

ISSN 0132-4624
ISSN 0024-0550

ВЕСТНИК
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА **93**

серия 1



МАТЕМАТИКА
МЕХАНИКА
АСТРОНОМИЯ

выпуск 2

из рис. 5, длина зоны отрыва существенно зависит от H и A и возрастает с уменьшением H и увеличением $|A|$.

На рис. 6 демонстрируются расчетные профили составляющих вектора скорости и давления в зоне возвратного течения при $Re=6250$ (на рисунке пунктир соответствует стенке).

Отметим то важное обстоятельство, что в рассмотренном случае течения с циркуляционной зоной удается получить устойчивое решение без изменения аппроксимации конвективных членов, т.е. без усложнения алгоритма расчета.

В качестве второго важного преимущества использованной методики укажем, что для получения сошедшегося решения требуется число итераций существенно (на порядок) меньше, чем в случае метода установления [2]

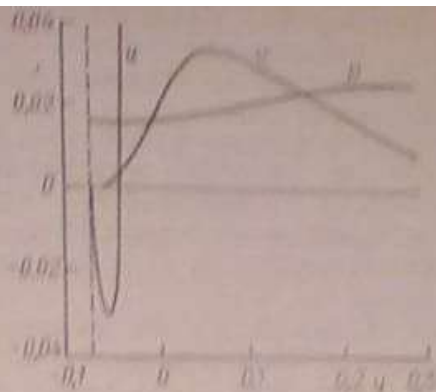


Рис. 6. Профили составляющих вектора скорости и давления в зоне возвратного течения. $Re = 6250$, $A = -0.08$, $H = 0.4$, $x = 0.8$.

Summary

L. A. Archangel'skaya, L. I. Skurlin. Calculation of internal liquid flows with separated regions by means of a global iteration technique.

Some aspects of the application of a global iteration technique to internal liquid flow with and without separated regions are considered. The application of this technique to the parallel channel flow investigation is implemented. Solution for separated flow is received and discussed. The efficiency of given global iteration technique for internal separated flows calculation is emphasized.

Литература

1. Halim A., Hafer M. Calculation of separated bubbles using boundary-layer type equations. Part I, II // AIAA Paper, 1985. N 84, 1984. P. 28.
2. Наполитино М. // Аэрокосмическая техника, 1987. № 12. С. 3-9.
3. Шевелев Ю. Д. Пространственные задачи вычислительной аэрогидродинамики. М., 1986.

Статья поступила в редакцию 9 июня 1992 г.

УДК 629.3

Вестник СПбГУ. Сер. 1. 1993, вып. 2 (№ 6)

С. М. Бауэр, А. Л. Смирнов

К РАСЧЕТУ ТЕРМОУПРУГОЙ ДЕФОРМАЦИИ ЗЕРКАЛА

Известно, что даже незначительные деформации отражающей поверхности оптических зеркал, являющихся важными элементами телескопов, существенно влияют на качество приборов. Одной из основных причин, вызывающих деформации, являются температурные воздействия, которым неизбежно подвергаются зеркала в процессе работы. При этом наибольший интерес представляет величина нормального прогиба отражающей поверхности зеркала.

© С. М. Бауэр, А. Л. Смирнов, 1993.

В работе исследуется осесимметричное напряженно-деформированное состояние равномерно нагретого круглого зеркала толщины h_1 . Сечение зеркала плоскостью, параллельной отражающей поверхности при $h < h_0$ — кольцо с внутренним радиусом r_0 и внешним радиусом r_1 , а при $h_0 < h < h_1$ — круг радиуса r_1 . В кольцевую нижнюю часть зеркала вставлено опорное кольцо, сопрягаемое с зеркалом по радиусу r_0 на высоте $0 < h < h_2$. Материалы, из которых изготовлено опорное кольцо и само зеркало, различны, поэтому из-за различия коэффициентов теплового расширения зеркала — α_1 и опорного кольца — α_2 при изменении температуры на T градусов возникают деформации отражающей поверхности зеркала.

Для вывода уравнений, описывающих деформированное состояние зеркала, разобьем конструкцию на три составные части: кольцевую пластину I толщиной h_1 с наружным радиусом r_1 и внутренним радиусом r_0 , опорное кольцо II толщиной h_2 с наружным радиусом r_0 и внутренним радиусом r_2 и круглую пластину III толщиной $h_3 = h_1 - h_0$ и радиусом r_0 .

Напряженно-деформированное состояние составных частей конструкции I, II, III будем исследовать, используя теорию тонких пластин.

1. Рассмотрим сначала круглую пластину III. Если срединную поверхность пластины принять в качестве поверхности приведения, то для определения упругой составляющей радиального смещения — $u_3^{(y)}$, нормального прогиба пластины — w_3 , радиального усилия — N_3^R и радиального момента — M_3^R в полярной системе координат с учетом того, что пластина замкнута в центре, можно получить [1]:

$$u_3^{(y)} = C_1 r, \quad w_3 = -\frac{C_2}{4} r^2 + C_3,$$

$$N_3^R = B_3 C_1 (1 + \nu_1), \quad M_3^R = \frac{C_2}{2} D_3 (1 + \nu_1). \quad (1)$$

Здесь $B_3 = E_1 \frac{h_3}{(1 - \nu_1^2)}$, $D_3 = E_1 \frac{h_3^3}{12(1 - \nu_1^2)}$ — коэффициенты жесткости пластины, E_1 , ν_1 — модуль упругости и коэффициент Пуассона зеркала, C_1 , C_2 , C_3 — коэффициенты, которые нужно определять из граничных условий, или в нашем случае из условий сопряжения.

Угол поворота нормали ψ_3 может быть определен из соотношения

$$\psi_3 = -\frac{dw_3}{dr} = \frac{C_2}{2} r.$$

При изменении температуры на T градусов полное радиальное смещение u_3 определяется как сумма упругой составляющей и чисто температурного расширения:

$$u_3 = u_3^{(y)} + \alpha_1 T r.$$

2. Рассмотрим теперь кольцевую пластину I и опорное кольцо II. В работе [2] решалась аналогичная задача для кольцевого анизотропного двухслойного зеркала переменной толщины. Уравнения для определения усилий и моментов были получены на основе гипотезы прямой нормали для всей пластины с использованием нижнего основания в качестве плоскости приведения. Полученная в [2] система для случая изотропной пластины постоянной толщины имеет вид

$$\frac{du^{(y)}}{dr} = \left[\nu_1 (L_3^2 - D_3 B_1) \frac{u^{(y)}}{r} + D_1 N_1^R - L_1 M_1^R \right] \frac{1}{(B_1 D_1 - L_1)},$$

$$\frac{d\psi_1}{dr} = \left[\nu_1 (L_1^2 - B_1 D_1) \frac{\psi_1}{r} - L_1 N_1^R + B_1 M_1^R \right] \frac{1}{(B_1 D_1 - L_1)},$$

$$\frac{dw_1}{dr} = B_1 u_1^{(y)} (1 - \nu_1) \frac{1}{r} + L_1 \psi_1 (1 - \nu_1) \frac{1}{r} - N_1^R (1 - \nu_1) \frac{1}{r},$$

$$\frac{dM_1^R}{dr} = L_1 u_1^{(y)} (1 - \nu_1^2) \frac{1}{r^2} + D_1 \psi_1 (1 - \nu_1^2) \frac{1}{r^2} - M_1^R (1 - \nu_1) \frac{1}{r}, \quad (2)$$

$$-d\psi_1 dr = \psi_1. \quad (2')$$

Здесь B_1 , L_1 , D_1 — коэффициенты жесткости кольцевой пластины I, причем

$$B_1 = E_1 \frac{h_1}{(1 - \nu_1^2)}, \quad L_1 = E_1 \frac{h_1^2}{2(1 - \nu_1^2)}, \quad D_1 = E_1 \frac{h_1^3}{3(1 - \nu_1^2)},$$

$u_1^{(y)}$ — упругая составляющая радиального смещения, ψ_1 — нормальный прогиб, ψ_1 — угол поворота нормали, N_1^R — радиальное усилие и M_1^R — изгибающий момент пластины I. (Аналогичные величины для опорного кольца II будут в дальнейшем обозначаться $u_2^{(y)}$, ψ_2 , ψ_2 , N_2^R , M_2^R).

В записанной выше системе уравнений удобно перейти к новым переменным:

$$\Psi_1 = \psi_1 h_1, \quad N_1^r = \frac{N_1^R}{B_1}, \quad M_1^r = \frac{M_1^R}{B_1 h_1}. \quad (3)$$

Тогда с учетом того, что $L_1 = B_1 h_1 / 2$ и $D_1 = B_1 h_1 / 3$, уравнения (2) принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{du_1^{(y)}}{dr} &= -\frac{u_1^{(y)}}{r} \nu_1 + 4N_1^r - 6M_1^r, \\ \frac{d\Psi_1}{dr} &= -\frac{\Psi_1}{r} \nu_1 - 6N_1^r + 12M_1^r, \\ \frac{dN_1^r}{dr} &= \frac{(1 - \nu_1^2)}{r^2} \left(u_1^{(y)} + \frac{\Psi_1}{2} \right) - \frac{N_1^r}{r} (1 - \nu_1), \\ \frac{dM_1^r}{dr} &= \frac{(1 - \nu_1^2)}{r^2} \left(\frac{u_1^{(y)}}{2} + \frac{\Psi_1}{3} \right) - \frac{M_1^r}{r} (1 - \nu_1). \end{aligned} \quad (4)$$

Запишем систему уравнений (4) в виде

$$dy/dr = A(r)y, \quad (5)$$

где $y = (u_1^{(y)}, \Psi_1, N_1^r, M_1^r)$. Легко убедиться, что система (5) имеет следующие линейно независимые решения:

$$\begin{aligned} y_1 &= \left(r, 0, 1 + \nu_1, \frac{(1 + \nu_1)}{2} \right), \quad y_2 = \left(0, r, \frac{(1 + \nu_1)}{2}, \frac{(1 + \nu_1)}{3} \right), \\ y_3 &= \left(-\frac{2}{3r}, \frac{1}{r}, \frac{(1 - \nu_1)}{6r}, 0 \right), \quad y_4 = \left(-\frac{1}{2r}, \frac{1}{r}, 0, -\frac{(1 - \nu_1)}{12r^2} \right), \end{aligned}$$

и общее решение ее следует искать в виде

$$Y = G_1 y_1 + G_2 y_2 + G_3 y_3 + G_4 y_4.$$

Нормальный прогиб пластины ψ_1 определяется из соотношения (2'),

$$\text{т. е. } \psi_1(r) = -G_1 \frac{r^2}{2h_1} - \frac{(G_2 + G_4)}{h_1} \ln(r) + G_3.$$

Систему уравнений, аналогичную (4), можно записать и для опорного кольца II. Решение этой системы представим в виде

$$Y^{(2)} = Q_1 y_1^{(2)} + Q_2 y_2^{(2)} + Q_3 y_3^{(2)} + Q_4 y_4^{(2)}.$$

Таким образом, для определения напряженно-деформированного состояния всей конструкции необходимо найти 12 констант: C_j , G_j , Q_j , $j=1-3$, $l=1-5$, $I=1-4$.

3. Для определения этих постоянных имеем четыре граничных условия свободного края при $r=r_2$ и $r=r_1$.

$$\begin{aligned} N_1^r(r_2) = 0, \quad N_2^r(r_1) = 0, \\ M_1^r(r_2) = 0, \quad M_2^r(r_1) = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

два условия равенства усилий и моментов в сечении $r=r_0$:

$$\begin{aligned} N_1^r(r_0) = N_2^r(r_0) + N_3^r, \\ M_1^r(r_0) = M_2^r(r_0) + M_3^r + N_3^r(h_1 - h_0/2), \end{aligned} \quad (7)$$

и пять условий сопряжения, связывающих прогибы и углы поворота нормали:

$$\begin{aligned} u_1^{(y)}(r_0) + \alpha_1 Tr_0 = u_2^{(y)}(r_0) + \alpha_2 Tr_0, \\ u_1^{(y)}(r_0) = u_3^{(y)}(r_0) - \psi_3(r_0)(h_1 - h_0/2), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\psi_1(r_0) = \psi_2(r_0) = \psi_3(r_0), \quad (9)$$

$$\omega_1(r_0) = \omega_3(r_0). \quad (10)$$

Таким образом, десять констант $C_1, C_2, G_1-G_4, Q_1-Q_4$ определяются из десяти линейных уравнений (6) — (9). Постоянные C_3 и C_6 характеризуют только величину нормального прогиба и связаны соотношением (10). Прогиб пластины при таком подходе может быть определен только с точностью до постоянной величины.

4. Используя граничные условия (6), можно выразить константы G_3 и G_4 через константы G_1 и G_2 и константы Q_3 и Q_4 через константы Q_1 и Q_2 . С учетом этих соотношений, условий связи основных переменных (3), относительно которых записаны условия сопряжения, и новых переменных, в которых записаны уравнения (4), можно получить

$$G_1 = \frac{UU}{a_2}, \quad G_2 = \frac{\Psi}{a_2 k_2}, \quad Q_1 = [UU - Tr_0(z_2 - z_1)] \frac{1}{a_1}, \quad Q_2 = \frac{\Psi}{a_1},$$

$$NN = c_{11} \left(u_3^{(y)} - \frac{\Psi}{k_2} (1 - k_3) \right) + c_{12} \Psi + d_1,$$

$$MM = k_2 c_{12} \left(u_3^{(y)} - \frac{\Psi}{k_2} (1 - k_3) \right) + c_{22} \Psi + d_1 \frac{k_2}{2}.$$

Здесь

$$NN = N_3^r \frac{k_3}{B_1(1 + \nu_1)} y, \quad MM = M_3^r + h_1 \left(1 - \frac{k_3}{2} \right) N_3^r \frac{k_3}{B_1 h_1 (1 + \nu_1)} y, \quad (11)$$

$$y = \frac{r_0^2}{(r_0^2 - r_1^2)}, \quad UU = u_3^{(y)} - h_1 \left(1 - \frac{k_3}{2} \right) \psi_3, \quad \Psi = h_2 \psi_3,$$

$$b = \frac{E_2(1 - \nu_1)(r_0^2 - r_1^2)}{E_1(1 - \nu_1)(r_0^2 - r_1^2)}, \quad a_1 = r_0 + \frac{r_1^2(1 + \nu_1)}{r_0(1 - \nu_2)}, \quad a_2 = r_0 + \frac{r_0^2(1 + \nu_1)}{r_0(1 - \nu_1)},$$

$$k_2 = h_2 h_1, \quad k_3 = h_2 h_1,$$

$$c_{11} = \frac{1}{a_2} - b \frac{k_2}{a_1}, \quad c_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a_2} k_2 - b \frac{k_2}{a_1} \right)$$

$$c_{22} = \left(\frac{1}{a_2} k_2 - b \frac{k_2^2}{a_1} \right), \quad d_1 = Tr_0(\alpha_2 - \alpha_1) b \frac{k_2}{a_1}.$$

Подставляя выражения (1) в соотношения (11), получаем два уравнения относительно C_1 и C_2 , решение которых:

$$C_1 = d_1 \frac{\left(\frac{k_2}{2} f_{12} - f_{22} \right)}{(f_{11} f_{22} - f_{12}^2 / 2)}, \quad C_2 = d_1 \frac{\left(f_{21} - f_{11} \frac{k_2}{2} \right)}{(f_{11} f_{22} - f_{12}^2 / 2)},$$

где

$$f_{11} = c_{11} r_0 - h_2 y, \quad f_{22} = (c_{22} k_2 - (1 - k_3) k_2 c_{12}) r_0 h_1 - \frac{k_2^2}{2 c_{12} h_1},$$

$$f_{21} = \frac{r_0^2 h_1}{2} (c_{12} k_2 - (1 - k_3) c_{11}), \quad f_{12} = k_2 c_{12} r_0 - (1 - k_3) y.$$

Как уже отмечалось, наибольший интерес представляет нормальный прогиб зеркала. Коэффициенты G_3 , G_4 и G_5 легко выражаются через C_2 . Полагая в соотношении (1) $C_3=0$, из условия (10) можно получить значение коэффициента G_5 . Таким образом, выражение для нормального прогиба отражающей поверхности имеет вид

$$\omega(r) = -\frac{C_2}{4} r^2 \quad \text{при } r_0 > r > 0,$$

$$\omega(r) = -C_2 \frac{r_0}{2a_2} \left[\frac{(r_0^3 - r^3)}{2} + r_0^2 \frac{(1 + \nu_1)}{(1 - \nu_1)} \ln\left(\frac{r}{r_0}\right) + \frac{r_0^2}{4} \right] \quad \text{при } r_2 > r > r_0. \quad (12)$$

Формулы (13) описывают прогиб поверхности зеркала в предположении, что осесимметричные деформации зеркала удовлетворяют уравнениям тонких пластин. Данное предположение для реальных оптических зеркал не всегда выполняется. Однако формулы, полученные выше, с достаточно хорошей точностью описывают и деформации реальных зеркал.

В качестве численного примера рассмотрим зеркало со следующими параметрами: $r_0=20$ мм, $E_1=E_2=1,6 \cdot 10^{12}$ Па, $\alpha_1=\alpha_2=2,8 \cdot 10^{-6}$, $\nu_1=\nu_2=0,2$, $r_1=65$ мм, $E_2=1,2 \cdot 10^{12}$ Па, $\alpha_2=2,5 \cdot 10^{-6}$, $\nu_2=0,3$, $r_2=16$ мм, $h_1=20$ мм.

Параметры h_2 и h_3 будем считать переменными. В качестве численного метода решения исходной задачи был выбран метод конечных элементов (МКЭ), реализованный в пакете «Структурный анализ сложных конструкций», являющемся модификацией известного пакета SAP IV [3]. В качестве конечных элементов для решения осесимметричной задачи были выбраны четырехугольные плоскодеформированные элементы. МКЭ элементов позволяет получить полную картину деформации. Для сравнения с результатами расчета по аналитическим формулам впоследствии исключаются деформация объемного расширения и деформации в радиальном направлении.

Вначале была исследована сходимость указанного метода. В табл. 1 представлено сравнение результатов расчета для сети из 15 и 24 элементов. Очевидно, что увеличение числа элементов лишь незначительно уточняет результат. В дальнейшем во всех случаях число элементов равняется 24.

Таблица 1. Максимальный прогиб (10^{-2} мм) в зависимости от числа конечных элементов

Расстояние от центра, см	МКЭ, 24 элемента	МКЭ, 15 элементов	Теория
0,60	0,00	0,00	0,00
0,40	0,04	0,04	0,03
0,20	0,10	0,11	0,12
1,20	0,22	0,23	0,28
1,60	0,37	0,40	0,50
2,00	0,58	0,63	0,77
2,75	1,05	1,12	1,27
3,50	1,50	1,61	1,67
4,25	1,91	2,01	2,02
5,00	2,28	2,41	2,34
5,75	2,62	2,74	2,63
6,50	2,94	3,07	2,91

Сравнение аналитических результатов с результатами расчета по методу конечных элементов для различных величин отношений $k_2 = \frac{E_2 \alpha_2}{E_1 \alpha_1}$ представлено в табл. 2.

Если для $k_2=0.375$ результаты аналитических и численных расчетов практически совпадают, то для меньших и больших k_2 различия оказываются достаточно существенными. При этом деформации, вычисленные по аналитическим формулам, несколько превышают фактические. Однако качественно аналитические формулы правильно описывают крив

Таблица 2. Деформация поверхности упругого зеркала (10^{-6} мм)

Расстояние от центра, см	$k_2 = 0.1$				$k_2 = 0.25$				$k_2 = 0.5$	
	$k_1 = 0.5$		$k_1 = 0.1$		$k_1 = 0.5$		$k_1 = 0.1$		$k_1 = 0.5$	
	МКЭ	Теория	МКЭ	Теория	МКЭ	Теория	МКЭ	Теория	МКЭ	Теория
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4.0	0.002	0.001	0.000	0.001	0.004	0.003	0.003	0.003	0.004	0.003
8.0	0.003	0.005	0.001	0.005	0.010	0.012	0.010	0.012	0.010	0.013
12.0	0.006	0.011	0.003	0.011	0.020	0.028	0.021	0.028	0.016	0.030
16.0	0.010	0.019	0.004	0.023	0.037	0.044	0.037	0.043	0.023	0.054
20.0	0.016	0.030	0.007	0.031	0.058	0.077	0.058	0.077	0.052	0.084
25.0	0.023	0.050	0.013	0.052	0.105	0.127	0.099	0.128	0.076	0.139
30.0	0.031	0.066	0.017	0.068	0.150	0.167	0.151	0.168	0.118	0.183
35.0	0.041	0.080	0.023	0.082	0.191	0.202	0.192	0.203	0.166	0.221
40.0	0.055	0.092	0.031	0.095	0.238	0.234	0.229	0.234	0.207	0.256
45.0	0.070	0.104	0.040	0.107	0.282	0.263	0.262	0.264	0.244	0.287
50.0	0.082	0.115	0.050	0.119	0.294	0.281	0.295	0.292	0.280	0.288

тыву деформации. Кроме того, относительная ошибка для максимального прогиба отражающей поверхности в любом случае не превосходит 15%.

Интересна зависимость величины деформации от параметров k_1 и k_2 . В табл. 3 показана зависимость максимальной деформации отражающей поверхности зеркала от величины k_2 при фиксированных параметрах k_1 ($k_1 + k_2 \leq 1$). Заметно, что при изменении k_2 максимум функции смещается вправо и его величина растет.

Таблица 3. Зависимость максимального прогиба (10^{-6} мм) от k_2

k_2	$k_1 = 0$	$k_1 = 0.1$	$k_1 = 0.25$	$k_1 = 0.5$
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1	1.030	1.187	1.147	1.137
0.2	1.730	2.033	1.887	1.972
0.3	2.130	1.972	1.837	2.583
0.4	2.440	1.730	1.030	2.190
0.5	2.490	3.083	3.116	3.151
0.6	2.480	3.170	3.233	3.253
0.7	2.330	3.144	3.214	—
0.75	1.980	2.919	3.180	—
0.8	1.715	2.734	3.057	—
0.85	1.450	2.501	—	—
0.9	1.170	1.904	—	—
1.0	0.000	—	—	—

В табл. 4 также приведено значение максимальной деформации отражающей поверхности зеркала для различных k_2 при фиксированных параметрах k_1 . Зависимость носит ярко выраженный нелинейный характер. Однако можно отметить, что при фиксированном $k_1 < 1$ в каждой величине k_2 значение максимального прогиба падает с ростом k_1 . Это видно и из аналитических формул, так как в этом случае, сохраняя только члены первого порядка, получаем

$$C_2 = 12bT(x_2 - x_1) \frac{b-a}{h_1 a_1} \left(1 - 2a_2 r_0 \frac{k^2}{r_1^2 - r_0^2} \right).$$

Из этой же формулы следует, что при фиксированном значении k_2 и малом k_1 максимальный прогиб увеличивается с ростом k_1 .

В случае, если $k_1 = 1 - \epsilon$ и $\epsilon \ll 1$, при фиксированном значении k_2 справедлива формула

$$C_2 = 12T(\alpha_2 - \alpha_1) \frac{b}{k_1(\alpha_1 - b\alpha_2)} \left(z + k_2 a_2 \frac{r_0}{(r_1^2 - r_0^2)} \right),$$

из которой следует, что величина максимального прогиба растет вместе с k_2 .

Таблица 4. Зависимость максимального прогиба (10^{-4} мм) от k_2

k_1	k_2					
	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
0,05	2,813	3,126	3,199	3,217	3,018	1,254
0,1	2,919	3,144	3,182	3,17	2,923	1,187
0,15	3,017	3,187	3,203	3,172	2,893	1,158
0,2	3,104	3,24	3,241	3,198	2,895	1,148
0,25	3,18	3,294	3,285	3,233	2,913	1,147
0,3	3,241	3,341	3,326	3,268	2,935	1,151
0,4	—	3,375	3,356	3,295	2,953	1,155
0,5	—	3,388	3,369	3,306	2,961	1,156
0,6	—	—	3,356	3,294	2,95	1,151
0,7	—	—	—	3,253	2,916	1,137
0,8	—	—	—	—	2,855	1,112
0,9	—	—	—	—	2,783	1,076
1,0	—	—	—	—	—	1,029
1,1	—	—	—	—	—	0,971
1,2	—	—	—	—	—	0,904
1,3	—	—	—	—	—	0,831
1,4	—	—	—	—	—	0,756
1,5	—	—	—	—	—	0,68

Summary

S. M. Bauer, A. L. Smirnov. On the analysis of thermoelastic deformation of a mirror.

The axisymmetric stress-strain state of the uniformly heated circular mirror with a supporting ring is studied. The deformations of the reflecting mirror surface are caused by the differences of mechanical characteristics of the mirror and the supporting ring. The results obtained by thin plates theory are compared with those got by a finite element method.

Литература

1. Коваленко А. Д. Круглые пластины переменной толщины. М., 1959. 2. Бауэр С. М., Коваленко А. М., Петров М. Б., Тихомиров В. В., Товстух П. Е. // Опико-механическая промышленность. 1985. № 9. С. 26—28. 3. Описание программы «Структурный анализ сложных конструкций». ГОИ. Л., 1987.

Статья поступила в редакцию 2 июля 1992 г.

Вестник СПбГУ. Сер. 1. 1993. вып. 3 (№ 3)

УДК 534.601.1.030.9

Ю. Ф. Гунко, М. Г. Пономарев

ЭМИССИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

На основе решения бестолкнувительного уравнения Больцмана, содержащего член, описывающий источник, рассматривается эмиссия заряженных частиц в постоянном однородном магнитном поле. В работе обобщаются результаты, полученные в [1], где рассмотрена задача о расширении нейтрального газа в вакуум в бестолкнувительном приближении.

© Ю. Ф. Гунко, М. Г. Пономарев, 1993.