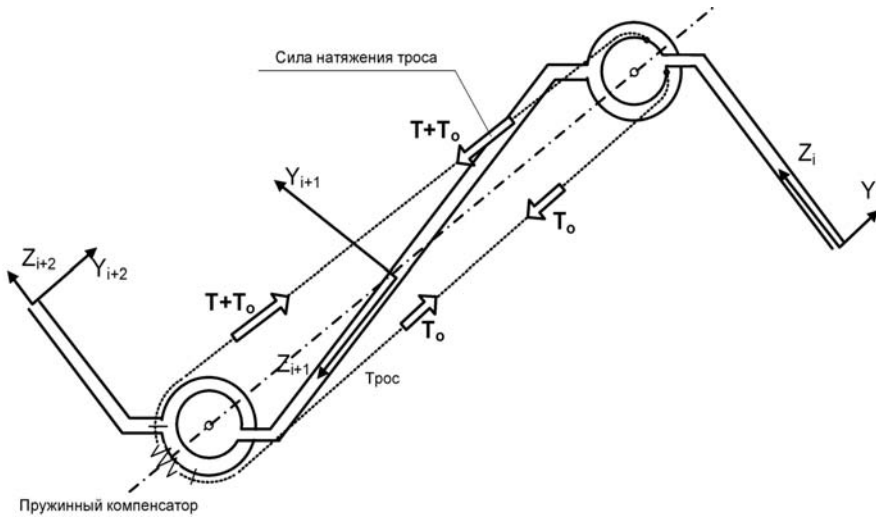


Рис. 1. Схема механизма тросовой синхронизации

Трос соединяет панели батареи через одну, благодаря чему отстающая пара панелей ускоряется, а раскрывающаяся быстрее остальных тормозится. Кроме того, механизм позволяет осуществить раскрытие даже при отказе одной из пружин кручения.

Действие тросов на i -е и $i + 2$ тела определено в виде векторов силы \vec{F}_{Ti} и момента \vec{L}_{Ti} . Натяжение троса определится его жесткостью EF и величиной деформации Δl^* :

$$T = EF \cdot \frac{\Delta l^*}{l},$$

где l — длина троса, $C = EF/l$ — жесткость, приведенная к длине троса.

Деформация троса, не имеющего свободного хода,

$$\Delta l = r_{\text{ш}(i+2)} \cdot \varphi_{(i+2),(i+1)} - r_{\text{ш}(i)} \cdot \varphi_{(i),(i+1)},$$

где $r_{\text{ш}}$ — радиус шкива, φ — угол относительного разворота между телами, номера которых отображаются индексами, или, что то же самое, угол разворота радиуса вектора точки центра шкива $\vec{r}_{(i),(i+1)}$ и $\vec{r}_{(i+2),(i+1)}$.

Наличие свободного хода Δl_0 приводит к выражению $\Delta l^* = |\Delta l| - \Delta l_0$ и натяжение троса будет

$$T = \begin{cases} T_0 & \text{при } |\Delta l| < \Delta l_0, \\ T_0 + C \cdot \Delta l^* & \text{при } |\Delta l| > \Delta l_0, \end{cases}$$

тогда $\vec{F}_i = \begin{bmatrix} T_0 + T \cdot \cos(\alpha) \\ (T - T_0) \cdot \sin(\alpha) \cdot \text{Sign}(-\Delta l) \\ 0 \end{bmatrix}$, $a\vec{F}_{i+2} = -\vec{F}_i$, где $\text{tg}(\alpha) = \frac{r_{\text{ш}(i+2)} - r_{\text{ш}(i)}}{O_{i+2}O_i}$.

Вектор \vec{L} имеет только Z -ю ненулевую компоненту, при этом

$$L_{iz} = r_{\text{ш}(i)} \cdot (T - T_0) \cdot \text{Sign}(\Delta l),$$

а момент, действующий на $i + 2$ тело в соответствии с передаточным числом будет $L_{(i+2)z} = -(r_{\text{ш}(i+2)}/r_{\text{ш}(i)}) \cdot L_{iz}$.

В ряде случаев для снижения пиковых нагрузок в момент фиксации предполагается наличие механизма торможения, создающего тормозящий момент $L = f(\omega, \omega^2)$ со специально подбираемыми коэффициентами.

Возможны варианты как жесткой фиксации (мгновенного наложения жестких связей), так и за счет упругой деформации узлов фиксации с соответствующей локальной жесткостью. На начальных этапах проектирования, когда отсутствуют какие-либо конструктивные проработки узлов фиксации, жесткая фиксация может рассматриваться как предельный по нагрузкам случай, дающий оценку, которая не может быть превышена. На последующих стадиях оценка нагрузок может быть уменьшена путем использования обобщенной характеристики фиксатора как вязкоупругой пружины.

1. *Bakulin V. N., Borzykh S. V.* Development of an approach to the formation of dynamic models of the process of disclosure of transformable space structures // Russian Aeronautics. — 2022. — V. 65, No. 1.
2. *Bakulin V. N., Borzykh S. V.* Analytical Estimates of the Movement and Elastic Vibrations of the Structures of Separated Fairings Doors of Rocket and Space Systems // Doklady Physics. — 2021. — V. 66, No. 5. — P. 134–138.
3. *Bakulin V. N., Borzykh S. V.* An Approach for Building Dynamic Models of the Process of Disclosure of Transformable Space Structures // Doklady Physics. — 2021. — V. 66, No. 8. — P. 243–248.
4. *Bakulin V. N., Borzykh S. V.* Modeling of the Deployment Process Dynamics for Large-Sized Transformable Space Structures // Russian Aeronautics. — 2020. — V. 63. — P. 610–617.
5. *Bakulin V. N., Borzykh S. V., Tereshina K. V.* Analytical Estimates of the Fairing Flaps Separation Dynamics of the Rocket and Space Systems // Russian Aeronautics. — 2021. — V. 64, No. 3. — P. 376–384.

6. Bogomolov N. V., Anfalov A. S., Borzykh S. V., Bakulin V. N. Simulation of process of small satellites separation from deployer installed on cargo spacecraft // J. Phys.: Conf. Ser. — 2019. — V. 1392. — 012003. — DOI: 10.1088/1742-6596/1392/1/012003.
7. Bakulin V. N., Bogomolov N. V., Borzykh S. V. Separation Algorithm of the Soyuz MS Spacecraft from Nonstabilized International Space Station // Russian Aeronautics. — 2019. — V. 62, No. 4. — P. 577–584.
8. Бакулин В. Н., Борзых С. В., Ильасова И. Р. Математическое моделирование процесса раскрытия многозвенных солнечных батарей // Вестник Московского авиационного института. — 2011. — Т. 18, №3. — С. 295–302.
9. Bakulin V. N., Borzykh S. V., Voronin V. V. Space vehicle landing dynamics at failure of landing gear // Russian Aeronautics. — 2016. — V. 59, No. 1. — P. 23–28.

РАЗРАБОТКА РАСЧЕТНЫХ СХЕМ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ И РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИЛОВЫХ И МОМЕНТНЫХ ФАКТОРОВ ЭЛЕМЕНТОВ ТРАНСФОРМИРУЕМОЙ КОНСТРУКЦИИ*

В. Н. Бакулин¹, Н. П. Бакулина, С. В. Борзых², Ю. Н. Щиблев²

¹ИПриМ РАН, Москва, Россия; ²РКК «Энергия», Королев, Московская обл., Россия

Вопросы моделирования динамики при создании ракетно-космических систем являются одними из основных [1–9]. Существует устойчивая тенденция появления в составе космических аппаратов (КА) все большего числа крупногабаритных трансформируемых конструкций — антенн, откидных штанг с установленными на них приборами и датчиками, панелей солнечных батарей и др., которые затем переводятся в раскрытое рабочее положение [2–5]. При создании такого рода трансформируемых систем требуется удовлетворять таким противоречивым требованиям, как минимальные вес и объем в сложенном транспортном состоянии, высокая надежность раскрытия из транспортного состояния в рабочее положение и функционирования на орбите, максимальная площадь рабочей поверхности в раскрытом состоянии, стабильные эксплуатационные характеристики в условиях действия нагрузок.

Работоспособность таких конструкций определяется, главным образом, тем, насколько велики возникающие в них усилия при разворачивании, в связи с чем становится остроактуальной проблема разработки расчетных схем для определения сосредоточенных и распределенных силовых факторов трансформируемой конструкции.

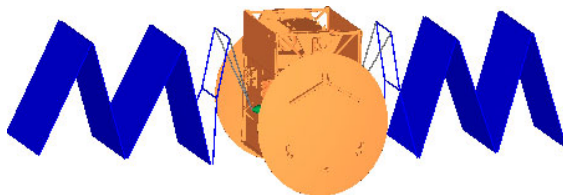


Рис. 1. Схема раскрытия типа гармошки

Одним из наиболее ответственных процессов трансформации космических конструкций является процесс раскрытия солнечных батарей. Простейшая однофазная кинематическая схема раскрытия показана на рис. 1.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №20-08-00673).

Раскрытие происходит путем разворота относительно общей оси между двумя соседними элементами (панелями) солнечной батареи. Поскольку такая связь — ось вращения — допускает лишь одну (вращательную) степень свободы, то действие на выделенную панель предыдущей и последующей панели учитывается в виде сосредоточенных реакций связей — трех компонент силы реакции и двух компонент момента связей, ортогональных оси разворота (рис. 2).

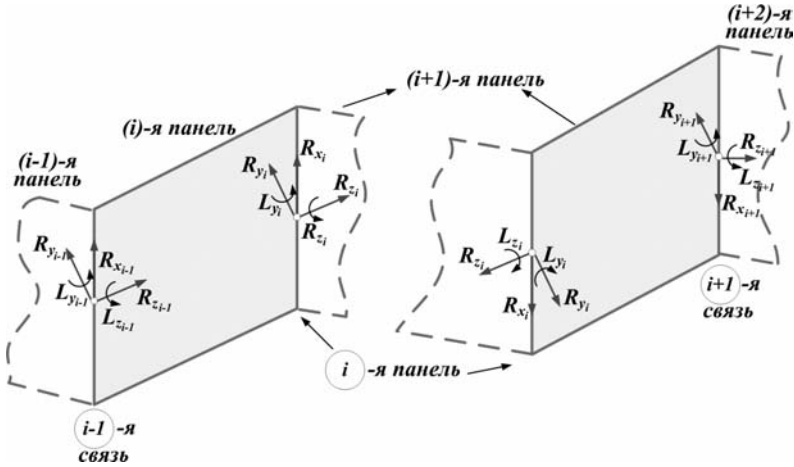


Рис. 2. Силовые факторы в точках связи элементов солнечной батареи

Для определения сил и моментов реакций связей записываются специальные уравнения связей, вид и структура которых отражает ограничения на относительное движение панелей, налагаемое связью (в данном случае — осью вращения). Физическим основанием уравнений связей является равенство радиус-векторов общей точки связи двух соседних панелей в некоторой инерциальной системе координат и равенство проекций угловых скоростей соседних панелей на две оси, ортогональные оси относительного вращения. Дифференцируя дважды эти равенства, получим равенство выражения полных ускорений общих точек связи соседних панелей, а также равенство проекций угловых ускорений на две оси, ортогональные оси разворота. Подстановка ускорений центров масс тел из уравнений их поступательного движения и угловых ускорений из уравнений вращения, в правых частях которых содержатся главные вектора сил и моментов реакций связей, приводит к системе дифференциальных уравнений связей, линейных относительно неизвестных компонент сил и моментов связей. Тогда уравнение i -й связи (рис. 2) примет следующий общий вид:

$$\begin{aligned} \vec{R}_{i-1}^c + [A_i^R] \vec{R}_i^c + [A_{i+1}^R] \vec{R}_{i+1}^c + [A_{i-1}^L] \vec{L}_{i-1}^c + [A_i^L] \vec{L}_i^c + [A_{i+1}^L] \vec{L}_{i+1}^c &= \vec{B}_i, \\ [C_{i-1}^R] \vec{R}_{i-1}^c + [A_i^R] \vec{R}_i^c + [A_{i+1}^R] \vec{R}_{i+1}^c + [A_{i-1}^L] \vec{L}_{i-1}^c + [A_i^L] \vec{L}_i^c + [A_{i+1}^L] \vec{L}_{i+1}^c &= \vec{D}_i. \end{aligned}$$

Коэффициенты A и C зависят от времени и характеристик системы, а правые части уравнений содержат силы и моменты, создаваемые средствами раскрытия [5]. Первое векторное уравнение проецируется на три любые координатные оси, а второе — на две оси, ортогональные оси относительного разворота i -й и $(i+1)$ -й панелей.

Совместное решение системы уравнений движения каждого элемента и системы уравнений связей позволяет определить как сосредоточенные реакции связей в

точках контакта тел, так и весь набор кинематических характеристик — скорости и ускорения любой точки каждого отдельно взятого тела. Это дает возможность, используя принцип кинестатики (Даламбера), получить эпюры распределенных сил и моментов по всей длине солнечной батареи. Разбивая каждую панель на достаточно малые участки и определяя для каждого из них скорости и компоненты ускорений, в любой момент времени получаем равновесную систему внешних активных сил, сил и моментов реакций связей и сил инерции (суммирование ведется по всем участкам)

$$\Sigma F_k + \Sigma R_k + \Sigma \Phi_k = 0.$$

1. *Bakulin V. N., Borzykh S. V.* Analytical Estimates of the Movement and Elastic Vibrations of the Structures of Separated Fairings Doors of Rocket and Space Systems // *Doklady Physics.* — 2021. — V. 66, No. 5. — P. 134–138.
2. *Bakulin V. N., Borzykh S. V.* An Approach for Building Dynamic Models of the Process of Disclosure of Transformable Space Structures // *Doklady Physics.* — 2021. — V. 66, No. 8. — P. 243–248.
3. *Bakulin V. N., Borzykh S. V.* Development of an approach to the formation of dynamic models of the process of disclosure of transformable space structures // *Russian Aeronautics.* — 2022. — V. 65, No. 1.
4. *Bakulin V. N., Borzykh S. V.* Modeling of the Deployment Process Dynamics for Large-Sized Transformable Space Structures // *Russian Aeronautics.* — 2020. — V. 63. — P. 610–617.
5. *Бакулин В. Н., Борзых С. В., Ильясова И. П.* Математическое моделирование процесса раскрытия многозвенных солнечных батарей // *Вестник Московского авиационного института.* — 2011. — Т. 18, №3. — С. 295–302.
6. *Bogomolov N. V., Anjalov A. S., Borzykh S. V., Bakulin V. N.* Simulation of process of small satellites separation from deployer installed on cargo spacecraft // *J. Phys.: Conf. Ser.* — 2019. — V. 1392. — S. 012003. — DOI: 10.1088/1742-6596/1392/1/012003.
7. *Bakulin V. N., Bogomolov N. V., Borzykh S. V.* Separation Algorithm of the Soyuz MS Spacecraft from Nonstabilized International Space Station // *Russian Aeronautics.* — 2019. — V. 62, No. 4. — P. 577–584.
8. *Bakulin V. N., Borzykh S. V., Tereshina K. V.* Analytical Estimates of the Fairing Flaps Separation Dynamics of the Rocket and Space Systems // *Russian Aeronautics.* — 2021. — V. 64, No. 3. — P. 376–384.
9. *Bakulin V. N., Borzykh S. V., Voronin V. V.* Space vehicle landing dynamics at failure of landing gear // *Russian Aeronautics.* — 2016, — V. 59, No. 1. — P. 23–28.

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИВОДА ПОВОРОТА ШТОРКИ АСТРОДАТЧИКА С МИНИМАЛЬНЫМИ ЗАТРАТАМИ ЭНЕРГОПИТАНИЯ

А. М. Гирин, В. Н. Чубиков, Т. Ю. Чуркина

МАИ, Москва, Россия

Для ориентации космических летательных аппаратов (КЛА), вращающихся вокруг Земли, применяются астродатчики, оптические элементы которых выходят из строя при прямом воздействии солнечных лучей. В связи с этим актуальной и важной является задача защиты оптических элементов астродатчика от прямого попадания солнечных лучей [1].

Была поставлена техническая задача: «Спроектировать привод поворота шторки астродатчика (ППША), обеспечивающий надежное открытие и закрытие шторки оптического элемента при подаче на управляющий орган привода бортового напря-

жения питания $U = 27 \text{ В} \pm 10\%$ с минимальными затратами бортового энергопитания». При этом шторка должна не только надежно удерживаться как в полностью открытом и в полностью закрытом состоянии, но, главное, иметь минимально возможное потребление энергии питания за весь ресурс работы изделия.

Для практического решения поставленной задачи было проанализировано и исследовано несколько различных вариантов конструкций приводов: с магнитоэлектрическим моментным датчиком, с шаговым электродвигателем, с моментным устройством соленоидного типа и др. [2]. Анализ возможных способов защиты показал, что наилучшим вариантом является защита оптических элементов с помощью шторки, закрывающей оптические элементы при выходе «на солнце» и открывающей их для ориентирования КЛА по звездам при уходе в тень Земли. Был предложен вариант привода, спроектированного по принципу поляризованного реле. Кинематическая схема разработанного опытного образца ППША приведена на рис. 1.

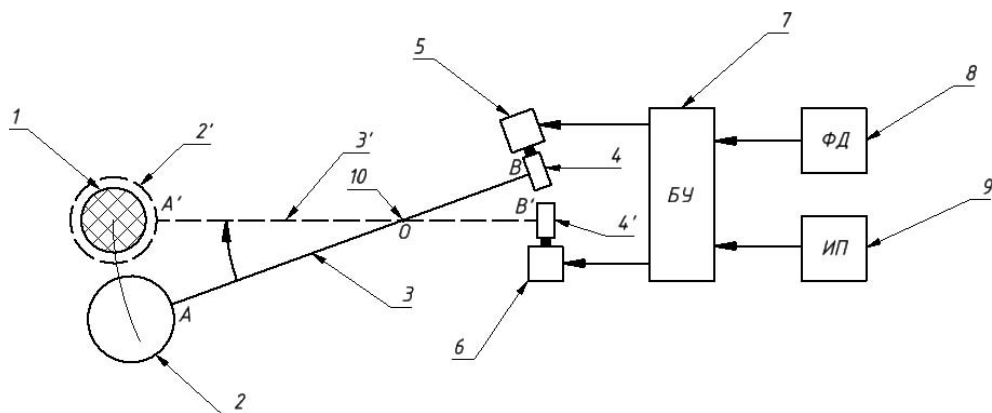


Рис. 1. Кинематическая схема энергосберегающего ППША: 1 — оптический элемент астродатчика; 2 — шторка; 3 — коромысло длиной AB ; 4 — магнит; 5 — электромагнитная катушка №1; 6 — электромагнитная катушка №2; 7 — блок управления БУ; 8 — фотодатчик ФД; 9 — источник питания ИП; 10 — ось поворота коромысла в точке O

Согласно кинематической схеме был разработан макет привода, в котором на коромысле 3 длиной AB с осью поворота в точке O на длинном конце A крепится шторка 2 защищаемого оптического элемента 1, а на коротком конце коромысла B крепится магнит 4. В исходном рабочем состоянии шторка 2 находится в крайнем нижнем положении, оптический элемент 1 астродатчика открыт, астронавигация работает.

При выходе КЛА «на солнце» фотодатчик 8 подает сигнал на блок управления (триггер) 7, с которого на катушки подается короткий положительный импульс, и короткий отрицательный импульс при заходе КЛА «в тень». Эти импульсы поступают на обе катушки 5 и 6, которые могут быть соединены либо последовательно, либо параллельно, но обязательно встречно. Таким образом, при последовательном включении катушек 5 и 6 при их данном расположении при поступлении положительного импульса магнит 4 оттолкнется от сердечника катушки 5 (поскольку у него с сердечником будут одинаковые полюса $N-N$ и притянется к сердечнику катушки 6 (поскольку у них разные полюса $S-N$). Коромысло повернется по часовой стрелке и шторка 2 закроет оптический элемент 1 (в этом положении на рис. 1 коромысло и шторка изображены пунктиром, а обозначения элементов — со штрихом: 2', 3', 4'). Далее после окончания импульса магнит и шторка так и останутся

в новом положении. При поступлении на катушки 5 и 6 отрицательного импульса магнит 4 оттолкнется теперь от сердечника катушки 6 (поскольку теперь у них будут одинаковые полюса S–S) и притянется к сердечнику катушки 5 (поскольку теперь у них будут разные полюса N–S). Коромысло повернется против часовой стрелки и шторка 2' вновь откроет оптический элемент 1. И в том и другом случае после перемещения шторки в новое положение она удерживается в нем за счет соединения магнита 4 с магнитомягким материалом сердечников катушек 5 или 6. Для того, чтобы шторка надежно поворачивалась из одного положения в другое, было необходимо соблюдение двух условий. Первое условие: импульс момента сил трогания шторки от магнитных сил катушек должен быть больше сил момента трения в оси 10. Это условие легко выполнялось, поскольку момент от действия магнитных сил был намного больше сил момента трения. А учитывая тот факт, что в космосе при невесомости момента сил трения нет вообще, было принято решение проблему учета момента сил трения закрыть, а с учетом минимизации объема ось 10 располагать в подшипнике скольжения (как в часовом механизме). Второе условие более сложное. С одной стороны, магнит должен надежно «примагничиваться» к сердечнику катушки, а с другой стороны — необходимо было, чтобы электромагнитная сила катушки с определенным запасом (особенно при пониженном напряжении питания) была больше силы отрыва магнита от сердечника катушки.

На основании источника [3] были проведены теоретические исследования по применению различных магнитов (в силу ограниченного объема тезисов здесь не приводятся), было выявлено, что между размерами магнитов конкретных марок и размерами сердечника катушки должна быть строго определенная зависимость. В качестве магнита для разработанного опытного образца наилучшим образом подошло интерметаллическое редкоземельное соединение КС-37 (ГОСТ 21559-76). В опытном образце использовался магнит размером $d5 \times 4$ мм массой всего 0,8 г, две катушки от электромагнитного реле РЭС10 РС4.529.031-05.02 напряжением 27 В, числом витков $n = 1775$ и сопротивлением $R = 52$ Ом. При массе шторки 16 г масса всего образца ППША составила 80 г. При определенных напряжениях на электромагнитных катушка и углах поворота коромысла разработанный привод поворота может быть применен и в других областях народного хозяйства.

1. Васильев В. Н. Системы ориентации космических аппаратов. — М.: ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2009. — 310 с.
2. Моментные двигатели с ограниченным углом поворота ротора. — СПб.: АО «Концерн ЦНИИ «Электроприбор», 2018.
3. Альтман А. Б., Герберг А. Н., Гладышев П. А. и др. Постоянные магниты: Справочник / Под ред. Ю. М. Пятина. — 2-е изд. — М.: Энергия, 1980. — 488 с.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА В АТМОСФЕРЕ

И. А. Крюков^{1,2}, И. Э. Иванов^{2,3}, Е. В. Ларина², М. К. Ермаков¹

¹ИПМех РАН, Москва, Россия; ²МАН, Москва, Россия;

³МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

Задача прогнозирования траектории движения твердого тела в атмосфере под действием инерционных, аэродинамических и гравитационных сил актуальна в настоящее время в связи с необходимостью решения проблемы безопасного отделения полезной нагрузки от летательного аппарата, а так же проблемы надеж-

ного выполнения полезной нагрузкой своего назначения. Можно утверждать, что безопасное отделение нагрузок новых конструкций от носителя — критическая проблема с точки зрения процесса интеграции нагрузки в летательный аппарат. Силы и моменты, действующие на нагрузку, должны быть точно спрогнозированы, для расчета ее траектории после отделения от летательного аппарата.

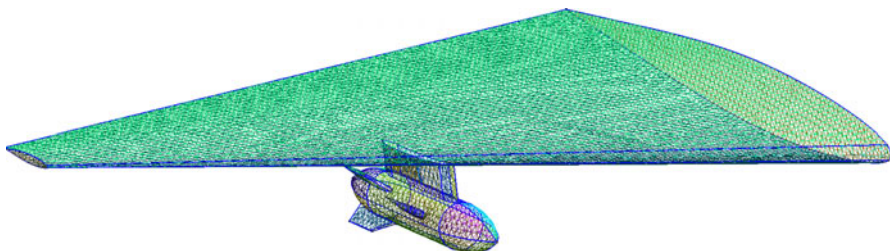


Рис. 1. Пример неструктурированной расчетной сетки на конфигурации «крыло–пилон–нагрузка»

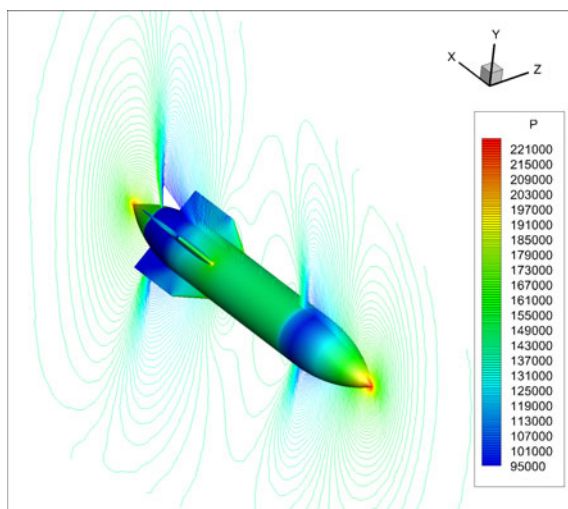


Рис. 2. Распределение давления вблизи полезной нагрузки на одном из этапов отделения

В данной работе для исследования процесса отделения полезной нагрузки от летательного аппарата используется метод математического моделирования. Для проведения вычислительного эксперимента разрабатывается специализированный модуль газодинамического расчета отделения твердого тела от летательного аппарата. Модуль использует возможности программного комплекса *hySol* [1, 2], в котором в качестве математической модели принята система пространственных нестационарных уравнений Навье–Стокса (Рейнольдса) с соответствующими граничными условиями, предназначенная для описания течений сжимаемого, вязкого идеального газа [3, 4]. Все уравнения записываются в неинерциальной, связанной с телом, системе координат и для записи используются компоненты относительной скорости. Неинерциальность системы отсчета учитывается при помощи введения в источник член кориолисовой силы и силы, связанной с переносным ускорением.

Программный комплекс ориентирован на использование гибридных расчетных сеток, которые состоят из тетраэдров, пирамид, призм и шестигранников. Для

построения расчетных сеток используются известные генераторы сеток: Gambit, GMSH, Pointwise и др.

Проведено тестирование как работы комплекса программ *hySol* [5–7], специализированного модуля газодинамического расчета отделения твердого тела от летательного аппарата. В последнем использовался известный тест об «отделении нагрузки от пилон под треугольным крылом», который экспериментально исследовался в работе [8], а численно в [9]. На рис. 1 показана расчетная сетка на конфигурации «крыло–пилон–нагрузка» из [8], построенная в открытом пакете *Gmsh*.

В расчетах использовались расчетные сетки внутри расчетной области, размер которых достигал $6 \cdot 10^6$ – $7 \cdot 10^6$ ячеек. В качестве примера на рис. 2 показано распределение давления на поверхности нагрузки и в плоскости $Z = 0$ в один из моментов после отделения нагрузки.

1. *Крюков И. А., Иванов И. Э., Ларина Е. В.* Программный комплекс расчета высокоскоростных течений *hySol* // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2021. — Т. 22, вып. 1.
2. *Крюков И. А., Иванов И. Э., Ларина Е. В.* Верификация программного комплекса *HYSol* для расчета высокоскоростных течений // Материалы XX Юбилейной Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2017), 24–31 мая 2017 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2017. — С. 485–487.
3. *Иванов И. Э., Крюков И. А.* Квазимонотонный метод повышенного порядка точности для расчета внутренних и струйных течений невязкого газа // Математическое моделирование. — 1996. — Т. 8, №6. — С. 47–55.
4. *Глушко Г. С., Иванов И. Э., Крюков И. А.* Метод расчета турбулентных сверхзвуковых течений // Математическое моделирование. — 2009. — Т. 21, №12. — С. 103–121.
5. *Ivanov I. E., Kryukov I. A., Larina E. V., Glushko G. S.* Turbulent flow over an axisymmetric body with annular cavity // *J. Phys.: Conf. Ser.* — 2017. — V. 815. — 012017.
6. *Назаров В. С., Ларина Е. В., Смоляков А. А., Крюков И. А., Иванов И. Э.* Численное исследование сверхзвукового обтекания затупленного конуса // Вестник компьютерных и информационных технологий. — DOI: 10.14489/VKIT.2017.08.PP.024-029.
7. *Ivanov I. E., Kryukov I. A., Larina E. V., Miroshkin V. L.* Mathematical and software support for 3D mathematical modeling of the airflow impact on the optical-mechanical unit mounted in the aircraft unpressurized compartment // *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematical Modelling, Programming & Computer Software (Bulletin SUSU MMCS).* — 2017. — V. 10, No. 4. — P. 113–123.
8. *Heim E. R.* CFD Wing/Pylon/Finned Store Mutual Interference Wind Tunnel Experiment // Defense Technical Information Center, AEDCTSR-91-P4. — 1991.
9. *Panagiotopoulos E. E., Kyparissis S. D.* CFD transonic store separation trajectory predictions with comparison to wind tunnel investigations // *International Journal of Engineering (IJE).* — 2010. — V. 3(6). — P. 538–553.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ДВИЖЕНИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЖИМОВ УПРАВЛЕНИЯ ПРИ УВОДЕ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С ОРБИТЫ

**В. М. Кульков¹, Ю. Г. Егоров¹, Юн Сон Ук²,
И. В. Кравченко^{1,2}, М. Н. Булаева¹**

¹НИИПМЭ МАИ, Москва, Россия; ²МАИ, Москва, Россия

Решение проблемы обеспечения безопасности космической деятельности ввиду засорения околоземного космического пространства объектами космического мусора (КМ) связано с разработкой средств и способов увода космических объ-

ектов (КО) по завершении их срока активного существования. Рассматриваются несколько подходов к решению этой проблемы, среди которых можно выделить способ увода КО с орбиты с помощью надувных тормозных устройств (рис. 1, а), буксировки с применением тросовых систем (рис. 1, б), и бесконтактной транспортировки космических объектов воздействием источника плазменного пучка (ИПП) (рис. 1, в) [1].

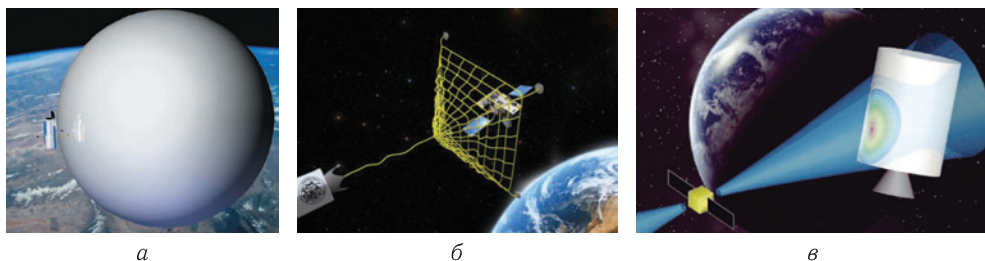


Рис. 1. Способы увода КО с орбиты

Динамика относительного движения системы «КА–КО» для всех случаев описывается системой дифференциальных уравнений в орбитальной системе координат (рис. 2).

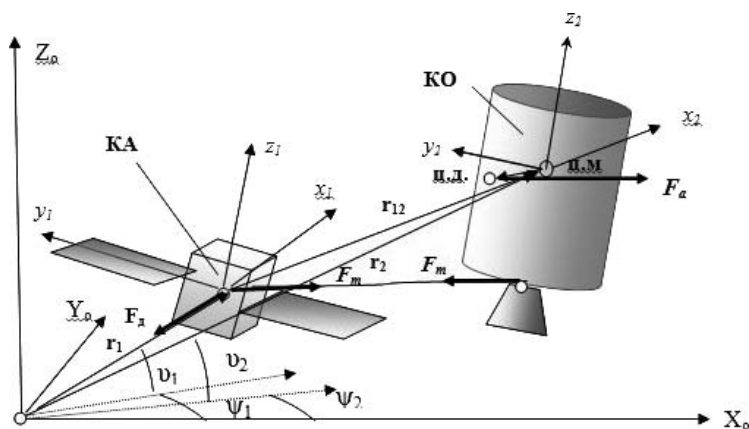


Рис. 2. Динамика относительного движения КА и КО

Процесс управления движением КА относительно КО в сферических координатах r, ν, ψ (где r — расстояние от центра масс системы, равное для КА $r_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} r_{12}$, для КО $r_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} r_{12}$ (здесь m_1, m_2 — масса КА и КО, r_{12} — дистанция между объектами); ν — угол разворота линии визирования «КО–КА» в плоскости орбиты КО; ψ — угол отклонения линии визирования от этой плоскости), при использовании истинной аномалии ν в качестве независимой переменной, может быть представлен системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \ddot{r} &= 2\dot{r}ek^{-1} \sin \nu + r[\dot{\psi}^2 + (\dot{\nu} + 1)^2 \cos^2 \psi + k^{-1}(3 \cos^2 \psi \sin^2 \nu - 1)] - \omega_r; \\ \ddot{\nu} &= -2(\dot{\nu} + 1)(\dot{r}r^{-1} - ek^{-1} \sin \nu - \dot{\psi} \operatorname{tg} \psi) + 3k^{-1} \sin \nu \cos \nu - \omega_\nu; \\ \ddot{\psi} &= -2\dot{\psi}(\dot{r}r^{-1} - ek^{-1} \sin \nu) - \sin \psi \cos \psi [(\dot{\nu} + 1)^2 + 3k^{-1} \sin^2 \nu] - \omega_\psi, \end{aligned}$$

где $\omega_{r1} = \frac{1}{\omega^2} \frac{F_{r1}}{m_1}$, $\omega_{v1} = \frac{1}{\omega^2 r_1 \cos \psi} \frac{F_{v1}}{m_1}$, $\omega_{\psi 1} = \frac{1}{\omega^2 r_1} \frac{F_{\psi 1}}{m_1}$, $\omega_{r2} = \frac{1}{\omega^2} \frac{F_{r2}}{m_2}$, $\omega_{v2} = \frac{1}{\omega^2 r_2 \cos \psi} \frac{F_{v2}}{m_2}$, $\omega_{\psi 2} = \frac{1}{\omega^2 r_2} \frac{F_{\psi 2}}{m_2}$, $k = 1 + e \cos \nu$, $\omega = \mu^{1/2} p^{-3/2} k^2$ (здесь F_{r1} , F_{r2} , F_{v1} , F_{v2} и $F_{\psi 1}$, $F_{\psi 2}$ — радиальные, нормальные и бинормальные силы, действующие на КА и КО, соответственно, ω — угловая скорость орбитального движения; e , p и ν — эксцентриситет, фокальный параметр орбиты и истинная аномалия КО; μ — гравитационный параметр Земли), точки обозначают дифференцирование по ν .

Увод с орбиты осуществляется за счет активного маневрирования в орбитальной системе координат путем управления модулем и направлением вектора \mathbf{F}_d .

Компоненты вектора аэродинамической силы \mathbf{F}_a :

$$F_{Za} = -F_a \frac{e \sin \nu}{\sqrt{1 + e^2 + 2e \cos \nu}}, \quad F_{Xa} = -F_a \frac{1 + e \sin \nu}{\sqrt{1 + e^2 + 2e \cos \nu}}, \quad F_{Ya} = 0.$$

Величину аэродинамической силы F_a можно записать в виде: $F_a = C_x S_M q$, где C_x — коэффициент лобового сопротивления, S_M — площадь мидела, $q = \rho V^2 / 2$ — скоростной напор (здесь ρ и V — плотность и скорость набегающего потока).

При контактном способе увода КО с орбиты путем его буксировки с помощью троса направление силы \mathbf{F}_T определяется положением подвеса троса, натянутого между КА и КО. Величина натяжения упругого троса составляет $F_T = c_T (l - l_0)$, где c_T — жесткость троса; l и l_0 — длина деформированного и недеформированного троса.

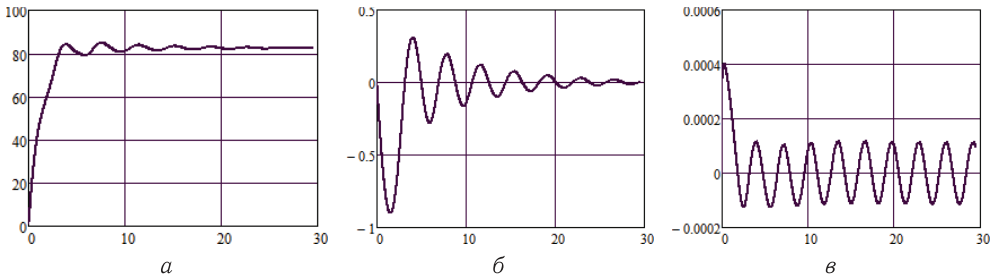


Рис. 3. Управление относительным движением КА и КО (контактная транспортировка)

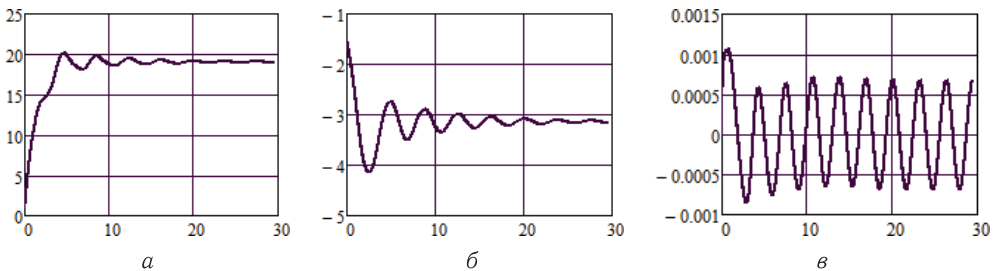


Рис. 4. Управление относительным движением КА и КО (бесконтактная транспортировка)

При бесконтактной транспортировке с помощью плазменного пучка движение сервисного КА осуществляется силой тяги двигателя КА \mathbf{F}_d с учетом реакции ИПП, а движение пассивного КО — воздействием пучка и влиянием атмосферы \mathbf{F}_a [1].

Выполнены расчеты для КА массой 500 кг и КО с массой 1500 кг и площадью мидела 5 м², уводимого с низкой околоземной орбиты высотой $h = 1000$ км на

орбиту входа в атмосферу. На рис. 3 показан переходной процесс стабилизации расстояния «КА–КО» r_{12} и углов поворота линии визирования «КА–КО» ν и ψ в зависимости от безразмерного времени движения $\tau = \omega_0 t$ (здесь ω_0 — угловая скорость орбитального движения объекта) при контактной транспортировке (рис. 3, $a-\theta$).

На рис. 4 показан переходной процесс стабилизации расстояния «КА–КО» r_{12} и углов поворота линии визирования «КА–КО» ν и ψ в зависимости от безразмерного времени движения $\tau = \omega_0 t$ при бесконтактной транспортировке (рис. 4, $a-\theta$).

1. *Kulkov V. M., Markin N. N., Egorov Yu. G.* Issues of controlling the motion of a space object by the impact of the ion beam // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. — 2020. — V. 927. — id. 012051. — DOI: 10.1088/1757-899X/927/1/012051.

О ПРОБЛЕМЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВОДОРОДА В КАМЕРАХ СГОРАНИЯ ГТУ И СПОСОБ ЕЕ РЕШЕНИЯ

И. И. Кутыш

ООО «ЭКОГИБЕНТ», Москва, Россия

Любая стационарная газотурбинная установка (далее ГТУ) мощностью 5 МВт и более, работающая на природном газе (ПГ), является крупным локальным источником углекислого газа (CO_2), создающего парниковый эффект.

Парижское соглашение по климату, которое ратифицировала и Россия в сентябре 2020 г., обязывает все страны уменьшать выбросы CO_2 в атмосферу планеты.

Одним из путей, позволяющим исключить попадание CO_2 в атмосферу планеты, является использование в качестве топлива водород (H_2) вместо ПГ.

В связи с этим предложено несколько технологий получения чистого H_2 путем конверсии ПГ, которые требуют длительной дорогостоящей доводки.

Внедрение предлагаемых технологий в огромном парке ГТУ потребуют также чрезвычайно больших затрат на модернизацию их камер сгорания (КС), работающих в настоящее время на ПГ, с целью перехода на чистый H_2 .

Однако, даже в случае успешного завершения доводки предлагаемых технологий, упускается очень важный вопрос обеспечения надежности работы горелок и КС ГТУ на водороде.

Следует обратить внимание на то, что любое углеводородное топливо и водород стремятся сжечь в виде весьма бедной смеси с воздухом, чтобы уменьшить температуру горения и эмиссию оксидов азота NO_x , а также увеличить ресурс работы КС. Однако такая бедная смесь неакционноспособная и горелку приходится выполнять двухконтурной, один контур которой является стабилизирующим, что усложняет ее конструкцию. Кроме того, во всех известных горелках при увеличении коэффициента избытка воздуха $\alpha > 1,6$, даже при работе на ПГ, из-за ухудшения смесеобразования топлива и воздуха горение такой бедной смеси начинает сопровождаться пульсациями давления и опасным виброгорением с одновременным ростом эмиссии NO_x .

На рис. 1 приведены зависимости влияния коэффициента избытка воздуха на температуру горения смесей различных топлив и воздуха: H_2 , СО и ПГ (по метану).

Из графиков, приведенных на рисунке, видно, что температура горения смеси H_2 и воздуха превышает температуру горения смеси ПГ и воздуха на $\sim 400^\circ$. Это приводит к тому, что использование H_2 в качестве топлива вместо ПГ, будет сопровождаться увеличенной эмиссией NO_x . Известно [1], что интенсивное образование

NO_x начинается после 2000 К. Поэтому для снижения эмиссии NO_x целесообразно ограничить температуру горения топлива в смеси с воздухом на уровне 1500 К. Тогда в соответствии с графиками, представленными на рисунке, окажется, что для метана $\alpha \approx 2,2$, для оксида углерода $\alpha \approx 2,6$ и для водорода $\alpha \approx 2,75$. Это означает, что при $\alpha \approx 2,75$ смесь H_2 и воздуха, подаваемая в горелку, будет чрезвычайно бедная. То есть намного беднее, чем топливовоздушная COCH_4H_2 смесь метана и воздуха при той же температуре.

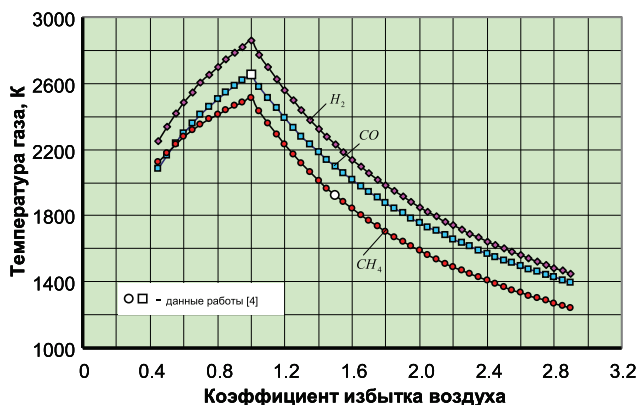


Рис. 1

Подготовить очень бедную смесь высокого качества в обычных горелках невозможно. При этом возникают локальные зоны то богатой, то переобедненной смеси, на которой не могут работать все современные горелки без опасных пульсаций, виброгорения и дополнительной эмиссии NO_x . Горелки, безопасно работающие на очень бедной топливовоздушной смеси, типа смеси H_2 и воздуха, и обеспечивающие низкую эмиссию NO_x , в настоящее время пока не разработаны. То есть термодинамические свойства H_2 создают при его использовании в качестве основного топлива большие, а иногда и непреодолимые проблемы, возникающие при подготовке очень бедной смеси H_2 и воздуха до подачи ее в зону горения.

Поэтому, не дожидаясь окончательных результатов длительной и дорогостоящей доводки технологий извлечения CO_2 из продуктов сгорания ПГ или иных технологий получения чистого H_2 , предлагается разработать горелку нового типа с применением проницаемого элемента (ПЭ) и КС ГТУ с такими горелками, способных надежно работать на водороде. Разработку горелок нового типа и создание КС ГТУ на их базе необходимо начать либо одновременно с разработкой предлагаемых технологий, либо начать разработку горелки нового типа с опережающим приоритетом. В результате можно выиграть минимум 3 года по сравнению с последовательным решением этих задач.

Предлагаемая горелка нового типа с применением ПЭ может успешно решить эту серьезную наукоемкую проблему.

Чистый H_2 , как известно, можно приобрести в баллонах для проведения экспериментальных исследований характеристик предлагаемой горелки с применением ПЭ, а затем, после успешной ее доводки, приступить к модернизации типовых КС ГТУ с помощью таких горелок.

Наше предприятие располагает значительными теоретическими и экспериментальными заделами по разработке горелок нового типа с ультранизкими выбросами вредных веществ (NO_x и CO) при работе на ПГ и КС, созданной на базе таких

горелок [1–3]. Эти заделы были получены при выполнении договоров на НИОКР с ПАО «Газпром», ПАО «ОДК-УМПО», ИФТТ РАН, ФГУП «ЦИАМ» и др.

Уверенность в том, что внедрение горелок нового типа с применением ПЭ в КС ГТУ позволит обеспечить ультранизкую эмиссию NO_x даже при использовании H_2 в качестве основного топлива вместо ПГ, подтверждается патентами РФ: №2451878, №2548525, №2564474 и №2564746. Для увеличения надежности работы такой горелки широко применяются катализаторы.

Наше предприятие располагает значительным опытом разработки каталитически активного наноструктурного Pt-покрытия и нанесения его электроимпульсным способом на проницаемую пластину из сплава X20H80, обладающего высокой жаростойкостью [5]. Причем применение катализаторов в горелках прошло успешную апробацию на натурном образце КС двигателя АЛ-31 СТ по договору с ПАО «Газпром».

1. *Кутыш И. И., Кутыш Д. И.* К вопросу предварительной подготовки топливозоудной смеси при конверсии углеводородного топлива для малоэмиссионной ГТУ // Конверсия в машиностроении. — 2003. — №6. — С. 55–67.
2. *Кутыш И. И.* Способы и устройства очистки газов энергоустановок. Учеб. пособ. для вузов. — 2-е изд. — М.: МГОФ «Знание», 2012. — 800 с.
3. *Кутыш И. И.* Основы и приложения улучшенного спектрального метода к решению краевых задач // LAP LAMBERT Academic Publishing, 2018. — 399 р.
4. *Карпатьянц М. Х.* Примеры и задачи по химической термодинамике: Учеб. пособ. — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2019. — 304 с.
5. Применение катализаторов для розжига МКС двигателя АЛ-31 СТ // ТС ООО «ЭКО-ГИБЕНТ», 2014. — 37 с.

МЕТОДИКА ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЕКТНЫХ ПАРАМЕТРОВ ТВЕРДОТОПЛИВНОЙ РЕГУЛИРУЕМОЙ ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

С. В. Лавров, Б. К. Терпигосова

АО «Корпорация «МИТ»», Москва, Россия

Процесс проектирования ТРДУ, представляющей сложную техническую систему, требует комплексного решения множества научно-технических задач и является весьма трудоемким. Основными задачами, решаемыми на начальном этапе проектирования ТРДУ, является выбор эффективных технических решений, конструктивно-компоновочных схем и поиск оптимальных значений ее основных проектных параметров (ОПП), при которых выходные характеристики двигателя отвечают заданным требованиям и ограничениям, а значение функции, принятой в качестве целевой, близко к оптимальному.

Большое число возможных конструктивно-компоновочных схем двигателей, широкие диапазоны изменяемых параметров, многообразие процессов, повышенные требования к достоверности и оперативности получения результатов проектного анализа — все это в совокупности предопределяет необходимость и целесообразность разработки и внедрения научно-методического подхода к формированию технического облика и определению ОПП ТРДУ [1].

К основным проектным параметрам ТРДУ следует отнести:

- значение уровня давления на пониженном режиме p_k ;
- диаметр наполнителя ТТ d_T ;
- расходную характеристику сопла;
- время работы τ .

Для определяемых проектных параметров задаются диапазоны расчетных значений и шаги их изменения в процессе оптимизации. Шаг изменения каждого из параметров выбирается исходя из требуемой точности расчета и допустимых затрат расчетного времени.

С целью повышения качества проектных решений и минимизации времени поиска предложен научно-методический подход к оптимизации проектных параметров ТРДУ, который включает методику, алгоритм (рис. 1), математические модели и систематизированные по функциональным признакам варианты технических решений и конструктивно-компоновочных схем.

Исходными данными для расчета являются суммарный импульс J_{Σ} , значения суммарных управляющих сил по осям работающих сопловых управляющих блоков (СУБ) R_{Σ} , а также время функционирования τ . Кроме того, в перечень исходных данных входят габаритные ограничения, накладываемые на ТРДУ, и предельные массы снаряженного изделия и наполнителя ТТ.

В блоке формирования технического облика, проводится выбор принципиальной конструктивной схемы, марки ТТ, определяются уровень давления и габариты ТРДУ. В блоке оптимизации проводится поиск оптимального значения целевой функции при различных значениях проектных параметров ТРДУ. Работа алгоритма заканчивается, когда блоком оптимизации будет найден оптимальный вариант значения целевой функции, отвечающий заданным критериям.

При многомерных параметрических исследованиях для оптимизации успешно используются методы случайного поиска, такие как метод случайного сканирования (МСС), метод спирального координатного спуска, метод Монте-Карло и др. [2]. В предложенном подходе используется метод МСС, который позволяет осуществить выбор ОПП на основе анализа большого количества их сочетаний с определением оптимального значения целевой функции.

Задача выбора ОПП ТРДУ заключается в определении значений ОПП $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ в заданной области ограничений $\{a_i, b_i\}$, которые обеспечивают соответствие заданному критерию оптимизации $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}$ (1):

$$(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) = \min F(X_1, X_2, \dots, X_n): a_i \leq X_i \leq b_i. \quad (1)$$

В зависимости от решаемых в ходе проектирования задач может быть выбран различный набор критериев оптимизации, формирующих целевую функцию. В качестве основного критерия оптимизации предложен коэффициент энерго-массового совершенства или относительная масса двигателя. Кроме основного критерия целесообразно введение дополнительных критериев, например, экономических, технологических, временных и др.

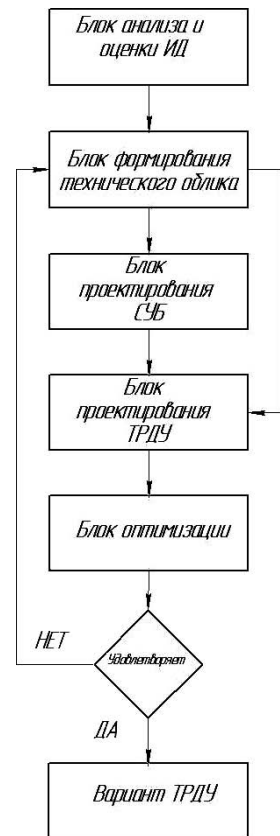


Рис. 1. Блок-схема методики расчета

1. Соломонов Ю. С., Липанов А. М. и др. Твердотопливные регулируемые двигательные установки. — М.: Машиностроение, 2011. — 417 с.
2. Божко А. Н. и др. Основы автоматизированного проектирования: Учебник. — М.: ИНФРА-М, 2020. — 329 с.

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДВИГАТЕЛЬНЫХ УСТАНОВОК ДЛЯ НАНОСПУТНИКОВ С РДМТ И ЭРД В КАЧЕСТВЕ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ ОРГАНОВ

А. Д. Максимов

Самарский университет, Самара, Россия

За последнее десятилетие в космической отрасли наблюдается растущий спрос на малые космические аппараты (КА). Последние достижения в области миниатюризации технологий позволили космической промышленности создавать небольшие космические аппараты из легкодоступных, недорогих, маломощных и компактных готовых коммерческих компонентов. Впоследствии эта тенденция вдохновила на разработку концепции наноспутника (НС) CubeSat. Одним из главных преимуществ этой стандартизации является то, что она позволяет производителям ракет-носителей внедрять общую систему развертывания, независимую от производителя CubeSat [1].

Миссии, выполняемые наноспутниками, начинают отходить от образовательных программ и технологических платформ к решению реальных научных и коммерческих задач [1]. Для их реализации необходимо обеспечить полнофункциональные возможности изменения положения и ориентации КА на орбите [1]. Таким образом, целесообразным является оснащение спутника двигательной установкой (ДУ), способной обеспечить управление вдоль трех степеней свободы относительно центра масс (ЦМ) и движение самого ЦМ в космическом пространстве, так как это является наиболее эффективным и перспективным вариантом. Помимо основных требований к ДУ для КА, в случае НС предъявляется ряд специфических требований [2].

В настоящее время было запущено три спутника, имеющих на борту ДУ, которая обеспечивала полное управление аппаратом: 1. Миссия POPSAT-NIP1 включала ДУ на аргоновом топливе с 8 двигателями номинальной тягой 1 мН, разработанной компанией Microspace Rapid Pte Ltd в Сингапуре [3]. 2. Миссия CubeSat Proximity Operations Demonstration, проводимая компанией Tyvak Nano-Satellite Systems [4], была оснащена ДУ компании VACCO Industries. Она состоит из 8 двигателей на топливе R236fa и обеспечивает суммарный импульс до 186 Нс. Этот модуль работает при установленной мощности 5 Вт и обеспечивает удельный импульс тяги в 40 с при номинальной тяге 10 мН. 3. Миссия MagCO также была оснащена ДУ компании VACCO Industries с 8 двигателями на топливе R236fa, которая обеспечивает суммарный импульс на уровне 75 Нс при массе 3,5 кг [5].

В скором времени планируется запуск спутника AugoraSat-1, в рамках миссии NASA Artemis I, с ДУ компании Augora Propulsion Technologies AOCs, которая имеет шесть электронагревных двигателей для полного 3-осевого управления ориентацией и 70 г топлива на водной основе, обеспечивая суммарный импульс 70 Нс [6].

Выбор той или иной ДУ зависит от конкретной миссии и требований к ней. В связи с этим, на этапе проектирования КА весьма важной задачей является выбор ДУ. В случае НС разработчик сталкивается с жесткими массогабаритными ограничениями соответствующие формату U. В настоящее время наиболее эффективными вариантами являются ДУ на химическом и электрическом принципе действия. Несмотря на обширное разнообразие видов ДУ, в табл. 1 представлены типичные характеристики только тех двигателей, которые целесообразно использовать на НС. Данные взяты из работ 6 и 7. Выбор параметров двигателя произво-

Таблица 1

	Удельный импульс, с	Энергопотребление, Вт	Диапазон тяг, мН	<i>C</i>	<i>M</i>
Двигатель на холодном газе	32–43	1	0,083–1,1	0,9–12	0,31
Двигатель на одноконтурном топливе	196–209	6,3–8	30–100	0,08–0,21	2,75
Электрораспыливающий двигатель	1150	1,5	0,074	20,3	—
Вакуумно-дуговой двигатель	3000	< 10	0,001–0,02	< 10000	30
Двигатель на горячем газе	60–110	< 2	1–10	0,2–2	0,6
Электронагревный двигатель	100	10	0,5	20	1

дился исходя из совокупности факторов, таких как степень разработанности, тяга, удельный импульс тяги и энергопотребление для полноснотной ориентации.

Для более наглядного сравнения двигателей введем следующие коэффициенты:

1) отношение энергопотребления к тяге C , Вт/мН;

2) отношение суммарного импульса на один грамм массы топлива M , Нс/г.

Таким образом, из выше приведенной таблицы можно сделать следующие выводы: 1) двигатели на химическом принципе действия имеют преимущества в динамике и требуют меньших энергетических затрат при создании тяги; 2) двигатели, использующие электрическую энергию, обладают существенно большим показателем запасенного удельного импульса на массу топлива; 3) одним из возможных вариантов является комбинация электрических и химических двигателей для повышения эффективности аппарата.

Стоит отметить, что, хотя общая импульсная мощность электрического двигателя значительна, этим системам может потребоваться работать сотни или тысячи часов по сравнению с секундами или минутами, которые требуются химическим системам для получения аналогичного импульса. Из этого следует, что, не смотря на экономичность электрических двигателей, в задачах, где необходима высокая динамика и скорость маневров, предпочтение отдается химическим. В связи с этим, для реализации потенциальных возможностей полной ориентации НС с химической ДУ необходимо чтобы двигатели имели высокие удельные характеристики. Из этого вытекают следующие задачи:

1) реализация максимально достижимого удельного импульса;

2) разработка адекватной методики проведения термодинамического расчета;

3) ограничение вредного воздействия на КА;

4) ограничение теплового и силового воздействия на КА.

1. *Poghosyan A. H., Golkar A.* CubeSat evolution: Analyzing CubeSat capabilities for conducting science missions // Progress in Aerospace Sciences. — 2017. — V. 88. — P. 59–83. — DOI: 10.1016/j.paerosci.2016.11.002.
2. *Максимов А. Д., Чубенко Т. А.* Методика оценки предварительной массы двигательной установки для наноспутника // Общероссийский научно-технический журнал «Полет». — 2020. — №12. — С. 20–30.
3. *Manzoni G., Brama Y. L.* Cubesat Micropropulsion Characterization in Low Earth Orbit // Proceedings of the 29th Annual AIAA/USA Conference on Small Satellites, Logan, UT, USA, 8–13 August 2015.

4. Bowen J., Villa M., Williams A. CubeSat based Rendezvous, Proximity Operations, and Docking in the CPOD Mission // 29th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites, 2015.
5. Klesh A., Krajewski J. MarCO: CubeSats to Mars in 2016 // 29th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites, 2015.
6. Yost B., Weston S. State-of-the-Art Small Spacecraft Technology 2021. NASA Technical Memorandum, 2022.
7. Lemmer K. Propulsion for CubeSats // Acta Astronautica. — 2017. — V. 134 (May). — P. 231–243. — DOI: 10.1016/j.actaastro.2017.01.048.

РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛОВОЙ ЖЕСТКОСТИ ЭЛАСТИЧНОГО ОПОРНОГО ШАРНИРА

А. А. Никольчинкин, К. Н. Баранов

АО «Корпорация «МИТ»», Москва, Россия

Методика предназначена для определения угловой жесткости эластичного опорного шарнира (ЭОШ) поворотного управляющего сопла (ПУС) РДТТ с резинометаллическим пакетом.

Методика распространяется на расчет характеристик ЭОШ со средним радиусом R_{CP} (рис. 1) в диапазоне от ~ 90 мм до ~ 550 мм, с толщиной эластомерных слоев 1–2 мм при использовании резины марки 51-2186 и системы клеев 51-К-19-2, 51-К-24-30 или клея «Хемосил».

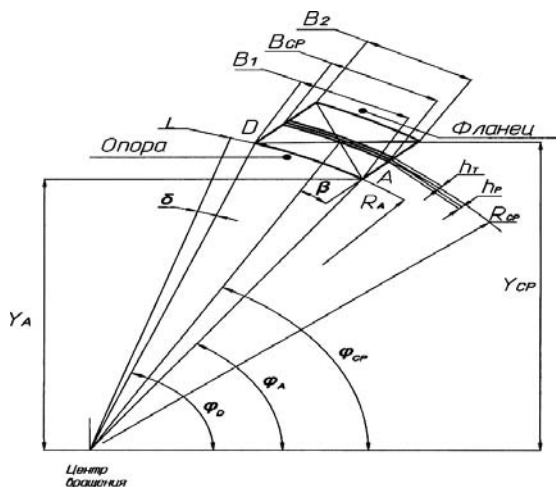


Рис. 1. Схема ЭОШ: R_{CP} [м] — средний радиус; B_{CP} [м] — средняя ширина $B_{CP} = (B_1 + B_2)/2$; h_P [м] — толщина резинового слоя; N_P — количество слоев резины; G_0 [кг/м²] — модуль упругости резины; h_T [м] — толщина тарелки; N_T — количество тарелок; E_T [кг/м²] — модуль упругости материала тарелок; β [град] — угол конусности; φ_{CP} [град] — средний угол наклона; δ [град] — угол поворота; L — линейное смещение опоры при повороте; Y_A — расстояние от точки A (наиболее близкой) до оси сопла; Y_{CP} — средняя высота шарнира

Методика может быть использована для оценки величины угловой изгибной жесткости ЭОШ с параметрами, выходящими за указанные диапазоны, в том числе, при использовании клея КВС-37.

Данная методика основана на обработке и анализе экспериментальных данных, полученных при изготовлении ЭОШ разработки АО «Корпорация «МИТ» и ПАО НПО «Искра» различных типоразмеров.

Конструктивная схема ЭОШ и обозначения используемых параметров представлена на рис. 1.

В условиях работы РДТТ на ЭОШ действует осевая сжимающая сила, равная результирующей сил давления на дозвуковую и сверхзвуковую части соплового тракта,

$$T_X = P \cdot (\pi \cdot Y_{\text{СР}}^2 - 2 \cdot \varepsilon(\lambda_{\text{КР}}) \cdot F_{\text{КР}} \cdot z(\lambda_{\text{КР}})),$$

где P — давление в камере РДТТ; $\varepsilon(\lambda_{\text{КР}})$, $z(\lambda_{\text{КР}})$ — газодинамические функции; $F_{\text{КР}}$ — площадь критического сечения.

Величина угловой жесткости C_0 , соответствующая нулевой нагрузке на ЭОШ (при отсутствии избыточного давления в камере РДТТ), определяется как:

$$C_0 = 0,0681 \cdot \frac{G_0 \cdot R_{\text{СР}}^3 \cdot B_{\text{СР}}}{N_P \cdot h_P}.$$

Величина угловой жесткости C_1 , соответствующая максимальной осевой нагрузке T_X на ЭОШ (при максимальном давлении в камере РДТТ), определяется как:

$$C_1 = C_0 - K \cdot T_X,$$

где

$$K = 4,14 \cdot 10^7 \cdot \frac{R_{\text{СР}}^3 \cdot h_P \cdot \cos \varphi \cdot \cos(1,5 \cdot \beta)}{G_0 \cdot E_T \cdot N_P \cdot B_{\text{МАХ}} \cdot h_T^3},$$

при этом $B_{\text{МАХ}}$ — максимальное значение из величин B_1 и B_2 .

По сравнению с экспериментальными данными максимальная величина ошибки определения значения C_1 по данной зависимости составляет 21%.

Расчет шарнирного момента ПУС. Шарнирный момент ПУС в общем виде представляется как сумма составляющих

$$M_{\text{Ш}} = M_A + M_T + M_{\text{П}} + M_{\text{И}} + M_{\text{АЭР}},$$

M_A — момент асимметрии, достигающий 5% от $M_{\text{П}}$; M_T — момент трения, достигающий 10% от $M_{\text{П}}$; $M_{\text{П}}$ — позиционный момент, включающий в себя статическую составляющую

$$M_{\text{ПС}} = (C_0 - K \cdot T_X) \cdot \delta$$

и динамическую составляющую, определяемую релаксационными процессами,

$$M_{\text{ПД}} = \frac{0,025 \cdot C_0 \cdot \delta}{e^{-1/\tau_{\text{Ф}}}},$$

где $\tau_{\text{Ф}}$ — период физической релаксации резины, а коэффициент 0,025 учитывает остаточные напряжения. $M_{\text{И}}$ — инерционный момент, зависящий от параметров РП и массово-инерционных характеристик ПУС и определяемый как $M_{\text{И}} = J_{\text{ЦВ}} \cdot \beta$ (где $J_{\text{ЦВ}}$ — момент инерции ПУС относительно центра вращения, β — угловое ускорение ПУС). $M_{\text{АЭР}}$ — аэродинамический момент, задающийся в качестве исходных данных.

1. Соломонов Ю. С., Евгеньев А. М., Петрусев В. И., Смирнов М. Г. Поворотные управляющие сопла РДТТ. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2019. — 144 с.
2. Архипов А. Г., Евгеньев А. М., Баранов К. Н. и др. Перспективные объемно-армированные структуры и оценка возможности их использования в качестве подвижного элемента конструкции эластичного шарнира в РДТТ // Вопросы оборонной техники: Науч.-техн. сб. Сер. 15 «Композиционные неметаллические материалы в машиностроении». — Вып. 3 (178). — НТЦ «Информтехника» — филиал ФГУП «НИИСУ» АО «ЦНИИСМ», 2015. — С. 48–55.

АВТОНОМНЫЙ МОДУЛЬ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

М. Ю. Сотский, В. А. Велданов, Д. П. Левин, А. В. Петюков, Ю. В. Попов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Технологии регистрации параметров терминальной баллистики [1–3] разрабатываются для контактного зондирования поверхностей удаленных изучаемых объектов, проектов устранения или снижения опасности объектов, угрожающих жизнедеятельности людей и дальнейшему исследованию космического пространства. Эти технические и технологические разработки создают также предпосылки для создания расчетно-экспериментального комплекса виртуальных моделей процессов, верифицированных по данным подробного лабораторного наблюдения за этапами ускорения измерительных устройств и зондирования.

В публикациях [4, 5] рассмотрены варианты применения разработанных новых технических решений (патенты RU 2619501 и RU 2625404) для получения в лабораторных условиях данных в виде видеорегистраций динамики изменения формы провода электрической связи на этапе внутренней баллистики. Видеорегистрация осуществлена от начала движения измерительного зонда с проводной электрической связью в пусковом устройстве и до окончания движения зонда в мишени. Результатом выполненных исследований стала разработка представленного на рис. 1 устройства [6].

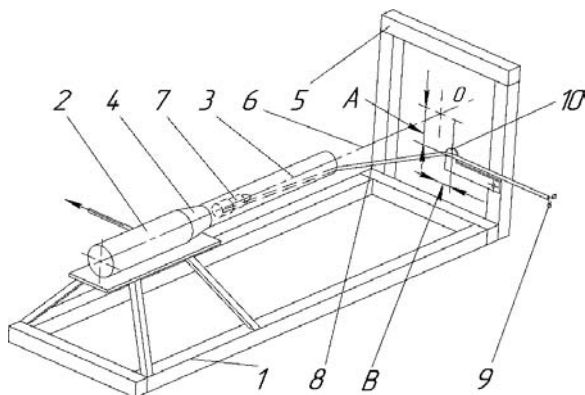


Рис. 1. Общий вид баллистического модуля

Наблюдение динамики изменения формы провода связи на этом этапе позволило установить необходимые конструктивные критерии для обеспечения стабильности пространственных форм при перемещении провода в процессе проведения измерений по технологии контактного динамического зондирования исследуемых сред.

Устройство выполнено по патенту RU 2679946 и обеспечивает реализацию технологии акселерометрии терминальной баллистики в условиях автономного мобильного стенда. Баллистический модуль содержит закрепленное на основании 1 пусковое устройство. От устройства проведена магистраль (указана стрелкой) для соединения с управляющей аппаратурой. Казенная часть 2 и ствол 3 соединены управляющим устройством 4. Перед дульным срезом ствола 3 размещен опорный узел 5. Узел предназначен для установки за ним объекта исследования. Он представляет собой ряд опорных элементов. Элементы размещены вокруг точки

пересечения O осевой линии 6 ствола 3 и в плоскости, перпендикулярной этой линии. Перед управляющим узлом установлен измерительный зонд 7 (изображен на рис. 1 штриховой линией). К бортовой аппаратуре зонда электрически подключен провод электрической связи 8 . Провод снабжен с обоих концов элементами электрического подключения 9 к бортовой аппаратуре метаемого зонда и к внешней измерительно-регистрирующей аппаратуре соответственно. Провод впереди зонда внутри ствола установлен вдоль нижней образующей внутренней поверхности ствола к фиксирующему элементу 10 . Фиксирующий элемент закреплен на расстоянии A . Это расстояние выбирается в диапазоне от двух до четырех диаметров ствола ниже осевой линии ствола. Расстояние B , составляет диапазон от двух до четырех диаметров ствола в боковом направлении от осевой линии. Диапазоны размеров A и B установлены опытным путем из анализа данных непрерывной электрической регистрации, а также из анализа видеорегистраций функционирования проводной электрической связи в процессах движения зондов со скоростями от 20 до 320 м/с. Мировым научным достижением разработанного измерительного модуля с непрерывной проводной электрической связью является реализация возможности регистрации параметров движения инерциального измерительного зонда в полном баллистическом цикле: на этапах ускорения измерительного зонда, движения во время сближения с исследуемой реологической средой и дальнейшего движения в ней [6].

Преимуществами модуля являются:

— автономность, повышение надежности и уменьшения периода времени получения достоверной информации;

— обеспечение стабильности динамического формоизменения провода электрической связи при метании зонда и регистрации параметров функционирования метаемого измерительного зонда в полном баллистическом цикле;

Модуль также повышает надежность получения экспериментальных данных в условиях стендовых ограничений.

Работа выполнена с использованием оборудования лаборатории «Фундаментальные и прикладные исследования физики быстропротекающих процессов» кафедры СМ-4 «Высокоточные летательные аппараты» МГТУ им. Н.Э. Баумана.

1. *Forrestal M. J., Frew D. J., Hickerson J. P., Rohwer T. A.* Penetration of Concrete Targets with Deceleration-Time Measurement // *Int. J. Imp. Eng.* — 2003. — V. 28(5). — P. 479–497.
2. *Sibeaud J. -M., Delmas A., Hottelot A., Zappa D. -P.* Kinetic Energy Perforation of Concrete Slabs: Investigation of Embedded High G-Load Sensing // *Proc. 27-th Int. Symp.on Ballistics*, Freiburg, Germany, 2013. — V. 2. — P. 1557–1567.
3. *Wendong Zhang, Lujiang Chen, Jijun Xiong, Youchun Ma.* Ultra-High g Deceleration-Time Measurement for the Penetration into Steel Target // *Int. J. Impact Eng.* — 2007. — V. 34. — P. 436–447.
4. *Sotskiy M. Yu., Veldanov V. A.* Optical Analysis of Probe Movement in a Ballistic Measuring Module // *Proc. 31st International Symposium on Ballistics*, Hyderabad, India, 2019. — V. 2. — P. 1421–1428.
5. *Сотский М. Ю., Гелин Д. В., Крутов И. С., Лысов Д. А., Марков В. А., Марков И. В., Четвернин М. Ю.* Новые технологии визуализации и измерения параметров баллистических процессов и динамических течений // *Прикладная механика и техническая физика*. — 2019. — Т. 60(5). — С. 217–224. — DOI: 10.15372/PMTF20190523.
6. Патент RU 2679946 Баллистический модуль и способ проводной электрической связи для регистрации параметров функционирования метаемого измерительного зонда в полном баллистическом цикле / *Велданов В. А., Крутов И. С., Пусев В. И., Сотский М. Ю., Сотский Ю. М.* // Патентообладатель: МГТУ им. Н.Э. Баумана. G01N 3/30 (2018.08). Оpubл. 14.02.2019. Бюл. №5.

НЕУПРАВЛЯЕМОЕ РЕАКТИВНОЕ ДВИЖЕНИЕ

В. А. Терешин

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

Аварийные ситуации на летательных аппаратах с реактивными двигателями часто сопровождаются неуправляемыми движениями с малопредсказуемыми траекториями [2]. Схожие движения могут совершать самолеты при выполнении фигур высшего пилотажа. В данной работе сделана попытка описания такого движения и получения наиболее важных характеристик.

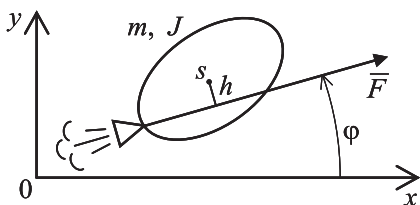


Рис. 1. Расчетная схема неуправляемого реактивного движения

Рассмотрим движение абсолютно твердого тела в горизонтальной плоскости с постоянным связанным с ним вектором силы \vec{F} . Этот случай соответствует не только определенным видам отказов систем управления, но и, например, движению в плоском штопоре с большим скольжением. Пусть тело задано

массой m и моментом инерции J относительно его центра тяжести s . Линия действия силы проходит на постоянном расстоянии h от центра тяжести. На рис. 1 показана расчетная схема неуправляемого реактивного движения.

В данной постановке задачи не учитывается влияние воздуха, сила тяжести, изменение массы объекта и т. д. Движение тела при этом может быть описано следующей системой уравнений [1]

$$\begin{cases} J\varepsilon = Fh, \\ mW_x = F \cos(\varphi), \\ mW_y = F \sin(\varphi), \end{cases} \quad (1)$$

где ε , φ , W_x и W_y — угловое ускорение и угол поворота тела, проекции ускорения центра тяжести на неподвижные оси x и y соответственно. Из первого уравнения системы (1)

$$\varepsilon = \frac{Fh}{J} = \text{const}. \quad (2)$$

При начальных условиях φ_0 по углу и ω_0 по угловой скорости из (2) следует, что

$$\varphi = \frac{\varepsilon}{2}t^2 + \omega_0 t + \varphi_0 = \left(\sqrt{\frac{\varepsilon}{2}}t + \frac{\omega_0}{\sqrt{2\varepsilon}} \right)^2 + \varphi_0 - \left(\frac{\omega_0}{\sqrt{2\varepsilon}} \right)^2 = \xi^2 + \alpha, \quad (3)$$

где t — время, $\xi = \sqrt{\frac{\varepsilon}{2}}t + \frac{\omega_0}{\sqrt{2\varepsilon}}$, $\alpha = \varphi_0 - \xi_0^2$. Подставим закон равноускоренного вращательного движения (3) во второе и третье уравнения системы (1) и проинтегрируем их по времени с начальными условиями V_{x0} , V_{y0}

$$\begin{cases} W_x = \frac{F}{m} \cos\left(\frac{\varepsilon}{2}t^2 + \omega_0 t + \varphi_0\right), \\ W_y = \frac{F}{m} \sin\left(\frac{\varepsilon}{2}t^2 + \omega_0 t + \varphi_0\right), \end{cases} \quad \begin{cases} V_x = V_{x0} + \frac{F}{m} \int_0^t \cos\left(\frac{\varepsilon}{2}t^2 + \omega_0 t + \varphi_0\right) dt, \\ V_y = V_{y0} + \frac{F}{m} \int_0^t \sin\left(\frac{\varepsilon}{2}t^2 + \omega_0 t + \varphi_0\right) dt. \end{cases} \quad (4)$$

Выполним замену переменной t на ξ в соответствии с обозначением к функции (3)

$$\begin{cases} V_x = V_{x0} + \sqrt{\frac{2}{\varepsilon}} \frac{F}{m} [\cos(\alpha)(C(\xi) - C(\xi_0)) - \sin(\alpha)(S(\xi) - S(\xi_0))], \\ V_y = V_{y0} + \sqrt{\frac{2}{\varepsilon}} \frac{F}{m} [\cos(\alpha)(S(\xi) - S(\xi_0)) + \sin(\alpha)(C(\xi) - C(\xi_0))]. \end{cases} \quad (5)$$

Здесь использованы интегралы Френеля $C(\xi) = \int_0^\xi \cos(\tau^2) d\tau$, $S(\xi) = \int_0^\xi \sin(\tau^2) d\tau$. Система уравнений (5) описывает скорость тела, а ее интеграл — траекторию. На рис. 2 основными линиями проиллюстрированы возможные годограф вектора скорости и траектория центра тяжести объекта при неуправляемом движении.

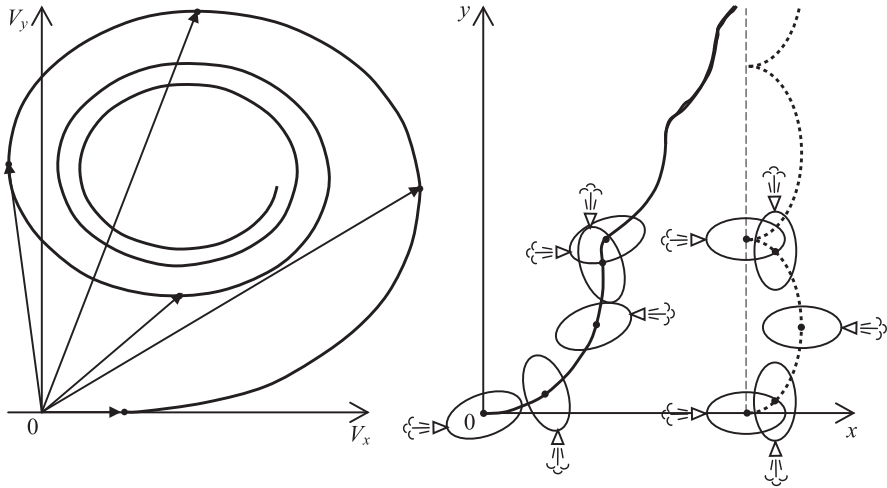


Рис. 2. Скорость и траектории объекта при неуправляемом реактивном движении

Интегралы Френеля [4] имеют одинаковые пределы $\sqrt{\pi/8}$ при $\xi \rightarrow \infty$, по которым можно определить направление полета после затухания интенсивных колебаний.

Рассмотрим случай несмещенного воздействия силы при $h = 0$ и нулевых начальных условиях по углу и линейной скорости. Тогда законы изменения угла, скорости и траектории примут следующий вид: $\varphi = \omega_0 t$,

$$\begin{cases} V_x = \frac{F}{m} \int_0^t \cos(\omega_0 t) dt = \frac{F}{m\omega_0} \sin(\varphi), \\ V_y = \frac{F}{m} \int_0^t \sin(\omega_0 t) dt = \frac{F}{m\omega_0} (1 - \cos(\varphi)), \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{F}{m\omega_0^2} (1 - \cos(\varphi)), \\ y = \frac{F}{m\omega_0^2} (\varphi - \sin(\varphi)). \end{cases} \quad (6)$$

Очевидно, что годограф вектора скорости является окружностью, а траектория — циклоидой, показанной на рис. 2 пунктирной линией. Точки на всех графиках соответствуют приращениям поворота тела, а, следовательно, и вектора силы на 90° .

Вышеизложенное исследование позволяет определять предельные и максимальные значения скорости, а также ряд характерных параметров траектории летательного аппарата [3] при плоском неуправляемом движении под действием постоянного вектора силы.

1. Бюшгенс Г. С., Студнев Р. В. Динамика самолета. Пространственное движение. — М.: Машиностроение, 1983.
2. Нигматуллина Ф. Р., Терешин В. А. Российские оптические автоматические трехосные телескопы. Динамика электропривода. — Saarbuecken, Germany: LAP Lambert Academic Publishing, 2015.
3. Пашковский И. М. Устойчивость и управляемость самолета. — М.: Машиностроение, 1975.
4. Смирнов В. И. Курс высшей математики. Т. 3. Ч. 2 — М.: Наука, 1974.

ОСОБЕННОСТИ ВЫБОРА СОПЛА ДЛЯ МОДЕЛЬНЫХ ПВРД

М. А. Фельдшер

АО «Корпорация «МИТ»», Москва, Россия

Для наземной отработки ПВРД часто используются модельные двигатели, имеющие уменьшенный масштаб. Одним из наиболее теплонагруженных элементов модельного ПВРД является сопло. Современные композиционные материалы на основе углерод-керамики в условиях, реализуемых в соплах, имеют нормированный унос. Так как при масштабировании линейный унос уменьшается не пропорцио-

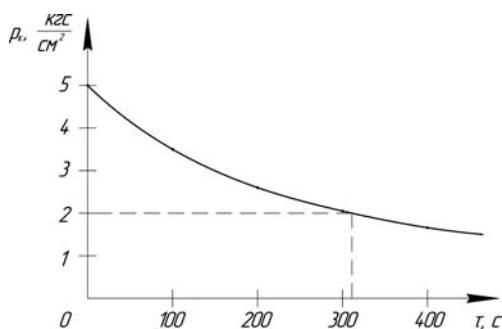


Рис. 1. График зависимости давления в камере сгорания модельного ПВРД от времени работы с учетом разгара критического сечения

нально абсолютным размерам, относительно увеличению площади критики на модельных двигателях больше чем на натуральных. Как правило, применяемое стендовое оборудование обеспечивает постоянные расходы воздуха, и унос критического сечения приводит к тому, что давление в камере сгорания монотонно падает на всем протяжении работы [1].

Типовые ПВРД обладают невысокими уровнями давления в камере сгорания, порядка 3–5 кгс/см² [2]. Проектные расчеты показали, что при длительности испытания более 200–300 с

давление может упасть ниже 2 кгс/см², что приведет к дозвуковому течению в камере сгорания и срыву режима в наземных условиях (рис. 1). Кроме того, при переменном значении давления в камере сгорания значительно снижается точность оценки энергетических характеристик и стойкости материалов.

1. Шишков А. А., Силин Б. М. Высотные испытания реактивных двигателей. — М.: Машиностроение, 1985. — 207 с.
2. Сорокин В. А., Яновский Л. С., Ягодников Д. А. Проектирование и отработка ракетно-прямоточных двигателей на твердом топливе: учеб. пособие / Под. общ. ред. В. А. Сорокина. — М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016. — 317 с.

ДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ, ПОДКРЕПЛЕННОЙ ЦИЛИНДРОМ И КОЛЬЦЕВЫМ РЕБРОМ С МАССАМИ

И. О. Шепелева, А. Я. Недбай

АО «Корпорация «МИТ»», Москва, Россия

К настоящему времени работ, посвященных динамической устойчивости конструкций опубликовано много. Общие вопросы теории и параметрические колебания гладких цилиндрических оболочек достаточно полно изложены [1–3]. Динамическая устойчивость цилиндрических оболочек, подкрепленных ребрами и упругими цилиндрами, рассмотрена в [4], а устойчивость оболочек с сосредоточенными массами исследовались [5].

В работе рассматривается устойчивость цилиндрической оболочки из композиционного материала, подкрепленного кольцевым ребром и пустотелым цилиндром, при действии внешнего пульсирующего давления. На кольцо жестко закреплены равномерно расположенные твердые тела. Торцы оболочки принимаются шарнирно опертыми и нагруженными осевыми сжимающими силами. Между ребром и оболочкой учитываются только радиальные контактные усилия. Цилиндр представляется в виде безынерционного упругого основания Винклера, коэффициент постели которого определяется из уравнений трехмерной теории упругости.

Введем безразмерную систему цилиндрических координат, в которой линейные размеры отнесены к радиусу срединной поверхности оболочки. Тогда уравнение движения оболочки можно представить в виде [1].

Уравнение движения оболочки можно представить в виде:

$$\left[\frac{a_3 \nabla^8}{\nabla^4} + \frac{a_1 a_4}{\nabla^4} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^4} + B\Pi + \frac{B}{R} (P_0 + P_1 \cos \omega t) \left(\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + 1 \right) + a_5 \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + a_7 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \omega + \left[a_8 \left(\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + 1 \right)^2 \omega_1 + a_9 \frac{\partial^2 \omega_1}{\partial t^2} \right] \delta(\alpha - \alpha_1) + a_{10} \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 \omega_{1i}}{\partial t^2} \delta(\beta - \beta_i) \delta(\alpha - \alpha_1) = 0, \quad (1)$$

где α, β — безразмерные координаты вдоль образующей и в окружном направлении; ω — нормальное перемещение; R, h — радиус и толщина оболочки; $E_\alpha, E_\beta, G_{\alpha\beta}$ — модули упругости в осевом и окружном направлениях и модуль сдвига; E — модуль упругости ребра; F, I — площадь и момент инерции ребра; ν_α, ν_β — коэффициенты Пуассона в осевом и окружном направлениях; ρ_0, ρ_1 — плотность материалов оболочки и ребра; ω — частота пульсаций; Π — коэффициент постели; T_α — начальная осевая сила; $\delta(\alpha; \beta)$ — дельта-функции; N — количество твердых тел; M — масса твердого тела; P_0, P_1 — постоянная составляющая и амплитуда переменной составляющей внешнего давления; α_1 — координата расположения кольцевого ребра.

Решение уравнения будем искать в виде:

$$\omega = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} f_{mn}(t) \sin \gamma_m \alpha \cos n\beta; \quad \omega_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(t) \cos n\beta, \quad (2)$$

где $\gamma_m = m\pi/\alpha_0$; $\alpha_0 = L/R$; L — длина оболочки; $f_{mn}(t), \varphi_n(t)$ — неизвестные функции времени. Подставляя (2) в уравнение (1), получим уравнение типа Матье–Хилла

$$\frac{d^2 f_{mn}}{dt^2} + b_1 \cos \omega t f_{mn} + b_2 f_{mn} = - \frac{2}{\alpha_0 a_7} \left[a_8 (1 - n^2)^2 \varphi_n + a_9 \frac{d^2 \varphi_n}{dt^2} \right] \sin \gamma_m \alpha_1 - \frac{2a_{10}}{\alpha_0 a_7 \pi} \sum_{i=1}^N \frac{d^2 \omega_{1i}}{dt^2} \cos n\beta_i \sin \gamma_m \alpha_1. \quad (3)$$

Решение уравнения (3) ищем в виде:

$$[f_{mn}, \varphi_n, \omega_{1i}] = \sum_{l=1,3,\dots}^{\infty} \left\{ [A_{mn}^{(l)}, H_{1n}^{(l)}, H_{1i}^{(l)}] \sin \frac{l\omega t}{2} + [B_{mn}^{(l)}, \Phi_{1n}^{(l)}, \Phi_{1i}^{(l)}] \cos \frac{l\omega t}{2} \right\}. \quad (4)$$

Подставляя первую сумму из (4) в (3) и, приравнявая коэффициенты при одинаковых $\sin(l\omega t/2)$, получим систему неоднородных алгебраических уравнений. Ограничиваясь первым членом ряда, который определяет границы главной области неустойчивости, получим:

$$\theta_{mn} A_{mn}^{(1)} = \left[C_1 H_{1n}^{(1)} + C_2 \sum_{i=1}^N H_{1i}^{(1)} \cos n\beta_i \right] \sin \gamma_m \alpha_1; \quad (5)$$

$$\theta_{mn} = [4b_2^{(mn)} \pm 2b_1 - \omega^2]/4;$$

где $C_1 = -\frac{2}{\alpha_0 a_7} \left[a_8 (1 - n^2)^2 - \frac{a_9 \omega^2}{4} \right]$; $C_2 = \frac{a_{10} \omega^2}{2\alpha_0 a_7 \pi}$.

Так как в местах расположения ребер справедливо соотношение

$$H_{kn}^{(1)} = \sum_{m=1}^{\infty} A_{1m}^{(1)} \sin \gamma_m \alpha_k,$$

то, подставив в него выражение (5), получим

$$C_3 H_{1n} = \sum_{i=1}^N C_4 H_{1i} \cos n\beta_i, \quad (6)$$

где $C_3 = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{C_1}{\theta_{mn}} \sin^2 \gamma_m \alpha_1$; $C_4 = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{C_2}{\theta_{mn}} \sin^2 \gamma_m \alpha_1$.

Так как в местах расположения тел справедливо соотношение

$$H_{1r} = \sum_{n=1}^{\infty} H_{1n} \cos n\beta_r \quad (r = 1, 2, \dots, N),$$

то, подставив выражение (6), получим систему N уравнений

$$H_{1r} = \sum_{i=1}^N \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_4}{C_3} H_{1i} \cos n\beta_i \cos n\beta_r. \quad (7)$$

Равенство нулю определителя этой системы представляет характеристическое уравнение критических частот.

Подставляя вторую сумму из (4) в (3), получим характеристическое уравнение аналогичное (7), в котором неизвестные H_{1i} необходимо заменить на Φ_{1i} , а в коэффициенте θ_{mn} принять знак «-».

Так как твердые тела имеют одинаковую массу, то решение уравнения (7) можно искать в виде

$$H_{1r} = H_1 \cos \frac{2\pi r S}{N}; \quad 0 \leq S \leq \frac{N}{2}, \quad (8)$$

где S — целое число, характеризующее форму потери устойчивости.

Подставляя (8) в (7), получим уравнение

$$\left(\frac{N}{2} \sum_n \frac{C_4}{C_3} - 1\right) H_1 = 0, \quad (9)$$

где суммирование производится по n , принимающего значения

$$n = jN + S, \quad j = 0, 1, 2, \dots, \quad n = jN - S, \quad j = 1, 2, \dots$$

Характеристическое уравнение (9) будет представлять собой равенство нулю выражения в скобках. Получены области неустойчивости оболочки в зависимости от масс, радиуса канала цилиндра и величины внешней осевой силы.

1. *Болотин В. В.* Динамическая устойчивость упругих систем. — М.: ГИТТЛ, 1956.
2. *Огибалов П. М., Колтунов М. А.* Оболочки и пластины. — М.: Наука, 1971. — 696 с.
3. *Майлыбаев А. А., Сейранян А. П.* Многопараметрические задачи устойчивости. Теория и приложения в механике. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 400 с.
4. *Соломонов Ю. С., Георгиевский В. П., Недбай А. Я., Андришин В. А.* Прикладные задачи механики композиционных цилиндрических оболочек. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. — 408 с.
5. *Андреев Л. В., Дышко А. Л., Павленко И. Д.* Динамика пластин и оболочек с сосредоточенными массами. — М.: Машиностроение, 1988. — 200 с.

О ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ В СМЫСЛЕ ПРАГЕРА–СИНГА

А. К. Алексеев^{1,2}, А. Е. Бондарев²

¹РКК «Энергия», Королев, Московская обл., Россия;

²ИПМ им. М. В. Келдыша, Москва, Россия

Метод Прагера–Синга [1–3] применяется при анализе погрешности аппроксимации конечно-элементных решений уравнения Пуассона $\nabla^2 \tilde{u} = \rho$, $u_\Gamma = \tilde{f}$. При этом используются два линейных подпространства функций: подпространство градиентов $\partial v / \partial x_i$ функций $v \in H^1$, удовлетворяющих граничным условиям $v_\Gamma = \tilde{f}$, и подпространство вектор-функций $q \in H^1$, таких, что выполняется $\operatorname{div}(q) = \rho$. В этой ситуации выполняется условие ортогональности $((\nabla v - \nabla \tilde{u}), (q - \nabla \tilde{u})) = 0$. Обычно $v \in H^1(R^N)$ трактуется как численное решение u_h , рассматриваемое не как сеточная функция, а как элемент пространства функций (полученный с помощью некоторой процедуры интерполяции). По теореме Пифагора, условие ортогональности для $\nabla u_h - \nabla \tilde{u}$ и $q - \nabla \tilde{u}$ приводит к соотношению $\|\nabla u_h - \nabla \tilde{u}\|^2 + \|q - \nabla \tilde{u}\|^2 = \|\nabla u_h - q\|^2$. Концы векторов $\nabla \tilde{u}$, ∇u_h и q лежат на поверхности гиперболы с центром $(\nabla u_h + q)/2$ и радиусом $\|(\nabla u_h - q)/2\|$: $\|\nabla \tilde{u} - (\nabla u_h + q)/2\| = \|(\nabla u_h - q)/2\| = R_h$. Соответствующая геометрия представлена на рис. 1.

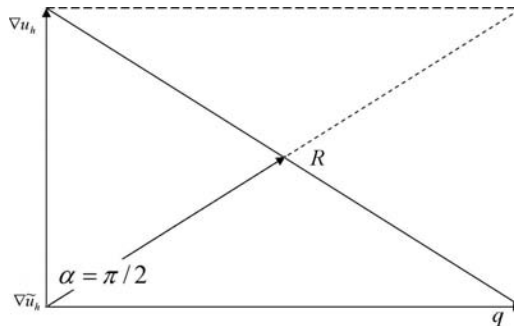


Рис. 1

Соотношение ортогональности позволяет также получить оценку погрешности в форме неравенства $\|\nabla(\tilde{u} - u_h)\| < \|\nabla u_h - q\| = 2R_h$. Таким образом, метод Прагера–Синга позволяет получить решение и оценить погрешность аппроксимации без неизвестных констант из чисто геометрических идей.

Однако, основная ценность метода Прагера–Синга лежит не в построении одного из многих (и не самого распространенного) метода апостериорной оценки погрешности, а в использовании понятия численного решения, принципиально отличающегося от общепринятой постановки, в которой численное решение является элементом последовательности сеточных функций, сходящейся к точному решению при уменьшении шага дискретизации. Принципиальное отличие состоит в следующем:

Решение в смысле Прагера–Синга представляет собой не точку (или последовательность точек), а гиперсферу, содержащую точное решение.

При этом наличие последовательности сеток и соответствующая сходимость численного решения не являются обязательными. В рамках подхода Прагера–Синга мельчение/сгущение сетки должно выполняться только в том случае, если величина R_h не приемлема с практической точки зрения (что можно проверить с помощью неравенства Коши–Буняковского для ценных функционалов, используемых на практике (см. например [4])). Таким образом, численное решение в смысле Прагера–Синга позволяет ослабить «тиранию» мельчения и адаптации сетки, которая в настоящее время определяет основные трудности большинства приложений в вычислительной аэродинамике.

Понятие численного решения по Прагеру–Сингу идеально соответствует идеологии апостериорной оценки погрешности аппроксимации. Однако, его крупным недостатком является очень узкий диапазон применимости (его можно использовать, кроме уравнения Пуассона, еще для бигармонического уравнения [2] и, в общем случае, для уравнений $A\tilde{u} = \rho$, имеющих следующую структуру: $A = B^*B$, $\rho = B^*q$). В связи с этим в [3] рассмотрена возможность построения универсального варианта метода Прагера–Синга. При этом постулируется существование вспомогательного решения u_\perp , такого, что его погрешность ортогональна погрешности аппроксимации некоторого численного решения $u_h^{(i)}$: $(u_h^{(i)} - \tilde{u}_h, u_\perp - \tilde{u}_h)_\Omega = (\Delta \tilde{u}_h^{(i)}, \Delta \tilde{u}_\perp)_\Omega = 0$. На языке погрешностей усечения это выражение можно переписать как $(\Delta u_h^{(i)}, \Delta u_\perp)_\Omega = (A_h^{-1} \delta u_h^{(i)}, A_h^{-1} \delta u_\perp)_\Omega = (\delta u_h^{(i)}, A_h^{-1*} A_h^{-1} \delta u_\perp)_\Omega = (\delta u_h^{(i)}, \theta)_\Omega = 0$. Соответственно, оценив погрешность усечения $\delta u_h^{(i)}$ и построив некоторый ортогональный к ней вектор θ можно найти погрешность вспомогательного решения $\Delta u_\perp = A_h^* \theta$ и получить соответствующие оценки. Таким образом, решение в смысле Прагера–Синга может быть получено для любых систем уравнений в частных производных, а не только их специального класса. Несмотря на относительную простоту вышеприведенных выкладок, практическая реализация этого подхода достаточно сложна. Оценки $\delta u_h^{(i)} = A_h^\delta u_h^{(i)}$ и $\Delta u_\perp = A_h^* \theta$ требуют наличия в распоряжении специальных постпроцессоров, соответствующих прямой и сопряженной задачам, типа [5], расчет u_\perp подразумевает решение модифицированного варианта основной задачи. К счастью, вместо универсального варианта метода Прагера–Синга можно использовать его полуэмпирический вариант, основанный на анализе ансамбля решений, полученных различными (например, разного порядка аппроксимации) численными методами [4, 6].

Проведенные расчеты показывают, что численное решение в смысле Прагера–Синга может быть получено на ансамбле решений достаточно просто и способно давать приемлемые по качеству оценки погрешности аппроксимации.

1. Synge J. L. The Hypercircle in Mathematical Physics. — London: CUP, 1957.
2. Braess D., Pechstein A., Schoberl J. An Equilibration Based a Posteriori Error Estimate For The Biharmonic Equation and Two Finite Element Methods // arXiv:1705.07607v1, 2017.
3. Алексеев А. К., Бондарев А. Е. О методе Прагера–Синга оценки погрешности аппроксимации // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. — 2021. — №25. — 22 с.
4. Alekseev A. K., Bondarev A. E., Kuvshinnikov A. E. On Uncertainty Quantification via the Ensemble of Independent Numerical Solutions // J. Comput. Sci. — 2020. — V. 42. — P. 10114.
5. Алексеев А. К., Журинов С. В. О постпроцессоре для апостериорной оценки погрешности расчета параметров течения // ЖВМ и МФ. — 2006. — Т. 46, №9. — С. 1703–1708.
6. Алексеев А. К., Бондарев А. Е. Об оценке расстояния между истинным и численными решениями // ЖВМ и МФ. — 2019. — Т. 59, №6. — С. 913–919.

МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН В ГРАДИЕНТНЫХ СРЕДАХ

Ю. С. Анкипович, В. И. Голубев

МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия

Исследование волновых процессов в различных средах, в том числе и градиентных, необходимо для решения многих практических задач в областях сейсморазведки, строительства, медицины и других. Численное моделирование распространения сейсмических волн часто основано на приближении линейной акустики.

Для построения численной модели в случае градиентных сред обычно используются два метода: изотропные слои с различными упругими свойствами и усредненная анизотропная среда. Недавно для решения этих задач был успешно применен метод сеточных характеристик [1, 2].

Данная работа посвящена расширению данного подхода для моделирования сейсмических волн в градиентных средах. Был рассмотрен случай линейной зависимости плотности и скорости звука среды от координаты. Построена явная сеточно-характеристическая схема 2-го порядка и проведено прямое сравнение с приближением кусочно-постоянной среды.

1. Golubev V., Shevchenko A., Khokhlov N., Petrov I., Malovichko M. Compact Grid-Characteristic Scheme for the Acoustic System with the Piece-Wise Constant Coefficients // International Journal of Applied Mechanics. — 2022. — V. 14(2), art. no. 2250002.
2. Petrov I. B., Golubev V. I., Petrukhin V. Y., Nikitin I. S. Simulation of Seismic Waves in Anisotropic Media // Doklady Mathematics. — 2021. — V. 103(3). — P. 146–150.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ И АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕЛА КОНИЧЕСКОЙ ФОРМЫ НА ДОЗВУКОВЫХ РЕЖИМАХ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ УГЛАХ АТАКИ

А. В. Бабаков

ИАП РАН, Москва, Россия

Рассматриваются результаты параметрического изучения свойств и структуры дозвукового потока около осесимметричного тела конической формы с сегментальной формой донной поверхности для значений числа Маха набегающего потока в диапазоне 0,5–0,9 при различных углах атаки. Моделирование осуществляется на основе модели Навье–Стокса сжимаемого газа в трехмерной нестационарной постановке.

Численное исследование осуществляется на основе консервативного метода потоков [1, 2], являющегося методом конечных объемов и основанного на конечно-разностной аппроксимации интегральной формы законов сохранения аддитивных характеристик среды с использованием «upwind» аппроксимаций потоковых переменных. Моделирование проведено на базе разработанного комплекса программ «FLUX» [3], основанного на параллельных алгоритмах метода и реализованного на современных многопроцессорных вычислительных системах.

Параметрические расчеты проведены для числа Маха набегающего потока $M_\infty = 0,5, 0,6, 0,7, 0,8, 0,9$ для углов атаки α в диапазоне $0-80^\circ$. Число Рейнольдса, вычисленное по параметрам набегающего потока и радиусу R_0 миделева

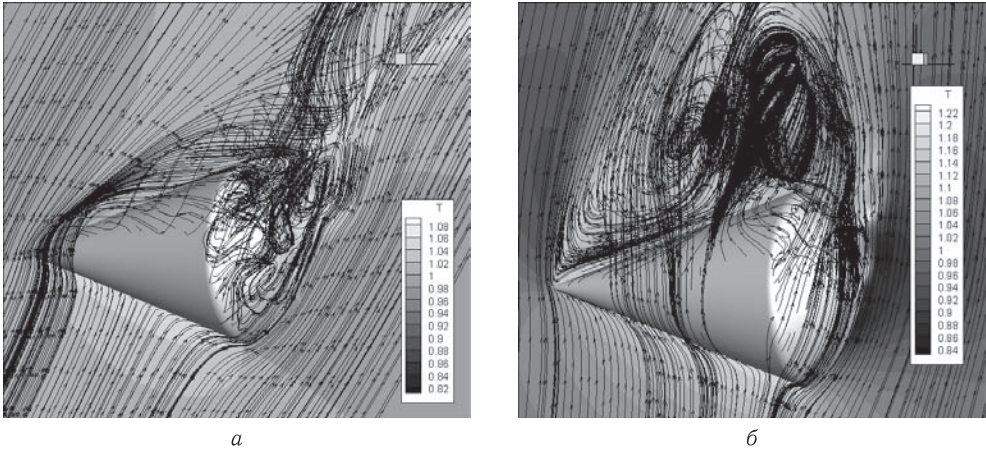


Рис. 1. Мгновенные линии тока на фоне поля температуры: а – $M_\infty = 0,54$, $\alpha = 60^\circ$; б – $M_\infty = 0,9$, $\alpha = 80^\circ$

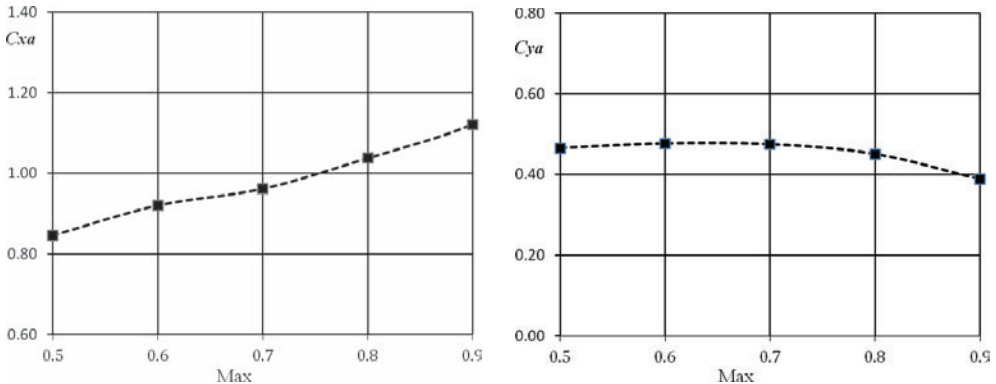


Рис. 2. Зависимости от числа Маха M_∞ коэффициента аэродинамического сопротивления C_{xa} и коэффициента подъемной силы C_{ya} при угле атаки $\alpha = 60^\circ$

сечения, $Re_\infty = 5 \cdot 10^5$. Отношение удельных теплоемкостей набегающего потока $\gamma = 1,4$. Расчеты проведены в условиях теплоизолированной поверхности тела. Форма тела имела следующие значения геометрических характеристик: радиус донной поверхности $R_1 = 1,2R_0$, радиус скругления конической и сегментальной поверхностей $r_0 = 0,125R_0$.

Для моделирования возникающей при обтекании сложной вихревой структуры потока использовались неравномерные вычислительные сетки, обладающие экспоненциальным сгущением к конической и донной поверхностям, а также к области сопряжения этих поверхностей. При этом размер конечных объемов у поверхности тела имел величину от 10^{-7} до 10^{-8} .

Численное моделирование осуществлялось на вычислительном комплексе с пиковой производительностью 181 TFlops и объемом оперативной памяти 17408 GB [4].

Результаты моделирования показали, что во всем рассматриваемом диапазоне значений числа Маха при углах атаки $\alpha = 0, 20, 40$ и 60° течение в донной сегментальной области и ближнем следе носит нестационарный вихревой характер. При $\alpha = 80^\circ$ нестационарный характер течения возникает на подветренной конической поверхности. В качестве примера на рис. 1 представлены картины вихревой

структуры потока при $M_\infty = 0,5$, $\alpha = 60^\circ$ и $M_\infty = 0,9$, $\alpha = 80^\circ$ в виде мгновенных линий тока на фоне поля температуры в плоскости угла атаки (температура отнесена к температуре набегающего потока).

Для рассматриваемого диапазона значений числа Маха и углов атаки получены аэродинамические характеристики. Так, в частности, для угла атаки $\alpha = 60^\circ$ на рис. 2 представлены зависимости от числа Маха M_∞ коэффициента аэродинамического сопротивления C_{xa} и коэффициента подъемной силы C_{ya} (осредненные по времени).

Представленные результаты получены на вычислительных ресурсах Межведомственного суперкомпьютерного центра РАН.

1. Белоцерковский О. М., Северинов Л. И. Консервативный метод потоков и расчет обтекания тела конечных размеров вязким теплопроводным газом // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 1973. — Т. 13, №2. — С. 385–397.
2. Бабаков А. В., Белоцерковский О. М., Северинов Л. И. Численное исследование течения вязкого теплопроводного газа у тупого тела конечных размеров // Изв. АН СССР. Сер. МЖГ. — 1975. — №3. — С. 112–123.
3. Бабаков А. В. Программный комплекс «FLUX» для моделирования фундаментальных и прикладных задач аэрогидродинамики // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 2016. — Т. 56, №6. — С. 1174–1184.
4. Savin G. I., Shabanov B. M., Telegin P. N., Baranov A. V. Joint Supercomputer Center of the Russian Academy of Sciences: Present and Future // Lobachevskii J. Math. — 2019. — V. 40. — P. 1853–1862.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОРАЗРЯДНЫХ ПРОЦЕССОВ МЕЖДУ ЧАСТИЧНО ПОГРУЖЕННЫМИ МЕТАЛЛИЧЕСКИМИ ЭЛЕКТРОДАМИ И ЭЛЕКТРОЛИТИЧЕСКИМ АНОДОМ

**Р. Ш. Басыров¹, Л. Н. Багаутдинова¹, Ф. М. Гайсин¹,
Аз. Ф. Гайсин², И. Б. Зубарев¹**

¹КНИТУ–КАИ, Казань, Россия; ²КГЭУ, Казань, Россия

Плазменно-жидкостные системы широко применяются для решения различных прикладных задач в области машиностроения, металлообработки, медицины и авиационной промышленности [1–3]. В [4] рассматривается технология сварки алюминия использованием электролитической плазмы.

В данной работе представлена модель процессов при протекании тока между частично погруженными металлическими электродами и электролитом (рис. 1). Нижняя плоскость представляет собой заземленную металлическую пластину.

Моделирование осуществлялась в математическом пакете ANSYS. Применяется модель многофазной среды. Рассматриваются три фазы: воздух, жидкий электролит и пары воды. Учитываются процессы джоулевого тепловыделения, теплопроводность и конвекция, парообразование и конденсация воды, уравнения гидродинамики. В качестве электролита рассматривается водный раствор NaCl.

Модель позволяет проследить динамику развития процессов парообразования, конвекции, изменения плотности тока, температуры и других параметров.

На рис. 2 показано образование парогазовой смеси вблизи электрода при напряжении на электродах 300 В. Плотность мощности джоулевого тепловыделения достигает значения $4,5 \cdot 10^9$ Вт/м³ (рис. 3) вблизи торца электрода, что может вызвать оплавление сварочное соединение деталей.

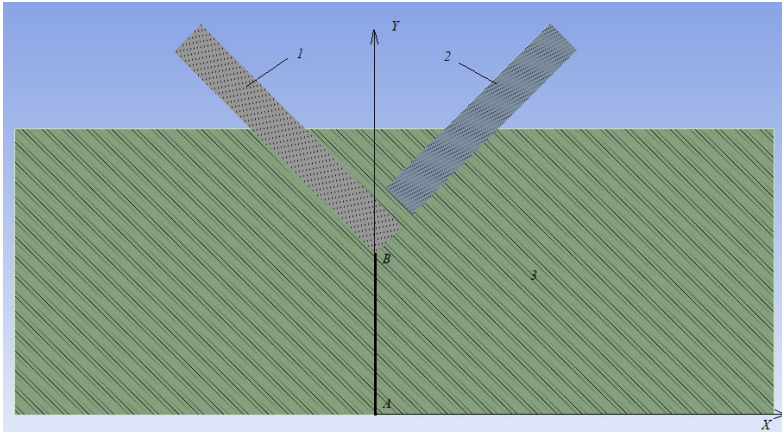


Рис. 1. 1, 2 — металлические (алюминий) электроды; 3 — электролит

Объемная доля жидкой фазы

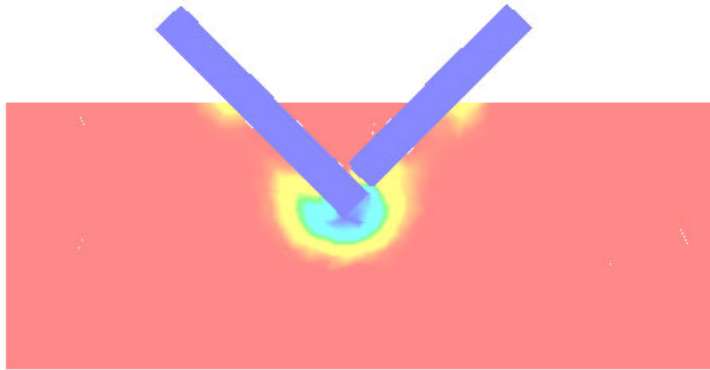
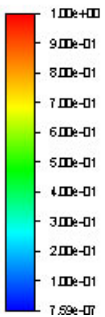


Рис. 2. Образование парогазовой смеси вблизи электродов в момент времени $t = 0,1$ с после включения напряжения

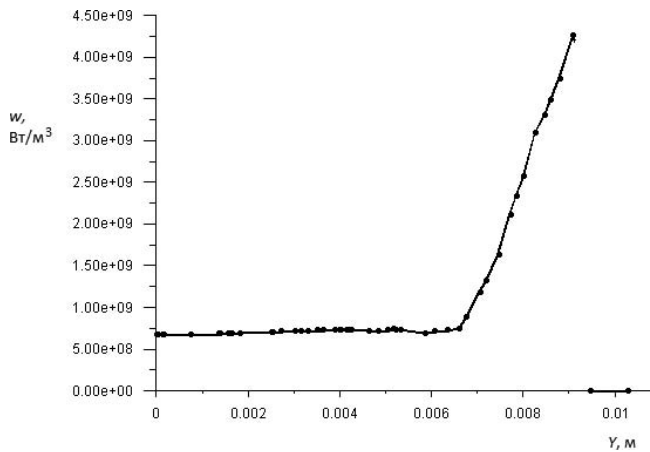


Рис. 3. Изменение плотности мощности джоулевого тепловыделения вдоль прямой AB (рис. 1)

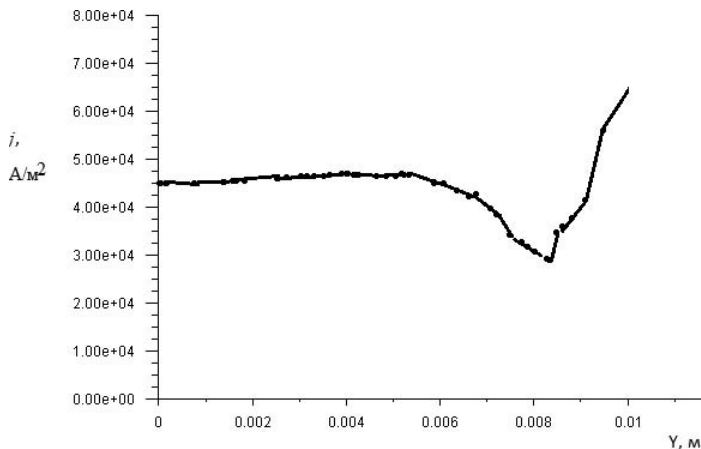


Рис. 4. Изменение плотности тока вдоль прямой AB (рис. 1)

На рис. 4 приведено зависимость плотности тока вдоль прямой AB рис. 1. Уменьшение плотности тока при $y \approx 8$ мм связано с образованием парового пузырька с меньшей проводимостью.

Предложенное в данной работе моделирование может быть использовано при разработке технологических процессов с применением плазменно жидкостных систем.

1. *Bruggerman P. et al.* // Plasma Sources Sci. Technol. — 2016. — V. 25. — P. 053002.
2. *Akhmadullina L. I., Gaisin Al. F., Gaisin, Az. F., Kashapov N. F., Zheltukhin V. S.* Electrolyte-plasma product treatment // J. Phys.: Conf. Ser. — 2020. — V. 1588(1). — 012012.
3. *Kashapov N., Kashapov R., Kashapov L.* // J. Phys. D: Appl. Phys. — 2018. — V. 51, No. 49. — P. 494003.
4. *Bagautdinova L. N., Basyrov R. Sh., Galimzyanov I. I., Gaisin Al. F., Gaisin Az. F., Gaisin F. M., Fakhrudinova I. T.* New technology for welding aluminum and its alloys // Materials Today: Proceedings. — 2019. — V. 19. — P. 2566–2567.

РАЗРАБОТКА ЭЛЕМЕНТОВ ЦИФРОВОГО ДВОЙНИКА ОСНОВНОГО ОБОРУДОВАНИЯ РУ АСММ

**М. А. Большухин, А. В. Будников, М. Н. Ереев, А. В. Козин,
В. А. Панов, Д. Н. Свешников**

АО «ОКБМ Африкантов», Нижний Новгород, Россия

По существующим определениям цифровой двойник — динамическое представление физического объекта или системы. В связи с этим, для контроля текущей поврежденности материала конструктивных элементов оборудования и систем реакторных установок, а также с целью прогноза развития поврежденности до наступления предельного состояния в АО «ОКБМ Африкантов», разрабатывается технология создания «цифрового двойника», позволяющая на основе большого объема накопленных данных, полученных в ходе измерения целого ряда фактических параметров при изготовлении, монтаже и испытаниях, проводить математический мониторинг нагруженности и ресурса реакторных установок.

Реакторная установка атомной станции малой мощности (РУ АСММ) является сложным инженерным объектом, содержащим значительное количество различных элементов с множеством трудно учитываемых связей и многообразием протекающих физических процессов. При эксплуатации реакторная установка приобретает ряд индивидуальных особенностей, которые полностью невозможно предусмотреть в период ее проектирования и изготовления. Обеспечение гарантированной безопасной эксплуатации таких объектов с точки зрения прочности в течение длительного срока службы требует достаточно надежной информации о характере и истории эксплуатационных воздействий и вызываемых этими воздействиями деградационных процессах в конструкционных материалах оборудования и систем.

Реальный процесс обеспечения безопасности реакторной установки по условиям прочности должен быть живой системой осуществляющей систематическое переоценивание фактической нагруженности и ресурса с использованием обратных связей и новой уточненной информации. В настоящее время полное построение данной системы невозможно без применения новых технологий. Поэтому ключевые этапы решения проблемы математического мониторинга нагруженности и ресурса необходимо закладывать в основу технологии создания «цифрового двойника», а его включать в цифровой жизненный цикл реакторной установки.

Элементы цифровых двойников разработаны АО «ОКБМ Африкантов» в рамках выполнения НИОКР в обоснование увеличения ресурсных характеристик основного оборудования АСММ с РУ РИТМ-200. В их состав входят:

— элементы цифрового двойника для проведения численного эксперимента при подтверждении ресурсных характеристик системы компенсации давления РУ АСММ. Элементами цифрового двойника системы компенсации давления для РУ АСММ являются специфические расчетные модели, представляющие собой совокупность дискретных моделей. Данные модели описывают геометрию исследуемых объектов и условия физического взаимодействия их отдельных элементов, граничные условия, соответствующие характерным режимам эксплуатации РУ и обеспечивают комплексное мультифизичное моделирование процессов протекающих при ее работе, а также результаты компьютерного моделирования процессов по следующим тематическим направлениям: теплогидравлические расчеты стационарных состояний; теплогидравлические расчеты аварийных и переходных процессов; расчеты температурных полей; расчеты напряженно-деформированного состояния; расчеты ресурсных характеристик;

— элементы цифрового двойника для проведения численного эксперимента при подтверждении динамической прочности, ответственного за безопасность оборудования РУ АСММ, за увеличенный срок службы приводов КГ и АЗ и блоков БЗ. Элементы цифрового двойника для проведения численного эксперимента при подтверждении динамической прочности включают в себя расчетные модели РУ, представляющие собой совокупность дискретных расчетных моделей оборудования, в достаточной степени описывающих геометрию исследуемых объектов и их условия взаимодействия, характеристики конструкционных материалов, кинематические и силовые граничные условия, соответствующие условиям нагружения при заданных сейсмических воздействиях, а также результаты численных экспериментов в обеспечение прочности и сейсмостойкости приводов КГ и АЗ при назначенном сроке службы 30 лет и блоков БЗ при назначенном сроке службы 60 лет.

Верификация элементов цифрового двойника для проведения численного эксперимента при подтверждении ресурсных характеристик системы компенсации давления проведена на специализированных задачах:

- расчет характеристик пульсаций расхода 1 контура на входе в патрубок СКД по результатам расчета замкнутого контура циркуляции установки;
- определение реалистичного исходного температурного состояния;
- определение температурного состояния СКД для режимов маневрирования мощностью РУ;
- расчет кинетики напряженно-деформированного состояния и накопления усталостных повреждений при неизотермическом упругопластическом деформировании в конструктивных элементах СКД при эксплуатационных термомеханических воздействиях.

Элементы цифрового двойника верифицированы по отдельности для расчетов теплогидравлики и напряженно-деформированного состояния. Обеспечена передача расчетных данных из программы теплогидравлического расчета в программу расчета напряженно-деформированного состояния.

Элементы цифрового двойника для проведения численного эксперимента при подтверждении динамической прочности идентифицированы с конструкторскими геометрическими моделями и конструкторской документацией на предмет соответствия массовых, инерционных и жесткостных характеристик, влияющих на динамические характеристики РУ. В состав расчетной модели включаются узлы и элементы, которые определяют несущую способность и работоспособность конструкции в целом. Компьютерные расчетные конечно-элементные модели соответствуют расчетным геометрическим моделям и протестированы для выполнения динамических задач (идентичность динамических характеристик), путем выполнения счета (статика или модальный анализ). Обеспечена передача электронной конечно-элементной модели (состоящей из отдельных компонентов) в программу расчета НДС конструкции.

В будущем наработанный в рамках НИОКР опыт создания и применения элементов цифровых двойников позволит быстрее находить и исправлять ошибки в геометрии конструкций, значительно повысить эффективность принятия решений, избавит от потенциальных проблем, возникающих в процессе проектирования, а так же предоставит возможность безопасно и экономично экспериментировать, оперативно выявляя риски потенциальных неисправностей и аварий.

Разработанные продукты будут применены для проведения расчетных исследований при проектировании РУ РИТМ-200Н для АСММ, РУ РИТМ-200М для ОПЭБ, РУ РИТМ-200С для МПЭБ и в дальнейшем для создания конкурентоспособной продукции на основе этих проектов с целью реализации на различных рынках.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫТЕСНЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В РАДИАЛЬНОЙ ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ–ШОУ*

А. Р. Галимзянова, Е. А. Марфин

ИЭПТ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

Одной из известных в гидродинамике неустойчивостей является неустойчивость Саффмана–Тейлора [1]. Она возникает если жидкость с низкой вязкостью вытесняет другую жидкость с высокой вязкостью в ячейке Хеле–Шоу или пористой

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №22-29-01174, <https://rscf.ru/project/22-29-01174/>.

среде. При таком вытеснении граница раздела жидкостей искривляется, образуя так называемые вязкие пальцы. Неустойчивость Саффмана–Тейлора встречается в различных технологических процессах, таких как добыча нефти, рафинирование сахара, фильтрация, регенерация и др. Впервые об этой неустойчивости сообщил Хилл [2], и с тех пор было проведено много исследований в этой области. Для формирования вязких пальцев используются различные конфигурации ячеек Хеле–Шоу: радиальные и прямоугольные, с точечной или протяженной подачей вытесняющей жидкости и другие [3]. Также используются жидкости с различными физическими характеристиками (ньютоновские и неньютоновские; меняющие свои свойства при действии внешних факторов). Для России исследования по данной теме особенно актуальны в нефтедобывающей отрасли, поскольку возникающая неустойчивость при вытеснении нефти менее вязкой водой не позволяет извлечь всю нефть из недр.

Управлять развитием неустойчивости возможно внешним воздействием. Так, например, с помощью акустического воздействия можно добиться возмущений границы раздела жидкостей с таким периодом, что не будут образовываться вязкие пальцы. С другой стороны, известно, что под действием упругих колебаний вязкость нефти снижается, и, следовательно, скорость роста вязких пальцев можно замедлить [4]. Косвенным подтверждением этого является факт снижения обводненности добываемой нефти при акустическом воздействии на пласт [5].

В настоящей работе проведено численное моделирование процесса вытеснения вязкой жидкости в радиальной ячейке Хеле–Шоу при различных режимах течения и значениях относительной вязкости. Численное моделирование производилось с помощью программного комплекса FlowVision, в который была загружена 3D-модели радиальной ячейки, следующих размеров: диаметр $D = 140$ мм, толщина $h = 1$ мм, диаметр входного отверстия для подачи воды $d = 6$ мм. В качестве математической модели использовалась модель ламинарной жидкости. Вытесняемыми жидкостями были жидкости плотностью $0,85$ г/см³, коэффициентом поверхностного натяжения $\sigma = 0,03$ Н/м и вязкостью μ_n в диапазоне от $0,01$ до $0,192$ Па·с. Вытесняющей жидкостью была чистая вода при температуре 20°C вязкостью $\mu_v = 0,001$ Па·с. Граничное условие на входе — нормальная скорость подачи воды $u_n = 10\text{--}70$ мм/с, на выходе — свободный выход, на остальные границах — стенка с прилипанием. Для апробации модели был проведен численный эксперимент с параметрами натурного, опубликованного в работе [6]. Сравнение результатов показало хорошее совпадение.

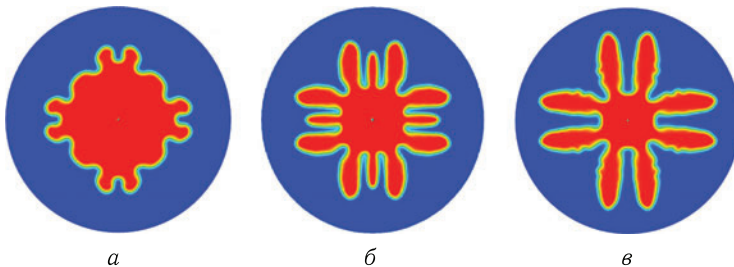


Рис. 1. Вязкие пальцы при различных соотношениях μ_n/μ_v : а — 10; б — 100; в — 192

На рис. 1 представлены типичные изображения образовавшихся «вязких пальцев» при различных соотношениях вязкостей жидкости в одинаковый момент времени ($t = 5$ с) при объемной скорости подачи воды $0,95$ мл/с. Видно, что форма

границы раздела действительно меняется при изменении относительной вязкости. Чем больше вязкость вытесняемой жидкости вязкости воды, тем быстрее растут вязкие пальцы (рис. 1, в). При уменьшении относительной вязкости скорость их роста уменьшается, но их количество больше (рис. 1, а и б). Следует отметить тот факт, что по результатам численного моделирования наблюдается эффект утончения кончика вязкого пальца при увеличении относительной вязкости вытесняемой жидкости, который отражен в работе [7].

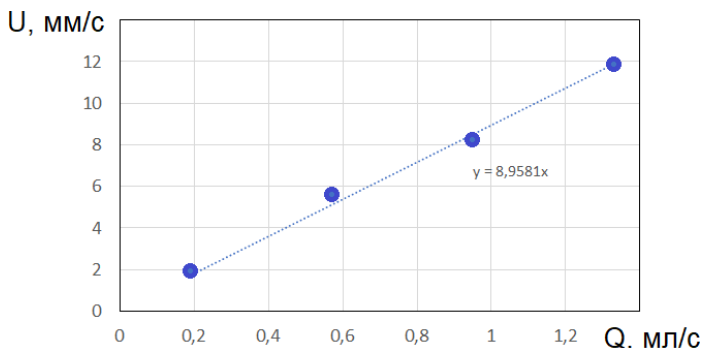


Рис. 2. Зависимость скорости роста вязких пальцев от скорости подачи воды

Исследование влияние скорости подачи воды на формирование вязких пальцев выявило следующую особенность. Скорость достижения вязкого пальца границы ячейки Хеле–Шоу практически линейно зависит от скорости подачи воды (рис. 2). При этом на малых скоростях до 30 мм/с образовывались 8 пальцев, и они росли с одинаковой скоростью. При увеличении скорости подачи более 50 мм/с также сперва появлялись 8 возмущений границы, у четырех из них с малым радиусом на конце происходило раздвоение и образовывались два новых вязких пальца которые росли с большей скоростью, замедляя рост остальных. Данный факт также имеет экспериментальное подтверждение в работе [7]. На основании полученных данных была разработана установка для проведения последующих экспериментальных исследований.

1. *Saffman P. G., Taylor G. I.* The penetration of a fluid into a porous medium or Hele Shaw cell containing a more viscous liquid // *Proc. Roy. Soc. London.* — 1958. — V. A245, No. 1242. — P. 311–329.
2. *Hill S.* Channeling in packed columns // *Chem. Engineer. Sci.* — 1952. — V. 1. — P. 247–253.
3. *Singh A., Singh Y., Pandey K. M.* Viscous fingering instabilities in radial Hele–Shaw cell: A review // *Materials Today: Proceedings.* — 2019. — V. 26. — P. 760–762.
4. *Гараева С. В., Марфин Е. А.* Численное моделирование вытеснения вязкой жидкости в ячейке Хеле–Шоу // *Материалы XXI Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2019), 24–31 мая 2019 г., Алушта.* — М.: Изд-во МАИ, 2019. — С. 42–44.
5. *Marfin E. A., Abdrashitov A. A., Gataullin R. N., Gavrillov A. G.* On the feature of two-phase filtration in a porous medium under elastic-wave action // *Engineering and Mining Geophysics 2018 — 14th Conference and Exhibition 14.* — 2018.
6. *Karpunin I. E., Kozlov N. V., Kozlov V. G.* Experimental study of liquid-liquid interface oscillating in radial Hele–Shaw cell // *J. Phys.: Conf. Ser.* — 2021. — V. 1809, No. 1. — 012020.
7. *Chen J.-D.* Growth of radial viscous fingers in a Hele–Shaw cell // *Journal of Fluid Mechanics.* — 1989. — V. 201. — P. 223–242.

OPENFOAM VS ANSYS FLUENT ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ РАЗРЯДОВ С ЖИДКИМИ ЭЛЕКТРОДАМИ*

*К. А. Гашигуллин, К. Ш. Мастюков, М. Е. Сухих,
А. А. Султанов, Ал. Ф. Гайсин, В. С. Желтухин*

КНИТУ–КАИ, Казань, Россия

В настоящее время все острее встает вопрос о выборе ПО для выполнения исследований в области математического моделирования физических процессов. Из существующих сегодня программных пакетов математического моделирования выделяются: ANSYS Fluent и OpenFoam. Каждый из данных пакетов обладает своими достоинствами и недостатками. ANSYS Fluent — коммерческий продукт с закрытым кодом, требующий недешевой лицензии для использования. OpenFoam — это программное обеспечение, построенное по типу opensource с открытым исходным кодом. Цель данной работы сравнить средства моделирования, оценить качество моделирования для конкретной задачи. Построение замкнутой математической модели разряда с жидкими электродами является нетривиальной задачей [1, 2]. В модели разряда с жидкими струйными и струйно-капельными электродами выделяются три крупных блока, описывающих, соответственно, электрогидродинамику жидкой фазы, газодинамику окружающего газа, динамику частиц в электрическом разряде с учетом электромагнитного поля, с учетом межфазных взаимодействий и плазмохимических реакций.

Моделирование в OpenFoam. Программное обеспечение Openfoam совместимо как с ОС Windows, так и Linux, но больше ориентировано на вторую систему, что подразумевает свои особенности при работе. Говоря об общих принципах работы в программе, важно отметить, что OpenFoam не имеет собственной графической оболочки, запуск программы осуществляется с помощью командной строки. Использование ПО OpenFoam представляет собой работу с файлом, в который включается готовый решатель для решения поставленной задачи, файл с геометрией объекта, файл с сеткой и файл начальных и граничных условий. Начало моделирования с помощью программного обеспечения OpenFoam связано с построения геометрической модели объекта, на которую будет накладываться расчетная сетка. Имеющиеся средства построения моделей в самой программе очень ограничены и связаны с созданием объекта, совокупности координат точек расчетных узлов, это можно реализовать с помощью функции blockMesh. Для облегчения построения модели применяется сторонняя программа Salome.

В программе Salome помимо непосредственного геометрического построения, осуществляется построение расчетной сетки, оно осуществляется с различными опциями, среди которых имеются: выбор размерности построения сетки (2D, 3D, 1D), алгоритма заполнения и гипотезы заполнения, которая имеет параметры количества элементов сетки и формы элементов сетки. Перед переходом к разделу Mesh, геометрическую модель требуется разделить на группы поверхностей с заданными граничными условиями. После стадии предобработки следует расчетная стадия, представляющая собой непосредственное решение дифференциальных уравнений методом конечных элементов. С помощью команд Linux осуществляется преобразование файла с геометрией в требуемый для OpenFoam в виде файла с координатами точек. Процесс постобработки происходит с помощью программы визуализации

*Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект №21-79-30062).

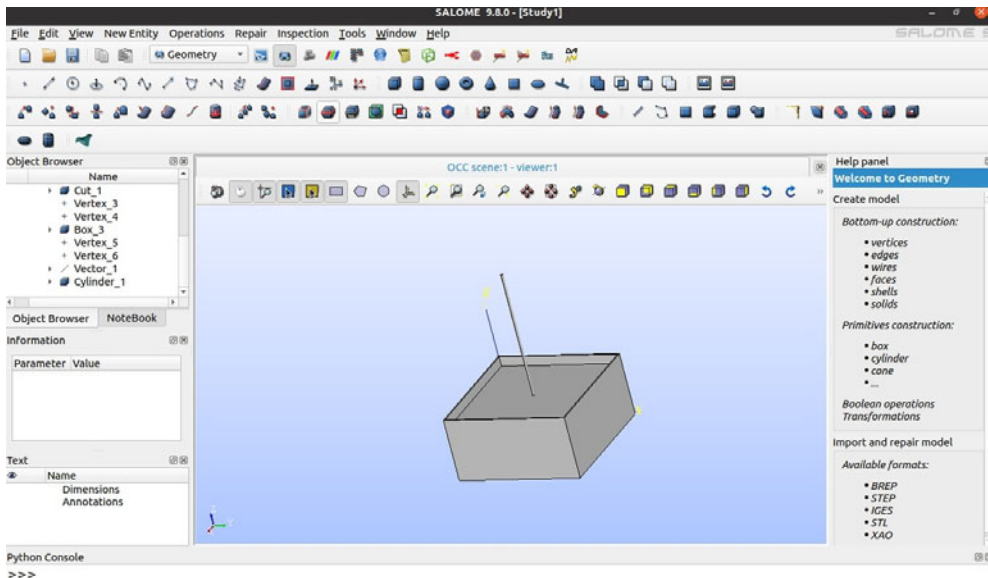


Рис. 1. Пример построение ванны с электродом над электролитом в программе Salome

Paraview, где можно увидеть непосредственный результат моделирования. Для нашей задачи нам потребуются использование библиотеки Elmer OpenFoam (EOF).

Моделирование в ANSYS Fluent. Как и в OpenFoam в ANSYS Fluent первым делом необходимо построить 3D-модель. В ANSYS Fluent имеется интегрированный САПР ANSYS Design Modeler. Design Modeler — универсальный CAD-редактор с широким набором инструментов для создания новой геометрии, а также для разбиения и упрощения импортированной геометрии. Данный модуль в своей основе имеет ядро Parasolid, обладает надежным, отказоустойчивым генератором геометрии и соответствует производственным стандартам. ANSYS Design Modeler позволяет создавать и параметризовать геометрию на основе двухмерных эскизов или встроенных примитивов, а также выполнять последующие операции редактирования. Весь ход моделирования отображается в древовидной истории проекта, что позволяет изменять первоначальные параметры в любой момент создания геометрии. В ANSYS Fluent доступны два различных решателя: основанный на решении уравнения для давления (*Pressure-Based*) и основанный на решении уравнения для плотности (*Density-Based*). Решатель *Pressure-Based* разработан и традиционно используется для несжимаемых и слабо сжимаемых течений. Решатель *Density-Based*, изначально был разработан для высокоскоростных сжимаемых течений. В ANSYS математические уравнения скрыты от пользователя за выбором элемента, поэтому применение элемента означает однозначный выбор системы уравнений, описывающих процесс. Также среда ANSYS не предоставляет возможности расчета тепловых и электрических полей для сред с неоднородной электрической проводимостью. Для реализации задачи в среде ANSYS необходимо прописывать дополнительные программные модули, сопряжение которых с данным пакетом имеет определенные трудности и представляет собой отдельную задачу.

Таким образом, OpenFoam и ANSYS являются мощными инструментами моделирования. Однако ANSYS является коммерческой программой, имеет закрытый

код, что сильно ограничивает возможности исследователя, особенно при моделировании разрядов с жидкими электродами. OpenFoam — полностью открытая и доступная программа, является более сложной для освоения, так как не имеет графического интерфейса пользователя, и более приспособленная для решения исследовательских задач.

1. Гайсин Ал. Ф., Гайсин Ф. М., Желтухин В. С., Сон Э. Е. Физика плазмы. — 2022. — Т. 48(1). — С. 71.
2. Гайсин А. Ф., Сон Э. Е., Петряков С. Ю. Физика плазмы. — 2017. — Т. 43(7). — С. 625.

ЯВНО-НЕЯВНЫЕ СХЕМЫ ПОВЫШЕННОГО ПОРЯДКА АППРОКСИМАЦИИ ДЛЯ РАСЧЕТА АНИЗОТРОПНЫХ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИХ СРЕД*

В. И. Голубев^{1,2}, Ю. А. Голубева^{1,2}, И. С. Никитин¹

¹ИАП РАН, Москва, Россия; ²МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия

Рассмотрим безграничную упругую среду с ориентированной системой периодически повторяющихся параллельных плоскостей скольжения. Ориентацию этой системы зададим единичной нормалью \vec{n} . Расстояние между плоскостями скольжения постоянно и равно ϵ . Плотность материала ρ , а также модули упругости Ламе λ и μ считаются заданными константами. Напряженное состояние описывается тензором напряжений σ . Вектор касательного напряжения на плоскости скольжения равен $\vec{\tau} = \sigma \cdot \vec{n} - (\vec{n} \cdot \sigma \cdot \vec{n})\vec{n}$, нормальное напряжение равно $\sigma_n = \vec{n} \cdot \sigma \cdot \vec{n}$. Будем предполагать, что слои находятся в поджатом состоянии $\sigma_n < 0$. Введем вектор скоростей сдвига $\vec{\gamma}$, определяемый скачком касательной скорости $[\vec{v}_\tau]$ на контактных границах: $\vec{\gamma} = [\vec{v}_\tau]/\epsilon$.

Условия контактного взаимодействия слоев, соответствующие вязкопластическому проскальзыванию, примем в виде степенного условия скольжения с малой вязкой добавкой:

$$\vec{\gamma} = \frac{\vec{\tau}}{|\vec{\tau}|\eta} \left\langle \frac{|\vec{\tau}|}{\tau_s} - 1 \right\rangle^k,$$

где η — коэффициент вязкости, τ_s — предел текучести на сдвиг в контактном условии скольжения, $k > 0$ — степенной показатель, $\langle F(y) \rangle = F(y)H(y)$, $H(y)$ — функция Хэвисайда.

Подобного рода обобщенные вязкопластические условия течения характерны для изотропных вязкопластических моделей типа Соколовского–Малверна–Кукуджанова.

Это обобщенное условие скольжение можно привести к контактному условию для касательного напряжения на межслойной границе с нелинейной вязкостью, которое в стандартной форме примет вид:

$$\vec{\tau} = \tau_s \left(\frac{\vec{\gamma}}{|\vec{\gamma}|} + \tilde{\eta} \vec{\gamma} \right), \quad \tilde{\eta}(|\vec{\gamma}|) = \eta^{1/k} |\vec{\gamma}|^{(1-k)/k}.$$

Контактную плоскость с указанными условиями взаимодействия будем называть плоскостью скольжения.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект №19-71-10060).

Для того чтобы перейти к континуальной модели среды, содержащей систему таких плоскостей скольжения, будем рассматривать $\vec{\gamma}$ как непрерывную функцию координат и времени и воспользуемся соотношениями теории скольжения. Эти соотношения позволяют учитывать вклад скоростей скольжений $\vec{\gamma}$ в тензор скоростей неупругой деформации e^γ :

$$e^\gamma = \frac{\vec{n} \otimes \vec{\gamma} + \vec{\gamma} \otimes \vec{n}}{2}, \quad \vec{\gamma} \cdot \vec{n} = 0.$$

Полный тензор скоростей деформации e получается сложением упругих и неупругих составляющих и равен:

$$e = e^e + e^\gamma = \frac{\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T}{2}.$$

Здесь \vec{v} — «макроскопическая» скорость частиц среды, e^e — тензор скоростей упругой деформации, который связан с тензором напряжений законом Гука:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \lambda(e^e : I)I + 2\mu e^e.$$

Система замыкается уравнениями движения:

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \nabla \cdot \sigma.$$

Если нормаль \vec{n} к межслойным границам ориентирована вдоль координаты x_3 , то ее компоненты удовлетворяют соотношению $n_j = \delta_j^3$. Сквозные условия для $\vec{\gamma}$, соответствующие локальным контактным условиям, имеют вид:

$$\gamma_j = \frac{\sigma_{3j}}{|\vec{\tau}| \eta} \left\langle \frac{|\vec{\tau}|}{\tau_s} - 1 \right\rangle^k, \quad |\vec{\tau}| = \sqrt{\sum_{k \neq 3} \sigma_{3k} \sigma_{3k}}.$$

В режиме скольжения в определяющие уравнения для касательных напряжений включается нелинейный свободный член с малым параметром вязкости в знаменателе. Система становится жесткой, и обычные явные схемы будут неустойчивыми. Для того чтобы обойти эти затруднения, предлагается явно-неявный метод. Неявная аппроксимация применяется только для тех уравнений, которые содержат малый параметр в знаменателе свободного члена, остальные уравнения аппроксимируются явно.

Уравнения для касательных напряжений можно записать в полулинейной форме:

$$\dot{\sigma}_{3j} = \mu e_{3j} - \frac{\mu}{\tau_s \eta} \frac{\sigma_{3j}}{|\vec{\tau}| / \tau_s} \left\langle \frac{\vec{\tau}}{\tau_s} - 1 \right\rangle^k, \quad |\vec{\tau}| = \sqrt{\sigma_{3j} \sigma_{3j}}, \quad j = 1, 2.$$

Неявная аппроксимация по времени 2-го порядка уравнения для касательных напряжений имеет вид:

$$\frac{\sigma_{3j}^{n+1} - \sigma_{3j}^n}{\Delta t} = \mu e_{3j}^{n+1} - \frac{\mu}{2\eta\tau_s} \left(\frac{\sigma_{3j}^{n+1}}{|\vec{\tau}^{n+1}| / \tau_s} \left\langle \frac{|\vec{\tau}^{n+1}|}{\tau_s} - 1 \right\rangle^k + \frac{\sigma_{3j}^n}{|\vec{\tau}^n| / \tau_s} \left\langle \frac{|\vec{\tau}^n|}{\tau_s} - 1 \right\rangle^k \right).$$

Нелинейную систему алгебраических уравнений для σ_{3j}^{n+1} можно переписать в виде:

$$\delta \sigma_{3j}^{n+1} + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_{3j}^{n+1}}{|\vec{\tau}^{n+1}| / \tau_s} \left\langle \frac{|\vec{\tau}^{n+1}|}{\tau_s} - 1 \right\rangle^k + \frac{\sigma_{3j}^n}{|\vec{\tau}^n| / \tau_s} \left\langle \frac{|\vec{\tau}^n|}{\tau_s} - 1 \right\rangle^k \right) = \delta \sigma_{3j}^e.$$

Здесь индексами $n+1$ и n помечены значения искомых величин на верхнем и нижнем слоях разбиения по времени, Δt — шаг по времени, индексом e помечены значения компонент напряжений после упругого шага по времени, $\sigma_{i3}^e = \sigma_{i3}^n + \mu \Delta t (v_{i,3}^{n+1} + v_{3,i}^{n+1})$, безразмерный малый параметр $\delta = \frac{\eta \tau_s}{\Delta t \mu}$.

Эту нелинейную систему уравнений для σ_{3j}^{n+1} можно разрешить аналитически, используя метод разложения по малому параметру, и получить корректировочную формулу для касательных напряжений после упругого шага при произвольном степенном показателе k :

$$\sigma_{3j}^{n+1} = \tau_s \frac{\tilde{\sigma}_{3j}^{n+1}}{\sqrt{\tilde{\sigma}_{3j}^{n+1} \tilde{\sigma}_{3j}^{n+1}}} \left[1 + \delta^{1/k} \left(2 \frac{\sqrt{\tilde{\sigma}_{3j}^{n+1} \tilde{\sigma}_{3j}^{n+1}}}{\tau_s} - 2 \right)^{1/k} \right],$$

$$\tilde{\sigma}_{3j}^{n+1} = \sigma_{3j}^e - \sigma_{3j}^n \frac{\Delta T}{\delta}, \quad \Delta T = \frac{(T-1)^k}{2T}, \quad T = \frac{\sqrt{\sigma_{3j}^n \sigma_{3j}^n}}{\tau_s}.$$

С использованием этого метода был решен ряд задач распространения и рассеяния упругих волн на слоистом флюидонасыщенном кластере в неоднородной геологической среде.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ ТОНКИХ ПЛЕНОК В МАГНЕТРОННЫХ УСТАНОВКАХ БАРАБАННОГО ТИПА

В. М. Градов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Технология магнетронного напыления используется при создании новых материалов, нанесении покрытий на поверхность изделий [1], получении нанопленок в оптоэлектронике, машиностроении, квантовой электронике [1–3]. При построении модели магнетронного напыления естественным образом выделяются три группы процессов, отвечающих за формирование тонких пленок на поверхности образца: распыление материала мишени, транспорт распыленного вещества через излучающие слои замагниченной плазмы и тлеющего разряда к напыляемому образцу, осаждение и конденсация материала мишени на поверхности образца. Разработка универсальной замкнутой модели магнетронной установки, позволяющей проводить полномасштабные вычислительные эксперименты [3–5] для оптимизации параметров и режимов работы системы на текущий момент встречается с серьезными трудностями в силу недостаточности соответствующей экспериментальной базы.

В настоящей работе представлены результаты компьютерного моделирования процесса нанесения покрытий на цилиндрическую поверхность образцов, поворачивающихся вокруг своих осей, и установленных на вращающийся барабан. Рассматривается прямопролетный режим переноса напыляемого вещества от мишени к образцу с произвольной индикатрисой распыления мишени. При этом скорость напыления однозначно связана со скоростью распыления [1].

В разработанной модели отслеживается движение точек, расположенных на цилиндрической поверхности образца. Каждая точка участвует в сложном движении из-за вращений образца и барабана вокруг своих осей. Учитываются реальная геометрия системы, конечные размеры мишени и фактическая форма ее активной

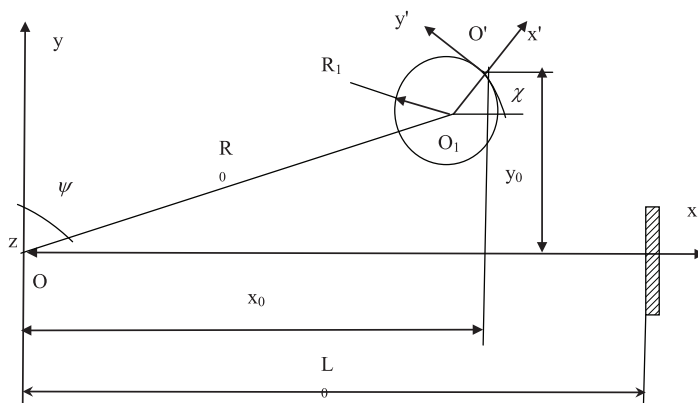


Рис. 1. Геометрическая схема системы

зоны, реальные индикатрисы распыления материала, а также взаимное загромождение образцов и неравномерность скорости распыления по поверхности мишени.

Схема моделируемой установки приведена на рис. 1. Вводится неподвижная система координат (x, y, z) с осями Oz , совпадающей с осью барабана, и Ox , направленной в сторону центра образца. Подвижная система координат (x', y', z') связывается с точкой O' на поверхности образца и имеет ось $O'x'$, направленную вдоль радиуса окружности цилиндра, оси $O'z'$ и Oz параллельны оси барабана. В этой системе выполняется вычисление потока вещества, поступающего от мишени на поверхность образца. В ходе моделирования углы поворота барабана ψ и образца χ изменяются синхронно, в соответствии со своими угловыми скоростями ω_b и ω_o .

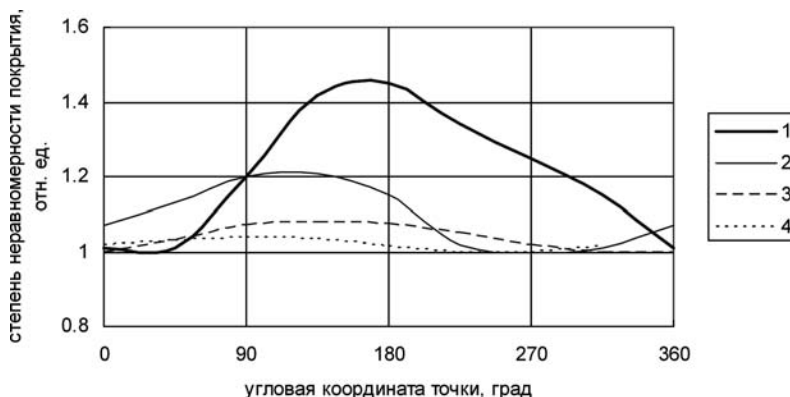


Рис. 2. Степень неравномерности толщины напыления в зависимости от угловой координаты точки на поверхности образца ($l = 30$ см, $h_1 = 25,5$ см, $h_2 = 11,5$ см, $R_0 = 10$ см, $R_1 = 1$ см, $z_0 = 0$ см, $\omega_b = 1$, $\omega_o = 2,2$ об/мин): 1 — в конце 1-го оборота; 2 — в конце 3-го; 3 — в конце 7-го; 4 — в конце 9-го

В работе обсуждаются влияние различных факторов на степень неравномерности толщины покрытия, в том числе, геометрических размеров системы, количества оборотов барабана, соотношения угловых скоростей образца и барабана, формы и размеров активной зоны мишени, индикатрисы рассеяния вещества мишени.

В качестве примера на рис. 2 показано, как меняется степень неравномерности покрытия по окружности цилиндра по мере вращения барабана при соотношении

$\omega_0/\omega_b = 2,2$. Видно, что этот процесс нелинейный. До 5-го оборота неравномерность снижается, затем несколько подрастает, а затем падает почти до нуля. После 10 оборота картина начнет воспроизводиться, т. е. на 11-м обороте к уже напыленному покрытию прибавится слой со степенью неоднородности около 1,4. При этом неоднородность вырастет от почти нуля до 1,03 и затем будет падать до нуля на 20 обороте и т. д. С каждой десяткой оборотов степень неоднородности в целом будет снижаться.

Подобного рода результаты позволяют оптимизировать технологические параметры напыления.

1. *Голосов Д. А., Завадский С. М., Мельников С. Н.* Моделирование процесса нанесения тонких пленок в установках магнетронного распыления с барабанным подложкодержателем // *Физика и химия обработки материалов*. — 2012. — №4. — С. 28–37.
2. *Гавриш С. В., Градов В. М., Кузнецова А. В., Терентьев Ю. И.* Математическое моделирование и исследование импульсных разрядных ламп инфракрасного излучения // *Светотехника*. — 2008. — №5. — С. 14–18.
3. *Градов В. М., Мак А. А., Щербаков А. А.* Расчет оптических характеристик ксеноновой плазмы с учетом влияния продуктов эрозии оболочки // *Оптика и спектроскопия*. — 1977. — Т. 43, №2. — С. 207.
4. *Градов В. М., Иванов В. В., Терентьев Ю. И., Щербаков А. А.* К теории мощного нестационарного ксенонового разряда с учетом испарения стабилизирующих его стенок // *Теплофизика высоких температур*. — 1981. — Т. 19, №1. — С. 28.
5. *Градов В. М., Гавриш С. В., Коробков С. С., Пугачев Д. Ю.* Ультрафиолетовое излучение импульсно-периодических разрядов в инертных газах // *Прикладная физика*. — 2019. — №6. — С. 18–23.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ В СЕЛЕКТИВНО ИЗЛУЧАЮЩИХ КОЛЬЦЕВЫХ ПЛАЗМЕННЫХ СЛОЯХ

В. М. Градов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Работа посвящена моделированию процессов в слое разрядной плазмы, образующейся в зазоре между двумя коаксиальными тонкими оболочками из сапфира. Генераторы излучения подобного типа представляют интерес для фотохимии, когда облучаемое вещество располагается в кювете во внутренней полости системы, или для накачки жидкостных или твердотельных лазеров [1].

Система уравнений математической модели включает уравнения энергии излучающего газа, переноса излучения, электротехнические уравнения контура и дополнительные соотношения [2] для кольцевого слоя. Необходимое информационное оснащение моделирования по теплофизическим, термодинамическим и оптическим свойствам плазмы получено расчетным путем. Спектральный коэффициент поглощения плазмы k'_ν (рис. 1) рассчитан с учетом процессов, определяющих непрерывную и дискретную составляющие с линиями, уширенными различными механизмами [3–5]. На рис. 1 в коэффициенте k'_ν плазмы Cs–Hg–Xe при температуре 4000 К отчетливо прослеживается развитая линейчатая структура спектра для всех рассматриваемых давлений. С ростом температуры плазмы T коэффициент k'_ν резко возрастает (при изменении T от 2000 до 7000 К коэффициент поглощения в диапазоне 3–6 мкм меняется почти на два порядка). По мере увеличения давления линии становятся шире, занимая все более обширные спектраль-

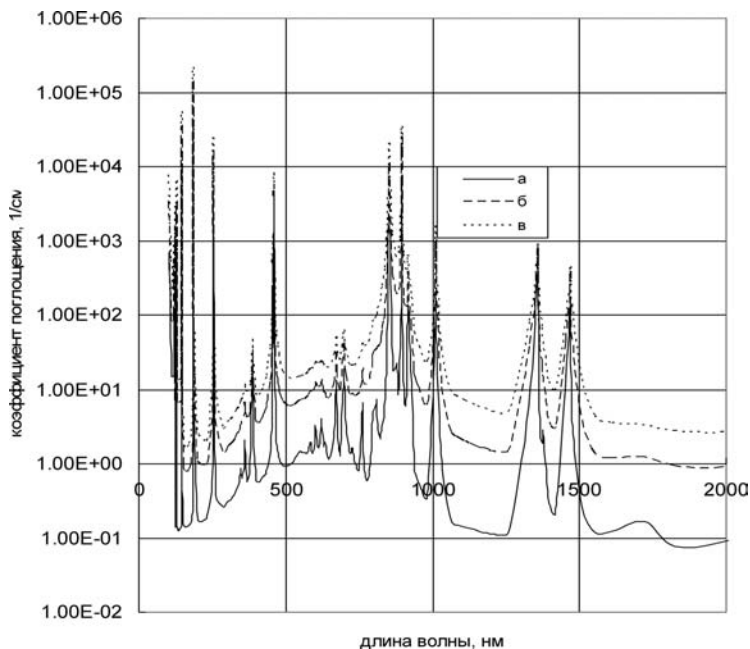


Рис. 1. Коэффициент поглощения плазмы Cs-Hg-Xe. Температура плазмы $T = 4000$ К. Соотношение концентраций тяжелых частиц компонент Cs:Hg и Cs:Xe 1,0 и 1,5, соответственно. Давление: $a - p = 0,1$ МПа; $b - 0,5$ МПа; $v - 1$ МПа

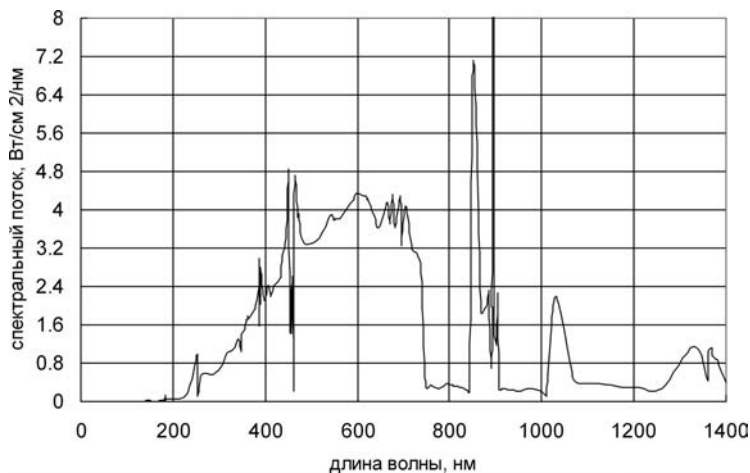


Рис. 2. Спектральное распределение результирующего потока излучения плазмы на внутренней поверхности слоя. Толщина слоя 0,7 см, средняя температура плазмы $\langle T \rangle = 3700$ К

ные области, и образуют перекрывающиеся пакеты, своего рода квазиконтинуумы, налагающиеся на истинный непрерывный спектр [5].

На рис. 2 приведен спектр результирующего потока излучения плазмы на внутренней поверхности слоя, когда в полость системы помещен приемник, слабо поглощающий в полосах 750–845 нм и 910–1010 нм. В итоге в этих областях спектра наблюдаются хорошо выраженные провалы в потоке. Излучение в данных интер-

валах, пройдя через приемник, возвращается в плазменный слой. При больших давлениях и температурах высокая поглощательная способность плазмы приводит к тому, что возвращенное излучение хорошо поглощается в слое, подогревая тем самым плазму, и в результате за счет перераспределения спектральных компонент повышается КПД облучения в производительных областях спектра. Интересно, что, несмотря на отчетливо выраженную линейчатую составляющую суммарного спектра в поглощении (рис. 1), в излучении картина может быть иной. Она формируется оптической плотностью плазмы, а последняя зависит как от распределения коэффициента по радиусу, так и от длины траектории луча в плазме. При больших значениях оптической плотности (более 1–3) линейчатая структура спектра в излучении в известной мере нивелируется, и спектр, представленный на рис. 2 по виду во многом приближается к сплошному.

1. Маршак И. С., Дойников А. С., Жильцов В. П. Импульсные источники света. — М.: Энергия, 1978. — 472 с.
2. Градов В. М., Иванов В. В., Терентьев Ю. И., Щербаков А. А. К теории мощного нестационарного ксенонного разряда с учетом испарения стабилизирующих его стенок // Теплофизика высоких температур. — 1981. — Т. 19, №1. — С. 28.
3. Градов В. М., Мак А. А., Щербаков А. А. Расчет оптических характеристик ксенонной плазмы с учетом влияния продуктов эрозии оболочки // Оптика и спектроскопия. — 1977. — Т. 43, №2. — С. 207.
4. Градов В. М., Гавриш С. В., Коробков С. С., Пугачев Д. Ю. Ультрафиолетовое излучение импульсно-периодических разрядов в инертных газах // Прикладная физика. — 2019. — №6. — С. 18–23.
5. Филиппов М. В., Коробков С. С., Градов В. М., Желаяев И. А. Ультрафиолетовое излучение импульсно-периодических разрядов высокого давления в ксеноне // Математика и математическое моделирование. — 2017. — №6. — С. 54–69.

КРИТЕРИЙ ЦЕЛОСТНОСТИ ЦЕПОЧКИ ПЯТЕН В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

В. А. Гуцин, И. А. Смирнова

ИАП РАН, Москва, Россия

При опрокидывании внутренних океанических волн могут возникать блинно-образные горизонтальные пятна перемешанной жидкости [1]. В потоке с сильно устойчивой стратификацией мгновенное распределение плотности, температуры, солёности по глубине имеет ступенчатый характер, что связано с эффектом плавуности. Пятно перемешанной жидкости имеет повышенную солёность и давление. Горизонтальный размер пятна значительно превышает его размер по вертикали [2–5]. Пятно стремительно образуется и долгое время существует, постепенно сплющиваясь. Избыточное давление внутри пятна вызывает его коллапс в форме интрузий в окружающую океаническую среду. Возникновение и развитие пятен перемешанной жидкости в стратифицированной среде актуально при изучении тонкой структуры океана и атмосферы.

В данной работе рассматривается задача о динамике цепочки пятен перемешанной жидкости в стратифицированной среде, когда пятна расположены горизонтально на некотором расстоянии друг от друга. Под влиянием гидродинамических сил эта цепочка трансформируется в полосу шириной $\pi/2$, если радиус пятна 1. Солёность выбирается в качестве стратифицирующего компонента. Эта

задача представляет интерес для теоретиков с точки зрения теоретической гидродинамики стратифицированной жидкости, для экспериментаторов с точки зрения

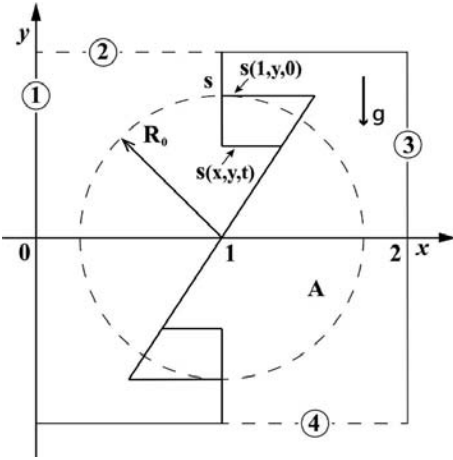


Рис. 1. Начальное $s(1, y, 0)$ и установившееся $s(x, y, t)$ поля возмущения солёности

времени создания стационарного поля, и для ученых-вычислителей с точки зрения проверки качества вычислительных алгоритмов.

Рассмотрим плоскую нестационарную задачу о течении, возникающем при коллапсе (схлопывании по вертикали) горизонтальной цепочки областей однородной жидкости A , окруженной устойчиво и непрерывно стратифицированной по плотности (для определенности — по линейному закону) жидкостью (рис. 1). Решение задачи ищем в прямоугольной области $\{x, y: 0 \leq x \leq 2, -Y \leq y \leq Y\}$ (рис. 1) с условиями периодичности течения на левой и правой границах.

Течение развивается в однородном поле силы тяжести. Решаются уравнения с начальными и граничными условиями в приближении Буссинеска. Невозмущенное линейное распределение плотности:

$$\rho(x, y) = \rho_0 \left(1 - \frac{y}{\Lambda} + s(x, y) \right)$$

характеризуется масштабом стратификации $\Lambda = \left| \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial y} \right) \right|^{-1}$, $a = \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial y} \right)_0 < 0$, частотой плавучести $N = \sqrt{g/\Lambda}$ и периодом плавучести $T_b = 2\pi/N$; $C = \Lambda/R_0$ — отношение масштабов, R_0 — радиус пятна, s — возмущение солёности (стратифицирующего компонента), включающее коэффициент солевого сжатия.

Выбирая в качестве характерного линейного размера радиуса пятна R_0 в момент времени $t = 0$, характерной плотности — плотность ρ_0 в пятне в начальный момент времени, характерного времени N^{-1} , где $N = (-ag)^{0.5}$, перейдем к безразмерным переменным:

$$\tilde{f} = (\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{t}, \tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{p}, \tilde{\rho}), \quad x = \tilde{x}R_0, \quad y = \tilde{y}R_0, \quad t = \tilde{t}/N, \quad u = \tilde{u}R_0N,$$

$v = \tilde{v}R_0N$, $p = \tilde{p}\rho_0R_0^2N^2$, $\rho = \tilde{\rho}\rho_0$. Будем также считать, что p — давление за вычетом гидростатического. Тогда система уравнений, начальные и граничные условия принимают следующий вид (тильда опущена):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} &= -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \Delta \mathbf{v} + \frac{1}{\text{Fr}} s \frac{\mathbf{g}}{g}, \\ \frac{\partial s}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) s &= \frac{1}{\text{Sc} \cdot \text{Re}} \Delta s + \frac{\nu}{C}, \\ \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0, \\ u = v = 0, \quad (x, y) &\in \mathbf{R}^2, \\ \rho = 1, \quad (x, y) &\in A, \\ \rho = 1 - \frac{y}{C} + s, \quad (x, y) &\in \mathbf{R}^2 \setminus A, \end{aligned} \quad s = \begin{cases} \frac{y}{C}, & (x, y) \in A, \\ 0, & (x, y) \in \mathbf{R}^2 \setminus A, \end{cases}$$

$$u = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\partial s}{\partial x} = 0, \quad x = 0,$$

где число Рейнольдса $Re = \rho_0 R_0^2 N / \mu$, число Фруда $Fr = R_0 N^2 / g$, число Шмидта $Sc = \mu / \rho_0 k_s$, k_s — коэффициент диффузии соли, μ — коэффициент динамической вязкости, $C = \Lambda / R_0$ — отношение масштабов.

Для решения задачи используется метод SMIF (Метод расщепления для исследования течений несжимаемой жидкости) [6]. Конечно-разностная схема метода имеет второй порядок аппроксимации по пространственным переменным, минимальную схемную диссипацию и дисперсию, свойство монотонности.

Проведено исследование условий формирования полосы стратифицированной жидкости в зависимости от величины разрыва цепочки пятен, чисел Рейнольдса и Фруда. Исследовано три стадии динамики коллапса цепочки пятен с разрывами. На первой стадии пятно сплющивается и приобретает форму выгнутой полосы, при этом слои возмущения солености не перемешиваются. На второй стадии пятно совершает продолжительные колебательные движения. На третьей, самой длительной, стадии колебания затухают и полоса становится ровной горизонтальной.

1. Филлипс О. М. Атмосферная турбулентность и распространение радиоволн. — М.: Наука, 1967. — С. 130–138.
2. Федоров К. Н. Тонкая термохалинная структура вод океана. — Л.: Гидрометеоздат, 1976. — 184 с.
3. Тернер Дж. Эффекты плавучести в жидкостях. — М.: Мир, 1977. — 432 с.
4. Скорер Р. Аэрогидродинамика окружающей среды. — М.: Мир, 1980. — 551 с.
5. Монин А. С., Ozmidov P. B. Океанская турбулентность. — Л.: Гидрометеоздат, 1981. — 320 с.
6. Гуцин В. А., Смирнова И. А. Математическое моделирование динамики пятен в стратифицированной среде // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2020. — Т. 60, №5. — С. 900–916.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ НА ФОРМИРОВАНИЕ ЭЛАСТИЧЕСКОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ДВУМЕРНОЙ ЯЧЕЙКЕ

В. В. Денисенко, С. В. Фортова

ИАП РАН, Москва, Россия

Целью работы является численное исследование феномена упругой турбулентности в двумерной ограниченной области (квадратной ячейке). Возникновение и развитие турбулентного режима изучается на примере течения Колмогоровского типа. Методами прямого численного моделирования течения вязкоупругой среды при очень малых числах Рейнольдса обнаруживается, что при определенных условиях течение переходит в так называемый упругий турбулентный режим.

Как известно, полимерный раствор обладает необычными реологическими свойствами, связанными с упругими свойствами полимеров [1–3]. Эти свойства проявляются в том случае, когда полимеры оказываются сильно растянутыми. Сильное растяжение происходит как в ламинарных, так и в хаотических потоках. Эффективность растяжения определяется безразмерным числом Вайссенберга Wi , равным отношению s/γ_0 , где s — характерный градиент скорости, а γ_0 — темп линейной релаксации полимеров. Сильное растяжение полимеров (coil-stretch transition) происходит при $Wi \sim 1$. При дальнейшем увеличении Wi возможен переход в состояние

эластической турбулентности, которое является хаотическим состоянием с сильными флуктуациями потока. Нас будут интересовать характеристики эластической турбулентности.

Полная система гидродинамических уравнений, описывающих течение упругой среды, представляет собой совокупность законов сохранения массы, импульса и энергии

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) &= 0, \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \mathbf{V}) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho G \sin ky + \mu \Delta u + An \frac{\partial}{\partial x} (R^x)^2 + An \frac{\partial}{\partial y} [\gamma(R) R^y R^x], \\ \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v \mathbf{V}) &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho G \sin kx + \mu \Delta v + An \frac{\partial}{\partial y} (R^y)^2 + An \frac{\partial}{\partial x} [\gamma(R) R^y R^x], \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho V^2 + e) + \nabla \cdot \left(\mathbf{V} \left(\frac{\rho V^2}{2} + p + e \right) \right) &= \rho G v \sin kx + \rho G u \sin ky + \partial_k \Pi^{ik}, \quad (1) \\ \frac{\partial R^x}{\partial t} + u \frac{\partial R^x}{\partial x} + v \frac{\partial R^x}{\partial y} - R^x \frac{\partial u}{\partial x} - R^y \frac{\partial u}{\partial y} + \gamma(R) R^x &= 0, \\ \frac{\partial R^y}{\partial t} + u \frac{\partial R^y}{\partial x} + v \frac{\partial R^y}{\partial y} - R^x \frac{\partial v}{\partial x} - R^y \frac{\partial v}{\partial y} + \gamma(R) R^y &= 0, \\ \mathbf{V} = (u, v)^T, \quad \Pi_e^{ik} = An \gamma(R) R^k R^i, \quad \Pi^{ik} = \Pi_v^{ik} + \Pi_e^{ik}, \quad \gamma(R) = \frac{\gamma_0}{1 - R^2/R_m^2}. \end{aligned}$$

К известным уравнениям Навье–Стокса добавляются члены, описывающие процесс влияния полимерного раствора на поток. Также в систему уравнений добавляются уравнения, описывающие эволюцию состояния полимерного раствора. Состояние раствора описывается вектором растяжения полимерных молекул $\mathbf{R} = (R^x, R^y)$. В уравнениях эволюции вектора \mathbf{R} присутствует т.н. коэффициент релаксации полимерных молекул $\gamma(R)$, в выражение для которого входит член, обозначенный как R_m — величина максимального растяжения полимеров. Система (1) замыкается уравнением состояния идеальной среды $p = (\gamma - 1)\rho e$, $\gamma = 7/5$.

Система (1) решалась гибридным методом — ее гидродинамическая часть аппроксимировалась простейшей линеаризацией Годунова [4], а система, описывающая эволюцию поля вектора растяжений полимерных молекул — конечно-разностным методом. Для повышения устойчивости численной методики в правую часть системы уравнений эволюции поля растяжений полимеров \mathbf{R} был добавлен диффузионный член $C_d \Delta R^i$.

В работе численно исследовано влияние граничных условий и концентрации полимерных молекул An на характеристики течения. Увеличение An приводит к тому, что течение становится более неустойчивым. Также исследовано влияние одного из важных параметров задачи — числа Wi на устойчивость течения и формирования турбулентного режима течения.

1. *Berti S., Bistagnino A., Boffetta G., Celani A., Musacchio S.* Small scale statistics of viscoelastic turbulence // *Europhysics Letters.* — 2006. — V. 76(1).
2. *Berti S., Bistagnino A., Boffetta G., Celani A., Musacchio S.* Two-dimensional elastic turbulence // *Phys. Rev. E.* — 2008. — V. 77. — 055306(R).
3. *Berti S., Boffetta G.* Elastic waves and transition to elastic turbulence in a two-dimensional viscoelastic Kolmogorov flow // *Phys. Rev. E.* — 2010. — V. 82. — 036314.
4. *Godunov S., Denisenko V., Klyuchinskiy D., Fortova S., Shepelev V.* Study of Entropy Properties of a Linearized Version of Godunov's Method // *Computational Mathematics and Mathematical Physics.* — 2020. — V. 60. — P. 628–640. — DOI: 10.1134/S0965542520040089.

ВОСПРИИМЧИВОСТЬ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЕ К ПРОСТРАНСТВЕННЫМ АКУСТИЧЕСКИМ ВОЗМУЩЕНИЯМ*

И. В. Егоров, Н. В. Пальчевская

МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия

Целью работы является изучение восприимчивости пограничного слоя на плоской пластине к внешним акустическим возмущениям, приводящим к возбуждению первой моды Мэка [1]. Возбуждение этой моды моделировалось с помощью внешних акустических волн в трехмерной постановке. Для этого был выбран режим обтекания с числом Маха набегающего потока $M = 3$, единичным числом Рейнольдса $Re_1 = 2 \cdot 10^7$, температурой набегающего потока $T_{inf} = 80$ К и температурой стенки, близкой к адиабатической. Выбор режима связан с тем, что при данных параметрах в пограничном слое доминируют трехмерные неустойчивые волны первой моды Мэка.

Набегающий поток направлен под нулевым углом к пластине, что приводит к формированию ударной волны в поле течения. Для изучения процесса восприимчивости во внешний поток внесены возмущения в виде трехмерных акустических волн. На основе полей невозмущенного течения и линейной теории устойчивости (LST) были выбраны частоты и волновые числа внешних акустических волн, приводящих к возбуждению неустойчивой первой моды Мэка в пограничном слое на плоской пластине. Численное моделирование основано на решении системы уравнений Навье–Стокса в пространственной постановке с использованием оригинального пакета программ [2], который реализует неявный метод конечного объема с аппроксимацией второго порядка по пространству и времени.

Достоверность полученных результатов доказаны с помощью верификации по сеткам и сравнением с линейной теорией устойчивости. Для данных значений невозмущенного течения на внешней границе пограничного слоя вычислялся автомодельный пограничный слой и характеристики его устойчивости. Сначала рассчитывались распределения максимального продольного волнового числа, максимальной частоты и максимального трансверсального волнового числа $\alpha_{max}(R, \omega_{max}, \beta_{max})$, $\omega_{max}(R)$, $\beta_{max}(R)$. Затем вычислялись инкременты и интегральные усиления (N-факторы) при различных частотах ω и трансверсальных волновых числах β , соответствующих β_{max} . Для $AoA = 0^\circ$ расчеты выполнены при температуре на внешней границе пограничного слоя $T_e = T_{inf} = 80$ К, числе Маха на внешней границе пограничного слоя $M_e = 3$ и числе Рейнольдса на внешней границе пограничного слоя $Re_e = 2 \cdot 10^7$. Из семейства кривых нарастания выбрана такая, при которой N-фактор равен $N \sim 9,16$.

Для случая $AoA = 0^\circ$ частота акустической волны выбиралась $\omega = 172,82$, трансверсальное волновое число $\beta = 815,26$.

Расчеты выполнены для малого значения амплитуды внешней медленной акустической волны $dP_{ext} = 4 \cdot 10^{-7}$, что обеспечивает линейность механизма восприимчивости. Быстрая акустическая волна не приводит к росту возмущений согласно LST, поэтому в данной работе она не рассматривалась. Распределения модуля возмущения давления на стенке при $z = 0$ нормированы так, чтобы в окрестности

*Работа выполнена в Московском физико-техническом институте при поддержке гранта РФФИ №21-19-00307.

минимума, который близок к точке потери устойчивости, амплитуда возмущений давления $\text{abs}(dP)_w = 1$.

На рис. 1 нормированные распределения, полученные с помощью прямого численного моделирования (DNS), сравниваются с распределением, полученным на основе линейной теории устойчивости (LST). Видно, что линейная теория устойчивости хорошо предсказывает линейный рост возмущения. Далее начинается нелинейное насыщение DNS распределения и его стохастизация. Данное распределение позволяет вычислить коэффициент восприимчивости пограничного слоя к акустическим возмущениям: $C_{recept} = 6,6$.

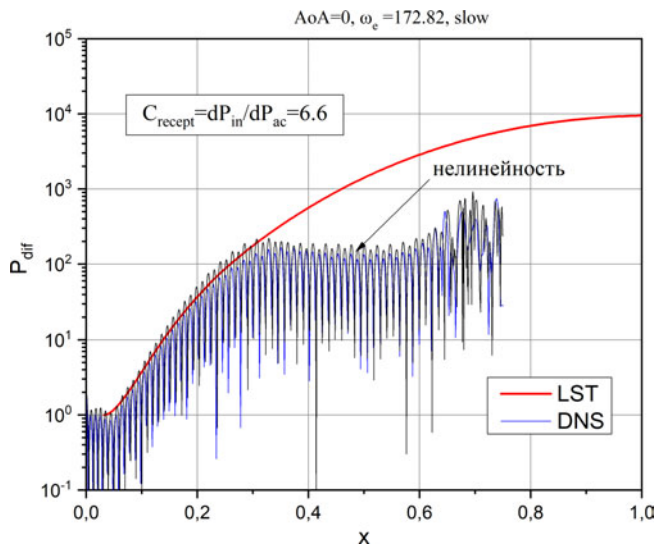


Рис. 1. Нормированные DNS распределения модуля пульсаций давления на стенке и LST распределение $\exp(N)$

На рис. 2 представлено поле возмущений давления на поверхности пластины для рассматриваемого режима обтекания. Гармоническое возмущение в набегающем потоке проходит через ударную волну и проникает в пограничный слой, где возбуждает неустойчивость, характерную для первой моды Мэка. Данное поле демонстрирует этапы развития возмущения, проходящего сначала линейную фазу, и далее при $x > 0,5$ можно наблюдать нелинейное развитие возмущений.

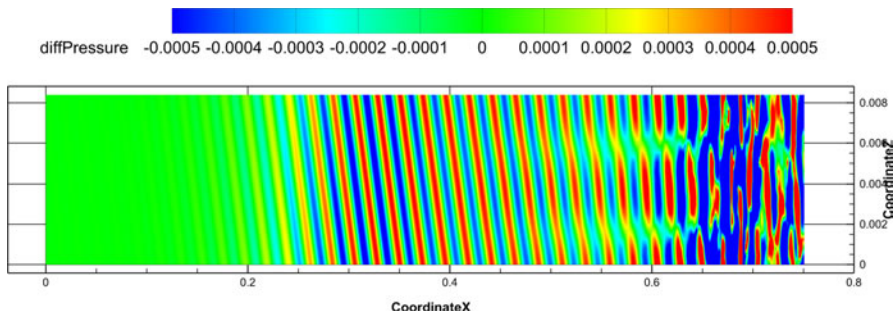


Рис. 2. Поле возмущений давления на поверхности пластины для медленной акустической волны с амплитудой

С помощью полученных коэффициентов восприимчивости для первой моды Мэка можно вычислить начальные амплитуды неустойчивых мод и, используя линейную теорию устойчивости, предсказывать начало ламинарно-турбулентного перехода (ЛТП) в рамках физически обоснованного амплитудного метода.

1. Mack L. M. Linear stability theory and the problem of supersonic boundary layer transition // AIAA J. — 1975. — V. 13. — P. 278–289.
2. Егоров И. В., Новиков А. В. Прямое численное моделирование ламинарно-турбулентного обтекания плоской пластины при гиперзвуковых скоростях потока // ЖВММФ. — 2016. — Т. 56, №6. — С. 145–162.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ДИНАМИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ ПРИ ОБОСНОВАНИИ ПРОЧНОСТИ ОБОРУДОВАНИЯ РУ

М. Н. Ереев, К. А. Лонин, В. Л. Патрушев, Д. В. Савчук, С. А. Соловьев

АО «ОКБМ Африкантов», Нижний Новгород, Россия

В соответствии с требованиями нормативных документов [1–3] при проектировании оборудования реакторных установок (РУ) для их безопасной эксплуатации и при обосновании прочности должны быть рассмотрены внешние динамические воздействия природного или техногенного характера (сейсмические, ударные) и внутренние, связанные с вибрацией самого оборудования, а так же внешних источников.

Экспериментальная отработка изделий в обоснование динамической защищенности на опытных образцах в процессе проектирования в АО «ОКБМ Африкантов» заменяются численными экспериментами с использованием САД и САЕ программных средств и разработкой элементов цифровых двойников. Учитывая трехмерный характер динамического воздействия, разрабатываются 3D конструкторские и расчетные компьютерные модели (РУ и оборудования). При обосновании динамической защищенности применяются разработанные две концепции компьютерного моделирования и поэтапное проведение работ: 1) моделирование объекта исследования в целом с входящим в него упрощенных моделей оборудования и деталей; 2) моделирование отдельного оборудования с использованием подробных моделей отдельных деталей, сборочных единиц с элементами крепления.

В настоящее время известен целый ряд как отечественных (ЛОГОС-прочность), так и зарубежных кодов, таких как ANSYS, LS-DYNA, MSC.ADAMS и др., имеющие широкие функциональные возможности и позволяющие решать задачи анализа динамики колебательных процессов конструкций.

Несмотря на кажущуюся простоту решения с использованием численных методов, математические модели объективно не могут абсолютно точно отразить все условия реализации динамических процессов объекта. Степень совпадения расчетных и натуральных экспериментов зависит от точности измерительной аппаратуры, применяемой в эксперименте, помех в объекте исследования, а также от того, насколько точно выполняются допущения, на основе которых разработана расчетная модель и насколько точно соответствуют реальным значениям параметры и исходные условия, задаваемые в расчетной модели. Чтобы исключить хотя бы часть возможных причин различий результатов верификационных расчетов и экспериментов, определено, что необходимо предварительно провести технически возможные специальные или использовать ранее выполненные эксперименты по

идентификации параметров расчетной модели, например, путем экспериментального определения модальных характеристик. Верификация модальных характеристик отдельного оборудования проводится на специальных стендах (вибрационных, ударных) АО «ОКБМ Африкантов».

При моделировании процессов динамического воздействия в расчетной модели в случае большой нагруженности конструкции используются адекватные современные модели упругопластического деформирования конструкционных материалов. Для повышения ударостойкости и снижения вибронрузок крепление оборудования осуществляется с использованием различных демпферов и виброизоляторов. Их характеристики в основном нелинейные и задаются соответствующими диаграммами статического, вибрационного и ударного деформирования. Моделирование динамического воздействия в различных программных средствах (ПС) проводится: заданием изменения ускорения от времени на узлы крепления оборудования; приложением меняющихся со временем перемещений и сил. При отсутствии в ПС возможности задания ускорений непосредственно на узлы крепления динамическое воздействие можно задать следующим образом. Первый — дважды проинтегрировав зависимость ускорения от времени получить значения перемещений от времени и использовать их в качестве исходных данных. Второй — это создание большой массы M (настолько, чтобы масса оборудования была бы пренебрежимо мала) в основании узла крепления оборудования и приложения к ней изменяющихся с течением времени сил $F(t)$, значения которых являются прямо пропорциональными ускорению: $F(t) = M \cdot a(t)$.

Моделирование вибрационного воздействия проводится с учетом различных факторов, основными из которых являются: остаточная неуравновешенность роторов, действие электромагнитных сил, колебания трубопроводов, действие гидравлических сил, ходовая вибрация. Так же могут быть заданы обобщенные параметры внешнего вибрационного воздействия (например, по ГОСТ 30631-99, 30546.1-98).

Расчетный анализ напряженно-деформированного состояния и оценка прочности проводятся в соответствии с требованиями нормативных документов [1–4] с использованием верифицированных АО «ОКБМ Африкантов» и аттестованных программных средств.

С использованием изложенных подходов к моделированию процессов динамического нагружения решены многие актуальные задачи по обоснованию динамической прочности оборудования РУ, разработанного АО «ОКБМ Африкантов».

Характерные примеры реализации данной методологии при разработке оборудования различного конструктивного исполнения: 1) разработка компьютерной модели РУ типа РИТМ-200 (с ее верификацией на натурном объекте) в обоснование вибропрочности и сейсмостойкости блоков биологической защиты и исполнительных механизмов системы управления и защиты (ИМ СУЗ); 2) разработка компьютерных моделей шкафов управления электронасосами и ИМ СУЗ для анализа динамической прочности электронных компонент и узлов их креплений; 3) разработка компьютерной модели блока арматуры с трубопроводами систем РУ с целью обоснования динамической прочности применяемой арматуры.

1. ПНАЭ Г-7-002-86. Номы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок. — М.: Энергоатомиздат, 1989.
2. РП-ОИРУ-ПАС-04. Руководство по расчетам на прочность элементов оборудования и изделий реакторных установок с водным теплоносителем плавучих атомных станций.
3. НП-031-01. Нормы проектирования сейсмостойкости атомных станций. — М.: Госатомнадзор, 2002.

ГЕНЕРАЦИЯ ОБЪЕКТОВ И КВАЗИСТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТОК НА ОСНОВЕ ОТКРЫТОГО ПАКЕТА GMSH И МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ ДЛЯ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ПРИЛОЖЕНИЙ*

М. К. Ермаков¹, И. А. Крюков^{1,2}

¹ИПМех РАН, Москва, Россия; ²МАИ, Москва, Россия

Построение квазиструктурированных сеток для аэрокосмических приложений [1, 2] предполагает использование трансфинитных преобразований в подобластях гексаэдральной топологии. Для построения относительно простых объектов и таких подобластей вокруг них удобно использовать геометрический модуль открытого пакета генерации сеток Gmsh [3, 4]. В состав пакета Gmsh входят два геометрических ядра: свое собственное простое ядро и OpenCASCADE. Для геометрических построений на основе геометрического ядра OpenCASCADE используются аффинные преобразования, операции выталкивания по направлению, углу или траектории, булевские операции, трансфинитные преобразования, создание пограничного слоя [5]. На рис. 1 и 2 представлены образцы квазиструктурированных сеток внутри сопла и вокруг усеченного конуса с цилиндром, соответственно. Выделение блоков на оси вращения позволяет избегать элементов с неоправданно малыми линейными размерами. Альтернативным способом построения объектов и подобластей гексаэдральной топологии является использование полноценной САД-системы с передачей данных в генератор сетки в формате STEP.

Математическое моделирование течений на гексаэдральных ячейках осуществлялось верифицированным и валидированным пакетом hySol, предназначенным для расчета высокоскоростных течений на пространственных неструктурированных сетках [6, 7]. На рис. 3 представлено поле течения внутри и за соплом, представленным на рис. 1, при отношении давления в камере сгорания к атмосферному 50 и температуре газа в камере сгорания 3820 К. Для расчета использовалась сетка, состоящая из 1,85 млн ячеек.

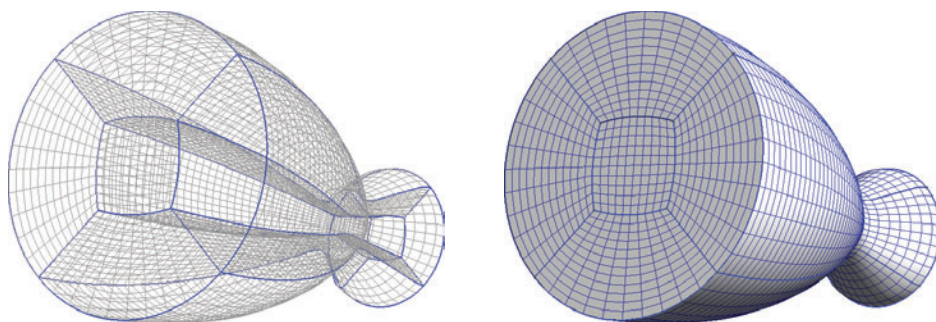


Рис. 1. Пространственная квазиструктурированная сетка внутри сопла

При заданных параметрах диск Маха образуется вблизи среза сопла. Внутри сопла поток ускоряется и перед диском Маха число Маха течения достигает 6, а температура понижается до 400 К. В таком режиме граница образующей струи становится неустойчивой, что приводит к образованию вихревых структур на некотором удалении от среза сопла и, в дальнейшем, к переходу к турбулентности.

*Работа выполнена по теме государственного задания (номер госрегистрации АААА-А20-120011690135-5).

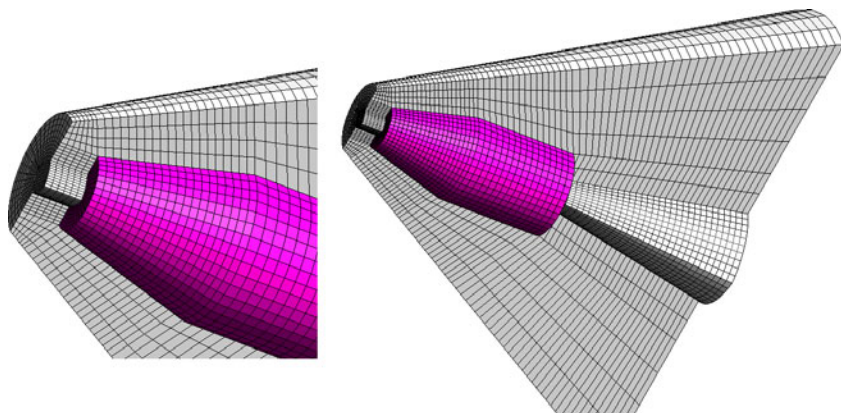


Рис. 2. Пространственная квазиструктурированная сетка для области обтекания вокруг усеченного конуса с цилиндром: фрагмент (слева) и полный вид (справа)

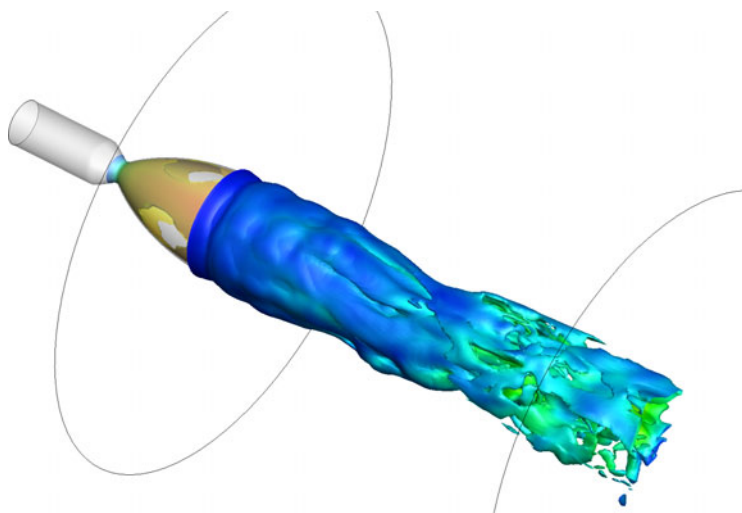


Рис. 3. Течение газа из сопла в затопленное пространство

На рис. 3 показаны изоповерхности завихренности, по которым хорошо видна потеря устойчивости и образование вихревых структур.

Опыт использования технологии построения геометрии объектов и квазиструктурированных сеток внутри Gmsh проявил свою эффективность для относительно простых геометрических форм для дальнейшего анализа течений на основе неструктурированного пространственного аэродинамического солвера.

1. Железнякова А. Л., Суржиков С. Т. На пути создания модели виртуального ГЛА. — М.: ИПМех РАН, 2013. — 160 с.
2. Молчанов А. М., Щербаков М. А., Янышев Д. С. и др. Построение сеток в задачах авиационной и космической техники. — М.: МАИ, 2013. — 260 с.
3. Geuzaine G., Remacle J. F. Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities // Int. J. Numer. Methods Engineering. — 2009. — V. 79(11). — P. 1309–1331.
4. URL: <http://gmsh.info>.

5. Ермаков М. К., Крючкова А. С. Генерация неструктурированных тетраэдральных сеток для обтекания летательных аппаратов на основе открытых пакетов // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2020. — Т. 21, вып. 2. — URL: <http://chemphys.edu.ru/issues/2020-21-2/articles/897/>.
6. Крюков И. А., Иванов И. Э., Ларина Е. В. Программный комплекс расчета высокоскоростных течений hySol // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2021. — Т. 22, вып. 1. — URL: <http://chemphys.edu.ru/issues/2021-22-1/articles/902/>.
7. Ермаков М. К., Крюков И. А. Верификация и валидация аэродинамических расчетных комплексов на примере задачи обтекания острых и затупленных конусов // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2021. — Т. 22, вып. 4. — URL: <http://chemphys.edu.ru/issues/2021-22-4/articles/944/>.

ПРИМЕНЕНИЕ СТРУКТУРНО-ЭЛЕМЕНТНОГО МЕТОДА МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ К ПОСТРОЕНИЮ АЛГОРИТМОВ РАСЧЕТА БЛОЧНЫХ СОСТАВНЫХ СТРУЙ

В. Д. Ильин, А. П. Маштаков

БГТУ «Военмех», Санкт-Петербург, Россия

Во многих современных научных работах, посвященных изучению газодинамических процессов, приводится мысль, что вычислительный эксперимент может рассматриваться как новая технология и методология в научных и прикладных исследованиях. В качестве аргументации авторы ссылаются на накопленную к настоящему времени достаточно мощную теоретическую и экспериментальную базу знаний, а также опыт широкого применения в последние десятилетия компьютерного моделирования уравнений движения вязкой жидкости (Навье–Стокса).

Известно, что технология вычислительного эксперимента основана на методологии А. А. Самарского, сформулированной в виде последовательности трех этапов математического моделирования «модель–алгоритм–программа». Слабость в одном звене технологического цикла, каждое из которых формируется так, чтобы в короткое время с заданной точностью получить адекватное количественное и качественное описание поведения изучаемого объекта в реальных условиях, влечет за собой слабость в остальных звеньях.

В монографии [1] совершенно справедливо отмечено, что появление персональных компьютеров дало толчок к развитию информационной технологии вычислительного эксперимента, предусматривающей поддержку пользовательского интерфейса, распределение вычислительных ресурсов (метакомпьютеринг, сетевые grid-технологии, облачные вычисления) и применение многопроцессорных вычислительных систем.

Однако, общепризнанным фактом является то, что вычислительный эксперимент не может заменить натурный, даже при использовании всего многообразия математических моделей (многомерные, многофазные течения, учет физико-химических реакций). Поэтому целый ряд расчетных методик для оценки тех или иных газодинамических процессов при проектировании изделий базируется на накопленных эмпирических знаниях, полученных в ходе натуральных экспериментов или масштабного моделирования.

Процесс проектирования нового изделия и новой техники неразрывно связан с математическим моделированием и проведением расчетно-теоретического обоснования работоспособности, прочности и надежности этого изделия. В целом ряде

литературы, посвященной предметной области расчета газодинамических процессов при страте [2] отмечается, что ключевым фактором в достижении точности и скорости проектирования является полная интеграция расчетных технологий в процесс проектирования и увеличение быстродействия этих расчетных технологий. Интеграция расчетных технологий в процесс проектирования в настоящий момент достигается за счет применения прикладного-программного обеспечения (ППО) для проведения инженерных расчетов, например, Ansys максимально интегрированных с САПР твердотельного проектирования таких как ProEngenier, SolidWorks и др., при этом большинство САПР, зачастую, имеют свои интегрированные расчетные приложения.

Основными преимуществами специализированного расчетного ППО, основанного на конечно-элементном методе математического моделирования, являются массовость применения, универсальность в постановке задач, возможность решения связанных задач (мультифизичность) из разных областей механики, пониженные требования к квалификации пользователя в области вычислительных методов, возможность решать сложные пространственные задачи произвольной геометрии и др. Главным недостатком зачастую выступает длительность времени расчетов, которая зависит как от сложности конфигурации расчетной области и ее размеров (количество расчетных ячеек), так и от требуемой точности.

К настоящему моменту времени расчет одиночной сверхзвуковой струи не представляет особой сложности, так как размеры расчетной области могут быть ограничены в том числе за счет решения задачи в осесимметричной постановке. В случае расчета блочных и составных струй, когда необходимо решение задачи в трехмерной постановке время расчета одного варианта может составлять несколько часов. А если необходимо рассчитывать газодинамическое воздействие на стартовые сооружения с учетом физико-химических превращений, то расчеты одного варианта могут занимать десятки часов.

В этой связи остается актуальной в прикладном аспекте проблема создания для решения инженерных задач в интересах промышленности методов, алгоритмов, реализующих эти методы, и программ расчета струйных течений, обладающих высоким быстродействием при сохранении приемлемой точности. Для данной задачи был выбран структурно-элементный метод (СЭМ) — разработанный для моделирования газоструйных течений и газодинамических расчетов, он, в отличие от методов конечных элементов, опирается на аналитический способ построения структуры сверхзвукового течения, с последующим вычислением параметров во всех областях потока [3]. Структурно-элементный метод зарекомендовал себя при решении целого ряда задач как стартовой газодинамики, так и других технических направлений [4, 5], как удовлетворяющий требованиям точности и быстродействия. Решение задачи расчета блочных струй будет являться дальнейшим развитием и совершенствованием метода.

1. Волков К. И., Емельянов В. Н. Вычислительные технологии в задачах механики жидкости и газа. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. — 468 с.
2. Бирюков Г. П., Бут А. Б., Хотулев В. А., Фадеев А. С. Газодинамика стартовых комплексов. — М.: РЕСТАРТ, 2012. — 364 с.
3. Афанасьев Е. В., Балобан В. И., Бобышев С. В., Добросердов И. Л. Структурно-элементное моделирование газодинамических процессов при старте ракет. — СПб.: Балт. гос. техн. ун-т, 2004. — 416 с.
4. Иванов Д. А., Засухин О. Н. Газоимпульсная обработка машиностроительных материалов без предварительного нагрева // Двигателестроение. — СПб., 2010. — №2. — С. 20–22.
5. Иванов Д. А., Засухин О. Н. Сочетание закалки сталей с обработкой пульсирующими газовыми потоками // Двигателестроение. — СПб. — 2015. — №4. — С. 34–36.

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ КОНФИГУРАЦИИ И МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ УГЛУБЛЕНИЙ ПОД СМАЗОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ*

А. А. Каменских, Ю. О. Носов

ПНИПУ, Пермь, Россия

Развитие научно-технического прогресса в транспортной отрасли привело к появлению широкого набора задач направленных на увеличение несущей способности и безремонтных сроков работы элементов мостовых сооружений [1]. Стремительный рост парка автомобилей оказал значительное влияние на нагрузки, которые воспринимают элементы транспортных систем [1], и требования по эксплуатационным характеристикам узлов трения мостовых сооружений [2]. Основные направления исследований в рамках рационализации геометрических конфигураций ответственных элементов мостостроительных конструкций (опорных частей мостов) воспринимающих вертикальные и горизонтальные нагрузки от мостового пролета, а так же внешние воздействия отражены в [3]. Одним из актуальных направлений исследований является анализ влияния геометрии и местоположения углублений под смазку в антифрикционных полимерных прослойках опорных частей мостов. В данной работе реализовано численное моделирование углублений под смазку в сферической поверхности скольжения опорной части мостового пролета (рис. 1). А так же выполнена оценка влияния геометрии углублений и их местоположения на деформационное поведение конструкции опорной части (рис. 2).

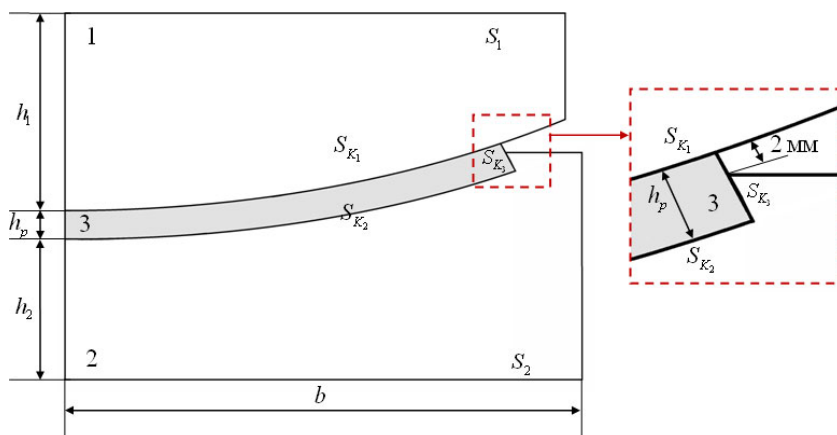


Рис. 1. Сферическая опорная часть

Узел трения сферической опорной части состоит из стальных плит (1–2) и полимерной антифрикционной прослойки (3), на которую нанесены технологические углубления под смазочный материал (4). Рассматривается сферическая опорная часть производства ООО «АльфаТех» (г. Пермь, Россия), рассчитанная на нормативную вертикальную нагрузку 1000 кН.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект №22-29-01313).

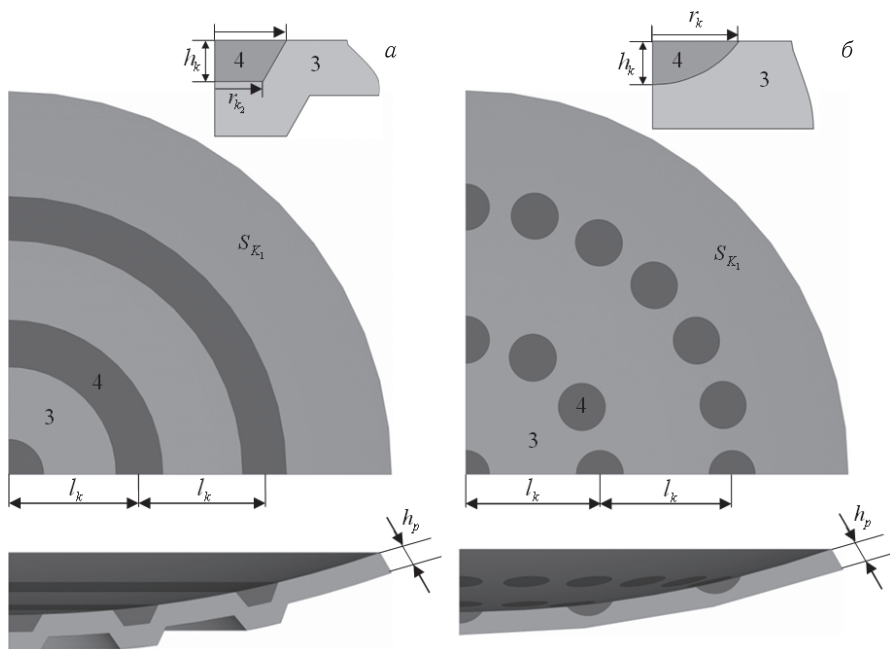


Рис. 2. Полимерная прослойка (3) с углублениями под смазочный материал (4): а — кольцевые канавки; б — сферические лунки

Антифрикционная прослойка изготовлена из модифицированного гамма-излучением фторопласта [4] толщиной $h_p = 4$ мм. Стандартная геометрия антифрикционного слоя включает три ряда кольцевых канавок с расстоянием между рядами $l_k = 22$ мм. На первом этапе исследования углубления в виде сферических лунок имеют такое же количество рядов и расположение, как у кольцевых канавок.

Кольцевые канавки: $h_k = 3$ мм — максимальная глубина; верхний радиус $r_{k1} \approx 5,9$ и $3,95$ мм и нижний радиус $r_{k2} \approx 4,2$ и $2,2$ мм центрального и нецентральных углублений соответственно. Сферические лунки: $h_k = 2$ мм — максимальная глубина; $r_k = 4$ мм — радиус.

Углубления под смазку в виде кольцевых канавок приводят к усложнению технологического процесса производства. При реализации углублений под смазку в виде сферических лунок поверхности скольжения $S_{K1} - S_{K2}$ остаются сферическими, что значительно упрощает технологический процесс.

На втором этапе исследования рассматривалось влияние расстояния между тремя рядами лунок на напряженно-деформированное состояние конструкции, l_k варьировалось от 12 до 28 мм. На третьем этапе исследования рассматривалось заполнение прослойки (3) максимально возможным числом рядов лунок.

Установлено, что опорные части с углублениями под смазочный материал в виде сферических лунок обладают рядом преимуществ: более равномерное распределение параметров контакта по поверхностям скольжения; интенсивности пластических деформаций прослойки, перемещений по нормали к торцу слоя скольжения и осадка опорной части меньше, чем у конструкции с кольцевыми канавками под смазку.

В рамках исследования установлено, что наиболее благоприятными характеристиками деформационного поведения обладает конструкция с максимальным количеством рядов лунок под смазку (5 рядов) при расстоянии между рядами 12 мм.

1. Гавриленко Н. Г. Особенности развития транспортного комплекса России в современных условиях // Вестник СибАДИ. — 2012. — Т. 5, №27. — С. 123–129.
2. Шестовицкий Д. А. Обоснование надежности и сроков службы проектируемых мостов // Дороги и мосты. — 2021. — №2. — С. 203–227.
3. Adamov A. A., Kamenskikh A. A., Strukova V. I. Influence of geometry and configuration of the spherical sliding layer of bridge bearings on the structure working capacity // Computational Continuum Mechanics. — 2021. — V. 14, No. 3. — P. 289–299.
4. Adamov A. A., Kamenskikh A. A., Pankova A. P. Influence analysis of the antifricition layer materials and thickness on the contact interaction of spherical bearings elements // Lubricants. — 2022. — V. 10, No. 2. — Art. 30.

КОНСЕРВАТИВНОЕ СГЛАЖИВАНИЕ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО РЕШЕНИЯ 3D-ЗАДАЧ ДИНАМИКИ КОНСТРУКЦИЙ НА ОСНОВЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОГО АНАЛИЗАТОРА МОНОТОННОСТИ*

А. И. Кубец, А. В. Демарева, Ю. А. Калинина

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Для исследования динамического напряженно-деформированного состояния композитных конструкций, включающих демпфирующие элементы из древесины [1, 2], разработана процедура сглаживания нефизичных осцилляций численного решения трехмерных нелинейных задач на основе пространственно-временного анализатора монотонности. Определяющая система уравнений формулируется в переменных Лагранжа. Уравнение движения выводится из баланса виртуальных мощностей работы. Упругопластическое деформирование конструкционных материалов описывается соотношениями теории течения с изотропным упрочнением [3]. Древесина, моделируется как однонаправлено армированный материал и представляется в виде совокупности армирующих волокон и матрицы, уравнения состояния для которых устанавливаются отдельно [1]. Для решения задачи применяется метод конечных элементов с явной конечно-разностной схемой интегрирования по времени типа «крест» [4–6].

Для сглаживания нефизичных осцилляций предложен алгоритм с пространственно-временным анализатором немонотонности. Суть этого алгоритма заключается в следующем. Численное решение осуществляется по схеме «предиктор–корректор». На этапе «предиктор» по явной конечно-разностной схеме типа «крест» определяются предварительные значения компонент скорости перемещений на новом временном слое. Предполагается, что в узлах конечно-элементной сетки перед выполнением процедуры сглаживания численного решения сохранены компоненты скорости перемещений на предыдущем временном слое. Обработка поля скоростей перемещений узлов конечно-элементной сетки осуществляется в следующем порядке.

В конечных элементах сетки расчетной области просматриваются все пары узлов, образующие ребра. В каждом узле определяются компоненты ускорения в общем базисе на текущем временном интервале. Условие монотонности предполагается выполненным, если произведение ускорений соседних узлов положительно. На ребре конечно-элементной сетки между узлами вычисляется поток количества

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №20–08–00455_а.

движения, который корректируется с учетом условия монотонности [7, 8]. Определяется поток количества движения в узле конечно-элементной сетки как разность потоков примыкающих к узлу ребер. Осуществляется коррекция компонент скорости перемещений [7, 8].

На основе предложенного алгоритма разработаны программные модули для вычислительного комплекса «Динамика-3» (Вычислительный комплекс «Динамика-3». Научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности. Аттестационный паспорт программного средства. Регистрационный паспорт аттестации ПС №325 от 18.04.2013).

Для верификации разработанной методики рассмотрена в трехмерной постановке одномерная задача о прохождении волны сжатия по закрепленному упругому слою. Для сравнения получены результаты численного решения задачи по схеме «крест» без сглаживания, с линейной вязкостью, с консервативным сглаживанием с применением пространственного [7–9] и пространственно — временного анализаторов монотонности. Анализ результатов решения показывает следующее. Численный расчет разрывных решений без вязкости по явной схеме второго порядка точности носит осциллирующий характер (амплитуда осцилляций достигает 30% и более). Линейная вязкость сильно сглаживает фронты импульса и понижает его амплитуду. Расхождение результатов решения задачи с консервативным сглаживанием с пространственным [7–9] и пространственно-временными анализаторами монотонности в описании фронтов импульса не превышает 5%.

Решена в трехмерной постановке задача проникания упругого цилиндра в круглую стальную пластину. В этой задаче без применения процедуры консервативного сглаживания численного решения, конечные элементы пластины в зоне соударения значительно искажаются, что приводит к досрочному прерыванию счета.

1. *Беженцева М. В., Вуцин Л. И., Кибец А. И., Крушка Л.* Конечно-элементная методика численного моделирования упругопластического деформирования древесины при ударном нагружении // Проблемы прочности и пластичности. — 2020. — Т. 82, №4. — С. 428–441.
2. *Баженов В. Г., Гоник Е. Г., Кибец А. И., Шошин Д. В.* Устойчивость и предельные состояния упругопластических сферических оболочек при статических и динамических нагружениях // Прикладная механика и техническая физика. — 2014. — Т. 55, №1. — С. 13–22.
3. *Волков И. А., Коротких Ю. Г.* Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 424 с.
4. *Гоник Е. Г., Кибец А. И., Петров М. В., Федорова Т. Г., Фролова И. А.* Влияние аппроксимации диаграммы деформирования на критические нагрузки при поперечном изгибе цилиндрической оболочки // Проблемы прочности и пластичности. — 2017. — Т. 79, №2. — С. 169–181.
5. *Баженов В. Г., Кибец А. И., Цветкова И. Н.* Численное моделирование нестационарных процессов ударного взаимодействия деформируемых элементов конструкций // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 1995. — №2. — С. 20–26.
6. *Vazhenov V. G., Demareva A. V., Zhestkov M. N., Kibets A. I.* Special features of numerical simulation for elastic–plastic buckling of hemispherical shells under loading with the rigid indenter // PNRPU Mechanics Bulletin. — 2016. — No. 2. — P. 22–33.
7. *Жмакин А. И., Фурсенко А. А.* Об одной монотонной разностной схеме сквозного счета // ЖВМ и МФ. — 1980. — Т. 20, №4. — С. 1021–1031.
8. *Кибец А. И.* Конечно-элементное решение трехмерных задач нестационарной динамики грунтовых сред // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. Серия: Механика. — 1999. — №1. — С. 91–97.
9. *Кибец А. И., Беженцева М. В.* Анализ влияния консервативного сглаживания конечно-элементного решения на подавление мод нулевой энергии // Проблемы прочности и пластичности. — 2021. — Т. 83, №1. — С. 101–110.

МЕТОДОЛОГИЯ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНЫХ РЕТРОСПЕКТИВНЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ НА ПРИМЕРЕ ПОСТАНОВКИ В БЕСКОНЕЧНОЙ ОБЛАСТИ*

С. А. Колесник, Е. М. Стифеев

МАИ, Москва, Россия

В прямых задачах механики сплошных сред (МСС) вообще и теплопроводности, в частности, математическая модель описывает связь между причиной (начальные и граничные условия, коэффициенты, алгебраические, дифференциальные или интегральные уравнения) и следствием (тепловые потоки, температурные поля, теплофизические характеристики и т. п.).

В обратных задачах наоборот — по следствию определяются причины, которые не описываются математическими моделями, вследствие чего обратные задачи чаще всего являются некорректными.

При этом, причинные характеристики выводятся по экспериментальным данным, являющимися следствием с использованием прямых математических моделей и методов решения обратных задач.

Если по этим экспериментальным данным — пространственно-временному распределению температур — восстанавливаются начальные условия, то обратная задача называется ретроспективной.

В данной работе описана методология численного и аналитического решения обратных линейных ретроспективных задач теплопроводности в двумерных областях на примере задачи в бесконечной области (1):

$$\left\{ \begin{array}{l} u_t = a^2(u_{xx} + u_{yy}), \quad x, y \in (-\infty, +\infty), \quad t > 0; \\ u(x, y, 0) = \begin{cases} \varphi(x, y), & x \in [0, l_x], \quad y \in [0, l_y], \quad t = 0, \\ 0, & x \notin [0, l_x], \quad y \notin [0, l_y], \quad t = 0, \end{cases} \\ u(x_i, y_j, t_k) = u_{ijk}, \quad i = \overline{1, I}, \quad j = \overline{1, J}, \quad k = \overline{1, K}. \end{array} \right. \quad (1)$$

В задаче (1) требуется определить неизвестное начальное условие $\varphi(x, y)$ по известным температурным наблюдениям: $u(x_i, y_j, t_k) = u_{ijk}$, $i = \overline{1, I}$, $j = \overline{1, J}$, $k = \overline{1, K}$.

Решение построено с использованием следующих методов: метод параметрической идентификации, триангуляция области, задача наименьших квадратов с двумерными линейно-непрерывными базисными функциями, регуляризация Тихонова, метод переменных направлений, метод дробных шагов, неявный градиентный спуск, решетчатый поиск параметра регуляризации.

Разработан алгоритм и программный комплекс, проведены вычислительные эксперименты по восстановлению начального условия, описанных выше задач. Показано, что разработка и использование различных регуляризирующих функционалов позволяет использовать экспериментальные данные, полученные с высокой погрешностью, при этом погрешности результатов остаются в окрестности погрешности экспериментальных данных.

Работа опирается на методологии для нелинейных коэффициентных двумерных задач из [1–4], в них авторы описывают различные методы по восстановлению тензора теплопроводности $\lambda(u)$, зависящего от единственной переменной — значению температуры u . В данной работе эти методы обобщаются для решения

* Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №22-19-00420.

задач по восстановлению функции сразу двух переменных на примере начального условия $\varphi(x, y)$.

1. *Формалёв В. Ф., Колесник С. А.* Математическое моделирование сопряженного теплопереноса между вязкими газодинамическими течениями и анизотропными телами. — М.: ЛЕНАНД, 2019. — 320 с.
2. *Колесник С. А.* Метод идентификации нелинейных компонентов тензора теплопроводности анизотропных материалов // Математическое моделирование. — 2014. — Т. 26, №2. — С. 119–132.
3. *Колесник С. А.* Идентификация компонентов тензора теплопроводности анизотропных композиционных материалов // Механика композиционных материалов и конструкций. — 2012. — Т. 18, №1. — С. 111–120.
4. *Формалев В. Ф., Колесник С. А., Кузнецова Е. Л.* Моделирование сопряженного теплообмена в пакетах малогабаритных плоских газодинамических сопел с охлаждением // Теплофизика высоких температур. — 2015. — Т. 53, №5. — С. 735.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ РАЗДЕЛЕНИИ СТУПЕНЕЙ С РДТТ*

К. В. Костюшин, А. В. Червакова, И. В. Еремин, А. А. Глазунов

ТГУ, Томск, Россия

В работе рассматривается задача математического моделирования нестационарных газодинамических процессов, протекающих при горячем разведении ступеней с РДТТ. Схема расчетной области показана на рис. 1 и включает в себя: 1 — «верхняя» ступень; 2 — «нижняя» ступень; 3 — поверхность горения ТТ «верхней» ступени; 5–8 — границы расчетной области. Предполагается, что разделение ступеней проводится по схеме с баллистической паузой.

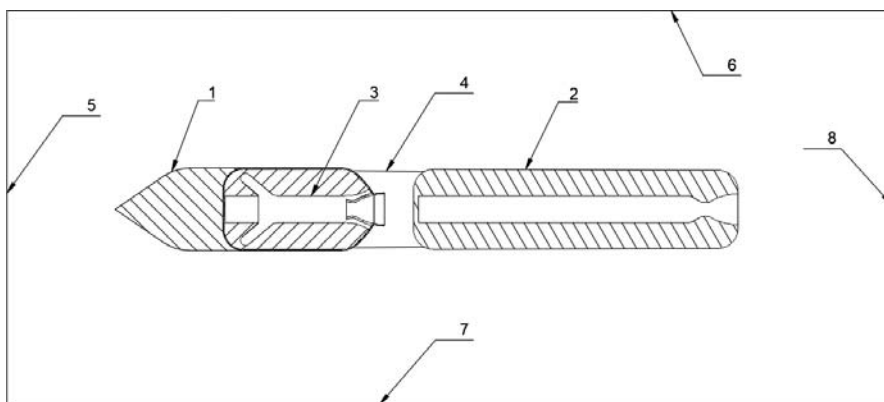


Рис. 1. Схема расчетной области

Для описания нестационарного течения вязкого сжимаемого теплопроводного газа использовалась система уравнений Навье–Стокса [1], замкнутая уравнением состояния идеального газа. Для разрешения системы уравнений вязкого газа

*Исследование выполнено при поддержке Программы развития Томского государственного университета (Приоритет-2030).

использовалась модель турбулентности SST $k-\omega$ [2]. В расчетах использовалась декартовая система координат, связанная с «верхней» ступенью. Расчеты проводились в трехмерной постановке. Для моделирования движения «нижней» ступени использовался подход, основанный на использовании перекрывающихся расчетных сеток.

На всех непроницаемых поверхностях РН задавались граничные условия непротекания; на гранях ячеек, лежащих на поверхности горения (граница 3) — локальный газоприход; на границе 5 — параметры набегающего потока, соответствующего скорости «верхней» ступени на текущем шаге по времени; на границах 5–8 — мягкие граничные условия. Вычисление локального газоприхода проводится с использованием степенного закона горения. В качестве начальных условий используются: во внешней расчетной области — распределение локальных параметров течения, соответствующее установившемуся течению при заданной начальной скорости движения РН; в камере сгорания «верхней» ступени — давление накачки.

Для моделирования движения ступеней на каждом шаге по времени использовался следующий алгоритм.

1. Расчет локального поля течения.
2. Определение сил и моментов, действующих на «верхнюю» и «нижнюю» ступени.
3. Определение линейной и угловой скорости «верхней» и «нижней» ступени.
4. Определение нового положения центра масс и углов поворота «нижней» ступени.
5. Изменение положения перекрывающей расчетной сетки «нижней» ступени.
6. Обновление параметров набегающего потока на границе 5.

С использованием изложенной методики расчета проведены численные исследования нестационарных газодинамических процессов, протекающих при горячем разведении ступеней с РДТТ. Определены взаимное положение «верхней» и «нижней» ступени, силы и моменты, действующие на разделяемые блоки, а также локальные распределения газодинамических параметров.

1. Пирогов В. Б., Северинов Л. И. О расчете внутренних течений вязкого теплопроводного газа // Деп. ВИНТИ. — 1981. — № 3359–77.
2. Menter F. R. // Turbulence, heat and mass transfer. — 2003. — V. 4(1). — P. 625–632.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВОЙНОГО ГИСТЕРЕЗИСА ТРАНСЗВУКОВОГО ТЕЧЕНИЯ В ИЗОГНУТОМ КАНАЛЕ

А. Г. Кузьмин, А. Н. Рябинин

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

Сверхзвуковые течения газа в сужающихся каналах, как известно, сопровождаются формированием ударных волн и дозвуковых зон, положение которых может резко изменяться при малых изменениях условий на входе и выходе из канала [1]. Неустойчивость положения ударных волн выявлена, кроме того, в изогнутых каналах, поперечное сечение которых незначительно расширяется или постоянно [2]. Изучение этих вопросов представляет практический интерес, например, в связи с проектированием воздухозаборников воздушно-реактивных двигателей сверхзвуковых самолетов [3].

В работе [4] рассматривался изогнутый 2D-канал, моделирующий профиль сверхзвукового воздухозаборника постоянной площади поперечного сечения до

и после изгиба канала. Было показано возникновение гистерезиса течения при вариациях числа Маха на входе M_∞ , угла атаки α или давления в выходном сечении p_{exit} . Кроме того, показано, что изгиб стенки канала по дуге достаточно большого радиуса может приводить к возникновению двойного гистерезиса по давлению p_{exit} .

В данной работе изучается явление двойного гистерезиса в канале с геометрией, близкой к геометрии, рассмотренной в [4], при меньшем радиусе R дуги, по которой происходит изгиб выпуклой стенки. Фрагмент области течения и профиль канала показаны на рис. 1. Высота поперечного сечения канала перед изгибом составляет 30 см, угол поворота верхней и нижней стенок равен 9° . Радиус R равен 150 мм вместо 190,6 мм в [4].

На входной границе двумерной расчетной области задается число Маха набегающего потока воздуха $M_\infty > 1$, угол атаки $\alpha = -5^\circ$, статическое давление $p_\infty = 8 \cdot 10^4$ Па, статическая температура $T_\infty = 200$ К и уровень турбулентности 1%. В выходном сечении канала задано статическое давление p_{exit} и условие дозвукового режима течения $M_{exit} < 1$. На выходной границе расчетной области вне канала ставится условие сверхзвукового режима истечения $M_{out} > 1$. На твердых стенках канала используется условие прилипания и отсутствия теплового потока. Воздух рассматривается как совершенный газ с постоянной адиабаты 1,4 и удельной теплоемкостью при постоянном давлении 1004,4 Дж/(кг · К). Начальными условиями являются параметры набегающего потока или поле течения, полученного при другом значении p_{exit} .

Численные решения нестационарных уравнений Навье–Стокса, осредненных по Рейнольдсу, получены с помощью программного комплекса ANSYS-18.2 CFX, основанного на методе конечных объемов. Вычислительная сетка насчитывала 641879 ячеек и состояла из 40 слоев четырехугольных элементов на стенках канала и треугольных элементов в остальной области. Использовалась модель турбулентности $k-\omega$ SST [5].

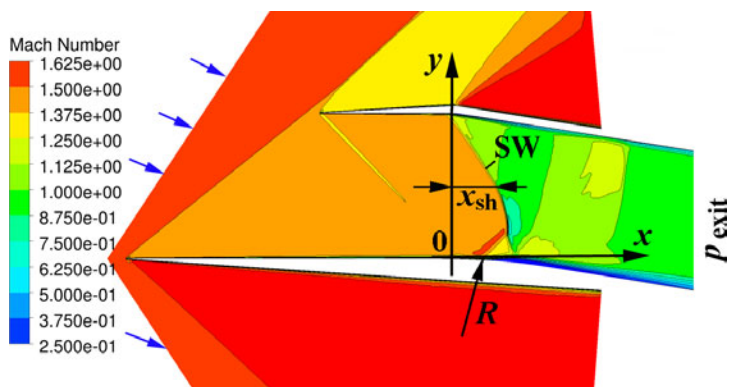


Рис. 1. Контурсы числа Маха в течении при $M_\infty = 1,62$, $p_{exit} = 193000$ Па, $\alpha = -5^\circ$, $R = 150$ мм

Расчеты показали быструю сходимость осредненных параметров турбулентного течения к стационарным значениям при заданных стационарных граничных условиях. На рис. 1 показаны полученные контурсы числа Маха в течении при $M_\infty = 1,62$ и $p_{exit} = 193000$ Па. Как видно, вогнутость верхней стенки приводит к формированию наклонной ударной волны SW, продольное положение которой можно характеризовать ее x -координатой x_{sh} на высоте $y = 15$ мм. При постепенном

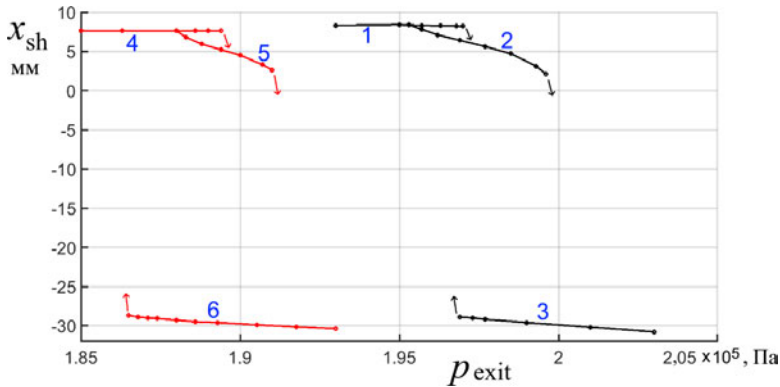


Рис. 2. Зависимость координаты x_{sh} ударной волны SW от давления в выходном сечении канала: кривые 1–3 — $M_\infty = 1,62$; кривые 4–6 — $M_\infty = 1,60$

увеличении p_{exit} от 193000 до 197000 Па значение x_{sh} фактически не меняется, см. кривую 1 на рис. 2. Это объясняется наличием обширной сверхзвуковой зоны у выхода из канала, препятствующей распространению возмущений в направлении к ударной волне.

При $p_{exit} > 197000$ Па ударная волна SW смещается вверх по течению, и происходит переход ко второму режиму течения, который аналогичен первому режиму, но отличается от него положением точки отрыва пограничного слоя от нижней стенки. При этом координата x_{sh} уменьшается скачком с 8,2 до 6,1 мм. Второй режим сохраняется при вариациях давления p_{exit} в интервале $195300 \leq p_{exit}, \text{ Па} \leq 200200$ (см. кривую 2 на рис. 2). Переход от первого режима ко второму и обратно сопровождается гистерезисом зависимости x_{sh} от p_{exit} . При $p_{exit} > 200200$ Па происходит резкий переход к третьему режиму течения, в котором ударная волна SW занимает положение перед входом в канал, и значение x_{sh} скачком уменьшается до $-30,2$ мм. Расчеты показывают, что третий режим течения реализуется при $p_{exit} \geq 196900$ Па (см. кривую 3 на рис. 2). Вместе с тем уменьшение давления p_{exit} до значений меньших, чем 196900 Па, приводит к смещению ударной волны вниз по течению и возврату ко второму режиму. Переход от второго режима к третьему и обратно сопровождается еще одним гистерезисом зависимости x_{sh} от p_{exit} .

Для $M_\infty = 1,60$ получена аналогичная зависимость x_{sh} от p_{exit} , при этом ширина второго гистерезиса заметно увеличивается (см. кривые 5 и 6 на рис. 2). Отметим, что на разных режимах реализуются разные потери полного давления в канале, что существенно влияет на эффективность работы воздушно-реактивного двигателя.

Сравнение полученных результатов с результатами работы [4] показывает, что уменьшение радиуса изгиба нижней стенки приводит к уменьшению диапазона значений p_{exit} , при которых возможен двойной гистерезис течения.

Данное исследование выполнено с использованием вычислительных ресурсов Ресурсного Центра «Вычислительный центр СПбГУ» (<http://cc.spbu.ru>).

1. Torenbeek E., Wittenberg H. Flight Physics. — Dordrecht: Springer, 2009. — 535 p.
2. Kuzmin A. Hysteresis of shock wave locations in divergent bent channels // Computers and Fluids. — 2019. — V. 182. — P. 52–59.
3. Feng S., Chang J., Zhang Ch., Wang Y., Ma J., Bao W. Experimental and numerical investigation on hysteresis characteristics and formation mechanism for a variable geometry dual-mode combustor // Aerospace Sci. and Technol. — 2017. — V. 67. — P. 96–104.

4. *Kuzmin A.* Non-uniqueness of transonic flow in an intake-type channel // *J. Phys.: Conf. Ser.* — 2019. — V. 1392. — Article ID 012012. — P. 1–6.
5. *Menter F.R.* Review of the Shear-Stress Transport turbulence model experience from an industrial perspective // *Int. J. Comput. Fluid Dynamics.* — 2009. — V. 23. — P. 305–316.

ПЛАНИРОВАНИЕ ВЫДАЧИ ЗАДАНИЙ В ГРИД-СИСТЕМЕ ИЗ ПЕРСОНАЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ НА ОСНОВЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ*

И. И. Курочкин

ИППИ РАН, Москва, Россия

Распределенные вычислительные системы являются одним из способов проведения больших вычислительных экспериментов [1]. При этом следует учесть определенные ограничения, которые накладываются на решаемую задачу. Основное ограничение заключается в возможности разбиения вычислительной задачи на большое количество независимых подзадач. Такой тип задач называют «Bag of Tasks» (BoT) [2]. К такому типу задач относятся комбинаторные задачи и задачи полного перебора, некоторые задачи моделирования и глубокого обучения.

Распределенные вычислительные системы позволяют использовать гетерогенные вычислительные узлы. Они могут быть устойчивы к ошибкам в расчетах и временному или постоянному отключению отдельных узлов. Распределенные системы, которые используют вычислительные мощности добровольцев, называются проектами добровольных распределенных вычислений (ДРВ) [3]. Такие проекты ДРВ могут быть достаточно большими и состоять из сотен тысяч гетерогенных вычислительных узлов. К таким проектам ДРВ подключены вычислительные устройства с различными архитектурами и под управлением различных операционных систем. Примерами таких проектов могут являться крупнейший проект ДРВ *Folding@home*, проект медицинской тематики *World Community Grid* и проект ЦЕРН *LHC@home*. Главной особенностью проектов ДРВ является отсутствие управления вычислительными узлами — решение о предоставлении ресурсов остается за добровольцами. Сами вычисления в интересах проектов ДРВ проходят в фоновом режиме, а добровольцы могут ограничивать использование ресурсов своих устройств. Как правило, компьютеры добровольцев регулярно отключаются, что связано с графиком работы добровольца и особенностями использования компьютеров и мобильных устройств. О решении добровольца покинуть проект ДРВ или отключить одно из своих вычислительных устройств, можно понять только по длительному отсутствию активности компьютера или смартфона. При этом все выданные вычислительные задания нуждаются в пересчете на других узлах грид-системы. Задержка выполнения таких заданий может составить несколько дней, так как срок выполнения заданий существенно превышает их время их вычисления. К примеру, при расчете заданий с длительностью выполнения 1–4 часа предельный срок их выполнения может составлять 3–10 дней. При длительности вычислительного эксперимента несколько недель или месяцев отключение небольшого числа устройств, порядка 1–2%, не увеличивает время выполнения вычислений. Но в случае «текучки» вычислительных узлов, когда осуществляется

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФН (грант №22-11-00317).

ротация большого количества узлов грид-системы, время выполнения всего вычислительного эксперимента может значительно увеличиться. Когда вычислительный эксперимент переходит в стадию завершения и количество оставшихся заданий сравнимо с числом вычислительных узлов возникает проблема «досчета хвостов». На этапе завершения эксперимента любая задержка сильно влияет на общее время экспериментов. Для решения этой проблемы можно использовать статистический подход выдачи заданий в грид-системе — балансировка нагрузки на основе данных об активности и результативности узлов грид-системы.

Для решения таких проблем в грид-системе можно разделить вычислительные узлы на несколько классов. При этом разделение должно происходить не только по признаку длительности нахождения узла в грид-системе, но и должны учитываться другие признаки: процент успешно выполненных заданий; общее количество назначенных заданий; доля ресурсов, предоставляемых проекту ДРВ. Количество классов было выбрано 4, при этом все новые узлы без набранной статистики вычислений в проекте ДРВ были выделены в отдельный класс. В процессе функционирования грид-системы классификация узлов осуществлялась с периодичностью в 1 ч. При проведении расчетов на грид-системе ограничивалось количество выдаваемых заданий для новых узлов. На завершающей стадии экспериментов выдача заданий осуществлялась только для узлов с высокой надежностью выполнения и высокой скоростью возвращения результатов.

Были проведены эксперименты на тестовой грид-системе. В качестве вычислительных узлов были взяты виртуальные машины в публичном облаке Yandex Cloud и локальные компьютеры. В результате применения модифицированного алгоритма выдачи заданий было сокращено время вычисления группы заданий на 5–15%. Для некоторых узлов было введено случайное отключение на время от 1 до 5 мин. Эксперименты проводились при решении двух различных вычислительных задач: 1) средняя длительность выполнения заданий 7 с (рис. 1, а); средняя длительность выполнения заданий 5 мин (рис. 1, б).

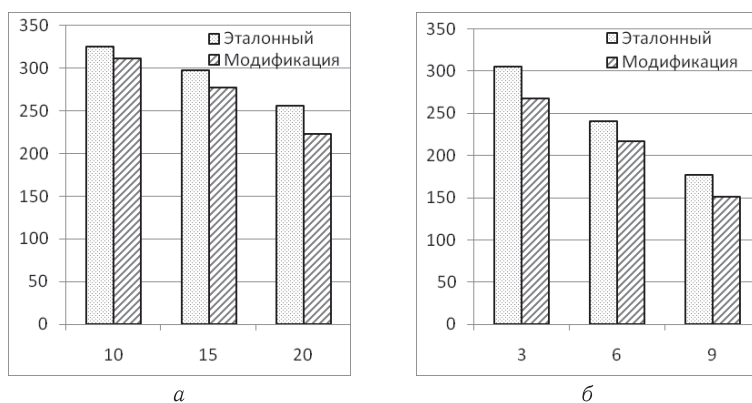


Рис. 1. Время проведения эксперимента (мин) в зависимости от количества узлов

Предложенный метод планирования на основе классификации узлов грид-системы показал свою эффективность даже на небольшой тестовой системе. Данный метод может использоваться при решении практически любых вычислительных задач типа «Bag of Tasks».

2. Benoit et al. Scheduling Concurrent Bag-of-Tasks Applications on Heterogeneous Platforms // IEEE Trans. Computers. — 2010. — V. 59, No. 2. — P. 202–217.
3. Anderson D.P. BOINC: A Platform for Volunteer Computing // Journal of Grid Computing. — 2020. — V. 18, No. 1. — P. 99–122.

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ШАРА В ПРИПОВЕРХНОСТНОМ СЛОЕ ПРИ РЕЗОНАНСЕ

С. Ю. Маламанов

БГТУ «Военмех», Санкт-Петербург, Россия

Многие прикладные задачи требуют физического верного описания движения твердого тела, как в жидкой среде, так и на границе раздела сред, например, «воздух–жидкость» [1]. Решение подобных задач стало возможным с помощью современных вычислительных комплексов и компьютерных технологий.

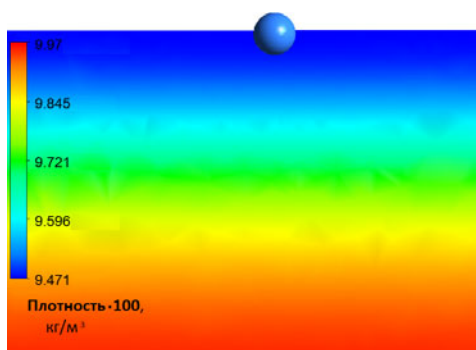


Рис. 1. Шар на поверхности и область локального изменения плотности

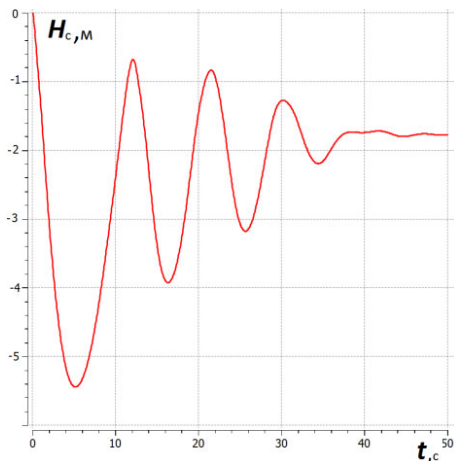


Рис. 2. Изменение положения центра масс шара в случае «свободных» колебаний

В работе с помощью численного решения уравнений, реализованных в гидродинамическом модуле CFX, изучается модельная задача о колебаниях твердого тела в воде. Модельная постановка задачи позволяет достаточно свободно выбирать определяющие параметры и разумно варьировать их значениями. Так шар, плотность которого отличается от плотности воды, изменяющейся с глубиной, под действием силы тяжести и силы Архимеда погружается и достигает локальной области, плотность которой выше плотности тела. Попадая в такую область, шар тормозится, и начинает всплывать, так как сила Архимеда становится больше силы тяжести. При всплытии шар вновь попадает в область более легкой жидкости и вновь начинает тонуть и т. д. Распределение плотности может иметь вид, показанный на рис. 1. Движение шара, под действием силы тяжести и силы Архимеда в среде с переменной плотностью, носит колебательный характер. Причем это затухающие колебания. Это иллюстрирует рис. 2. На этом рисунке H_c — вертикальная координата (отсчитываемая от поверхности жидкости), t — время. Хорошо

видно, что со временем шар приходит в состояние равновесия, расположенное на некоторой глубине, что правильно отражает физику рассматриваемого явления. Несмотря на то, что к затухающим колебаниям неприменим термин «период», наличие определенной «повторяемости» функции $H_c(t)$ позволяет говорить о периоде. На основе анализа приведенной колебательной зависимости $H_c(t)$ (с учетом сопротивления) принимаем угловую скорость «свободных» колебаний равной $\omega_0 = 0,628 \text{ с}^{-1}$.

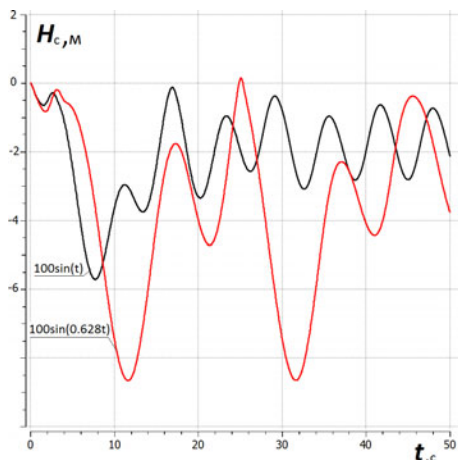


Рис. 3. Изменение положения центра масс шара в случае вынужденных колебаний с близкими частотами внешней силы (одна из них равна ω_0)

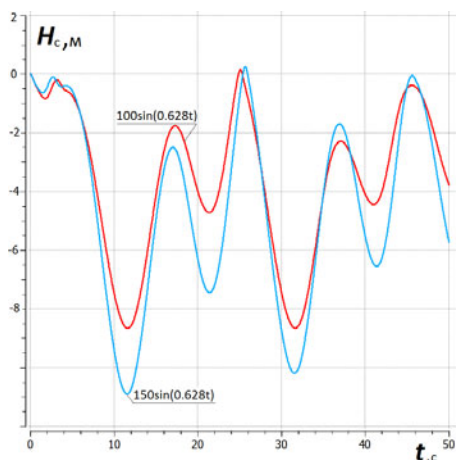


Рис. 4. Изменение положения центра масс шара в случае вынужденных колебаний с частотой ω_0 и различными амплитудами внешней силы

На следующем этапе рассматривается действие на шар внешней вертикальной периодической силы, приводящей к его вынужденным колебаниям. Эту внешнюю силу считаем результатом ветрового волнения, вызывающего поверхностные волны. Сила изменялась по гармоническому закону $F(t) = 100 \cdot \sin(\omega t)$. В связи с этим, представляет интерес сравнить между собой движение шара под действием внешней силы с частотой $\omega = 1,0 \text{ с}^{-1}$ с движением под действием внешней силы с $\omega_0 = 0,628 \text{ с}^{-1}$. Результаты расчетов при указанных частотах иллюстрирует рис. 3. Налицо увеличение амплитуды колебаний примерно в два раза и наличие двух ярко выраженных максимумов. Такое движение шара, при $\omega = \omega_0$, можно трактовать как резонанс, в данных условиях. На рис. 4 показаны «резонансные» кривые, соответствующие двум различным значениям амплитуды внешней силы. Как и следовало ожидать – увеличение амплитуды внешней силы приводит к увеличению размаха колебаний шара.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что численное моделирование физически верно описывает движения твердого тела, как в жидкой среде, так и на границе раздела сред. Изменяя параметры самого тела определенным образом, можно получить его движения, значительно отличающиеся друг от друга. Кроме того, при колебаниях шара под действием внешней периодической силы, существует область резонанса.

1. Маламанов С. Ю., Хитрых Д. П. Галера Лефорта, как объект математического моделирования // Морские интеллектуальные технологии. — 2017. — Т. 1, № 4(38). — С. 84–89.

ГЕНЕРАЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ СТРУЕЙ ЭЛЕКТРОЛИТА С ТОКОМ*

**К. Ш. Мастюков, К. А. Гашигуллин, М. Е. Сухих,
А. А. Султанов, Ал. Ф. Гайсин, В. С. Желтухин**

КНИТУ–КАИ, Казань, Россия

В плазменно-жидкостных системах сложным образом переплетаются такие науки как физика плазмы, гидрогазодинамика, плазмохимия, тепломассообмен и фотолит [1]. Наряду с этим данные системы находят широкое применение в различных отраслях промышленного производства [2–4]. Существуют различные виды и конфигурации плазменно-жидкостных систем. Одним из интересных разновидностей является высокочастотный (ВЧ) разряд со струйными электролитными электродами [5, 6]. Данный тип разряда характеризуется возникновением кольцевых или полукольцевых плазменных структур вокруг струи электролита. Механизм их возникновения до конца не ясен, так как в жидкости носителями тока выступают ионы, свободные электроны отсутствуют.

Целью настоящей работы является расчет напряженности электрического поля около струи электролита с током и выяснение механизма появления свободных электронов.

Известно, что в ВЧ-емкостном разряде вектор электромагнитного поля имеет две составляющие: потенциальную E и вихревую (\vec{E}, \vec{H}) [3]. В конструкции плазмотрона с двумя и более жидкими электродами один из них является неподвижным — электролит в ванне, остальные — струйными. Сечение струи при этом на порядок и больше меньше площади электролита в ванне, поэтому все составляющие вектора электромагнитного поля имеют r - и z -компоненты. Форму свободно истекающей струи в зоне распада можно аппроксимировать в первом приближении волнообразной фигурой с синусоидальным профилем переменной амплитуды (рис. 1, а), который может быть описан уравнением

$$r_c(z) = 0,001 \cos(4\pi z \cdot 10^2) - 0,005z + 0,0015, \text{ [мм]}.$$

Здесь z [мм] — расстояние от начала струи. Согласно экспериментальным данным [4], радиус струи в ее основании 2,5 мм, максимальный радиус синусоидального профиля в конце рассматриваемого участка 2 мм, длина периода синусоидального профиля 5 мм, амплитуда 1 мм.

В цилиндрической системе координат высокочастотный ток плотностью $\vec{j} = (0, 0, j_z)$ индуцирует магнитное поле $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} = (0, \mu_0, H_\phi, 0)$ и электрическое поле $\vec{E} = (E_r, E_\phi, E_z)$, где μ_0 — магнитная постоянная.

Применим метод комплексных амплитуд для расчета высокочастотного поля:

$$\vec{j} = j_A \exp(i\omega t), \quad \vec{H} = H_A \exp(i\omega t), \quad \vec{E} = E_A \exp(i\omega t), \quad (1)$$

где j_A, H_A, E_A — вектор-амплитуды; $\omega = 2\pi f$ — круговая частота; f — частота тока; i — мнимая единица.

Пусть $r_c = r_c(z)$ — текущий радиус струи. Тогда плотность тока запишется следующим уравнением (рис. 1, б):

$$j_z = I_A / \pi r_c^2(z), \quad (2)$$

где I_A — амплитуда тока.

*Исследование выполнено за счет гранта российского научного фонда №22-29-00021, <https://rscf.ru/project/22-29-00021/>.

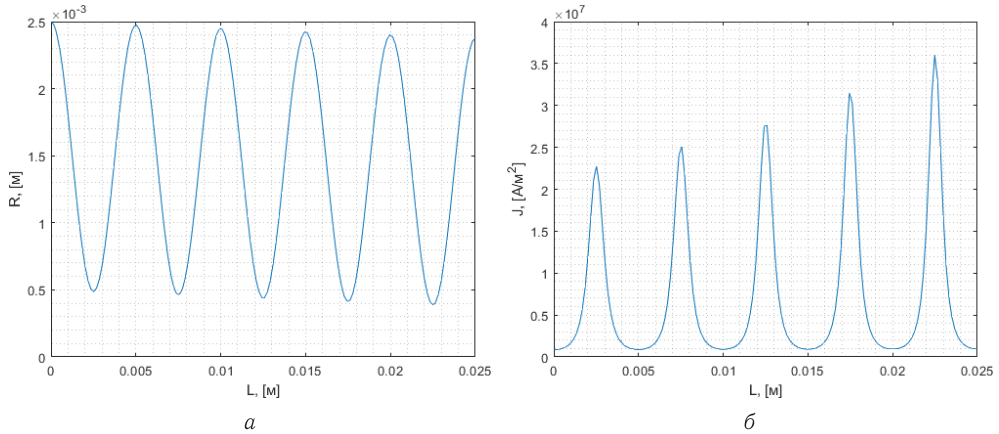


Рис. 1. Схема профиля струи электролита (а) и плотности тока в струе (б)

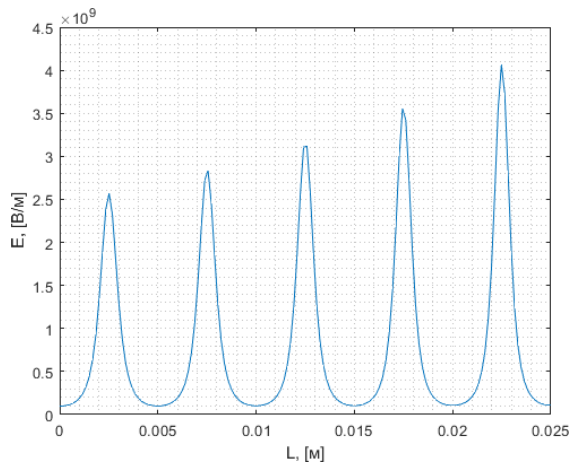


Рис. 2. Напряженность электрического поля струи

Вводя комплексные амплитуды, можно получить значения вещественных компонент комплексной электрической напряженности на границе струи в виде (рис. 2):

$$\operatorname{Re} E_r(z) = \frac{I_A}{2\pi\epsilon_0\omega r_c^2(z)} \cdot \frac{\partial r_c}{\partial z}, \quad \operatorname{Re} E_z(z) = -\frac{I_A}{2\pi\epsilon_0\omega r_c^2(z)}. \quad (3)$$

Таким образом, напряженность электрического поля достигает значений более $2 \cdot 10^9$ В/м. При такой напряженности электрического возможна автоэлектронная эмиссия электронов из струи электролита. Эти электроны могут быть первичными для возникновения кольцевого или полукольцевого разряда в области сужения струи.

1. *Bruggeman P. J., Bogaerts A., Pouvesle J. M., Robert E., Szili E. J.* // Journal of Applied Physics. — 2021. — V. 130(20). — 200401.
2. *Gaysin A. F., Gilmudinov A. K.* // Inorganic Materials: Applied Research. — 2021. — V. 12(3). — P. 633. — DOI: 10.1134/S2075113321030102.
3. *Gaysin A. F.* // Inorganic Materials: Applied Research. — 2017. — V. 8(3). — P. 392.

4. Gaysin A. F., Gil'mutdinov A. K., Mirkhanov D. N. // Metal Science and Heat Treatment. — 2018. — V. 60(1–2). — P. 128.
5. Гайсин Ал. Ф., Гайсин Ф. М., Желтухин В. С., Сон Э. Е. // Физика плазмы. — 2022. — V. 48(1). — P. 71.
6. Гайсин А. Ф., Сон Э. Е., Петряков С. Ю. // Физика плазмы. — 2017. — V. 43(7). — P. 625.

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ИНТЕРВАЛЬНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

А. Ю. Морозов^{1,2}, Д. Л. Ревизников^{1,2}

¹ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия; ²МАИ, Москва, Россия

Обратные задачи играют очень важную роль во многих областях [1]. Определение закономерностей по имеющимся экспериментальным данным является ключевым моментом в построении математических моделей. Задача параметрической идентификации возникает на этапе, когда модель того или иного физического процесса уже определена, но неизвестными остаются параметры этой модели. Главное отличие интервальных моделей от обычных заключается в том, что они дают интервальные оценки на интересующие величины («коридоры» возможных значений). Поэтому в случае с параметрической идентификацией основная цель — нахождение таких интервальных параметров, при которых модельные интервальные оценки будут полностью покрывать экспериментальные данные (или минимизировать отклонение от них).

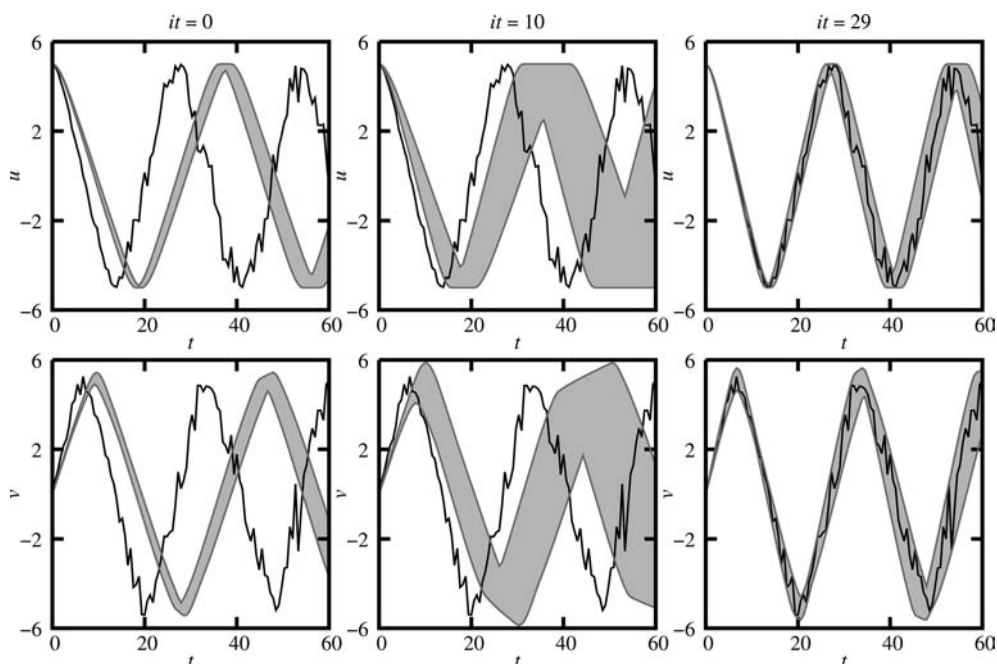


Рис. 1. Иллюстрация решения задачи параметрической идентификации

В основе предлагаемого подхода лежит ранее разработанный алгоритм адаптивной интерполяции для моделирования динамических систем с интервальными параметрами [2–5]. Алгоритм позволяет получить для каждого момента времени кусочно-полиномиальную функцию, интерполирующую зависимость состояния динамической системы от неизвестных параметров, или, другими словами, параметрическое множество состояний.

Решение задачи параметрической идентификации заключается в построении и минимизации целевой функции, зависящей от границ интервальных оценок параметров системы и характеризующей расстояние между параметрическими множествами состояний и соответствующими экспериментальными данными. За счет того, что алгоритм адаптивной интерполяции получает параметрические множества в виде явных зависимостей, для целевой функции имеется возможность явно построить выражение градиента и применить для минимизации методы оптимизации первого порядка.

Схематично процесс решения задачи можно представить следующим образом. Сначала выполняется инициализация неизвестных параметров некоторыми произвольными интервалами и решается прямая задача. В каждом моменте времени, в котором известна информация о значении фазовых переменных, решается задача минимизации расстояния между параметрическим множеством, полученным в процессе работы алгоритма адаптивной интерполяции, и исходными (экспериментальными) данными. Если точка минимума лежит на одной из границ области неопределенности, то граница соответствующего интервала расширяется. Если точки минимума для всех моментов времени не лежат на определенной границе области неопределенности, то граница соответствующего интервала сужается. Степень изменения границ интервалов напрямую зависит от градиента целевой функции. Далее снова решается прямая задача и т. д., до тех пор, пока интервальные оценки параметров не сойдутся.

Рассмотрим систему обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) с двумя интервальными параметрами:

$$\begin{cases} u' = -\alpha v(1/2 + \sqrt{\sin^2(u) + v^2})^{-1}, & v' = \beta u(1/2 + \sqrt{u^2 + \cos^2(v)})^{-1}, \\ u(0) = 5, & v(0) = 0, & \alpha \in [\underline{\alpha}, \bar{\alpha}], & \beta \in [\underline{\beta}, \bar{\beta}], & t \in [0, 60]. \end{cases}$$

В качестве экспериментальных точек использовались квазиэкспериментальные: из интервала интегрирования были взяты 100 точек с постоянным шагом по времени, полученные при случайных значениях параметров из заданных интервалов: $\alpha \in [0,975, 1,025]$ и $\beta \in [0,900, 1,100]$.

Начальное приближение в методе градиентного спуска: $\alpha^{(0)} \in [0,70, 0,75]$ и $\beta^{(0)} \in [0,70, 0,75]$. На рис. 1 продемонстрирован процесс решения задачи. Серым

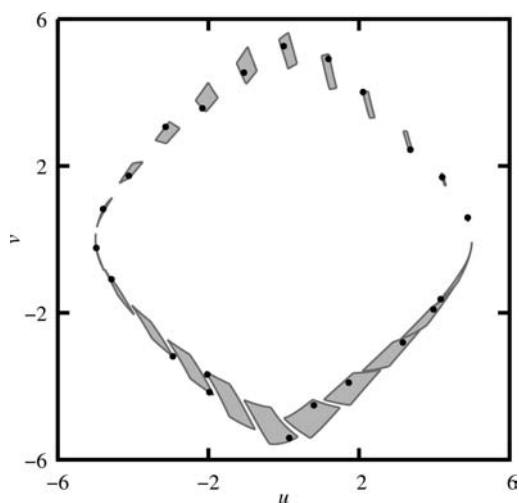


Рис. 2. Некоторые множества состояний системы на 29-й итерации градиентного спуска

цветом показаны получающиеся модельные интервальные оценки фазовых переменных, а черным — экспериментальные данные. Найденные значения параметров $\alpha^{(29)} \in [0,975, 1,025]$ и $\beta^{(29)} \in [0,900, 1,100]$ совпадают с исходными.

На рис. 2 серым цветом показаны полученные некоторые параметрические множества для различных моментов времени на последней итерации градиентного спуска. Здесь наблюдается, что все экспериментальные точки принадлежат соответствующим множествам.

Рассмотренный пример демонстрирует эффективность разработанного подхода: найденные значения параметров совпадают с заданными, и все полученные параметрические множества содержат в себе экспериментальные точки.

1. *Абгарян К. К., Носков Р. Г., Ревизников Д. Л.* Обратная коэффициентная задача теплопереноса в слоистых наноструктурах // Известия высших учебных заведений. Материалы электронной техники. — 2017. — Т. 20, №3. — С. 213–219. — DOI: 10.17073/1609-3577-2017-3-213-219.
2. *Морозов А. Ю., Журавлев А. А., Ревизников Д. Л.* Анализ и оптимизация алгоритма адаптивной интерполяции численного решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений с интервальными параметрами // Дифференциальные уравнения. — 2020. — Т. 56, №7. — С. 960–974. — DOI: 10.1134/S0374064120070122.
3. *Морозов А. Ю., Ревизников Д. Л.* Алгоритм адаптивной интерполяции на разреженных сетках для численного интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений с интервальными неопределенностями // Дифференциальные уравнения. — 2021. — Т. 57, №7. — С. 976–987. — DOI: 10.31857/S0374064121070104.
4. *Гидаспов В. Ю., Морозов А. Ю., Ревизников Д. Л.* Алгоритм адаптивной интерполяции с использованием ТТ-разложения для моделирования динамических систем с интервальными параметрами // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2021. — Т. 61, №9. — С. 1416–1430. — DOI: 10.31857/S0044466921090106.
5. *Морозов А. Ю.* Параллельный алгоритм адаптивной интерполяции на основе разреженных сеток для моделирования динамических систем с интервальными параметрами // Программная инженерия. — 2021. — Т. 12, №8. — DOI: 10.17587/prin.12.395-403.

ОСОБЕННОСТИ ВОСПРИИМЧИВОСТИ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ К ВНЕШНИМ ЭНТРОПИЙНЫМ ВОЗМУЩЕНИЯМ*

Н. В. Пальчеховская

МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия

Ламинарно-турбулентный переход (ЛТП) в среде с низким уровнем возмущений связан с возбуждением неустойчивых нормальных мод с малыми начальными амплитудами. Эти моды экспоненциально растут до критической амплитуды в соответствии с линейной теорией устойчивости (LST) и вызывают нелинейный распад. Целостное моделирование этих стадий ЛТП обеспечивается прямым численным моделированием (DNS). Летательные аппараты (ЛА) движутся на крейсерском режиме, как правило, на малых положительных углах атаки. Явления, связанные с ЛТП на подветренной стороне ЛА, представляются чрезвычайно важными, но в то же время мало изученными. В данной работе рассматривается восприимчивость пограничного слоя к энтропийным волнам в случае перехода с преобладанием второй моды.

*Работа выполнена в Московском физико-техническом институте при поддержке гранта Российского научного фонда (проект №21-79-00041).

Ранее проводились исследования взаимодействия внешних возмущений с ударной волной на плоской пластине [1]. Восприимчивость к энтропийным волнам, которые проходят через веер волн разрежения, выходящий из передней кромки тела, еще не исследовалась. Чтобы восполнить этот пробел, проведен DNS восприимчивости пограничного слоя на пластине к энтропийным волнам и роста неустойчивости для пограничного слоя на острой плоской пластине в свободном потоке с числом Маха $M = 6$ при различных углах атаки (AoA). Пограничный слой возмущается энтропийными волнами, проходящими через: ударную волну, вызванную телом при $AoA = 5^\circ$, слабую ударную волну, вызванную вязко-невязким взаимодействием при $AoA = 0^\circ$, и веер волн разрежения при $AoA = -5^\circ$. В отличие от вышеупомянутых исследований DNS [1], расчеты проводятся для больших N -факторов ($N \sim 8,4$), имеющих отношение к переходу в слабо возмущенной среде. В работе рассмотрены случаи, когда доминирующая неустойчивость связана с плоскими волнами второй моды Мэка [2].

Численное моделирование проводилось с помощью решения системы уравнений Навье–Стокса в двумерной постановке. Уравнения решаются численно с использованием оригинального пакета программ [3], который реализует неявный метод конечного объема с аппроксимацией второго порядка по пространству и времени. Внешнее возмущение проникает в пограничный слой и возбуждает дискретные моды, включая моды F и S. Последние распространяются вниз по потоку, взаимодействуя между собой из-за эффекта непараллельности среднего потока, связанного с ростом толщины пограничного слоя. На некотором расстоянии вниз по потоку от передней кромки мода S становится неустойчивой, и ее амплитуда растет по экспоненте. В работе было проведено прямое численное моделирование (DNS) этого процесса, выделены моды S и F из DNS-решений с помощью метода декомпозиции и далее численные результаты сравнивались с теоретическими предсказаниями на основе двухмодового приближения (ТМА).

Целью работы является изучение физических механизмов, лежащих в основе восприимчивости и усиления неустойчивых режимов пограничного слоя на пластине в сверхзвуковом потоке газа. Для этого рассматривается случай сверхзвукового числа Маха ($M = 6$) и холодной стенки, в которой доминируют двумерные неустойчивые волны второй моды. На поверхности пластины задавались условия прилипания для скорости и изотермическое условие для температуры с температурным фактором $t_w = 0,3$. Сначала решалась задача установления течения над пластиной со свободным потоком с числом Маха $M = 6$, температурой $T_\infty = 80$ К, числом Рейнольдса $Re_\infty = 3 \cdot 10^7$. На полученное стационарное поле накладывались возмущения в виде энтропийной волны с малой амплитудой $\varepsilon = 10^{-5}$.

Используя начальные амплитуды F и S мод, можно предсказать распространение возмущений в пограничном слое вниз по потоку. На рис. 1 поле возмущений давления в потоке для случая $AoA = 5^\circ$ показывает, что выше по течению от веера волн разрежения возмущения практически отсутствуют, но ниже по течению видны волновые колебания давления, связанные с энтропийными волнами. Этот факт согласуется с LST: за веером разрежения или ударной волной генерируются все три вида малых возмущений, включая акустические.

На рис. 2 представлено распределение нормированной амплитуды возмущений давления вдоль поверхности пластины для случая $AoA = 5^\circ$. Приведено сравнение с результатами, полученными А. В. Федоровым с помощью ТМА. Восприимчивость в данном случае локализована возле передней кромки. Энтропийная волна возбуждает моды F и S примерно равной амплитуды. Мода S приходит в область межмодового обмена с амплитудой, равной амплитуде моды F. В области межмодового

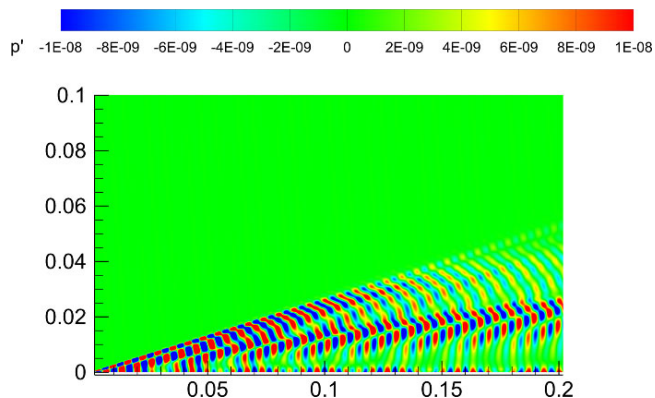


Рис. 1. Поле возмущений давления вблизи передней кромки для случая $AoA = 5^\circ$

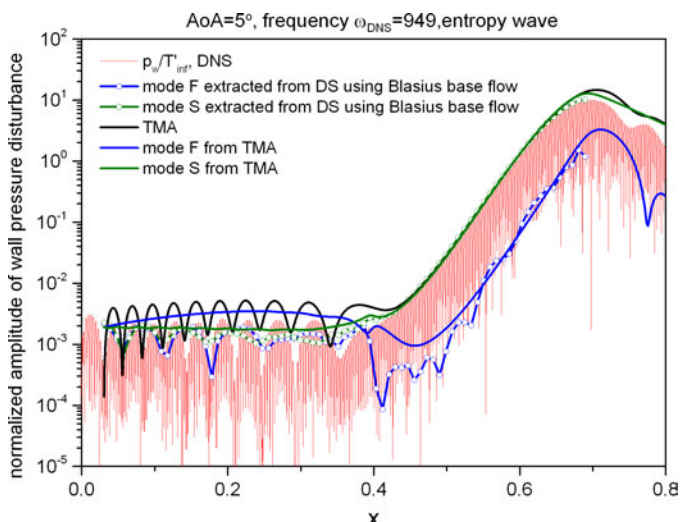


Рис. 2. Распределение нормированной амплитуды возмущений давления для $AoA = 5^\circ$ вдоль поверхности пластины. Красная линия — DNS, синяя линия с точками — мода F из DNS, зеленая линия с точками — мода S из DNS, черная линия — двумодовое приближение, синяя линия — мода F из двумодового приближения, зеленая линия — мода S из двумодового приближения

обмена амплитуда моды S меняется незначительно. В области усиления: мода S доминирует, собственная функция моды S содержит поправку, пропорциональную собственной функции моды F. Эта поправка обусловлена вынужденным откликом пограничного слоя на моду S.

1. Егоров И. В., Судаков В. Г., Федоров А. В. Численное моделирование восприимчивости сверхзвукового пограничного слоя к акустическим возмущениям // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. — 2006. — №1. — С. 42–53.
2. Mack L. M. Linear stability theory and the problem of supersonic boundary layer transition // AIAA J. — 1975. — V. 13. — P. 278–289.
3. Егоров И. В., Новиков А. В. Прямое численное моделирование ламинарно-турбулентного обтекания плоской пластины при гиперзвуковых скоростях потока // ЖВММФ. — 2016. — Т. 56, №6. — С. 145–162.

ОЦЕНИВАНИЕ СКОРОСТЕЙ ДВИЖЕНИЯ КАМЕРЫ И ЕЕ ПОЛОЖЕНИЯ ПО НАБЛЮДЕНИЯМ ОПТИЧЕСКОГО ПОТОКА

А. К. Попов, К. В. Степанян, Б. М. Миллер, К. С. Колосов

ИППИ РАН, Москва, Россия

Отслеживается разреженный оптический поток между последовательно идущими изображениями, в порядке съемки цифровой видеокамерой. Выполняется обработка последовательности, взаимодействующими между собой алгоритмом определения визуальных ориентиров, и алгоритмом слежения за множеством актуальных визуальных ориентиров. Исключения отдельных ориентиров из отслеживания выполняется по численному критерию — близость к сингулярной матрицы известной системы уравнений Лукаса–Канаде. Пример изображения из обработанной последовательности с наложенной инфографикой приведен на рис. 1. Жирными точками обозначены положения отслеживаемых визуальных ориентиров. Центральная группа точек, обведенных прямоугольниками — ориентиры, с привязанными к краям стартовой площадки координатами на изображении. Не обведенные прямоугольниками точки — ориентиры, обнаруженные автоматом, как пригодные для относительно стабильного отслеживания. Стрелки обозначают величину и направление смещения данного ориентира по сравнению с предшествующим обработанным изображением — это оптический поток для выбранного малого фрагмента изображения. Автоматически обнаруженные ориентиры добавляются до заданного предельного количества 100, за период отслеживания, пока камера поднимается вверх. В поле обзора объектива камеры наблюдается подстилающая поверхность, без сегмента изображения, запечатлевшего линию горизонта. При заданном направлении движения камеры, траектории движения отслеживаемых ориентиров преимущественно направлены к полюсу перспективы, совпадающему на каждом изображении с точкой проекции главной оптической оси объектива камеры. В связи с этим возникает интересная картина их взаимного расположения. На видео, в динамике возможно наблюдать, как маркеры теряются, и происходит обнаружение новых кандидатов взамен.

Для вычисления оценки скоростей движения камеры требуется, во-первых, решать обратную задачу оптического потока, в постановке, похожей на аналогичную задачу для плотного оптического потока, когда используются все доступные точки растра цифрового изображения [1]. Особенность в случае разреженного оптического потока в том, что число уравнений непостоянно, так как число наблюдаемых ориентиров варьируется. Метод отслеживания смещения ориентиров был тезисно представлен в [2]. Для численного метода решения обратной задачи для оценки скоростей движения камеры за интервал времени между соседними кадрами, рассмотрены несколько подходов. Первый — введение в систему линейных уравнений матрицы индикаторов, выключающей лишние строки. Второй — адаптивная процедура заполнения числами матрицы коэффициентов, с возможностью менять размеры самой матрицы. Третий — использование линейного фильтра Калмана с переменным числом наблюдений, являющегося аналогом рекуррентного метода наименьших квадратов.

Камера откалибрована, внутренние параметры камеры, включая фокусное расстояние, и отношение фокусного расстояния к размеру квадратного светорегистрирующего элемента считаются известными. На практике, в зависимости от используемого интерфейса передачи данных камера–процессор оптического потока, может возникать проблема переменного межкадрового интервала времени. Для

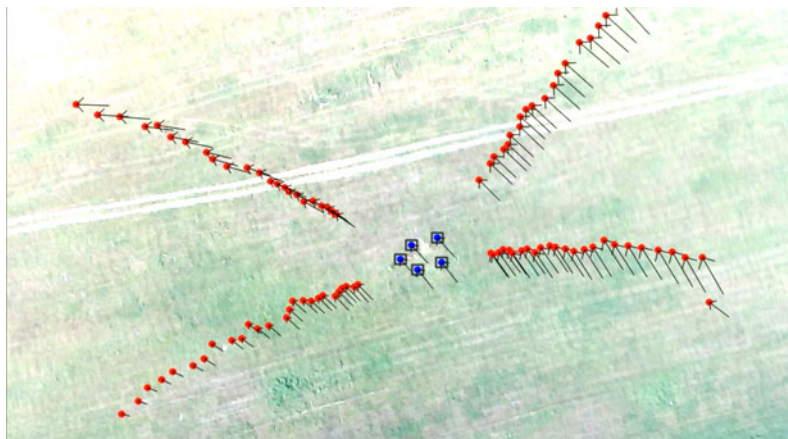


Рис. 1

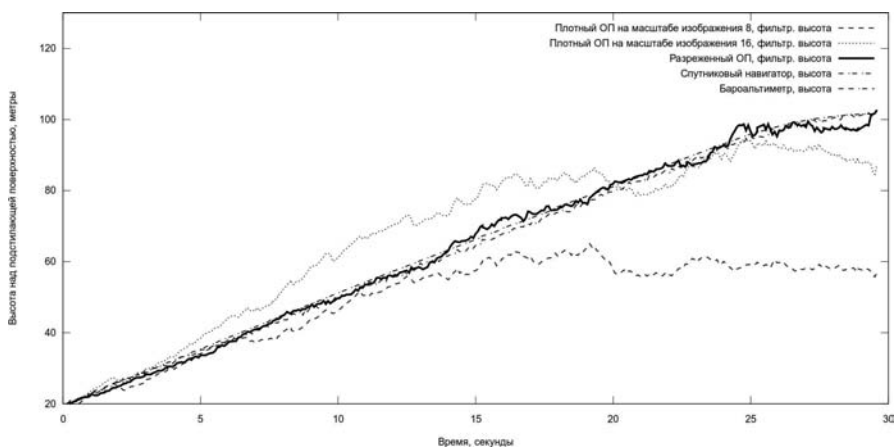


Рис. 2

вычислений в таком случае используется переменный шаг интегрирования. Еще одна возможная практическая проблема - недостаточная вычислительная скорость процессора. В таком случае, мы тоже можем использовать переменный шаг интегрирования, но разреженный оптический поток следует вычислять между некоторым ранее поступившим кадром, для которого отслежено положение визуальных ориентиров, и текущим кадром, полученным в момент, когда произошла синхронизация программного потока, вычисляющего шаг фильтра.

В сравнении с методом вычисления оценки скоростей и положения камеры по плотному оптическому потоку, для разреженного оптического потока число уравнений значительно меньше — не более 100. Интерес представляет сопоставление точности получаемой оценки положения.

Выполнено графическое сравнение в частном случае, изображено на рис. 1. Сравнивается траектория оценки высоты, полученная фильтрацией и интегрированием вертикальной скорости перемещения камеры, оцененной по разреженному оптическому потоку, сплошная жирная линия. Оценки по плотному оптическому потоку, на изображениях масштаба 8 и 16 от исходного изображения, полученных взвешенным усреднением исходного изображения с гауссовым окном, изображены

двумя пунктирами (в легенде верхние две строки). Сравнение делается с линиями измерений высоты по спутниковому навигатору и по барометрическому высотомеру приведены в другом пункте (в легенде два нижних типа линии).

1. Колосов К. С., Миллер А. Б., Миллер Б. М., Попов А. К., Степанян К. В. Методы видеонавигации БПЛА с использованием оптического потока // Всероссийское совещание по проблемам управления, Москва, ИПУ РАН, 2019. — С. 290–295. — DOI: 10.25728/vspru.2019.0290.
2. Попов А. К., Степанян К. В., Миллер Б. М., Колосов К. С. Определение скоростей движения камеры с использованием точечного оптического потока // Материалы XXII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2021), 4–13 сентября 2021 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2021. — С. 138–141. — URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=47453405>.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ В ЗАДАЧЕ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПЫТАТЕЛЬНЫХ КОМПЛЕКСОВ

В. И. Протасов, З. Е. Потапова, А. В. Шаронов

МАИ, Москва, Россия

В настоящее время постоянное изменение объекта испытания контрольной аппаратуры и радиоэлектронной аппаратуры (РЭА) обусловлено повышением функциональных сложностей и интеграции, улучшением надежности элементной базы, а также широким применением цифровых технологий обработки информации и микропроцессоров.

Одновременно повышаются требования к РЭА по стойкости к внешним факторам, по надежности и долговечности. Это привело к значительным увеличениям объемов испытаний, к увеличению стоимости испытаний и контрольного испытательного парка.

Соотношение контрольно-испытательной деятельности изменилось. Если ранее они были соотнесены как 1 : 5, то сейчас время измерений несколько раз превышает время тестирования, в особенности для персональных устройств электронной техники с элементами более высокого уровня интегрирования.

Только доля периодических проверок и проверок долговечности составляет порядка десяти рабочих дней на изготовление изделий. Опыт свидетельствует о том, что за последние пять лет объем тестирования в среднем увеличился в 2–2,5 раза.

Таким образом, можно сделать вывод, что автоматизация контроля и испытаний — одно из главных направлений повышения эффективности и, следовательно, повышения качества и надежности РЭА-средств.

Настоящая работа выполнена в предположении, что для проведения испытаний создан специальный центр, состоящий из расположенных по кольцу испытательных стендов, на которых могут проводиться испытания различных изделий по разным параметрам. В каждый момент времени на стенде может находиться только одно изделие с заранее определенным временем испытаний. Для каждого типа изделия составлен план проведения испытаний. В нем представлен порядок прохождения стендов и время, затрачиваемое на данный вид испытаний.

Предположим, что имеется M разных типов изделий и N стендов. Испытательный центр охватывается с внешней стороны кольцевым замкнутым конвейером, имеющим $K > N$ ячеек, в которых размещаются изделия. С определенной частотой

происходит дискретное вращение конвейера. При этом находящееся в какой-либо ячейке изделие может быть перемещено на нужный незанятый в данный момент стенд в соответствии с планом испытаний. Считается, что для испытания подготовлена партия, состоящая из известного количества $L[i]$ различных изделий ($i = 1, 2, 3 \dots M$).

Изделия размещаются в J ячейках вспомогательного конвейера, также движущегося дискретно. Он соприкасается с главным конвейером в двух последовательно расположенных позициях. Если на главном конвейере в данном такте его продвижения есть свободное место, то происходит перемещение изделия со вспомогательного конвейера на главный конвейер. С последней позиции главного конвейера изделие, прошедшее весь цикл испытаний перемещается в ячейку вспомогательного конвейера. Вспомогательный конвейер при этом перемещается на один такт. Испытания проводятся до тех пор, пока все размещенные на вспомогательном конвейере изделия не пройдут весь цикл испытания. Общее время испытаний T измеряется в числе тактов циклических перемещений главного конвейера, когда вся партия изделий полностью испытана. Ясно, что величина T зависит от параметров плана каждого изделия, подлежащего испытаниям и соотношения между числом ячеек K главного конвейера и числом стендов M . При неудачном выборе этого соотношения и/или порядка расположения различных изделий на вспомогательном конвейере, возможен дедлок, т. е. ситуация, когда все стенды заняты и не могут перегрузить изделия на главный конвейер, также занятый.

Итак, у нас возникла NP-задача: найти такой порядок первоначального распределения различных изделий на вспомогательном конвейере, при котором время испытаний было бы минимальным и не возникало ситуации дедлока.

Эта задача была решена нами с использованием генетических алгоритмов. В соответствии с ними вначале была составлена популяция из 100 случайных распределений положений различных изделий на вспомогательном конвейере. Была также разработана программа, обеспечивающая моделирование процесса испытаний и отражающая динамику прохождения изделий по стендам в соответствии с заранее заданными планами испытаний. С помощью этой программы для каждой особи определялась величина T , рассматриваемая как значение ее фитнес-функции. Хромосома особи образована последовательностью номеров расположения изделий всей партии на вспомогательном конвейере. Если возникает ситуация дедлока, то при превышении заранее заданного числа тактов осуществляется выход из бесконечно повторяемого цикла и присвоение значения этого большого числа фитнес-функции данной особи.

Далее, в соответствии с процедурой генетических алгоритмов, выбиралась случайная пара родителей, и осуществлялось их скрещивание. У полученного таким образом потомка проводилась корректировка — замена номеров расположения изделий, количество которых не совпадало с запланированным, после чего вычислялась фитнес-функция потомка по процедуре, описанной выше. Если это значение было меньше значения фитнес-функции худшего из родителей, то хромосома худшего родителя и значение фитнес-функции замещались хромосомой потомка и его фитнес-функции. С определенной частотой, определяемой известным положением, что 0,05 общего числа генов генофонда популяции особей должно подвергаться мутации, осуществлялся этот оператор генетических алгоритмов с последующей коррекцией особи, как и в аналогичных случаях при скрещивании. Эволюция популяции решений в соответствии с такой схемой процедуры генетических алгоритмов осуществлялась до тех пор, пока значение фитнес-функции лучшей особи переставало улучшаться. Как показали расчеты, требовалось не более 3000 итераций. Для

определения эффективности предложенной в данной работе схемы генетических алгоритмов проводилось сравнение величины T , полученной с их применением и при использовании метода «грубой силы», когда находилось значение лучшей фитнес-функции у такого-же количества случайных распределений, что и при использовании генетических алгоритмов.

Эксперименты проводились для $M = 6$, $N = 8$, количестве одинаковых изделий от 4 до 12 и времени их испытаний от 4 до 20 тактов. Было проведено 1000 испытаний определения эффективности процедуры генетических алгоритмов для различных планов. Параметром эффективности являлось отношение числа тактов, полученное генетическими алгоритмами к числу тактов, полученным с использованием «грубой силы». Этот параметр для наших экспериментов составил значение 0,56.

В заключение можно сделать вывод об эффективности применения генетических алгоритмов для решения задачи уменьшения времени испытаний электронных приборов и устранения дедлоков при рассмотренной в работе схеме проведения испытаний. Также можно сделать вывод о целесообразности использования этих результатов в Индустрии 4.0, когда массовое производство однотипных изделий заменяется массовым же производством штучных изделий в соответствии с заказами пользователей. Под стендами в этом случае можно понимать обрабатывающие центры, выполняющие различные технологические операции.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДОЗВУКОВОГО ЛАМИНАРНОГО ОБТЕКАНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ ПРИ ВЫСОКИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

А. Д. Савельев

ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

Отрыв пограничного слоя под воздействием положительного градиента давления является очень распространенным на практике явлением. Критерии отрыва сформулированы в [1]. Для ламинарного и турбулентного пограничных слоев они выглядят следующим образом:

$$Ksl = \frac{Re \delta^{*2}}{2} \frac{dC_p}{dx} \quad \text{и} \quad Kst = \frac{\delta^*}{2} \frac{dC_p}{dx}.$$

Отрыв турбулентного пограничного слоя вызывается гораздо более высокими градиентами давления, чем в случае ламинарного пограничного слоя, что находит объяснение в различиях их внутренних структур. Кроме того, если при заданном числе Маха для турбулентного пограничного слоя градиент давления при отрыве с ростом числа Рейнольдса увеличивается, то для ламинарного (например, в случае пограничного слоя на пластине) его величину можно считать практически постоянной. Ламинарный пограничный слой отрывается гораздо проще, чем развитый турбулентный.

При дозвуковом обтекании элементов летательных аппаратов вокруг них формируются сдвиговые течения, являющиеся источниками акустической радиации. Численным расчетам генерации звукового излучения аэродинамических профилей посвящено большое количество исследований на западе. В основном рассматриваются области невысоких чисел Маха и умеренных ламинарных чисел Рейнольдса [2]. Источником излучения выступает прежде всего задняя кромка профиля, за

которой при слиянии потоков с верхней и нижней поверхностями возникает зона повышенного давления. Постепенно формируются периодические колебания давления, распространяющиеся вверх по потоку.

Возникает закономерный вопрос: как сказывается на течении дальнейшее увеличение числа Рейнольдса без привлечения модели турбулентной вязкости? Появятся ли признаки перехода пограничного слоя к турбулентному режиму? С этой целью рассматривалось обтекание профиля DAE51 при числе Маха 0,1 и нулевом угле атаки в диапазоне изменения числа Рейнольдса от 10^5 до $2 \cdot 10^6$. Разностная сетка отвечала требованиям использования известных моделей турбулентной вязкости. Расчеты проводились с применением разностных операторов высокого порядка [3].

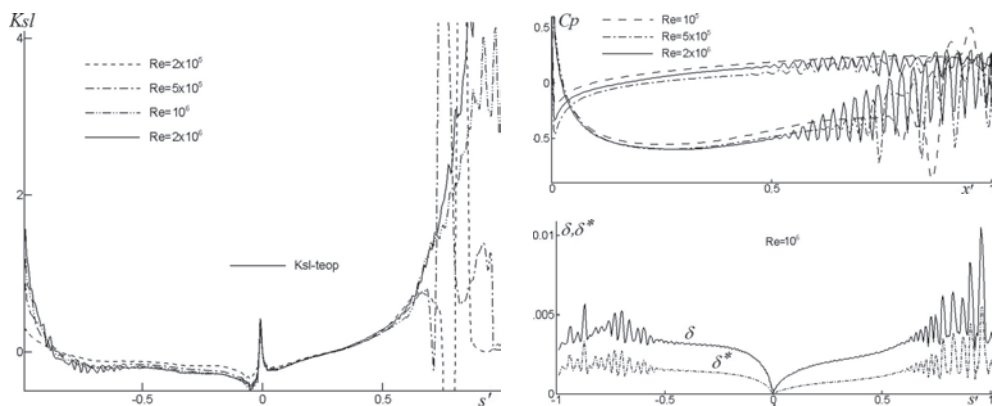


Рис. 1

Они показали, что при обтекании профиля на его поверхности формируются вихревые структуры, каскадом стекающие вниз по потоку. При этом с увеличением числа Рейнольдса и уменьшением толщины пограничного слоя количество вихрей увеличивается, а начало их формирования сдвигается вверх по потоку. Эти данные согласуются с распределением по поверхности профиля критерия отрыва ламинарного пограничного слоя на основе осредненного по времени течения. Здесь за нулевое значение на оси абсцисс принята точка растекания, отрицательные значения s' соответствуют нижней поверхности профиля, а положительные — верхней. Также представлены распределения коэффициента давления C_p и толщин пограничного слоя δ и вытеснения δ^* , указывающие на присутствие вихревых структур в пограничном слое.

Можно заключить, что ламинарный пограничный слой при «турбулентных» значениях числа Рейнольдса в силу усиливающегося дефицита вязких сил теряет устойчивость и превращается в вихревую структуру каскадного типа. При этом начало отрыва с увеличением Re сдвигается вверх по потоку, а толщина пограничного слоя в области вихрей увеличивается. Следует вспомнить, что внутренняя структура турбулентного пограничного слоя, как это показывает высокоскоростная фотосъемка, выполненная с выдержкой в микросекунды, представляет собой совокупность очень мелких интенсивно взаимодействующих между собой вихрей. Для прямого численного исследования подобных течений требуются расчетные сетки с большим на три порядка количеством узлов (по оценкам) в каждом пространственном направлении, чем те, которые позволяет использовать имеющаяся вычислительная техника. Представленные результаты носят качественный характер

и служат лучшему пониманию процессов перехода от ламинарного режима течения на профиле к турбулентному.

1. *Бам-Зеликович Г. М.* Расчет отрыва пограничного слоя // Изв. АН СССР. ОТН. — 1954. — №12. — С. 68–85.
2. *Tam C. K. W., Ju H.* Numerical simulation of the generation of airfoil tones at a moderate Reynolds number // AIAA Paper №2006-2502. — 2006. — 23 p.
3. *Савельев А. Д.* Численное моделирование нестационарных дозвуковых течений вязкого газа на основе составных компактных схем высокого порядка // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 2021. — Т. 61, №2. — С. 281–302.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ АНАЛИТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ РАСЧЕТА ПРОФИЛЯ СКОРОСТИ В СЛЕДЕ ЗА ВЕТРОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ УСТАНОВКОЙ В МОДЕЛЬНОМ ВЕТРОПАРКЕ

С. В. Стрижак

ИСП РАН, Москва, Россия

Начиная с 2017 г. на территории РФ (Ульяновская и Ростовская области, Ставропольский край, Республики Саха и Адыгея) построено более 10 новых ветропарков. В составе одного действующего ветропарка эксплуатируется от 3 до 84 ветроэлектрических установок (ВЭУ) различной мощности.

Задачи, связанные с разработкой точных расчетных методов для оценки профиля скорости в следе, динамики вихревых следов и вырабатываемой суммарной годовой мощности ветропарка, являются актуальными. Для решения подобных задач с учетом влияния рельефа местности и метеорологических данных могут быть использованы различные расчетные методы. К таким методам можно отнести аналитические методы решения с использованием эмпирических коэффициентов и численные методы для решения уравнений в частных производных. Численные методы решения уравнений в частных производных на подробных сетках до 100 млн ячеек в постановках URANS, LES являются дорогостоящими, так как требуют решения системы алгебраических уравнений на мощных вычислительных кластерах или на серверах с большой общей оперативной памятью в течении нескольких дней.

Альтернативой численным сеточным методам являются аналитические и инженерные методы расчета профиля скорости в следе за ВЭУ и вырабатываемой мощности, которые позволяют смоделировать работу ветропарка на настольном компьютере за несколько минут. В данной работе представлены результаты расчета двух модельных ветропарков с использованием открытой библиотеки FLORIS. В основе библиотеки FLORIS, разработанной на языке программирования Python, содержатся различные аналитические модели для расчета профиля скорости за ветроэлектрической установкой (ВЭУ), модели взаимного влияния и наложения вихревых следов, модель оптимизации положения гондолы по углу рыскания [1, 2]. Оценка профиля скорости за ВЭУ позволяет оценить величину дефицита скорости, что важно для ветропарка с расположенными ВЭУ в несколько рядов. Для вывода выражений для расчета профиля скорости используются законы сохранения массы и количества движений для выделенного объема воздуха вокруг ветроколеса ВЭУ, процедура интегрирования полученных соотношений и автомодельные решения.

Перечислим наиболее известные аналитические модели расчета профиля скорости в следе за ВЭУ:

- 1) Jensen-модель (Jensen, 1983);
- 2) модель с учетом выполнения законов сохранения (Frandsen et al., 2006);
- 3) модель с учетом отклонения следа за ВЭУ (Jimenez et al., 2010);
- 4) модели с гауссовским распределением безразмерной скорости (Porte-Agel et al., 2014, 2015, 2016, 2017);
- 5) мультizonальная модель (Pieter MO Gebrard et al., 2014);
- 6) гибридная модель с гауссовским распределением безразмерной скорости и с моделью учета влияния вращения вихря (King et al., 2019).

Модель вихревого следа за ВЭУ включает в себя три зоны: ближнее поле следа, дальнее поле следа, зона смешения (рис. 1).

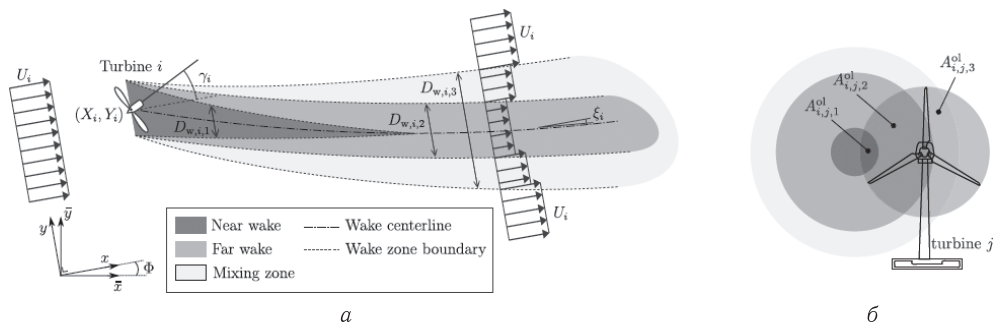


Рис. 1. Модель вихревого следа с тремя областями и модель влияния для нескольких ВЭУ

В модели библиотеки FLORIS определяются центр положения вихревого следа, слагаемое для учета влияния вращения потока, слагаемое для учета смещения следа за счет поворота гондолы ВЭУ, диаметр следа для каждой из трех зон, формула для расчета коэффициента мощности и значения мощности ВЭУ. Скорость в следе зависит от координат и коэффициента распада вихревого следа.

В основе модели расчета профиля скорости за ВЭУ используются интегральные методы и получение автомодельных решений, как это было развито в теории струй для оценки профиля безразмерной избыточной скорости в основном участке осесимметричной воздушной струи, распространяющейся в спутном потоке воздуха. Для описания универсальных профилей скорости могут быть подобраны приближенные аналитические зависимости [3]. Теория турбулентных струй обязана своим развитием научными школами таких крупных российских ученых, как Г. Н. Абрамович, Л. Г. Лойцянский, А. С. Гиневский, Л. А. Вулис, В. П. Кашкаров, С. В. Фалькович, В. Г. Дулов, В. Н. Глазнев, И. П. Гинзбург, В. Н. Усков.

Для проверки работоспособности трех аналитических моделей (Jensen-модель, Jimenez-модель, гауссовская модель) расчета профиля скорости и их взаимного сопоставления были проведены расчеты для двух модельных ветропарков с двумя и восемью ВЭУ. Мощность каждого ВЭУ задавалась равной $P = 2,5$ МВт или $P = 0,3$ МВт. Работа ВЭУ описывалась по модели «Actuator Disk Model». Данные по ВЭУ (диаметр ветроколеса, высота башни, зависимости мощности, коэффициентов мощности и тяги от скорости) брались из открытых источников в интернете. Также задавались данные по скорости и розе ветров, начальной турбулентности потока, шероховатости поверхности.

Расстояние между двумя ВЭУ задавалось равным $5D$, где D — диаметр ветроколеса (рис. 2). Для случая ветропарка с восемью ВЭУ расстояние между рядами ВЭУ выбиралось равным $5D$, между ВЭУ по вертикали $3D-4D$. В расчетах также менялся угол поворота гондолы ВЭУ и направление вектора скорости (рис. 3).

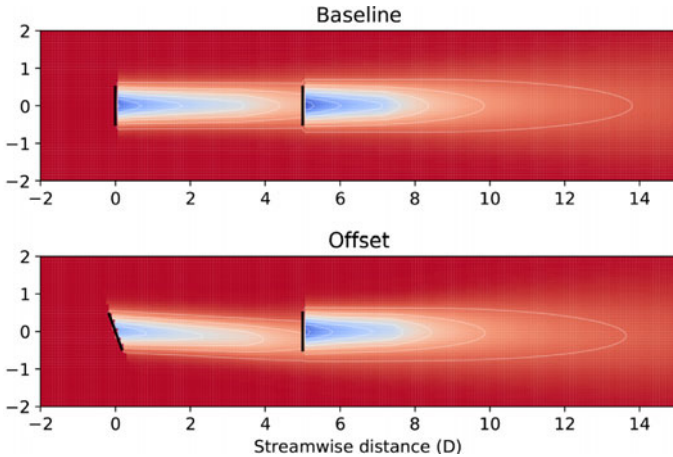


Рис. 2. Поле скорости для двух ВЭУ

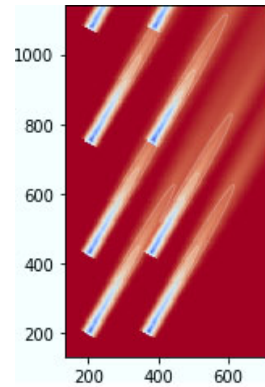


Рис. 3. Поле скорости для восьми ВЭУ

Оценивались полученные профили скорости в различных сечениях в следе, значения мощности для каждой ВЭУ и их взаимное различие, которое составило не более 10%.

1. *Gebraad P. M. O. et al.* Wind plant power optimization through yaw control using a parametric model for wake effects — a CFD simulation study // *Wind Energy*. — 2014. — V. 19. — P. 95–114.
2. FLORIS, Release 2.4. Feb 28, 2022. — 179 p.
3. *Абрамович Г. Н.* Прикладная газовая динамика. В 2 ч. Ч. 1. — 5-е изд. — М.: Наука, 1991. — 600 с.

О СКОЛЬЗЯЩИХ РЕЖИМАХ В ЗАДАЧАХ РЕКОНСТРУКЦИИ ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ*

Н. Н. Субботина¹, Е. А. Крупенников²

¹ИММ УрО РАН, Екатеринбург, Россия; ²УрФУ, Екатеринбург, Россия

Доклад посвящен решению задачи реконструкции динамики управляемой системы по неточным дискретным замерам наблюдаемой траектории. Эта задача состоит в восстановлении траектории системы и управления, породившего эту траекторию. Восстановление производится в реальном времени по неточным дискретным замерам наблюдаемой траектории, называемой базовой.

Рассматриваются детерминированные системы, аффинные по управлениям. Допустимые управления — измеримые функции со значениями из известного компакта U . Заметим, что этот компакт не обязательно выпуклый. Невыпуклые геометрические ограничения на управления могут приводить к появлению так называемых скользящих режимов [1].

Авторами доклада ранее был предложен и обоснован подход [2, 3] к решению задачи динамической реконструкции с выпуклыми ограничениями на управления. В докладе предлагается обобщение этого подхода на случай невыпуклых огра-

*Работа поддержана грантом РФФИ №20-01-00362.

нений. Вводится понятие обобщенных управлений — измеримых функций со значениями из множества регулярных вероятностных мер на заданном компакте U . Известно [4], что каждому такому обобщенному управлению соответствует траектория, порождаемая «недопустимым» управлением — измеримой функцией со значениями из выпуклой оболочки, натянутой на компакт U . Такое управление будем называть «усредненным» управлением. Значениями этого управления в каждый момент времени являются результаты интегрирования допустимых значений управления по соответствующей мере на множестве U . Задача реконструкции управления по дискретным неточным замерам наблюдаемой траектории ставится как задача реконструкции нормального усредненного управления — усредненного управления, порождающего базовую траекторию и имеющего минимальную норму в пространстве L^2 . Предложенный авторами метод [2, 3] позволяет строить слабые со звездой кусочно-непрерывные аппроксимации решения задачи реконструкции управления. Однако, предложенные аппроксимации не обязаны удовлетворять заданным геометрическим ограничениям.

В докладе предлагается модификация метода [2, 3], позволяющая строить кусочно-постоянные аппроксимации решения задачи реконструкции управления со значениями из выпуклой оболочки компакта U , которые поточечно сходятся к нормальному усредненному управлению. Предложен метод численного моделирования реконструируемых скользящих режимов на базе предложенных аппроксимаций.

Заметим, что задача реконструкции управления состоит в аппроксимации усредненного нормального управления. Однако, в классе обобщенных управлений одному и тому же усредненному управлению может соответствовать не одно управление (вплоть до континуума обобщенных управлений). Поэтому поставленная задача некорректна в классе обобщенных функций, а усредненные управления вводятся для ее регуляризации. При этом усредненное управление отождествляется с классом обобщенных функций, ему соответствующих. Кроме того, показано, что нормальное усредненное управление — единственно для наблюдаемой базовой траектории.

Постановка задачи. Наблюдается некоторая базовая траектория $x^*(\cdot): [0, T] \rightarrow R^n$ динамической управляемой системы вида

$$\dot{x}(t) = G(t, x(t))u(t) + f(t, x(t)), \quad x \in R^n, \quad u \in U \subset R^m, \quad m \geq n, \quad t \in [0, T], \quad (1)$$

где x — вектор фазовых переменных, u — вектор управлений, $T < \infty$, U — компакт. Эта траектория порождается неизвестным допустимым управлением.

В данном докладе рассматривается случай двухточечного множества U :

$$U = \{u_1, u_2\}, \quad u_1, u_2 \in R^m.$$

В реальном времени поступают неточные дискретные замеры базовой траектории

$$\{y_k^\delta, k = 0, \dots, N, N = \lceil T/h^\delta \rceil\}: \|y_k^\delta - x^*(t_k)\| \leq \delta. \quad (2)$$

Они имеют погрешность $\delta > 0$ и поступают с шагом $h^\delta > 0$ в моменты времени $t_k = kh^\delta, k = 0, \dots, N$.

Задача динамической реконструкции (ЗДР) ставится следующим образом: для полученных при определенных δ и h^δ наборов замеров $\{y_k^\delta\}$ (2) к моменту времени $t_k, \{k \in \{1, \dots, N\}\}$ построить управления $u^\delta(\cdot): [0, t_k] \rightarrow R^m$ такие, что при стремлении к нулю параметров δ и h^δ эти управления сходятся к усредненному нормальному управлению $u^*(\cdot)$, а траектории системы (1), порожденные этими управлениями, сходятся равномерно к базовой траектории $x^*(\cdot)$.

В работах [2, 3] предложен пошаговый алгоритм решения ЗДР, позволяющий получить слабые со звездой аппроксимации $u^\delta(\cdot)$ усредненного нормального

управления в форме кусочно-непрерывных функций, осциллирующих с высокой частотой. Эти функции равномерно ограничены, однако не являются допустимыми управлениями, так как не гарантируется, что их значения принадлежат U . В докладе предлагается двухэтапная процедура обработки этих функций, позволяющая получить допустимые аппроксимации.

На каждом k -м шаге алгоритма (т. е. для $t \in [t_{k-1}, t_k]$) предлагается строить интегральное усреднение полученных аппроксимаций:

$$\bar{u}_k^\delta = \frac{1}{h^\delta} \int_{t_{k-1}}^{t_k} u^\delta(\tau) d\tau.$$

Показано, что полученные интегральные аппроксимации сходятся поточечно к усредненному нормальному управлению, а порожденные ими траектории сходятся равномерно к базовой.

Затем предлагается процедура построения на основании этих усреднений допустимых управлений (т. е. таких, значения которых принадлежат U), аппроксимирующих реконструируемый скользящий режим в слабом со звездой смысле.

1. Уткин В. И. Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления. — М.: Наука, 1981. — 367 с.
2. Субботина Н. Н., Крупеников Е. А. Слабые со звездой аппроксимации решения задачи динамической реконструкции // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. — 2021. — Т. 27, №2. — С. 208–220.
3. Субботина Н. Н., Крупеников Е. А. Слабое со звездой решение задачи динамической реконструкции // Тр. Математического института им. В. А. Стеклова, 2021. — Т. 315. — С. 247–260.
4. Гамкрелидзе Р. В. Основы оптимального управления. — М.: Наука, 1977. — 260 с.

АНАЛИЗ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ПОДВОДНОГО ГЛАЙДЕРА ДИСКООБРАЗНОЙ ФОРМЫ

А. Л. Сухоруков, М. А. Титов

АО ЦКБ МТ «Рубин», Санкт-Петербург, Россия

Сегодня возрос интерес к проектированию автономных необитаемых подводных аппаратов с нетрадиционными принципами движения. Среди таких аппаратов выделяют подводные планеры (глайдеры). Важным достоинством этого типа аппаратов по сравнению с другими типами является существенная экономия энергии, затрачиваемой на движение, а также пониженное значение шумности. Движение подводных планеров осуществляется за счет многократного создания знакопеременной избыточной плавучести. Особое место среди таких аппаратов занимают глайдеры дискообразной формы, предложенные японскими специалистами [1]. Выбор данной формы аппарата определяется его «всеенаправленностью», т. е. способностью выполнять управляемое движение при погружении и всплытии в любом направлении. Система погружения — всплытия глайдера может быть построена по «коптерной» схеме.

При дискообразной форме корпуса встает вопрос об обеспечении устойчивости движения подводного аппарата в вертикальной плоскости вследствие большого значения позиционного опрокидывающего момента $m_z(\alpha)$. В данной работе на основе численных методов динамики вязкой жидкости [2, 3] проведен сопоставитель-

ный анализ гидродинамических характеристик глайдера с исходной дискообразной формой корпуса [1] и глайдера с предложенной модифицированной формой корпуса (рис. 1). Модификация заключалась в создании профилированной кольцеобразной «проточки» вблизи внешнего периметра аппарата симметрично на верхней и нижней частях корпуса.

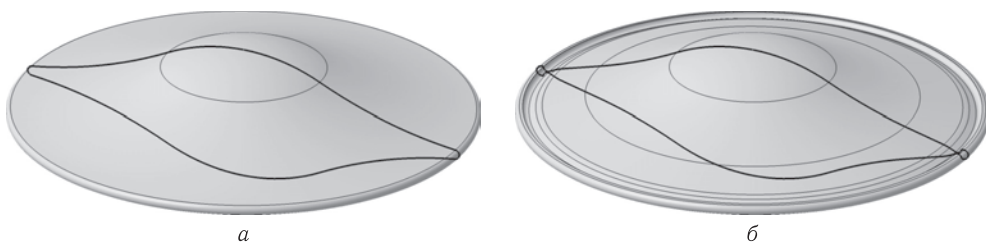


Рис. 1. Подводный глайдер исходной (а) и модифицированной (б) формы

Как показали результаты расчетов гидродинамических характеристик и последующее математическое моделирование параметров движения аппарата в вертикальной плоскости, организация «проточки» на корпусе подводного аппарата приводит к уменьшению опрокидывающего момента $m_z(\alpha)$, увеличению коэффициента подъемной силы $c_y(\alpha)$ и улучшению параметров устойчивости глайдера при движении в вертикальной плоскости. На рис. 2 приведено сечение корпуса подводного аппарата в районе «проточки». Такая профилировка приводит к значительному повышению статического давления потока в нижней кормовой части аппарата при положительных углах атаки за счет того, что в этом случае поток натекает на боковую стенку «проточки». Это, в свою очередь, приводит к уменьшению опрокидывающего момента, что улучшает параметры устойчивости подводного аппарата.

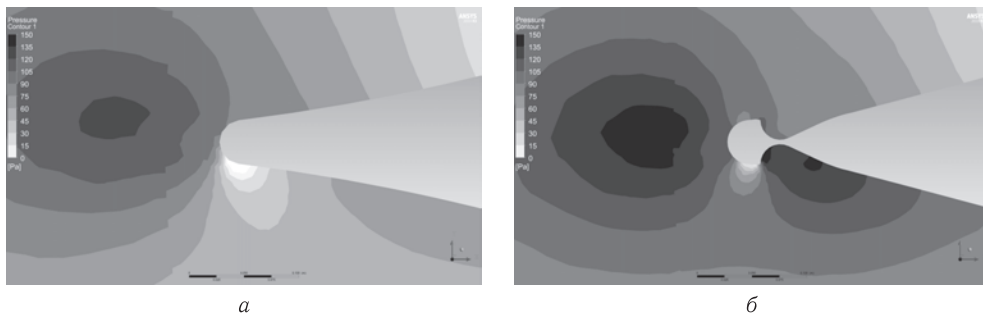


Рис. 2. Распределение статического давления потока в районе кормовой части глайдера при угле атаки 15 градусов: а — исходная форма; б — модифицированная форма

В работе [4] были получены соотношения для оценки оптимальных параметров движения глайдера с заданной формой корпуса. Для глайдера исходной дискообразной формы оптимальное значение угла атаки α_{opt} при котором реализуется максимальное гидродинамическое качество составляет: $\alpha_{opt} = 7,57^\circ$, $K_{max} = 7,50$, а для глайдера модифицированной формы: $\alpha_{opt} = 7,51^\circ$, $K_{max} = 6,62$. На рис. 3 приведены параметры движения для глайдеров двух форм при значении плеча точки приложения избыточной плавучести $x_p = 0,7$ м относительно центральной оси аппарата.

Как показывают результаты моделирования, данное плечо избыточной плавучести обеспечивает значение угла атаки глайдера близкое к оптимальному. Для под-

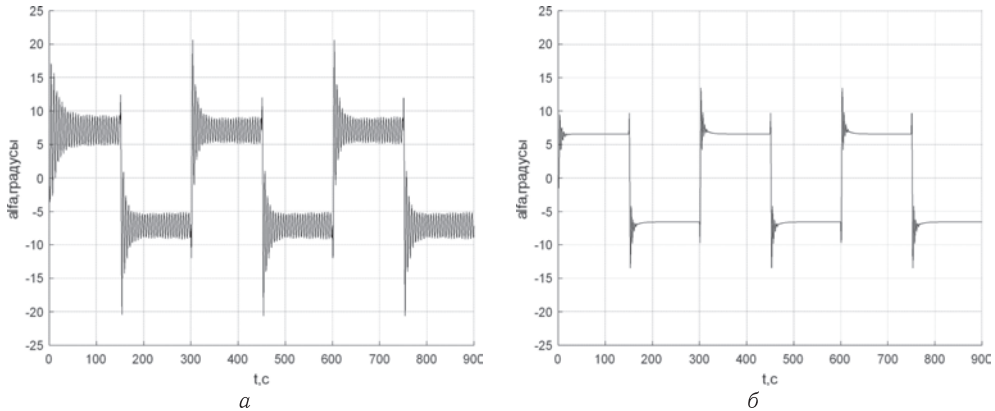


Рис. 3. Зависимость угла атаки от времени для глайдера исходной (а) и модифицированной (б) формы

водного аппарата модифицированной формы в каждом цикле изменения плавучести спустя некоторое время релаксации параметры движения выходят на установившиеся значения. В то время как для подводного аппарата исходной формы в каждом цикле изменения плавучести наблюдаются автоколебательный режим параметров движения с частотой близкой к частоте собственных колебаний глайдера. Для подводного аппарата модифицированной формы уменьшение опрокидывающего момента $m_z(\alpha)$ и увеличение демфирующего момента $m_z^{\omega_z}$ приводит к подавлению этих автоколебательных режимов.

Таким образом, создание профилированной «проточки» позволило устранить автоколебательные явления на оптимальном режиме движения глайдера.

1. *Koterayama W., Nakamura M., Ito Y., Yoshimura H.* Autonomous Underwater Vehicle for Practical Use in Ocean Observations // Proceedings of the Tenth (2012) ISOPE Pacific/Asia Offshore Mechanics Symposium, Vladivostok, Russia, October 3–5, 2012. — P. 170–175.
2. *Сухоруков А. Л., Титов М. А.* Об устойчивости подводного планера — глайдера на балансировочных режимах движения // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика.* — 2016. — № 3. — С. 66–79.
3. *Сухоруков А. Л., Титов М. А., Чернышев И. А.* Об использовании численных методов динамики вязкой жидкости для определения коэффициентов вращательных производных гидродинамических сил и моментов // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика.* — 2016. — № 2. — С. 52–61.
4. *Рождественский К. В.* Параметрический анализ установившегося движения подводного глайдера в вертикальной плоскости // *Морские интеллектуальные технологии.* — 2016. — Т. 2, № 3(33). — С. 7–14.

ВЛИЯНИЕ ЧАСТОТЫ ПОЛЯ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО РАЗРЯДА ПОНИЖЕННОГО ДАВЛЕНИЯ

Т. Н. Терентьев

КФУ, Казань, Россия

Исследована зависимость параметров индуктивно связанной высокочастотной плазмы от частоты электромагнитного поля при низком давлении. Исследование проводилось в 2D-осесимметричной нестационарной постановке, реализованной в

программном комплексе Comsol с использованием уравнений Навье–Стокса, уравнения неразрывности для электронной плотности, уравнения плотности энергии электронов, уравнения теплопереноса, уравнений Максвелла и Пуассона для электромагнитных полей. Получены распределения электронной плотности, температуры несущего газа, электронной температуры и ионной плотности атомов аргона на выходе из разрядной трубки в зависимости от частоты электромагнитного поля.

Расчеты проводились при давлении $p_0 = 113$ Па, расходе газа $G_0 = 1500$ SCCM. Зависимость электронной концентрации от частоты возбуждения имеет экстремум в диапазоне 250 кГц—39,8 МГц. Например, при подводимой мощности 1000 Вт концентрация электронов достигает максимума на частоте 5 МГц. Однако частота, соответствующая максимуму электронной плотности, может меняться в зависимости от мощности. При увеличении мощности пик смещается в сторону более низких частот. Ввиду сложной зависимости параметров плазмы из расчетов можно сделать вывод, что эффективный энерговклад смещается в диапазоне частот от 6,5 МГц при мощности 700 Вт до 2,82 МГц при мощности 2,5 кВт.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО СОУДАРЕНИЯ ДВУХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СЕТОЧНЫХ И БЕССЕТОЧНЫХ МЕТОДОВ*

П. Д. Токталиев¹, С. И. Мартыненко^{1,2,3}

¹ИПХФ РАН, Черноголовка, Московская обл., Россия;

²МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия; ³ОИВТ РАН, Москва, Россия

Задачи о соударении двух и более твердых тел с одной стороны являются классическими задачами механики, с другой стороны в ряде приложений, таких например, как защита искусственных спутников Земли от космического мусора или формирования ударных кратеров при падении небесных тел на поверхность Земли, характеризуются высокими скоростями соударяющихся тел, значительными деформациями и фазовыми переходами. Эти особенности осложняют численное моделирование подобных задач с использованием сеточных методов и для получения корректных результатов налагают высокие требования на уравнения состояния всех участвующих фаз. Альтернативными подходами для моделирования подобных задач является использование динамических сеток, различных бессеточных методов, например, метода сглаженных частиц, а также подходов, комбинирующих Эйлерово и Лагранжево описание процессов деформации и разрушения. Все они позволяют в определенной степени преодолеть недостатки классических сеточных методов, однако, также имеют ряд серьезных ограничений. При этом данные по эффективности использования того или иного метода для конкретного приложения часто отрывочны или имеют ограниченный объем.

В настоящей работе проведено сравнение эффективности в последовательной и параллельной реализации нескольких наиболее популярных сеточных и бессеточных методов [1] на примере ряда модельных задач: задачи Римана о распаде разрыва, трехмерной задачи Сода, трехмерного вихря Грэшо. Отдельно проведено исследование масштабируемости используемых программных реализаций методов для высокопроизводительной системы Ломоносов-2, НИВЦ МГУ, для слушающая $N > 2000$ ядер. Во второй части работы проведено моделирование в двумер-

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФН (грант №21-72-20023).

ной и трехмерной постановках высокоскоростного соударения двух твердых тел: алюминиевого ударника с алюминиевой преградой, с относительными скоростями до 10 км/с, с использованием бессеточного метода, сочетающего Эйлерово и Лагранжево описание [2] и уравнений состояния: аналитического широкодиапазонного и заданного в табличном виде [3]. Проведено сравнение результатов моделирования с известными экспериментальными данными.

1. Schaller M. et al. SWIFT: SPH With Inter-dependent Fine-grained Tasking // Astrophysics Source Code Library. — 2018. — URL: <http://www.swiftsim.com>.
2. Hopkins P.F. A new class of accurate, mesh-free hydrodynamic simulation methods // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2015. — V. 450, Issue 1. — P. 53–110. — DOI: 10.1093/mnras/stv195.
3. Lomonosov I. V. Multi-phase equation of state for aluminum // Laser and Particle Beams. — 2007. — V. 25. — P. 567–584.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕАГИРУЮЩЕГО ТЕЧЕНИЯ БЛИЗИ КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПО ВРЕМЕНИ АЛГОРИТМОВ*

П. Д. Токталиев¹, С. И. Мартыненко^{1,2,3}

¹ИПХФ РАН, Черноголовка, Московская обл., Россия;

²МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия; ³ОИВТ РАН, Москва, Россия

В настоящей работе проведено численное моделирование семейства реагирующих течений, возникающих при обтекании кругового цилиндра с протекающими на его поверхности химическими реакциями. Основу математической модели этой задачи составляют нестационарные конвективно-диффузионные уравнения с источником членом, описывающим химические превращения. Подобный тип уравнений естественным образом возникает во многих приложениях, в частности системы уравнений переноса используются для описания в рамках механики сплошной среды реагирующих течений. Обычно интегрирование по времени для таких уравнений выполняется с помощью последовательной по времени процедуры, и ее параллелизация для использования в высокопроизводительном параллельном окружении может быть выполнена несколькими способами. В настоящей работе рассмотрено семейство алгоритмов многосеточной редукции во (MGRIT) [1], которое обобщает известный алгоритм Parareal [2] на несколько уровней иерархии сетки. Обсуждается теоретическая сложность этого семейства алгоритмов и проводится сравнение с другими возможными обобщениями последовательного алгоритма, использующими многосеточный подход. Проведена оценка и анализ эмпирической производительности рассматриваемого семейства алгоритмов на известной задаче о нестационарном обтекании твердого кругового цилиндра с протекающими на его поверхности химическими реакциями.

1. Abel N., Chaudhry J., Falgout R. D., Schroder J. B. Multigrid-Reduction-in-Time for the Rotating Shallow Water Equations // LLNL Technical Report, LLNL-TR-813511, 2020.
2. Lions J. -L., Maday Y., Turinici G. A parareal in time discretization of PDEs // C.R. Acad. Sci. Paris. Serie I. — 2001. — V. 332. — P. 661–668.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и ТУБИТАК в рамках научного проекта №21-51-46007.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОСРЕДНЕННЫХ УРАВНЕНИЙ НАВЬ–СТОКСА ДЛЯ ЗАДАЧ С ВЫСОКОЧАСТОТНЫМИ ВИБРАЦИЯМИ*

А. И. Федюшкин¹, К. А. Иванов², А. А. Золотарев², А. А. Пунтус³

¹ИПМех РАН, Москва, Россия; ²АО «НПП «Пульсар», Москва, Россия;

³МАИ, Москва, Россия

В данной работе проведено решение задачи о вибрационной конвекции в прямоугольной области (рис. 1), заполненной неравномерно нагретой жидкостью, находящейся в высокочастотном вибрационном поле.

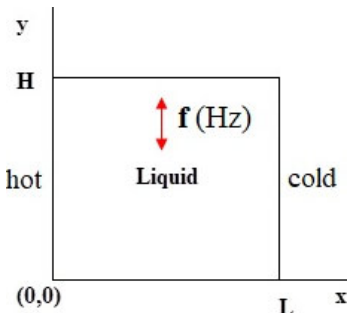


Рис. 1. Геометрия расчетной области и система координат

В случае высокочастотных вибраций задача описывается системой уравнений вибрационной конвекции Симоненко–Зеньковской [1]. В данной работе эти уравнения решались методом контрольных объемов [2] для двумерного случая в переменных «вихрь—функция тока—температура». Предполагалось, что вибрации направлены вдоль оси Oy , гармонические, поступательные, с малой амплитудой a и удовлетворяют следующему закону: $y = -a \cdot \sin(\Omega \cdot t)$, где $\Omega = 2\pi f$ и вибрационное ускорение равно $g_{vibr} = \ddot{y} = a \cdot \Omega^2 \cdot \sin(\Omega \cdot t)$, где f — частота колебаний (30–100 Гц), a — амплитуда вибраций (м) (100–200 мкм). При численном решении

системы уравнений Симоненко–Зеньковской в переменных «вихрь—функция тока» исключается из расчета давление, но приходится решать два уравнения Пуассона, поэтому минимизация времени решения уравнения Пуассона является необходимостью для сокращения общего времени решения задачи. В данной работе было

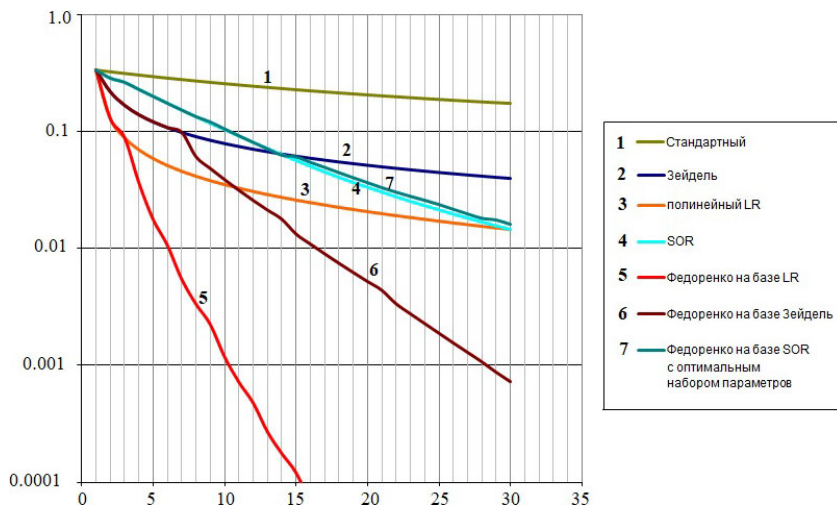


Рис. 2. Сходимость различных реализованных итерационных методов решения уравнения Пуассона

*Работа выполнена при финансовой поддержке государственной программы по теме АААА-А20-120011690131-7 и гранта РФФИ №20-04-60128 Вирусы.

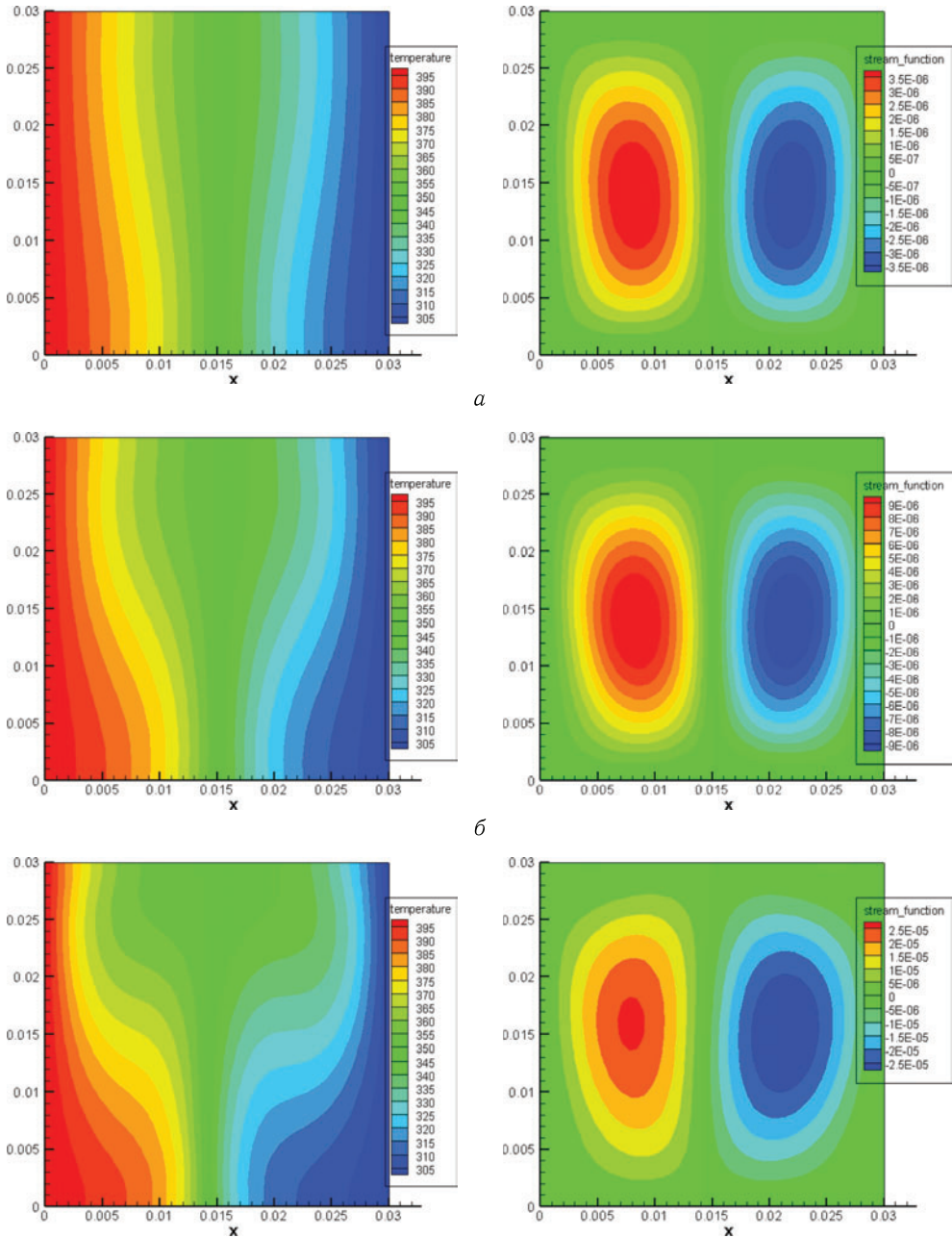


Рис. 3. Изотермы (слева) и изолинии функции тока (справа) течения расплава ($Pr = 0,0824$) в квадратной области при вибрационной конвекции в невесомости: *а* — $f = 30$ Гц, $a = 100$ мкм, $\varepsilon = 1,8 \cdot 10^{-4}$; $Ra_{vibr} = 1,776 \cdot 10^6$, $g_{vibr} = 3,55$; *б* — $f = 50$ Гц, $a = 100$ мкм, $\varepsilon = 1,8 \cdot 10^{-4}$, $Ra_{vibr} = 5 \cdot 10^6$, $g_{vibr} = 10$; *в* — $f = 50$ Гц, $a = 200$ мкм, $\varepsilon = 1,97 \cdot 10^{-3}$, $Ra_{vibr} = 10^7$, $g_{vibr} = 19,7$

сравнено время решения уравнения Пуассона различными методами. На рис. 2 показана сходимость решения уравнения Пуассона от числа итераций для рассмотренных методов. В результате проведенного исследования выбрана наилучшая по быстродействию, среди рассмотренных, связка алгоритмов: для вихря одна итерация метода установления с использованием продольно поперечной прогонки (LR), для многократно решаемых эллиптических уравнений использовался модифицированный многосеточный метод Р.П. Федоренко [3] и метод динамического программирования Р. Беллмана [4], приводящий к прямой и обратной прогонке (серия матриц вычисляется однократно и запоминается) [4], для температуры — алгебраический многосеточный метод `amg1r5` Д. Руге и К. Штубена [5].

Таблица 1

№	ε	Ra_{vibr}	f (Гц), при a (мкм)	Максимум модуля скорости, м/с	Максимум функции тока, м ² /с
1	$1,77 \cdot 10^{-4}$	$1,77 \cdot 10^6$	30 Гц, 100 мкм	0,9	$3,5 \cdot 10^{-6}$
2	$4,9 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^6$	50 Гц, 100 мкм	2,4	$9,0 \cdot 10^{-6}$
3	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$9,87 \cdot 10^6$	50 Гц, 200 мкм	7	$2,5 \cdot 10^{-5}$

Данные методы решения реализованы в программном коде, написанном на языке C/C++. Верификация программного кода проведена на решении трех задач: тестовая задача о конвекции в квадратной области, подогреваемой сбоку [6, 7], упрощенной модели роста кристаллов из расплава по Чохральскому и задача Рэлея–Бенара. На рис. 3 представлены результаты решения тестовой задачи [6, 7] в виде изотерм (слева) и изолиний функции тока (справа) при вибрационной конвекции в невесомости ($f = 30$ и 50 Гц, $a = 100$ и 200 мкм, $\varepsilon = 0,5 \cdot a \cdot \Omega^2 = 1,77 \cdot 10^{-4}$; $4,9 \cdot 10^{-4}$; $1,97 \cdot 10^{-3}$; число Прандтля $Pr = 0,0824$; $Ra_{vibr} = Pr \cdot g_{vibr} \beta_T (T_2 - T_1) H^3 / \nu = 1,77 \cdot 10^6$; $5 \cdot 10^6$; $9,87 \cdot 10^6$ — вибрационное число Рэлея; $H = L = 3,0$ см, $g_{vibr} = 3,55$; 10 ; $19,7$). Результаты расчета течения расплава при вибрациях квадратной области, подогреваемой сбоку представлены в табл. 1 и на рис. 3.

1. Зеньковская С. М., Симоненко И. Б. О влиянии вибрации высокой частоты на возникновение конвекции // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1966. — №5. — С. 51–55.
2. Патанкар С. Численные моды решения задач теплообмена и динамики жидкости. — М.: Энергоатомиздат, 1984.
3. Федоренко Р. П. Релаксационный метод решения разностных эллиптических уравнений // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 1961. — Т. 1, №5. — С. 922–927.
4. Беллман Р., Энджел Э. Динамическое программирование и уравнения в частных производных. — М.: Мир, 1974.
5. Волков К. Н., Дерюгин Ю. Н., Емельянов В. Н. и др. Методы ускорения газодинамических расчетов на неструктурированных сетках. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014.
6. Davis de Vahl G., Jones I. P. Natural convection in square cavity: A comparison exercise // Intern. J. Numer. Meth. Fluids. — 1983. — V. 3. — P. 227.
7. Федюшкин А. И. Исследование матричного метода решения уравнений конвекции. Комплекс программ «МАРЕНА». Препринт №471 ИПМ. М., 1990.

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ НИЗКИХ ОКОЛОЗЕМНЫХ ОРБИТ***И. И. Фукин, А. А. Кузнецов, Н. А. Завьялова, С. С. Негодяев****МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия*

Мониторинг космического мусора в околоземном пространстве предполагает проведение расчетов в том числе и по определению траекторий объектов по результатам проведенных измерений. Проблемой в этом случае может являться большой интервал времени между наблюдениями и отнесение этих измерений к одному и тому же объекту. В некоторых случаях тело может существенно поменять траекторию под воздействием возмущающих факторов. Оценки факторов, таких как несферичность гравитационного поля Земли, сопротивление атмосферы или давление излучения, давно изучены. Но ошибки их учета при длительном движении тела по орбите могут накапливаться.

Целью работы являлось изучение эволюции траекторий движения тел в околоземном космическом пространстве, выявление орбит, способных к существенному изменению параметров за небольшие промежутки времени.

Для моделирования движения космических объектов были использованы следующие модели сил. Гравитационное притяжение Земли описывалось моделью EGM2008. В качестве модели атмосферы рассматривалась NRLMSISE-00. Солнечное давление вычислялось с учетом тени и рефракции солнечных лучей в атмосфере. Также учитывалось воздействие со стороны небесных тел — Солнца, Луны и планет солнечной системы.

Проведение расчетов движения спутников в рамках поставленной цели требует вычислительных и временных ресурсов. Для ускорения расчетов авторами было разработано программное обеспечение, осуществляющие расчет траекторий на многопроцессорной системе.

Основная идея в параллельном подходе заключается в организации на отдельном потоке вычисления данных, необходимых для определения вращения Земли и положения небесных тел. Эти данные формируют хранилище, к которому обращаются другие потоки, рассчитывающие движение космических объектов. Такая реализация способна ускорить расчеты во много раз.

Авторам удалось применить полученный функционал для определения устойчивых и неустойчивых орбит движения тел на низких околокруговых орбитах (LEO). Итоговый результат получен благодаря обработке более 70 миллионов траекторий космических объектов с продолжительностью полета в одну неделю. Их начальные положения соответствуют сетке разбиения пространства кеплеровых элементов орбиты: долгота восходящего узла варьировалась от 0 до 180 градусов с шагом в 4,5 градуса, наклонение с шагом в 2 градуса при тех же границах, аргумент перигея — от 0 до 360 градусов с шагом в 15 градусов с тремя траекториями на конкретной орбите, эксцентриситет варьировался от 0 до 0,5 с шагом в 0,1, перигей — от 6800 до 7300 км с шагом в 12,5 км. Кроме всего прочего, интегрирование производилось в прямом и обратном направлении с учетом и учетом перечисленных возмущающих факторов. Анализ полученных результатов позволил авторам установить основные источники возмущений движения космического объекта в околоземном пространстве на низких околокруговых орбитах.

Для интегрирования траекторий движения аппаратов использовался метод Эверхарта 15 порядка с постоянным шагом 100 секунд.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ФОРМЫ КОНГЛОМЕРАТОВ ЧАСТИЦ КОНДЕНСИРОВАННОЙ ФАЗЫ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ИХ ДВИЖЕНИЯ В ПОТОКЕ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ*

А. В. Червакова, К. В. Костюшин, И. В. Еремин

ТГУ, Томск, Россия

В настоящее время активно исследуются высокоэнергетические материалы, содержащие добавки на основе бора, алюминия, магния, углерода и др. При горении таких топлив образуются двухфазные продукты сгорания. Для неплавящихся частиц на поверхности горения образуются конгломераты, имеющие сложную форму. Конгломераты срываются с поверхности горения и уносятся потоком газообразных продуктов сгорания. На границах частиц конденсированной фазы, находящейся в потоке продуктов сгорания, возникает система сил и моментов взаимодействия. Изучение свойств этих сил и моментов, их зависимости от геометрических характеристик частиц имеют большое практическое значение.

В данной работе решается задача моделирования движения отдельных несферических частиц (конгломератов) конденсированной фазы, исследуется влияние формы конгломератов на характеристики их движения в ускоряющемся потоке продуктов сгорания. Рассматриваемые продукты сгорания являются вязким, сжимаемым, теплопроводным газом. Движение конгломератов осуществляется под действием сил давления. Эффекты теплообмена между газом и конгломератом, горение и разрушение конгломерата не учитываются.

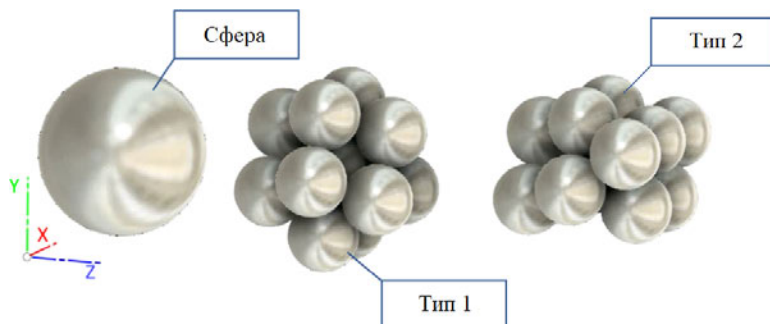


Рис. 1. Геометрия конгломератов

Математическая модель движения конгломератов в потоке продуктов сгорания реализована на основе трехмерных уравнений Навье–Стокса совместно с моделью турбулентности SST $k-\omega$ [1, 2]. В качестве начальных условий в расчетной области используются параметры установившегося течения в сопле. В качестве граничного условия на входе для равномерного потока фиксируется давление и температура; на стенках ставятся условия непротекания; на поверхности конгломератов задаются условия прилипания. Геометрия рассматриваемых конгломератов показана на рис. 1.

Численное решение системы уравнений проводится с использованием схем типа Годунова. Решение задачи реализовано с привлечением технологий и алгоритмов

*Работа выполнена при поддержке РФФ (грант №21-19-00541).

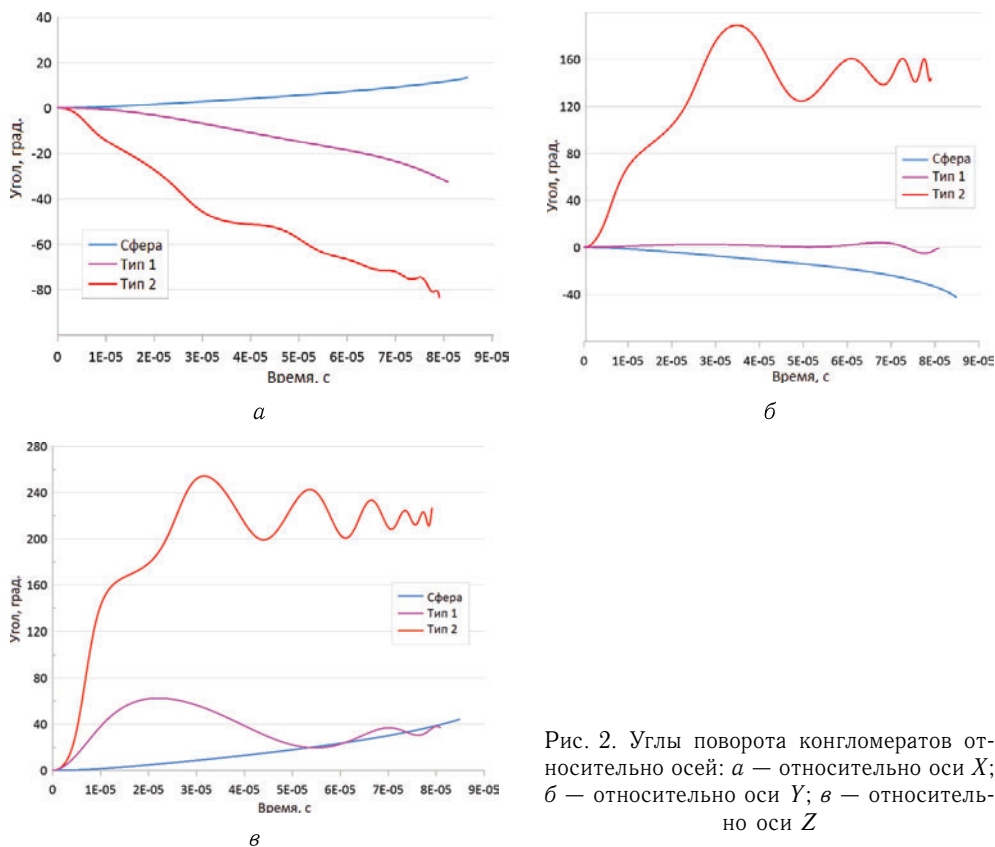


Рис. 2. Углы поворота конгломератов относительно осей: *а* — относительно оси *X*; *б* — относительно оси *Y*; *в* — относительно оси *Z*

расчета на основе динамических расчетных сеток. В разработанной методике расчетная сетка построена с использованием метода Overset [3]. Численное моделирование движения несферических частиц в сопловом блоке РДТТ выполнялось с использованием программного пакета ANSYS Fluent. Движение конгломерата в расчетной области реализуется при помощи специального программного кода, используемого в качестве UDF-функции (User-Defined Functions).

В результате данной работы проведено исследование влияния геометрии конгломератов на характеристики их движения в ускоряющемся потоке продуктов сгорания. На рис. 2 показаны углы поворота рассматриваемых частиц относительно осей *X*, *Y* и *Z*.

Видно, что наибольшую закрутку относительно осей *X*, *Y* и *Z* имеет конгломерат конфигурации «Тип 2» несимметричной формы. Такое поведение связано со смещением центра масс конгломерата относительно центра давления.

1. Пирогов В. Б., Северинов Л. И. О расчете внутренних течений вязкого теплопроводного газа // ВИНТИ, № 3359-77 Деп.
2. Menter F. R., Kuntz M., Langtry R. Ten years of industrial experience with the SST turbulence model // Turbulence, heat and mass transfer. — 2003. — V. 4, No. 1. — P. 625–632.
3. Дерюгин Ю. Н., Саразов А. В., Жучков Р. Н. Особенности построения методики расчета на сетках типа «Химера» для неструктурированных сеток // Математическое моделирование. — 2017. — Т. 29, № 2. — С. 106–118.

ЭФФЕКТИВНЫЙ МЕТОД РАСЩЕПЛЕНИЯ ПРИ ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ О ТЕЧЕНИИ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ

К. А. Чехонин

ХО ИПМ ДВО РАН, Хабаровск, Россия

Рассматривается нестационарное течение жестко-вязкопластической несжимаемой жидкости со свободной поверхностью в области с липшицевой границей (задача Мосолова–Мясникова). Особенность решения такого класса задач связано с решением определяющих уравнений в изменяющейся во времени расчетной области и возможным возникновением в расчетной области «квазитвердых» ядер приводящих к сингулярности решения (задача с конусом или с вариационными неравенствами). Сглаживание или регуляризация по Тихонову рассматриваемой задачи часто приводит к нефизичным решениям и большим погрешностям. В настоящей работе для построения решения задачи представляющие собой полукоэрцитивное неравенство, используется модификация функционала Лагранжа (Ху–Васидзу в механике), в котором условия сингулярности решения расслабляются путем введения тензора множителей Лагранжа и параметра штрафа. Обсуждаются вопросы разрешимости приведенных и двойственных к ним задач оптимизации. Численное решение рассматриваемой задачи производим в переменных Лагранжа методом конечных элементов с выполнением условия согласованности сеточных пространств используемых для аппроксимации искоемых функций (inf-sup условие). Численное интегрирование кинематического условия на свободной поверхности по времени производим по неявной схеме Эйлера. В этом случае исходная задача расщепляется на линейную (типа нестационарных уравнений Стокса) и нелинейную. Нелинейная часть задачи представляет собой алгебраическое уравнение с известным параметром устойчивости. Для ускорения сходимости используется обобщенный метод Ньютона. Тестирование предложенного метода расщепления по физическим процессам производится на решении задач имеющих аналитическое решение. Исследована кинематика течения нелинейно-вязкопластической жидкости Шульмана со свободной поверхностью, реализуемая при заполнении области между вертикальными коаксиальными цилиндрами. Для функционала с сингулярностью решения, в котором не удается явно выразить тензор скоростей деформаций в реологической модели, предложена функция регуляризации локального типа. Показано, что она обеспечивает выполнение требуемых условий локальной аппроксимации в окрестности границ «квазитвердых» ядер.

АНАЛИЗ И ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЙ РАСЧЕТ КЛАПАНОВ С ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ РАКЕТНОГО ДВИГАТЕЛЯ МАЛОЙ ТЯГИ

Т. А. Чубенко

Самарский университет, Самара, Россия

Клапаны с электроприводом (ЭК) являются элементами, наиболее часто используемыми для управления потоками жидкостей и газов. В активных системах изменения положения космического аппарата (КА), таких как реактивные микродвигатели, работающие на сжатом газе или химическом топливе, электрореактивные движители, ЭК используются как в качестве главных клапанов, например,

топливных, так и в качестве управляющих агрегатов, обеспечивающих приведение в действие главных клапанов и других устройств.

В настоящее время возрастает спрос на электромагнитные клапаны, так как увеличивается производство большого диапазона малых КА, в состав которых входят двигатели малой тяги. У ракетных двигателей малой тяги (РДМТ) от быстродействия клапана в значительной степени зависит уровень тяги в импульсном режиме работы двигателя, а также единичный импульс. Поэтому одной из важнейших задач при создании нового двигателя является разработка ЭК [1].

На сегодняшний день наиболее распространенными являются клапаны с нейтральными электромагнитами, менее — с поляризованными и с нейтральными электромагнитами с использованием широтно-импульсной модуляции.

В клапанах с нейтральными электромагнитами величина магнитного потока зависит лишь от параметров обмотки и не зависит от направления тока. Они наиболее экономичны и благодаря большому разнообразию конструктивных исполнений легко приспособляемы к различным условиям работы и характеристикам нагрузок.

В отличие от нейтральных, использование поляризованных электромагнитов подразумевает конструктивно более сложную магнитную систему, где содержатся два независимых магнитных потока — рабочий и полярирующий. Рабочий поток создается под действием намагничивающей силы рабочей обмотки. При отсутствии тока на якорь будет действовать сила притяжения от поляризирующего потока. Само действие электромагнита зависит не только от величины рабочего потока, но и от его направления.

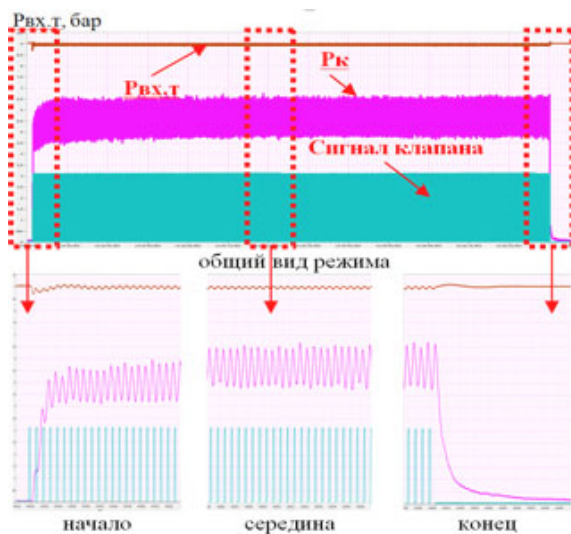


Рис. 1. Осциллограмма огневого функционирования двигателя

У нейтральных клапанов с использованием широтно-импульсной модуляции пропускная способность меняется в зависимости от скважности сигнала, направляемого от бортового источника энергии. Применение широтно-импульсной модуляции показано на рис. 1, где представлена осциллограмма огневого функционирования электротермокаталитического двигателя при частоте в 20 Гц и скважности в 20%. Два последних типа клапанов являются наиболее перспективными, поскольку при помощи специального алгоритма работы клапана двигателя, который,

помимо основной функции запорного элемента в конструкции двигателя, начинает выполнять дополнительную функцию ограничителя расхода. Такой механизм работы существенно расширяет функционал РДМТ, что актуально для обеспечения точного позиционирования КА [2].

Последовательность работы топливных клапанов, скорость их открытия и закрытия, характер изменения гидравлического сопротивления, герметичность узлов непосредственно влияют на характер переходных процессов в камере двигателя, поэтому основными целями работы стал анализ доступных, для нахождения характеристик магнитной системы клапана, CAD/CAM/CAE программных пакетов, создание метода их применения, а также численный расчет магнитной системы электромагнитного клапана.

В качестве модели для расчета рассматривался клапан РДМТ с нейтральным электромагнитом, это обусловлено тем, что рабочие процессы, происходящие в нем, являются базовыми для клапанов с ШИМ и с поляризованными электромагнитами. Модель была спроектирована по зависимостям из [3], представляет собой осесимметричную конструкцию с осевым входом и выходом рабочего тела. Конструкция клапана относится к нормально закрытому типу с подачей рабочего тела на клапан.

Для нахождения поля распределения магнитной индукции и визуализации работы клапана, были проведены расчеты в следующих программных комплексах: модуль EMAG пакета прикладных программ NISA, FEMM, ANSYS Maxwell.

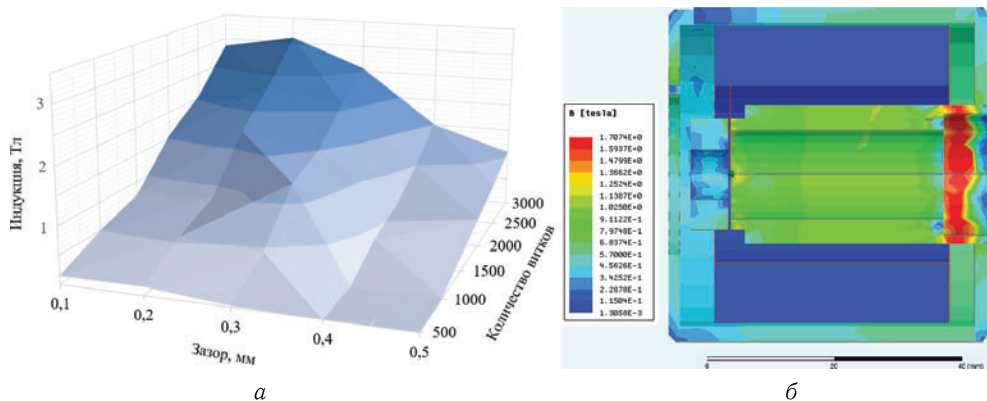


Рис. 2. Результаты параметрического расчета в ANSYS Maxwell (а) и поля распределения магнитной индукции при рабочем зазоре в 0,4 мм (б)

В результате расчетов было получено поле распределения магнитной индукции в конструкции клапана, а также определены величина магнитной индукции в рабочем воздушном зазоре между якорем и стопом. Полученные значения данных величин при одинаковом количестве витков, в программах NISA, FEMM и ANSYS Maxwell, совместно со значениями, определенными по [3], представлены в табл. 1. Из табл. 1 видно, что погрешность относительно теоретического расчета составляет от 3 до 13%, которая является удовлетворительной с учетом допущений, принятых в методике [3]. Явным достоинством программы ANSYS Maxwell является возможность проведения параметрических анализов, один из вариантов анализа при различном количестве витков катушки в диапазоне изменения величины рабочего зазора, представлен на рис. 2 совместно с одним расчетов поля распределения магнитной индукции при рабочем зазоре в 0,4 мм.

Анализ, представленных выше, программных комплексов показывает, что наиболее точным и функциональным является ANSYS Maxwell, так как позволяет

Таблица 1

Результаты расчета

Рабочий зазор, мм	0,3	0,4	0,5
Теоретическая магнитная индукция B_p , Тл	1,33	1,33	1,33
Рассчитанная в NISA магнитная индукция B_p , Тл	1,46	1,37	1,25
Рассчитанная в FEEM магнитная индукция B_p , Тл	—	—	0,61
Рассчитанная в ANSYS Maxwell магнитная индукция B_p , Тл	1,27	1,19	1,09

решать задачи как в 2D-, так и 3D-постановке, предоставляет возможность задания кривой намагничиваемости материала, а также получить необходимую точность расчета путем выбора количества проходов и величины погрешности. Примененный параметрический метод позволяет на этапе проектирования конструкции ЭК определить требуемые значения магнитной индукции, не прибегая к ресурсозатратным стендовым испытаниям.

1. Конох В. И., Бойко В. С., Трояк А. Б. Электромагнитные клапаны разработки КБ Жидкостных ракетных двигателей ГП «КБ «Южное» // Космическая техника. Ракетное вооружение. Space Technology. Missile Armaments. — 2018. — Вып. 2(116). — С. 34–48.
2. Гоца Д. А., Чубенко Т. А. Широтно-импульсная модуляция как способ регулирования тяги электротермокаталитического двигателя малой тяги космического аппарата // 11-й Всероссийский межотраслевой молодежный конкурс научно-технических работ и проектов «Молодежь и будущее авиации и космонавтики». — 2019. — С. 75–76.
3. ОСТ 92-9376-80. Электромагниты пневматических и гидравлических клапанов, методика расчета, 1980.

ПАКЕТ ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ И ЭВОЛЮЦИИ УДАРНЫХ ВОЛН*

В. А. Шаргатов^{1,2}, С. В. Горкунов^{1,2}, П. И. Кожурина^{1,2}

¹ИПМех РАН, Москва, Россия; ²НИЯУ МИФИ, Москва, Россия

Создан многоцелевой исследовательский пакет прикладных программ для проведения параллельных вычислений в трехмерной постановке эволюции ударных образованных в результате сгорания или детонации высокоэнергетических соединений. Пакет прикладных программ состоит из двух независимых решателей SPH_solver и GK_solver.

Решатель SPH_solver предназначен для трехмерного моделирования процессов связанных с деформацией и разгоном корпусных конструктивных элементов при быстром разложении высокоэнергетических веществ. Примерами таких задач могут быть образование кумулятивных струй, метание металлических оболочек, пробитие преград высокоскоростными ударниками. Для интегрирования уравнений движения используется метод сглаженных частиц (Smoothed Particle Hydrodynamics — SPH) основанный на использовании соотношений распада разрывов на межчастичных контактах [1].

*Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (проект государственного задания №0723-2020-0036).

Решатель GK_solver предназначен для моделирования газодинамических процессов, таких как эволюция ударных волн в окружающей среде с учетом влияния движущихся фрагментов и препятствий на формирование поля течения газовой фазы. В решателе учитывается возможность диффузионного горения в окружающей среде [2]. Интегрирование уравнений движения производится методом Годунова-Колгана на прямоугольной сетке. Решатель GK_solver успешно использовался для анализа течений в канале с препятствиями [3].

В случае моделирования эволюции ударных волн, образованных при детонации высокоэнергетических веществ, предлагается последовательное использование решателей. В первую очередь используя SPH_solver, моделируется распространение детонационной волны, формирование облака продуктов разложения. Далее происходит сопряжение по времени метода SPH с расчетной сеткой решателя GK_solver и расчет продолжается методом Годунова-Колгана.

Проведена валидация последовательного применения решателей SPH_solver и GK_solver посредством численного повторения результатов эксперимента [4]. Данную задачу можно рассматривать как разрушение и метание металлической оболочки с образованием ударных волн в результате быстрого разложения высокоэнергетического соединения.

В ходе численного расчета были получены зависимости давления от времени в тех точках, где располагались датчики давления в эксперименте [4]. На рис. 1 представлено сравнение таких зависимостей, полученных в вычислительном и физическом эксперименте для датчиков, расположенных на разных расстояниях.

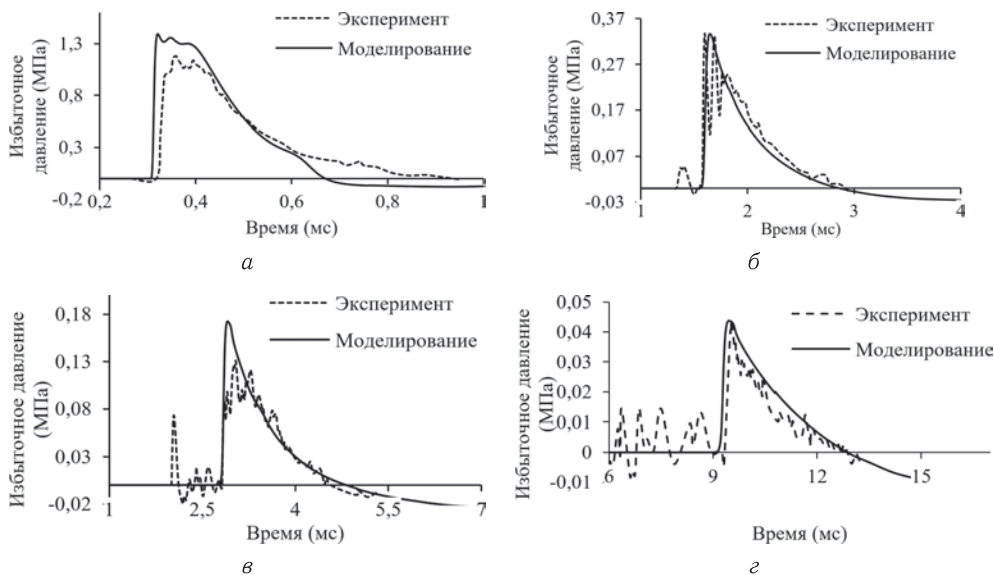


Рис. 1. Профили давления на расстоянии: а — 1 м; б — 2 м; в — 2,8 м; г — 5,8 м

В задачах, когда со временем процесс развивается по пространству, охватывая все новые и новые области, разработаны алгоритмы построения расчетных сеток, адаптирующихся к процессу распространения, которые позволяют повысить эффективность и точность расчета. В начальный момент времени выбирается сравнительно небольшая расчетная область (содержащая ударную волну) и моделирование ведется только в ней; когда течение развивается настолько, что вот-вот выйдет за

границы расчетной области, размеры сетки увеличиваются на заранее заданную величину, чтобы позволить течению развиваться дальше, по-прежнему не взаимодействуя с границами расчетной области.

Эффективность использования перестраивающихся сеток показана на примере моделирования эволюции ударной волны в условиях плотной промышленной застройки [5]. Ударная волна образована в результате сжигания примерно 9,9 тонн топлива с теплотой сгорания 46 МДж/кг. В ходе исследования оценивалось давление приходящее на здания и конструкции окружающие место возгорания. Такая ситуация имитирует аварию на промышленном объекте в случае выброса и возгорания легковоспламеняющейся топлива.

Для оценки эффективности перестраивающихся сеток проведена серия расчетов на адаптивной сетке, стационарной сетке, используя решатель GK_solver. Стационарная сетка имеет пространственный шаг 0,96 м, количество расчетных ячеек 520 на 520 на 400, время расчета составило 4 ч 56 мин. Адаптивная сетка в начальный момент времени имела пространственный шаг 0,115 м, количество расчетных ячеек 520 на 520 на 400, время расчета составило 6 ч 10 мин.

Из представленных профилей давления видно, что использование адаптивных сеток позволяет существенно повысить качество расчетов, без значительного увеличения затрат на вычислительные ресурсы.

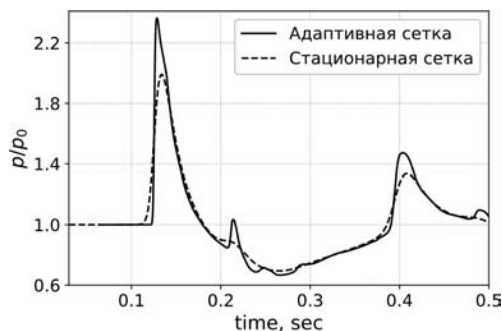


Рис. 2. Давление на стенке здания

1. Паршиков А. Н. Application of a solution to the riemann problem in the sph method // ЖВМиМФ. — 1999. — Т. 39, №7. — С. 1216 —1225.
2. Шаргатов В. А., Горкунов С. В. Трехмерное моделирование образования ударных волн и разгона металлических оболочек высокоэнергетическими соединениями // Горение и взрыв. — 2021. — Т. 14, №2. — С. 92–99.
3. Шаргатов В. А., Чугайнова А. П., Горкунов С. В., Сумской С. И. // Труды Математического института имени В. А. Стеклова. — 2018. — Т. 300. — С. 216.
4. Ohrt A. P. Measured airblast environment from an explosive charge having a scored metal casing // air force research lab eglin afb fl munitions directorate. — 2006.
5. Shargatov V. A., Gorkunov S. V., Sumskoi S. I. et al. Modeling of shock wave propagation over the obstacles using supercomputers // J. Phys.: Conf. Ser. — 2018. — P. 012014.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЯ АЛГОРИТМОВ ТЕОРИИ ПРЯМЫХ РАЗЛОЖЕНИЙ АБЕЛЕВЫХ ГРУПП БЕЗ КРУЧЕНИЯ НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ СОРТИРОВОЧНЫХ СТАНЦИЯХ

Е. А. Благовещенская, Н. В. Груздев, Е. И. Спиридонов, М. А. Шварц

ПГУПС, Санкт-Петербург, Россия

В XXI веке процессы глобализации стали настолько обширны, что ее влияние оказывает свое действие на все сферы деятельности. В результате развития компьютерных технологий и интернета образовалось единое информационное пространство, финансовые, производственные и торговые связи стали практически неразрывными, товарные потоки расширяются. Активная глобализации мировой экономики повышает значимость транспортно-логистических систем. Важность транспортной логистики и ее влияние на простые вещи в последнее время смог прочувствовать на себе каждый.

Для нашей страны одним из основных видов грузового транспорта являются железные дороги. А сердце железной дороги — это сортировочная станция. Сортировочная станция — это техническая железнодорожная станция, предназначенная для расформирования и формирования различных категорий поездов в соответствии с планом формирования из отдельных вагонов, выполнения операций по пропуску транзитных поездов без переработки, технического обслуживания и коммерческого осмотра составов поездов и устранения выявленных неисправностей вагонов, смены локомотивов и локомотивных бригад.

За январь–сентябрь 2021 г. перевозки контейнеров в сообщении Китай–Европа–Китай по инфраструктуре ОАО «РЖД» выросли по сравнению с аналогичным периодом прошлого года на 47%, до 568,7 тыс. ДФЭ (<http://rzd.ru>). Повышенный спрос на перевозку грузов увеличил нагрузку на железнодорожные станции.

Основная функция сортировочной станции: переработка потоков вагонов и формирование поездов. В связи с предельностью пропускной способности и сокращением срока доставки грузов время нахождения вагонов на станции необходимо максимально сокращать.

На сортировочной станции производятся следующие операции: прием поездов, подготовка составов к расформированию, расформирование составов, накопление вагонов на новые составы, формирование составов, подготовка к отправлению, отправление поездов.

Все операции, производящиеся на станции и временные нормы приведены в технологическом процессе.

Время простоя позволяет сократить то, что все непоследовательные операции производятся параллельно. Параллельно станции прокладывают дополнительные

пути: для обхода пассажирскими и транзитными поездами, добавляются пути для локомотивных депо, пути для технического обслуживания вагонов, пути для прочих операций. Также станции делят четную и нечетную системы, чтобы максимально разделить потоки составов.

Теоретические основы подхода распараллеливания можно найти в методах математического распараллеливания динамических процессов, в том числе, в методах распараллеливания алгебраических структур. Их можно эффективно применить в организации и структурировании работы сортировочных станций.

При рассмотрении транспортной системы сортировочной станции в виде динамического ориентированного графа можно решать логистические задачи при помощи графов и алгоритмов. Транспортные узлы можно принять за вершины графа, железнодорожные пути представить как дуги графа.

Расформирование состава — распределение вагонов состава поезда, прибывшего на станцию назначения, по сортировочным путям накопления составов новых поездов и групп вагонов. Расформирование начинается после подготовки состава к роспуску в парке приема. Для расформирования специальный локомотив заезжает в хвост состава, надвигает состав до горба горки, с которого под тяжестью собственного веса вагоны скатываются в подгорочный парк. У каждого вагона свои ходовые свойства, они зависят от множества факторов, в том числе, от его веса, длины или качества колесных пар. В результате пути заполняются неравномерно, на сортировочных путях могут образовываться «окна». Они устраняются при помощи локомотива, который их осаживает и собирает в кучу.

Время переработки вагонов и заполняемость путей являются основными показателями качества работы сортировочной станции. При этом фактически полезная длина путей используется не максимально эффективно.

Нами были разработаны алгоритмы, которые позволяют сделать спиралевидные графы разомкнутыми, применяя допустимые преобразования. Это позволяет получить распараллеливание при распределении составов идеальной модели сортировочной станции.

Для этого берем полезную длину путей перекладываем ее на спираль, в которой вагоны являются линиями, ребра — это точки сцепки вагонов. Двигая вагоны по спирали, можно определить наиболее оптимальное распределение составов.

Спираль приводим к разомкнутому графу и представляем в виде прямоугольника, который будет являться оптимальным распределением вагонов на железнодорожных путях.

Программные продукты, реализующие алгоритмы распараллеливания алгебраических структур, позволяют эффективно разрабатывать план работы сортировочной станции и оптимально распределить вагоны и составы на станции.

1. Пресс-релизы ОАО «РЖД». — URL: <https://company.rzd.ru/ru/9397/>.
2. *Благовещенская Е. А.* Почти полностью разложимые абелевы группы и их кольца эндоморфизмов. Математика в Политехническом университете. — Санкт-Петербург: Изд-во Политехнического ун-та, 2009. — 216 с.
3. *Бонди Дж. А., Мурти У. С. Р.* Теория графов с приложениями. — Elsevier, 1976.
4. *Благовещенская Е. А., Зуев Д. В., Кунец Д.* Абелевы группы без кручения, графы и алгоритмы // Материалы Международной конференции «Математика и информатика», Москва, 2016.

ПОЛУЭМПИРИЧЕСКИЕ НЕЙРОСЕТЕВЫЕ И МНОГОСЛОЙНЫЕ МОДЕЛИ ПРОГИБА КРУГЛОЙ МЕМБРАНЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ГРУЗА, СМЕЩЕННОГО ОТНОСИТЕЛЬНО ЕЕ ЦЕНТРА*

*М. Р. Бортковская, Т. Т. Каверзнева, П. А. Кожанова, В. В. Кудрявцева,
Д. А. Тархов, Е. С. Черная, Т. В. Лазовская*

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

Рассматривается задача о прогибе круглой мембраны под действием груза, расположенного на некотором расстоянии от ее центра. Задача состоит в построении по относительно небольшой выборке точечных измерений прогиба полуэмпирических математических моделей для определения величины прогиба мембраны в любой заданной точке ее поверхности. Измерения прогиба произведены в ходе проведения эксперимента. Полуэмпирические модели относятся к классу гибридных моделей [1], помимо измерений используется уравнение Лапласа, которое достаточно хорошо описывает прогиб поверхности мембраны в зависимости от координаты точки поверхности.

Полученные аналитические модели для расчета прогиба мембраны сравниваются в точках измерений, которые не использовались при построении моделей.

Изучены три типа полуэмпирических моделей:

— уравнение Лапласа для асимметричного случая приводится с помощью его преобразования путем конформного отображения к случаю симметричного расположения круга, в котором не выполняется уравнение Лапласа, задача решается методом Фурье [2]. Далее по методу наименьших квадратов находятся коэффициенты для решения с использованием данных измерений. Выборка точек измерений производится таким образом, что 16 точек с известными значениями прогиба используются для получения решения, остальные 8 — для проверки;

— для решения задачи используется обобщенный нейросетевой подход [3], решение строится в виде нейронной сети на основе радиально-базисных функций;

— решение строится с помощью метода многослойных функциональных приближений, сочетающий в себе свойства классических полуэмпирических моделей и обучения нейронных сетей [4].

Все рассмотренные методы позволяют получить модели, определяющие величину прогиба мембраны с достаточной точностью. Однако результаты нейросетевого моделирования лучше согласуются с экспериментальными данными, о чем можно утверждать после оценки пригодности полученных моделей для расчета прогиба мембраны с конкретными характеристиками в любой точке ее поверхности. Многослойный метод также дает более точную модель, чем классический подход. Следует указать, что нейросетевые и многослойные модели дают более устойчивое решение. Графическая модель, построенная по полученным этим методами решениям, выглядит правдоподобно. При этом нейросетевая модель дает более сочный результат, но требует больше времени для обучения и имеет более сложную форму.

1. *Rai R., Sahu C. K.* Driven by Data or Derived Through Physics? A Review of Hybrid Physics Guided Machine Learning Techniques with Cyber-Physical System (CPS) Focus // IEEE Access. — 2020. — V. 8. — P. 71050–71073.
2. *Самарский А. А., Михайлов А. П.* Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. — 2-е изд. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. — 320 с.

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №22-21-20004, <https://rscf.ru/project/22-21-20004/>.

3. Васильев А. Н., Тархов Д. А. Нейросетевое моделирование. Принципы. Алгоритмы. Приложения. — СПб: Изд-во Политехнического ун-та, 2009. — 528 с.
4. Lazovskaya T., Malykhina G., Tarkhov D. Physics-based neural network methods for solving parameterized singular perturbation problem // *Computation*. — 2021. — V. 9(9).

НЕЙРОСЕТЕВОЙ ВАРИАНТ АЛГОРИТМА ИСР НАЛОЖЕНИЯ ДВУХ ОБЛАКОВ ТОЧЕК*

А. Н. Васильев¹, С. С. Леонов^{2,3}, А. Ю. Маковецкий²

¹СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия; ²ЧелГУ, Челябинск, Россия; ³МАИ, Москва, Россия

Итеративный алгоритм ближайших точек ИСР (Iterative Closest Point) является одним из широко применяемым в задачах компьютерного зрения методов, позволяющих проводить сопоставление визуальных объектов, задаваемых облаками точек.

Для двух облаков трехмерных точек $P = \{p_1, \dots, p_s\}$ и $Q = \{q_1, \dots, q_s\}$, первое из которых является исходным, а второе — целевым, алгоритм ИСР заключается в реализации следующих шагов [1, 2]:

1. Для каждой точки облака P определяется ближайшая точка облака Q . Как правило, для определения ближайшей точки используется класс методов ближайших соседей.

2. Отсортированные по близости точек облака $P' = \{p'_1, \dots, p'_s\}$ и $Q' = \{q'_1, \dots, q'_s\}$ накладываются друг на друга. Для этого облако точек P' поворачивается на некоторый угол, задаваемый матрицей поворота $R = \{r_{ij}\}_{i,j=1}^s$, и смещается на вектор $T = \{t_i\}_{i=1}^s$. Матрица поворота R и вектор смещения T находятся в результате минимизации функционала

$$J(R, T) = \sum_{i=1}^s \|Rp'_i + T - q'_i\|^2, \quad (1)$$

который отражает суммарное расстояние между облаками по всем точкам, т. е.

$$(R_*, T_*) = \arg \min_{R, T} J(R, T).$$

3. Процедура нахождения ближайших точек, поворота и смещения итерационно повторяется для вновь полученных облаков точек до момента, когда либо функционал (1) приобретает значение, меньшее заданной точности $\varepsilon > 0$, либо превышает лимит допустимого количества итераций.

Отметим, что при реализации алгоритма ИСР на матрицу поворота R могут накладываться ограничения. Например, матрица R может полагаться ортогональной [2], т. е. $R^T R = E$, где E — единичная матрица с порядком, равным количеству точек s в облаках P и Q . При определении ближайшего соседа для точки из облака P могут налагаться ограничения на значение максимального расстояния между точками [1].

Вместо функционала (1) можно использовать функционалы другого вида. Если положить

$$\hat{p}_i = p'_i - \frac{1}{s} \sum_{j=1}^s p'_j, \quad \hat{q}_i = q'_i - \frac{1}{s} \sum_{j=1}^s p'_j, \quad i = 1, \dots, s,$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект №21-11-00095).

то функционал (1) примет вид

$$\hat{J}(R) = \sum_{i=1}^s \|R\hat{p}_i - \hat{q}_i\|^2. \quad (2)$$

Минимизация функционала (2) эквивалентна решению матричного уравнения

$$R\hat{P} - \hat{Q} = 0, \quad (3)$$

где $\hat{P} = (\hat{p}_1 \hat{p}_2 \dots \hat{p}_s)^\top$, $\hat{Q} = (\hat{q}_1 \hat{q}_2 \dots \hat{q}_s)^\top$.

Решение уравнения (3) можно получить при помощи псевдообратной матрицы Пенроуза–Мура \hat{P}^+ :

$$R = \hat{Q}\hat{P}^+ = \hat{Q}\hat{P}^\top (\hat{P}\hat{P}^\top)^{-1}. \quad (4)$$

Проблематика использования алгоритма ИСР состоит как в ограничениях, накладываемых на матрицу поворота и максимальное расстояние между точками, так и затруднениях при работе с большими облаками точек.

Для ослабления указанных недостатков алгоритма ИСР, на первом этапе для определения ближайших точек будем использовать вероятностную нейронную сеть [3], схема которой дана на рис. 1.

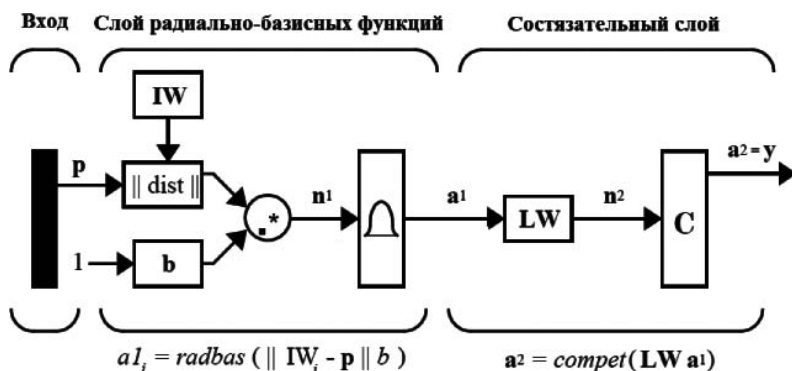


Рис. 1. Схема вероятностной сети

Вероятностная сеть является вариантом двухслойной нейронной сети с радиально-базисными функциями [3]. На первом слое вероятностной сети определяется принадлежность входа сети к каждому из рассматриваемых классов. В контексте наложения двух облаков точек друг на друга происходит определения попадания точки p_i облака P в окрестности всех точек облака Q . Механизм работы первого слоя заключается в использовании функции Гаусса в качестве активационной:

$$n_j^1 = b_j^1 \|p_i - IW_j\|_2, \quad a_j^1 = \exp(-(n_j^1)^2), \quad j = 1, \dots, s,$$

где b_j^1 — коэффициент равный обратному среднеквадратичному отклонению: $b_j^1 = 1/\sigma$, IW_j — вектор нейросетевых коэффициентов, равный j -й точке облака Q .

Эта архитектура дает возможность отождествить выход скрытого слоя вероятностной сети с вектором вероятностей попадания точки облака P в окрестность каждой точки облака Q . Чем выше будет вероятность, тем ближе точки двух облаков.

На втором состязательном слое происходит выделение максимального соответствия между точками облаков P и Q . Выход скрытого слоя \mathbf{a}^1 служит начальным состоянием рекуррентного процесса обработки [3]

$$\mathbf{a}^2(k) = \text{ReLU}(LW \cdot \mathbf{a}^2(k-1)), \quad \mathbf{a}^2(0) = \mathbf{a}^1, \quad k = 1, 2, 3, \dots,$$

где $\text{ReLU}(x)$ — функция линейной ректификации, LW — квадратная матрица нейросетевых коэффициентов выходного слоя порядка s , задаваемая в виде

$$LW = \begin{pmatrix} 1 & -\varepsilon & \dots & -\varepsilon \\ -\varepsilon & 1 & \dots & -\varepsilon \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\varepsilon & -\varepsilon & \dots & 1 \end{pmatrix}, \quad \varepsilon = \frac{1}{s-1}.$$

Здесь s — количество точек в облаках P и Q . Рекуррентный процесс завершается при обнулении всех элементов выходного вектора \mathbf{a}^2 , кроме одного. Если для i -й входной точки в выходном векторе \mathbf{a}^2 осталась ненулевой только j -я компонента, это означает, что точка p_i наиболее близка точке q_j . В результате проведения всех точек облака P через вероятностную сеть будет получена матрица соответствия между облаками P и Q , т. е. отсортированные по близости точек облака P' и Q' .

Дальнейшая задача состоит в нахождении матрицы поворота R и вектора смещения T при минимизации функционалов (1) или (2). Эта задача может быть решена как аналитически по формуле (4), так и с использованием нейросетевых методов.

1. Zhang Z. Iterative Point Matching for Registration of Free-form Curves. — Sophia Antipolis: Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, 1992. — 42 p.
2. Makovetskii A., Voronin S., Voronin A., Makovetskaya T. Algorithms to Solve Absolute Orientation Problem for GL(3), O(3), and SO(3) Groups // Челябинский физико-математический журнал. — 2016. — Т. 1, вып. 3. — С. 86–91.
3. Demuth H. B., Beale M. Neural network toolbox for use with MATLAB: user's guide. — Natick, Mass: MathWorks, 2004. — 846 p.

ПОВЫШЕНИЕ КОНСТРУКЦИОННОЙ ПРОЧНОСТИ СИСТЕМО-ЛЕГИРОВАННЫХ МАРТЕНСИТНО-СТАРЕЮЩИХ СТАЛЕЙ С ПОМОЩЬЮ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

**Д. А. Двойников, С. В. Гладковский, А. Г. Залазинский,
В. Г. Титов, В. П. Швейкин**

ИМаш УрО РАН, Екатеринбург, Россия

Высокопрочные мартенситно-стареющие стали (МСС) типа Х11Н10М2Т на Fe–Cr–Ni–Mo-основе (ЭП678, ЭП679, ЧС92), применяемые для производства высоконагруженных деталей машин, в том числе и в авиационной промышленности, обладают повышенной коррозионной стойкостью, технологичностью и сопротивлением хрупкому разрушению при сравнительно невысоком содержании дорогостоящих дефицитных легирующих элементов [1, 2]. Вместе с тем по уровню прочности ($\sigma_B = 1400\text{--}1600$ МПа) известные стали данного класса уступают сталям типа Н18К9М5, а также конструкционным сталям других систем легирования. Одним из перспективных направлений повышения прочности МСС на Fe–Cr–Ni–Mo-основе

является разработка составов, содержащих упрочняющие дисперсные частицы (Ti, Al, V). Вместе с тем, широкое применение новых высокопрочных коррозионностойких МСС в машиностроении сдерживается из-за отсутствия систематизированных данных по их механическим характеристикам в зависимости от химического состава, определяющим конструкционную прочность и надежность работы данных материалов в изделиях и элементах конструкций; необходима реализация возможности сочетания повышенных прочностных свойств, значений ударной вязкости и статической трещиностойкости.

Данное исследование является продолжением [3, 4] и направлено на определение такого рационального варьирования легирующих элементов Mo, Ti, Al, Cu, C, Ni, Cr и V, входящих в состав рассматриваемого типа сталей, которое позволяет получить повышенные характеристики конструкционной прочности. Для этих целей использован аппарат нейронных сетей и многокритериальный метод «идеальной точки».

Выбор оптимального химического состава МСС сводится к задаче многокритериальной оптимизации [4, 5], в которой в роли предикторов (переменных) выступают химических элементов в % (масс.), а критериями оптимизации служат пределы текучести, прочности, ударная вязкость и статическая трещиностойкость МСС. Данные критерии являются противоречащими другу другу (максимум одного из них возможен при минимуме других). Использование метода «идеальной точки» позволило многокритериальный характер задачи свести к однокритериальному, для этого вводится функция полезности F :

$$F = \sqrt{k_1 \widetilde{\sigma}_{02} + k_2 \widetilde{\sigma}_B + k_3 \widetilde{KCU} + k_4 \widetilde{K1c}}/2, \quad (1)$$

где $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 1$ — весовые коэффициенты, принятые экспертом, $\widetilde{\sigma}_{02}$, $\widetilde{\sigma}_B$, \widetilde{KCU} , $\widetilde{K1c}$ — нормированные критерии в диапазоне [0; 1].

Для решения задачи многокритериальной оптимизации создана искусственная трехслойная нейронная сеть (ИНС) прямого распространения сигнала (8 входов по числу хим. элементов и один выход для каждого механического свойства, алгоритм обучения — backpropagation). Обучение сети выполнено отдельно для каждого критерия на основе данных одиннадцати плавок из общего числа тринадцати экспериментов, остальные две использовались в качестве тестовых, ошибка обучения составила менее 10%, что приемлемо для инженерных расчетов. Таким образом, нейросетевое моделирование позволило осуществить аппроксимацию нелинейных зависимостей между входными и выходными данными.

Оптимальный химический состав легирующих элементов стали определяется на основе обучения ИНС из условия, при котором механические свойства в совокупности наиболее приближены к точке F_0 («идеальная точка») в пространстве с наибольшими значениями критериев $\widetilde{\sigma}_{02}$, $\widetilde{\sigma}_B$, \widetilde{KCU} , $\widetilde{K1c}$. Из (1) следует, что $F_0 = 1$, при этом необходимо достичь условия $|F_0 - F_{\text{опт}}| \rightarrow \min$, точность решения оптимизационной задачи оценивается значением функции $D = 1 - F$.

По результатам моделирования в качестве оптимального принят химический состав (масс.): Mo = 1,9%, Ti = 0,35%, Al = 0,25%, Cu = 0,9%, C = 0,01%, Ni = 10,2%, Cr = 11%, V = 0,14%, которому соответствует комплекс механических свойств МСС: $\sigma_{02} = 1592$ МПа, $\sigma_B = 1687$ МПа, $KCU = 0,6585$ МДж/м², $K1c = 78,24$ МПа · м^{1/2}, при этом $D_{\text{опт}} = 0,0252$ ($F_{\text{опт}} = 0,9748$).

Необходимо отметить, что в процессе моделирования свойств МСС использование ИНС по сравнению с регрессионным анализом дает меньшую погрешность при значительном количестве (≥ 8) варьируемых факторов.

1. Перкас М. Д., Кардонский В. М. Высокопрочные мартенситно-старееющие стали. — М.: Металлургия, 1970. — 224 с.
2. Симонов М. Ю., Симонов Ю. Н. Трещиностойкость железоуглеродистых сплавов. — Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2013. — 419 с.
3. Гладковский С. В., Ишина Е. А., Кутенева С. В. Повышение конструкционной прочности системно-легированных мартенситно-старееющих сталей на Fe–Cr–Ni–Mo-основе // МиТОМ. — 2015. — №11 (725). — С. 26–32.
4. Двойников Д. А., Гладковский С. В. Многокритериальный выбор количественного состава легирующих элементов мартенситно-старееющих сталей системы Fe–Cr–Ni–Mo с повышенным комплексом механических характеристик // Металлург. — 2021. — №5. — С. 40–44.
5. Титов В. Г., Залазинский А. Г., Крючков Д. И., Нестеренко А. В. Многокритериальная оптимизация методом «идеальной точки» состава сырья для изготовления композитной заготовки // Изв. вузов. Порошковая металлургия и функциональные покрытия. — 2019. — №2. — С. 49–56.

О ВАРИАНТАХ НЕТИПОВОГО ПРИМЕНЕНИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СРЕДСТВ В БОЛЬШИХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

Д. В. Жуков

ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

Под большими информационными системами (ИС) понимаются системы, созданные и функционирующие в интересах госорганов РФ или крупных коммерческих организаций. Такие ИС давно вышли за рамки информационного сопровождения основной деятельности и сами стали фактическими средствами производства. Спектр информационных технологий, инструментальных ресурсов, интеллектуальных средств, применяемых в таких ИС очень большой и постоянно пополняется. Общепризнанным источником функционального развития таких ИС являются технологии искусственного интеллекта (ИИ) [1–3]. Государственные стратегии в этой области включают много интересных и перспективных направлений и конкретных задач (см., например, [4]). Надо заметить, что и российская стратегическая инициатива [5] вполне соответствует мировому уровню.

Однако чаще до уровня реализации доводятся проекты, которые можно охарактеризовать как типовые внедрения существующих технологий ИИ. Вот некоторые такие *типовые* применения:

- Технология распознавания лиц. Одна из самых успешных технологий ИИ, качество которой благодаря средствам машинного обучения, искусственным нейронным сетям (ИНС) скачкообразно выросло. В ИС лицевая биометрия применяется, как правило, для идентификации персонала и/или клиентов.

- Технология распознавания речи/почерка. Функциональные блоки, подобные применяемым в различных Интернет-приложениях, включаются в ИС, например, в средства подготовки документов, в том числе в рамках электронного документооборота.

- Технология сегментации и классификации объектов на аэрофотоснимках и космических снимках в различных диапазонах спектра. Расширяет информационные ресурсы и возможности ИС средствами электронной картографии.

Можно продолжить этот перечень и заметить, что все перечисленные решения базируются на технологиях ИНС, которым они и обязаны своими высокими потребительскими характеристиками. Это та характеристика, которая выше обозначена как типовое применение. Однако спектр технологий ИИ гораздо богаче.

Подтверждая этот тезис, далее представлено несколько проектов интеллектуальных систем, основанных на других технологиях ИИ. Эти проекты можно назвать *нетиповыми* применениями.

Экспертно-аналитическая система по вопросам целевого назначения. И исторический опыт, и в особенности опыт последних двух лет развития истории с коронавирусом COVID-19 свидетельствуют, во-первых, о принципиальной невозможности предусмотреть все вызовы, с которыми может столкнуться современное государство, во-вторых, ценность любого опыта, приобретенного не только в последние годы, но и за богатую историческую ретроспективу, потенциально приложимого к новым задача-вызовам. Сбор и накопление этих знаний является предметом этой интеллектуальной системы. Обыкновенные этапы создания такой экспертной системы [6] включают разработку детальной информационной модели целевого назначения, определение/изыскание источников информации/знаний по разделам целевого назначения, проектирование интеграционных процессов для выявленных (существующих и перспективных) информационных ресурсов. Основным видом контекста в этой системе, конечно, будут текстовые электронные документы. Однако вложения в онтологию предметной области, приведут к формированию качественных метаобъектов (словарей, классификаторов), определяют центры компетенций по разделам модели, определяют необходимую инфраструктуру интеграции как внутренних, так и внешних источников информации.

Система оценки состояния обеспеченности ресурсами. Эту экспертную систему возможно представить как систему управления потоками ресурсов организации (материальных, финансовых, людских) на основе мониторинга всех составляющих, а именно, внешних факторов складывающейся обстановки, состава и изменений структуры сотрудников, наличных ресурсов, инфраструктуры и объектов производства. Главное назначение этой системы — обеспечить поддержку принятия решений в особых (критических) ситуациях. В обычное время система функционирует в существующих реалиях, например, производства и реализации ресурсов в рыночных условиях, регулировки методами рыночной экономики органами законодательной и исполнительной власти. В особый период потребуются планирование и управление производственными процессами с учетом рационального и ограниченного применения ресурсов. Среди неочевидных, особенных объектов, управляемых такой системой, следует выделить резервы (и если такого ресурса нет в организации, то это повод о нем задуматься), процессы воспроизводства (если в рыночных условиях есть лишь вопрос достаточности финансов, то в особых — потребуются мониторинг и прогнозирование собственного производства), прогнозы, в том числе ситуативные.

Прототип такой системы представлен в [7], так что речь идет не о новом проекте, а о функциональном развитии существующего. Отсутствуют в прототипе такие концепции как резервы и прогнозы воспроизводства.

Жизнеобеспечение производственных объектов организации. Данный проект исходит из того же прототипа [7], но затрагивает более локальную область обеспечения бесперебойного функционирования отдельных объектов производства организации. Практически все инструменты, которые нужны для этого масштаба, включены в предыдущую модель Системы оценки состояния обеспеченности ресурсами, и требуется их адаптация к меньшим масштабам. Концепция этой системы носит универсальный характер, а качественных изменений, возможно полного пересмотра, потребует наполнение основных понятий — ресурсов и объектов жизнеобеспечения. При этом инструментарий мониторинга и анализа будет актуален в полном объеме.

1. *Haenlein M., Kaplan A.A.* Brief History of Artificial Intelligence: On the Past, Present, and Future of Artificial Intelligence // *California Management Review*. — 2019. — V. 61, No. 4. — P. 5–14.
2. *Russell S., Norvig P.* Artificial Intelligence: A Modern Approach. — N.Y.: Pearson, 2020. — 1136 p.
3. *Соколов И. А.* Теория и практика применения методов искусственного интеллекта // *Вестник РАН*. — 2019. — Т. 89, №4. — С. 365–370.
4. The National Artificial Intelligence Research and Development Strategic Plan // National Science and Technology Council, Networking and Information Research and Development Subcommittee, 2016. — URL: https://www.nitrd.gov/pubs/national_ai_rd_strategic_plan.pdf.
5. Национальная стратегия развития искусственного интеллекта на период до 2030 г. // Указ Президента РФ от 10 октября 2019 г. № 490 «О развитии искусственного интеллекта в Российской Федерации».
6. *Giarratano J. C., Riley G. D.* Expert Systems: Principles and Programming. — 4th ed. — Course Technology, 2004. — 288 p.
7. *Босов А. В., Жуков Д. В.* Экспертная система для мониторинга и прогнозирования процессов распределения ресурсов // *Информатика и ее применения*. — 2021. — Т. 15. — Вып. 3. — С. 29–40.

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ МНОГОСЛОЙНЫХ АДАПТИВНЫХ МОДЕЛЕЙ, УПРАВЛЯЕМЫХ ДИНАМИЧЕСКИМИ ДАННЫМИ, НА КАЧЕСТВО ПРОГНОЗА НА ПРИМЕРЕ ОСЦИЛЛЯТОРА ДУФФИНГА*

А. П. Корчагин, Т. В. Лазовская, Д. А. Тархов, Д. А. Чернуха

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

Главной целью данного исследования является изучение процесса адаптации математических моделей на основе многослойных методов [1] применительно к задаче, содержащей уравнение Дуффинга [2] с переменным параметром при начальных условиях (2):

$$y'' + y + \varepsilon(t)y^3 = 0, \tag{1}$$

$$y(0) = y_0, \quad y'(0) = y_1. \tag{2}$$

Для симуляции динамических измерений считаем, что параметр задачи меняется в соответствии с зависимостью (3):

$$\varepsilon(t) = 1 - \alpha \operatorname{Tanh}(\beta t - \gamma). \tag{3}$$

Для построения многослойной модели мы применяем рекуррентную формулу одного из классических численных методов n раз. Таким образом, получаем приблизительное значение $y(t) = y_n$ при $x_n = t$.

В данной работе мы изучаем влияние на качество полученного решения таких глобальных параметров многослойной модели, как n — количество слоев многослойной модели, t — время выполнения итераций, и таких условий модельной задачи, как d — шаг дискретизации P — показатель зашумления моделируемых данных измерений. Прогностическая способность будет оцениваться с помощью показателя D — средняя длина промежутка прогноза, которую мы задаем как

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №22-21-20004, <https://rscf.ru/project/22-21-20004/>.

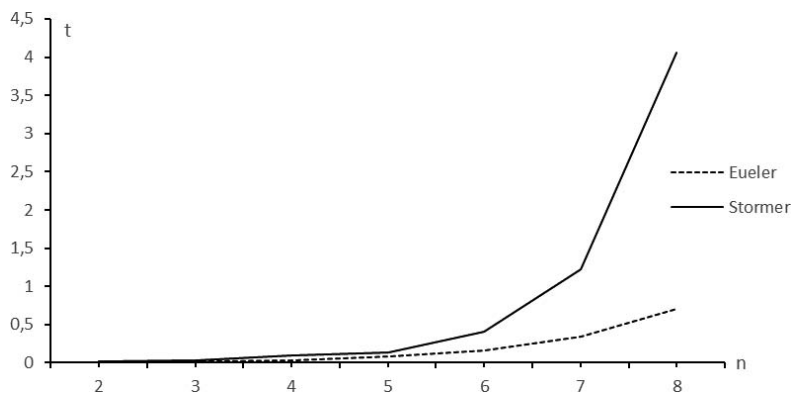


Рис. 1. Зависимость чистого времени построения моделей, основанных на методах Эйлера и Штермера, для различного числа слоев (n)

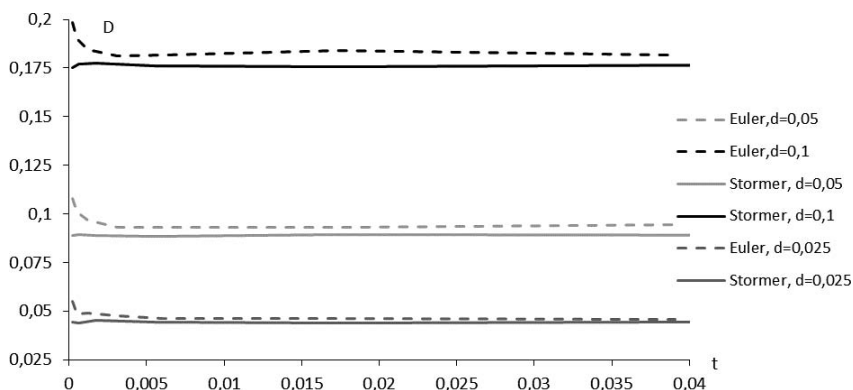


Рис. 2. Зависимость средней длины промежутка прогноза D от времени выполнения итераций при показателе зашумления данных измерений $P = 0,03$

произведение среднего значения длины прогноза $MidLen$, измеряемой в количестве дискретных шагов, и соответствующего шага дискретизации d .

Для оценки качества адаптации модели к динамическим измерениям проводятся сравнения моделей с примерно одинаковым чистым временем построения, изучается наличие значимых отличий в выборках значений показателя D как реализации случайной величины при симуляции данных измерений со случайной ошибкой. Используется непараметрический критерий Уилкоксона [3], рассматриваются различные глобальные параметры моделей и условия модельной задачи.

Таблица 1

Method	n — количество слоев многослойной модели					
Euler	2	4	5	6	7	8
Stormer	2	3	4	5	6	7

- В ходе численных экспериментов получено, что при увеличении числа слоев в моделях соответственно возрастает точность прогноза и одновременно наблюдается экспоненциальный рост времени расчетов.

- Отобраны модели с различными базисными методами для попарного сравнения прогностических возможностей.

• Метод Эйлера дает более долгосрочный прогноз при меньшем количестве слоев при максимальном зашумлении данных, что сокращает расходы и временные ресурсы при решении задач, в остальных случаях более точный прогноз дает метод Штёрмера.

Результаты нашей работы, посвященной многослойным нейроморфным моделям на примере осциллятора Дуффинга, управляемых динамическими данными, в будущем могут помочь усовершенствовать деятельность реальных механических систем. Улучшения могут быть получены по таким критериям, как скорость обработки дискретного потока данных извне, а также точность результатов вычислений нейроморфной модели и, естественно, более качественная работа самого механического объекта в итоге.

1. *Lazovskaya T., Malykhina G., Tarkhov D.* Physics-based neural network methods for solving parameterized singular perturbation problem // *Computation*. — 2021. — V. 9(9). — P. 97.
2. *Kovacic I., Brennan M.J.* The Duffing Equation: Nonlinear Oscillators and their Behaviour. — John Wiley & Sons, 2011.
3. *Аксенов Б. Е., Афонькин И. В., Евменов В. П., Нечипоренко М. И.* Основы теории вероятности. Т. 2. Введение в математическую статистику. — Л.: Изд-во Ленинград. гос. ун-та, 1974. — С. 98–100.

ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОЕ РАСПРЕДЕЛЕННОЕ ОБУЧЕНИЕ ГЛУБОКИХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ*

И. И. Курочкин

ИППИ РАН, Москва, Россия

Популярность использования глубоких нейронных сетей для решения различных задач в настоящее время переживает бурный рост. С помощью методов, использующих глубокие нейронные сети, может быть решено большинство типов задач обработки и анализа изображений: классификация объектов и изображений, детектирование объектов на изображении, сегментация, фильтрация и удаление шума, восстановление изображения по неполным данным, генерация изображения. За последние 10 лет появилось множество архитектур глубоких нейронных сетей, которые позволяют решать сложные прикладные задачи. При этом наблюдается тенденция к усложнению архитектур нейронных сетей, и увеличение количества настраиваемых параметров. К примеру, нейронная сеть GPT-3 имеет 175 миллиардов настраиваемых параметров. Для обучения таких глубоких нейронных сетей необходимо использовать большие наборы входных данных — датасеты. Размер датасетов может достигать миллионов изображений. Обучение глубоких нейронных сетей является вычислительно сложной задачей и требует большого количества вычислительных ресурсов. Большие глубокие нейронные сети, как правило, обучают на высокопроизводительных многопроцессорных вычислительных системах. К примеру, нейронная сеть *ruDALL-E Kandinsky* с 12 миллиардами параметров была обучена на суперкомпьютере с кластерной архитектурой *Christofari* на основе датасета из 120 миллионов изображений. К сожалению, возможности существующих суперкомпьютеров не покрывают увеличивающиеся потребности по задачам

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФ (грант №22-11-00317).

обучения различных видов нейронных сетей. Для обучения глубоких нейронных сетей в настоящее время приспособлены практически все типы вычислительных устройств, в том числе центральные процессоры (CPU) и видеокарты (GPU). Но вычислительной мощности даже самых мощных вычислительных устройств не хватает, чтобы обучить достаточно небольшую глубокую нейронную сеть на большом датасете за приемлемое время. Поэтому растет популярность подходов [1], которые позволяют использовать совместно множество вычислительных узлов для решения задач глубокого обучения. Использование ресурсов облачных инфраструктур не всегда оправдано, так как использование таких ресурсов достаточно дорого, особенно использование видеокарт. Но есть подход, который предполагает организацию распределенной вычислительной системы для решения задач глубокого обучения. Этот подход позволяет эффективно использовать гетерогенные ресурсы, которые уже есть в наличии.

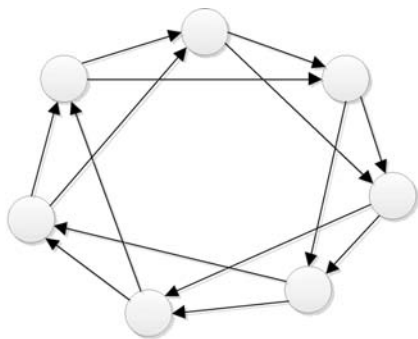
Распределенные вычислительные системы существуют уже около 20–30 лет и основными предпосылками к их возникновению являлись: повсеместное распространение подключения компьютеров к сети интернет и наличие свободных вычислительных ресурсов. Задачи, которые можно разделить на множество мелких подзадач, могут быть эффективно решены на распределенных вычислительных системах.

В большинстве случаев использования распределенных вычислительных систем для глубокого обучения с большим датасетом, используется подход разделения по данным. Такой подход позволяет разделить датасет между вычислительными узлами для ускорения процесса обучения. В этом случае, на каждом узле итеративно обучается локальная модель нейронной сети, а после выполнения итерации результаты обучения синхронизируются. Для объединения локальных моделей используется параметрический сервер, на котором происходит агрегация результатов обучения локальных моделей в глобальную модель нейронной сети. Различают синхронный и асинхронный подходы для агрегации результатов локальных моделей. Асинхронный подход позволяет не ждать результатов от медленных узлов, но при этом обучение происходит медленнее. Одним из слабых мест этих подходов является параметрический сервер, в случае его выхода из строя или потери информации о текущих параметрах глобальной модели процесс обучения будет необходимо начать заново. Для нивелирования этих недостатков был разработан децентрализованный подход [1], при котором нет выделенного параметрического сервера.

При децентрализованном подходе нет единой точки сбора данных. Рабочие узлы обмениваются данными друг с другом. При этом такая схема позволяет затрачивать меньше времени на передачу параметров и больше времени тратить на непосредственно глубокое обучение [2].

Уже существуют программные платформы, которые позволяют реализовать децентрализованное обучение в рамках публичных или частных облаков [3], к примеру,

Рис. 1. Диаграмма передачи данных между узлами распределенной системы



Ноговод [4]. Некоторые фреймворки для использования глубоких нейронных сетей, к примеру, TensorFlow [5] имеют в своем составе функции для организации распределенного глубокого обучения.

В качестве тестовой задачи, была взята задача детектирования объектов на спутниковых снимках из датасета xView. Для решения этой задачи была выбрана архитектура нейронной сети Single Shot MultiBox Detector (SSD) MobileNet v2, которая позволяет определять рамки, внутри которых располагаются объекты. Модель нейронной сети MobileNet v2 была предобучена на датасете COCO. Были реализованы:

- модель глубокого обучения на одном узле;
- централизованное глубокое обучение;
- децентрализованное глубокое обучение.

Для децентрализованного обучения очень важным является диаграмма передачи данных между узлами в процессе обучения. По умолчанию, диаграмма обмена данными представляет кольцо. В этом случае, передача текущих результатов обучения локальной модели осуществляется только следующему узлу в кольце. Но диаграмма передачи данных может быть изменена для повышения скорости обучения и распространения (рис. 1).

Проведенные вычислительные эксперименты показали возможность использования децентрализованного подхода для распределенного обучения глубоких нейронных сетей. А также выявили перспективность использования модифицированных диаграмм передачи промежуточных результатов между узлами.

1. *Bellavista P., Foschini L., Mora A.* Decentralized learning in federated deployment environments: A system-level survey // ACM Computing Surveys (CSUR). — 2021. — V. 54, No. 1. — P. 1–38.
2. *Avidor T., Israel N. T.* Locally Asynchronous Stochastic Gradient Descent for Decentralised Deep Learning // arXiv preprint arXiv:2203.13085. — 2022.
3. *Hong R., Chandra A.* Dlion: Decentralized distributed deep learning in micro-clouds // Proceedings of the 30th International Symposium on High-Performance Parallel and Distributed Computing, 2021. — P. 227–238.
4. *Sergeev A., Del Balso M.* Horovod: fast and easy distributed deep learning in TensorFlow // arXiv preprint arXiv:1802.05799. — 2018.
5. *Abadi M. et al.* Tensorflow: Large-scale machine learning on heterogeneous distributed systems // arXiv preprint arXiv:1603.04467. — 2016.

МЕТОД ОЦЕНКИ ВЛИЯНИЯ КЛЮЧЕВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ АНАЛИЗЕ СЕТЕВЫХ СТРУКТУР

В. А. Осипова, К. А. Пантелеев

МАИ, Москва, Россия

Рассмотрен подход к анализу топологии и оценке влияния элементов (акторов) для различных сетевых структур. Приведен способ определения ключевых элементов сети, а также оценки влияния ключевых элементов на структуру, являющейся сложной сетью. В основу модели, описывающей структуру, положен теоретико-графовый метод, отражающий информационные связи и предпочтения элементов структуры. При этом в отличие от популярного подхода, анализируется топология сети и влияние актора на рассматриваемую структуру в целом. Для этого используются понятия, определяющие меру центральности всей сети, а не только понятие центральности актора. Вводятся понятия достаточной централизованности графа, ключевой вершины для достаточно централизованного графа, опирающиеся на известные определения индекса центральности сети. В работе рассматриваются

алгоритмы, учитывающие два подхода к определению индекса центральности сети: центральность вершины по связности, как выражение потенциальной активности и центральность вершины по посредничеству, как возможность управления передачей. Это не ограничивает общности самого метода и он может быть распространен на другие известные содержательные определения индекса центральности. Топология сетей, отражающая меру их центральности и взаимодействие акторов, оказывает существенное влияние на принятие решений, связанных с их анализом.

Анализ комплексных сетей (complex networks) предполагает изучение топологических свойств, определяющих функционирование сетей. Сеть представляется в виде графа $G = (V, E)$, где $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ — множество вершин, которые соответствуют акторам, а множество ребер $E \subseteq V \times V$ — связям между ними. Важной характеристикой сети является понятие центральности вершины. Различные определения центральности сводится к нескольким основным концепциям [1–3]. Все они определяют некоторую меру, характеризующую важность актора. Наряду с понятием центральности вершины важной характеристикой сети выступает также понятие индекса центральности самой сети, который независимо от того, по какой мере рассчитывается центральность вершины, обладает следующими свойствами [1]: показывает, до какой степени центральность вершины с наибольшим значением меры превосходит меру центральности остальных вершин; выражается отношением этого превосходства к максимально возможному значению для графа с тем же количеством вершин.

Таким образом, если $C_G(v_i)$ — центральность вершины v_i графа $G(V, E)$, а $C_G(v^*)$ — максимальное значение центральности вершины, то индекс центральности графа может определяться как:

$$C_G = \frac{\sum_{i=1}^n [C_G(v^*) - C_G(v_i)]}{\max \sum_{i=1}^n [C_G(v^*) - C_G(v_i)]}.$$

Для дальнейшего анализа топологии сети предложим еще один способ оценки структуры графа и степени влияния вершины (актора) на структуру графа, предложенный в [4]. Граф G считается достаточно централизованным относительно заданного порогового значения q , если индекс центральности этого графа больше q : $C_G > q$, $0 \leq q \leq 1$.

Вершина v_i называется ключевой в достаточно централизованном относительно заданного порогового значения q графе G , если после ее удаления граф G'' не является достаточно централизованным относительно заданного порогового значения q , т. е. $C_{G''} < q$. Заметим, что пороговое значение q можно трактовать как меру нечеткости для рассматриваемой сети.

Введенные понятия позволяют оценить топологию сети и ее характеристики для различных смысловых задач. Разработаны алгоритмы вычисления индекса центральности сети и определения ее достаточной централизованности, а также нахождения ключевых вершин для различных пороговых значений. Проводится анализ и сравнение полученных результатов для конкретных сетей достаточно больших размерностей и предлагается их визуализация. Это позволяет определить границы пороговых значений, превышения которых существенно влияют на структуру самой сети и ее подсетей.

Программное обеспечение реализовано на языке python в среде PyCharm с использованием библиотеки networkx, предназначенной для работы с графами и другими сетевыми структурами.

2. *Freeman L. C., Borgatti S. P., White D. R.* Centrality in valued graphs: A measure of betweenness based on network flow // *Soc. Networks.* — 1991. — V. 13. — P. 141–154.
3. *Щербакова Н. Г.* Меры центральности в сетях. — Новосибирск: Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, 2015. — 13 с.
4. *Александрова У. В., Осипова В. А.* Метод оценки влияния вершин при анализе сетевых структур // *Моделирование и анализ данных.* — 2019. — №3. — С. 32–36.

ПЛАНОВО-СТРУКТУРИРОВАННЫЕ МОДЕЛИ ГЛУБОКИХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ЗАПРОСОВ

Р. А. Петров, В. И. Виноградов

МАИ, Москва, Россия

Прогнозирование производительности запросов или задача предсказания задержки запроса является одной из самых сложных проблем в системах управления базами данных. Существующие подходы опираются на характеристики и модели производительности, разработанные человеческими экспертами, часто не могут уловить сложные взаимодействия между операторами запроса и входными отношениями. Как правило, они не адаптируются естественным образом к характеристикам рабочей нагрузки и шаблонам в планах выполнения запросов. При этом по мере усложнения систем управления базами данных эта задача только усложняется: каждый новый оператор или компонент физической конструкции может вводить новые и сложные взаимодействия, которые очень трудно смоделировать.

В настоящей работе утверждается, что глубокое обучение может быть применено к для решения задачи прогнозирования производительности запросов, решаемой с использованием нейронной сети, структурированной на основе плана запроса. Такой подход устраняет необходимость в выборе признаков, отбираемых экспертом-человеком, и автоматически обнаруживает сложные модели производительности как на уровне оператора, так и на уровне плана запроса. Нейросетевая архитектура может соответствовать структуре любого выбранного оптимизатором плана выполнения запроса и с высокой точностью предсказывать его латентность (задержку) [1].

Архитектура нейронной сети с древовидной структурой отражает структуру плана запроса. Такая структурированная по плану запроса нейронная сеть состоит из нейронных сетей операторного уровня, называемых нейронными единицами, а весь план запроса моделируется как дерево нейронных единиц. Ожидается, что каждая нейронная единица сама по себе предсказывает производительность отдельного типа оператора — например, нейронная единица, соответствующая соединению, предсказывает латентность соединений, а также «интересные» данные об операторе, которые могут быть полезны для родителя нейронной единицы. Нейронные сети на уровне плана, как ожидается, будут предсказывать время выполнения заданного плана запроса.

Предлагаемый подход моделирует каждый тип логического оператора, поддерживаемый механизмом выполнения СУБД, уникальным нейронным блоком, отвечающим за изучение производительности этого конкретного типа оператора, например, уникальный блок для объединений, уникальный блок для выбора и т. д. Такие нейронные единицы призваны представлять достаточно сложные функции для моделирования работы реляционных операторов в различных контекстах. Например, в то время как простая полиномиальная модель оператора объединения может

делать предсказания только на основе оценки кардинальности входных данных, нейронные блоки будут автоматически определять наиболее значимые характеристики из большого числа входных данных (например, базовая структура таблицы, статистика распределения данных, неопределенность в оценках селективности, доступное буферное пространство и т. д.), и все это без какой-либо ручной настройки.

Векторы входных признаков определим как векторное представление, описывающее экземпляр реляционного оператора. Такой вектор служит входом для нейронного блока конкретного оператора. Эти векторы могут быть извлечены из результатов работы оптимизатора запросов и содержать такую информацию, как: тип оператора, предполагаемое количество строк, которое будет произведено, предполагаемое количество необходимых операций ввода-вывода и т. д. [2]. Многие СУБД предоставляют эту информацию через удобные API, такие как запросы EXPLAIN. Например, входные векторы для операторов join будут иметь свой набор свойств и, следовательно, свои размеры, в отличие от входных векторов для операторов select. Однако каждый экземпляр реляционного оператора данного типа будет иметь одинаковый размер входного вектора, например, все операторы join имеют входные векторы одинакового размера.

Информация о производительности экземпляра оператора часто имеет отношение к производительности его родительского оператора в плане выполнения запроса. Чтобы уловить это и обеспечить обмен информацией между нейронными блоками уровня оператора, каждый нейронный блок типа оператора выводит прогноз задержки и вектор данных. В то время как входная задержка предсказывает задержку оператора, выходной вектор данных представляет «интересные» характеристики дочернего оператора, которые имеют отношение к производительности родительского оператора.

Для каждого экземпляра типа оператора в данном плане запроса нейронный блок принимает на вход векторное представление экземпляра оператора. Такой входной сигнал проходит через несколько скрытых слоев. Последний слой преобразует внутреннее представление, полученное скрытыми слоями, в предсказание задержки и вектор выходных данных.

Построенная модель справляется с поставленной задачей анализа запросов в базе данных. Также предлагается ряд оптимизаций, которые снижают затраты на обучение без ущерба для эффективности. Проведена оценка методов на различных рабочих нагрузках и продемонстрировано, что нейронная сеть, структурированная по плану запроса, может превзойти самые современные методы прогнозирования производительности их выполнения.

1. Babcock B., Chaudhuri S. Towards a Robust Query Optimizer: A Principled and Practical Approach // SIGMOD. — 2005. — P. 119–130.
2. Jiexing L., Konig C., Narasayya V. Robust Estimation of Resource Consumption for SQL Queries using Statistical Techniques // VLDB. — 2012. — P. 1555–1566.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ АНАЛИЗА СНИМКОВ ПОРАЖЕНИЙ КОЖИ С ПОМОЩЬЮ АРХИТЕКТУРЫ U-NET

Н. С. Сазон, К. И. Филатова, А. С. Алексейчук

МАИ, Москва, Россия

В быстро развивающемся мире технологий компьютерное зрение приобретает все большую актуальность. Областью применения технологий сегментации данных может быть любая сфера жизни человека: от дорожного движения до обработки

медицинских изображений. Постановка предварительного диагноза по изображению может повысить вероятность обнаружения заболевания на ранних стадиях и уменьшить влияние человеческого фактора. Так как поставленный сетью диагноз может влиять на дальнейшее лечение пациента, основным критерием выбора технологии распознавания заболеваний является точность результата. Поражение кожи является актуальной проблемой в современном мире. Так, ежегодно диагностируется свыше 232 000 новых случаев заболеваний меланомой. 25% заболевших не удается спасти из-за позднего выявления, в России эта цифра достигает 40%, хотя при ранней диагностике заболевание излечимо в 90% случаев [1].

Использование искусственного интеллекта, в частности, технологий компьютерного зрения при диагностировании подобных заболеваний, может автоматизировать и ускорить процесс выявления пораженных участков при недостатке человеческих ресурсов.

В данной работе решается задача сегментации медицинских снимков из базы данных PH^2 . Это база дерматоскопических 8-битных цветных изображений, полученная в Dermatology Service of Hospital Pedro Hispano, Matosinhos, Portugal. Она содержит в себе в общей сложности 200 изображений меланоцитарных поражений, включая 80 обычных невусов, 80 атипичных невусов и 40 меланом. Каждому изображению соответствует его медицинская сегментация в виде бинарной маски того же размера.

Архитектура U-Net является одним из наиболее эффективных инструментов для решения подобных задач. Это сверточная нейронная сеть, разработанная в 2015 г. для сегментации биомедицинских изображений в отделении Computer Science Фрайбургского университета. Ее можно разделить на энкодер и декодер, а также skip-connections, которые соединяют соответствующие их части.

Энкодер похож на обычную сверточную сеть — каждая его часть состоит из двух сверточных слоев 3×3 , после которых идет слой ReLU и пулинг с функцией максимума 2×2 с шагом 2.

Каждая часть декодера содержит слой, обратный пулингу (расширяет карту признаков) и свертку 2×2 (уменьшает количество каналов признаков). Затем идет конкатенация (skip-connection) с соответствующей картой признаков энкодера и две свертки 3×3 , после каждой из которых идет ReLU.

Сеть обучается методом стохастического градиентного спуска на основе входных изображений и соответствующих им карт сегментации.

В качестве функции потерь была использована бинарная кросс-энтропия, которая задается следующим образом:

$$L_{BCE}(y, \hat{y}) = - \sum_i [y_i \log_\sigma(\hat{y}_i) + (1 - y_i) \log(1 - \sigma(\hat{y}_i))], \quad (1)$$

где y — это таргет желаемого результата, а \hat{y} — выход модели, σ — это логистическая функция, которая преобразует действительное число в вероятность того, что пиксель относится к пораженному участку кожи:

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}. \quad (2)$$

В качестве метрики оценки качества была использована функция dice loss, которая задается следующим образом:

$$L_{dice} = 2 \cdot \frac{|X \cap Y|}{|X| + |Y|}, \quad (3)$$

где числитель и знаменатель задают, соответственно, объединение и пересечение предсказанных и реальных изображений.

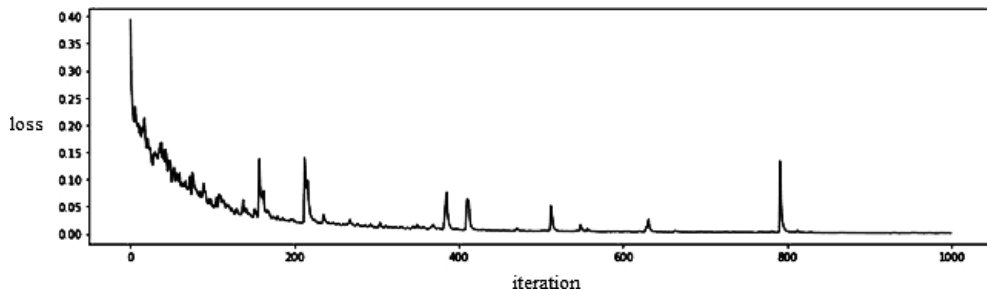


Рис. 1. График зависимости bce loss от итерации обучения

Для реализации модели и процесса обучения были использованы инструменты библиотеки PyTorch, а также вычислительные ресурсы Colab от компании Google [3].

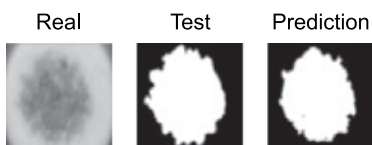


Рис. 2. Пример сегментации

Ошибка dice loss предсказания на новых снимках составила 5,4%. Пример работы модели приведен на рис. 2.

В будущем планируется реализовать состязательное обучение для улучшения качества работы.

1. Злокачественные новообразования в России в 2013 г. (заболеваемость и смертность) / Под ред. А. Д. Каприна, В. В. Старинского, Г. В. Петровой. — М.: МНИОИ им. П. А. Герцена — филиал ФГБУ «ФМИЦ им. П. А. Герцена» Минздрава России, 2015.
2. *Teresa Mendonza, Pedro M. Ferreira, Jorge Marques, Andre R.S. Marcal, Jorge Rozeira.* PH1 — A dermoscopic image database for research and benchmarking // 35th International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, July 3–7, 2013, Osaka, Japan.
3. Google Colab [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <https://colab.research.google.com> (дата обращения 01.06.2022).

РАЗВИТИЕ МОДЕЛИ НЕЙРОННОЙ СЕТИ ICENPLNET ДЛЯ ПРЕДСКАЗАНИЯ ФОРМЫ ЛЬДА*

С. В. Стрижак, К. Б. Кошелев, Д. И. Романова

ИСП РАН, Москва, Россия

Изучение явления обледенения поверхности крыла самолета и БПЛА, лопасти винта вертолета и ВЭУ, проводов линий электропередач и тросов вантового моста является актуальной задачей в связи с безопасностью полетов и жизнью людей. В процессе нарастания льда возможно изменение формы поверхности и аэроди-

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №19-29-13016.

намических коэффициентов, что может привести к снижению аэродинамического качества ЛА, авиационному происшествию, техногенной катастрофе. При изучении процесса нарастания льда необходимо рассматривать различные параметры потока и режимы обтекания (скорость потока, диаметр капель, водность, температура капель, время нахождения тела в газокапельном потоке). Возможно формирование различных типов льда: «*gime ice*», «*glaze ice*», смешанный лед. В случае «*glaze ice*» образуются сложные роогообразные формы льда, конечная форма льда существенно зависит от температуры.

В ИСП РАН был разработан решатель *iceFoam* на базе открытой библиотеки *OpenFOAM v2012* для моделирования процесса обледенения. В основе расчетного метода использована Эйлер-Лагранжева модель для описания газокапельного потока, модель жидкой пленки по теории мелкой воды для расчета нарастания льда [1], геометрическая модель биссектрис для расчета положения кромки льда, модель динамической сетки с помощью решения уравнения Лапласа, модель расчета силы сопротивления для капель, *URANS* модель с $k-\omega$ -SST-моделью турбулентности [2].

В работе рассматривались различные аэродинамические профили (*NACA 0012*, *GLC 305*, *Business Jet*, *Commercial Transport*) в газокапельном потоке [3]. Были построены 2D-область, расчетные сетки. Для проведения расчетов использовались две сетки: внешняя для газокапельного потока и внутренняя для моделирования процессов в жидкой тонкой пленке. Наилучшая расчетная сетка содержала 16,000, 120 и 30 ячеек для всей области, области пленки и зоны нарастания льда. На входе расчетной области задавалось облако жидких частиц сферической формы. Число пакетов частиц было около 4000. Шаг по времени для интегрирования уравнений составлял около $2 \cdot 10^{-4}$ секунд.

Были получены 100 расчетных случаев для режимов «*gime ice*» и «*glaze ice*». В результате расчета сформированы новые профили с наростшим льдом, форма которых описывалась с помощью 120 точек. Полученные результаты расчета формы льда были представлены в виде массивов точек, которые в дальнейшем были обработаны в скрипте на языке программирования Python. Также был проведен расчет массы льда. Расчеты проводились на вычислительном кластере НРС4 «НИЦ Курчатовский институт». Один расчет на 12 вычислительных ядрах занимал в среднем 60 ч.

Форма льда была представлена в виде математической функции. С использованием двух преобразований координат и представления функции для формы льда в виде функции Фурье с использованием базисных тригонометрических функций была определена задача о нахождении неизвестных коэффициентов разложения.

Для сокращения дорогостоящих расчетов на вычислительном кластере была сформулирована задача построения архитектуры нейронной сети для предсказания формы и толщины льда. Были выбраны две архитектуры нейронной сети: полностью связанная нейронная сеть (FCNN), сверточная нейронная сеть (CNN).

Входные данные для нейронных сетей включали геометрию профиля и льда, которые преобразовывались в набор параметров с использованием параболической системы координат и Фурье разложения функции. Кроме того, признаки для нейронной сети включали физические параметры потока (скорость, температура, средний диаметр капель, водность, время обледенения) и угол атаки. Фурье разложения функции было выполнено с помощью 20 тригонометрических функций. Таким образом, 47 признаков (41 коэффициент разложения и 6 физических параметров) использовались на входе нейронной сети, на выходе нейронной сети для нового временного слоя определялся 41 коэффициент разложения функции льда (рисунки 1 и 2).

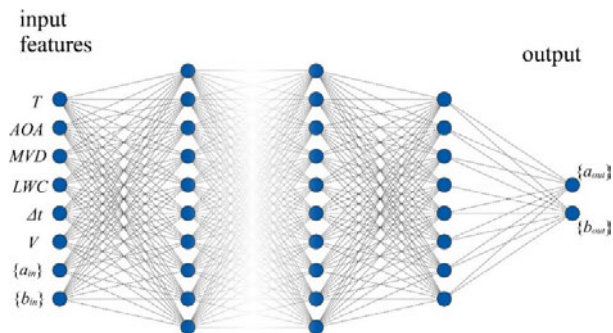


Рис. 1. Модель FCNN

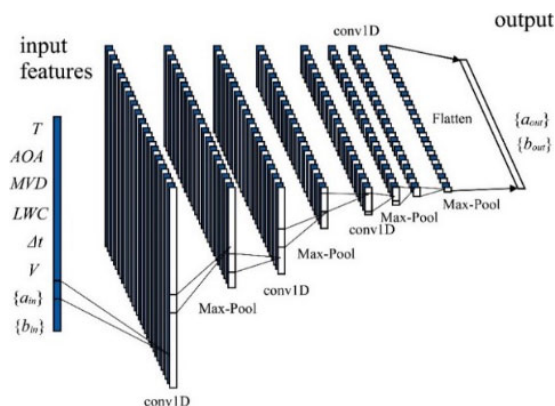


Рис. 2. Модель CNN

Процедура обучения нейронной сети — это оптимизация коэффициентов связи между нейронами. Алгоритм обучения — это различные модификации градиентного спуска, которые обычно используются для обучения моделей. Согласно разделению полного набора данных на обучающие, проверочные и тестовые наборы, использовалось так называемое пакетное обучение, каждый пакет содержал 32 примера из обучающего набора. Такой подход необходим для стабилизации обучения. Набор данных был расширен за счет процедуры аугментации. В результате для обучения нейронной сети использовалось 15 профилей, для проверки модели использовалось три профиля, для предсказания формы льда использовалось четыре профиля (рис. 3). В работе проводилась настройка гиперпараметров FCNN и CNN по технологиям исключения нейронов и пакетной нормализации. Для проверки предсказания использованы метрики IoU, MAE. Для программной реализации были использованы Python, TensorFlow, numpy, pandas, JupyterLab. Один расчет для обучения и предсказания формы льда занимал 15 минут.

Новизна работы заключается в том, что набор данных нейронной сети включает различные профили, а также в методе аугментации данных, который представляет собой комбинацию всех временных срезов. Наилучший вариант получен для случая FCNN, CNN с технологией пакетной нормализации и исключением 50% нейронов (рис. 4).

В результате разработан новый метод прогнозирования образования льда для различных профилей с использованием нейронных сетей в виде библиотеки iceMPLNet. В настоящее время набор данных расширяется за счет профилей крыла БАС

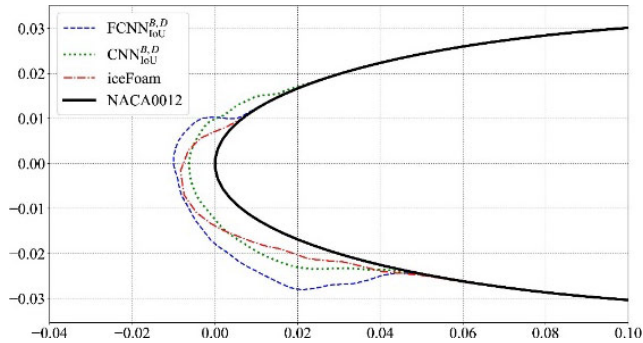


Рис. 3. Результаты предсказания формы льда

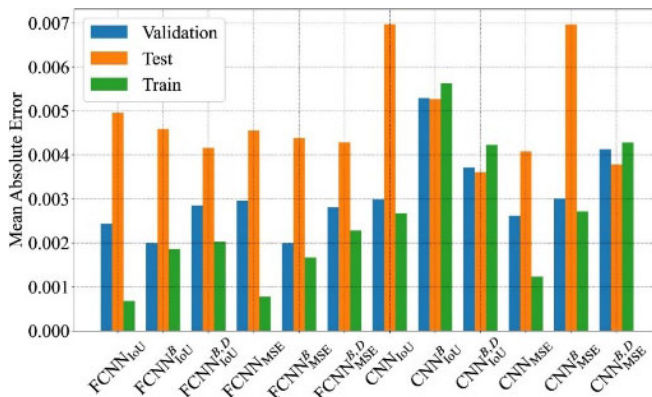


Рис. 4. Значения метрики MAE

(Птеро-G1, Птеро-H2). Данные БАС самолетного типа могут эксплуатироваться до 3000 м и со скоростью до 140 км/ч. Полеты БАС в Ставропольском крае РФ показали наличие образовавшегося льда на кромках крыла.

1. *Bourgault Y., Beaugendre H., Habashi W.G.* Development of a Shallow-Water Icing Model in FENSAP-ICE // *J. Aircr.* — 2000. — V. 37. — P. 640–646.
2. *Кошелев К. Б., Мельникова В. Г., Стрижак С. В.* Разработка решателя iceFoam для моделирования процесса обледенения // *Труды ИСП РАН.* — 2020. — Т. 32, №4. — С. 217–234.
3. *Shin J., Bond T.* Experimental and computational ice shapes and resulting drag increase for a NACA 0012 airfoil // *In Proceedings of the 5th Symposium on Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic Flows*, Long Beach, CA, USA, 1992. — 12 p.

ПРИМЕНЕНИЕ КАПУЛЬНЫХ СЕТЕЙ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ОБРАБОТКИ ЕСТЕСТВЕННОГО ЯЗЫКА

М. Д. Суворов, В. И. Виноградов

МАИ, Москва, Россия

Капсульные сети — это относительно недавняя разработка известного ученого в области машинного обучения Джеффри Хинтона [1].

Если опустить детали, то главной причиной появления капсульных сетей послужили недостатки нейронных сверточных сетей в задачах компьютерного зрения. Один из важнейших из них — игнорирование пространственной связи между простыми и сложными объектами на изображении. Например, обученная на лицах людей сверточная сеть вполне возможно распознает человека на фотографии с несвойственными человеческому лицу положениями носа и рта или глаз и ушей. В компьютерном зрении принято делать аугментации над тренировочными изображениями, чтобы сеть запомнила объект с разных ракурсов, но человеческое восприятие работает не так. Единжды увидев Эйфелеву башню, человек без труда распознает ее с разных ракурсов.

В основном, проблемы сверточных сетей обусловлены слоем Max-Pooling и инвариантностью детектирования лишь к положению на изображении. Операция Pooling сама по себе подразумевает потерю части информации, поэтому информация о пространственной структуре изображения теряется. Но даже в сетях без Pooling-слоев каждый следующий уровень продолжает работать с пространственной инвариантностью «в плоскости», а на более поздних уровнях снова приходят, например, к полносвязной архитектуре [2].

Ключевой идеей капсульных сетей является более полная передача информации об изображении на следующие уровни. Достигается это динамической маршрутизацией между капсулами (каждая капсула предыдущего слоя связана с каждой последующей через веса, которые тренируются в ходе обучения сети) и тем фактом, что содержимое на последнем слое одной капсулы должно полностью описывать подмножество конкретного класса, подаваемого на вход [2].

Идею с выделением некоторого векторного представления объекта в капсуле можно сравнить с идеей механизма внимания в современных языковых моделях. Поэтому целью исследования стала оценка работы капсульных сетей в задаче классификации текста. В качестве бенчмарка был выбран датасет с отзывами к фильмам от IMDB, а в качестве конкурирующих моделей — архитектуры со сверточными и рекуррентными слоями. Метрикой оценки качества классификаторов была ассигасу, так как датасет не содержит дисбаланса классов. Ознакомиться с результатами эксперимента и с исходным кодом моделей можно в репозитории (см. https://github.com/msuvorov7/capsule_network_clf). Отдельно отмечу возникшие нюансы при реализации капсульной сети.

Во-первых, отзывы к фильмам пришлось обрезать по длине (для других сетей batch из отзывов дополняется <PAD>-тегами), так как внутри используется много сверток с детерминированными параметрами и размерностями выхода. Сделать что-то универсальное пока не получилось, поэтому использованы варианты с длиной 784 и 1024 слова.

Во-вторых, из-за большого набора параметров модель обучается на одной эпохе дольше конкурентов. В качестве вычислительной мощности использовалась GPU от google colab. Для сравнения: одна эпоха у нейросети GRU занимала порядка 4 минут, у CNN — 2 минуты, а у капсульной сети порядка 15 минут.

В-третьих, работа Джеффри Хинтона была направлена на работы с изображениями, поэтому некоторые идеи были отброшены. Например, идея с реконструкцией входа. Аналог автокодировщика, где энкодер — сеть с капсулами, а декодер — несколько полносвязных сетей. На датасете MNIST это дало прирост к результату, но проделать такое, например, на IMAGENET выйдет с большим трудом, так как требуется очень много весов для обучения. Соответственно, с текстом эта проблема актуальна, но применение в решаемой задаче классификации вряд ли оправдано.

В-четвертых, ошибка обучения в первоисточнике складывалась из ошибки реконструкции и margin loss [1]. Из-за отсутствия декодера в своей реализации было принято решение сделать упрощение и подавать выход капсул на вход линейному слою с выходом под размерность классов и использовать стандартный CrossEntropyLoss.

По результатам эксперимента можно заключить, что капсульная сеть показывает сопоставимое качество с конкурентами, но быстрее выходит на плато (см. https://github.com/msuvorov7/capsule_network_clf/tree/main/report). Практически трех эпох хватило капсульной сети, чтобы успешно показывать ассурасу в 0,887 в отличие от сверточной архитектуры, которой понадобилось шесть эпох и рекуррентной, которой понадобилось восемь эпох для преодоления этого порога.

К сожалению, с технической реализацией все не так хорошо и использование капсульных сетей в production-среде еще далеко от желаемого. Но как новое направление исследований в искусственном интеллекте капсульные нейронные сети имеют высокий потенциал и пространство для развития.

1. Sara Sabour, Nicholas Frosst, Geoffrey E. Hinton. Dynamic Routing Between Capsules // arXiv:1710.09829 [cs.CV], November 2017.
2. Sara Sabour, Nicholas Frosst, Geoffrey E. Hinton. Matrix Capsules with EM Routing // Published as a conference paper at ICLR 2018, May 2018.

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВИРУСА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МУЛЬТИАГЕНТНОГО ПОДХОДА*

В. А. Судаков^{1,2}, Т. В. Сивакова^{2,3}

¹МАИ, Москва, Россия; ²ИПМ им. М. В. Келдыша, Москва, Россия;

³РЭУ им. Г. В. Плеханова, Москва, Россия

Вспышка коронавирусной инфекции значительно повлияло на здоровье людей и как следствие на экономику во всем мире [1]. Высокая вирулентность COVID-19 оказала значительное влияние на систему здравоохранения, которая зачастую не справлялась с количеством больных. Во многих странах в 2020 г. были введены карантинные меры, которые с одной стороны позволили уменьшить количество контактов между гражданами, но с другой стороны привели к приостановке экономической деятельности. Перед управленческим аппаратом стал вопрос найти баланс между нагрузкой на систему здравоохранения и при этом поддержать экономику. Чтобы облегчить поиск решения данной проблемы на базе имитационного моделирования был разработан и реализован программный комплекс, который позволяет без привлечения больших финансовых и временных ресурсов проводить исследования по распространения вируса, который передается во время контакта между людьми. Полученные данные в ходе моделирования могут быть использованы органами управления.

Для решения задач управления и взаимодействия в различных областях научно-практической деятельности в последнее десятилетие все чаще используется мультиагентный подход [2], в том числе и для распространения коронавирусной

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и CNPq (Бразилия), Фонда содействия инновациям (Россия), DBT, DST (Индия), MOST, NSFC (Китай), SAMRC (ЮАР) в рамках научного проекта №20-51-80002.

инфекции. Зачастую предлагаемые модели ограничиваются контактами агентов только в местах массового скопления, а другие возможные взаимодействия не учитываются. Следует отметить, что чем более точно будет учитываться характер перемещений населения, тем модель будет более адекватна и позволит учесть значимость тех или иных факторов.

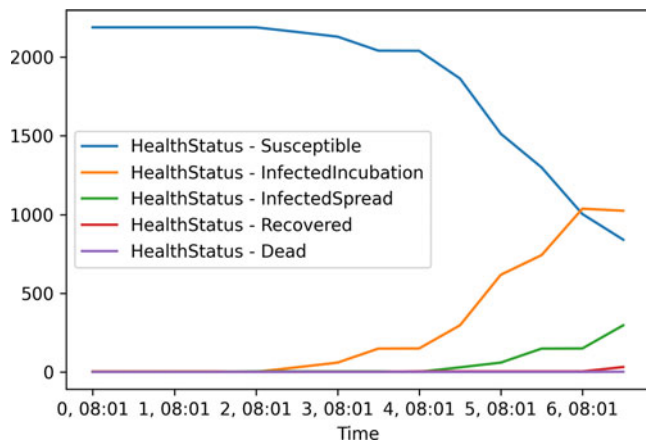


Рис. 1. Графическое представление результатов моделирования

В комплексную мультиагентную модель населенного пункта целесообразно включить взаимосвязанное рассмотрение следующих сфер: параметры популяции жителей, окружающую среду населенного пункта с выделением мест вероятных коммуникаций жителей, характеристики транспортной системы, виды экономических отношений, а также вероятные параметры распространения инфекции и возможной результативности по использованию индивидуальных мер защиты. При построении коронавирусной инфекции будем руководствоваться следующими параметрами:

- вероятность использования населением масок и перчаток;
- вероятность заражения при контакте между двумя людьми;
- длительность инкубационного периода развития болезни, за которым следует госпитализация;
- длительность протекания болезни;
- наличие антител и их способность противостоять заражению вирусом;
- первоначальное количество заболевших;
- количество рабочих мест;
- количество замкнутых помещений (единиц общественного транспорта, развлекательных мест, мест общепита).

Разработанная имитационная модель является стохастической, поскольку пребывание человека в определенных локациях имеет вероятностный характер. При выборе данного подхода разработку модели можно начинать с идентификации моделируемых объектов (агентов) и их поведения, поскольку контакты внутри и между различными сегментами населения имеют жизненно важное значение. Следует отметить, что данный подход позволяет не располагать о поведении системы в целом, главное иметь сведения об отдельных объектах, т. е. агентах.

Для использования агентного подхода в рамках данной задачи в первую очередь необходимо определить возможное поведение каждого из агента (жителя населенного пункта) в любой момент времени [3]. Каждый житель в течение суток

выполняет вполне определенный и прогнозируемый набор действий. В моделируемом населенном пункте существуют места работы, общепита, общественного транспорта, магазинов и развлекательных мероприятий. Однако в зависимости от вида профессиональной деятельности, время пребывания в данных местах носит случайный характер. Так же стоит отметить, что часть людей может не ходить на работу в силу возраста или других обстоятельств. Так же стоит выделить отдельно и группу детей, которые ходят в школу или детский сад.

Программная разработка модели строилась с использованием системного каркаса для моделирования перемещения агентов. Это позволяет вносить изменения в работу программного продукта. Для реализации соответствующей имитационной модели был выбран язык C#. Данный модуль интегрирован в портал веб-сервисов поддержки принятия решений ws-dss.com [4]. Типы людей, типы локаций, а также параметры нахождения какого-либо типа людей в локации какого-либо типа задаются во входных параметрах модели. Программа позволяет проводить вычисления в нескольких потоках, тем самым сокращая время расчета. Полученные данные сохраняются в таблицах и интерпретируются в виде графиков (рис. 1).

1. Чжао Жун, Сюй Фэнцай. Преимущества китайской модели: опыт Китая в борьбе с коронавирусом в русской прессе // Мир русскоговорящих 19 стран. — 2021. — №1(7). — С. 17–32.
2. Мельничук А. В., Сивакова Т. В., Судаков В. А. Решение задач оптимизации с использованием мультиагентных моделей // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. — 2019. — №100. — 16 с. — DOI: 10.20948/prer2019-100.
3. Судаков В. А., Сивакова Т. В. Мультиагентное моделирование на базе нечетких суждений экспертов области борьбы с пандемией // Математическое моделирование: Тезисы II Международной конференции. Москва, 2021. — С. 81–83.
4. Судаков В. А. Веб-сервисы для систем поддержки принятия решений. — URL: <https://ws-dss.com/>.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ГИПЕРПАРАМЕТРОВ ИСКУССТВЕННОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ НА РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА В ЗАМКНУТОЙ ОБЛАСТИ*

**Д. А. Тархов, Т. В. Лазовская, Д. А. Муранов, К. Ю. Пожванюк,
Е. И. Кокшарова**

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

Многочисленные прикладные задачи физики зачастую предполагают решение краевых задач для уравнения Лапласа. Сформировались общепринятые подходы, например, приближение искомой функции с помощью ряда Фурье. С развитием вычислительных мощностей стало возможным использовать для решения инструменты машинного обучения. Решения, полученные с помощью искусственных нейронных сетей, ничем не уступают классическим подходам в решении задач математической физики [1]. В данной статье исследуется возможность вариацией гиперпараметров нейронной сети добиться высокого соответствия между нейросетевой функцией и численным и теоретическим решениями.

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №22-21-20004, <https://rscf.ru/project/22-21-20004/>.

Рассмотрим уравнение Лапласа с разрывными граничными условиями, заданное в единичном квадрате. Такая краевая задача неизбежно приводит к тому, что численное решение, полученное с помощью метода Фурье, является неустойчивым. Наш опыт показывает, что при нейросетвом приближении решения подобных задач проблема неустойчивости не возникает.

Исходя из условий задачи в общем нейросетевом подходе было принято решение использовать RBF-сеть с радиально-базисными функциями, которые подходят для локальной аппроксимации функции внутри некоторой области и не требуют вычисления значений вне ее.

Для обучения нейронных сетей в основном используются градиентные методы оптимизации функционала ошибки, состоящего из нескольких слагаемых, чаще всего представляющих собой квадратичные отклонения от удовлетворения нейросетевого решения уравнению в некоторой области, от граничных условий, данных измерений и другой информации о решении. Слагаемые могут входить в общий функционал со штрафными множителями (параметрами) и вычисляются в некотором конечном соответствующем множестве точек.

В нашем случае рассматривается функционал ошибки, состоящий из двух слагаемых i , соответственно, один штрафной множитель. Выбор данного параметра является отдельной задачей и существуют разные подходы к ее решению. Суть нашего подхода заключается в предварительном вычислении начального значения параметра λ , который уравнивает два слагаемых в функционале ошибки, а затем генерации множества параметров на промежутке от $[\lambda/10; 10\lambda]$. Таким образом мы имеем сто значений штрафного параметра, на каждом из которых обучаем нейронную сеть. Строя график совместного распределения итоговых отклонений каждого из двух слагаемых функционала для разных штрафных множителей и оставляя лишь те, которые соответствуют наименьшим отклонениям, мы получим некоторое приближение к фронту Парето.

После построения фронта Парето мы приступаем к задаче выбора оптимального решения. Рассматривались три варианта такого выбора. Во-первых, минимизировалось выражение, представляющее собой сумму двух слагаемых, где первое — среднеквадратичное отклонение от Лапласиана для нейронной сети параметра с индексом i , деленное на максимальное отклонение среди всех параметров. Второе слагаемое — аналогично первому, только вместо отклонения от Лапласиана рассматривается несоответствие граничным условиям. Во-вторых, находился параметр, соответствующий минимальному отклонению от краевых условий i , в-третьих, для проверки вышеописанных подходов использовалось численное решение, построенное с помощью метода Фурье.

В ходе проведения исследования были протестированы сети с 3, 4 и 10 нейронами единственного скрытого слоя. Было обнаружено, что по каждому из двух первоначальных критериев для функций с тремя и четырьмя нейронами зачастую остается лишь один параметр. Данное значение, очевидно, показывает одно из минимальных отклонений относительно численного решения. При этом использование второго метода приводило к наименьшему отклонению от численного решения, но отклонение от уравнения Лапласа в два или два с половиной раза больше, чем у описанного выше. Решение, полученное с помощью обучения сети с 10 нейронами показало наименьшее отклонение от численного решения. Если для сети с четырьмя нейронами с параметром, отобранным по первому критерию, квадратичное отклонение примерно равно 0,08, то для сети с десятью нейронами данная ошибка составляет примерно 0,03.

Таким образом, в работе рассмотрено влияние гиперпараметров нейронной сети на решение задачи с уравнением Лапласа в единичном квадрате. Показано, что при увеличении количества нейронов растет и точность решения. Рассмотрены критерии отбора оптимального решения и соответствующего штрафного параметра с фронта Парето. При этом полученные функции, представляющие собой выход нейронной сети, не подвержены эффекту Гиббса, в отличие от многих численных решений.

1. Васильев А. Н., Тархов Д. А. Нейросетевое моделирование. Принципы. Алгоритмы. Приложения. — СПб: Изд-во Политехнического ун-та, 2009. — 528 с.
2. Тархов Д. А. Нейросетевые модели и алгоритмы. — М.: Радиотехника, 2014. — 348 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ФРОНТА ПАРЕТО ПРИ ПОСТРОЕНИИ НЕЙРОСЕТЕВОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА С ПРИВЛЕЧЕНИЕМ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ДАННЫХ*

Д. А. Тархов, А. Д. Сысоева, О. О. Мочалова, А. Р. Дудник, Т. В. Лазовская

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

Математику и физику сегодня просто невозможно представить без использования дифференциальных уравнений. Они приобрели широкое распространение не только в естественных науках, таких как химия, биология, но и в моделях экономической и социальной динамики [1].

Нахождение точного аналитического решения дифференциального уравнения возможно в редких случаях, поэтому обычно на практике используются различные численные методы решения дифференциальных уравнений. Но такие методы имеют свои недостатки, например для построения графиков и исследования решения приходится сглаживать численное решение, что является отдельной задачей и вносит дополнительные погрешности. Поэтому актуальной задачей на данный момент является разработка и внедрение приближенных аналитических методов решения дифференциальных уравнений, основанных на использовании нейронных сетей [2], которые применимы к широкому кругу разнообразных задач и устойчивы по отношению к ошибкам во входных данных.

В данной работе мы исследуем задачу нахождения функции, заданной в единичном квадрате, которая удовлетворяет уравнению Лапласа. Кроме того, с некоторой погрешностью известны ее значения в некотором наборе точек. Для нахождения этих приближительных значений в качестве пробной функции используется известное аналитическое решение $\ln((x + x_0)^2 + y^2)$ со случайной добавкой. Таким образом мы моделируем ситуацию использования в расчетах данных измерений с некоторой ошибкой. При этом краевые условия считаются неизвестными. Качество нейросетевого решения характеризуется с помощью квадратичных функций $J_1 = \sum_{k=1}^M (\Delta(u)(\mathbf{x}_k))^2$, $J_2 = \sum_{j=1}^m (u(\mathbf{x}'_j) - z_j)^2$, где $\{\mathbf{x}_k\}_{k=1}^M$ — набор тестовых точек в квадрате, данные точки каждый раз генерируются заново в процессе обучения нейросети, $\{\mathbf{x}'_j\}_{j=1}^m$ — набор точек в квадрате, которые являются аналогом точек измерений. На их основе составляется функционал ошибки (функция потерь), в результате минимизации которого настраиваются веса нейросетевого решения.

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №22-21-20004, <https://rscf.ru/project/22-21-20004/>.

В работе исследуются следующие вопросы:

- 1) закономерность между отклонением и изменением случайной ошибки измерений ε ;
- 2) изменение качества решения, получаемое минимизации функционала ошибки $J_1 + \delta J_2$, при изменении параметра δ .

Результаты компьютерных экспериментов приведены для нейросетевой модели, представляющей собой нейросеть с одним скрытым слоем, содержащим 10 нейронов с радиальными базисными функциями (РБФ).

Для ответа на первый из поставленных вопросов было проведено 8 компьютерных экспериментов со следующими параметрами: количество точек внутри квадрата 50, число точек измерений 50, доля неперегенерируемых точек 0, доля точек измерений, используемых для обучения равно 0,5, сдвиг модельного решения $x_0 = 0,01$. Для каждой фиксированной ошибки измерений было сделано 10 рестартов, ошибка измерений моделировалась случайной добавкой, равномерно распределенной на интервале $[-\varepsilon, \varepsilon]$.

Для исследования второго вопроса были проведены эксперименты, в которых параметр δ из функционала ошибки пробегал 100 значений с шагом 0,1 от исходного значения, при котором оба слагаемых в функционале ошибки одинаковы при начальной инициализации весов нейронной сети. В результате мы имеем когорту решений с различными соотношениями характеристик качества этих решений J_1 и J_2 . Такая когорта формирует приближение к фронту Парето.

Оптимальной точкой на приближении к фронту Парето условимся считать ту, в которой значение среднеквадратичной ошибки соответствия известному решению в 1000 случайных точек, распределенных внутри квадрата, минимально.

В табл. 1 приведена зависимость величин среднеквадратичных ошибок решений, соответствующих оптимальной точке фронта Парето, от величины добавочной ошибки ε . Так, при увеличении ошибки наблюдается смещение номера оптимальной точки влево. Среднеквадратичная ошибка удовлетворения уравнению Лапласа является довольно высокой для наиболее точных данных, затем уменьшается при больших зашумлениях измерений. Для значений среднеквадратичной ошибки удовлетворения данным измерений можно увидеть обратную закономерность, когда более точным данным, по которым происходило обучение сети, соответствуют меньшие значения ошибки.

Таблица 1

Зависимость изменения среднеквадратичной ошибки в зависимости от значений ошибки измерений

Ошибка измерений	Оптимальная точка	Среднеквадратичная ошибка удовлетворения уравнению Лапласа	Среднеквадратичная ошибка удовлетворения данным измерений	Среднеквадратичная ошибка соответствия пробной функции
0,0	88	0,264	0,057	0,068
0,0001	94	0,242	0,029	0,047
0,001	98	0,229	0,013	0,041
0,01	51	0,067	0,061	0,075
0,2	44	0,034	0,146	0,102
0,5	6	0,023	0,284	0,114
1,0	5	0,097	0,774	0,461
10,0	3	0,041	6,227	1,225

Таким образом, наш подход с построением фронта Парето нейросетевых решений позволил получить устойчивые по отношению к ошибкам во входных данных результаты решения. При наличии относительно точных данных измерений рекомендуется выбирать на фронте Парето то решение, которое в наибольшей степени удовлетворяет этим данным. Для сильно зашумленных данных необходимо ориентироваться на степень удовлетворения решения уравнению Лапласа. Отметим, что на основе полученного нейросетевого решения есть возможность сгенерировать более точную точечную информацию об искомой функции.

1. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Приемы. — 2-е изд. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. — 320 с.
2. Васильев А. Н., Тархов Д. А. Нейросетевое моделирование. Принципы. Алгоритмы. Приложения. — СПб: Изд-во Политехнического ун-та, 2009. — 528 с.

NAVIGATION OF UNDERWATER AUTONOMOUS VEHICLE BY OBSERVATION OF THE SEABAD RELIEF

A. B. Miller¹, B. M. Miller¹, G. B. Miller²

¹*Institute for Information Transmission Problems RAS, Moscow, Russia;*

²*Institute of Informatics Problems of Federal Research Center "Computer Science and Control" RAS, Moscow, Russia*

This method uses a well-known optical flow approach from UAV practice. An optical flow is a map of the local displacement rates of image points extracted from a sequence of video frames. Initially, these data were used to analyze the resolution of space and aero-imagery. However, it became clear that the assessment of the image shifts included information about the vehicle's orientation and angular velocities, which made it possible to include these data in the system of angular and linear velocity sensors and incorporate them into the UAV control system. Of course, video filming in underwater vehicles is not possible in a way similar to the surface applications since the opacity of water media only allows objects to be observed within distances of less than 5 m. However, high-resolution sonar, which creates a distance map from the device to the seabed, can be a source of such "video information". The idea of this method had been suggested in [1]. In our recent works [2, 3] we proposed a distance-map-based method for the control and navigation of an AUV and provided comparison with traditional approaches. The algorithm for position estimation is formulated on the dead-reckoning with speed evaluated from the "acoustic images" evolution. By "acoustic image" we refer to the seabed distances that are registered by the acoustic sonar. Here, we give a brief explanation of the position estimation algorithm proposed. Assume that an AUV has an array of acoustic sensors, which are aimed at the seabed at different angles (γ^i, θ^j) . At time instant t_k , acoustic sensors make an image: a set of measurements of the distance to the seabed $\mathbf{L}_k^{ij} = L(\mathbf{X}_k, \mathbf{u}_k, \gamma^i, \theta^j)$, where \mathbf{X}_k is the AUV position and \mathbf{u}_k is its movement direction. Given the difference between the values of correspondent distance measurements \mathbf{L}_k^{ij} and \mathbf{L}_{k+1}^{ij} made at the consecutive time instants t_{k+1} and t_k , we can obtain information about the shift in the AUV's position $\Delta \mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{X}_{k+1} - \mathbf{X}_k$ and speed \mathbf{V}_k . This is achieved in a similar manner to the optical flow estimation by the Lucas-Kanade method [2], but in our case, an image is the set of acoustic measurements, and the role of pixel intensity is played by a single seabed distance.

Let the AUV speed vector be defined by its absolute value $V_k = \|\mathbf{V}_k\|$ and two angles: γ_k , the angle between \mathbf{V}_k and the horizontal plane xOy , and θ_k , the angle between the projection of \mathbf{V}_k on the horizontal plane xOy and the axis Ox . The acoustic beams are emitted by AUV sensors at the set of aiming angles (γ^i, θ^j) , $i, j = 1, \dots, M$. The absolute direction of the (i, j) beam is given by the angles $(\gamma_k + \gamma^i, \theta_k + \theta^j)$; see fig. 1.

At the time instant t_k the (i, j) beam reaches the sea floor at the point with coordinates $\mathbf{x}_k^{ij} = (x_k^{ij}, y_k^{ij}, z_k^{ij})^T$, and $\mathbf{e}_k = (e_k^X, e_k^Y, e_k^Z)^T$ is the beam direction:

$$\mathbf{x}_k^{ij} = \mathbf{X}_k + L_k^{ij} \mathbf{e}_k, \quad (1)$$

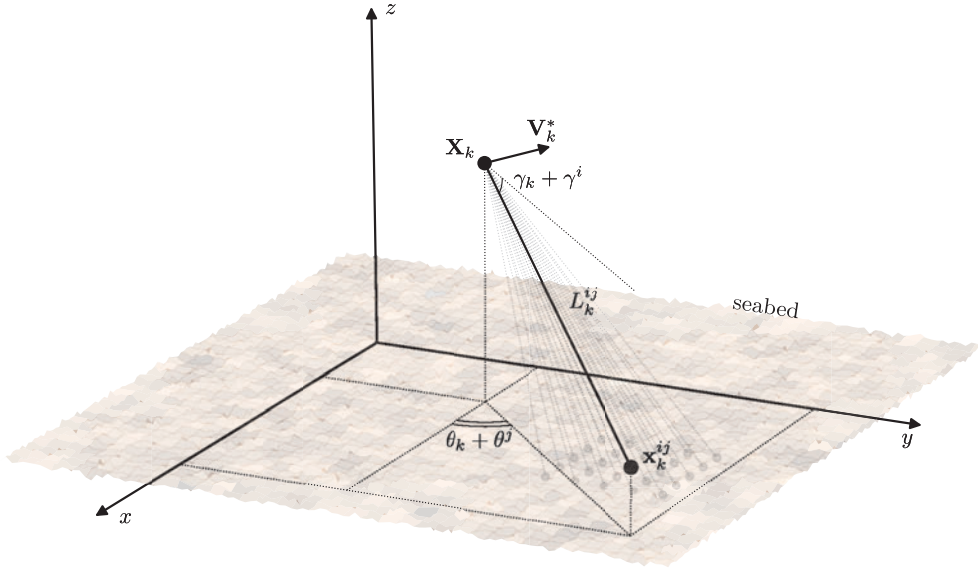


Fig. 1. Acoustic beam (i, j) reaching the seabed surface at \mathbf{x}_k^{ij}

see fig. 1. Let $\psi(\mathbf{x}) = 0$ be the profile of the seabed, where $\psi(\cdot)$ is some smooth function. If \mathbf{x} is a function of \mathbf{X} , L , and \mathbf{e} , then

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{X}(t) + L(t) \mathbf{e}(t),$$

Now, we calculate the total derivative $\frac{d\psi(\mathbf{x})}{dt} = \frac{d\psi(\mathbf{x}(\mathbf{X}(t), L(t), \mathbf{e}(t)))}{dt}$.

Suppose that, at any seabed point reached by the acoustic beam, we know the partial derivatives of $\psi(\cdot)$. Rewriting the total derivative in discrete time with substitution of the differentials with corresponding increments, we have the following equation:

$$\frac{\delta\psi}{\delta x}(\mathbf{x}_k^{ij}) \Delta X_{k+1} + \frac{\delta\psi}{\delta y}(\mathbf{x}_k^{ij}) \Delta Y_{k+1} + \frac{\delta\psi}{\delta z}(\mathbf{x}_k^{ij}) \Delta Z_{k+1} = B_k^{ij}, \tag{2}$$

with

$$B_k^{ij} = -\frac{\delta\psi}{\delta x}(\mathbf{x}_k^{ij}) (\Delta e_{k+1}^X L_k^{ij} + e_k^X \Delta L_{k+1}^{ij}) - \frac{\delta\psi}{\delta y}(\mathbf{x}_k^{ij}) (\Delta e_{k+1}^Y L_k^{ij} + e_k^Y \Delta L_{k+1}^{ij}) - \frac{\delta\psi}{\delta z}(\mathbf{x}_k^{ij}) (\Delta e_{k+1}^Z L_k^{ij} + e_k^Z \Delta L_{k+1}^{ij}). \tag{3}$$

The unknowns ΔX_{k+1} , ΔY_{k+1} , ΔZ_{k+1} can be estimated with the method of least-squares:

$$\Delta \widehat{\mathbf{X}}_{k+1} = \operatorname{argmin}_{\Delta \mathbf{X}_{k+1}} \sum_{i,j=1}^M \left(\frac{\delta\psi}{\delta x}(\mathbf{x}_k^{ij}) \Delta X_{k+1} + \frac{\delta\psi}{\delta y}(\mathbf{x}_k^{ij}) \Delta Y_{k+1} + \frac{\delta\psi}{\delta z}(\mathbf{x}_k^{ij}) \Delta Z_{k+1} - B_k^{ij} \right)^2. \tag{4}$$

Rewriting equation (2) in vector form with respect to the angles set (γ^i, θ^j) , $i, j = 1, \dots, M$ $\mathbf{A}_k \Delta \mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{B}_k$, where \mathbf{A}_k and \mathbf{B}_k are as follows:

$$\mathbf{A}_k = \begin{pmatrix} \frac{\delta\psi}{\delta x}(\mathbf{x}_k^{11}) & \frac{\delta\psi}{\delta x}(\mathbf{x}_k^{11}) & \frac{\delta\psi}{\delta x}(\mathbf{x}_k^{11}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\delta\psi}{\delta x}(\mathbf{x}_k^{1M}) & \frac{\delta\psi}{\delta x}(\mathbf{x}_k^{1M}) & \frac{\delta\psi}{\delta x}(\mathbf{x}_k^{1M}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\delta\psi}{\delta x}(\mathbf{x}_k^{MM}) & \frac{\delta\psi}{\delta x}(\mathbf{x}_k^{MM}) & \frac{\delta\psi}{\delta x}(\mathbf{x}_k^{MM}) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_k = \begin{pmatrix} B_k^{11} \\ \vdots \\ B_k^{1M} \\ \vdots \\ B_k^{MM} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Then, the least-squares optimization problem (4) solution can be obtained in the common form:

$$\Delta\widehat{\mathbf{X}}_{k+1} = [\mathbf{A}_k^T \mathbf{A}_k]^{-1} \mathbf{A}_k^T \mathbf{B}_k. \quad (6)$$

and the dead-reckoning estimate of the AUV's position is

$$\widehat{\mathbf{X}}_{k+1} = \widehat{\mathbf{X}}_k + \Delta\widehat{\mathbf{X}}_{k+1}. \quad (7)$$

Here, we summarize the algorithm for the proposed AUV position estimation method with acoustic seabed sensing:

1) at time instant t_{k+1} , measure the seabed distances L_{k+1}^{ij} using the acoustic sensors $i, j = 1, \dots, M$ and obtain the increments $\Delta L_{k+1}^{ij} = L_{k+1}^{ij} - L_k^{ij}$;

2) considering the direction angles' values on the current step $(\gamma_{k+1}, \theta_{k+1})$ and the previous one (γ_k, θ_k) , calculate the increments $(\Delta e_{k+1}^X, \Delta e_{k+1}^Y, \Delta e_{k+1}^Z)^T$ using $\mathbf{e}_k = (e_k^X, e_k^Y, e_k^Z)^T = (\cos(\gamma_k + \gamma^i) \cos(\theta_k + \theta^i), \cos(\gamma_k + \gamma^i) \sin(\theta_k + \theta^i), \sin(\gamma_k + \gamma^i))^T$;

3) evaluate the slope estimates $\frac{\delta\psi}{\delta x}(\mathbf{x}_k^{ij}), \frac{\delta\psi}{\delta y}(\mathbf{x}_k^{ij}), \frac{\delta\psi}{\delta z}(\mathbf{x}_k^{ij})$;

4) using (3) and (5), obtain the \mathbf{A}_k matrix and the \mathbf{B}_k vector;

5) obtain the AUV position shift estimate $\Delta\widehat{\mathbf{X}}_{k+1}$ with (6) and calculate the position estimate $\widehat{\mathbf{X}}_{k+1}$ using (7).

1. Miller A., Miller B., Miller G. AUV navigation with seabed acoustic sensing // Proceedings of the 2018 Australian New Zealand Control Conference (ANZCC), Melbourne, VIC, Australia, 7–8 December 2018. — P. 166–171. — DOI: 10.1109/ANZCC.2018.8606561.
2. Miller A., Miller B., Miller G. On AUV Control with the Aid of Position Estimation Algorithms Based on Acoustic Seabed Sensing and DOA Measurements // Sensors. — 2019. — V. 19. — P. 5520. — DOI: 10.3390/s19245520.
3. Miller A., Miller B., Miller G. Navigation of Underwater Drones and Integration of Acoustic Sensing with Onboard Inertial Navigation System // Drones. — 2021. — V. 5. — P. 83. — DOI: 10.3390/drones5030083.

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ УПРАВЛЕНИЯ ПЛОСКИМ ДВИЖЕНИЕМ МАНИПУЛЯТОРА*

В. В. Аветисян, Ш. А. Григорян

ИМ НАН РА, Ереван, Армения

Для плоского двузвенного манипулятора с произвольными геометрическими и инерционными характеристиками предложен алгоритм расчета программных релейных управлений, позволяющий по начальным и конечным конфигурациям ма-

* Работа выполнена при финансовой поддержке гранта ГКН МОН РА №21Т-2D255.

нипулятора определить количество точек переключения управляющих моментов, порядок чередования их знаков, моменты переключения, при которых обеспечивается перемещение системы из начального положения покоя в заданное конечное положение покоя за время близкое к оптимальному времени быстрогодействия.

Манипулятор представляется как система двух абсолютно твердых тел, соединенных цилиндрическим шарниром O_2 . Один из концов двузвенника посредством цилиндрического шарнира O_1 связан с неподвижным основанием, а на другом закреплен хват с грузом. Управление манипулятором осуществляется при помощи моментов сил M_1 и M_2 относительно осей шарниров O_1 и O_2 соответственно. Плоское движение такой механической системы описывается дифференциальными уравнениями [1]

$$\begin{aligned} (I_1 + mL_1^2)\ddot{\varphi}_1 + m\dot{\varphi}_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + ml\dot{\varphi}_2^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) &= M_1 - M_2, \\ I_2\ddot{\varphi}_2 + m\dot{\varphi}_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - ml\dot{\varphi}_1^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) &= M_2. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь I_1 и I_2 — моменты инерции первого и второго звеньев относительно шарниров O_1 и O_2 соответственно, m — масса второго звена (вместе со хватом и грузом), L_1 — длина первого звена, l — расстояние от центра масс второго звена до оси его вращения, φ_1 и φ_2 — углы поворота звеньев относительно неподвижной системы координат.

Пусть в начальный момент времени $t = 0$ система (1) находится в состоянии покоя

$$\varphi_1(0) = \varphi_1^0, \quad \dot{\varphi}_1(0) = 0, \quad \varphi_2(0) = \varphi_2^0, \quad \dot{\varphi}_2(0) = 0. \quad (2)$$

Требуется найти законы изменения управляющих моментов $M_1 = M_1(t)$, $M_2 = M_2(t)$, удовлетворяющие ограничениям

$$|M_1(t)| \leq M_1^0, \quad |M_2(t)| \leq M_2^0 \quad (3)$$

и приводящие систему (1) за минимальное время T в заданное терминальное положение с торможением движения в конце процесса:

$$\varphi_1(T) = \varphi_1^T, \quad \dot{\varphi}_1(T) = 0, \quad \varphi_2(T) = \varphi_2^T, \quad \dot{\varphi}_2(T) = 0. \quad (4)$$

Для решения поставленной задачи предлагается следующий алгоритм. Поскольку управляющие моменты M_1 , M_2 , ограниченные по величине, линейно входят в уравнение динамики (1), то, согласно принципу максимума, оптимальные управления будут релейными. Строятся релейные программные законы управления, при которых один из управляющих моментов M_1 , M_2 имеет одну точку переключения t_1 , другой — две точки переключения t_2 и t_3 . Такие режимы обладают минимальным числом параметров (моменты переключения t_1 , t_2 , t_3 и время T приведения в терминальное состояние), варьируя которые, можно удовлетворить терминальным соотношениям (4) при произвольных начальных условиях (2). Управления рассматриваемой структуры могут быть восьми типов, различающихся между собой номером момента (M_1 и M_2), имеющего одно и два переключения, а также порядком чередования знаков каждой управляющей переменной. Фиксируя один из этих восьми режимов, можем искать параметры t_1 , t_2 , t_3 , T так, чтобы решение $\varphi_i(t_1, t_2, t_3; t)$, системы (1) с начальными данными (2) удовлетворяло условиям (4) в конце движения. Получим систему четырех равенств

$$\varphi_1(t_1, t_2, t_3, T) = \varphi_1^T, \quad \varphi_2(t_1, t_2, t_3, T) = \varphi_2^T, \quad \dot{\varphi}_1(t_1, t_2, t_3, T) = 0, \quad \dot{\varphi}_2(t_1, t_2, t_3, T) = 0 \quad (5)$$

для искомым параметров t_1 , t_2 , t_3 , T .

Однако для заданных терминальных значений φ_1^T, φ_2^T существование решения системы (5) зависит от выбора типа режима управления. В [2] разработан алгоритм разрешения системы (5). На конфигурационной плоскости манипулятора построены области, позволяющие рассчитать программные законы управления манипулятором. В зависимости от принадлежности конечных значений φ_1^T, φ_2^T одной из построенных областей определяется тип из вышеупомянутых восьми режимов, при помощи которого можно перевести манипулятор в заданное конечное состояние (4), а также значения параметров t_1, t_2, t_3, T для этого режима. Для конкретных значений геометрических и инерционных параметров системы (1), (2) и крайних значений $\varphi_1^0 = \varphi_2^0 = 0, \varphi_1^T = 57^\circ 17' \approx 1$ рад., $\varphi_2^T = 114^\circ 34' \approx 2$ рад. по предложенному алгоритму определился тип режима управления: M_1 с одним переключением в момент t_1 , а M_2 с двумя переключениями в моменты t_2, t_3 , а также были вычислены (в безразмерных единицах) значения параметров t_1, t_2, t_3, T из системы (5): $t_1 = 1,074, t_2 = 0,957, t_3 = 1,941, T = 2,147$.

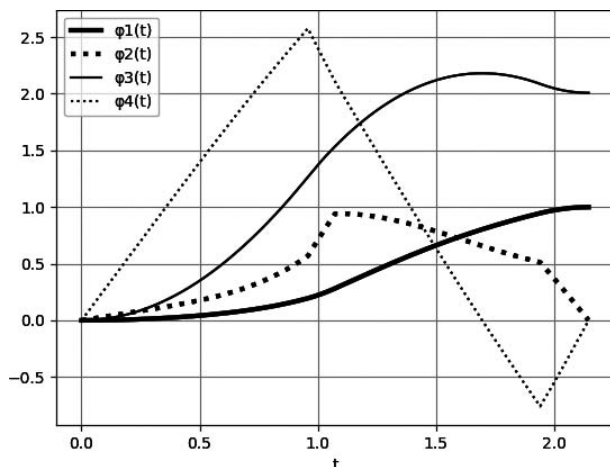


Рис. 1

При найденных управлениях проводилось численное моделирование движения двузвенного манипулятора, результаты которого представлены на рис. 1. Жирной сплошной линией и сплошной линией, соответственно, показаны зависимости углов $y_1 = \varphi_1$ и $y_3 = \varphi_2$ от времени, а жирной штриховой линией и штриховой линией — зависимости угловых скоростей $y_2 = \dot{\varphi}_1$ и $y_4 = \dot{\varphi}_2$ от времени.

Предложенный алгоритм может быть использован для расчета субоптимальных программных движений манипуляционных роботов [3, 4].

1. Avetisyan V. V., Bolotnik N. N., Chernousko F. L. Optimal Programmed Motions of a Two-Link Manipulator // Soviet J. Comput. Syst. Sci. — 1985. — V. 23, No. 5. — P. 65–73.
2. Avetisyan V. V., Grigoryan Sh. A. Time-suboptimal control of a two-link manipulator motion // Mechanics — Proceedings of NAS RA. — 2022. — V. 75, Issue 1–2. — P. 61–72.
3. Avetisyan V. V., Akulenko L. D., Bolotnik N. N. Modeling and optimization of transport motion for an industrial robot // Soviet J. Comput. Syst. Sci. — 1986. — V. 24, No. 6. — P. 97–103.
4. Avetisyan V. V., Bolotnik N. N. Suboptimal control of an electromechanical manipulator with a high degree of positioning accuracy // Mechanics of Solids. — 1990. — V. 25, Issue 5. — P. 32–41.

КОНЕЧНО-АВТОМАТНАЯ МОДЕЛЬ КОНТРОЛЬНОЙ АППАРАТУРЫ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖУЩИХСЯ ОБЪЕКТОВ С СИСТЕМОЙ УПРАВЛЕНИЯ ВОССТАНОВЛЕНИЕМ РАБОТОСПОСОБНОСТИ

А. В. Вилесов, В. Д. Ивченко

ГосНИИП, Москва, Россия

В настоящее время основными путями повышения надежности сложных информационно-управляющих систем является использование таких подходов, как повышение надежности используемой элементной базы и применение структурных методов построения систем с избыточным количеством элементов, поддерживающих реконфигурацию. Для обеспечения возможности перенастройки, такие системы кроме избыточности должны иметь встроенную систему управления восстановлением работоспособности (СУВР).

В докладе приводится анализ различных вариантов структур отказоустойчивых информационно-управляющих систем, излагаются основные требования к СУВР.

Рассмотрены вопросы применения принципа построения отказоустойчивых систем с использованием СУВР для повышения надежности разрабатываемых автоматизированных систем контроля, контрольно-проверочной аппаратуры, а также бортовой аппаратуры движущихся объектов.

На основе приведенного принципа выполнена разработка конечноавтоматной математической модели контрольной аппаратуры систем управления движущихся объектов на основе отечественной элементной базы с использованием системы управления восстановлением работоспособностью.

Предложенная модель позволила оценить и повысить отказоустойчивость контрольной аппаратуры за счет СУВР, позволяющей принимать корректные решения о реконфигурации в системе с целью сохранения работоспособности.

1. *Ивченко В. Д., Ивченко Н. К.* Диагностика технических систем: Учеб. пособ. — М.: МГАПИ, 1998. — 206 с.
2. *Батенин А. В., Ивченко В. Д.* Конечно-автоматная модель САУ ГТД с системой управления восстановлением работоспособности // Теория воздушно-реактивных двигателей и их элементов: Тем. сб. науч. тр. МАИ; Под ред. В.И. Бакулева. — М.: МАИ, 1995. — 206 с.
3. *Каган Б. М.* Электронные вычислительные машины и системы: Учеб. пособ. для ВУЗов. — 3-е изд. — М.: Энергоатомиздат, 1991. — 592 с.
4. *Глушков В. М.* Синтез цифровых автоматов. — М.: Физматгиз, 1962. — 476 с.
5. *Шевелев Ю. П.* Дискретная математика: Учеб. пособ. — Томск: ФДО, ТУСУР, 2017. — 223 с.

ВЫБОР ЧИСЛА ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ В ОДНОМ ВЫЛЕТЕ ПРИ УПРАВЛЕНИИ КАЧЕСТВОМ ГРУППОВЫХ ДЕЙСТВИЙ МАЛОЙ АВИАЦИИ В РЕЖИМЕ ВОЗДУШНОГО ТАКСИ*

В. И. Гончаренко, А. В. Румакина, Н. С. Сальников

МАИ, Москва, Россия

С целью повышения качества группового полета малой авиации сформулирована постановка задачи назначения требуемого числа летательных аппаратов с помощью теории массового обслуживания. С учетом случайного характера потока

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №20-08-00652а.

заявок предложен новый подход к оценке качества работы диспетчера воздушного такси с помощью интегральной штрафной функции. Проведено компьютерное моделирование процессов поступления и обслуживания заявок на перелеты малой авиации в динамической обстановке, подтвердившее эффективность полученных результатов.

Необходимые исходные данные при решении задачи организации воздушного движения таковы:

1. Количество N летательных аппаратов, которое будет задействовано при обслуживании новых заявок.

2. Полетные задания — это детерминированный и случайных поток заявок, который может быть известен заранее, а может поступать в ходе полета. Рассмотрены два вида заявок — для малой пилотируемой авиации и беспилотной:

— для малой пилотируемой авиации каждая заявка содержит пункт, в котором надо забрать пассажира и пункт, в который необходимо доставить пассажира. Известны координаты x_i, z_i начального пункта и η_j, ξ_j конечного пункта, а также время t_j появления заявки;

— для беспилотной авиации каждая заявка содержит один пункт наблюдения или доставки груза. Также известны координаты η_j, ξ_j пункта и время t_j появления заявки.

В обоих случаях момент появления заявки t_i распределен по закону Пуассона с известной плотностью вероятности $f(t_j)$

$$f(t_j) = \lambda e^{-\lambda t_j}, \quad (1)$$

где λ — величина обратная среднему времени между возникающими заявками, или интенсивность поступления заявок.

3. Координаты местоположения ЛА x_i и z_i считаются известными.

4. Количество d свободных ЛА и количество S поступивших новых необслуженных заявок — значения, которые известны в любой момент времени.

5. Так как новые заявки появляются в случайный момент времени и в случайном месте, возможны три полетные ситуации:

- Если $S \approx d$ — штатный режим, когда количество заявок и свободных летательных аппаратов одинаково.

- Если $S < d$ — режим «простоя» в обслуживании, когда из-за небольшого числа заявок простаивают летательные аппараты. Данный режим приводит к увеличению эксплуатационных затрат.

- Если $S > d$ — пиковый режим, когда заявки некому обслуживать в силу занятости всех ЛА. Данный режим приводит к задержкам в обслуживании, что увеличивает время τ_j пребывания заявок в очереди.

В двух названных последних режимах в виде средних значений параметров имеются свои штрафные функции — *время ожидания* для новых заявок и *время простоя* для свободных от обслуживания ЛА. Значение времени ожидания определяет *первую штрафную функцию* несовершенства системы, которая, как показывают расчеты, снижается при увеличении числа N . С другой стороны, увеличение числа используемых ЛА приведет к росту прочих эксплуатационных затрат, связанных с увеличением числа свободных каналов системы с ростом среднего времени T «простоя» ЛА:

$$T = \frac{S_{cp}(N)}{VN}. \quad (2)$$

В итоге эксплуатационные затраты Θ образуют *вторую штрафную функцию* в виде суммы затрат за среднее время перелета и за время «простоя», которая равна:

$$\Theta = \frac{1}{qV} + \frac{S_{cp}(N)}{VN} \partial. \quad (3)$$

Поэтому существует некий оптимум при выборе числа N , значение которого зависит от сформированного единого критерия, учитывающего обе штрафные функции одновременно. В данной работе для этого предлагается использовать хорошо зарекомендовавшую себя мультипликативную форму критерия, содержащего как аддитивные слагаемые, так и их сомножители:

$$I_0 = \min[(\tau_{\text{ср}} + m_5)(\mathcal{E}_{\text{ср}} + m_6)], \quad (4)$$

где m_5 , m_6 — масштабные коэффициенты значимости $\tau_{\text{ср}}$ и $\mathcal{E}_{\text{ср}}$, отличающиеся тем, что если $m_5 < m_6$, то второй сомножитель имеет пониженную важность и, наоборот, — при $m_5 > m_6$ значимость первого сомножителя минимальна.

Компьютерное моделирование при использовании предложений мультипликативной формы оценки качества показало, что оптимальный выбор обеспечивает сокращение используемого числа летательных аппаратов на 10–15% при сохранении требуемого качества обслуживания. В докладе представлены результаты моделирования и сравнительного анализа существующих подходов к назначению числа летательных аппаратов в одном вылете при управлении качеством групповых действий авиации с разработанным подходом [1–3].

Заключение.

1. На основании проведенных исследований сформулирована постановка задачи целераспределения между ЛА наземных объектов при их обслуживании в режиме воздушного такси с целью улучшения качества обслуживания заявок.

2. Главным результатом представленной работы является получение мультипликативной формы оценки качества групповых действий авиации в виде единого критерия эффективности, учитывающего различные факторы.

1. *Ким Н. В., Крылов П. Г.* Групповое применение беспилотного летательного аппарата в задачах наблюдения // Труды МАИ. — 2012. — № 62.
2. *Гончаренко В. И., Лебедев Г. Н., Малыгин В. Б.* Многомерная маршрутизация с повышенной навигационной точностью при обслуживании заявок на полеты летательных аппаратов // Научный вестник МГТУ ГА. — 2021. — Т. 24, № 3. — С. 64–74.
3. *Evdokimenkov V. N., Krasilshchikov M. N., Kozorez D. A.* Development of pre-flight planning algorithms for the functional-program prototype of a distributed intellectual control system of unmanned flying vehicle groups // INCAS Bulletin. — 2019. — V. 11, no. 1. — P. 75–88. — DOI: 10.13111/2066-8201.2019.11.S.8.

СРЕДСТВА ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ СИСТЕМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УРОВНЯ ТОПЛИВА В БАКАХ РАКЕТОНОСИТЕЛЕЙ

В. Б. Гончаров¹, В. Д. Ивченко²

¹ГосНИИП, Москва, Россия; ²РТУ МИРЭА, Москва, Россия

В данном докладе рассматривается актуальная проблема измерения уровня компонентов топлива в самых распространенных на сегодняшний день жидкостных химических ракетных двигателях. Дискретные системы определения уровня топлива, используемые в ракетносителях с жидкостными двигателями, не могут выполнять измерения с высокой точностью. Это не позволяет повысить экономию компонентов топлива и реализовать более точные пропорции во время работы двигателя. Рассмотрен вариант повышения точности уровнемеров, реализованный с помощью разработки прецизионного уровнемера на основе волноводного метода. Уровнемер обладает рядом преимуществ, что подтверждается результатами моделирования и

сопоставления с телеметрическими данными применяемых уровнемеров. Датчик не имеет контакта с измеряемым объектом, способен работать в более жестких условиях, где невозможно использование других методов. Проблема использования стандартного волноводного уровнемера заключается в плохом качестве отраженного сигнала от сред с малым значением диэлектрической проницаемости, он работает с веществами, у которых большое значение диэлектрической проницаемости [1]. Компоненты топлива обладают малой диэлектрической проницаемостью: жидкий кислород $\varepsilon = 1,49$, керосин $\varepsilon = 2,1$. Как следствие, отраженный от поверхности сигнал будет непригодным для его последующей корректной обработки, особенно в случае с жидким кислородом при температуре -180°C . Предложены математическая модель уровнемера компонентов ракетного топлива на основе волновода, алгоритм и способ обработки сигнала для достижения необходимой точности измерения отраженного сигнала, его фильтрации и минимизации погрешностей [1].

Разработана функциональная схема уровнемера компонентов ракетного топлива, которая позволяет унифицировать систему определения уровня путем объединения уровнемеров разных типов для заправки и расхода в один универсальный, повысить точность и массогабаритные показатели применяемой в настоящее время системы контроля заправки и управления расходом топлива. Функционально уровнемер разделен на три блока: передающий генератор, приемная часть и блок обработки [2]. При помощи моделирования определены параметры волновода и антенны.

Разработана и исследована математическая модель волноводного уровнемера жидкости, учитывающая диэлектрическую проницаемость измеряемой среды и характеристики волновода, которая позволяет получить обоснование повышенной точности измерения уровня компонентов ракетного топлива, по сравнению с применяемыми в данный момент уровнемерами, благодаря чему достигаются оптимальные пропорции окислителя и горючего на каждом этапе полета ракетоносителя. Математическая модель уровнемера основывается на формуле определения расстояния в радиолокации [3], а также учитываются соответствующие ограничения и раскрывается процедура получения разностной частоты с помощью алгоритма непрерывного вейвлет-преобразования. Разработанная математическая модель уровнемера позволяет использовать волноводный метод для реализации прибора и достигнуть следующих метрологических характеристик: диапазон измерений: 0,01–30 м; абсолютная погрешность: 0,005 м; относительная погрешность: 0,163%; диапазон рабочих частот: $4 \cdot 10^9 \div 2 \cdot 10^{10}$ Гц.

Рассмотрена возможность использования аппарата вейвлет-анализа для оценки сигналов волноводного уровнемера [4, 5]. Разработаны алгоритм и программа, основанные на механизме подбора вейвлета путем сравнения разницы между вычисленными результатами сигнала разностной частоты, что позволило получить результаты обработки сигнала с шумом от бурлящей поверхности компонентов топлива, практически идентичные результатам отражения от идеальной поверхности. Механизм подбора вейвлета путем сравнения разницы между вычисленными результатами сигнала разностной частоты основан на теореме об ординарности потока отказов. Неточный результат одного из вейвлетов не будет влиять на итоговый результат вычислений разностной частоты [6]. Проведено математическое моделирование сигнала разностной частоты волноводного уровнемера компонентов ракетного топлива с применением разработанного алгоритма. Лучшие результаты показала математическая модель уровнемера с применением вейвлета Хаара.

Исследованы погрешности уровнемеров компонентов топлива современного ракетоносителя [2], а также повышение точности, которое достигается применением разработанных математических моделей. Экономия компонентов топлива,

увеличение массы полезной нагрузки и снижение общей массы ракетносителя с применением уровнемера компонентов ракетного топлива наглядно видны на примере заправки бака с горючим. Расположение дискретных чувствительных элементов на расстояниях от 153,8 до 844,8 мм имеет погрешность от 0,888 до 4,848 тонн. Результаты моделирования позволили получить погрешность 0,05 тонн. Применение волноводного уровнемера при заправке позволяет сократить количество заправляемого на стартовой позиции горючего как минимум на 0,88 тонны и окислителя как минимум на 1,14 тонн. Как следствие можно увеличить массу полезной нагрузки, которая для данных параметров ракетносителя составляет 3,8 тонны до 5 тонн и более.

Сопоставлены телеметрические данные работы уровнемеров в каждом баке системы управления расходом топлива с результатами моделирования, полученными с помощью математической модели уровнемера с отражением от бурлящей поверхности. На основании аналоговых сигналов срабатывания шести пар измерительных точек в баках горючего и окислителя проведен анализ работы системы в полете, построены графики срабатывания измерительных точек, а также определены времена срабатывания измерительных точек в каждом из баков. Данные, полученные с помощью математической модели уровнемера с отражением от бурлящей поверхности, точно подтверждают время срабатывания каждой измерительной точки емкостных датчиков, определенное на летных испытаниях ракетносителя. С помощью применения математических моделей получен непрерывный сигнал, таким образом, пропадают «мертвые» зоны между чувствительными элементами. Благодаря линейности результатов измерений модели уровнемера легко получить значение уровня в любой момент времени, что делает систему более информативной и полностью заменяет применяемые в данный момент уровнемеры.

1. Гончаров В. Б., Ивченко В. Д. Погрешности волноводных уровнемеров и методы их минимизации // Приборы. — 2016. — №3. — С. 28–36.
2. Гончаров В. Б., Ивченко В. Д. Прецизионный уровнемер компонентов топлива ракетносителей с жидкостными двигателями // Приборы. — 2015. — №7. — С. 24–32.
3. Хаблов Д. В. Повышение точности ЧМ-уровнемера при помощи вейвлет-преобразования // Датчики и системы. — 2013. — №7(170).
4. Дьяконов В. П. Вейвлеты. От теории к практике. — М.: Солон-Р, 2002. — 448 с.
5. Астафьева Н. М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук. — 1996. — Т. 166, №11. — С. 1145–1170.
6. Гончаров В. Б., Ивченко В. Д. Определение уровня жидкости с помощью алгоритма, основанного на непрерывном вейвлет-преобразовании // Приборы. — 2019. — №6. — С. 22–27.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ОБНАРУЖЕНИЯ ОРГАНИЗОВАННЫХ ПОМЕХ ГНСС В ИНЕРЦИАЛЬНО-СПУТНИКОВЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ*

М. В. Жарков, К. К. Веремеенко, И. М. Кузнецов, А. Н. Пронькин

МАИ, Москва, Россия

Глобальные навигационные спутниковые системы (ГНСС) представляют собой одно из наиболее часто используемых сегодня средств навигации. Широкое рас-

*Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России (номер темы FSFF-2020-0015).

пространение эти системы получили благодаря относительно высокой долговременной точности, глобальности радионавигационного поля, отсутствием существенных требований к установке на борту, а также низкой стоимости аппаратуры потребителя. Вместе с тем, существенный недостаток ГНСС — крайне низкая помехозащищенность, в том числе к специально организованным помехам. Специально организованные помехи можно разделить на два типа: помехи, представляющие собой радиосигналы, излучаемые в спектре частот ГНСС с целью «зашумления», и помехи, представляющие собой радиосигналы, которые излучаются псевдоспутниками и имитируют сигналы навигационных спутников, подменяя их. Помехи второго типа особенно опасны в случае использования потребителем только, так называемых, открытых дальномерных кодов, характеристики которых публикуются в интерфейсных контрольных документах ГНСС. Излучаемые псевдоспутниками сигналы фактически могут быть использованы для управления значениями вычисляемых аппаратурой потребителя координат. В этой связи помехи такого типа часто называют уводящими помехами. Таким образом, обнаружение уводящих помех ГНСС представляет собой крайне важную задачу, в том числе для обеспечения высокого уровня безопасности управления подвижными объектами. Известны различные подходы к построению процедуры обнаружения уводящих помех ГНСС. Одним из наиболее перспективных методов можно считать использование в составе аппаратуры потребителя ГНСС второго приемника и антенны для создания фазового интерферометра ГНСС. Авторами доклада в работе [1] предложен оригинальный подход к обнаружению уводящей помехи, основанный на использовании фазового интерферометра ГНСС и привлечении информации о параметрах ориентации от внешней системы, например, инерциальной навигационной системы (ИНС) или курсовертикали (ИКВ).

Располагая значениями углов ориентации на момент выполнения приемниками ГНСС фазовых измерений, можно вычислить прогнозируемое по показаниям внешней системы (ИНС или ИКВ) значение этих измерений:

$$\nabla \Delta \Phi_{\alpha\beta\text{БИНС}}^{ij} = -[\Delta \bar{C}_{\beta}^{ij}]_{\Gamma} A_{\Gamma}^H B_{\text{H}}^C [\bar{b}_{\alpha\beta}]_C,$$

где $\nabla \Delta \Phi_{\alpha\beta\text{БИНС}}^{ij}$ — вычисленное по показаниям внешней системы значение вторых разностей фазовых измерений ГНСС; $[\Delta \bar{C}_{\beta}^{ij}]_{\Gamma}$ — вектор разностей векторов, определяющих направление на навигационный спутник; A_{Γ}^H — матрица направляющих косинусов между нормальной земной и геоцентрической системами координат (ГОСТ 20058-80), вычисляемая по значениям широты и долготы; B_{H}^C — матрица направляющих косинусов между связанной и нормальной земной системами координат, вычисленная по значениям углов ориентации (курса ψ , тангажа ϑ и крена γ), полученным от ИНС или ИКВ; $[\bar{b}_{\alpha\beta}]_C$ — координаты вектора-базы в связанной системе координат.

При отсутствии в сигналах ГНСС организованной уводящей помехи разница между прогнозируемым по показаниям БИНС значением второй разности дальностей и ее измеренным с использованием фазы несущей значением будет зависеть только от погрешностей БИНС и погрешностей фазовых измерений. Накапливая значения этой разности во времени, можно вычислять оценку ее скользящего среднего, ожидаемое значение которой будет близко к нулевому значению. С другой стороны, в случае, когда сигналы космического сегмента ГНСС подменяются сигналами псевдоспутников, формирующими уводящую помеху, оценка скользящего среднего разницы между прогнозируемым по показаниям БИНС значением второй разности дальностей и ей измеренным с использованием фазы несущей



Рис. 1. Структура программно-аппаратного комплекса полунатурного моделирования

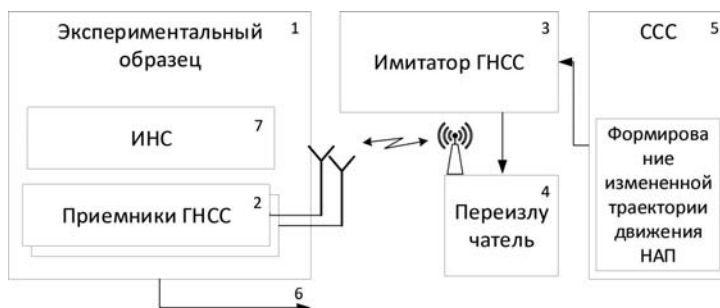


Рис. 2. Структура комплекса натуральных исследований

значением будет значительно отличаться от нулевого значения. При превышении оценки скользящего среднего определенного порогового значения можно говорить об обнаружении преднамеренной уводящей помехи.

В докладе приводятся результаты экспериментальных исследований возможностей обнаружения организованных помех ГНСС в инерциально-спутниковых навигационных системах на основе предложенного в [1] подхода. Методика экспериментальных исследований предполагает использование имитатора сигналов ГНСС в рамках полунатурного моделирования и натурального эксперимента. На рис. 1 приведена структура программно-аппаратного комплекса полунатурного моделирования, а на рис. 2 — структура комплекса натуральных исследований. При полунатурном моделировании используются радиосигналы, генерируемые имитатором ГНСС, которые физически измеряются приемниками ГНСС, а показания БИНС синтезируются с использованием математического моделирования. Натурный эксперимент проводился с использованием экспериментального образца, установленного на автомобиле, передвигающемся в радионавигационном поле, создаваемом имитатором сигналов ГНСС.

Результаты экспериментальных исследований подтвердили работоспособность алгоритмов обнаружения уводящих помех и позволили оценить характеристики системы, созданной на его основе.

1. Жарков М. В., Веремеенко К. К., Кузнецов И. М., Пронькин А. Н. Обнаружение организованных помех ГНСС в инерциально-спутниковых навигационных системах // Сб. тр. 20-й Международной конф. «Авиация и космонавтика», Москва, 2021. — С. 212–213.

СПОСОБЫ СНИЖЕНИЯ ВЛИЯНИЯ ШУМА НА РАСПОЗНАВАНИЕ РЕЧИ

В. И. Жигалов

МАИ, Москва, Россия

В современных условиях общение практически всегда происходит в условиях шума не зависимо от места: в помещении — лаборатории, учебном классе, производственном цехе, на улице — в городе, в сельской местности, в полевых условиях, в транспорте — поезде, автобусе, автомобиле, самолете. Кроме того, в ряде специальных случаев, в кабине вертолета, самолета шум может быть разнообразным и его уровень значительным. Обычно при формальном распознавании речи с применением средств вычислительной техники основное внимание уделяется методам, обеспечивающим достаточное высокое качество распознавания, в предположении, что уровень шумов незначительный или шумов отсутствуют. Поэтому при условиях зашумленности, близких к идеальным, такие методы обеспечивают высокое качество распознавания, но при появлении шумов достоверность распознавания значительно снижается. Это привело к необходимости оценивать степень влияния шумов на распознавание, реализуемое каждым из методов, а также к анализу природы шумов, их особенностей, к необходимости выделения шума и речи в сигнале, содержащего шум. Анализ природы и характеристик источников шума позволяет выявить их причину, локализовать и, в ряде случаев, устранить. Это наиболее радикальный способ снижения влияния шума на речевой сигнал и его распознавание. Однако, при невозможности устранения источников шума прибегают к фильтрации шумов. В любом случае источники шума различаются по природе, уровню сигналов шума, амплитуде, частотному диапазону. Полученные в результате анализа характеристики шума используют для фильтрации, в частности, частотный диапазон сигнала шума является одной из наиболее важных его характеристик. Основным вопросом в этом случае является определение частотных характеристик шума, которые могут быть получены в паузах между словами или в начале и конце речевого сообщения, т. е. за пределами речевой активности. Одним из давно применяемых и известных способов выделения речевой активности является использование детектора речевой активности (VAD). В отличие от предыдущих версий VAD, основанных на коэффициентах линейного предсказания, скорости и количестве пересечений нуля, анализе энергии сигнала, в современных реализациях VAD используются кепстральные коэффициенты, коэффициенты вейвлет-преобразования, спектральная энтропия, поэтому последние версии VAD дают лучшие результаты. Однако, в настоящее время применяют также и более эффективные способы, основанные на анализе энергии спектра звукового сигнала. Далее, как правило, используют сглаживающий фильтр, например, медианный. Для получения частотного спектра сигнала при компьютерной реализации обычно используют дискретное преобразование Фурье (ДПФ) с оконной функцией для учета времени или вейвлет-преобразование.

Способы снижения влияния шума на распознавание речи обычно сводятся к выбору эффективных методов фильтрации шума, которые практически выбирают в зависимости от полученных результатов анализа характеристик шума.

1. Если частотный диапазон шума не совпадает с диапазоном речевого сигнала применяют наиболее простой способ полосовой фильтрации, удаляя из частотного диапазона шумовую составляющую.

2. При однородном шуме, совпадающем по частоте с речевым сигналом, полученные после анализа шума амплитуды частотных составляющих спектра шума

вычитаются из частотных составляющих сигнала, содержащего шум. Для реализации вычитания по спектру шума определяют его статистические признаки такие, как среднее арифметическое значение плотности энергии для каждой частоты в зависимости от времени (числа окон) при разбиении сигнала на N окон при оконном преобразовании Фурье. Далее рассчитывают среднеквадратическое отклонение относительно ранее полученного среднего арифметического для каждой частоты. При этом пороговое значение для каждой частоты получают как сумму среднего арифметического значения плотности энергии и среднеквадратического отклонения. Такой подход подобен «спектральному вычитанию», при котором вычисляется пороговое значение для частот спектра в каждый момент времени, т. е. для частотного спектра сигнала получают матрицу пороговых значений в виде бинарных чисел, причем единица соответствует энергии меньшей порогового значения, а нули — энергии превышающей порог. Полученную матрицу пороговых значений можно применить (как фильтр) к сигналу, содержащему шум, снижая амплитуду частоты до минимальной амплитуды сигнала для единичных значений матрицы. Однако, такое резкое подавление частот приведет к искажениям полученного сигнала после фильтрации. Поэтому далее к матрице лучше применить сглаживающий фильтр, в результате использования которого значение частоты приравнивается средневзвешенному значению соседних значений (окрестности) по частоте и по времени, подобно сглаживанию путем размытия изображений фильтром Гаусса. Сглаженную матрицу применяют к сигналу с шумом, снижая амплитуды частот не до минимума амплитуды, а до амплитуды, умноженной на значение сглаженной матрицы в выбранной точке. После выполненного, таким образом, вычитания к спектру сигнала применяют обратное преобразование Фурье и получают очищенный речевой сигнал от шума. Однако, приведенный подход фильтрации путем вычитания является наиболее простым и прямым, для повышения его эффективности можно применять более совершенные методы определения порогового значения и сглаживания матрицы и их модификации. При этом следует отметить, что интерес к простым методам сохраняется и в настоящее время, поскольку они не требуют значительных расчетов, позволяют быстро получить результат и реализовать обработку сигналов практически в реальном времени.

3. Наиболее сложный случай динамически изменяющихся или случайных шумов.

Следует максимально увеличить время анализа речевого сигнала с шумом для накопления информации о шуме и последующей ее статистической обработки. После выделения участков речевой активности и определения пауз с помощью детектора VAD или другим более эффективным способом (с учетом динамически изменяющегося шума) следует определить участки периодичности и относительной стационарности сигнала шума (при их наличии). При появлении периодических всплесков (выбросов) в сигнале шума следует также учитывать их энергию в расчетах на участках времени их появления, принимая во внимание, что их спектр широкий. Для выделенных участков необходимо определить основные характеристики сигнала шума, включая статистические признаки среднего арифметического значения плотности энергии для каждой частоты в зависимости от времени (числа окон) при разбиении сигнала на N окон при оконном преобразовании Фурье и среднеквадратическое отклонение относительно полученного среднего арифметического для каждой частоты. Далее применить метод вычитания полученных после анализа шума амплитуд частотных составляющих спектра шума из частотных составляющих сигнала, содержащего шум, описанный в п. 2 для однородного шума, совпадающего по частоте с речевым сигналом.

1. Жигалов В.И. Проблемы сегментации речевых сообщений в авиационных системах // Информационные и телекоммуникационные технологии. — 2014. — №24. — С. 48–51.
2. Жигалов В.И. Особенности распознавания речевых сообщений в условиях шума // Концепции фундаментальных и прикладных научных исследований: сборник статей международной научно-практической конференции (16.02.2018 г., г. Тюмень.) В 2 ч. Ч. 1. — Уфа: ОМЕГА САЙНС, 2018. — С. 27–31.
3. Петровский А.А., Вашкевич М.И., Азаров И.С. Цифровая обработка аудио-видеоданных: пособие. — Минск: БГУИР, 2015. — 64 с.

НАХОЖДЕНИЕ ПАРАМЕТРА МОДЕЛИ МЕТОДОМ ИМИТАЦИИ ОТЖИГА

Е. С. Засухина¹, С. В. Засухин²

¹ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия; ²МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия

При моделировании процессов прибрежной физической океанографии используется одномерная нестационарная нелинейная конвекционно-диффузионная модель, в основе которой лежит уравнение Бюргерса. Параметры этой модели зависят в том числе и от степени загрязнения прибрежных вод и могут быть использованы при его оценивании.

В настоящей работе рассматривается задача нахождения коэффициента уравнения Бюргерса в рамках подхода обратного моделирования, когда параметры модели подбираются таким образом, чтобы значения смоделированных физических величин были бы наиболее близки к их наблюдаемым значениям. Возникающие при этом оптимизационные задачи могут иметь сложные для проведения численной оптимизации целевые функции. В этих случаях специалисты при нахождении численного решения вынуждены прибегать к использованию эвристических алгоритмов. К таким алгоритмам относится и метод имитации отжига [1]. Этот алгоритм как бы воспроизводит процесс кристаллизации вещества с того момента, когда атомы уже выстроились в кристаллическую решетку, но еще допустимы переходы отдельных атомов из одной ячейки в другую, и эти переходы происходят с некоторой вероятностью, уменьшающейся с понижением температуры.

Задача нахождения коэффициента уравнения Бюргерса формулируется как задача оптимизации, в которой целевая функция представляет собой среднеквадратическое отклонение моделируемых значений скорости жидкости от ее наблюдаемых значений. Численная оптимизация проводится с применением метода имитации отжига.

Рассмотрим следующую начально-краевую задачу для одномерного нестационарного уравнения Бюргерса:

$$\begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{y^2}{2} \right) - \nu \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) &= 0, \quad (x, t) \in Q, \\ y(x, 0) &= u(x), \quad x \in (0, L), \\ y(0, t) &= \Psi_1(t), \quad t \in (0, T), \\ y(L, t) &= \Psi_2(t), \quad t \in (0, T), \end{aligned} \quad (1)$$

где x — пространственная координата; t — время; $y(x, t)$ — скорость жидкости в точке (x, t) ; $Q = (0, L) \times (0, T)$; ν — постоянный коэффициент вязкости; $u(x)$, $\Psi_1(t)$, $\Psi_2(t)$ — заданные функции. Задачу (1) будем называть *прямой* задачей.

Пусть задана также функция $\hat{y}(x, t)$, $(x, t) \in Q$. Эту функцию можно рассматривать как скорость жидкости, полученную экспериментально.

Таблица 1

ν^{init}	ν^{opt}	$\Delta\nu$ (%)	$W(\nu^{opt})$	Число итераций
0,002	$1,000007 \cdot 10^{-2}$	0,0007	$5,9 \cdot 10^{-13}$	2604
0,0025	$1,000008 \cdot 10^{-2}$	0,0008	$7,0 \cdot 10^{-13}$	1847
0,003	$1,000003 \cdot 10^{-2}$	0,0003	$9,0 \cdot 10^{-14}$	1831
0,0035	$9,999985 \cdot 10^{-3}$	0,0002	$2,8 \cdot 10^{-14}$	2560
0,004	$9,999954 \cdot 10^{-3}$	0,0005	$2,5 \cdot 10^{-13}$	2052
0,0045	$9,999979 \cdot 10^{-3}$	0,0002	$5,4 \cdot 10^{-14}$	2211
0,005	$9,999973 \cdot 10^{-3}$	0,0003	$9,0 \cdot 10^{-14}$	4093
0,0055	$1,000002 \cdot 10^{-2}$	0,0002	$4,0 \cdot 10^{-14}$	1940
0,006	$9,999985 \cdot 10^{-3}$	0,0002	$2,8 \cdot 10^{-14}$	1964
0,0065	$9,999918 \cdot 10^{-3}$	0,0008	$8,1 \cdot 10^{-13}$	2309
0,007	$1,000000 \cdot 10^{-2}$	0,0000	$1,1 \cdot 10^{-15}$	3312
0,0075	$9,999982 \cdot 10^{-3}$	0,0002	$4,0 \cdot 10^{-14}$	3013
0,008	$9,999924 \cdot 10^{-3}$	0,0008	$6,9 \cdot 10^{-13}$	2527
0,0085	$9,999912 \cdot 10^{-3}$	0,0009	$9,3 \cdot 10^{-13}$	5438
0,009	$9,999982 \cdot 10^{-3}$	0,0002	$4,0 \cdot 10^{-14}$	1609
0,0095	$9,999908 \cdot 10^{-3}$	0,0009	$1,0 \cdot 10^{-12}$	3991
0,0101	$1,000005 \cdot 10^{-2}$	0,0005	$2,5 \cdot 10^{-13}$	2266
0,0102	$9,999945 \cdot 10^{-3}$	0,0005	$3,6 \cdot 10^{-13}$	4112
0,0103	$1,000006 \cdot 10^{-2}$	0,0006	$4,0 \cdot 10^{-13}$	3471
0,0104	$9,999976 \cdot 10^{-3}$	0,0002	$7,1 \cdot 10^{-14}$	2008
0,0105	$1,000001 \cdot 10^{-2}$	0,0001	$1,0 \cdot 10^{-14}$	3780

Сформулируем задачу нахождения коэффициента ν : подобрать значение коэффициента ν , $\nu \in [a, b]$ ($a < b$, a и b — некоторые константы), в уравнении Бюргера из задачи (1) таким образом, чтобы соответствующее решение $y(x, t)$ задачи (1) было бы наиболее близко к заданной функции $\hat{y}(x, t)$, или, точнее, найти оптимальное значение коэффициента $\nu^{opt} \in [a, b]$ и соответствующее оптимальное решение $y^{opt}(x, t)$ задачи (1), при которых функционал

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T \int_0^L [y(x, t) - \hat{y}(x, t)]^2 dx dt \tag{2}$$

достигал бы минимального значения.

Разобьем отрезки $(0, T)$ и $(0, L)$ на N и $(I + 1)$ равных подынтервалов длиной $\tau = T/N$ и $h = L/(I + 1)$ соответственно. Аппроксимируем прямую задачу (1) по схеме:

$$\frac{1}{\tau} (y_i^{n+1} - y_i^n) + \frac{1}{2h} \{0,5[(y_{i+1}^n)^2 - (y_i^n)^2] + 0,5[(y_i^n)^2 - (y_{i-1}^n)^2]\} - \frac{\nu}{h^2} (y_{i+1}^n - 2y_i^n + y_{i-1}^n) = 0,$$

$$1 \leq i \leq I, \quad 0 \leq n < N;$$

$$y_0^n = \Psi_1^n, \quad y_{I+1}^n = \Psi_2^n, \quad 0 \leq n < N; \quad y_i^0 = u_i, \quad 1 \leq i \leq I.$$

Аппроксимируем функционал (2) по следующей формуле:

$$W(\nu) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I \sum_{n=1}^N (y_i^n - \hat{y}_i^n)^2 h \tau. \tag{3}$$

Теперь задача нахождения коэффициента ν , $\nu \in [a, b]$, состоит в том, чтобы найти $\nu^{opt} \in [a, b]$ и соответствующее решение дискретизированной задачи (1), при которых функция (3) достигала бы своего минимального значения на $[a, b]$.

Численные расчеты проводились для задачи при следующих значениях входных параметров:

$$\nu = 10^{-2} \text{ м}^2/\text{с}, \quad L = 1 \text{ м}, \quad T = 1 \text{ м}, \quad a = 0,002, \quad b = 0,0105, \quad N = 100, \quad I = 69, \\ u(x) = 0, \quad x \in (0, L), \quad \Psi_1(t) = 1 - t, \quad \Psi_2(t) = t - 1, \quad t \in (0, T).$$

Расчеты производились в следующей последовательности. Сначала решалась дискретизированная задача (1) с $\nu = 0,01$. Найденное решение в дальнейшем рассматривалось как функция $\hat{y}(x, y)$, а $\nu = 0,01$ полагалось истинным значением ν^{true} .

Далее проводился поиск численного решения задачи нахождения коэффициента ν с применением метода имитации отжига. Поиск решения происходил с различными начальными приближениями. Результаты представлены в табл. 1.

Из таблицы видно, что при всех начальных приближениях найденное значение ν^{opt} коэффициента ν отличается от истинного значения ν^{true} не более, чем на 0,0009%; значение целевой функции в оптимальных точках не превышает 10^{-12} ; а количество итераций, приводящих к решению, варьируется между 1831 и 5438. Таким образом, можно сделать вывод о том, что применение метода имитации отжига для нахождения коэффициента ν приводит к достаточно хорошим результатам.

1. Aarts E., van Laarhoven P. Simulated Annealing: Theory and Practice. — New York: John Wiley and Sons, 1987.

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КВАНТИЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

С. В. Иванов, В. Н. Акмаева

МАИ, Москва, Россия

При моделировании экономических отношений часто применяются модели, описываемые линейными выпуклыми функциями. Необходимость учитывать случайные факторы в таких системах приводит к использованию стохастических моделей, в частности моделей с квантильным критерием. Для описания широкого класса подобных систем с кусочно-линейными функциями может быть использована задача стохастического линейного программирования с квантильным критерием, рассмотренная в [1]. В рассматриваемой задаче квантильной оптимизации функция квантили определяется как вероятность одновременного непревышения потерями заданного уровня и выполнения дополнительных ограничений со случайными помехами.

В работе [1] для случая гауссовского распределения предложен алгоритм, использующий технику линейного программирования, с помощью которого можно получить верхнюю оценку оптимального значения критерия и стратегию, доставляющую ее. Позднее в работе [2] алгоритм был модифицирован на случай произвольного распределения. В настоящей работе изучается более широкий класс задач с линейными по случайным параметрам целевыми функциями. Для нахождения решения предложено обобщение алгоритмов из [1] и [2]. Алгоритм основан на процедуре построения аппроксимации оптимального доверительного множества выпуклым многогранником, параметризованным радиусом вписанного в него шара.

Исследованы свойства получаемого приближенного решения задачи при гауссовском распределении случайных параметров. Обсуждаются результаты численных экспериментов.

1. Кибзун А. И., Наумов А. В. Гарантирующий алгоритм решения задачи квантильной оптимизации // Космические исследования. — 1995. — Т. 33, №2. — С. 160–165.
2. Наумов А. В., Иванов С. В. Исследование задачи стохастического линейного программирования с квантильным критерием // Автоматика и телемеханика. — 2011. — №2. — С. 142–158.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПОЛУЧЕНИЯ ПОРОШКА ЦИНКА ПРИ ЭЛЕКТРОЛИЗЕ*

Л. Н. Кашапов, Н. Ф. Кашапов, И. А. Сотников, В. Ю. Чебакова

КФУ, Казань, Россия

Электрохимия растворов, несмотря на большую историю применения электролизеров, активно затрагивает новые области развития технологий. Так, например, в мире ежегодно образуется большое количество промышленных отходов, содержащих цинк, особенно в черной и цветной металлургии, металлообработке. Эти материалы обычно классифицируют как опасные из-за возможности выщелачивания токсичных элементов при длительном хранении. Вместе с тем, из-за достаточно высокой ценности цветных металлов, их рациональное использование привлекает все больший интерес. Один из способов утилизации — электроэкстракция цинковых порошков из щелочных электролитов [1]. Также электроэкстракция марганца дает возможность использовать в качестве сырья бедные марганцовые руды, непригодные для производства марганца другими способами. Кроме того разрабатываются технологии получения гидроксида и оксида железа, а так же хлорида железа из металлических отходов электрохимическими способами — электролизом, это позволяет уменьшить вред наносимый окружающей среде по сравнению с традиционными способами (сточные воды, выделение вредных газов, образование минеральных солей). Оксид железа широко применяется в качестве красящего пигмента [2].

При моделировании процессов осаждения металлических порошков большое влияние на характеристики разрядов с жидкими электродами непосредственно оказывает и сам электролит: его состав и кислотность, электропроводность [3].

Ранее авторами моделировались катодные и анодные процессы с выходом газа и применяемый в данной работе численный алгоритм был верифицирован для случая единичной приэлектродной реакции выделения вещества в газовой фазе, при этом отклонение расчетных значений от экспериментальных данных составило не более 10% и частично описан в работах [4, 5].

В данной работе методом прямого поиска численной оптимизации, а именно методом Хука–Дживса, решается задача обратной кинетики, описывающая электрохимические процессы получения порошка цинка при электролизе раствора гидроксида натрия, содержащего тетрагидроксоцинкат натрия.

Математическая модель процессов, происходящих на электроде, содержит систему кинетических уравнений, описывающих стадийные электрохимические при-

*Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект №20-08-01005).

электродные реакции по осаждению цинка в виде пористой пленки, а также сопутствующий выход водорода. Начальные условия концентраций, участвующих в расчете элементов, рассчитываются на основе состояния системы до начала электролиза. Система решалась методом Рунге–Кутты. Минимизируемый функционал представляет собой сумму квадратов отклонений расчетного веса осажденного цинка от экспериментального на заданные моменты времени. Расчеты верифицировались путем сравнения с экспериментальными данными работы [6] и были осложнены недостаточной информацией по сопутствующему выходу водорода, так как напрямую параллельные ветви стадийных реакции осаждения цинка и выделения водорода не связаны между собой. Результаты численных расчетов показали приемлемую точность прогноза по массе осаждаемого цинка, при этом стоит отметить что, так как константы скоростей электрохимических реакций зависят от факторов свойственных техническим параметрам конкретных электролизеров, то и использоваться они могут только для моделирования именно этих электролизеров в задачах большей размерности, например, таких как [7].

1. *Мамяченков С. В., Якорнов С. А., Анисимова О. С., Блудова Д. И.* Обзор результатов исследования электролитического получения цинковых порошков из щелочных растворов // Вестник Иркутского государственного технического университета. — 2019. — Т. 23, №2. — С. 367–394.
2. *Баешова А. К., Баешов А., Кадирбаевв А. С., Жумабай Ф. М.* Растворение железа в растворе хлорида натрия при поляризации переменным током // Комплексное использование минерального сырья. — 2021. — №3(318). — С. 51–62.
3. *Кашапов Р. Н., Кашапов Н. Ф.* Исследование влияния кислотности электролитического катода на протекание плазменно-электролитного процесса // Известия высших учебных заведений. Физика. — 2014. — Т. 57, №3-3. — С. 164–167.
4. *Кашапов Р. Н., Кашапов Л. Н., Кашапов Н. Ф., Чебакова В. Ю.* Один из методов численной оптимизации в задачах химической кинетики // Информационные технологии и нанотехнологии (ИТНТ-2021): Сборник трудов по материалам VII Международной конференции и молодежной школы. Самара, 2021. — С. 32352.
5. *Кашапов Р. Н., Кашапов Л. Н., Кашапов Н. Ф., Чебакова В. Ю.* Кинетика двухфазных газожидкостных сред в процессах электролиза // Теплофизика высоких температур. — 2021. — Т. 59, №6. — С. 869–876.
6. *Yucheng Zhang, Jinxia Deng, Jun Chen, Pando Yu, Xianran Xing.* The Electrowinning of Zinc from Sodium Hydroxide Solutions // Hydrometallurgy. — 2014. — V. 146. — P. 59–63.
7. *Кашапов Л. Н., Кашапов Н. Ф., Фахретдинова Э. И., Чебакова В. Ю.* Численное моделирование процессов электролиза раствора гидроксида натрия // Материалы XXII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2021), 4–13 сентября 2021 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2021. — С. 520–522.

РАБОТА АВТОНОМНОГО ИЗМЕРИТЕЛЯ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ ПОД ЛАЗЕРНОЙ НАГРУЗКОЙ

М. А. Котов, С. Ю. Лаврентьев, А. Н. Шемякин, Н. Г. Соловьев

ИПМех РАН, Москва, Россия

Регистрация изменения температур поверхности и теплового потока в газодинамическом эксперименте (особенно, в течение коротких временных периодов набегающего потока) является одним из наиболее существенных факторов при постановке и проведении исследований теплопередачи в дозвуковых и сверхзвуковых

течениях. Для реализации высокочастотных измерений требуется использование компактных малоинерционных термодатчиков. Тем не менее, в силу пространственных ограничений, применение нескольких таких датчиков, установленных на модели, каждый из которых имеет свой блок обработки, является неэффективным с точки зрения минимизации габаритов. Также остается нерешенной задача синхронизации показаний датчиков при эксперименте, и в случае, когда требуется точно по времени сопоставлять динамику изменения теплового потока в разных точках поверхности модели (при быстропротекающих процессах), использование таких независимых датчиков без дополнительной системы синхронизации бесполезно. Выведение необработанных сигналов (милливольты напряжения) от таких датчиков проводным способом за пределы испытательной камеры сопряжено с потерями и наводками в кабеле и необходимостью наличия кабельных каналов в самой модели и кронштейнах. Соответственно можно сделать вывод, что при использовании устройств такого рода в аэродинамическом эксперименте целесообразно осуществлять сбор, обработку, хранение и дальнейшую передачу упорядоченных данных от датчиков теплового потока непосредственно на модели (внутри нее).

Данная работа посвящена созданию макета автономного измерителя [1] для обеспечения возможности измерения теплового потока во время эксперимента в различных секциях газодинамической установки с использованием беспроводной технологий обмена данными Bluetooth с размещением всех необходимых элементов внутри корпуса макета. Разработанное устройство состоит из разборного корпуса, в котором установлены датчики теплового потока (термоэлектрические детекторы [2, 3]), и печатной платы, содержащей источник питания (аккумуляторную батарею), микроконтроллер со встроенными АЦП, энергонезависимую память, повышающий/понижающий импульсный преобразователь напряжения и приемопередатчик беспроводной связи Bluetooth. Современные микросхемы позволяют изготовить такую печатную плату в размерах $30 \times 40 \times 10$ мм³ (включая аккумулятор емкостью 900 мАч), что позволяет использовать ее внутри модели соответствующих размеров. Применение повышающего/понижающего регулятора напряжения позволяет использовать полную емкость Li-Pol-аккумулятора стандартного напряжения, который может быть различных габаритов для оптимизации размещения внутри модели. Используется микроконтроллер (SAM4E416E), который обладает встроенными АЦП с частотой оцифровки до 1 МГц, что позволяет не устанавливать дополнительные микросхемы АЦП. Энергонезависимая память (типа NAND FLASH) служит для хранения упорядоченных показаний датчиков для дальнейшей передачи на ПК.

Тестирование макета проводилось на лазерном стенде [4]. Использовались лазерный диод (970 нм) и волоконный лазер (1064 нм). Задавался постоянный и импульсный режим работы при мощности излучения до 10 Вт. Обмен данными между макетом и ПК происходил посредством Bluetooth соединения. Полученные данные хорошо совпадают по значениям уровней мощности лазерного излучения, имеют высокое соотношение сигнал/шум и высокое временное разрешение, что показывает перспективность применения представленной разработки для дальнейших исследований в газодинамическом эксперименте.

1. Лаврентьев С. Ю., Котов М. А., Соловьев Н. Г., Шемякин А. Н., Якимов М. Ю. Применение автономного измерителя для регистрации параметров на модели в газодинамическом эксперименте // Материалы XXII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2021), 4–13 сентября 2021 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2021. — С. 55–57.

2. Kotov M. A., Shemyakin A. N., Solovyov N. G., Yakimov M. Yu., Glebov V. N., Dubrova G. A., Malyutin A. M., Popov P. A., Poniaev S. A., Lapushkina T. A., Monakhov N. A., Sakharov V. A. Performance assessment of thermoelectric detector for heat flux measurement behind a reflected shock of low intensity // Applied Thermal Engineering. — 2021. — V. 195.
3. Kotov M. A., Shemyakin A. N., Solovyov N. G., Yakimov M. Yu., Glebov V. N., Dubrova G. A., Malyutin A. M., Popov P. A., Poniaev S. A., Lapushkina T. A., Monakhov N. A., Sakharov V. A. The analysis of applicability of thermoelectric radiation detectors for heat flux measurements behind a reflected shock wave // J. Phys.: Conf. Ser. — 2021. — V. 2103(1).
4. Яценко Е. А., Котов М. А., Соловьев Н. Г., Шемякин А. Н., Якимов М. Ю. Гомогенизация лазерного излучения для калибровки импульсных датчиков теплового потока // Материалы XXII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2021), 4–13 сентября 2021 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2021. — С. 497–498.

РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ ВЕРТОЛЕТОМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МРС-ПОДХОДА

И. А. Кудрявцева, К. С. Петров

МАИ, Москва, Россия

В работе осуществляется поиск управления движением вертолета с использованием Model Predictive Control стратегии [1]. Прогнозирующее управление находится путем многократной оптимизации заданного критерия качества в пределах горизонта управления для достижения требуемого положения за интервал, равный горизонту прогнозирования. Предполагается, что исходная нелинейная модель [2] подвергается линеаризации относительно режима, соответствующего движению на высоте уровня моря без скольжения с постоянной горизонтальной скоростью. В результате соответствующая линейная модель принимает вид [2–4]:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}(t), & \mathbf{x}(0) &= \mathbf{x}_0, & i &= 1, \dots, 8, \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C} \mathbf{x}(t),\end{aligned}$$

где $\mathbf{x} = (u \ \omega \ q \ \theta \ v \ p \ \varphi \ r)^T$ — вектор состояния; $\mathbf{u} = (\theta_0 \ \theta_{1s} \ \theta_{1c} \ \theta_{0T})^T$ — вектор управления; u, v, ω — компоненты скорости поступательного движения; p, q, r — компоненты скорости вращательного движения; φ, θ — углы Эйлера; θ_0, θ_{0T} — общий шаг несущего и рулевого винтов; θ_{1s}, θ_{1c} — продольный и поперечный циклический шаг; $\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i$ — известные матрицы размерностей $n \times n$ и $n \times q$, полученные для фиксированных значений скорости 0 узлов, 20 узлов, ..., 140 узлов, n — размерность вектора состояния \mathbf{x} , q — размерность вектора выхода \mathbf{y} , \mathbf{C} — известная матрица размерности $q \times n$.

Требуется найти вектор управления, позволяющий достичь заданной траектории.

После этого производится переход к дискретной модели с помощью явного метода Эйлера [4]. Далее происходит построение дополненной модели [1] и получение матриц для произвольной скорости путем интерполяции имеющихся матриц с помощью базиса финитных функций [3].

В результате, задав критерий качества в определенном виде и решив задачу оптимизации, можно получить требуемый вектор управления и прогнозируемый вектор выхода [1].

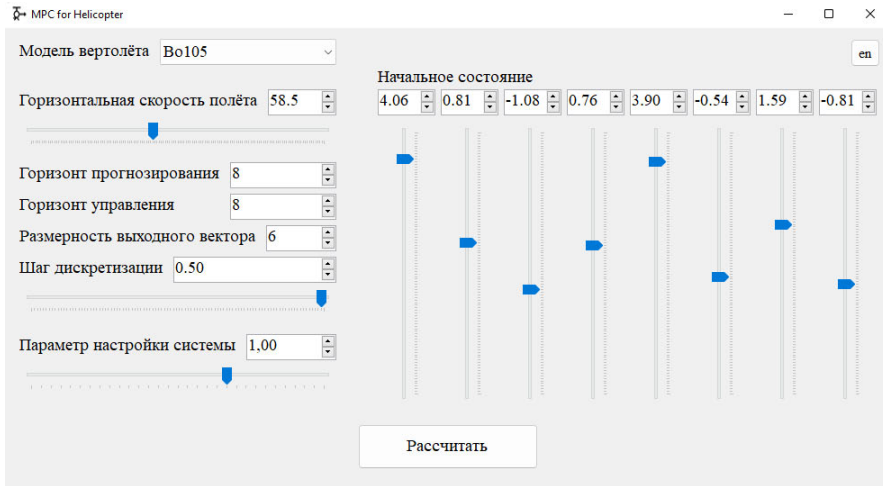


Рис. 1. Интерфейс программы

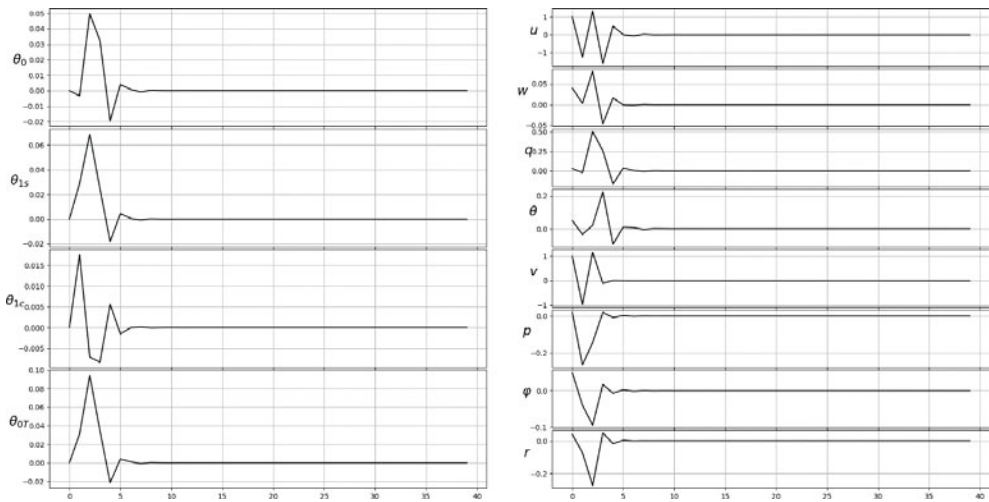


Рис. 2. Форма вывода траекторий управления и состояния

В соответствии с изложенной методикой была разработана программа, с помощью которой проведена серия вычислительных экспериментов.

Рассматривались три модели вертолетов: ММВ Bo105, Westland Lynx Mk. 7, SA330 Puma [2].

В качестве входных параметров программа получает величины горизонтов прогнозирования и управления N_p и N_c , размерность вектора выхода q , начальное состояние системы x_0 , а также шаг дискретизации h и параметр настройки системы ρ .

На выходе программа выдает графики эволюции векторов управления и состояния во времени.

Интерфейс созданной программы показан на рис. 1. Пример выводимых графиков приведен на рис. 2.

В результате экспериментов было установлено, что алгоритм решения задачи управления вертолетом на основе прогнозирующей модели позволяет достичь за-

данных наперед значений вектора выхода вне зависимости от модели вертолета, величины горизонтальной скорости полета, размерности выходного вектора, длины горизонтов прогнозирования и управления и величины начального отклонения.

1. Wang L. Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB. — London: Springer-Verlag, 2009. — 403 p.
2. Padfield G. D. Helicopter flight dynamic. The theory and application of flying qualities and simulation modelling. — Oxford: Blackwell Publishing, 2007. — 680 p.
3. Kudryavtseva I., Efremov A., Panteleev A. Optimization of helicopter motion control based on the aggregated interpolation model // AIP Conf. Proc. — 2019. — V. 2181.
4. Kudryavtseva I. A., Panteleev A. V. // Smart Innovation, Systems and Technologies. — 2022. — V. 274. — P. 363–375.

ЦИФРОВЫЕ ДВОЙНИКИ В АЭРОКОСМИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ: ОБЪЕКТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЙ ПОДХОД

С. В. Кузнецова, А. С. Семенов

МАИ, Москва, Россия

Возрастающая сложность, многофункциональность и уникальность изделий аэрокосмической промышленности требует новых эффективных подходов к их проектированию и эксплуатации. Ожидается, что применение технологии цифровых двойников может эффективно решить появляющиеся проблемы. Создание цифрового двойника во многом зависит от методологии разработки, производства и эксплуатации, а также новых методов, адекватно отображающих свойства физических объектов в цифровое представление. В работе рассматривается инкрементная объектно-ориентированная разработка, производство и эксплуатация цифровых двойников в сочетании с графодинамическим описанием физических объектов и методами интернета вещей. Эффективность достигается за счет повторного использования программно-аппаратных компонентов, суррогатных моделей, интегрирующих физические объекты с интернетом вещей и графодинамическим описанием имитируемых объектов.

В литературе и информационных источниках дается достаточно много определений понятию цифровой двойник (ЦД, Digital Twins) [1–5]. Принятый в 2021 г. национальный стандарт ГОСТ Р 57700.37–2021 [1] дает следующее определение «цифровой двойник изделия; ЦД: Система, состоящая из цифровой модели изделия и двусторонних информационных связей с изделием (при наличии изделия) и (или) его составными частями». Аэрокосмической промышленностью имеет глубокую историю создания прототипов ЦД, например, автоматизированные стенды для наработки на отказ различных подсистем авиационных изделий, используемых на стадиях разработки, производства и эксплуатации.

Отметим особенность создания ЦД в аэрокосмической промышленности:

1) разнообразие моделирования сред: аэродинамической, вакуумной, гравитационной, плазменной, радиационной, различных видов течений, термодинамической и т. д.;

2) жесткие требования к адекватности и надежности изделия. При всем при этом ЦД сложного изделия должен разрабатываться и производиться за приемлемый срок, что требует новых методов, адекватно отображающих изменяющиеся свойства физических объектов в цифровое представление. Примером такого метода является аэродинамическое моделирование со специализированной покраской

элементов изделия с целью получения его аэродинамических характеристик без математических расчетов. Полученные данные от таких прямых методов могут использоваться для создания ЦД посредством настройки нейросетей с глубоким обучением. Тем самым натурные испытания с помощью цифрового двойника проходят с первого раза, снижая стоимость ЦД и изделия.

Самая трудная задача при использовании таких методов — это декомпозиция системы на объекты, так как при принятии решения приходится учитывать много факторов: инкапсуляцию, глубину детализации, наличие зависимостей, гибкость, производительность, развитие, повторное использование и т. д. Объектно-ориентированная разработка и ее модификации позволят решить многие проблемы.

Инкрементная объектно-ориентированная разработка подразумевает иерархическое описание изделия G как объекта состоящего из других объектов, например, А, В, С, D, F (рис. 1). Изначально иерархия представляется в виде графа и является не полной. Граф является абстракцией и на этапе эскизного проектирования не учитывает конкретных отношений между объектами изделия, например, композицию и/или наследование.

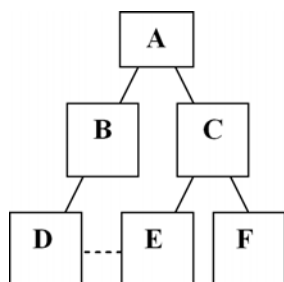


Рис. 1. Граф G

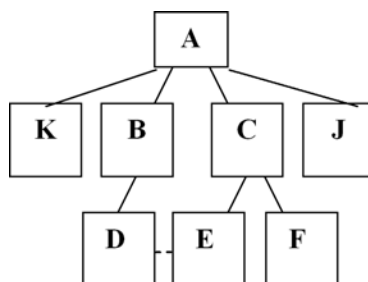


Рис. 2. Граф G пертурбации

Композиция и наследование объектов — это два наиболее распространенных приема повторного использования функциональности в объектно-ориентированных системах. Повторное использование посредством наследования упрощает создание новых объектов. Наследование и композиция могут интегрироваться.

Инкрементная разработка подразумевает, что эскизный проект учитывает все стадии цикла изделия, затем уточняется с каждой итерацией. Тем самым исходный граф G подвержен динамическим пертурбациям рис. 2.

Методы интеграции интернета вещей как с физическими, так и программными объектами изделия нацелены на эффективное и адекватное получение данных об объекте. Интернет устройства, должны разрабатываться, производиться и эксплуатироваться в контексте моделируемого изделия, т. е. на них распространяется такой же инкрементный жизненный цикл, как и для целевого изделия. Таким образом, подобие циклов ведет к фрактальности в иерархической структуре [6, 7].

В настоящее время в аэрокосмической промышленности поставлены задачи по разработке ЦД для турбовинтового двигателя ТВ7-117СТ (самолета Ил-112В), двухконтурного турбореактивного АИ-222-25 (Як-130) и семейства гражданских двигателей разработки ОДК [8] и задачи по разработке других разработке ЦД.

Создание программно-технологической платформы ЦД для производства и применения ЦД для аэрокосмической промышленности с учетом процессов жизненного цикла (по ГОСТ Р 56135) становится актуальным, и может реализовываться на основе модификации объектно-ориентированной разработки, проектирования и программирования. Одна из модификаций относится к представлению процесса P

жизненного цикла изделия G из подпроцессов p_1, p_2, \dots, p_n его составляющих объектов, в совокупности представляющих собой фрактальный паттерн:

$$P(G) = p_m(\dots p_2(p_1(G))), \quad (1)$$

где для примера (рис. 1) $p_1(A \in G)$, $p_2(B \in G)$, \dots , $p_m(F \in G)$.

Платформа ЦД должна поддерживать предлагаемую методологию, методы интеграции физических объекты с интернетом вещей и графодинамическое описание имитируемых объектов [9].

1. ГОСТ Р 57700.37-2021 «Компьютерные модели и моделирование. ЦИФРОВЫЕ ДВОЙНИКИ ИЗДЕЛИЙ. Общие положения». — URL: <https://fea.ru/article/gost-c-d>.
2. Цифровой двойник. — URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/цифровой_двойник.
3. What is a digital twin? (IBM).
4. Guo J., Lv Z. Application of Digital Twins in multiple fields. *Multimed Tools Appl* (2022). — URL: <https://doi.org/10.1007/s11042-022-12536-5>.
5. Elisa Negri. A review of the roles of Digital Twin in CPS-based production systems // *Procedia Manufacturing*. — 2017. — V. 11. — P. 939–948.
6. Semenov A. S. Prototype based Programming with Fractal Algebra // *AIP Conf. Proc.* — 2019. — V. 2181. — 020009. — DOI: 10.1063/1.5135669.
7. Семенов А. С. Моделирование самоорганизующихся процессов развития: фрактально-ориентированный подход. — М.: Изд-во МАИ, 2013.
8. ОДК. — URL: <https://www.uecrus.com/rus/search/>.
9. Semenov A. S. Graph-based Dynamic Analysis of Elastic Systems // 7th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT). — 2020. — V. 1. — P. 65–70. — DOI: 10.1109/CoDIT49905.2020.9263986.

ВЕЙВЛЕТ КРОСС-КОРРЕЛЯЦИЯ В АЛГОРИТМАХ ИЗМЕРЕНИЯ ДВУХФАЗНЫХ ПОТОКОВ

Г. Ф. Малыгина, Л. Зарур

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

Измерение протока продукции нефтяных скважин является важной частью технологического процесса управления добычей и оптимальной эксплуатации скважин. При этом допустимой для инженерных задач считается погрешность измерения 5–10%. Чтобы получить точный замер часто используют пробный сепаратор, который позволяет выделить сначала газ и жидкость, а затем разделить жидкую фазу на нефть и воду. Поэтому сепараторы не позволяют выполнять измерения в реальном времени и имеют множество источников погрешностей.

Многофазные расходомеры являются более подходящим решением, позволяющим измерять дебиты всех скважинных флюидов без разделения фаз и без вторжения в поток. Расходомеры должны иметь компактные размеры, высокую надежность, широкий рабочий диапазон, отсутствие движущихся деталей, минимальную потерю давления, устойчивость к загрязнениям и высокую частоту замеров [1].

Измерение трех отдельных дебитов представляет сложную задачу для этого необходимо измерить скорость каждой фазы и ее относительную долю в потоке. Корреляционные расходомеры основаны на вычислении кросс-корреляции сигналов плотности потока в двух точках, расположенных вдоль трубы на фиксированном расстоянии одна от другой. Измерение осложняется тем, что при типичных течениях жидкость и газ имеют различные скорости. В [2] пузырьки газа, имею-

щие относительно большой размер, движутся со скоростью более высокой, чем скорость жидкости. Для крупных пузырьков в вертикальной трубе преобладают силы Архимеда, для мелких пузырьков преобладают силы трения, за счет чего пузырьки движутся со скоростью жидкости. Флуктуации плотности смеси, зависят от скорости движения жидкости, содержания свободного газа и структуры потока. Поэтому задача измерения скорости жидкости является выделение из сигнала составляющих, характеризующих скорость движения нефти.

Измерению двухфазных потоков посвящены исследования [3, 4]. Многофазный расходомер основан на поглощении гамма-квантов, испускаемых источником излучения Cs-137 при прохождении через многофазный поток. Детектор излучения использует кристалл NaJ(Tl), фотоэлектронный умножитель и электронный блок, регистрирующий количество и энергию импульсов. Система измерения, состоит из радиоизотопного измерительного преобразователя (РИП), предназначенного для непрерывного изменения плотности многофазного потока с постоянным интервалом времени и вычислительного устройства, предназначенного для анализа временных рядов и расчета параметров потока. Для многофазного потока могут быть использованы несколько областей энергетического спектра источника гамма-излучения.

В расходомере используют последовательности импульсов, высокой энергии, — 660 кэВ, характерные для прямого потока фотонов, и последовательности импульсов более низкой энергии — 30 кэВ, характерные для рассеянного излучения. Информационный сигнал содержит информацию о плотности движущегося многофазного потока, содержащего жидкие, твердые и газообразные компоненты [5].

Настоящее исследование посвящено разработке алгоритма измерения скорости движения жидкой фракции потока. Измерение основано на контроле плотности протекающей газожидкостной смеси между источником и приемником излучения. Наличие пузырька в жидкости вызывает небольшие случайные всплески в сигнале плотности потока [6], амплитуда и масштаб которых зависит от размера и скорости движения пузырька. Это послужило мотивацией к применению волнового подхода к исследованию взаимной корреляции между колебаниями плотности, присутствующими в двух сигналах приемников.

Предложен метод на основе вейвлет-разложения и вычисления кросс-корреляции вейвлет-коэффициентов в пространствах, в которых можно более точно выделить интересующий компонент. Движение мелких пузырей со скоростью, совпадающей со скоростью жидкости порождает корреляцию, быстро убывающую во времени. Движение крупных пузырей дает более сильную корреляцию, медленно спадающую во времени. Для выделения сигналов, характеризующих движение жидкости совместно с мелкими пузырями, целесообразно использовать вейвлет-разложение и анализировать сигналы в разных пространствах, выделенных с помощью вейвлет-фильтров [7, 8]. Среди вейвлет-фильтров, используемых для многоразрешающего анализа сигналов, фильтры Фейера–Коровкина имеют лучшую частотную локализацию. Вейвлеты Фейера–Коровкина более симметричны, но менее гладки, чем фильтры вейвлетов Добеши. Частотная локализация фильтров Фейера–Коровкина гарантирует достаточно хорошее представление сигнала в отдельных частотных полосах.

Закключение. Предложенный метод на основе вейвлет-разложения и вычисления кросс-корреляции вейвлет-коэффициентов в пространствах более точно выделяет интересующий компонент. При этом целесообразно применять кросс-корреляцию по Пирсону. Для целей измерения может быть использовано как непрерывное, так и дискретное вейвлет-преобразование. Коэффициенты корреляции между пространствами вейвлет-разложения двух сигналов позволяют выделить полезную

информацию о скорости движения мелких пузырей. Скорость жидкости вычисляют по максимуму кросс-корреляции в выбранном пространстве вейвлет-разложения. Для проверки алгоритма был проведен численный эксперимент, включающий моделирование пузырьковой структуры газожидкостного потока, поглощение гамма-квантов движущимся потоком и определение скорости движения жидкости.

1. *Mus E. A., Toskey E. D., Bascoul S. J. F., Barber E. C.* Paper SPE 77769 presented at the 2002 Annual Technical Conference and exhibition, San Antonio, September 19–October 2, 2002.
2. *Pozdev K. I., Vershinin S. A., Vernikovskaya O. S.* Oil and gas condensate fields A systematic approach to multiphase flow control Professionally about oil. — 2017. — No. 4(6). — P. 59–63.
3. *Poelma C.* Measurement in opaque flows: a review of measurement techniques for dispersed multiphase flows // *Acta Mech.* — 2020. — V. 231. — P. 2089–2111. — DOI: 10.1007/s00707-020-02683-x.
4. *Dong-hui L., Ying-xiang W., Zhi-biao L. et al.* Volumetric fraction measurement in oil-water-gas multiphase flow with dual energy gamma-ray system // *J. Zhejiang Univ. Sci.* — 2005. — V. 6. — P. 1405–1411.
5. *Erik Toschi, Emanuel Okugbaite, Bertrand Teuweni, Birger Welle Hanssen, Gerald Smith.* Evolution of Multiphase Flow Measurements and Their Impact on Operations Management // *Oil and Gas Review.* — 2003. — P. 69–77 (in russian).
6. *Malykhina G. F., Zarour L., Tarkhov D. A.* Measurement of the Volume of Gaseous and Liquid Fraction of the Flow of Oil Wells // *International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon), Vladivostok, 2020.* — P. 1–5.
7. *Khamehchi E., Zolfagharroshan M., Mahdiani M. R.* A robust method for estimating the two-phase flow rate of oil and gas using wellhead data // *J. Petrol Explor. Prod. Technol.* — 2020. — V. 10. — P. 2335–2347.
8. *Abd El-Moniem M. A., El-Banbi A. H.* Effects of production, PVT and pipe roughness on multiphase flow correlations in gas wells // *J. Petrol Explor. Prod. Technol.* — 2020. — V. 10. — P. 2969–2988.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДРОБНЫХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ ДЛЯ РАСЧЕТОВ ПРОВЕРКИ ГИПОТЕЗЫ О ЗАКОНЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

М. Н. Машкин, Ю. П. Титов, О. Т. Романов

МАИ, Москва, Россия

Рассматривается представление результата отсчета в виде интервала. Переход к интервальным измерениям обеспечивается использованием в качестве параметра выборки общего приведенного количества измерений (количества степеней свободы), которое позволяет использовать нецелые (дробные) степени свободы при расчете оценок статических параметров и значений критериев.

В настоящее время имеются известные применения дробных степеней в статистике [1, 2]. В предлагаемой работе рассматривается вопрос применения дробных степеней свободы на примере расчета значения статистики критерия Колмогорова для случайной величины, распределенной по закону равной плотности вероятности (РПВ).

Область определения величины можно задать одним или более чем одним интервалом (рис. 1). Одно измерение дает область и значение оценок параметров закона распределения.

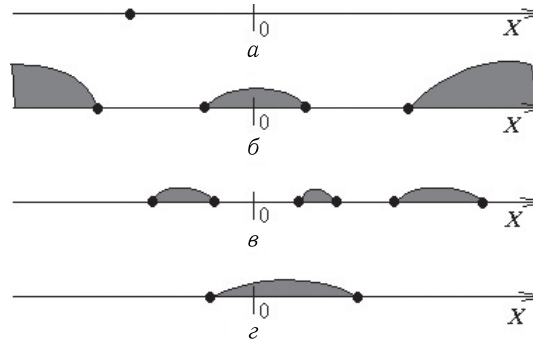


Рис. 1. Виды областей определения измеряемой величины: *a* — одно наблюдение — одно числовое значение; *б* — одно наблюдение — множество интервалов числовых значений, в том числе неограниченных слева или справа; *в* — одно наблюдение — множество интервалов строго ограниченных слева и справа; *г* — одно наблюдение — один интервал числовых значений с одной границей слева и одной границей справа [3]

Определим приведенное количество измерений (степеней свободы) для интервального измерения в виде:

$$r_i = 1 + \Delta_i, \quad 1 \geq |\Delta_i| \geq 0, \tag{1}$$

где

$$\Delta_i = \begin{cases} +\Delta_{is}, & \text{обе границы интервала получены из опыта;} \\ -\Delta_{is}, & \text{одна из границ задана исследователем;} \\ -1, & \text{обе границы заданы случайно.} \end{cases}$$

Значение Δ_{is} можно определить по формуле:

$$\Delta_{is} = \begin{cases} \frac{1}{1 + 1/h_{is}} & \text{при } b_i, a_i \neq 0; \\ 0 & \text{при } b_i, a_i = 0, \end{cases} \tag{2}$$

где $h_{is} = \frac{b_i - a_i}{0,5|a_i + b_i|}$ для закона РПВ.

Общее приведенное количество измерений, величина для расчета статистических параметров по выборке, будет равно:

$$n_r = \sum_{i=1}^n r_i. \tag{3}$$

Пример. Проведены расчеты и сравнительный анализ статистики критерия согласия Колмогорова — $Z_n = \sqrt{n}D_n$, где n — количество отсчетов, для случайной величина распределенной по закону РПВ.

Количество отсчетов в выборке от 10 до 100 с шагом 10, в области $[-10, +10]$, при значениях интервала отсчета $[0, 1; 20]$, распределенных по закону РПВ. Общее количество опытов по каждой выборке — 10. Результаты модельного эксперимента приведены в таблице. При расчете использован метод прямоугольных вкладов [4].

Анализ результатов показывает, что применение дробных степеней свободы позволяет получить расчетное значение статистики Z_n критерия Колмогорова для интервальных отсчетов (I), которое превышает значение для средних значениях интервала (II) и меньше значений, полученных при учете значений границ интервалов, как отдельных отсчетов (III) (табл. 1).

Таблица 1

Расчетные значения статистики критерия Колмогорова (столбцы I–III)

Количество отсчетов опыта, n	Количество степеней свободы, n_r	Интервальных отсчетов (I)	По среднему значению интервала (II)	Границы интервала, как отсчеты (III)
10	15,117	0,3429	0,3290	0,4922
20	31,175	0,5325	0,4653	1,7321
30	48,0696	0,6617	0,4176	0,8808
40	64,026	0,7964	0,3640	1,2035
50	80,884	0,8094	0,4777	1,2705
60	97,05	0,8246	0,3180	1,3370
70	114,325	0,8834	0,4032	1,4019
80	130,862	0,9604	0,5089	1,6229
90	147,015	1,0177	0,5090	1,7493
100	162,486	0,9793	0,7440	1,9382

Предполагается единичное измерение рассматривать как интервальное при величине интервала равном погрешности округления показаний измерительного прибора. При этом достаточно малая относительная погрешность дает приведенное количество измерений равное 1.

Выводы.

1. Показана возможность использование дробных степеней свободы для расчетов проверки гипотезы о законе распределения случайной величины.

2. Использование дробных степеней свободы для интервальных измерений при расчете позволяет уточнить значение статистики критерия Колмогорова.

3. Использование интервальных измерений снижает значение объема выборки, необходимого для проверки гипотезы о законе распределения.

1. *Mashkin M.N.* Fractional Degrees of Freedom in Statistics // Progress in physics. — 2018. — V. 14(3). — P. 159–164. — URL: <http://www.ptep-online.com/2018/PP-54-10.pdf>.
2. *Romatschke P.* Fractional Degrees of Freedom at Infinite Coupling in Large N_f QED in $2 + 1$ Dimensions // Physical Review Letters. — 2019. — V. 123. — 241602. — URL: https://www.researchgate.net/publication/338540722-Fractional_Degrees_of_Freedom_at_Infinite_Coupling_in_Large_N_f_QED_in_2_1_Dimensions.
3. *Шарый С.П.* Конечномерный интервальный анализ. — Новосибирск: XYZ, 2021. — 652 с. — URL: <http://www.nsc.ru/interval/Library/InteBooks/SharyBook.pdf>.
4. *Гаскаров Д.В., Шаповалов В.И.* Малая выборка. — М.: Статистика, 1978. — 248 с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ ТЕОРИИ ГРАФОВ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ СТРОГОГО ЛИНЕЙНОГО ПОРЯДКА, НАИБОЛЕЕ СОГЛАСОВАННОГО С ПРОИЗВОЛЬНЫМ НАБОРОМ БИНАРНЫХ ОТНОШЕНИЙ

В. Н. Нефедов

МАИ, Москва, Россия

Рассматривается задача построения медианы [1] для конечного набора отношений линейного порядка, которая также ищется в классе отношений линейного порядка. К подобной задаче приходим, например, при рассмотрении задачи групп-

пового выбора [1–3] в случае, когда профиль экспертных предпочтений определяется бинарными отношениями ρ_1, \dots, ρ_m , заданными на конечном множестве альтернатив $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$. В этом случае для обеспечения согласованности агрегированного отношения с профилем экспертных предпочтений часто ищется (см. например, [1]) отношение ρ , имеющее минимальное суммарное расстояние $D(\rho)$ до бинарных отношений, задающих экспертные предпочтения, которое принято называть *медианой для этих отношений (точная медиана)*. Расстояние между бинарными отношениями определяется по формуле Хемминга: сумма модулей разности элементов матриц смежности этих отношений. Тем не менее, часто медиана не обладает свойством транзитивности и поэтому не может быть взята в качестве окончательного агрегированного решения. Одним из возможных выходов из этой ситуации является нахождение *линейно упорядоченной медианы*, которая соответствует случаю, когда минимальное суммарное расстояние до бинарных отношений, задающих экспертные предпочтения, ищется не на множестве всех возможных бинарных отношений, а на множестве отношений линейного порядка.

Таким образом, решается та же задача, что и в [3], но используется другой подход для ее решения. Кратко предлагаемый подход можно назвать «методом выделения совокупностей минимальных представителей контуров». Перечислим основные этапы этого метода.

1. Как и в [3], строим матрицу $P = \sum_{t=1}^m R^t = \|p_{ij}\|_{n \times n}$, или — в более общем случае $\tilde{P} = \sum_{i=1}^m \alpha_i R^i = \|\tilde{p}_{ij}\|_{n \times n}$, где $\sum_{i=1}^m \alpha_i = m$, $\alpha_i > 0$, $i = 1, \dots, m$, по которой определяем матрицу «весов» $C = \|c_{ij}\|_{n \times n}$, с элементами

$$c_{ij} = \begin{cases} l_{ij} = p_{ij} - p_{ji}, & \text{если } l_{ij} > 0, \\ \infty, & \text{если } l_{ij} \leq 0 \end{cases}$$

(под ∞ понимаем $+\infty$), где R^t — матрица бинарного отношения ρ_t .

В результате пришли к «усеченному» (если не рассматривать пары-дуги $x \in A \times A$ с $c(x) = \infty$) бинарному отношению $\rho \subseteq A \times A: x = \langle a_i, a_j \rangle \in \rho \Leftrightarrow c_{ij} < \infty$ и, соответственно, к нагруженному графу $G = (A, \rho)$ с матрицей весов $C = \|c_{ij}\|_{n \times n}$. При этом ρ — иррефлексивное, антисимметричное и в общем случае не транзитивное бинарное отношение.

2. (Используется для уменьшения размерности задачи.) Разбиваем $G = (A, \rho)$ на компоненты сильной связности G_1, \dots, G_p . Это позволяет провести декомпозицию исходной задачи, т.е. свести ее к рассмотрению p задач меньшей размерности, после решения которых нетрудно получить решение исходной. Обозначим $G = (A_0, \rho_0)$ — орграф конденсации, вершинами которого являются G_1, \dots, G_p .

3. Рассматриваем отдельно каждую компоненту сильной связности $G_i, i = 1, \dots, p$. Для простоты обозначений считаем, что $G = (A, \rho)$ — сильно связный граф, т.е. $p = 1$. Пусть $\rho = \{x_1, \dots, x_N\}$, и пары-дуги в ρ пронумерованы таким образом, что

$$c(x_1) \leq c(x_2) \leq \dots \leq c(x_N).$$

Находим все простые контуры (вершины в простом контуре попарно различны) графа G , перечисленные в лексикографическом порядке, например,

$$\eta_1 = x_1 x_2 x_3, \quad \eta_2 = x_1 x_2 x_4, \quad \eta_3 = x_1 x_2 x_5 x_3 x_4, \quad \eta_4 = x_1 x_4 x_5 x_3, \quad \eta_5 = x_2 x_4 x_5 x_3, \\ \eta_6 = x_3 x_4 x_6 x_5, \quad \dots$$

Находим их методом «растущих деревьев». Вершинами деревьев являются дуги x_1, \dots, x_N графа G . Первое дерево T_1 — с исходной (корневой) вершиной — дугой x_1 . Простые цепи, соединяющие x_1 с другими висячими вершинами дерева T_1 ,

дадут все простые контуры в G , проходящие через x_1 . Второе дерево T_2 — с исходной (корневой) вершиной — дугой x_2 . В T_2 отсутствуют вершины-дуги x_1 . Простые цепи, соединяющие x_2 с другими висячими вершинами дерева T_2 , дадут все простые контуры в G , проходящие через x_2 , но в которых отсутствует дуга x_1 . Соответственно, третье дерево T_3 — с исходной (корневой) вершиной — дугой x_3 . В T_3 отсутствуют вершины-дуги x_1, x_2 . Простые цепи, соединяющие x_3 с другими висячими вершинами дерева T_3 , дадут все простые контуры в G , проходящие через x_3 , но в которых отсутствует дуги x_1, x_2 . Заканчиваем этот процесс построением дерева T_{N-2} , в которое могут войти только две возможные цепи: $x_{N-2}x_{N-1}x_N$, $x_{N-2}x_Nx_{N-1}$ (в T_{N-2} может войти только одна из этих цепей, либо ни одной из них). Для сокращения объема вычислений после построения дерева T_1 можно перейти к графу, получаемому из G исключением дуги x_1 , и если полученный граф не является сильно связным, то выделить из него единственную компоненту сильной связности, содержащую дугу x_2 . Тогда дерево T_2 можно строить, используя эту компоненту, а не исходный граф G . Аналогично, для построения дерева T_3 сначала удаляем из G две дуги x_1, x_2 и далее используем единственную компоненту сильной связности полученного графа, содержащую дугу x_3 и т. д.

4. Находим методом «растущих деревьев» (по аналогии с п. 3), а также с применением метода «ветвей и границ» совокупности минимальных представителей контуров [4] $U = \{x_{j_1}, \dots, x_{j_r}\}$ с минимальным значением величины $c(U) = c(x_{j_1}) + \dots + c(x_{j_r})$. Для каждого из найденных $U_0 \in \text{Arg min } c(U)$ применяем операцию «разрушения» всех контуров путем замены пар-дуг из U_0 на противоположные. Для каждого $U_0 \in \text{Arg min } c(U)$ после «переворачивания» пар получаем безконтурный граф, который дополняем единственным образом до транзитивного замыкания. В результате получаем частичный порядок, который (многозначно) дополняем до линейного.

5. Полученный в п. 2 оргграф конденсации (безконтурный) дополняем единственным образом до транзитивного замыкания, а затем до линейного (многозначно). Каждый из полученных таким образом вариантов дает одно из возможных решений.

1. Миркин Б. Г. Проблема группового выбора. — М.: Наука, 1974. — 256 с.
2. Нефедов В. Н., Осипова В. А., Смерчинская С. О., Яшина Н. П. Непротиворечивое агрегирование отношений строгого порядка // Известия высших учебных заведений. Математика. — 2018. — №5. — С. 71–85.
3. Нефедов В. Н., Осипова В. А. Согласование индивидуальных ранжировок методом ветвей и границ // Изв. РАН. ТиСУ. — 2022. — №3. — С. 147–161.
4. Нефедов В. Н. Некоторые свойства линейно упорядоченной медианы для нечетного числа линейных асимметричных отношений. МАИ. Деп. в ВИНТИ. №62–В2021 от 08.11.2021. — 50 с.

РАСПРЕДЕЛЕННЫЙ ФРАКТАЛЬНЫЙ КОНТРОЛЛЕР ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ЭЛАСТИЧНЫМИ ВЫЧИСЛЕНИЯМИ

А. С. Семенов

МАИ, Москва, Россия

Использование механизма управления фрактальной обратной связью [1] решает проблему автоматизации распределенной реконфигурации эластичных вычислений без вмешательства человека в программирование специальных процедур. Учет осо-

бенностей моделей возмущений, в частности, фрактальных процессов позволяет предложить более эффективные контроллеры по сравнению с типовыми. В работе использованы основы положений теории и принципы построения систем автоматического регулирования с переменной структурой [2]. Особенность методов теории состоит в возможности решения задач оптимизации без использования информации о градиентах оптимизируемой функции и функций, задающих ограничения.

В данной работе фрактальная размерность применяется в методе синтеза фрактальных объектов модели «контейнер–компонент» и в методе фрактального анализа кривой изменяющейся во времени рабочей нагрузки. Коррекция управления распределенным реактивным фрактальным контроллером осуществляется в соответствии с состоянием системы управления. Фрактальная обратная связь проявляется при реактивном управлении $u(\delta, \varepsilon(\tau))$ объектом переменной фрактальной структуры, описываемым моделью «контейнер–компонент». Кривая рабочей нагрузки δ на временном фрейме τ квантуется размером ячейки $\varepsilon(\tau)$, что задается формулой:

$$u(\delta, \varepsilon(\tau)) = f^{n-1} \left(p^0, [n + +, \forall \{e\} \in p^{n-1} \downarrow p^n \cong p^{n-1} | \text{box}(\delta, \varepsilon(\tau)) = +], \right. \\ \left. [n - -, \forall \{e\} \in p^{n-1} \downarrow^{-1} p^n \cong^{-1} p^{n-1} | \text{box}(\delta, \varepsilon(\tau)) = -] \right), \quad (1)$$

где $\text{box}(\delta, \varepsilon(\tau)) = +$ и $\text{box}(\delta, \varepsilon(\tau)) = -$ — корректирующие действия, полученные алгоритмом [1] дискретизации кривой δ , p — изначально заданный паттерн, состоящий из контейнеров и компонент, \equiv — операция прототипирования p в p' ; \downarrow : $p' \rightarrow p$ операция вложения паттерна p' в контейнеры $\{\{e_1\}, \dots, \{e_k\}\}$ паттерна p ; $n++$ — операция инкремента объекта, $n = n + 1$; $n-$ — операция декремента объекта, $n = n - 1$.

Скачкообразные изменения параметров обратной связи проявляются в дробной размерности [3] кривой рабочей нагрузки и модели «контейнер–компонент» [4]. Управление эластичными вычислениями имеет двойственную природу: с одной стороны, оно является воздействием, предназначенным для изучения управляемой системы, а с другой — решает задачу оптимизации ее мощности [5]. Квантование производится временным фреймом, который определяет уровень управления и количество паттернов в фрактальном объекте. В системе могут возникать эффекты свойственные нелинейным задачам, При дискретизации кривой рабочей нагрузки можно выделить особые повторяющиеся временные фреймы, характеризующие предельное быстроедействие, и построить отвечающие этим фреймам оптимальные режимы. Построена и теоретически исследована фрактальная нелинейная обратная связь, показано, что она обеспечивает предельную величину быстрогодействия в распределенной системе эластичных вычислений.

Изучена проблема грубости системы управления [6] по отношению к структурным изменениям модели «контейнер–компонент». Предложен метод построения итеративных по структуре фрактальных контроллеров, при соблюдении требований грубости, обеспечивающих управление с заданной точностью регулирования в установившемся режиме для класса возмущений анализируемых фрактальной счетно-ячеистой размерностью. С помощью таких контроллеров достигается компромисс между требуемой точностью и распределенной сложностью. Предлагаемый подход к построению итеративной системы управления эластичными вычислениями проявляет эмерджентные свойства [7].

В работе сформулировано новое для теории управления понятие «эластичной управляемости по фрактальной обратной связи распределенной нелинейной системы управления».

1. *Семенов А. С.* Fractal feedback control for Elastic computing based on the Container-Component model // Proc. Conf. (in print).
2. *Емельянов С. В., Коровин С. К.* Новые типы обратной связи: Управление при неопределенности. — М.: Наука. Физматлит, 1997. — 352 с.
3. *Потапов А. А., Черных В. А.* Дробное исчисление А. В. Летникова, теория фракталов и скейлинг / Под ред. А. А. Потапова. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 820 с.
4. *Семенов А. С.* Distributed computing based on Container-component model // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. — 2020. — V. 927. — 012070.
5. *Фельдбаум А. А.* Основы теории оптимальных автоматических систем. — М.: Физматлит, 1963. — 552 с.
6. *Бунин А. Л.* Возмущения с дефектными спектрами и фрактальные регуляторы // Автомат. и телемех. — 2002. — №1. — С. 19–29. — URL: <http://mi.mathnet.ru/at2000>.
7. *Семенов А. С.* Моделирование самоорганизующихся процессов развития: фрактальноориентированный подход. — М.: МАИ, 2013.

РЕГУЛЯРНЫЕ ГРАММАТИКИ С ОПЕРАЦИОННЫМИ СИМВОЛАМИ

А. С. Семенов

МАИ, Москва, Россия

В работе вводится регулярная грамматика с операционными символами, позволяющая эффективно строить конечные автоматы для обработки текста и восходящие LR(k) анализаторы. Даются основные определения и приводятся алгоритмы преобразования регулярной грамматики с операционными символами в конечные автоматы. Рассматриваются примеры обработки текста. Приводятся алгоритмы построения LR(k) анализаторов.

Регулярные грамматики (G) и автоматы с конечным состоянием (КА) [1–3] широко применяются при решении многих задач: при определении принадлежности заданной цепочки символов к определенному языку, при разборе и генерации цепочек символов, для разработки лексических анализаторов компиляторов, текстовых редакторов, средств проверки орфографии, распознавания шаблонов с помощью регулярных выражений, проектировании комбинированных и последовательных схем, etc. Применение регулярной грамматики с операционными символами позволяет расширить возможности их применения и эффективного использования. Введем основные определения и алгоритм преобразования регулярной грамматики с операционными символами в КА. Операционными символами будем называть операции заключенные в фигурные скобки, например, операции ПРОЧИТАТЬ, РАЗДЕЛИТЬ, СОХРАНИТЬ, цепочку символов представляются в виде операционных символов: {ПРОЧИТАТЬ}, {РАЗДЕЛИТЬ}, {СОХРАНИТЬ}.

Определение 1. Регулярной грамматикой с операционным символами называется пятерка объектов $G = (V, T, T_{op}, P, S_0)$, где V — множество нетерминальных символов, T — множество терминальных символов, T_{op} — множество операционных символов, $S_0 \in V$ — начальный символ грамматики, P — конечное множество правил productions вида $A \rightarrow aB$, $B \rightarrow b$, $B \rightarrow a$, в которых $A, B \in V$, $a, b \in T$. Каждому операционному символу однозначно соответствует операция (программа), которая выполняется при выводе цепочки символов. Пусть операция ПРОЧИТАТЬ читает цепочку символов 2088 из файла, а операция СОХРАНИТЬ сохраняет цепочку в файл.

Определение 2. Конечный автомат (КА) с операционными символами это шестерка объектов $KA = (Q, \Sigma, \Sigma_{op}, \delta, q_0, F)$, где Q — конечное множество состояний;

Σ — конечный алфавит входных символов; Σ_{op} — конечный алфавит операционных символов; δ — конечное множество функций (правил) переходов, задается отображением $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$, q_0 — начальное состояние автомата, $q_0 \in Q$; $F \subseteq Q$ — множество заключительных состояний.

Преобразуем грамматику в конечный автомат (КА), так что бы языки оставались эквивалентными $L(G) = L(КА)$.

Алгоритм 1. Преобразование регулярной грамматики G в КА:

1. Алфавит входных и операционных символов КА и грамматики G совпадают, $\Sigma = T$, $\Sigma_{op} = T_{op}$.

2. $Q = V \cup \{q_f\}$, где q_f — заключительное состояние конечного автомата.

3. $q_0 = S_0$.

4. Функция переходов δ определяется следующим образом:

4.1) для каждого правила порождения вида $A \rightarrow a \in P$, $A \in V$, $a \in T$, построить функцию перехода $\delta(A, a) = \{q_f\}$, $A \in Q$, $a \in \Sigma$;

4.2) для каждого правила порождения вида $A \rightarrow aB \in P$, построить функцию перехода $\delta(A, a) = \{B\}$, $A, B \in Q$, $a \in \Sigma$;

4.3) для каждого правила порождения вида $A \rightarrow \varepsilon \in P$, $F = \{A, q_f\}$, $A \in Q$, в противном случае $F = \{q_f\}$;

4.4) операционный символ соответствует состоянию перехода.

Для рассматриваемого примера получим $КА = (Q = \{S_0, E, F, D\}, \Sigma = \{a, e, f, d\}, \Sigma_{op} = \{\{\text{ПРОЧИТАТЬ}\}, \{\text{РАЗДЕЛИТЬ}\}, \{\text{СОХРАНИТЬ}\}\}, \delta, q_0 = S_0, F)$ с множеством правил перехода δ :

1) $\delta(S_0, a) = \{E\}$;

2) $\delta(E, e) = \{F\{\text{ПРОЧИТАТЬ}\}\}$;

3) $\delta(F, f) = \{D\{\text{РАЗДЕЛИТЬ}\}\}$;

4) $\delta(D, d) = \{q_f\{\text{СОХРАНИТЬ}\}\}$.

Определение 3. Конфигурация КА — это пара множества $(q, \omega) \in Q \times \Sigma^*$, где $q \in Q$, $\omega \in \Sigma^*$. Конфигурация (q_0, ω) называется *начальной*, а (q, ε) , где $q \in F$ — *заклучительной*. Бинарное отношение \vdash на конфигурациях, соответствует такту работы КА. Если $q' \in \delta(q, a)$, то $(q, a\omega) \vdash (q', \omega)$ для всех $\omega \in \Sigma^*$.

Таблица 1

Символ грамматики	Магазинный символ и операция	Кодируемая цепочка	Операция переноса терминалов
S	S_1 S_2	$\perp S$ (S)	{D}
A	A_1	A	
&	$\&_1$	A&	{П}
B	$B_1 \{C_1\}$	A&B	
($(_2$	({П}
)	$)_2 \{C_2\}$	(S)	
a	$a_3 \{C_3\}$	a	{П}
B	$b_4 \{C_4\}$	b	{П}

Работа КА по распознаванию цепочки $aefd$ представлена следующим образом: $(S_0, aefd) \vdash^1 (E, efd) \vdash^2 (F\{\text{ПРОЧИТАТЬ}\}, fd) \vdash^3 (D\{\text{РАЗДЕЛИТЬ}\}, d) \vdash^4 \{q_f\{\text{СОХРАНИТЬ}\}\}$. Две цепочки $ae2088f$ и d сохранены в файле.

Построим восходящий LR(0) анализатор для контекстно-свободной грамматики G' , применив КА с операционными символами. G' имеет правила productions P : $P = \{p_1: S \rightarrow A \& B, p_2: S \rightarrow (S), p_3: A \rightarrow a, p_4: B \rightarrow b\}$. Закодируем активные префиксы магазинных символов на основе грамматических вхождений (номера позиций символов в правой части правила). Введем операционные символы с номерами правил: Свертка (С), Перенос (П) символа в магазин, Допуск (Д). Обозначим \perp — дно магазина.

При выполнении операции Перенос проверяется верхний символ магазина, если для него указана операция Свертка, то она выполняется. При выполнении операции Свертка выбирается символ правила, а кодируемый символ по кодируемой цепочке.

Приводятся примеры выводов цепочек.

Приложения грамматик и КА с операционными символами выходят далеко за рамки методов компиляции или аппаратной проверки. Они могут быть использованы для моделирования и проверки программного обеспечения, распределенных систем, систем реального времени или структурированных данных.

1. Ахо А., Ульман Д. Теория синтаксического анализа перевода и компиляции / Пер. с англ. — М.: Мир, 1978.
2. Ульман Д. Д. Компиляторы: Принципы, технологии, инструменты / Пер. с англ. — М.: Издательский дом «Вильямс», 2003, 2008.
3. Опалева Э. А., Самойленко В. П. Языки программирования и методы трансляции. — СПб.: БХВ-Петербург, 2005.

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ЗАДАЧИ БЫСТРОДЕЙСТВИЯ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ДИСКРЕТНЫМ ВРЕМЕНЕМ И l_1 -ОГРАНИЧЕННЫМИ УПРАВЛЕНИЯМИ

А. Н. Сиротин, К. И. Сыпало

МАИ, Москва, Россия

Рассматривается автономная линейная система с дискретным временем

$$x(k+1) = Ax(k) + bu(k), \quad k \in \mathbb{Z}_+ = \{0, 1, \dots\} \quad (1)$$

и ограниченным по импульсу скалярным управлением

$$\sum_{k=0}^{\infty} |u(k)| \leq t, \quad t \in [0, \infty), \quad (2)$$

где $x(k) \in \mathbb{R}^n$, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $b \in \mathbb{R}^n$, $u(k) \in \mathbb{R}$. Условие (2) представляет собой ограничение на l_1 -норму последовательностей управлений $\{u(k)\}_{k \in \mathbb{Z}_+}$. Считается, что система (1) без ограничений на управление является управляемой, т. е. выполнено ранговое условие Калмана

$$\text{rank}(b | Ab | \dots | A^{n-1}b) = n. \quad (3)$$

Изучается задача быстродействия для проблемы 0-управляемости. Вводится множество $\mathcal{X}_i(k)$ системы (1)–(2) за k шагов. Это множество всех возможных начальных состояний $x(0) = x$ системы, из которых ее можно перевести в 0 за конечное число шагов k посредством управлений (2)

$$\mathcal{X}_i(k) = \left\{ x \in \mathbb{R}^n : 0 = A^k x + \sum_{i=0}^{k-1} A^i b u(k-1-i), \sum_{k=0}^{\infty} |u(k)| \leq t \right\}.$$

Положим

$$\mathcal{X}_t := \bigcup_{k \in \mathcal{N}} \mathcal{X}_t(k).$$

Задача быстрогодействия для допустимого начального состояния $x \in \mathcal{X}_t$ состоит в выборе минимального числа K_{\min} шагов

$$K_{\min} = \{k \in \mathcal{N} : x \in \mathcal{X}_t(k) \setminus \mathcal{X}_t(k-1)\}$$

и соответствующей оптимальной последовательности управлений $\{u^*(k)\}_{k=0}^{K_{\min}-1}$ из условий

$$0 = A^{K_{\min}} x + \sum_{i=0}^{K_{\min}-1} A^i b u^*(K_{\min} - 1 - i), \quad \sum_{k=0}^{K_{\min}-1} |u^*(k)| \leq t.$$

Обозначим через оптимальное управление u^* и оптимальную траекторию x^* соответственно

$$u^* = \{u^*(k)\}_{k=0}^{K_{\min}-1}, \quad x^* = \{x^*(k)\}_{k=0}^{K_{\min}-1}, \quad x^*(0) = x, \quad x^*(K_{\min}) = 0.$$

Пару (x^*, u^*) назовем оптимальным процессом. В силу однородности системы (1)–(2) верно представление

$$\mathcal{X}_t(k) = t\mathcal{X}(k), \quad \mathcal{X}(k) := \mathcal{X}_1(k).$$

Введем в рассмотрение функционал Минковского выпуклого множества \mathcal{A} , у которого $0 \in \text{int } \mathcal{A}$, определяемый по формуле

$$\mu(x, \mathcal{A}) := \inf\{\lambda > 0 : x \in \lambda\mathcal{A}\}.$$

Эта формула определяет некоторую норму в \mathbb{R}^n

$$\|x\|_{\mathcal{X}_t(k)} := \mu(x, \mathcal{X}_t(k)), \quad k \geq n, \quad x \in \mathbb{R}^n.$$

Лемма. Пусть рассматривается система (1)–(3). Для каждого $k \in \mathcal{N}$ справедливы утверждения

1. Определим число

$$t_{\min} = \mu(x, \mathcal{X}(k)).$$

Пусть

$$t_{\min} \leq t,$$

тогда

$$K_{\min} = \{k \in \mathcal{N} : x \in \mathcal{X}_\lambda(k) \setminus \mathcal{X}_\lambda(k-1)\}$$

для произвольного $\lambda \in [t_{\min}, t]$.

2. Если $t_{\min} < t$, тогда оптимальное управление u^* определяется не единственным образом.

3. Справедливо равенство

$$\inf_k \mu(x, \mathcal{X}(k)) = \mu(x, \mathcal{X}(K_{\min})).$$

4. Процесс (x^*, u^*) является оптимальным тогда и только тогда, когда

$$x^*(k) \in \left(t - \sum_{i=0}^{k-1} |u^*(i)|\right) \mathcal{X}(K_{\min} - k).$$

5. Процесс (x^*, u^*) является оптимальным тогда и только тогда, когда справедливо неравенство

$$|u^*(k)| + \mu(Ax^*(k) + bu^*(k)), \quad \mathcal{X}(K_{\min} - k) \leq t - \sum_{i=0}^{k-1} |u^*(i)|.$$

6. Существует оптимальный процесс (x^*, u^*) , удовлетворяющий условию $|u^*(k)| + \mu(Ax^*(k) + bu^*(k)), \quad \mathcal{X}(K_{\min} - k) = \min_v \{ |v| + \mu(Ax^*(k) + bv, \mathcal{X}(K_{\min} - k)) \}$.

7. Существует оптимальный процесс (x^*, u^*) , удовлетворяющий условию $\mu(Ax^*(k) + bu^*(k), \mathcal{X}(K_{\min} - k)) = \min_v \{ \mu(Ax^*(k) + bv, \mathcal{X}(K_{\min} - k)) \}$.

8. Существует оптимальное управление, имеющее не более $(n + 1)$ ненулевых компонентов.

9. Существует оптимальное управление такое, что для некоторого t верно $u^*(0) \neq 0, \dots, u^*(t) \neq 0, \quad u^*(t + 1) = \dots = u^*(K_{\min} - 1) = 0$.

ЧИСЛЕННОЕ ПОСТРОЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ В НЕКОТОРОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ СВЯЗАННОЙ МАРКОВСКОЙ ЦЕПЬЮ

К. В. Степанян, Б. М. Миллер, А. Б. Миллер, А. К. Попов

ИППИ РАН, Москва, Россия

Рассматривается задача управления неоднородной марковской цепью (МЦ), описывающей уровень воды на примере каскада из четырех водохранилищ. На эту систему действуют климатические факторы (дожди, испарение), зависящие от сезона запросы потребителей и возможные контролируемые сбросы воды в сезон дождей. Эволюция одиночного водохранилища как управляемой МЦ может быть эффективно представлена через векторнозначную функцию, удовлетворяющую стохастическим дифференциальным уравнениям с генератором, зависящим от управления. При описании каскада водохранилищ количество возможных состояний системы растет мультипликативно, поскольку растет размерность вектора состояния. Вместо матрицы, описывающей одно водохранилище, появляется тензор соответствующего ранга, описывающий систему в целом. Объединение состояний всех МЦ в виде набора векторов (возможно, разных размерностей) приводит к описанию их эволюции в тензорной форме.

Приведем основные обозначения. Объем воды в l -м водохранилище разбит по уровню на N^l частей. Состояние l -го водохранилища описывается МЦ $X_t^l \in S^l = \{e_0, \dots, e_{N^l}\}$ с генератором $A^l(t, u)$, являющимся матрицей размера $(N^l + 1) \times (N^l + 1)$. Система водохранилищ в целом описывается связанной МЦ $\mathbf{X} = \{X^1 | X^2 | X^3 | X^4\}$. Каждое водохранилище, независимо от остальных, имеет свои характеристики: текущий уровень воды, количество осадков $\lambda^l(t)$, потери из-за испарения $\mu^l(t)$, а также расход воды потребителями $w^l(t)$. Некоторые водохранилища могут быть соединены, что позволяет управляемо передавать воду между ними для решения задач управления, например, чтобы избежать переполнения. Интенсивность передачи из m -го водохранилища в n -е в момент времени t обозначается $u_{ij}^{mn}(t)$. Эти функции используются при построении генераторов

марковских цепей. Общий подход к решению такого типа задач основывается на сведении задачи стохастического управления нелинейной нестационарной системой к задаче детерминированного управления с интегральными и терминальными критериями качества.

В рассматриваемой постановке она имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\langle d\hat{\phi}(t), \mathbf{X} \rangle}{dt} &= - \min_{u(\mathbf{X}) \in U} \left\{ \langle \hat{\phi}(t), [A^1(t, u)X^1 \otimes X^2 \otimes X^3 \otimes X^4 + X^1 \otimes A^2(t, u)X^2 \otimes X^3 \otimes X^4 + \right. \\ &\quad \left. + X^1 \otimes X^2 \otimes A^3(t, u)X^3 \otimes X^4 + X^1 \otimes X^2 \otimes X^3 \otimes A^4(t, u)X^4] \rangle + \langle \mathbf{f}_0(t, u), \mathbf{X} \rangle \right\} = \\ &= - \min_{u(\mathbf{X}) \in U} H(t, \hat{\phi}(t), u, \mathbf{X}) = -\mathcal{H}(t, \hat{\phi}, \mathbf{X}) \end{aligned}$$

с терминальными ограничениями $\hat{\phi}(T) = \phi_0$. Функция

$$\mathbf{f}_0(t, u) = f_0^1(t, u) \otimes f_0^2(t, u) \otimes f_0^3(t, u) \otimes f_0^4(t, u)$$

описывает критерий качества. Знак \otimes означает тензорное произведение.

Этот подход успешно применялся для различных постановок и результаты были опубликованы в ряде наших предыдущих работ (см., например, [1–5]). Особенность изложенного подхода состоит в том, что для нахождения оптимального управления необходимо проинтегрировать систему обыкновенных дифференциальных уравнений при наличии ограничений, которая содержит в правой части операцию минимизации по управлению. Количество уравнений системы уравнений совпадает с числом возможных состояний связанной МЦ, описывающей каскад водохранилищ, что обуславливает трудности программной реализации.

Особенности программной реализации, написанной на языке Python с использованием бесплатных библиотек и пакетов, в том числе `numpy`, которые позволяет эффективно манипулировать многомерными массивами, необходимые для расчетов тензора ранга 4, а также вопросы распараллеливания интегрирования тензорного представления системы с помощью пакета `multiprocessing` будут представлены в докладе.

1. Miller B., Stepanyan K., Miller A. Towards numerical solution of one non-convex MC control problem // Материалы Тринадцатой Международной конференции по Прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАГ'2020), 6–13 сентября 2020 г., Алушта. — М.: Изд.-во МАИ, 2020. — С. 453–455.
2. Miller A., Miller B., Popov A., Stepanyan K. Towards the Development of Numerical Procedure for Control of Connected Markov Chains // Proceedings of 2015 5th Australian Control Conference (AUCC) November 5–6, 2015. Gold Coast, Australia. — P. 336–341.
3. Miller B., Stepanyan K., Miller A., Popov A. Towards one nonconvex connected Markov chain control problem. An approach to numerical solution // In: 2018 Australian New Zealand Control Conference (ANZCC) / Swinburne University of Technology, Melbourne, Australia, Dec. 7–8, 2018. — P. 172–177. — DOI: 10.1109/ANZCC.2018.8606576.
4. McInnes D., Miller B., Miller G., Schreider S. Towards Tensor Representation of Controlled Coupled Markov Chains // Mathematics. — 2020. — V. 8, No. 10. — P. 1712. — DOI: 10.3390/math8101712.
5. Степанян К. В., Миллер Г. Б., Миллер Б. М., Попов А. К., Миллер А. Б. Численное построение оптимального управления для класса задач управления связанными марковскими цепями с конечным множеством состояний // Материалы XXII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2021), 4–13 сентября 2021 г., Алушта. — М.: Изд.-во МАИ, 2021. — С. 579–581.

ПРИМЕНЕНИЕ ПРИБЛИЖЕННЫХ H -INFINITY МЕТОДОВ ДЛЯ СИНТЕЗА УПРАВЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ НА КОНЕЧНОМ ПРОМЕЖУТКЕ ВРЕМЕНИ

А. А. Яковлева

МАИ, Москва, Россия

Задачи и подходы к нахождению законов управления относятся к числу важнейших проблем проектирования сложных аэрокосмических систем. Разработка алгоритмов и программного обеспечения, предназначенных для нахождения коэффициентов матриц оптимальных регуляторов, позволяет добиться требуемого качества управления рассматриваемыми объектами в условиях, когда математическая модель и внешние возмущения не определены полностью. Это можно рассматривать как одну из наиболее существенных причин, которые привели к значительному росту популярности различных подходов к поиску управления.

При синтезе регулятора в условиях неполной информации о векторе состояния системы предлагается применять приближенные методы H -infinity управления нелинейными динамическими системами с обратной связью по выходу на конечном промежутке времени функционирования системы. Результатом работы является формулировка и доказательство достаточных условий оптимальности H -infinity управления нелинейной динамической системой с целью синтеза регулятора с обратной связью по выходу.

Для нахождения регулятора требуется решить уравнение в частных производных первого порядка для вспомогательной функции. При решении предложено применить псевдоспектральный метод с использованием многочленов Чебышева. В качестве узлов интерполяции применяются точки Лежандра–Гаусса–Лобатто, а итерационный процесс включает моделирование системы методом Эйлера на первых двух итерациях, а затем после получения двух разгонных точек многошаговым методом Адамса–Башфорта.

Алгоритмы нахождения регулятора и моделирование системы реализованы в комплексе программ. Для реализации использовался математический пакет MATLAB.

1. *Koobloch H. W., Isidori A., Flockerzi D.* Topics in control theory. (DMV-Seminar; Bd. 22). — Basel: Springer, 1993.
2. *Doyle J., Francis B., Tannenbaum A.* Feedback Control Theory. — Macmillan Publishing Co., 1990.
3. *Panteleev A. V., Yakovleva A. A.* Approximate methods for H -infinity output feedback control // ИОР Conf. Ser. — 2020. — V. 927(1). — Id. 012026.
4. *Пантелеев А. В., Яковлева А. А.* Приближенные методы H -infinity управления в задаче стабилизации самолета на конечном промежутке времени // 19-я Международная конференция «Авиация и космонавтика», 23–27 ноября 2020 г., Москва. Тезисы. — М.: Издательство «Перо», 2020. — С. 483–484.

ПРОЯВЛЕНИЕ ВЕТРОВОГО ДРЕЙФА В СКОРОСТЯХ ТЕЧЕНИЙ, РАССЧИТЫВАЕМЫХ ПО СПУТНИКОВЫМ ИЗОБРАЖЕНИЯМ

М. Г. Алексанина^{1,2}, О. О. Коростылёва²

¹ИАПУ ДВО РАН, Владивосток, Россия; ²ДВФУ, Владивосток, Россия

Расчет скоростей течений на поверхности океана — одна из наиболее актуальных научных и практических задач. Поскольку над поверхностью Мирового океана практически постоянно и повсеместно дуют ветра, крайне важно учитывать течения, вызванные ветром. Согласно теории Экмана [1] в северном полушарии направление ветрового течения на поверхности моря отклоняется от направления ветра на 45° вправо и средний ветровой коэффициент составляет 2%. Представляется важным уловить проявление ветровых течений при расчете скоростей течений на поверхности океана, рассчитываемых по последовательности спутниковых изображений. Для обнаружения ветрового (экмановского) дрейфа в скоростях перемещений морских маркеров (температурных неоднородностей) на поверхности Японского моря был проведен эксперимент. В основе эксперимента лежало представление, что акваторию, линейный размер которой составляет сотни километров, и на которой отсутствуют стационарные течения, можно считать плотной упаковкой вихрей. При таком условии в результате векторного усреднения скоростей перемещений морских маркеров на поверхности моря должна доминировать компонента ветрового дрейфа [2].

В нашем эксперименте скорости течений на поверхности моря рассчитываются автоматически [3]. Скорость приводного ветра бралась из базы данных NCEI (National Centers for Environmental Information) [4]. Для сопоставления данных по ветру с результатами расчетов скоростей перемещений морских маркеров производилась процедура совмещения разных пространственных сеток и расчет средней векторной скорости течений на поверхности моря и средней векторной скорости ветра (рис. 1).

Проведенные эксперименты показали, что в спутниковых оценках скорости перемещений морских маркеров на поверхности моря ветровой (экмановский) дрейф проявляется. Среднее направление скорости перемещения морских маркеров стабильно отклоняется вправо от направления ветра на 90° . Однако ветровой коэффициент нестабилен и меньше 2% в разы. Это может быть объяснено тем, что в результате перемешивания температурный маркер (неоднородность) перестает быть маркером.

Для проверки этой гипотезы использовались измерения термогирлянд за август и октябрь 2016 г. в заливе Посьет Японского моря. В это время структура стратификации проявляется лучше всего. Глубина перемешанного слоя определялась визуально по нормированным суточным профилям температуры. Скорость ветрового дрейфа рассчитывалась от поверхности моря на каждом метре вниз до глубины перемешивания, а также средняя скорость по перемешанному слою (рис. 2).

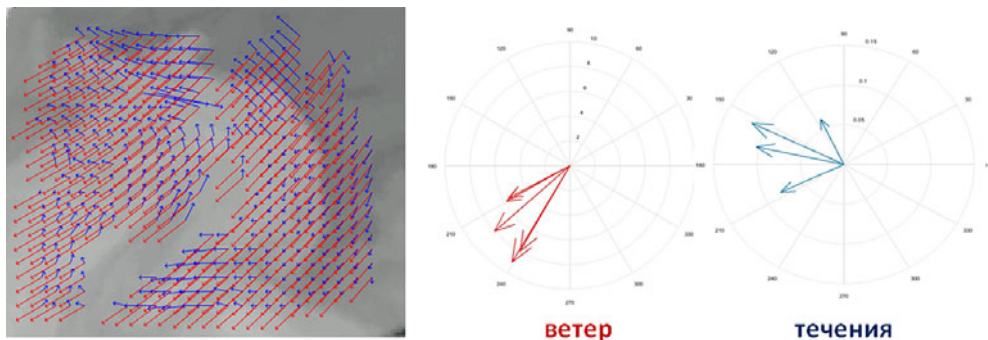


Рис. 1. Скорости ветра за сутки (красный цвет) и скорости течений по четырем секторам акватории (синий цвет)

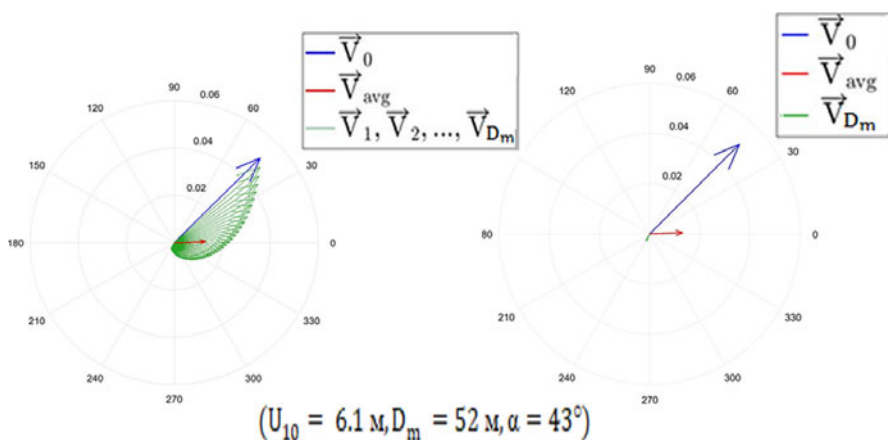


Рис. 2. Экмановская спираль и сдвиг скорости ветрового дрейфа на поверхности и до глубины перемешивания D_m с шагом 1 м

Анализ полученных результатов показал, что угол сдвига ветровой скорости стабильно оценивается около 90° . Величина дрейфовой компоненты скорости в разы меньше 2% и коррелирует с глубиной перемешивания. Наибольшая глубина перемешивания наблюдается в августе. В октябре другой характер стратификации. Из-за низких температур слой перемешивания не глубокий. Тем не менее, сдвиг около 90° сохраняется. В течение суток из-за дневного прогрева структура стратификации может меняться. Это влияет на показатели угла отклонения и модуль скорости ветрового дрейфа. Наилучшее перемешивание происходит днем в августе. Это время, когда лучше всего выполняется теория Экмана.

Таким образом, было показано, что для средних широт в Японском море теория Экмана выполняется. Величина скорости экмановского дрейфа определяется глубиной перемешивания. Угол отклонения скорости экмановского дрейфа составляет стабильно вправо около 90° . С увеличением глубины скорость течения уменьшается, а его направление в северном полушарии все больше отклоняется вправо от направления ветра и течения на поверхности, в результате суммарный полный поток воды, создаваемый ветром, следует в направлении, перпендикулярном действию ветра. Это свидетельствует о том, что спутниковые оценки скорости течений по морским маркерам на поверхности моря соответствуют суммарному переносу

потока воды, в направлении, перпендикулярном действию ветра, а не течению тонкого слоя на поверхности моря.

1. Гарвей Дж. Атмосфера и океан. — М.: Прогресс, 1982. — 183 с.
2. Алексанина М. Г., Коростылева О. О. Экмановский дрейф в спутниковых скоростях перемещений на поверхности моря. // Материалы XII Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (NPNJ'2018), 24–31 мая 2018 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2018. — С. 474–476.
3. Алексанин А. И., Алексанина М. Г., Карнацкий А. Ю. Автоматический расчет скоростей поверхностных течений океана по последовательности спутниковых изображений // Современные проблемы дистанционного зондирования земли из космоса. — 2013. — Т. 10, №2. — С. 131–142.
4. National Centers for Environmental Information [Электронный ресурс]. — URL: <https://www.ncdc.noaa.gov/data-access/marineocean-data/blended-global/blended-sea-winds>.

АЛГОРИТМЫ ГЕНЕРАЦИИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ УНИКАЛЬНЫХ ВАРИАНТОВ

Н. С. Алексеев

МАИ, Москва, Россия

Рассматривается задача генерации последовательности уникальных вариантов заданий для контроля знаний обучаемых. Предполагается, что заранее определены n типов задач умение решать, которые определяют успешность изучения материала. По каждому из типов подготовлены упорядоченные множества $t_i = \langle z_{i0}, z_{i1}, \dots, z_{iN-1} \rangle$, $i = 1, \dots, n$ из N задач.

Требуется сформировать последовательность вариантов — наборов из n задач, т. е. векторов $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$, где $v_i \in t_i$. При фиксированных множествах t_i каждый вариант v однозначно характеризуется целочисленным вектором $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, где x_i — номер задачи v_i в упорядоченном множестве t_i . Будем называть x *паспортом варианта* v . Таким образом, задача формирования последовательности вариантов заданий сводится к задаче генерации последовательности целочисленных векторов. Алгоритмы генерации подобных последовательностей хорошо известны — генерация паролей, идентификаторов, промокодов и т. п. Как правило, эти алгоритмы основаны на генерации псевдослучайных чисел. Основными требованиями предъявляемыми к этим последовательностям являются уникальность их элементов и невозможность их взлома.

Требования, предъявляемые к последовательности паспортов вариантов, специфичны. Сформулируем их. Будем предполагать, что число N соответствует количеству обучаемых в одной группе и учтем, что обучение происходит одновременно в нескольких группах и повторяется с определенной периодичностью. Определим расстояние $d(v, w)$ между вариантами v и w как число совпадающих в них задач ($v_i = w_i$). Генератор должен формировать варианты отрезками по N штук $v^{(1)}, \dots, v^{(N)}; v^{(N+1)}, \dots, v^{(2N)}; v^{(2N+1)}, \dots, v^{(3N)}; \dots$ (для каждой группы обучаемых).

1. «Соседние» варианты $v^{(i)}$ и $v^{(i+1)}$ не должны содержать одинаковых экземпляров задач ($d(v^{(i)}, v^{(i+1)}) = n$).

2. Варианты для каждого обучаемого в пределах группы должны быть уникальными, т. е. $d(v^{(i)}, v^{(j)}) = n$, $qN < i < q(N+1) + 1$, $qN < j < q(N+1) + 1$, $q = 0, 1, 2, \dots$. По-другому — в каждом из отрезков длиной N последовательности генерируемых вариантов любой экземпляр задачи z_{ir} должен встречаться ровно один раз.

3. Частота появления каждого из экземпляров задач z_{ij} , $i = 1, \dots, n$, $j = 0, \dots, N - 1$ в последовательности $v^{(1)}, \dots, v^{(k)}, \dots$ должна стремиться к одной и той же величине k/N с ростом k .

4. При $k = N^n$ все варианты в последовательности $v^{(1)}, \dots, v^{(k)}$ должны быть уникальными. Каждый вариант должен отличаться от любого другого хотя бы одной задачей.

5. Не должно быть жесткой корреляции между экземплярами задач в вариантах (всякий раз когда в варианте присутствует экземпляр задачи z_{iq} в том же варианте присутствует задача z_{jp}).

Предложим два алгоритма генерации паспортов вариантов. Предлагаемые алгоритмы основаны на свойствах аддитивной группы классов вычетов (см., например, [1]). Рассмотрим взаимно однозначное соответствие между множеством целочисленных векторов $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, с компонентами $x_i \in \{0, 1, 2, \dots, N - 1\}$, и множеством n -разрядных чисел от 0 до $N^n - 1$ в N -ичной записи $(x_1 | x_2 | \dots | x_n)_N$. Договоримся такое число в N -ичной записи ассоциировать с паспортом варианта, а, значит, и с самим вариантом.

Множество чисел $\{0, 1, \dots, m - 1\}$ с операцией \oplus сложения по модулю m является циклической группой, для которой порождающим элементом является любое число b , взаимно простое с m . Поэтому, при $m = N^n$ все числа последовательности $0, 0 \odot b, 1 \odot b, 2 \odot b, \dots, (N^n - 1) \odot b$ различны и принадлежат множеству $\{0, 1, \dots, N^n - 1\}$. Здесь через $i \odot b$ обозначено выражение $\oplus (i \text{ раз})$.

Алгоритм 1 состоит всего из трех шагов.

1) выбрать число b — взаимно простое с числом N^n ;

2) положить $i = 0$; паспорт₀ = $(0 | \dots | 0 | 0)_N$;

3) пока $i < N^n$ выполнять $i = i + 1$; паспорт _{i} = паспорт _{$i-1$} $\oplus b$.

Через \oplus здесь обозначена операция сложения по модулю N^n .

Основная сложность алгоритма 1 состоит в выборе «правильного» числа b . За счет правильного выбора этого параметра [2] можно добиться выполнения требования 1 и определенного «уровня выполнения» требований 2 и 3. Требования 4 и 5 выполняются для этого алгоритма всегда. Небольшое усложнение алгоритма 1 позволяет добиться выполнения всех приведенных требований.

Обозначим через a число, имеющее в N -ичной системе представления вид $(a_1 | \dots | a_n)_N$, где значение каждого разряда a_i , $i = 1, \dots, n$ — число, взаимно простое с N . Обозначим через $\dot{\oplus}$ операцию поразрядного сложения по модулю N чисел в N -ичной системе представления. Тогда множество чисел

$$A = \{0, a, 2 \dot{\odot} a, \dots, (N - 1) \dot{\odot} a\}, \quad (1)$$

где через $i \dot{\odot} a$ обозначено выражение $a \dot{\oplus} a \dot{\oplus} \dots \dot{\oplus} a$ (i раз), образует циклическую группу относительно операции $\dot{\oplus}$ с нейтральным элементом 0 и порождающим элементом a . Для любого числа $x < N^n$ множество

$$A_x = x \dot{\oplus} A = \{x, x \dot{\oplus} a, x \dot{\oplus} (2 \dot{\odot} a), \dots, x \dot{\oplus} ((N - 1) \dot{\odot} a)\} \quad (2)$$

есть либо A (если $x \in A$), либо смежный класс, порожденный элементом x (если $x \notin A$). Причем два смежных класса A_x и A_y либо не пересекаются, либо совпадают. Основная идея алгоритма 2 состоит в том, чтобы сначала перебрать все элементы группы A , а затем последовательно перебрать элементы всех смежных классов A_x . Порождающие элементы x перебираются с помощью алгоритма 1, дополненного проверкой того, что число x не входит в уже построенную часть последовательности. Если это не так, то генерируется следующее число по алгоритму 1.

Алгоритм 2 состоит из следующих действий:

- 1) выбрать число b — взаимно простое с числом N^n , имеющее все ненулевые разряды в N -ичной записи (*внешний шаг алгоритма*);
- 2) выбрать число $(a - n)$ -разрядное в N -ичной записи, все разряды которого взаимно просты с числом N (*внутренний шаг алгоритма*);
- 3) положить $i = 0$; паспорт₀ = $(0 | \dots | 0 | 0)_N$; $I = i$;
- 4) пока $i - I < N$ выполнять $i = i + 1$; паспорт _{i} = паспорт _{$i-1$} $\oplus a$;
- 5) положить $i = i + 1$; паспорт _{i} = паспорт _{I} $\oplus b$;
- 6) пока $i < N^n$ и паспорт _{i} \in {паспорт₀, ..., паспорт _{$i-1$} } выполнять паспорт _{i} = паспорт _{i} $\oplus b$;
- 7) если $i < N^n$, то положить $I = i$; перейти к действию 4, иначе закончить алгоритм.

Этот алгоритм включает предварительные действия 1 и 2 и два вложенных цикла. Внешний цикл с параметром I — действия 3–7 и внутренний с параметром i (действие 4).

При первом выполнении действия 4 происходит генерация N -элементной подпоследовательности (1), при последующих выполнениях этого действия — генерация N -элементных подпоследовательностей (2) при различных $x =$ паспорт _{I} . Проверка того, что паспорт _{I} не был сгенерирован раньше осуществляется в действиях 6, 7.

1. Журавлев Ю. И., Флёров Ю. А., Вялый М. Н. Дискретный анализ. Основы высшей алгебры. — М.: МЗ Пресс, 2007. — 224 с.
2. Алексеев Н. С. Генератор паспортов вариантов // Научно-технический вестник Поволжья. — 2022. — №2. — С. 7–12.

ФОРМИРОВАНИЕ БАЗЫ ЗНАНИЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ WIKI-ТЕХНОЛОГИИ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМА

Т. Б. Волкова, Г. В. Филиппов

МАИ, Москва, Россия

Развитие крупнейшей систематической базы знаний Wikipedia привело к тому, что Wiki-технология может стать основой грандиозных проектов для накопления, передачи и обновления знаний. Социальные свойства и масштабы деятельности Википедии ясно указывают на то, что веб-технология обладает значительным потенциалом для создания на ее основе базы знаний.

Например: во многих компаниях при найме нового сотрудника/стажера — документация, которая должна помочь ему в понимании рабочего процесса и «мягкого» вхождения в коллектив, обычно либо пропадает в огромном потоке информации, либо просто про нее забывают. Чтобы не было путаницы, все важные и полезные для работы материалы необходимо категоризовать и внести в базу знаний, что с успехом можно осуществить на движке MediaWiki.

Отмечаются следующие достоинства применения Wiki-технологии:

— из-за простоты использования движка MediaWiki любой студент, сотрудник компании или предприятия может написать свою статью и тем самым дополнить базу знаний;

— Wiki позволяет освоить совершенно особую культуру написания нелинейных электронных документов, которая на сегодняшний день развита очень слабо;

— Wiki стимулирует общение и групповую работу, способствует установлению духа сотрудничества, облегчает обмен знаниями и опытом, а не соревнования,

поскольку реализованная на основе данной технологии радикальная модель коллективного гипертекста предоставляет возможность создания и редактирования любой записи каждому из членов сетевого сообщества;

— Wiki создает особое пространство, которое обучает студентов, как работать в группе, как создавать виртуальные сообщества, как действовать в мире, где накопление знаний и информации все больше и больше становится коллективным делом.

Была поставлена задача: сформировать макет сборника кратких тезисов по результатам научно-исследовательской работы студентов групп М8О-303Б-19 и М8О-305Б-19 института «Компьютерные науки и прикладная математика», используя технологию Wiki при проведении лабораторного практикума по спецкурсу.

Процесс формирования базы знаний на основе движка MediaWiki состоит из двух частей: технической и пользовательской.

Техническая часть включает:

1) настройку базы данных: подключение сервера Apache и СУБД MySQL, создание БД и учетной записи администратора, предоставление привилегий в созданной базе;

2) установку движка MediaWiki: скачивание движка необходимой версии, подключение к созданной БД, создание учетной записи администратора сайта, первичная настройка сайта;

3) подготовку рабочей среды для редакторов: установку дополнительных расширений, создание необходимых шаблонов;

4) подготовку разделов, в которых будут храниться материалы: формирование списка разделов; создание соответствующего шаблона статей для каждого раздела.

Пользовательская часть включает:

1) выдачу заданий и технической документации бригаде;

2) ознакомление с документацией по Wiki-разметке;

3) подготовку текстов для внесения в базу знаний;

4) создание страниц статей с помощью функционала сайта;

5) проверку работ старшими бригадирами и опытными редакторами.

В процессе проведения лабораторного практикума разработана технология формирования базы знаний при совместной работе коллектива авторов с помощью Wiki-технологии, которая позволила сформировать макет сборника кратких тезисов по результатам научно-исследовательской работы студентов групп М8О-303Б-19 и М8О-305Б-19 института «Компьютерные науки и прикладная математика», используя технологию Wiki.

1. Официальный сайт MediaWiki с подробной информацией по движку [Электронный ресурс]. — URL: <https://www.mediawiki.org/wiki/MediaWiki>.

2. Козловский С. А., Жуков Д. А., Медейко В. В., Абарников О. И., Кербуш Р. Н. Википедия. Вводный курс. — М., 2020. — С. 44–49.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ В ПОДГОТОВКЕ СПЕЦИАЛИСТОВ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЙ ОТРАСЛИ

А. Ю. Гаврилова, М. Е. Кули–заде

МАИ, Москва, Россия

Системы дистанционного обучения (ДО) уже давно применяют многие вузы, в основном, для решения локальных задач. В настоящее время эти технологии стали использоваться более активно. Ситуация с пандемией серьезно повлияла

на организацию учебного процесса — произошел экстренный перенос обучения в дистанционный формат [1, 2]. Широкое распространение получили средства для коллективной работы: Teams, Zoom, Webinar.ru и другие. Больше возможностей было у тех учебных заведений, которые уже располагали опытом факультета дистанционного обучения. Используя уже разработанные технологии и ресурсы — электронные деканат и зачетную книжку, генераторы учебных программ, — они быстро и качественно перешли в формат ДО.

К неоспоримым достоинствам ДО относятся: доступность, экономичность, актуальность знаний, возможность выбора индивидуального или группового обучения, широкие коммуникации для связи с преподавателями и т. п.

В связи с этим выдвигается идея создания электронной базы знаний (ЭБЗ), включающая в себя механизм контроля учебного процесса, систему оценки знаний.

ЭБЗ (электронный деканат) [3] должна соответствовать учебным планам, утверждаемым деканатами, содержать полный курс лекций, практических занятий. Что касается лабораторных работ, то необходим аналог практикума, который возможно выполнять на ПК.

Однако есть определенные трудности. Дело в том, что существуют отрасли, в том числе ракетно-космическая, где нельзя полностью заменить лабораторный практикум на установках виртуальными работами. Это связано с тем, что специалистов таких отраслей невозможно обучить без их непосредственного участия в проводимых экспериментах. Умение самостоятельно проводить экспериментальные работы — необходимое условие их трудовой профессиональной деятельности. Здесь имеются ввиду те экспериментаторы, чей бесценный опыт приводит к созданию новых механизмов, конструкций, аппаратов и т. п. В таких фундаментальных отраслях народного хозяйства, как ракетно-космическая, часто требуется подтверждение экспериментом теоретических изысканий. Поэтому здесь нужен свой подход, так, необходимо разрабатывать новый формат лабораторных занятий.

Как ранее отмечалось в [4], процесс образования опирается не только на изложение лекционного материала и последующую его обработку (семинары, практические занятия), но и на самостоятельную работу обучающихся с применением творческого процесса решения проектных и исследовательских задач в студенческих группах.

Отсюда вывод: ЭБЗ должна существовать не вместо классического образования, а быть его сильнейшим партнером. Данные проекты должны выходить на региональный и федеральный уровни. А подтверждением верно выбранной позиции будет востребованность наших выпускников.

Основные причины, по которым переход на полное дистанционное обучение в условиях пандемии снизил успеваемость студентов, следующие:

- не все преподаватели были подготовлены к высокой степени информационной коммуникации, у них недостаточно выработаны навыки методик онлайн-преподавания;
- ДО оказалось трудным для первокурсников, они с трудом самоорганизовывались, им не хватало чувства аудитории, в самом начале обучения прямое общение ничем заменить нельзя;
- отсутствие качественного доступа в интернет у студентов;
- снижение уровня посещаемости дистанционных занятий;
- нарушение такого важного образования, как студенческая среда.

Студенты хотят общаться, видеть живого преподавателя, хотят обсуждать материал со своими коллегами. ВУЗ — это не только место передачи опыта и навыков, но и место общения, становления человека, как личности.

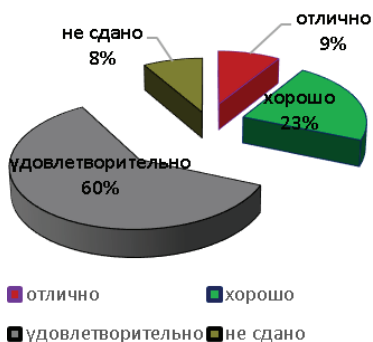
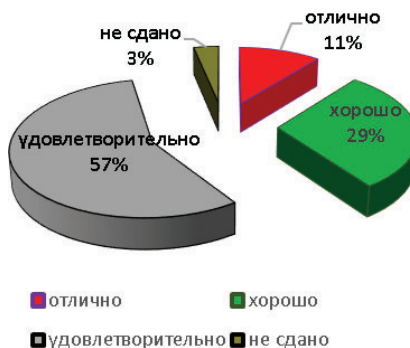
Мониторинг успеваемости
весенний семестр 2020 г.Мониторинг успеваемости
весенний семестр 2021 г.

Рис. 1. Мониторинг успеваемости в 2020–2021 гг.

Мониторинг пропуска занятий

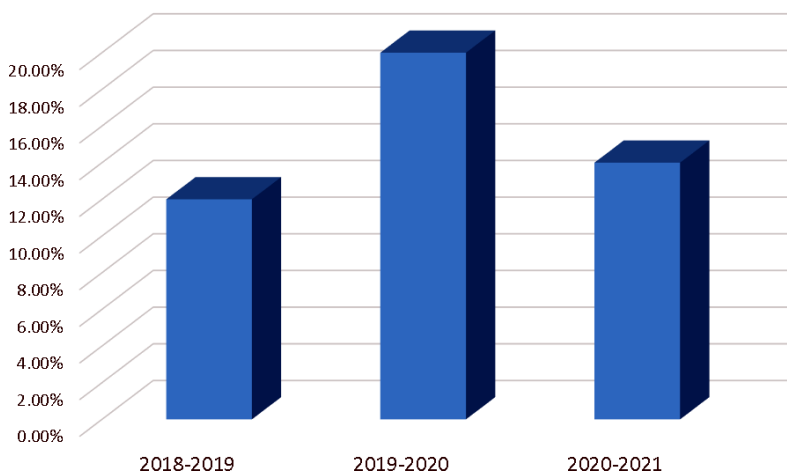


Рис. 2. Мониторинг пропуска занятий студентами, проходящими обучение по 3-семестровому курсу

Конкретные цифры отчислений на фоне ДО называть не будем. Но из зачисленных на первый курс очного обучения студентов были отчислены 8,9%. Обычный «доковидный» средний уровень отчисления — 3–5%.

Вывод: при полной замене классического вузовского образования системой ДО «профессиональное образование» не в состоянии «уверенно гарантировать квалификацию обладателей дипломов».

1. Ретюнская А. К. К вопросу о готовности высших учебных заведений к реализации дистанционного обучения // *Modern Science*. — 2020. — С. 196–202.
2. Смирнова А. С. Организация дистанционного обучения студентов в условиях пандемии // *Вестник ПГУ им. Шолом-Алейхена*. — 2020. — № 4(41).
3. Водолад С. Н., Зайковская М. П., Ковалева Т. В., Савельева Г. В. Дистанционное обучение в вузе // *Электронный научный журнал Курского государственного университета*. — 2010. — № 1(13) [Электронный ресурс].

4. Кули-заде М. Е., Скорород Е. П. О подготовке абитуриентов к поступлению в магистратуру МАИ на факультет прикладной математики и физики // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 721–723.

О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ОДНОГО УЧЕБНО-ТРУДОВОГО НАПРАВЛЕНИЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ

Д. Р. Гончар

ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

При всех, нередко крайне формальных, «одах труду» советского времени в официальной советской педагогике была признана и взята за основу обучения в школе теория, что человек в ходе своего роста сначала якобы исключительно только играет, затем — только учится, а научившись — начинает работать, чем и занимается, пока есть силы и возможности.

Между тем еще в народной педагогике было подмечено, что попытка применить полученные словесно-теоретические описания в жизни связаны не только с занозами (чего так бояться школьные учительницы), но и с искренним удивлением от наблюдения возможных (и нередких) рассогласований теории и наших ожиданий от ее применения с самой жизнью. Удивление, которое при разумном подходе вызывает естественную любознательность и стремление точнее и глубже уяснить полученные теоретические знания и причины рассогласований. Уточнив теорию, человек снова возвращался к ее применению, пока не достигал нужного итога (или не приходил к обоснованному выводу о нерешаемости задачи в данных условиях). Теория-практика, как вдох и выдох, продолжали и вдохновляли друг друга ... [1].

Поэтому народная педагогика в течение многих веков и даже тысячелетий основывалась не столько на слове, сколько на деле, на привлечении детей и молодежи к посильному для нее труду, воодушевлению этим делом в том числе личным примером. Злоупотребления, перекосы в использовании детского труда (часто не от хорошей жизни) порой, конечно, имели место, но подход в целом работал весьма успешно (даже если судить по демографическим показателям общества за соответствующие периоды). А. С. Макаренко напомнил и усовершенствовал эти трудовые подходы уже в XX веке...

Хотелось бы привлечь внимание преподавателей и студентов к такой учебно-трудовой задаче, как посильный вклад в пропаганду достижений, к примеру, ученых, преподавателей и выпускников своего вуза в сети, систематизацию, уточнение и дополнение сведений об изучаемых курсах и областях знаний. Понятно, что со строгим соблюдением режима секретности. Если говорить о системах электронных энциклопедий, предусматривающих и предполагающих распределенное участие широкого круга пользователей в наполнение и уточнение подобных порталов, то одним из лучших (в технологическом смысле) средств для этого является вики-технология и проекты на ее основе, прежде всего Википедия.

Распределенное редактирование и администрирование этого редактирования в Вики помогает решить известное противоречие между весьма ограниченными возможностями ведущих профессиональных порталов учреждений (к примеру, сайт МАИ) и масштабом открытых сведений, которые могли бы быть полезны и ин-

тересны весьма широкому кругу пользователей. В качестве примера отмечу, что на портале МАИ в течение полугода и более не раз «забывали» отметить, что кого-то из преподавателей избрали в академики РАН. Или, к примеру, в Музее МАИ есть целая доска почета с именами героев СССР и РФ — выпускников МАИ. Большая часть из них — отважные летчики-испытатели, проходившие повышение квалификации перед устройством в Летно-испытательный институт. Но естественный интерес к подробностям их жизни и подвигам (конечно, в допустимой по секретности и этическим соображениям мере) читатель ныне куда в более полной мере может удовлетворить, читая универсальную Википедию, чем портал самого МАИ...

Это обстоятельство можно считать и приглашением студентов, выпускников, сотрудников к вкладу в общее дело (с соблюдением известных ограничений).

Перечислим некоторые плюсы и минусы этой деятельности (в том числе для возможного предварительного математического моделирования ее последствий).

К плюсам в моем представлении можно отнести следующее:

— изучение формального языка описания, взаимосвязи и разметки страниц в Википедии;

— для более продвинутых в программировании пользователей — вопросов создания и применения программ-ботов, совершенствования средств автоматизации и ведения самой системы и пр.

— изучение имеющихся ограничений, связанных с авторскими правами на тексты (свои и других авторов), изображения, порядка и обычаев коллективного взаимодействия широкого круга редакторов общего информационного поля, особенности практического применения упомянутых законов, обычаев и договоренностей.

— содержательное знакомство с научными биографиями предшественников в своей предполагаемой профессиональной области, освоение навыков более быстрого и точного поиска необходимых сведений в энциклопедии, а если достаточно важные и нужные подробности среди таковых отсутствуют, то дополнение существующих и создание новых статей в Вики, различного рода связей между ними и т. п.

Считаю, что это внесет вклад в то, что издавна названо становлением, взрослением молодежи в труде, обретение чувства единства и сопричастности к большому общему делу.

Отметим, что в ряде ведущих университетов такая работа ведется уже не первый год. Возьмем, к примеру, страницу преподавателя математики из СПбГУ [2]. Она создана 25 августа 2012 г. Видно, что на сегодня сначала совместными усилиями преподавателя и студента отдельно собираются и намечаются те темы и статьи, которые желательно создать (дополнить, уточнить). На втором этапе из данного списка студентами по желанию и интересу выбирается одна-две задачи (выбрать что-то обязательно надо, но конкретный выбор — с учетом опыта и интересов), а в конце семестра идет отчет за сделанную работу. И этот отчет, понятно, не только перед преподавателем, но и своими товарищами, и всем сообществом пользователей энциклопедии. Достаточно серьезно!

В качестве накладных расходов этой деятельности, конечно, необходимо учитывать дополнительные затраты времени, сил и внимания, которые студенты при выполнении таких задач будут расходовать.

В моем представлении при разумной организации достоинства такой деятельности заметно превосходят накладные расходы и затраты на нее, но этот вопрос, конечно, может быть поводом для более глубокого изучения, в том числе посредством математического моделирования.

Отрадно, что в последние годы на портале МАИ, наконец, появился проект «История МАИ» [3], однако тем для учебно-трудовой деятельности студентов в этом направлении, определенно, хватит еще на многие годы.

1. *Кумарин В. В.* Педагогика стандартности или почему детям плохо в школе [Электронный ресурс]. — URL: <http://makarenko-museum.ru/lib/Science/Kumarin/KUMARIN.htm>.
2. Страница преподавателя матмеха СПбГУ, применяющего Википедию в учебно-трудовых целях [Электронный ресурс]. — URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Участник:АКА_MBG/Todos.
3. Проект «История МАИ» на портале института [Электронный ресурс]. — URL: <https://history.mai.ru>.

ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ СОВРЕМЕННЫХ КУРСОВ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ

О. Л. Демидова

МАИ, Москва, Россия

Задачи оптимизации занимают особое место в прикладной математике. Многие задачи оптимизации сводятся к отысканию наименьшего (или наибольшего) значения некоторой функции, которую принято называть целевой. Постановка задачи и методы исследования существенно зависят от свойств самой целевой функции и от доступной дополнительной информации об области определения целевой функции. Различают задачи условной оптимизации, которые в основном обсуждаются в курсах «Математического программирования» или «Исследование операций», а также задачи безусловной оптимизации, которые вполне могут быть решены в рамках классических теоретических курсов «Теории оптимизации».

Для численного решения задач безусловной оптимизации применяются поисковые методы, использующих предшествующую информацию для построения улучшенного решения задачи (итерационные методы расчета). К настоящему времени разработано достаточно много методов локальной оптимизации для решения задач общего вида. Чаще всего применяются методы, использующие принцип локального спуска (часто градиентного спуска), а именно, когда последовательно на каждом шаге выполняется отбор точек с существенно меньшими или большими значениями целевой функции. Данные методы отличаются один от другого способом определения направления движения к оптимуму, размером шага и продолжительностью поиска вдоль найденного направления, а также критериями окончания поиска.

В зависимости от количества управляемых параметров целевой функции различают методы одномерного и многомерного поиска. Одномерный поиск может рассматриваться как самостоятельная задача, если аргументом целевой функции является один параметр, или применяться в качестве части процедуры многомерной оптимизации в тех случаях, когда необходимо найти оптимальный шаг в выбранном направлении.

Многомерные задачи безусловной оптимизации сложнее одномерных, причем трудности при их решении возрастают при увеличении размерности целевой функции. Для выпуклых или вогнутых непрерывно дифференцируемых функций разработаны ставшие уже классическими методы вычислений, основанные на выборе в качестве направления спуска вектор градиента или антиградиента. Такие методы называются, называются градиентными. Градиент, как правило, меняется при переходе из точки в точку, следовательно, меняется и направление наискорейшего

убывания функции. Антиградиентное направление может не являться наилучшим из возможных направлений спуска, поскольку всегда существует направление из текущей точки непосредственно в точку минимума, но мы его не знаем. Градиентные методы, относящиеся к методам первого порядка точности, отличаются один от другого способом определения направления движения к оптимуму, размером шага и продолжительностью поиска вдоль найденного направления, а также критериями окончания поиска. Так часто для исследования многомерных функций применяют:

- метод покоординатного спуска — это метод нахождения локального минимума (максимума) функции с помощью вычисления локальных экстремумов на отдельных направлениях спуска;

- метод градиентного спуска — это метод нахождения локального минимума (максимума) функции с помощью движения вдоль градиента с переменным шагом, который задается пользователем;

- метод наискорейшего спуска — это метод нахождения локального минимума (максимума) функции при движении вдоль градиента с оптимальным шагом;

- метод сопряженных градиентов — это метод нахождения локального минимума (максимума) функции при движении вдоль градиента с оптимальным шагом и корректировкой направления спуска.

Методы, приспособленные к одному типу функции и определенному виду рельефа, может оказаться не удачным для решения другой задачи оптимизации.

В современных задачах оптимизации, когда требуется исследовать поведение объекта не только как единого целого, важно получать информацию о изменении характеристик объекта в зависимости от взаимодействия его нескольких параметров. Таким образом, актуальными становятся решения задач условной оптимизации, сформулированные не только как задачи нелинейного программирования в экономической сфере или в области проектирования технологических карт, но и как самостоятельные задачи непосредственно в сложных инженерных задачах.

Для такой общей постановки задачи нелинейного программирования не существует универсальных методов ее решения. Однако для отдельных классов задач нелинейного программирования (выпуклое или квадратичное программирование) с дополнительными условиями для ограничивающих функций в виде замкнутых областей разработаны эффективные методы решения, которые относятся к классу градиентных методов в сочетании со методами подбора штрафных или барьерных функций.

В связи с очевидной актуальностью темы поиска экстремума в целом, считаю, что необходимо дополнить стандартный курс «Численные методы» для студентов инженерных направлений главами, посвященными обсуждению способов решения задач условной и безусловной оптимизации. В практике проведения занятий осенью 2021 г. со студентами института «Авиационная техника» были разработаны и внедрены варианты задач условной и безусловной оптимизации, подготовлены серии вариантов задач для одномерных и многомерных функций. В качестве основной вычислительной платформы можно предлагать любой доступный язык программирования, например Python или C++. Заметим, что достаточно простые приемы программирования в этих классах задач и небольшой объем исходных данных способствуют изучению и построению алгоритмов, и качественной отладке программных модулей. Предлагается, что такой блок для индивидуальной работы студентов можно включить не только в практические и лабораторные работы, задачи такого уровня вполне могут быть основой курсовых проектов при расчете конкретных устройств или процессов, а также стать элементами вычислительной практики.

ПУТЬ К НАУЧНОМУ УСПЕХУ ЧЕРЕЗ ИССЛЕДОВАНИЯ

Я. А. Ерисов, А. С. Клентак, Л. С. Клентак

Самарский университет, Самара, Россия

В настоящее трудное для РФ время санкционной политики со стороны мировых держав как никогда важна задача создания и модернизации передовых и высокотехнологичных производств, развитие наукоемких технологий в России. «Импортозамещение как приоритетное направление развития страны, станет возможным, если уровень подготовки инженерных кадров в стране будет неуклонно расти» [1].

В Самарской области созданы все условия для интеграции индустрии, науки и высшего образования. Создан и успешно функционирует НОЦ мирового уровня «Инженерия будущего», активным участником которого является научная школа металлофизики и механики процессов деформирования, созданная на кафедре обработки металлов давлением (ОМД) Самарского университета имени академика С. П. Королева. Как отмечает заведующий кафедрой академик РАН Ф. В. Гречников: «Пора перестать непрерывно учить студентов, а нужно позволить им широко и самостоятельно мыслить, признать, что человек обучается, прежде всего, на основе своего опыта» [2].

Как известно, в последнее время обучение студентов в большинстве вузов страны ведется в тренде «Обучение через исследование», в том числе и на кафедре ОМД. В Самарском университете было проведено анкетирование профессорско-преподавательского состава (ППС) [3], которое подтвердило, что творческие виды самостоятельной работы студентов (СРС), такие как выполнение исследовательского задания, опубликование статьи, выступление на научной конференции, формирование портфолио, занимают в настоящее время первые места в рейтинге важности использования различных видов СРС в процессе обучения. Что же касается проверки успешности работы самого ППС, то индекс цитируемости научных работников позволяет сравнивать и оценивать их труд.

В соответствии с этой концепцией проводятся научные семинары, круглые столы, точки кипения и научные конференции. Именно они позволяют завершить и защитить проведенное исследование. Весьма полезно, когда такие мероприятия проводятся кафедрой. Это позволяет повысить образовательный потенциал не только в студенческой среде, но и самого ППС. Выполнение любого проекта приводит к тому, что общение студентов с преподавателями становится более частым и плодотворным. Чаще всего оно организуется через электронную почту [4].

В качестве примера использования научных исследований для развития образовательного потенциала в аэрокосмической отрасли рассмотрим кафедру ОМД Самарского университета, организованную в 1959 г. в Куйбышевском авиационном институте (КуАИ) на металлургическом факультете.

В эти годы на Волге развивался аэрокосмический комплекс страны, завершалось строительство Куйбышевской ГЭС, что дало техническую возможность строительства крупнейшего в Европе металлургического завода по производству полуфабрикатов и изделий из алюминиевых сплавов. Ввод в эксплуатацию Куйбышевского металлургического завода потребовал подготовки высококвалифицированных специалистов в области обработки металлов давлением, обслуживания уникального оборудования, разработки перспективных технологических процессов, а также проведения научных исследований и испытаний новых сплавов.

Вновь образованную кафедру ОМД возглавил к.т.н. доцент А. В. Юшков из ФТИ АН БССР — ученик академика С. И. Губкина. Коллектив кафедры ОМД первоначально насчитывал 8 человек, двое из которых имели ученую степень к.т.н.

Одновременно при кафедре ОМД была создана научно-исследовательская группа (НИГ ОМД).

Коллектив кафедры активно включился в научно-исследовательскую работу, широко привлекая в исследованиях заинтересованных студентов. В короткие сроки молодые ученые защитили свои кандидатские диссертации. Постепенно созданные на кафедре ОМД научные направления добились признания в России, а молодые ученые стали лауреатами Премии Ленинского комсомола.

Особенно значимыми для развития кафедры стали защиты докторских диссертаций заведующим кафедрой ОМД доцентом Ю. М. Арышенским (1982 г.) и доцентами Ф. В. Гречниковым (1993 г.) и И. П. Поповым (1994 г.) в МГТУ им. Н. Э. Баумана; доцентами Ю. С. Старостиным (1989 г.) и В. Р. Каргиным (1992 г.) в МАТИ им. К. Э. Циолковского. Ряд ученых кафедры стал лауреатами Премий Совмина СССР и Минвуза СССР.

Новый этап в развитии и наращивании учебного и научного потенциала кафедры начался в 90-х годах XX столетия. С 1993 г. кафедру возглавил проректор университета по учебной работе, заслуженный деятель науки РФ, лауреат премии Ленинского комсомола, д.т.н., профессор Ф. В. Гречников. Ему удалось открыть в 1995 г. в КуАИ–СГАУ диссертационный совет по защите докторских и кандидатских диссертаций. Многие исследователи кафедры ОМД получили возможность завершить свои проводимые исследования защитой кандидатской и докторских диссертаций в родном вузе. В эти же годы устанавливается связь кафедры с Российской академией наук, с ведущими образовательными и академическими центрами страны, с промышленными предприятиями. В 1998 г. на базе кафедры ОМД открыт Волжский филиал Института металлургии и материаловедения РАН (ВФ ИМЕТ РАН). Рос коллектив и научный потенциал кафедры ОМД. Проводимые кафедрой научные исследования требовали своего «выхода». Невозможно было отправлять в научные командировки всех сотрудников и студентов, проводивших исследования и было принято решение о проведении I МНТК «Металлдеформ-99» на базе кафедры. В дальнейшем эта конференция стала традиционной: «Металлдеформ-2004», «Металлдеформ-2009», «Металлдеформ-2015». На результаты опубликованных исследований обратили большое внимание не только ученые России, но и других стран, которые тоже стремились обменяться опытом. Пятая МНТК «Металлдеформ-2017» состоялась как 1-й Международный конгресс «Процессы пластического деформирования авиакосмических материалов. Наука, технология, производство», на котором обсуждались научные результаты ученых России и зарубежных стран ближнего и дальнего зарубежья. Разработки кафедры были отмечены премиями Губернатора Самарской области, губернскими премиями, а также Государственной премией РФ.

1. Клентак Л. С., Хардин М. В., Клентак А. С. О проблеме формирования контингента бакалавриата направлений «Машиностроение», «Металлургия» и «Наноинженерия» Самарского университета // Известия Самарского научного центра РАН. Социальные, гуманитарные, медико-биологические науки. — 2018. — Т. 20, №6. — С. 42–49.
2. Гречников Ф. В., Клентак Л. С. Самостоятельная работа обучающихся как фактор устойчивой потребности усвоения знаний // Математика и математическое образование: сб. тр. VII-й Межд. науч. конф. «Математика. Образование. Культура». — Тольятти: Изд-во ТГУ, 2015. — С. 18–21.
3. Гречников Ф. В., Клентак Л. С. Самоорганизация самостоятельной работы студентов. Пути совершенствования: монография. — Самара: Изд-во СНЦ РАН, 2018. — 164 с.
4. Клентак А. С., Клентак Л. С. Электронная почта как образовательный и воспитательный ресурс дистанционного обучения // Известия Самарского научного центра РАН. Социальные, гуманитарные, медико-биологические науки. — 2022. — Т. 24, №82. — С. 36–44.

ПОДГОТОВКА СПЕЦИАЛИСТОВ АВИАЦИОННО-КОСМИЧЕСКОЙ ОТРАСЛИ ДЛЯ РАБОТЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СУПЕРКОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

В. В. Киндинова, О. Е. Кринецкий, Е. В. Кузнецова

МАИ, Москва, Россия

В настоящее время вычислительные возможности современных ЭВМ стремительно развиваются. В мае 2005 г. в правительстве США был рассмотрен аналитический доклад Консультативного комитета по информационным технологиям при Президенте США под названием: «Computational Science: обеспечение конкурентоспособности Америки» [1]. В докладе были проанализированы потенциальные возможности развития науки, промышленности и экономики, их связь с достижениями в области Computational Science. Аналитики определили Computational Science как одно из наиболее важных направлений, обеспечивающее инновационное развитие общества в XXI веке. В докладе были выделены базовые компоненты Computational Science, включающие:

- модели, вычислительные алгоритмы и моделирующие программы, для решения научных, технических и гуманитарных проблем;
- оптимизацию и развитие аппаратных, программных и сетевых средств обработки данных, обеспечивающих решение указанных вычислительных задач;
- компьютерную инфраструктуру для поддержки научных исследований и решения технических задач.

В докладе были определены меры, направленные на поддержание национальной безопасности США, включающие:

- выработку перспективных направлений и поддержание высокого уровня исследований в области вычислительных наук;
- создание инфраструктуры для поисковых исследований;
- создание национального репозитория данных и программных продуктов;
- создание и поддержку национальных высокопроизводительных вычислительных центров.

Новая американская стратегическая компьютерная инициатива повлекла за собой новый этап конкурентной борьбы в области науки, образования и информационных технологий, определила направление развития всех без исключения стран.

Под влиянием указанных мировых процессов в России в 2009 г. была принята Программа «Развитие суперкомпьютеров и грид-технологий» [2] в соответствии с решением Комиссии при президенте РФ по модернизации и технологическому развитию экономики. Цель ее — создание в России индустрии суперкомпьютерных вычислений, включая базовый ряд суперкомпьютеров различной производительности, высокоскоростные каналы связи, подготовку профильных специалистов. Реализация данной программы поручена госкорпорации «Росатом». В соответствии с этой программой в крупнейшие российские государственные университеты, включая Московский (МГУ), Новосибирский, Томский, Нижегородский, Южно-Уральский, Дальневосточный, Петербургский политехнический университеты, были установлены суперкомпьютеры для обеспечения научных исследований. В ноябре 2021 г. Россия попала в первую двадцатку в мировом рейтинге Top500, представив семь мощных суперкомпьютеров, один из которых установлен в МГУ [3]. В настоящее время прослеживается тенденция концентрации высокопроизводительных вычислительных ресурсов в центрах коллективного пользования и развитие инфраструктуры удаленного доступа с использованием средств телекоммуникаций. Московский суперкомпьютерный центр РАН (МСЦ РАН), суперкомпьютерный центр и

грид-система в Сарове являются примерами таких высокопроизводительных вычислительных центров с удаленным доступом.

Авиационно-космическая отрасль в свете научных и оборонных задач, стоящих перед ней на современном этапе, является одним из основных потребителей высокопроизводительных вычислительных мощностей. Несколько компактных суперкомпьютеров, созданных в рамках Программы «Развитие суперкомпьютеров и грид-технологий», эксплуатируются в конструкторском бюро авиакомпании «Сухой». На этих компьютерах инженеры компании «Сухой» рассчитывают значительную часть среднemasштабных задач, возникающих при создании новых образцов военной и гражданской авиатехники. С их помощью исследуются процессы, связанные с аэродинамикой, газодинамикой, тепломассопереносом, прочностью, безопасностью эксплуатации авиатехники. Крупномасштабные расчетные задачи (аэроупругость конструкции, флаттер, аэроакустика, связанный и сопряженный тепломассообмен, оптимизационные задачи), требующие более подробных компьютерных моделей и больших вычислительных ресурсов, решаются в режиме удаленного доступа на мощной суперэвм, установленной в Российском федеральном ядерном центре в Сарове [2]. Бурный рост вычислительных мощностей, необходимость расчета сложных моделей ставят новые задачи перед Московским авиационным институтом (национальным исследовательским университетом), осуществляющим подготовку инженерных кадров аэрокосмической отрасли.

Несмотря на существование зарубежных и отечественных коммерческих программных систем, имеющих большие возможности для расчета задач, связанных с разработкой и эксплуатацией авиационных изделий, системное и программное обеспечение, поддерживающее процесс обучения численным методом и связанным с ними расчетам на компьютере (система Open FOAM), представляется полезным дополнением программ инженерной подготовки разделом, предусматривающим изучение высокопроизводительной техники и параллельных алгоритмов.

В работе анализируются проблемы, возникающие при переносе сложных математических моделей на супер-ЭВМ; рассматриваются проблемы построения параллельных вычислительных процессов, обеспечивающих достижение максимальной производительности; рассматривается так называемый инженерный подход [4], позволяющий изучать вопросы построения параллельных алгоритмов независимо от вопросов программирования, а также анализировать эффективность параллельной структуры алгоритма.

Рассматриваемый подход успешно реализуется в учебном процессе «Самарского государственного аэрокосмического университета имени С.П. Королева» как самостоятельная дисциплина по параллельным вычислениям. Представляется полезным применить этот опыт на инженерных факультетах Московского авиационного института. Обучение студентов суперкомпьютерным технологиям — эффективный способ вовлечения будущих инженеров в реальную практику научных исследований.

1. Computational Science: Ensuring America's Competitiveness. (President's Information Technology Advisory Committee. May 27, 2005).
2. Суперкомпьютеры для самолетов. Общероссийская еженедельная газета ВПК, 19.12.2012 [Электронный ресурс]. — URL: https://vpk.name/news/81078_superkompyutery_dlya_samoletov.html.
3. Рейтинг_суперкомпьютеров_России_и_СНГ_Топ50, 04.01.2020 [Электронный ресурс]. — URL: <https://www.tadviser.ru/index.php>.
4. Гергель В. П., Фурсов В. А. Лекции по параллельным вычислениям: Учеб. пособ. — Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2009.

ПУТЬ НА ДИСТАНЦИОНКУ И ДОРОГА ОБРАТНО

В. Н. Лукин

МАИ, Москва, Россия

1. Колебательный процесс. Переход вузов на дистанционную форму обучения в начале марта 2020 г. был полной неожиданностью. Но учебный процесс продолжался, а осенью большинство вузов вернулось к привычному очному обучению. Однако пребывание в этом формате было непродолжительным, и вузы снова перешли на дистанционную форму, которая завершилась в конце февраля текущего года. Что чувствовали преподаватели и студенты при повторном переходе на удаленное обучение и при выходе в очный формат? Как оценивали студенты различные аспекты дистанционной формы после ее окончания?

Дистанционная форма была и раньше, но она использовалась как вспомогательная [1, 2], но не основной для студентов и преподавателей без опыта заочного обучения. Приходилось работать и днем, и ночью, чтобы сохранить нужное качество. Наконец удалось все преодолеть, процесс становился стабильным, несмотря на переходы к очной форме и обратно. А в нынешнем марте режим, похоже, поменялся надолго. Казалось бы, мы вернулись к традиционной, годами отработанной, форме преподавания. Но многие отмечают трудности нового переходного периода.

2. Преподаватели. В начале первого входа на дистанционный режим было непонятно, как провести работу, требующую взаимодействия со студентом, например, решить задачу у доски. Для некоторых опытных преподавателей «порог вхождения» оказался высоковат, но собраться удалось быстро, хотя многие считали, что эта форма вообще не годится [3].

1. Не хватало материала для удаленного проведения лекций.
2. Невозможно провести лабораторные работы, особенно на младших курсах.
3. Трудно провести практическое занятие для формирования навыков у студента.
4. Нет полноценного контроля посещений.
5. Возникают многочисленные проблемы с проведением экзаменов.
6. Ни у преподавателей, ни у студентов дома нет согласованного оборудования.
7. Нет опыта и методики преподавания в таком формате.

Программная среда для удаленной формы обучения зачастую была ориентирована на группы обучающихся, настроенных на повышение квалификации [1], или на отдельные аспекты образовательного процесса, например, командные лабораторные работы.

Но даже в первый период «удаленки» многие из этих проблем удалось решить.

1. Не считаясь со временем, готовили презентации к лекциям и конспекты под них.
2. Адаптировали задачи под удаленное представление, готовили методички, формировали «удаленные» команды студентов, работали дистанционно.
3. Проводили разбор задач, заданные на дом.
4. Посещение: где только не находились участники при включенном телефоне!
5. К экзамену пересматривались критерии подготовки студента [3].
6. С техникой выкручивались, кто как мог.
7. За короткое время был накоплен приличный опыт удаленной работы и получены навыки, которые вселили уверенность, что нас не сломаешь.

Первый выход с дистанционного режима оказался не таким радужным: мы отвыкли от аудиторий, от студентов, друг от друга. Самое печальное, мы столкнулись с необученностью студентов, которые необратимо потеряли время. Кроме того, недостаточный уровень обратной связи не позволил своевременно скорректировать

ошибки процесса обучения (качество и темп подачи материала из-за непривычного формата).

- Что беспокоило больше всего, помимо психологических аспектов?
- Куда девать презентации, если в аудитории плохой проектор или его вовсе нет?
- Что делать с пакетом задач, адаптированных под дистанционный вариант, которые в режиме непосредственного общения со студентами оказываются слабыми?
- Как проводить семинары? К сожалению, навык теряется даже у преподавателя, а у студента, особенно 1–2 курса, его и вовсе нет.
- Студентам экзамен сдавать труднее, да и преподавателям не так просто.
- Контроль посещаемости есть, а посещаемости нет.

За первым входом в дистанционный режим последовал второй, но он уже был проще. Здесь помогли прошлые наработки:

— преподаватели разработали не формальные, а полезные системы учета работы студентов;

- разработан и приведен в соответствие с программами наглядный материал;
- формализована система оценивания работ [4], выполняемых в течение семестра.

Даже с посещениями при повторном выходе ситуация оказалась лучше. Если сравнить журнал посещений за аналогичные периоды текущего и прошлого годов [3], можно увидеть, что скачок прогулов стал менее заметным: в прошлом году он был в 4,3 раза выше по сравнению с дистанционной формой, а в этом 3 раза.

И о дипломных работах. Можно заметить, что состояние дипломных работ ухудшилось. Темы были нормальными, даже интересными, но качество материала стало ниже, доклады стали слабее, чем обычно. Трудная ситуация при защите дипломов — неумение авторов выразить свою мысль. Основные причины, видимо, в том, что в нормальном периоде были встречи, обсуждения, демонстрации текста, презентаций, выступления, а в удаленном приходилось вести дистанционные беседы, которые не всегда получались удачными, были задержки этапов работы.

Остаются естественные вопросы, относящиеся к возможным переходам:

- как изменится уровень студентов и как его повысить?
- каким образом восстановить уровень нынешних студентов?
- как меняется степень взаимопонимания студентов и преподавателей?

3. Студенты. Теперь попробуем стать на точку зрения студентов. В рамках преддипломного исследования Л. Н. Федотовой был проведен опрос студентов разных курсов и разных вузов. Конечно, оценки такого рода субъективны, но они позволяют узнать непосредственную реакцию студентов. Кратко результат выглядит следующим образом.

Адаптацию к дистанционному формату обучения считает успешной 70% опрошенных, а удобство такого обучения отмечают 85%.

Положительно к дистанционному обучению относится 56% студентов, отрицательно — 44%. Однако у большей части (54%) снизилась мотивация к обучению.

Интересно выяснить, *насколько успешно усваивался учебный материал*. Здесь показатели такие: 73% участников утверждают, что усваивают материал отлично или хорошо. Выполнение практических заданий считает успешным 60% респондентов.

На вопрос: «Считаете ли вы, что качество обучения во время дистанционного обучения повысилось?» — получены неутешительные ответы: только 24% опрошенных считают, что обучение качественно улучшилось.

Из положительных сторон отмечается возможность *не тратить время на дорогу* (82%), возможность *повторного просмотра учебного материала* (68%).

Положительные ответы в большинстве случаев получены и на вопрос, легче ли стало *совмещать учебу и личную деятельность* (62%), а также о возможности *индивидуального темпа* обучения (53%).

Из минусов дистанционного обучения студенты отмечают технические перебои в процессе воспроизведения материала (48%) и нехватку общения (50%).

И на главный вопрос: «Хотели бы Вы перейти на полный online-формат?» — ровно половина респондентов ответила положительно. Это совсем не много с учетом того, что удобство удаленного обучения отметило 85% респондентов.

1. Лукин В. Н., Сидоров С. И., Фомин С. С., Чернышов Л. Н. Проектирование программных систем: дистанционное обучение // Информатизация образования и науки. — 2012. — №4. — С. 24–37.
2. Лукин В. Н., Чернышов Л. Н. Практический подход к дистанционному обучению. // Материалы X Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2014), 25–31 мая 2014 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2014. — С. 589–591.
3. Лукин В. Н. Дистанционное обучение: проблемы и решения // Моделирование и анализ данных. — 2021. — Т. 11, №2. — С. 74–88.
4. Лукин В. Н. Дифференцированная оценка знаний студентов // Материалы XIII Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАГ'2020), 6–13 сентября 2020 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2020. — С. 742–744.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПЕЧАТНОГО УЗЛА НА ОСНОВЕ ИСХОДНОЙ ПРИНЦИПИАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СХЕМЫ В РАМКАХ СОЗДАНИЯ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА ЛАБОРАТОРНЫХ И ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

***А. С. Несмелова¹, К. С. Несмелова², А. В. Борисенко²,
В. Д. Кондратьев², Д. А. Герасименко²***

¹РКК «Энергия», Королев, Московская обл., Россия;

²МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

В современном мире при работе над различными проектами по созданию сложных электроприборов и комплексов активно используются системы автоматизированного проектирования (САПР). Именно поэтому изучение данной темы и проведение подобных лабораторных работ является необходимостью при подготовке специалистов технических специальностей.

В данной работе рассматривается практическая работа по изучению Altium Designer. Выбранное направление крайне важно для обучения специалистов систем автоматического управления [1]. Лабораторная работа посвящена проектированию печатного узла на основе исходной принципиальной электрической схемы [2]. В рамках обучения студентов технических специальностей важно ознакомить обучающегося с программными комплексами САПР для разработки печатных узлов, поскольку данные знания могут быть применены не только при выполнении курсовых проектов и дипломных работ, но и для работы по специальности.

В качестве среды рассматривались программные комплексы САПР Altium Designer и P-CAD. После проведения анализа выбор пал на Altium Designer (рис. 1) по нескольким причинам:

— возможность создания проекта, в который будут входить взаимосвязанные файлы с принципиальной схемой и файл с проектируемым печатным узлом;

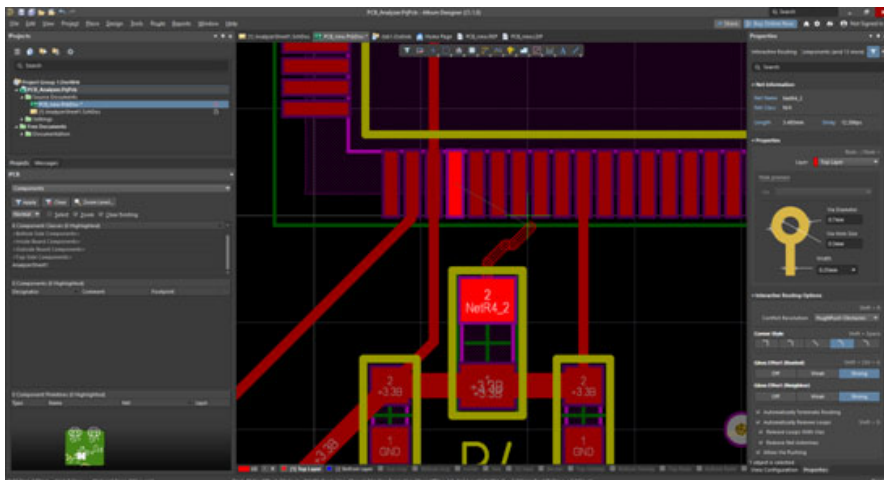


Рис. 1. Интерфейс программы Altium Designer

- наличие библиотек компонентов и их упрощенное, по сравнению с P-CAD, создание с последующим интегрированием в базу библиотек;
- возможность упрощенного, в отличие от P-CAD, создания посадочных мест и 3D-моделей, а также разводки платы;
- возможность создания 3D-модели печатного узла и ее просмотра в самой программе, а также возможность экспорта модели в различных форматах, отсутствующая с P-CAD.

В качестве исходных данных студентам предоставляется принципиальная электрическая схема [3], на основе которой разрабатывается печатный узел устройства в среде проектирования радиоэлектронных средств с использованием имеющихся библиотек компонентов.

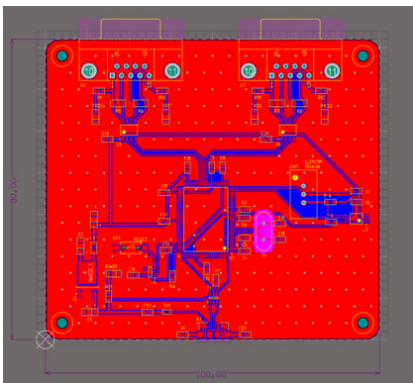


Рис. 2. Верхний слой печатной платы

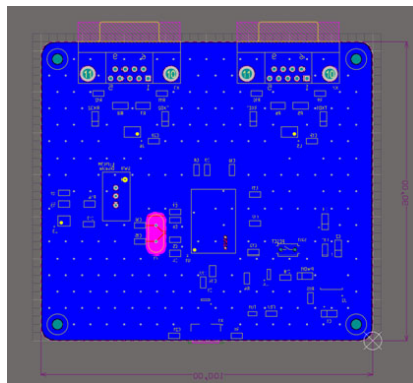


Рис. 3. Нижний слой печатной платы

Разработанная плата имеет два слоя (рисунки 2 и 3). Нижний — практически полностью представляет из себя полигон с заземлением, на нем имеется только одна дорожка питания 3,3 В; на верхнем, помимо полигона заземления, расположены дорожки питания и данных. Посадочные места реализованы с учетом габаритных размеров комплектующих [4]. Также плата имеет множество переходных отверстий

(массив переходных отверстий с шагом 5 мм и отдельно взятые отверстия) для сокращения цепи GND и два переходных отверстия для цепи 3,3 В [5].

Плата имеет размеры 90 × 100 мм. Также она имеет четыре крепежных отверстия по углам для винтов М3.

Благодаря функционалу Altium Designer, существует возможность создания 3D-модели печатного узла. 3D-модель печатного узла представлена на рис. 4.

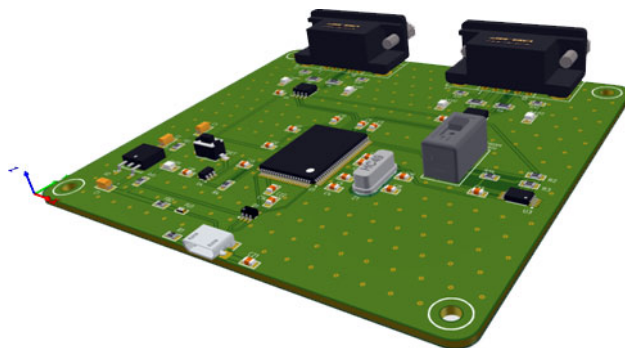


Рис. 4. 3D-модель печатного узла

Создание и внедрение в учебный процесс данного курса лабораторных и практических работ позволит студентам более глубоко изучить принципы разработки печатных узлов, подходы к их созданию, а также позволит значительно лучше ориентироваться в различных программных комплексах САПР.

1. Микрин Е. А. Бортовые комплексы управления космических аппаратов. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. — 245 с.
2. Жеребцов И. П. Основы электроники. — 5-е изд. — Л.: Энергоатомиздат. Ленинградское отделение, 1990. — 352 с.
3. ГОСТ 26765.52-87 Интерфейс магистральный последовательный системы электронных модулей. Общие требования.
4. Техническая документация на подобранные комплектующие.
5. Несмелова А. С., Несмелова К. С., Борисенко А. В., Кондратьев В. Д., Герасименко Д. А. Разработка функциональной схемы и подбор комплектующих анализатора интерфейса RS-422 для стендов наземного комплекса отработки программного обеспечения бортового комплекса управления космическими аппаратами // Инновации. Наука. Образование. — 2021. — № 47 (декабрь). — С. 1989–2000.

АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОВЕДЕНИЯ И ПРОВЕРКИ СТУДЕНЧЕСКИХ РАБОТ

Л. Н. Чернышов^{1,2}

¹МАИ, Москва, Россия;

²Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Москва, Россия

При большой нагрузке преподавателей вузов актуально применение любых средств автоматизации учебного процесса. Это особенно важно, когда по какой-либо одной дисциплине преподаватель проводит занятия с большим количеством студентов.

Оценки за курсовые работы всегда оценивались преподавателем по четырех-балльной системе безо всякого отзыва, что по мнению некоторых методистов не

совсем объективно. В некоторых вузах вводятся отзывы на курсовые работы, которые имеют унифицированный вид и состоят из нескольких пунктов, оцениваемых в баллах. При этом состав критериев оценивания может отличаться для разных дисциплин. Для подготовки таких отзывов разработано web-приложение, упрощающее работу преподавателей.

Администратор web-приложения заранее подготавливает информация о преподавателях, студентах и темах их работ. Эта информация вводится вручную или экспортируется из других приложений [1, 2], в которых студенты выбирают темы и руководителя. Преподаватель при запуске приложения видит список своих студентов с проставленными баллами. По кнопке «Баллы» у выбранной курсовой работы открывается форма для заполнения/корректировки баллов и текстовых полей отзыва, по кнопке «Отзыв» автоматически формируется отзыв, который может быть сохранен или распечатан (рис. 1).

Назад	ОЦЕНКИ ЗА КР	Гребнев Артём Павлович гр. ПИ20-3	текст	19.05.2022	Макс 0	Сравнить		
Тема: <u>Мобильные приложения для обмена геолокационными данными</u>						Расчет	Итого	Сохранить
Наименование критерия	Показатель критерия		Макс	Факт				
Выбор темы, соблюдение сроков	Курсовая работа должна состоять из введения,...		18	18				
Полнота раскрытия темы	Рассмотрены все аспекты данной темы		14	14				
Вопросы, которые необходимо подготовить к защите	1) каковы функциональные требования к приложению							
Дополнительные вопросы, заданные при защите	1) демонстрация приложения							
Оценка с учетом защиты						80		

Рис. 1. Форма выставления оценок

Помимо баллов в отзыве присутствуют текстовые поля, требующие заполнения, например, «Вопросы к защите», «Замечания» и т. п. Для заполнения этих полей можно воспользоваться predetermined текстами или текстами из других отзывов (кнопка «Сравнить»). Отзывы загружаются на портал вуза, где их могут просмотреть студенты. При использовании Google-диска они помещаются также в папки студентов.

В шаблоне отзыва на курсовую работу замечания относятся к тексту работы, так как изначально шаблон предназначался для курсовых работ по всем дисциплинам, которые выполняются в вузе. Для курсовых по дисциплинам программирования замечания должны касаться и качества программного кода. Детальное оценивание программного кода было реализовано в приложении, описанное в работе [3], которое в дальнейшем предполагается интегрировать с описываемым приложением.

При такой организации оценивания работ преподаватели экономят время, а методисты могут анализировать результаты по всем курсовым работам и при необходимости корректировать системы оценивания.

Работы, связанные с решением задач на программирование, не требуют подобных отзывов. Но требуется большое количество разнообразных заданий, чтобы минимизировать списывания, и одновременно упростить проверку. Для составления таких заданий можно использовать системы генерации (например, [4]). Наиболее простой способ проверки правильности работы программы возможен тогда, когда результат программы представлен одним значением (числом или строкой). Для получения результата преподавателю необязательно составлять и запускать саму

программу. Достаточно подготовить подходящие исходные данные с определенными свойствами, по которым можно определить результат работы.

Процесс проведения контрольной или домашней работы с такими задачами проводится с помощью Google-приложения. Каждый студент имеет свою Google-папку, в которую будет размещено условие задания и исходные данные и файл, куда он должен записать ответ. Преподаватель открывает приложение с таблицей, представленной на рис. 2.

ПИ19-3	Задачи-А	Ответы	Число	Контроль	Оценка	Время	Замечания [15-5;20-4;30-3]	Группы	Задачи
Сидоров	36	ответ-36	123	123	5	10:05		ПИ19-2	Задачи-А 35-51
Петров	35	ответ-35	36	35	2	10:20	почти правильно	ПИ19-1	Задачи-В 53-65
Иванов	37	ответ-37		77	0	10:00		ПИ19-3	

Рис. 2. Главная таблица преподавателя

Управление приложением производится через меню этой таблицы, пункты которого определяют и порядок действий: «Выбрать группу», «Выбрать задачи», «Раздать задачи», «Получить ответы», «Отправить замечания», «Выставить оценки», «Удалить файлы у студентов», «Сгенерировать задачи». В первой строке файла ответа студент размещает результат выполнения программы, далее следует программа. При получении ответов фиксируется затраченное время, которое может влиять на оценку. Оценка определяется автоматически в результате сравнения полученного числа с контрольным. Правила вывода оценки определяются администратором.

Подготовка заданий для этого приложения отличается тем, что условие задания должно согласовываться с исходными данными. Объем входных данных для программ должен быть достаточно большим, чтобы было невозможно было определить результат ручным способом. В общем случае это непростая задача, но для заданий, которые выдаются на младших курсах, это вполне решаемая. При этом желательно так формулировать условия, чтобы можно было получать несколько вариантов. Для некоторых классов заданий уже написаны простые скрипты, которые генерируют как варианты, так и данные. Апробация приложения показала хорошие результаты.

1. Чернышов Л. Н. Облачные технологии Google в учебном процессе // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — С. 578–580.
2. Лукин В. Н., Чернышов Л. Н. Практика использования web-ресурсов при проведении занятий по программированию // Сб. науч. трудов XXI Российской научной конференции «Инжиниринг предприятий и управление знаниями (ИПУЗ-2018)», 26–28 апреля 2018 г., Москва, ФГБОУ ВО «РЭУ им. Г. В. Плеханова». — С. 201–207.
3. Лукин В. Н., Чернышов Л. Н. Оценка знаний студентов по дисциплинам программирования // Материалы XII Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (NPNJ'2018), 24–31 мая 2018 г., Алушта. — С. 731–734.
4. Зацепин Н. А., Чернышов Л. Н. Методы и средства продукционной генерации тестов по компьютерным дисциплинам // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. — 2020. — Т. 2020, № 1. — С. 73–83.

ЧЛЕН-КОРРЕСПОНДЕНТ РАН У.Г. ПИРУМОВ (1931–2015)

Пирумов Ульян Гайкович (26 октября 1931 г., Москва — 24 февраля 2015 г., Москва) — российский ученый в области физической газовой динамики, вычислительной математики, математического моделирования аэрокосмических систем, член-корреспондент Российской академии наук (с 1997 г.).

Награды. Премия им. Н.Е. Жуковского (1964 г.), Государственная премия СССР (1979 г., 1987 г.), звание Заслуженный деятель науки РФ (1996 г.).

Биография. Родился в Москве в семье инженера. После окончания с отличием Московского физико-технического института в 1955 г. поступил на работу в НИИ тепловых процессов, где работал в должностях инженера, старшего научного сотрудника, начальника группы, начальника сектора. В 1960 г. защитил кандидатскую диссертацию, а в 1969 г. — докторскую. В МАИ работал с 1976 г. в должности заведующего кафедрой «Вычислительная математика и программирование».



В 1976 г. У. Г. Пирумову было присвоено звание профессора.

В период с 1955 г. до начала 1960-х годов У. Г. Пирумов занимался развитием аналитических методов решения задач внешней и внутренней газовой динамики. Им были поставлены и решены задачи пространственного обтекания конуса и тел, близких по форме к конусу, неравномерным сверхзвуковыми потоками, задача пространственного обтекания гиперзвуковым потоком эллиптических конусов под углом атаки. Развита метод малых возмущений применительно к расчету пространственных течений в конических соплах. В начале шестидесятых годов им начаты исследования по созданию методов профилирования оптимальных сопел реактивных

двигателей с учетом неравновесных физико-химических превращений, за которые в 1964 г. он был удостоен премии им. Н. Е. Жуковского. У. Г. Пирумов является автором «Руководства для конструкторов по профилированию сопел» и соответствующего стандарта, которые использовались и до настоящего времени используются в практике ведущих КБ страны. Исследование потерь импульса, связанных с неравновесными процессами, позволили значительно улучшить характеристики сопел реактивных двигателей. За комплекс теоретических, расчетных и экспериментальных исследований по соплам реактивных двигателей У. Г. Пирумов удостоен в 1979 г. Государственной премии СССР. В период с 1965 г. У. Г. Пирумовым проведен цикл исследований по течениям высокотемпературного газа и плазмы при наличии неравновесных физико-химических процессов. Разработанные им теоретические и расчетные методы исследования неравновесных течений используются при решении задач, связанных с движением газа в соплах и струях, в каналах МГД-генераторов и газодинамических оптических квантовых генераторов. В этот же период Пирумовым У. Г. разработаны численные методы решения задач физической газовой динамики, которые позволяют рассчитывать течения газа в каналах сложных форм в различных энергетических установках, таких как: парогенераторы

ТЭС, сопла реактивных двигателей, каналы МГД — генераторов и различные типы двигателей внутреннего сгорания. К числу таких методов принадлежат известные в стране и за рубежом метод решения релаксационных уравнений и метод решения обратной задачи теории сопла.

Являясь заведующим кафедрой «Вычислительная математика и программирование» МАИ (с 1976 г.), У.Г. Пирумов много сделал для повышения уровня подготовки выпускаемых специалистов. Им была организована уникальная система обучения студентов по вычислительной математике, физической газовой динамике и информационным технологиям. Для прочтения спецкурсов был приглашен ряд ученых с мировым именем, работающих в институтах академии наук и на ведущих предприятиях авиационно-космического и оборонного комплекса России. В результате на кафедре к середине 1980-х годов в основном из выпускников факультета «Прикладная математика и физика» была создана научная школа, широко известная в России и зарубежом. Научным коллективом под руководством У.Г. Пирумова создан универсальный комплекс физико-математических моделей и прикладных программ, позволяющий эффективно решать важные народно-хозяйственные задачи. Был проведен цикл исследований высокотемпературных технологических процессов, развито научное направление по охране воздушного бассейна от загрязнений токсичными компонентами. Разработаны математические модели, предложен новый метод подавления окисей углерода и азота при выбросе их из экспериментальных наземных установок, двигателей внутреннего сгорания различного назначения, парогенераторов ТЭС. Техническое решение внедрено на ряде ведущих предприятий страны. За эти исследования У.Г. Пирумов удостоен второй Государственной премии СССР в 1987 г. Исследование процесса неравновесной конденсации, протекающего в высокоскоростных потоках, позволило впервые с единых кинетических позиций дать обобщение и интерпретацию явлений неравновесной конденсации и на этой основе предложить принципиально новый метод получения ультрадисперсных порошков, применимый, в частности, в порошковой металлургии и других областях техники.

В 1990-е годы были развиты математические модели новых технологических процессов, в том числе получения ультрадисперсных порошков, детонационного и непрерывного напыления, лазерно-электрического метода нанесения покрытий. По программе «Шаттл–Мир» под руководством У.Г. Пирумова были проведены исследования по силовому и тепловому воздействию струй, истекающих из сопел жидкостных реактивных двигателей малой тяги космического корабля «Шаттл» и космической станции «Мир» на элементы конструкции системы «Шаттл–Мир». За данный цикл работ У.Г. Пирумову в 1996 г. присвоено звание «Заслуженный деятель науки РФ». Результаты исследований У.Г. Пирумова постоянно внедрялись в промышленность и народное хозяйство, он имеет 14 авторских свидетельств, под его руководством подготовлены и защищены 30 докторских и кандидатских диссертаций. Он является автором более 200 научных работ, среди которых 3 учебных пособия для ВТУЗов, справочники АН СССР и 11 монографий. Две монографии переведены за рубежом. У.Г. Пирумов вел большую научно-организационную работу, являлся членом Национального Комитета по теоретической и прикладной механике, членом и председателем оргкомитетов ряда всероссийских и международных конференций. У.Г. Пирумов являлся председателем диссертационного Совета при МАИ. В 1997 г. У.Г. Пирумов был избран членом-корреспондентом Российской Академии Наук по отделению «Проблемы машиностроения, механики и процессы управления». За период с 1997 г. он был организатором и председателем оргкомитетов 17 международных конференций. Совместно с научным центром

«Нелинейная волновая механика и технология» РАН был организован по программе «Интеграция» успешно функционирующий Учебно-научный центр «Нелинейная волновая механика и экология». Являлся научным руководителем ряда научных проектов РФФИ, Министерства образования и науки РФ. У.Г. Пирумов руководил научно-исследовательскими и опытно-конструкторскими работами по авиационно-космической тематике выполняемых в интересах таких предприятий и организаций, как МИТ, НИИТП, ЭНЕРГОМАШ, ЦНИИМАШ, НИХТИ, КБ «САЛЮТ», ГИПРОНИИАВИАПРОМ и др.

У.Г. Пирумов является известным ученым в области газовой динамики, неравновесных физико-химических процессов в высокотемпературных газовых потоках и двухфазных смесях, проектирования оптимальных сопел реактивных двигателей и математического моделирования технологических процессов [1–15]. Им развиты фундаментальные аналитические и численные методы исследований течений газа в соплах с учетом неравновесного протекания химических реакций, возбуждения колебательных степеней свободы, неравновесной конденсации и кристаллизации, неравновесного движения многофазных смесей, предложены оригинальные численные методы решения задач физической газовой динамики, в том числе решение обратной задачи теории сопла, решение релаксационных уравнений. Им предложены современные методы проектирования сопел, развиты и внедрены в промышленность ряд новых технологических процессов, выполнен цикл работ по исследованию гемодинамики крупных кровеносных сосудов, а также по охране воздушного бассейна. Полученные У.Г. Пирумовым результаты широко признаны отечественным и мировым научным сообществом.

1. *Пирумов У.Г.* Обратная задача теории сопла и численное решение внутренних задач газовой динамики // Некоторые применения метода сеток в газовой динамике: Сб. — М.: Изд-во МГУ, 1974. — 110 с.
2. *Пирумов У.Г., Росляков Г.С.* Течения газа в соплах. — М.: Изд-во МГУ, 1978. — 351 с.
3. *Горбунов В.Н., Пирумов У.Г., Рыжов Ю.А.* Неравновесная конденсация в высокотемпературных потоках газа. — М.: Машиностроение, 1984. — 200 с.
4. *Авдеевский В.С., Ашратов Э.А., Иванов А.В., Пирумов У.Г.* Сверхзвуковые неизобарические струи газа. — М.: Машиностроение, 1985. — 248 с.
5. *Pirumov U. G., Roslyakov G. S.* Gas Flow in Nozzles. — Berlin, Heidelberg, New-York, Tokyo: Springer-Verlag, 1986. — 426 p.
6. *Пирумов У.Г.* Обратная задача теории сопла. — М.: Машиностроение, 1988. — 240 с.
7. *Gorbunov V. N., Pirumov U. G., Ryzhov Yu. A.* Nonequilibrium Condensation in High Speed Gas Flows. — New York: Gordon and Breach Science Publishers, 1988. — 290 p.
8. *Авдеевский В.С., Ашратов Э.А., Иванов А.В., Пирумов У.Г.* Газовая динамика сверхзвуковых неизобарических струй. — М.: Машиностроение, 1989. — 320 с.
9. *Пирумов У.Г., Росляков Г.С.* Газовая динамика сопел. — М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1990. — 368 с.
10. *Пирумов У.Г.* Аналитическое исследование плоского сверхзвукового изоэнтропического течения в канале постоянного сечения и в примыкающем сопле Лаваля с угловой точкой. — М.: Изд-во МАИ, 1992. — 60 с.
11. *Пирумов У.Г.* Численные методы: Учебное пособие. — М.: Изд-во МАИ, 1998. — 188 с.
12. *Пирумов У.Г.* Математическое моделирование в проблемах охраны воздушного бассейна. — М.: Изд-во МАИ, 2001. — 340 с.
13. *Пирумов У.Г.* Численные методы. Учебное пособие для студентов втузов. — 2-е изд. — М.: Дрофа, 2003. — 224 с.
14. Численные методы. Сборник задач. Учебное пособие для вузов / Под ред. У.Г. Пирумова. — М.: Дрофа, 2007. — 144 с.
15. *Пирумов У.Г.* Численные методы: теория и практика. Учебное пособие для бакалавров. — М.: Юрайт, 2012. — 421 с.

СПИСОК ОРГАНИЗАЦИЙ

- АО «Государственный научно-исследовательский институт приборостроения» (ГосНИИП), Москва, Россия
- АО «Государственный ракетный центр имени академика В. П. Макеева» (АО «ГРЦ Макеева»), Челябинская обл., Миасс, Россия
- АО «Корпорация «Московский институт теплотехники»» (АО «Корпорация «МИТ»»), Москва, Россия
- АО «НПП «Пульсар», Москва, Россия
- АО «Опытное конструкторское бюро машиностроения им. И. И. Африкантова» (АО «ОКБМ Африкантов»), Нижний Новгород, Россия
- Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д. Ф. Устинова (БГТУ «Военмех»), Санкт-Петербург, Россия
- Башкирский государственный университет (БашГУ), Уфа, Россия
- Воронежский государственный технический университет (ВГТУ), Воронеж, Россия
- Вычислительный центр Дальневосточного отделения Российской академии наук (ВЦ ДВО РАН), Хабаровск, Россия
- Вятский государственный университет (ВятГУ), Киров, Россия
- Государственный казенный научно-испытательный полигон авиационных систем имени Л. К. Сафронова (ГкНИПАС имени Л. К. Сафронова), п. Белозерский, Московская обл., Россия
- Дальневосточный федеральный университет (ДФУ), Владивосток, Россия
- Институт автоматизации проектирования Российской академии наук (ИАП РАН), Москва, Россия
- Институт автоматики и процессов управления Дальневосточного отделения Российской академии наук (ИАПУ ДВО РАН), Владивосток, Россия
- Институт математики и информатики Северо-Восточного Федерального университета им. М. К. Аммосова (ИМИ СВФУ), Якутск, Россия
- Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского Уральского отделения Российской академии наук (ИММ УрО РАН), Екатеринбург, Россия
- Институт машиноведения Уральского отделения Российской академии наук (ИМаш УрО РАН), Екатеринбург, Россия
- Институт механики и машиностроения — обособленное структурное подразделение Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Федеральный исследовательский центр «Казанский научный центр Российской академии наук» (ИММ ФИЦ КазНЦ РАН), Казань, Россия
- Институт механики им. Р. Р. Мавлютова — обособленное структурное подразделение Федерального государственного бюджетного научного учреждения УФИЦ РАН (ИМех УФИЦ РАН), Уфа, Россия
- Институт механики Национальной академии наук Республики Армения (ИМ НАН РА), Ереван, Армения
- Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук (ИМСС УрО РАН), Пермь, Россия
- Институт прикладной механики Российской академии наук (ИПриМ РАН), Москва, Россия

- Институт проблем машиноведения Российской академии наук (ИПМаш РАН), Санкт-Петербург, Россия
- Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского Российской академии наук (ИПМех РАН), Москва, Россия
- Институт проблем нефти и газа ФИЦ «Якутский научный центр Сибирского отделения Российской академии наук» (ИПНГ ФИЦ «ЯНЦ СО РАН»), Якутск, Россия
- Институт проблем передачи информации им. А. А. Харкевича Российской академии наук (ИППИ РАН), Москва, Россия
- Институт проблем химической физики Российской академии наук (ИПХФ РАН), Черноголовка, Московская обл., Россия
- Институт системного программирования им. В. П. Иванникова Российской академии наук (ИСП РАН), Москва, Россия
- Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича Сибирского отделения Российской академии наук (ИТПМ СО РАН), Новосибирск, Россия
- Институт теории прогноза землетрясений и математической геофизики Российской академии наук (ИТПЗ РАН), Москва, Россия
- Институт физической химии и электрохимии имени А. Н. Фрумкина Российской академии наук (ИФХЭ РАН), Москва, Россия
- Институт химической кинетики и горения им. В. В. Воеводского Сибирского отделения Российской академии наук (ИХКГ СО РАН), Новосибирск, Россия
- Институт энергетики и перспективных технологий Федерального исследовательского центра «Казанский научный центр Российской академии наук» (ИЭПТ ФИЦ КазНЦ РАН), Казань, Россия
- Казанский (Приволжский) федеральный университет (КФУ), Казань, Россия
- Казанский государственный энергетический университет (КГЭУ), Казань, Россия
- Казанский инновационный университет имени В. Г. Тимирязова (КИУ), Казань, Россия
- Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева — КАИ (КНИТУ—КАИ), Казань, Россия
- Кубанский государственный университет (КубГУ), Краснодар, Россия
- МИРЭА — Российский технологический университет (РТУ МИРЭА), Москва, Россия
- Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) (МАИ), Москва, Россия
- Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана (МГТУ им. Н. Э. Баумана), Москва, Россия
- Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова (МГУ им. М. В. Ломоносова), Москва, Россия
- Московский физико-технический институт (государственный университет) (МФТИ), Долгопрудный, Московская обл., Россия
- Научно-исследовательский институт механики Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова (НИИМ МГУ им. М. В. Ломоносова), Москва, Россия
- Научно-исследовательский институт механики Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского (НИИМ ННГУ), Нижний Новгород, Россия
- Научно-исследовательский институт прикладной механики и электродинамики Московского авиационного института (национального исследовательского университета) (НИИПМЭ МАИ), Москва, Россия
- Научно-производственная корпорация «Иркут» (Корпорация «Иркут»), Москва, Россия

- Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), Москва, Россия
- Национальный исследовательский Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского (СГУ), Саратов, Россия
- Национальный исследовательский Томский государственный университет (ТГУ), Томск, Россия
- Национальный исследовательский Томский политехнический университет (ТПУ), Томск, Россия
- Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ), Москва, Россия
- Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт» (НИЦ «Курчатовский институт»), Москва, Россия
- Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» (НИЯУ МИФИ), Москва, Россия
- Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского (ННГУ), Нижний Новгород, Россия
- Объединенный институт высоких температур Российской академии наук (ОИВТ РАН), Москва, Россия
- Океанологический университет Китая (Ocean University of China), Циндао, Шаньдун, Китай
- ООО «ЭКОГИБЕНТ», Москва, Россия
- Орловский государственный университет имени И. С. Тургенева (ОГУ им. И. С. Тургенева), Орел, Россия
- Пермский государственный национальный исследовательский университет (ПГНИУ), Пермь, Россия
- Пермский национальный исследовательский политехнический университет (ПНИПУ), Пермь, Россия
- Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I (ПГУПС), Санкт-Петербург, Россия
- Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С. П. Королева (РКК «Энергия»), Королев, Московская обл., Россия
- Российский федеральный ядерный центр — Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики (РФЯЦ–ВНИИЭФ), Саров, Россия
- Российский экономический университет им. Г. В. Плеханова (РЭУ им. Г. В. Плеханова), Москва, Россия
- Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королева (Самарский университет), Самара, Россия
- Санкт-Петербургский государственный университет (СПбГУ), Санкт-Петербург, Россия
- Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ), Санкт-Петербург, Россия
- Сибирский государственный университет геосистем и технологий (СГУГиТ), Новосибирск, Россия
- Сибирский федеральный университет (СФУ), Красноярск, Россия
- Сколковский институт науки и технологий (Сколтех), Москва, Россия
- Технологический университет имени дважды Героя Советского Союза, летчика-космонавта А. А. Леонова (Технологический университет), Московская обл., Королев, Россия
- Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина (УрФУ), Екатеринбург, Россия

- Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук (ФИЦ ИУ РАН), Москва, Россия
- Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук (ИПМ им. М. В. Келдыша), Москва, Россия
- Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий Российской академии наук (ФИЦ ИВТ РАН), Новосибирск, Россия
- Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Москва, Россия
- Хабаровское отделение Института прикладной математики Дальневосточного отделения Российской академии наук (ХО ИПМ ДВО РАН), Хабаровск, Россия
- Центральное конструкторское бюро морское техники «Рубин» (АО ЦКБ МТ «Рубин»), Санкт-Петербург, Россия
- Центральный аэрогидродинамический институт им. Н. Е. Жуковского (ЦАГИ), Жуковский, Московская обл., Россия
- Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова (ЦИАМ), Москва, Россия
- Челябинский государственный университет (ЧелГУ), Челябинск, Россия
- Южный научный центр Российской академии наук (ЮНЦ РАН), Ростов-на-Дону, Россия

АДРЕСНАЯ КНИГА

Абгарян Вартан Карленович	vka.mai@mail.ru
Абросимов Николай Анатольевич	abrosimov@mech.unn.ru
Абу Даввас Яссер	yasserdawwas@gmail.com
Аветисян Ара Сергеевич	ara.serg.avetisyan@gmail.com
Аветисян Ваган Вардгесович	vanavet@yahoo.com
Аганин Александр Алексеевич	aganin_aa@imm.knc.ru
Акмаева Валентина Николаевна	akmaevavn@mail.ru
Аксанина Марина Георгиевна	margeo@mail.ru
Алексеев Алексей Кириллович	aleksey.k.alekseev@gmail.com
Алексеев Николай Сергеевич	nick.alekseyev@gmail.com
Андрущенко Виктор Анатольевич	andrusvictor@ya.ru
Анкипович Юрий Сергеевич	ankipovich.ius@phystech.edu
Артамонова Нина Брониславовна	artamonovanb@mail.ru
Архиреев Александр Александрович	aleksander.arkhireev@gmail.com
Бабаков Александр Владимирович	avbabakov@mail.ru
Бабешко Владимир Андреевич	babeshko41@mail.ru
Бабешко Ольга Мефодиевна	babeshko49@mail.ru
Багдасарян Геворг Ервандович	gevorg.baghdasaryan@rau.am
Баженов Валентин Георгиевич	bazhenov@mech.unn.ru
Базилевский Александр Викторович	baz@ipmnet.ru
Бакулин Владимир Николаевич	vbak@yandex.ru
Басыров Рафик Шайхолович	rafikbasyrov@mail.ru
Белашова Ирина Станиславовна	irina455@inbox.ru
Бирюков Василий Иванович	aviatex@mail.ru
Благовещенская Екатерина Анатольевна	kblag2002@yahoo.com
Болсуновский Анатолий Лонгенович	bolsun@progtech.ru
Борисенко Александр Васильевич	a.v_borisenko@mail.ru
Борисов Сергей Анатольевич	bsa@cosmos-plm.ru
Бочарников Владимир Максимович	vova.m.bocha@gmail.com
Брагин Николай Николаевич	nbragin1@yandex.ru
Валиев Хаммат Хафизович	hhv1v@mail.ru
Валиуллин Валерий Владимирович	valeryvv1304@gmail.com
Вановский Владимир Валерьевич	vovici@gmail.com
Варданян Ирэн Арменовна	irena_123@bk.ru
Вдовин Петр Александрович	petr9912@bk.ru
Веденяпин Виктор Валентинович	vicveden@yahoo.com
Великодный Василий Юрьевич	Vvelikodny@mail.ru
Вилесов Андрей Владимирович	av_vilesov@mail.ru
Виноградов Владимир Иванович	vvinogradov@inbox.ru
Власов Даниил Александрович	vlasov.daniil1994@gmail.com
Волкова Татьяна Борисовна	tbvolkova@mail.ru

Гавва Любовь Михайловна	nic1asp@mail.ru
Гаврилова Анна Юрьевна	gavrilovaann@mail.ru
Газизуллин Руслан Камилевич	gazizullin.rk@yandex.ru
Гайсин Алмаз Фивзатович	almaz87@mail.ru
Галимзянова Алия Ринатовна	zagidullina_aliy@mail.ru
Гафиятов Рамиль Накипович	gafiyatov@mail.ru
Гаца Марина Юрьевна	lezhninamarina96@yandex.ru
Гашигуллин Камиль Айратович	kamil.gashigullin@yandex.ru
Гембаржевский Геннадий Владимирович	gennady.gembarzhewskij@yandex.ru
Герасименко Даниил Андреевич	gerasimenko_d_a@mail.ru
Герасимов Сергей Иванович	s.i.gerasimov@mail.ru
Гидаспов Владимир Юрьевич	gidaspov@mai.ru
Гилёв Валерий Григорьевич	gvg@psu.ru
Гирин Андрей Михайлович	andrey-cttk@yandex.ru
Глазова Елена Геннадьевна	glazova@mech.unn.ru
Глуховская Юлия Исааковна	gljul@bk.ru
Голуб Виктор Владимирович	victor.v.golub@gmail.com
Голубев Василий Иванович	w.golubev@mail.ru
Гончар Дмитрий Русланович	TRPL@ya.ru
Гончаренко Владимир Иванович	vladimirgonch@mail.ru
Гончаров Владислав Борисович	prosto-vlad@rambler.ru
Горкунов Сергей Владимирович	gorkunov.ser@mail.ru
Горохов Василий Андреевич	vas-gor@rambler.ru
Градов Владимир Михайлович	gradov@bmstu.ru
Губайдуллин Дамир Анварович	gubaidullin@imm.knc.ru
Гусев Евгений Леонидович	elgusev@mail.ru
Гущин Валентин Анатольевич	gushchin47@mail.ru
Д войников Дмитрий Алексеевич	da_dv@mail.ru
Дедова Дарина Викторовна	darina.dedova98@gmail.com
Демидова Ольга Львовна	demis806@gmail.com
Денисенко Владимир Викторович	ned13@rambler.ru
Добровольский Сергей Владимирович	dobrovolskiy_s@mail.ru
Е вдокимова Ольга Владимировна	evdokimova.olga@mail.ru
Евтух Елена Сергеевна	galinanekludova@yandex.ru
Егоров Иван Владимирович	egorov.ivan.v@mipt.ru
Ерисов Ярослав Александрович	yaroslav.erisov@mail.ru
Ж арков Максим Витальевич	mv_zharkov@mai.ru
Жбанов Владимир Александрович	zhbanov@physics.msu.ru
Жигалов Владимир Иванович	vladivan25@yandex.ru
Жуков Денис Владимирович	DZhukov@ipiran.ru
З арецкая Марина Валерьевна	zarmv@mail.ru
Зарипов Ринат Рамилевич	rinat_zaripov.imm@mail.ru
Засухин Сергей Владимирович	s.zasukhin@yandex.ru
Засухина Елена Семеновна	elenzet@bk.ru
Знаменская Ирина Александровна	znamen@phys.msu.ru

Золоторёв Николай Николаевич	nikzolutorev@mail.ru
Зуев Юрий Владимирович	yuri_zuev@bk.ru
Иванов Андрей Александрович	src@makeyev.ru
Иванов Игорь Эдуардович	ivanovmai@gmail.com
Ильин Владислав Денисович	Mr-ilin13@yandex.ru
Калинина Анна Павловна	a_p_kalinina@mail.ru
Каменских Анна Александровна	anna_kamenskih@mail.ru
Кашеваров Алексей Васильевич	a.v.kash@yandex.ru
Кержаев Александр Петрович	alex_kerg@mail.ru
Кибец Александр Иванович	kibec@mech.unn.ru
Киндинова Виктория Валерьевна	hamstervill@mail.ru
Кирьян Дмитрий Георгиевич	diki.ipme@gmail.com
Клентак Анна Сергеевна	anna_klentak@mail.ru
Клентак Людмила Стефановна	liudmila_klentak@mail.ru
Козин Алексей Владимирович	avkozina@okbm.nnov.ru
Колосов Кирилл Сергеевич	kirill.kolosov.com@mail.ru
Кондратенко Леонид Анатольевич	kondrat.leonid@yandex.ru
Кондратьев Владислав Дмитриевич	kondratev_vd@mail.ru
Кондратьева Людмила Александровна	liudmila.kondratieva@inbox.ru
Коровайцева Екатерина Анатольевна	katrell@mail.ru
Корчагин Александр Павлович	alexandr.korchagin16@gmail.com
Кравченко Ирина Васильевна	irina_kravch@mail.ru
Красильников Павел Сергеевич	krasil06@rambler.ru
Краснослободцев Александр Васильевич	tatkrasn@yandex.ru
Краснослободцева Татьяна Петровна	tatkrasn@yandex.ru
Кринецкий Олег Евгеньевич	oekrin@mail.ru
Крупенников Евгений Александрович	krupennikov@imm.uran.ru
Крылова Екатерина Юрьевна	kat.krylova@bk.ru
Крюков Игорь Анатольевич	ikryukov@gmail.com
Кудрявцева Ирина Анатольевна	kudryavtseva.irina.a@gmail.com
Кузнецов Александр Алексеевич	kuznetsov.aa@mipt.ru
Кузнецова Елена Владимировна	cmmass@mail.ru
Кузнецова Светлана Валентиновна	k_svetlana_valen@mail.ru
Кузьмин Александр Григорьевич	a.kuzmin@spbu.ru
Кули-заде Марина Евгеньевна	kuli_marina@mail.ru
Кульков Владимир Михайлович	vmk_1@mail.ru
Курочкин Илья Ильич	qurochkin@gmail.com
Кутыш Иван Иванович	ecogibent@mail.ru
Кучеров Никита Александрович	n.kutcherov@bk.ru
Лаврентьев Сергей Юрьевич	1993serj@gmail.com
Лавров Сергей Владимирович	sergeylav87@gmail.com
Лалин Владимир Владимирович	vllalin@yandex.ru
Лапшин Денис Александрович	lapshane@bk.ru
Леонов Сергей Сергеевич	powerandglory@yandex.ru
Лукин Владимир Николаевич	lukinvn@list.ru
Луцкий Александр Евгеньевич	allutsky@yandex.ru

Максимов Александр Дмитриевич	asdds2014@mail.ru
Маламанов Степан Юрьевич	stevmal@mail.ru
Малыхина Галина Федоровна	g_f_malychina@mail.ru
Мамазова Дилара Абдурасуловна	mamazova.dilara@mail.ru
Марфин Евгений Александрович	marfin_ea@mail.ru
Матвеев Валерий Павлович	mvp@icmm.ru
Машкин Михаил Николаевич	mmashkin@yandex.ru
Меньшова Ирина Владимировна	menshovairina@yandex.ru
Микилян Марине Александровна	marine.mikilyan@rau.am
Милицина Анна Александровна	militcina.aa18@physics.msu.ru
Миллер Александр Борисович	amiller@iitp.ru
Миллер Алексей Борисович	abmiller@yandex.ru
Миллер Борис Михайлович	bmiller@iitp.ru
Миллер Григорий Борисович	gmiller@frccsc.ru
Мирзаянова Эльгина Булатовна	tagiirina@mail.ru
Миронова Любовь Ивановна	mironova_lub@mail.ru
Мкртчян Манук Грайрович	mkmanuk@yandex.ru
Морозов Александр Юрьевич	morozov@infway.ru
Муранов Данил Александрович	danil5678444@gmail.com
Мурсенкова Ирина Владимировна	murs_i@physics.msu.ru
Мякочин Александр Сергеевич	amyakochin@gmail.com
Нагорных Елена Владимировна	pavlyonkova@mech.unn.ru
Нгуен Дык Бинь	stepup.ored@gmail.com
Неклюдова Галина Александровна	galinanekludova@yandex.ru
Несмелова Анастасия Сергеевна	nesmelovaas@mail.ru
Несмелова Ксения Сергеевна	nesmelovaks@mail.ru
Нефедов Виктор Николаевич	nefedovvn54@yandex.ru
Никитин Александр Дмитриевич	nikitin_alex@bk.ru
Никитин Илья Степанович	i_nikitin@list.ru
Никифоров Анатолий Анатольевич	anikiforov1@yandex.ru
Николаев Дмитрий Николаевич	nik@ficp.ac.ru
Никольчинкин Александр Александрович	rony.boy@mail.ru
Новосельцева Надежда Александровна	novoselceva@mech.unn.ru
Осипова Виктория Аркадьевна	Victoria.a.osipova@gmail.com
Острик Афанасий Викторович	ostrik@ficp.ac.ru
Паинг Сое Ту У	paingsoethuoo53@gmail.com
Пальчеховская Наталья Владимировна	palchekovskaia.nv@mipt.ru
Панин Кирилл Александрович	paninkirill590@gmail.com
Пантелеев Андрей Владимирович	avpanteleev@inbox.ru
Пантелеев Кирилл Андреевич	kir.panteleev2016@yandex.ru
Панькова Анастасия Петровна	anstasia_pankova@mail.ru
Пашенко Максим Михайлович	vmm@pstu.ru
Петров Родион Андреевич	petrov.rodion@mail.ru
Пинчуков Владимир Иванович	pinchvi@ict.nsc.ru
Подпорин Игорь Валентинович	mai_ltgdm@mail.ru
Попов Алексей Константинович	ap@iitp.ru

Потапов Игорь Иванович potapov2i@gmail.com
Потапов Юрий Федорович iu.potapow@yandex.ru
Потапова Зинаида Евгеньевна potapovaz@yandex.ru
Прозорова Эвелина Владимировна prozorovaevelina@yandex.ru
Протасов Владислав Иванович protonus@yandex.ru
Прудников Федор Евгеньевич iruinni8@gmail.com
Пьянкова Марина Анатольевна ya.kashina-marina@yandex.ru

Романов Александр Владимирович av.romanov@hse.ru
Русаков Сергей Владимирович rusakov@psu.ru
Рябинин Анатолий Николаевич a.ryabinin@spbu.ru
Рязских Александр Викторович ryazhskihav@bk.ru

Савельев Александр Дмитриевич savel-cc09@yandex.ru
Савельев Алексей Сергеевич aleksey.schumacher@gmail.com
Сейранян Сурен Паруйрович seysuren@mail.ru
Семенов Александр Николаевич semenov@itam.nsc.ru
Семенов Александр Сергеевич semenov_alex@yahoo.com
Сивакова Татьяна Владимировна sivakova15@mail.ru
Силакова Юлия Георгиевна krat_yuliya@mail.ru
Сиротин Андрей Николаевич asirotin2@mail.ru
Собачкина Наталья Леонидовна sobachkinanat@mail.ru
Соловьев Сергей Александрович vapanov@okbm.nnov.ru
Сотский Михаил Юрьевич msotsky.bmstu@mail.ru
Способин Андрей Витальевич spise@inbox.ru
Стасенко Альберт Леонидович stasenko@serpantin.ru
Степанян Карен Варганович KVStepanyan@iitp.ru
Стифеев Евгений Михайлович stifeev99@mail.ru
Стратула Борис Андреевич stratula@matway.net
Стрижак Павел Александрович pavelspa@tpu.ru
Стрижак Сергей Владимирович s.strijhak@ispras.ru
Струкова Вероника Ивановна veloiv_pstu@mail.ru
Субботина Нина Николаевна subb@uran.ru
Суворов Максим Дмитриевич msuvorov7@gmail.com
Судаков Владимир Анатольевич sudakov@ws-dss.com
Султанов Азамат Айратович as0385729A@yandex.ru
Сухих Максим Евгеньевич maksim100056@bk.ru
Сухоруков Андрей Львович fifamax@mail.ru
Сызранова Нина Геннадьевна nina-syzranova@ya.ru

Тархов Дмитрий Альбертович dtarkhov@gmail.com
Терентьев Тимур Николаевич terentiev@yandex.ru
Терешин Валерий Алексеевич terva@mail.ru
Терпогосова Белла Кареновна tbktbktbk1@gmail.com
Титов Максим Александрович fifamax@mail.ru
Ткаченко Людмила Александровна luda_tkachenko@inbox.ru
Токарев Олег Дмитриевич olegdt@mail.ru
Токталиев Павел Дамирович toktaliev@icp.ac.ru

Фёдоров Андрей Юрьевич	fedorov@icmm.ru
Федоров Юрий Валентинович	kopperfildd@ya.ru
Федюшкин Алексей Иванович	fai@ipmnet.ru
Фельдшер Марина Андреевна	feldsher.marina@gmail.com
Филатова Ксения Ильинична	kfilatova20@yandex.ru
Филиппов Герман Владиславович	german.filippov2000@yandex.ru
Филиппов Сергей Иванович	sf759@bk.ru
Фокеева Нина Олеговна	ffoxnina@gmail.com
Фролов Илья Сергеевич	frolov.ilia@phystech.edu
Фукин Илья Игоревич	fukin.ii@mipt.ru
Хакимов Аким Гайфуллинович	hakimov@anrb.ru
Хатунцева Ольга Николаевна	ol-khatun@yandex.ru
Хомченко Антон Васильевич	khomchenkoanton@yandex.ru
Цыпкин Георгий Геннадьевич	tsyppkin@ipmnet.ru
Чебакова Виолетта Юрьевна	vchebakova@mail.ru
Чекмарев Дмитрий Тимофеевич	4ekm@mm.unn.ru
Червакова Анастасия Владимировна	ch-nastya1997@mail.ru
Чернов Анатолий Альбертович	chernov@kinetics.nsc.ru
Чернуха Дарья Антоновна	chernukha_da@mail.ru
Чернышов Лев Николаевич	levchern@gmail.com
Чехонин Константин Александрович	lex7861@rambler.ru
Чубенко Татьяна Александровна	chubenkott@mail.ru
Чубиков Валерий Николаевич	Valnikchu@gmail.com
Шайдуллин Линар Радикович	liqn@mail.ru
Шакурова Лия Алимджановна	liya.shakurova@mail.ru
Шаргатов Владимир Анатольевич	VAShargatov@mephi.ru
Шемахин Александр Юрьевич	shemakhin@gmail.com
Шепелева Ирина Олеговна	shepeleva-ira@mail.ru
Шешенин Сергей Владимирович	sergey.sheshenin@mail.ru
Шоркин Владимир Сергеевич	V.S.Shorkin@yandex.ru
Шустов Станислав Алексеевич	shustov.st@yandex.ru
Юсим Валентин Александрович	Yusim_VA@nrcki.ru
Яковлева Александра Алексеевна	ayakovleva982@gmail.com

АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Avetisyan A. S.** 144
- Baghdasaryan G. Y.** 147
- Mikilyan M. A.** 147
- Mkrtchyan M. H.** 144
- Panteleev A. V.** 147
- Vardanyan I. A.** 147
- Абгарян В. К.** 259
- Абдуллин Р. С.** 149
- Абросимов Н. А.** 151
- Абу Даввас Яссер** 153
- Абузьяров М. Х.** 17
- Аветисян А. С.** 144
- Аветисян В. В.** 410
- Аганин А. А.** 57
- Агульник А. Б.** 261
- Акмаева В. Н.** 424
- Алабужев А. А.** 58
- Аксанина М. Г.** 447
- Алексеев А. К.** 300
- Алексеев Н. С.** 449
- Алексейчук А. С.** 394
- Андрущенко В. А.** 245
- Анкипович Ю. С.** 302
- Антонов Д. В.** 59, 61
- Артамонова Н. Б.** 154
- Архипов В. А.** 26, 28
- Архиреев А. А.** 30
- Астахов С. А.** 263, 265, 267
- Бабаков А. В.** 302
- Бабешко В. А.** 156
- Бабешко О. М.** 158
- Багаутдинова Л. Н.** 304
- Баженов В. Г.** 160, 162
- Базилевский А. В.** 64
- Бакулин В. Н.** 163, 165, 270, 272, 275
- Бакулина Н. П.** 272, 275
- Баранов К. Н.** 290
- Басьяров Р. Ш.** 304
- Башмаков Р. А.** 103
- Белашова И. С.** 168
- Бирюков В. И.** 263, 265, 267
- Бирюков Г. В.** 67
- Бичэн Чжоу** 154
- Благовещенская Е. А.** 378
- Бобу Ю. Э.** 115
- Богданова Ю. А.** 110
- Болсуновский А. Л.** 66
- Большухин М. А.** 306
- Бондарев А. Е.** 300
- Борзых С. В.** 272, 275
- Борисенко А. В.** 465
- Борисов С. А.** 170, 172
- Боровиков Д. А.** 263
- Бородин Ю. Н.** 67
- Бортковская М. Р.** 380
- Бочарников В. М.** 117
- Брагин Н. Н.** 66, 67
- Бритов А. Д.** 140
- Будников А. В.** 306
- Бузовера Н. П.** 66
- Булаева М. Н.** 281
- Бушуева О. А.** 184
- Валиев Х. Х.** 199
- Валиуллин В. В.** 119
- Вановский В. В.** 67
- Васильев А. Н.** 381
- Вдовин П. А.** 138
- Веденяпин В. В.** 247
- Велданов В. А.** 292
- Велигжанин А. А.** 121
- Великодный В. Ю.** 18
- Веремеенко К. К.** 417
- Виленский О. Ю.** 174
- Вилесов А. В.** 413
- Виноградов В. И.** 393, 399
- Власов А. Н.** 177, 199
- Власов Д. А.** 177, 179
- Волков Е. Н.** 30, 232, 235
- Волкова Т. Б.** 451
- Володин В. В.** 32, 117
- Гавва Л. М.** 70
- Гаврилова А. Ю.** 452

- Газизуллин Р. К. 222
Гайсин Аз. Ф. 304
Гайсин Ал. Ф. 311, 344
Гайсин Ф. М. 123, 304
Галимзянова А. Р. 308
Гапонов С. А. 52
Гарифуллин М. Ф. 67
Гафиятов Р. Н. 72
Гаца М. Ю. 34
Гашигуллин К. А. 311, 344
Гембаржевский Г. В. 124
Герасименко Д. А. 465
Герасимов С. И. 37
Гидаспов В. Ю. 39, 42
Гилёв В. Г. 48
Гирин А. М. 277
Гладковский С. В. 383
Глазова Е. Г. 17
Глазунов А. А. 26, 336
Глуховская Ю. И. 170, 172
Гневушев А. А. 101
Голуб В. В. 32, 117
Голубев В. И. 302, 313
Голубева Ю. А. 313
Гончар Д. Р. 455
Гончаренко В. И. 413
Гончаров В. Б. 415
Горкунов С. В. 110, 375
Горохов В. А. 181
Горшков А. А. 168
Горшкова Е. М. 158
Градов В. М. 315, 317
Григорян Ш. А. 410
Гришин Ю. А. 232, 235
Груздев Н. В. 378
Губайдуллин Д. А. 73, 74, 76, 77
Гусев Е. Л. 182
Гущин В. А. 319
- Д**войников Д. А. 383
Дедова Д. В. 209
Демарева А. В. 333
Демидова О. Л. 457
Денисенко В. В. 321
Добровольский С. В. 170, 172
Долбня Д. И. 127
Дубкова Я. А. 28
Дудник А. Р. 405
Душев С. А. 174
- Е**вдокимов В. С. 158, 186
Евдокимова О. В. 184
Евтух Е. С. 213
Егоров И. В. 323
Егоров Ю. Г. 281
Ельянов А. Е. 32
Епихин А. С. 140
Ереев М. Н. 306, 325
Еремин И. В. 336, 370
Ерисов Я. А. 459
Ермаков М. К. 279, 327
- Ж**арков М. В. 417
Жбанов В. А. 78
Желтухин В. С. 311, 344
Жигалов В. И. 420
Жидков А. В. 153
Жуков Д. В. 385
- З**авьялова Н. А. 254, 369
Залазинский А. Г. 383
Замураев В. П. 44
Зарецкая М. В. 156, 186
Зарецкий А. Г. 158
Зарипов Р. Р. 74
Зарур Л. 432
Засухин С. В. 422
Засухина Е. С. 422
Захаров Д. В. 37
Знаменская И. А. 127, 136
Золотарев А. А. 366
Золоторёв Н. Н. 26, 28
Зотикова П. В. 84
Зубарев И. Б. 304
Зубрилин И. А. 59
Зуев Ю. В. 80
Зыонг М. Д. 39
- И**ванов А. А. 149
Иванов И. Э. 134, 279
Иванов К. А. 366
Иванов С. В. 424
Ивченко В. Д. 413, 415
Ильин В. Д. 329
Исламова А. Г. 82
- К**аверзнева Т. Т. 380
Каленский С. М. 261
Калимуллин Р. К. 113
Калинина А. П. 44

- Калинина Ю. А. 333
Каменских А. А. 188, 190, 192, 331
Карнет Ю. Н. 199
Катаев А. В. 265
Кауфман Д. В. 129
Кашапов Л. Н. 425
Кашапов Н. Ф. 425
Кашеваров А. В. 78
Кержаев А. П. 179, 194
Кибец А. И. 333
Ким В. В. 217
Киндинова В. В. 461
Кирьян Г. В. 248
Кирьян Д. Г. 248
Клементьев П. Д. 154
Клентак А. С. 459
Клентак Л. С. 459
Клосс Ю. Ю. 113
Коваленко М. Д. 177, 179, 194
Кожанова П. А. 380
Кожурина П. И. 375
Козин А. В. 306
Козлов Е. А. 26
Кокшарова Е. И. 403
Колесник С. А. 335
Коломийцев Г. В. 110
Колосов К. С. 351
Кондратенко Л. А. 196
Кондратьев В. Д. 465
Кондратьева Л. А. 46
Кононов Д. С. 42
Константинов А. Ю. 160
Корнев Ю. В. 199
Корнеева Д. Б. 67
Коровайцева Е. А. 201
Коростылёва О. О. 447
Коротких А. Г. 26
Корчагин А. П. 387
Костюшин К. В. 336, 370
Котов М. А. 426
Кочетков А. В. 17
Кошелев К. Б. 396
Кравченко И. В. 261, 281
Красильников П. С. 250
Краснослободцев А. В. 132
Краснослободцева Т. П. 132
Кринецкий О. Е. 461
Кропотова С. С. 82
Крупенников Е. А. 359
Крылов С. В. 17
Крылова Е. Ю. 202
Крюков И. А. 279, 327
Кудрявцева В. В. 380
Кудрявцева И. А. 428
Кузнецов А. А. 254, 369
Кузнецов А. Ю. 136
Кузнецов Г. В. 61
Кузнецов И. М. 417
Кузнецова Е. В. 461
Кузнецова С. В. 430
Кузьмин А. Г. 337
Кулак И. П. 267
Кули-заде М. Е. 452
Кули-заде Т. А. 127
Кульков В. М. 281
Купреева А. Ю. 259
Курилов В. Б. 66
Курочкин И. И. 340, 389
Кустова Е. В. 141
Кутыш И. И. 284
Кучеров Н. А. 84
Лаврентьев С. Ю. 426
Лавров С. В. 286
Лазовская Т. В. 380, 387, 403, 405
Лалин В. В. 205
Лалина И. И. 205
Лапшин Д. А. 174
Ларина Е. В. 279
Левин Д. П. 292
Леонов С. С. 381
Лепешинский И. А. 84
Лесникова Ю. И. 192
Ломовской В. А. 168
Лонин К. А. 325
Лукин В. Н. 463
Луцкий А. Е. 108, 127
Ляо Ю. 134
Маковецкий А. Ю. 381
Максимов А. Д. 288
Маламанов С. Ю. 342
Малыхина Г. Ф. 432
Мамазова Д. А. 86
Мартиросов М. И. 209, 211
Мартыненко С. И. 364, 365
Марфин Е. А. 308
Мастюков К. Ш. 311, 344
Матвеев В. П. 207
Машкин М. Н. 434

- Маштаков А. П. 329
Медведский А. Л. 209, 211
Мельников А. В. 259
Меньшова И. В. 179, 194
Милицина А. А. 136
Миллер А. Б. 78, 408, 444
Миллер Б. М. 351, 408, 444
Миллер Г. Б. 408
Минюшкин Д. Н. 105
Мирзаянова Э. Б. 123
Миронова Л. И. 196
Мкртчян М. Г. 144
Морозов А. Ю. 346
Мочалова О. О. 405
Мурадханов Р. Р. 242
Муранов Д. А. 403
Мурсенкова И. В. 134, 136
Мухин А. С. 184
Мякочин А. С. 170, 172
- Нагорных** Е. В. 162
Надирадзе А. Б. 119
Нго Х. Х. 205
Нгуен Д. Б. 138
Негодяев С. С. 254, 369
Недбай А. Я. 165, 232, 235, 297
Неклюдова Г. А. 213
Несмелова А. С. 465
Несмелова К. С. 465
Нефедов В. Н. 436
Никитин А. Д. 215
Никитин И. С. 215, 313
Никифоров А. А. 76
Николаев Д. Н. 219
Никольчинкин А. А. 290
Новосельцева Н. А. 151
Носов Ю. О. 188, 331
- Орлов** Е. А. 154
Осетров Д. Л. 160
Осетров С. Л. 160
Осипенко К. Ю. 124
Осипова В. А. 391
Острик А. В. 217, 219
Острик М. А. 217
- Паинг** Сое Ту У 252
Паймушин В. Н. 222
Пальчиковская Н. В. 323, 348
Панин К. А. 96
- Панов В. А. 306
Пантелеев К. А. 391
Панькова А. П. 190
Патрушев В. Л. 325
Пашенко М. М. 192
Пейсахович О. Д. 259
Перфильева К. Г. 28
Петров А. Г. 67, 140, 247
Петров Д. А. 254
Петров К. С. 428
Петров Р. А. 393
Петюков А. В. 292
Пинчуков В. И. 20
Подпорин И. В. 170, 172
Пожванюк К. Ю. 403
Попов А. К. 351, 444
Попов Ю. В. 292
Потапов И. И. 89, 140
Потапов Ю. Ф. 78
Потапова З. Е. 353
Прозорова Э. В. 224, 226
Пронькин А. Н. 417
Протасов В. И. 353
Протопопов А. Ю. 149
Прудников Ф. Е. 165, 232, 235
Пунтус А. А. 101, 366
Пьянкова М. А. 58
- Ревизников** Д. Л. 346
Решетников В. А. 84
Рожков А. Н. 64, 101
Романов А. В. 46
Романов О. Т. 434
Романова Д. И. 396
Ромашин С. Н. 228
Руденко А. О. 101
Румакина А. В. 413
Русаков С. В. 48
Рыльцева К. Е. 86
Рябинин А. Н. 115, 121, 129, 337
Рябинина А. 242
Ряжских А. В. 89
- Савельев** А. Д. 355
Савельев А. С. 50
Савчук Д. В. 325
Сазон Н. С. 394
Сальников Н. С. 413
Самсонова Д. А. 162
Саркисов С. Э. 113

- Свешников Д. Н. 306
Северина Н. С. 42
Сейранян С. П. 229
Семенов А. Н. 52
Семенов А. С. 430, 438, 440
Семенов Н. А. 199
Сивакова Т. В. 401
Силакова Ю. Г. 89
Сиротин А. Н. 442
Слитинская А. Ю. 67
Смирнова И. А. 319
Снетков Д. А. 156
Собачкина Н. Л. 91
Соболева Е. А. 89
Соловьев Н. Г. 426
Соловьев С. А. 325
Соломонов Ю. С. 232, 235
Сорокин О. Э. 66
Сотников И. А. 425
Сотский М. Ю. 292
Спиридонов Е. И. 378
Способин А. В. 93
Стасенко А. Л. 78
Степанова Н. О. 186
Степанян К. В. 351, 444
Стифеев Е. М. 335
Стратула Б. А. 215
Стрижак П. А. 59, 61, 82
Стрижак С. В. 357, 396
Струкова В. И. 188
Субботина Н. Н. 359
Суворов М. Д. 399
Судаков В. А. 401
Султанов А. А. 311, 344
Сухих М. Е. 311, 344
Сухоруков А. Л. 361
Сызранова Н. Г. 245
Сыпало К. И. 442
Сысоева А. Д. 405
- Тархов Д. А. 380, 387, 403, 405
Татарский А. М. 174
Телятников И. С. 156
Терентьев Т. Н. 363
Терешин В. А. 294
Терпогосова Б. К. 286
Титов В. Г. 383
Титов М. А. 361
Титов Ю. П. 434
Ткаченко Л. А. 77, 94
- Токарев О. Д. 78
Токталиев П. Д. 364, 365
Топорков Д. Ю. 72
Торопецкий К. В. 54
Трошев С. Х. 39
- Уафа Г. Н. 186
Уафа С. Б. 184
- Фёдоров А. Ю. 207
Фадеев С. А. 77, 94
Фахрутдинова И. Т. 123
Федоров Ю. В. 96
Федюшкин А. И. 98, 101, 366
Фельдшер М. А. 296
Филатова К. И. 394
Филиппов Г. В. 451
Филиппов С. И. 238
Фирсанов В. В. 70
Фирсов В. А. 222
Фокеева Н. О. 103
Фортова С. В. 321
Фроленкова Л. Ю. 228
Фролов И. С. 105
Фролова Ю. В. 154
Фукин И. И. 254, 369
- Хакимов А. Г. 240
Хамзатханов С. А. 267
Ханхасаева Я. В. 108
Хатунцева О. Н. 256
Хомченко А. В. 209, 211
Хорошилова М. В. 228
- Цыпкин Г. Г. 106
- Чебакова В. Ю. 425
Чекмарев Д. Т. 17, 153
Червакова А. В. 336, 370
Черная Е. С. 380
Чернов А. А. 54
Чернуха Д. А. 387
Черных В. Д. 182
Чернышев И. Л. 66
Чернышов Л. Н. 467
Четверушкин Б. Н. 108
Чехонин К. А. 372
Чжан Ц. 140
Чубенко Т. А. 372

Чубиков В. Н. 277

Чуркина Т. Ю. 277

Шайдуллин Л. Р. 77, 94

Шакурова Л. А. 141

Шаргатов В. А. 110, 375

Шаронов А. В. 353

Шатохина С. А. 168

Шварц М. А. 378

Швейкин В. П. 383

Шемахин А. Ю. 142

Шемякин А. Н. 426

Шепелева И. О. 297

Шешенин С. В. 154, 242

Шишкин В. М. 222

Шлегель Н. Е. 82

Шоркин В. С. 228

Шоршина А. С. 168

Шрагер Г. Р. 86

Шустов С. А. 22

Щиблев Ю. Н. 272, 275

Эзрохи Ю. А. 261

Юн Сон Ук 281

Юсим В. А. 113

Юсим Ф. А. 113

Ягодников Д. А. 34

Яковлева А. А. 446

Якушина С. И. 228