

УДК 556 + 574 + 502
ББК 26.22
В623

Водные и экологические проблемы Сибири и Центральной Азии. Материалы IV Всероссийской научной конференции с международным участием: в 3 т. – Барнаул, 2022. – Т. 1. – 276 с.

ISBN 978-5-6048358-8-3

В материалах сборника представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований гидрологических и гидрофизических процессов в водоемах и водотоках Сибири и Центральной Азии в условиях климатических изменений и антропогенных воздействий, в том числе вопросы, связанные с формированием поверхностного стока, движением воды в системах русел крупных рек, русловыми процессами и экстремальными гидрологическими явлениями. Приводятся новые сведения о гидрохимических и биогеохимических процессах в водных объектах и их водосборах, определяющих качество и экологическое состояние поверхностных и подземных вод. Значительная часть представленных работ посвящена изучению водных биоценозов (фитопланктона, зоопланктона, зообентоса, макрофитов и рыб). Особое внимание уделено вопросам оценки и прогнозирования состояния водных ресурсов Сибири и Центральной Азии, трансграничным водным и экологическим проблемам на данной территории. Проблемы рационального природопользования и водопользования, экологический мониторинг природных и природно-техногенных комплексов рассматриваются комплексно с учетом результатов анализа и оценки состояния окружающей природной среды в условиях изменения климата на территории Сибири и Арктики, а также разрабатываемых стратегий по улучшению водно-экологической обстановки в регионах Сибири и Центральной Азии. Проанализированы данные по экологическим последствиям различных видов антропогенного воздействия (нефтегазового комплекса, угледобывающей и горнорудной промышленности, гидростроительства) и природных процессов (наводнения, маловодья, засухи, аридизация).

Редакционная коллегия:

Пузанов А.В., д.б.н.; Зиновьев А.Т., д.т.н.; Безматерных Д.М., д.б.н.; Красноярова Б.А., д.г.н.; Папина Т.С., д.х.н.; Рыбкина И.Д., д.г.н.; Яныгина Л.В., д.б.н.; Трошкин Д.Н., к.ф.-м.н.

*При подготовке материалов к публикации сохранен авторский стиль изложения с минимальными редакционными правками, в основном пунктуации и орфографии.
Ответственность за содержание материалов несут авторы.*

Печатается по решению оргкомитета конференции.

ISBN 978-5-6048358-8-3

© Институт водных и экологических проблем СО РАН, 2022
© Коллектив авторов, 2022

ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ И ВЫБОР МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ВОДОНОСНЫХ СУБАЭРАЛЬНЫХ ТАЛИКАХ

Попов С.В.^{1,2,3}, Боронина А.С.^{4,2,3}, Лебедева Л.С.³

¹Полярная морская геологоразведочная экспедиция, Санкт-Петербург, Россия,

²Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия,

³Институт мерзлотоведения им. П.И. Мельникова СО РАН, Якутск, Россия,

⁴Государственный гидрологический институт, Санкт-Петербург, Россия

Аннотация. В настоящей работе сформулирована математическая модель, которая, как полагают авторы, станет основой для описания теплофизических процессов, протекающих в субэральных таликах. Модель предполагает наличие в общей сложности пяти слоёв: снег, напочвенный покров, сезонно-мёрзлые породы, талый неводонасыщенный грунт и водонасыщенный горизонт. Часть из перечисленных слоёв может появляться и исчезать в зависимости от сезона года. Предполагается, что в водонасыщенном горизонте возможно движение водных масс. Помимо математической модели, в работе обсуждаются вопросы, связанные с её практической реализацией численными методами.

Ключевые слова: субэральные талики, уравнение теплопроводности, математическое моделирование, конечно-разностные схемы

Введение

Многолетнемерзлые породы занимают около 65% территории нашей страны. Главным образом они развиты в Сибири и на северо-востоке страны, а также на севере Европейской части России. Текущие климатические изменения провоцируют оттаивание многолетней мерзлоты. Деградация криолитозоны может привести к катастрофическим последствиям, поскольку при этом изменяется природный ландшафт, учащаются случаи возникновения потенциально опасных криогенных процессов: термоэрозия, термокарст, просадки земной поверхности. Это, в свою очередь, приводит к разрушениям инфраструктуры и экономическому ущербу для регионов. Исследование многолетней мерзлоты является важной не только научной, но и прикладной задачей, что нашло своё отражение в «*Стратегии развития Арктической зоны Российской Федерации и обеспечения национальной безопасности до 2035 года*», утверждённой Указом Президента РФ № 645 от 26.10.2020.

Одними из наиболее интересных феноменов сплошной криолитозоны являются *талики* – талые горизонты, круглогодично существующие в толще многолетнемерзлых пород. Широко распространены субаквальные талики, сформированные отепляющим воздействием непромерзающих до дна водных объектов – крупных рек и озер. Субэральные талики формируются под влиянием других факторов и, как считается, редки в сплошной криолитозоне. Как правило, субэральные талики в Центральной Якутии являются водоносными. Распространение и динамика надмерзлотных субэральных водоносных таликов изучены слабо. Исследование этих природных феноменов и понимание их развития в современных условиях позволит лучше понять и

предсказать состояние криолитозоны в целом. Лучшим способом для этого является математическое моделирование, основанное на данных натуральных измерений.

Настоящая работа является частью научного проекта, посвящённого комплексному изучению таликов, и ставит своей целью формулировку математической модели и выяснения способов её практической реализации. Первый опыт моделирования представлен в работе [1].

Формулировка математической модели

Согласно [2], субэвральный талик представляет собой водонасыщенный горизонт Ω_T , заключённый между слоями мёрзлого либо мёрзлого и талого грунта. При этом нижний слой многолетнемёрзлых пород Ω_P является полугораничным. В верхнем слое сезонно-мёрзлых пород Ω_F в тёплое время года происходит полное или частичное оттаивание, что приводит к образованию талой области Ω_M . Выше неё (если он имеется) располагается напочвенный покров Ω_G , который может состоять из моховоторфяной подушки, лишайниковых покровов, лесной подстилки или слоя дернины. При расчёте температурного режима грунтов напочвенные покровы условно подразделяются на две категории: водонасыщенные мохово-торфяные подушки, распространённые обычно в заболоченных понижениях, и относительно сухие покровы. В связи с тем, что напочвенный покров существенно влияет на температурный режим грунтов, его учёт необходим. Будем считать, что в холодное время года он промерзает, что позволяет представить его частью Ω_F . С наступлением холодов образовавшийся талый слой Ω_M постепенно исчезает и остаётся лишь Ω_F . Далее на его верхней границе формируется снежный покров Ω_S переменной толщины. По мере приближения тёплого времени года он стаивает. Иллюстрация к представленному описанию показана на рис. 1.

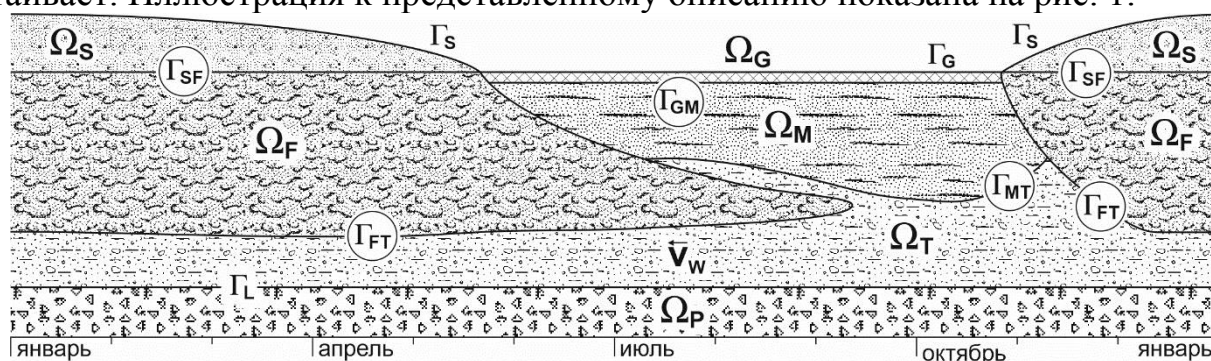


Рисунок 1 – Иллюстрация к описанию математической модели субэврального талика

Процессы тепломассопереноса для субэврального талика могут быть описаны системой дифференциальных уравнений с граничными и начальными условиями, которые требуются для постановки краевой задачи. Мы сформулируем их максимально полно для наиболее общего трёхмерного случая. Однако для практической реализации модели путём составления компьютерной программы требуется решить множество технических вопросов, связанных не столько с формулировкой краевой задачи, сколько с её численным решением.

Сделаем ряд допущений, которые позволят упростить модель без существенного ущерба для качества конечного результата.

Материалы полевых работ указывают на то, что внутригодовые температурные вариации в слое грунта Ω_P отсутствуют либо весьма незначительны и укладываются в погрешность измерений [3]. Таким образом, в рамках нашей модели ограничимся рассмотрением границы Γ_P областей Ω_T и Ω_L , $\Gamma_P = \Omega_T \cap \Omega_P$ и зададим на ней некоторую постоянную температуру θ_P . Будем также предполагать, что Γ_P ровная и в общем случае наклонная. При этом верхняя граница талого слоя Γ_{FT} , $\Gamma_{FT} = \Omega_F \cap \Omega_T$, может изменяться с течением времени. Её конфигурация описывается условием Стефана [4]. Этим же условием описывается форма и нижней границы приповерхностной талой области Γ_{MF} , $\Gamma_{MF} = \Omega_M \cap \Omega_F$, в том случае, если она формируется. Кроме того, для холодного времени года поверхности снега Γ_S (при наличии) и верхнего мёрзлого слоя грунта Γ_{GF} , $\Gamma_{GF} = \Omega_G \cap \Omega_F$, в каждый момент времени будем считать горизонтальными. Такими же горизонтальными являются и все границы напочвенного покрова Ω_G , который располагается на Ω_F и Ω_M при их наличии и под Ω_S также при его наличии. Такой же будем считать границу верхней талой области Γ_{GM} , которая перекрыта напочвенным слоем Ω_G (рис. 1).

В области талика Ω_T в силу тех или иных причин (например, её наклона) возможно движение свободной воды с некоторой скоростью \mathbf{v}_w . При этом она может изменяться как вдоль линии тока, так и с течением времени. Этот процесс описывается уравнением неразрывности [4].

Отметим также, что трёхмерную задачу можно свести к двумерной, если производить интегрирование дифференциальных уравнений вдоль линий тока, полагая при этом, что процесс теплопереноса в вертикальном направлении превалирует над всеми остальными. Это стандартный приём, используемый, в частности, при моделировании многочисленных задач, связанных с движением ледника. В нашем случае это так же возможно, поскольку массоперенос в виде движения воды осуществляется лишь в одном слое Ω_T . Поступая таким образом, все вектора движения воды \mathbf{v}_w будут располагаться в одной плоскости. Это позволит оставить лишь компоненты уравнений, связанные с проекциями на оси абсцисс (криволинейная ось, расположенная вдоль линии тока) и аппликата, направленная вверх и ортогональная ей. Для вектора скорости \mathbf{v}_w обозначим эти проекции v_{wX} и v_{wZ} соответственно. Методика определения положения линий тока изложена в работе [5].

Предложенный подход, естественно, не является полноценной заменой трёхмерного моделирования, но он сильно упрощает расчёты в плане экономии ресурсов и машинного времени. При их наличии полноценное трёхмерное моделирование гораздо предпочтительнее. Кроме того, интегрируя уравнения вдоль многочисленных линий тока, в результате получается набор данных, который необходимо интерполировать на регулярную сеть (гридировать), если требуется получить решение в трёхмерном пространстве. Это также требует

машинного времени и ресурсов. Тем не менее, даже с учётом этого указанный подход менее ресурсоёмкий и может быть осуществлён на стандартных современных персональных компьютерах.

В принципе, при отсутствии течения воды в талике вполне можно ограничиться решением и одномерной задачи. Однако в этом случае не будет учитываться теплоперенос в горизонтальной плоскости, и конфигурация границ не будет полностью корректной. Тем не менее такой подход вполне может быть использован для каких-то предварительных оценок. Кроме того, малая ресурсоёмкость и весьма эффективное распараллеливание вычислений в данном случае позволит получить результат гораздо быстрее.

Определившись в генеральном плане с конфигурацией сред, зададим систему координат. Направим ось аппликат вертикально вверх. Начало координат совместим с точкой пересечения оси аппликат и нижней границей талика Γ_p . Ось абсцисс направим вправо. Следует учесть, что при замерзании (или оттаивании) грунта слоя $\Delta\zeta$ его объём увеличивается пропорционально влажности ω . Это приводит к его воздыманию (или проседанию) на величину Δh ,

$$\Delta h = \omega \Delta \zeta \frac{\rho_w - \rho_l}{\rho_w},$$

где ρ_w и ρ_l – плотности воды и льда соответственно. Поскольку величина Δh может меняться вдоль по оси абсцисс, это, в свою очередь, приводит к появлению вертикальной составляющей в конвективном члене уравнения теплопроводности для всех областей, расположенных выше границы Γ_{FT} . Следствием возникновения вертикальных смещений грунта и возникновения трения слоёв друг о друга является появление диссипативного члена в тех же самых уравнениях. Поскольку абсолютно все рассматриваемые среды, включая мёрзлые, не являются абсолютно упругими, то скорости вертикальных движений, вызванные деформациями этого вида, в общем случае различные и убывают по мере удаления от Γ_{FT} .

Обсудим граничные условия на дневной поверхности, т.е. на границах Γ_G или Γ_S , в зависимости от обстоятельств. Анализ опубликованной литературы показывает, что самое правильное – это использовать уравнение теплового баланса, которое детально рассмотрено в работе [6]. Вообще говоря, применительно к реальным данным все его элементы учесть практически невозможно, либо это представляет существенную сложность. Кроме того, если рассматривать модель с практических позиций последующего наполнения данными реальных измерений, то надо адекватно оценивать как их характер, так и точностные характеристики. Таким образом, в рамках настоящей модели мы ограничимся учётом лишь потока приходящей коротковолновой радиации A_S и отражательными характеристиками поверхности χ (альбедо). Именно они и вносят основной вклад в приходящий на дневную поверхность тепловой поток. Методика определения величины A_S изложена в работе [7]. Она достаточно сложна и зависит от множества параметров, связанных с атмосферными явлениями, затенённостью, высотой Солнца над горизонтом. В рамках

настоящего исследования ограничимся учётом лишь последнего из перечисленных факторов. Тогда поступающий на границы Γ_G или Γ_S поток солнечной коротковолновой радиации Λ_S будет равен

$$\Lambda_S = \Lambda_{SOL}(1 - \chi)\cos\psi,$$

где Λ_{SOL} – это поток коротковолновой солнечной радиации, прошедший через атмосферу и падающий на Землю; ψ – угол, под которым поток солнечной радиации падает на поверхность Земли с учётом её наклона по отношению к линии горизонта. Он зависит от широты и долготы места, даты и времени суток, а также требует получения значения наклона эклиптики, учёт прецессии и прочее. Расчёт ψ , оформленный в виде функции на языке Pascal, приведён в работе [8].

Оценка величины альбедо χ является наиболее дискуссионным вопросом. В работе [9] предложено восстановить граничные условия путём их подбора таким образом, чтобы результат моделирования наилучшим образом соответствовал данным натурных наблюдений. На настоящий момент этот путь представляется весьма перспективным. На начальном этапе исследований авторы намерены подбором χ добиться наименьшей дисперсии отклонения модельных расчётов от натурных измерений. Сходным способом они получали эффективную величину коэффициента теплопроводности грунта на основе полевых данных о распределении температуры по глубине [1].

Некоторую сложность представляет определение коэффициентов теплопроводности λ , теплоёмкости c и плотности ρ , по которым рассчитываются коэффициенты теплопроводности a соответствующих слоёв Ω_T , Ω_S , Ω_F , Ω_M и Ω_G : $a = \lambda/(c \cdot \rho)$. Проблема вызвана тем, что все указанные параметры зависят от множества факторов, главными из которых являются: объёмное содержание влаги или льда ω_T , ω_S , ω_F , ω_M и ω_G , плотность, тип грунта и температуры θ_T , θ_S , θ_F , θ_M и θ_G . Имеется множество работ, связанных с определением теплофизических параметров грунта. В частности, в работе [10] обобщены эмпирические соотношения для расчёта теплофизических характеристик разных типов напочвенных покровов, торфа, грунтов (в том числе заторфованных), почв и горных пород применительно к территории Якутии и прилегающим к ней районам.

Наличие снежного покрова, обладающего теплоизоляционными свойствами, способно в корне изменить распределение тепла в приповерхностном слое грунта, поэтому его наличие также обязательно учитывать в математической модели. Среди множества научных публикаций авторы отмечают работу [11], в которой приводится обзор моделей теплопроводности снега λ_S в зависимости от его плотности ρ_S . В ней приводится соотношение для некоторого эффективного значения λ_S , которое успешно использовалось впоследствии во множестве расчётов:

$$\lambda_S = 9.165 \times 10^{-2} - 3.814 \times 10^{-4} \rho_S + 2.905 \times 10^{-6} \rho_S^2.$$

Таким образом, представленное выше описание математической модели для псевдотрёхмерного случая интегрирования вдоль линий тока может быть записано следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_T}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(a_T \frac{\partial \theta_T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(a_T \frac{\partial \theta_T}{\partial z} \right) + v_{WX} \frac{\partial \theta_T}{\partial x} + v_{WZ} \frac{\partial \theta_T}{\partial z} + \Phi_T, & (x, z) \in \Omega_T, \\ \frac{\partial \theta_S}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(a_S \frac{\partial \theta_S}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(a_S \frac{\partial \theta_S}{\partial z} \right) + (v_S + w_S) \frac{\partial \theta_S}{\partial z} + \Phi_S, & (x, z) \in \Omega_S, \\ \frac{\partial \theta_F}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(a_F \frac{\partial \theta_F}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(a_F \frac{\partial \theta_F}{\partial z} \right) + v_F \frac{\partial \theta_F}{\partial z} + \Phi_F, & (x, z) \in \Omega_F, \\ \frac{\partial \theta_M}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(a_M \frac{\partial \theta_M}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(a_M \frac{\partial \theta_M}{\partial z} \right) + v_M \frac{\partial \theta_M}{\partial z} + \Phi_M, & (x, z) \in \Omega_M, \\ \frac{\partial \theta_G}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(a_G \frac{\partial \theta_G}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(a_G \frac{\partial \theta_G}{\partial z} \right) + v_G \frac{\partial \theta_G}{\partial z} + \Phi_G, & (x, z) \in \Omega_G, \\ \lambda_F \frac{\partial \theta_F}{\partial \mathbf{n}_{UT}} - \lambda_T \frac{\partial \theta_T}{\partial \mathbf{n}_{UT}} &= q_F \left(\frac{\omega_{F1} + \omega_{T2}}{2} \right) \left(\frac{\rho_W + \rho_I}{2} \right) \frac{dz_{FT}}{dt} \Big|_{\Gamma_{FT}}, \\ \lambda_M \frac{\partial \theta_M}{\partial \mathbf{n}_{MF}} \Big|_{\Gamma_{MF}} - \lambda_F \frac{\partial \theta_F}{\partial \mathbf{n}_{MF}} \Big|_{\Gamma_{MF}} &= q_F \left(\frac{\omega_{M1} + \omega_{F2}}{2} \right) \left(\frac{\rho_W + \rho_I}{2} \right) \frac{dz_{MF}}{dt} \Big|_{\Gamma_{MF}}, \\ \theta_G(t) \Big|_{\Gamma_{GF}} &= \theta_F(t) \Big|_{\Gamma_{GF}}, \quad \theta_G(t) \Big|_{\Gamma_{GF}} = \theta_M(t) \Big|_{\Gamma_{GM}}, \quad \theta_G(t) \Big|_{\Gamma_{SG}} = \theta_S(t) \Big|_{\Gamma_{SG}}, \\ \theta_T(t) \Big|_{\Gamma_{TP}} &= \theta_P, \\ \lambda_G \frac{\partial \theta_G}{\partial \mathbf{n}_G} \Big|_{\Gamma_G} &= \Lambda_{SOL} (1 - \chi) \cos \psi, \quad \lambda_S \frac{\partial \theta_S}{\partial \mathbf{n}_S} \Big|_{\Gamma_S} = \Lambda_{SOL} (1 - \chi) \cos \psi. \end{aligned}$$

Оценки авторов (не опубликовано) показывают, что скорости вертикальных движений, связанные с процессами промерзания и оттаивания грунта, чрезвычайно малы, и на начальном этапе моделирования ими можно пренебречь. Это приведёт к упрощению модели путём отбрасывания кондуктивных и диссипативных членов во всех уравнениях, кроме первого (для области Ω_T) и второго (для области Ω_S). Однако в окончательном варианте модель представляется трёхмерной с полной записью всех элементов дифференциальных уравнений.

Методы численного решения

Сформулированная выше краевая задача может быть решена лишь численно. Для этого могут быть использованы явная и неявная конечно-разностные схемы, а также схема Кранка-Николсона. Недавнее исследование авторов показывает, что, в целом, точностные характеристики (при сравнении аналитического решения и численного) всех трёх схем примерно одинаковы при интервале дискретизации по времени Δt порядка 10 минут и числах Куранта k порядка 0.05. Его увеличение (т.е. уменьшение интервала дискретизации по плановым координатам Δx) не приводит к значимому улучшению точности, требуя при этом больших ресурсов и времени расчёта. Как ни странно, но в ряде случаев применение явной конечно-разностной схемы даёт чуть лучший результат, но исключительно при $k < 1$. С другой стороны, как показали исследования авторов, точность расчётов с ростом Δx для любой конечно-разностной схемы резко снижается при $k < 0.05$ и $\Delta t = 10$ мин.

Таким образом, исходя из точностных характеристик и скорости вычислений, имеет смысл выбирать между явной схемой и схемой Кранка-

Николсона. При выборе первой нужно чётко следить за числом Куранта, что может быть не просто при переменных величинах коэффициента температуропроводности. В этом смысле схема Кранка-Николсона предпочтительнее, поскольку даёт гарантированный результат даже при высоких числах Куранта. Эффективным методом расчёта при её выборе является метод прогонки [4; 12].

Решение многомерных краевых задач эффективно решается методом переменных направлений Писмена-Рекфорда. Его суть заключается в следующем. Интервал дискретизации делится на две или три части в зависимости от того, какая задача решается: двумерная или трёхмерная. Затем производится интегрирование дифференциальных уравнений сначала по одной оси, затем по другой и, если нужно, по третьей для каждой части интервала [12]. Поскольку интегрирование по одним и тем же направлениям осуществляется независимо, то вычисления можно достаточно эффективно распараллелить, что позволит существенно сократить время расчётов. Практически это можно реализовать не только на суперкомпьютерах, но также и на обычном компьютере или ноутбуке с соответствующей видеокартой, которая позволяет осуществлять вычисления на графическом процессоре.

Задача Стефана сама по себе достаточно непростая. Тем не менее, пути её решения известны. Весьма эффективным является метод спрямления координат [4]. Некоторую сложность вызывает наличие большого количества границ фазового перехода, часть из которых может появляться и исчезать. Однако этот вопрос достаточно просто решается на программном уровне. Но в момент возникновения или исчезания границ применение классических равномерных сеток приводит к большим ошибкам. Чтобы их избежать и повысить тем самым точность моделирования, требуется использование неравномерных сеток, узлы которых сгущаются по краям области интегрирования [4].

Заключение

В рамках настоящей научной работы сформулирована математическая модель, которая, как полагают авторы, позволит успешно описать теплофизические процессы, протекающие в субэрадных таликах. Модель предполагает наличие в общей сложности пять слоёв: снег, напочвенный покров, мёрзлый грунт, талый неводонасыщенный грунт и водонасыщенный горизонт. Часть из перечисленных слоёв может появляться и исчезать в зависимости от сезона года. Кроме того, предполагается, что в водонасыщенном горизонте возможно движение водных масс, что также влияет на теплоперенос. Описание модели подготовлено в двумерном виде, однако она без особых сложностей может быть преобразована в полноценную трёхмерную. Кроме того, распараллеливание вычислений существенно повысит эффективность расчётов.

Основную сложность авторы видят в описании коэффициентов теплопроводности и температуропроводности, поскольку они зависят от множества параметров, прежде всего влажности. Решение этой проблемы

представляется двумя способами: путём обращения к опубликованным литературным данным либо получением собственных материалов при полевых исследованиях.

Численное решение авторы намерены реализовывать путём использования конечно-разностной схемы Кранка-Николсона. Оптимальный интервал дискретизации по времени, согласно недавним неопубликованным исследованиям, для указанной задачи составляет порядка 10 минут. При этом интервал дискретизации по плановым координатам должен быть таковым, чтобы обеспечить число Куранта порядка 0.05.

Авторы благодарят Степанову М.М. (СПбГУ) за плодотворные дискуссии при подготовке настоящей публикации.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (РНФ) в рамках проекта № 22-17-20040 «Субаэральные и подоцерные талики в сплошной криолитозоне Восточной Сибири: происхождение, современное состояние и реакция на изменение климата».

Список использованных источников

1. Попов С.В., Лебедева Л.С., Ефремов В.С. Опыт применения математического моделирования для оценки теплофизических свойств грунта в Центральной Якутии // *Материалы XII Всероссийской научно-практической конференции «Геология и минерально-сырьевые ресурсы Северо-Востока России».* – 2022. – С. 462-467.
2. Бойцов А.В. Условия формирования и режим склоновых таликов в Центральной Якутии // *Криогидрогеологические исследования – Якутск: ИМЗ СО АН СССР,* – 1985. – С. 44-55.
3. Лебедева Л.С., Бажин К.И., Христофоров И.И., Абрамов А.А., Павлова Н.А., Ефремов В.С., Огонеров В.В., Тарбеева А.М., Федоров М.П., Нестерова Н.В., Макарьева О.М. Надмерзлотные субаэральные талики в бассейне реки Шестаковка (Центральная Якутия) // *Криосфера Земли.* – 2019. – Т. XXIII. – № 1. – С. 40–50. doi: 10.21782/KZ1560-7496-2019-1(40-50).
4. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.
5. Попов С.В. Методика расчета линий тока земной поверхности, их использование в субляциальной геоморфологии и моделировании экзарационных процессов (на примере района Земли Принцессы Елизаветы, Восточная Антарктида) // *Геоморфология.* – 2017. – №1. – С. 46-54. doi:10.15356/0435-4281-2017-1-46-54.
6. Прохорова У.В., Терехов А.В., Иванов Б.В., Веркулич С.Р. Расчет составляющих теплового баланса ледника Альдегонда (Западный Шпицберген) в период абляции по данным наблюдений 2019 года // *Криосфера Земли.* – 2021. Т. XXV. – № 3. – С. 50-60. doi: 10.15372/KZ20210305.
7. Böhner J., AntoniĆ O. Land-surface parameters specific to topoclimatology // *Developm. Soil Science.* – 2009. – Vol. 33. – P. 195-226.
8. Монтенбрук О., Пфлегер Т. *Астрономия на персональном компьютере* – СПб.: Питер, 2002. – 320 с.
9. Пермяков П.П., Афанасьев Т.А., Варламов С.П., Скрыбин П.Н. Определение граничных условий при моделировании термического режима мерзлых грунтов // *Вестник Северо-Восточного научного центра ДВО РАН.* – 2018. – № 1. –С. 56-62.
10. Гаврильев Р.И. *Теплофизические свойства горных пород и напочвенных покровов криолитозоны* – Новосибирск: изд-во Сиб. отд-ния Рос. акад. наук, 1998. – 279 с.

11. Осокин Н.И., Самойлов Р.С., Сосновский А.В., Сократов С.А., Жидков В.А. К оценке влияния изменчивости характеристик снежного покрова на промерзание грунтов. // Криосфера Земли. – 1999. – Т. III. – №1. – С. 3-10.
12. Кольцова Э., Скичко А., Женса А. Численные методы решения уравнений математической физики и химии – М.: Юрайт, 2020. – 220 с.

**FORMULATION OF THE PROBLEM AND CHOICE OF SOLUTION METHODS FOR
NUMERICAL SIMULATION OF THERMOPHYSICAL PROCESSES IN WATER-
BEARING SUBAERIAL TALIKS**

Popov S.V.^{1,2,3}, Boronina A.S.^{4,2,3}, Lebedeva L.S.³

¹*Polar Marine Geosurvey Expedition, St. Petersburg, Lomonosov, Russia,*

²*Saint Petersburg State University, Institute of Earth Sciences, St. Petersburg, Russia,*

³*Melnikov Permafrost Institute, Russia,*

⁴*State Hydrological Institute, St. Petersburg, Russia*

Abstract. The mathematical model which will describe the thermophysical processes in subaerial taliks is formulated in this article. The model assumes a total of five layers: snow, ground cover, frozen soil, thawed soil, and water-saturated layer. Some of these layers may appear and disappear depending on the season of the year. It is also assumed that the free water can move in a water-saturated layer. In addition, the practical implementation of the model by numerical methods is discussed in the article.

Ключевые слова: subaerial taliks, heat equation, mathematical modeling, finite difference schemes.