

Научно-теоретический журнал  
Издается с августа 1946 года

Выходит 28 раз в год  
по четыре выпуска в каждой серии

## СО Д Е Р Ж А Н И Е

### Математика

<i>Аббас Х. А.</i> Применение метода воспроизводящего ядра к построению кубатурных формул для куба и симплекса . . . . .	3
<i>Алешков Ю. З.</i> Математическое моделирование гидроатмосферных процессов . . . . .	7
<i>Басов В. В.</i> О существовании семейств периодических решений у обратимых систем дифференциальных уравнений при многочастотном резонансе . . . . .	11
<i>Забродин И. С.</i> Об одной общей схеме минимизации непрерывных функций . . . . .	19
<i>Ершов Б. А., Стрелковская И. И.</i> Математическая модель задачи гидроупругости о движении двух гибких профилей в идеальной несжимаемой жидкости. I . . . . .	23
<i>Лисицкий А. Д.</i> Разложение хвоста строго устойчивого закона в гильбертовом пространстве . . . . .	29
<i>Парфенов О. Г.</i> Сингулярные числа оператора вложения класса $H^2$ в весовые пространства $L_2$ на окружности . . . . .	33
<i>Петросян Л. А.</i> Значения иерархических дифференциальных игр . . . . .	39
<i>Хацкевич В. Л.</i> Периодические решения гамильтоновых дифференциальных включений . . . . .	43
<i>Чистяков С. В.</i> О построении сильно динамически устойчивых решений кооперативных дифференциальных игр . . . . .	50

### Механика

<i>Бобкова А. Н., Кирпичников С. Н.</i> Зависимость между характеристической скоростью и длительностью оптимальных двухимпульсных перелетов между круговыми орбитами . . . . .	55
<i>Вакуленко А. А., Иванов В. С., Ленина Н. И., Мигунова И. И., Темнов О. В.</i> Особенности холодной вытяжки радиационно-модифицированного полиэтилена и его стабилизированных композиций . . . . .	61
<i>Павилайнен Г. В.</i> К вопросу упругопластического деформирования конструкций . . . . .	67
<i>Полякова О. Р.</i> Квазистатический отстой тонкой пластины . . . . .	74

### Астрономия

<i>Ашуров А. Е., Петровская И. В.</i> Вероятность звездного сближения в сферическом скоплении при функции распределения скоростей звезд поля, симметричной относительно направления на центр скопления . . . . .	79
<i>Полякова Е. Н.</i> Аналитическое моделирование негравитационных эффектов в уравнениях движения комет . . . . .	86

### Краткие научные сообщения

<i>Галкина В. Г., Шалапина О. В.</i> Построение матрицы Коши системы нейтрального типа . . . . .	98
<i>Даль Ю. М., Ботвин В. Г.</i> Первая основная периодическая задача для упругой полуплоскости . . . . .	101



САНКТ-ПЕТЕРБУРГ  
ИЗДАТЕЛЬСТВО  
С.-ПЕТЕРБУРГСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Вестник  
Санкт-Петербургского  
университета, 1992



менения в поведении стабилизированных полиэтиленов, выражающиеся в существенном развитии их вынужденно-эластических свойств.

### Summary

The mechanical behavior of low pressure polyethylene and its composites and low and high molecular weight stabilizers after the radiation processing by  $\gamma$ -radiation at different absorbed doses is investigated. It is established that the stabilizers used greatly stimulate the induced elastic properties of the initial polyethylene and decrease brittle effects appearing upon radiation processing. The conclusions about the nature of these phenomena are made.

### Литература

1. Иванов В. С. Радиационная химия полимеров. Л., 1988. 2. Князев В. К., Сидоров Н. А. Облученный полиэтилен в технике. М., 1974. 3. Финкель Э. Э. // Использование атомной энергии в химической технологии. М., 1983. С. 74—80.
4. Комарова Е. А., Домнина Н. С., Шагов В. С. // Вестн. Ленингр. ун-та. 1988. Сер. 4, вып. 2, № 11. С. 120—123. 5. Горбачев Б. Н., Темнов О. В. // Заводская лаборатория. 1980. № 5. С. 464. 6. Волынский А. Л., Бакеев Н. Ф. Высокодисперсное ориентированное состояние полимеров. М., 1984. 7. Каппаччо Дж., Гибсон А. Г., Уорд И. М. // Сверхвысокомодульные полимеры. Л., 1983. С. 12—62. 8. Сирота А. Г. Модификация структуры и свойств полимеров. Л., 1984. 9. Meinel G., Peterlin A. // J. Polym. Sci. A. 1971. Vol. 2, N 9. P. 67—81. 10. Peterlin A. // J. Mater. Sci. 1971. Vol. 6, N 6. P. 490—508. 11. Ваккуленко А. А., Темнов О. В. // Докл. АН СССР. 1984. Т. 278, № 6. С. 1326—1330. 12. Темнов О. В. // Высокомолек. соед. Б. 1986. Т. 28, № 10. С. 727—729. 13. Брагинский Р. П., Финкель Э. Э., Лещенко С. С. Стабилизация радиационно-модифицированных полиолефинов. М., 1973.

Статья поступила в редакцию 25 мая 1991 г.

УДК 539.3 : 541.1

Вестник СПбГУ. Сер. 1, 1992, вып. 1 (№ 1)

Г. В. Павилайнен

## К ВОПРОСУ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ КОНСТРУКЦИИ

Рассмотрим задачу об упругопластическом деформировании конструкции, состоящей из пластины, подкрепленной ребрами и находящейся в температурном поле при равномерном нагревании и последующем охлаждении (рис. 1). Нижние концы ребер предполагаются жестко закрепленными на опоре, которая не деформируется в температурном поле. В одномерном приближении заменим данную конструкцию на систему горизонтальных и вертикальных стержней и разобьем мысленно конструкцию на элементы (см. на рис. 1 заштрихованную часть). Рассматриваемый далее элемент состоит из стержня *I*, работающего на растяжение и изгиб, и стойки *II*, работающей на упругопластический изгиб, и изображен на рис. 2. Стержни имеют прямоугольные сечения (размеры указаны на рис. 2) и жестко закреплены под прямым углом относительно друг друга. Стойка *II* защемлена нижним концом. На левый конец стержня *I* действует сила *P*, моделирующая температурное воздействие.

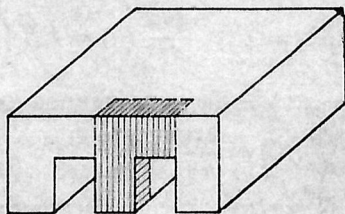


Рис. 1.

На рис. 2 введена система координат  $xoy$ ,  $v(x)$  — прогиб *I*,  $\omega(y)$  — прогиб *II*; положительные направления прогибов указаны. Будем решать задачу без учета сдвигов поперечных сечений стержней

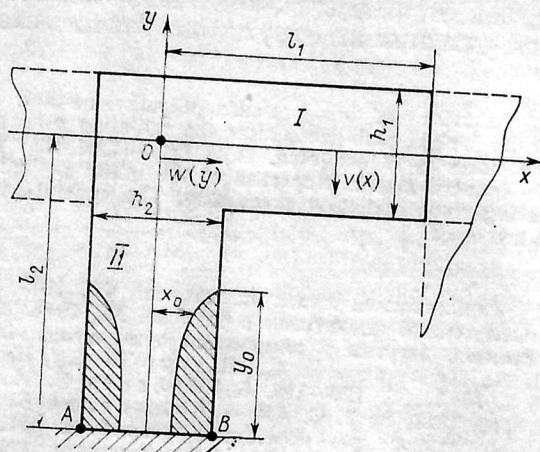


Рис. 2.

в процессе деформации. Рассмотрим первоначально упругую задачу. Ее решение состоит в интегрировании системы дифференциальных уравнений [1]

$$EI_1 \frac{d^4 v}{dx^4} = 0; \quad EI_2 \frac{d^4 w}{dy^4} = 0. \quad (1)$$

Здесь  $E$  — модуль Юнга,  $I_1$ ,  $I_2$  — моменты инерции поперечных сечений стержня и стойки.

Задача деформирования будет рассматриваться при следующих условиях:

$$w(-l_2) = \frac{dw}{dy}(-l_2) = 0; \quad (2)$$

$$v(0) = v(l_1) = 0; \quad (3)$$

$$EI_2 \frac{d^3 w}{dy^3}(0) = -P; \quad (4)$$

$$\frac{dv}{dx}(0) = \frac{dw}{dy}(0); \quad (5)$$

$$M_0 = EI_2 \frac{d^2 w}{dy^2}(0) = EI_1 \left( \frac{d^2 v}{dx^2}(-0) + \frac{d^2 v}{dx^2}(+0) \right); \quad (6)$$

$M_0$  — момент в узле закрепления стержня и стойки;

$$\frac{dv}{dx}(0) = \frac{dv}{dx}(l_1). \quad (7)$$

Отметим, что в реальной конструкции условие (7) выполняется приближенно.

Упругое решение системы (1) с учетом условий (2)–(7) согласуется с [3] и имеет вид

$$v(x) = \frac{Pk_0}{EI_2} \left( x^3 - \frac{3}{2} l_1 x^2 + \frac{1}{2} l_1^2 x \right);$$

$$w(y) = \frac{P}{EI_2} \left( -\frac{1}{6} y^3 - k_1 y^2 + k_2 y + k_3 \right).$$

Здесь

$$k_0 = \frac{l_2/l_1}{12I_1/l_2 + l_1/l_2}; \quad k_1 = 3 \frac{I_1}{I_2} l_1 k_0;$$

$$k_2 = \frac{1}{2} l_1^2 k_0; \quad k_3 = \frac{1}{3} l_2^2 l_1 \left( 3 \frac{l_1}{l_2} + \frac{l_1}{l_2} \right) k_0.$$

Предположим теперь, что в стойке II при некотором значении  $P$  хотя бы в части объема создается напряженное состояние, при котором  $|\sigma_y| \geq \sigma_T$ , где  $\sigma_T$  — предел текучести материала при одноосном растяжении [3].

Для анализа упругопластического изгиба используем модель А. А. Ильюшина [4], рассматриваем случай идеальной пластичности, эффект Баушингера не учитываем.

В стойке II возможны различные варианты появления и развития пластических зон: внизу, в месте защемления стойки; наверху, в месте сопряжения стержней; и наконец, и там, и там одновременно. Первый из этих трех случаев изображен на рис. 2 (пластические зоны заштрихованы), и его будем рассматривать в дальнейшем. Для описания пластических зон введем  $x_0$  и  $y_0$  (см. рис. 2).

Процесс упругопластического деформирования протекает следующим образом. При  $P = P_1$  возникают две точки пластичности А и В (см. рис. 2). Затем с ростом  $P$  точки А и В превращаются в пластические зоны, и при  $P = P_2$  на линии АВ пластические зоны смыкаются, образуя в этом месте пластический шарнир. Отметим, что конструкция способна воспринимать нагрузку и при  $P > P_2$ , однако пока ограничимся диапазоном  $P_1 \leq P \leq P_2$ .

Момент  $M(y)$  в любом сечении  $y$  стойки II определяется равенством

$$M(y) = M_0 - Py. \quad (9)$$

Заметим, что наибольшее значение момента будет при  $y = -l_2$ , поэтому и пластичность начинает развиваться в этом сечении. Выразим  $M(y)$  через деформацию  $\varepsilon_y = x \cdot \kappa$ , используя связь между напряжением  $\sigma_y$  и  $\varepsilon_y$  в виде

$$\sigma_y = \begin{cases} E\varepsilon_y & \varepsilon_y \leq \varepsilon_T; \\ \sigma_T = E\varepsilon_T, & \varepsilon_y \geq \varepsilon_T. \end{cases} \quad (10)$$

Для упругопластической области  $[-l_2, -l_2 + y_0]$  и для упругой области  $[-l_2 + y_0, 0]$  стойки II имеем

$$M(x) = \begin{cases} M_k - E\varepsilon_T^3/(3\kappa^2), & M_T \leq M \leq M_k, \\ EI_2\kappa, & 0 \leq M \leq M_T. \end{cases} \quad (11)$$

Здесь  $M_T = EI_2 \frac{2\varepsilon_T}{h_2}$ ;  $M_k = EI_2 \frac{3\varepsilon_T}{h_2}$ . Значениям  $M_T$  и  $M_k$  соответствуют  $x_0 = h_2/2$  и  $x_0 = 0$ . Если найти  $dM/d\kappa$  и подставить  $\kappa_* = 2\varepsilon_T/h_2$ , то первая и вторая формулы (11) дадут одинаковый результат, следовательно, (11) задает гладкую кривую  $M(\kappa)$ . Выразим из (11) кривизну  $\kappa$ , используем зависимость  $\kappa = d^2w/dy^2$  и проинтегрируем полученные соотношения дважды с учетом граничных условий (2), а также используем непрерывность функции  $w$  и  $dw/dy$  в точке  $y = -l_2 + y_0$ :

$$w(y) = \begin{cases} \frac{4}{3a_3^2} (a_3 y + a_4)^{3/2} + b_3 y + b_4, & -l_2 \leq y \leq -l_2 + y_0; \\ \frac{1}{6} a_1 y^3 + \frac{1}{2} a_2 y^2 + b_1 y + b_2, & -l_2 + y_0 \leq y \leq 0. \end{cases} \quad (12)$$

$$\text{Здесь } a_1 = -\frac{P}{EI_2}; \quad a_2 = \frac{M_0}{EI_2}; \quad a_3 = \frac{3P}{E\varepsilon_T^3}; \quad a_4 = \frac{-3M_0}{E\varepsilon_T^3} + \frac{3h_2^2}{4\varepsilon_T^2};$$

$$b_1 = \frac{2}{a_3} s^{1/2} - \frac{2}{a_3} t^{1/2} - \frac{1}{2} a_1 \bar{y}^2 - a_2 \bar{y}; \quad b_2 = \frac{4}{3a_3^2} s^{3/2} -$$

$$- \frac{4}{3a_3^2} t^{3/2} - \frac{2\bar{y}}{a_3} s^{1/2} - \frac{2l_2}{a_3} t^{1/2} + \frac{1}{3} a_1 \bar{y}^3 + \frac{1}{2} a_2 \bar{y}^2; \quad b_3 =$$

$$= - \frac{2}{a_3} t^{1/2}; \quad b_4 = - \frac{4}{3a_3^2} t^{3/2} - \frac{2l_2}{a_3} t^{1/2}; \quad \bar{y} = -l_2 + y_0; \quad s = (a_3 \bar{y} +$$

$$+ a_4); \quad t = a_4 - a_3 l_2.$$

Значение  $y_0$  определяется из условия

$$M(\bar{y}) = M_T \quad (13)$$

и равно

$$y_0 = \frac{M_0}{P} - \frac{E \varepsilon_T h_2^2}{6P} + l_2. \quad (14)$$

Решение упругопластической задачи для стойки II будет закончено, если найти  $M_0$  из условия (6). При этом  $\frac{d^2 w}{dy^2}(0)$  следует определить из второго соотношения (12). В результате имеем уравнение четвертой степени для определения  $M_0$ :

$$A_4 M_0^4 + A_3 M_0^3 + A_2 M_0^2 + A_1 M_0 + A_0 = 0, \quad (15)$$

где  $A_4, A_3, A_2, A_1, A_0$  — постоянные коэффициенты, которые зависят от параметров задачи  $E, \varepsilon_T, h_2, l_1, l_2, P$ . В упругом случае

$$M_0 = - \frac{6Pl_2 l_1/l_2}{l_1/l_2 + 12l_1/l_2}. \quad (16)$$

Сравнение результатов (15) и (16) позволяет выбрать из четырех корней (15) значение  $M_0$ , соответствующее физическому смыслу задачи.

В расчете использованы следующие числовые значения параметров:  $E = 1,15 \cdot 10^5$  МПа;  $\varepsilon_T = 1,565 \cdot 10^{-3}$ ;  $h_1 = h_2 = 0,5$  см;  $l_1 = l_2 = 0,75$  см. В табл. 1 показан рост размера пластических зон  $y_0$  с ростом нагрузки  $P$ , а также приведены значения  $M_0$  для упругой и упругопластической задач. Значения  $P_1, P_*$  и  $P_2$  рассчитывались по формулам

Таблица 1

	$P \cdot 10^{-4}$ , МПа · м	$y_0$ , см	II	
			$M_0$ , Па · м <sup>3</sup>	$M_0$ , Па · м <sup>3</sup>
$P_1$	1856,88	$4,8 \cdot 10^{-6}$	— 642,77	— 642,77
	1900	$9,2 \cdot 10^{-3}$	— 657,40	— 657,70
	2000	$2,9 \cdot 10^{-2}$	— 692,00	— 692,39
	2100	$4,7 \cdot 10^{-2}$	— 726,50	— 727,36
	2200	$6,2 \cdot 10^{-2}$	— 751,20	— 762,80
	2300	$7,7 \cdot 10^{-2}$	— 795,80	— 798,97
	2400	$8,9 \cdot 10^{-2}$	— 830,40	— 836,17
	2500	$1,0 \cdot 10^{-1}$	— 865,00	— 874,78
	2600	$1,1 \cdot 10^{-1}$	— 899,60	— 915,36
	2700	$1,17 \cdot 10^{-1}$	— 934,20	— 958,69
$P_*$	2785,33	$1,22 \cdot 10^{-1}$	— 964,14	— 998,71
	2800	$1,22 \cdot 10^{-1}$	— 968,80	— 1006,04
	2910	$1,26 \cdot 10^{-1}$	— 1006,36	— 1064,64
$P_2$	2992	$1,25 \cdot 10^{-1}$	— 1035,58	— 1119,23

I — расчет задачи без учета пластичности, II — с учетом.

$$P_1 = \frac{M_T}{l_2} \frac{l_1 l_2 + 12 I_1 / I_2}{l_1 / l_2 + 6 I_1 / I_2}; \quad P_* = P_1 \frac{M_K}{M_T}; \quad P_2 = \frac{M_K - M_0}{l_2}. \quad (17)$$

Теперь рассмотрим искривление горизонтального стержня  $I$ . Предполагаем, что он остается упругим при изгибе, следовательно, необходимо решить первое уравнение (1) при условиях (3), (5), (7). Решение имеет вид

$$v(x) = \frac{2}{l_1^2} \frac{dv}{dy}(0) \left( x^3 - \frac{3}{2} l_1 x^2 + \frac{1}{2} l_1^2 x \right), \quad (18)$$

а с учетом (12) получаем  $\frac{dw}{dy}(0) = b_1$ . Заметим, что (18) верно и в упругой задаче (8). В табл. 2 приведены результаты расчета  $w_{\max}(0)$  и

Таблица 2

$P \cdot 10^{-4}$ , МПа · м	$w_{\max}$ , см	$v_{\max}$ , см	$P \cdot 10^{-4}$	$w_{\max}$ , см	$v_{\max}$ , см
1857	$6,71 \cdot 10^{-4}$	$2,36 \cdot 10^{-5}$	2400	$8,81 \cdot 10^{-4}$	$3,07 \cdot 10^{-5}$
1900	$6,86 \cdot 10^{-4}$	$2,41 \cdot 10^{-5}$	2500	$9,27 \cdot 10^{-4}$	$3,21 \cdot 10^{-5}$
2000	$7,23 \cdot 10^{-4}$	$2,54 \cdot 10^{-5}$	2600	$9,79 \cdot 10^{-4}$	$3,36 \cdot 10^{-5}$
2100	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$2,67 \cdot 10^{-5}$	2700	$1,038 \cdot 10^{-3}$	$3,52 \cdot 10^{-5}$
2200	$7,98 \cdot 10^{-4}$	$2,80 \cdot 10^{-5}$	2800	$1,107 \cdot 10^{-3}$	$3,69 \cdot 10^{-5}$
2300	$8,38 \cdot 10^{-4}$	$2,93 \cdot 10^{-5}$	2992	$1,301 \cdot 10^{-3}$	$4,11 \cdot 10^{-5}$

$v_{\max}$  для различных  $P$ . Вообще, данное решение позволяет определить прогибы в каждой точке элемента как функции приложенной силы, т. е.  $v(P)$ . Зависимость  $w(P)$  при  $y=0$  представлена на рис. 3.

Предположим теперь, что после достижения некоторого  $P = P_0$  нагрузка уменьшается и конструкция упруго разгружается [3, 4]. Весь процесс можно представить диаграммой на рис. 4.

В упругом случае  $P_0 \leq P_1$ ,  $w(y)$  при разгрузке исчезает полностью и при  $P=0$  конструкция принимает исходное положение. В упруго-

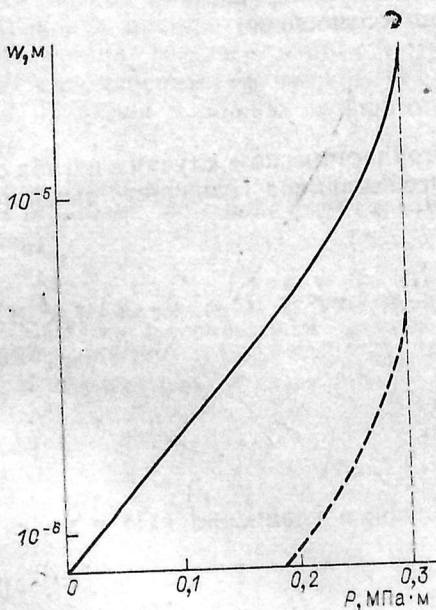


Рис. 3.

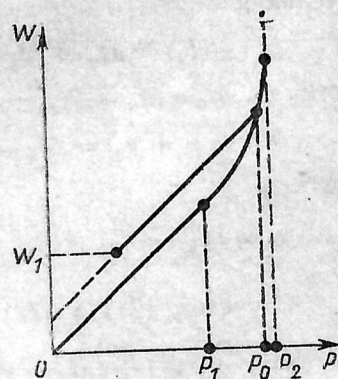


Рис. 4.

пластическом случае прогиб уменьшается, но не исчезает. Согласно принципу Сен-Венана [3] будем моделировать разгрузку как изгиб под действием некоторой силы  $P_3$  противоположного  $P$  направления. Отметим, что вторичную пластическую деформацию рассматривать не будем, следовательно,  $|P_3| \leq P_1$ . Сила  $P_3$  будет вызывать упругие изгибы  $\bar{w}$  стойки II и  $\bar{v}$  стержня I по формулам (8), если заменить  $P$  на  $P_3$ . Сила  $P_3$  вызовет также и момент  $\bar{M}_0$  в месте закрепления стержней, который определяется (16), если заменить  $P$  на  $P_3$ . Тогда остаточный прогиб может быть представлен равенствами

$$w_1 = w + \bar{w}; \quad v_1 = v + \bar{v}. \quad (19)$$

В табл. 3 приведены результаты расчета  $w_{1\max}$  и  $v_{1\max}$  при

Таблица 3

$P \cdot 10^{-4}$ , МПа · м	$w_1 \max$ , см	$v_1 \max$ , см	$P \cdot 10^{-4}$	$w_1 \max$ , см	$v_1 \max$ , см
1857	$1,44 \cdot 10^{-8}$	$2,71 \cdot 10^{-9}$	2400	$2,10 \cdot 10^{-4}$	$7,09 \cdot 10^{-6}$
1900	$1,56 \cdot 10^{-8}$	$5,45 \cdot 10^{-7}$	2500	$2,57 \cdot 10^{-4}$	$8,51 \cdot 10^{-6}$
2000	$5,19 \cdot 10^{-5}$	$1,82 \cdot 10^{-6}$	2600	$3,08 \cdot 10^{-4}$	$1,00 \cdot 10^{-5}$
2100	$8,90 \cdot 10^{-5}$	$3,10 \cdot 10^{-6}$	2700	$3,67 \cdot 10^{-4}$	$1,16 \cdot 10^{-5}$
2200	$1,27 \cdot 10^{-4}$	$4,41 \cdot 10^{-6}$	2800	$4,36 \cdot 10^{-4}$	$1,33 \cdot 10^{-5}$
2300	$1,67 \cdot 10^{-4}$	$5,73 \cdot 10^{-6}$	2992	$6,31 \cdot 10^{-4}$	$1,75 \cdot 10^{-5}$

$|P_3| = P_1$  и различных  $P$ . На рис. 3 зависимость  $w_1(P)$  при  $y=0$  показана штриховой линией. Сравнение результатов табл. 2 и 3 позволяет оценить степень уменьшения прогибов  $w$  и  $v$  при разгрузке.

Полученные результаты дают возможность определять остаточные искривления стержней в элементе конструкции, а следовательно, и всей конструкции в целом, и задавать необходимый температурный режим эксплуатации, такой, чтобы остаточные искривления были минимальны.

Наконец, рассмотрим решение поставленной задачи в том случае, когда в стойке II образовался пластический шарнир.

Из предыдущего решения имеем соотношение

$$M_0 = -12EI_1 \frac{v'_x(0)}{l_1}, \quad (20)$$

верное как в упругом, так и в упругопластическом случаях изгиба стойки II. Возникновение пластического шарнира означает выполнение условия

$$M(-l_2) = M_k = M_0 + Pl_2, \quad (21)$$

откуда  $M_0 = M_k - Pl_2$ , тогда  $M(y) = M_k - P(l_2 + y)$ . Если  $M_0 < M_T$ , то

$$M(-l_2 + y_0) = M_k - Py_0 = M_T, \quad (22)$$

отсюда

$$y_0 = l_2 \frac{M_k - M_T}{M_k - M_0}. \quad (23)$$

С учетом (21) и (22) запишем первое уравнение (11) в виде

$$\kappa = \frac{d^2 w}{dy^2} = \left( \frac{3P}{E \varepsilon_T^3} (l_2 + y) \right)^{1/2}. \quad (24)$$

Проинтегрируем его дважды:

$$w(y) = m_1(l_2 + y)^3 + m_2y + m_3. \quad (25)$$

Здесь

$$m_1 = \frac{4}{3} \left( \frac{E\varepsilon_T^3}{3P} \right)^{1/2}; \quad m_2 = \frac{2}{a_3} (s^{1/2} - t^{1/2}) - 2 \left( \frac{E\varepsilon_T^3}{3P} \right)^{1/2}; \quad m_3 = m_2 l_2, \text{ причем}$$

$m_2$  найдено из условия непрерывности  $dw/du$  при  $y = -l_2 + y_0$ , а  $m_3$  — из условия  $w(-l_2) = 0$ . Отметим, что в случае пластического шарнира внизу стойки II условие  $\frac{dw}{dy}(-l_2) = 0$ , которое использовалось раньше, применять нельзя.

Теперь пусть  $M_0 = M_T$  и  $y_0 = l_2$ . Это достигается при

$$P = (M_K - M_T) / l_2. \quad (26)$$

Перепишем (24) в виде

$$\frac{d^2w}{dy^2} = \left( \frac{3(M_K - M_T)}{E\varepsilon_T^3} \left( 1 + \frac{y}{l_2} \right) \right)^{1/2}. \quad (27)$$

Интегрируем дважды и получаем

$$w(y) = n_1 \left( 1 + \frac{y}{l_2} \right)^{3/2} + n_2 y + n_3. \quad (28)$$

Здесь  $n_1 = \frac{4l_2^2}{3} \left( \frac{E\varepsilon_T^3}{3(M_K - M_T)} \right)^{1/2}$ ;  $n_2 = -\frac{3}{2}n_1 - \frac{M_T l_1}{12E l_1}$ ;  $n_3 = n_2 l_2$ . Значение  $n_2$  определено из условий (15) и (20), а  $n_3$  — как  $m_3$  в (25). Нетрудно видеть, что для случая пластического шарнира решение задачи существенно упрощается, так как  $M_0$  находится сразу.

Таким образом, при сделанных предположениях задачу упруго-пластического изгиба элемента конструкции, состоящего из двух закреплённых под прямым углом стержней, удастся решить до конца. Однако это решение является одномерным приближением реального процесса изгиба подкреплённой пластины, поэтому результаты нужно рассматривать прежде всего как качественные, а не количественные. Для получения количественных результатов необходимо учесть несколько существенных факторов, например, деформации сдвига стержней и их вклад в общую деформацию при изгибе.

### Summary

The analytical solution for the problem of elastoplastic bending of some beams structure is obtained. The specific numerical sample is analyzed.

### Литература

1. Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости. М., 1975. 2. Огибалов П. М., Колтунов М. А. Оболочки и пластины. М., 1969. 3. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела. М., 1988. 4. Ильюшин А. А. Пластичность. М., 1948.

Статья поступила в редакцию 22 января 1991 г.