а) б)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Коблиц Н.* Курс теории чисел и криптографии. М.: ТВП, 2001, 254 с.

Д. А. Дьяков, А. Л. Смирнов (Санкт-Петербург, СПбГУ). **Устойчивость неоднородной круглой пластины.**

Решается задача о потере устойчивости круглой пластины, толщина и модуль упругости которой являются функциями координат. Пластина равномерно нагружена в радиальном направлении. Рассматриваются как осесимметричные формы равновесия, так и не имеющие осевой симметрии. Жесткость пластины задается в виде

$$D = \frac{E(r,\varphi)h^3(r,\varphi)}{12(1-\nu^2)} = \frac{E_0 h_0^3}{12(1-\nu^2)}(1+\varepsilon E_1(r,\varphi))(1+\varepsilon h_1(r,\varphi)) = D_0 g(r,\varphi) f(r,\varphi),$$

где E_0 и h_0 соответственно постоянные модуль упругости и толщина пластины, а ε — малый параметр. Тогда уравнение равновесия пластины примет вид [1–3]:

$$\Delta(g(r,\varphi)f(r,\varphi)\Delta w) = -\frac{\lambda}{r^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}r^2 + \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2}\right).$$

Здесь параметр критической нагрузки λ задается выражением $\lambda^2 = PR^2/D_0$, где P — интенсивность радиальных сжимающих сил. Для решения задачи используется метод возмущений, при этом w и λ представляются в виде асимптотических рядов по малому параметру ε. Решение уравнения нулевого приближения (однородная пластина) имеет вид:

$$w_0(r,\varphi) = C\left(\lambda_0^m r^m - \frac{\lambda_0^m J_m \lambda_0 r}{J_m \lambda_0}\right)\cos m\varphi,$$

где m — число волн в окружном направлении. Все последующие поправки к параметру критической нагрузки определяются из условия ортогональности функций поправок к форме потери устойчивости, при этом для нахождения λ_i необходимо определить все формы $w_0, \ldots, w_{i-1}$.

Первая поправка w_1 определяется применением метода вариации произвольной постоянной, причем решение представляется в виде

$$w_1(r,\varphi) = (A\lambda_0^m r^m + BJ_m\lambda_0 r)\cos m\varphi$$
$$+\left(c_1(r,\varphi)\lambda_0^m r^m + c_2(r,\varphi)\frac{1}{\lambda_0^m r^m} + c_3(r,\varphi)J_m\lambda_0 r + c_4(r,\varphi)Y_m\lambda_0 r\right)\cos m\varphi,$$

где $c_1(r,\varphi)$ — подлежащие определению функции, а A и B — постоянные, вычисляемые из граничных условий. После разрешения системы уравнений в вариациях получаем выражения для $c_1(r,\varphi)$. Например, при $m \neq 0$

$$c_1(r,\varphi)) = \frac{1}{2}\int_0^r \frac{r}{\lambda_0^{m+2} r^m m}\Phi(w_0, \lambda_0, \lambda_1)\, dr,$$

где $\Phi(w_0, \lambda_0, \lambda_1)$ — правая часть уравнения первого приближения. Далее из граничных условий определяются коэффициенты A и B. Первая поправка определяется с точностью до мультипликативной постоянной, которую можно вычислить из условия нормировки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Атанацкович Т., Гуран А.* Лекции по теории упругости. СПб: СПбГУ, 2003.
2. *Биргер И. А.* Круглые пластины и оболочки вращения. М.: Машиностроение, 1968.
3. *Пономарев С. Д., Бидерман В. Л., Лихачев К. К., Макушин В. М., Малинин Н. Н., Феодосьев В. И.* Расчеты на прочность в машиностроении. Т. 3. М.: Машиностроение, 1959.

Е. Е. Дьяконова (Москва, МИАН.) **Многомерный ветвящийся процесс с иммиграцией в случайной среде.**

Пусть $\{Z(n)\} = \{(Z_1(n), \ldots, Z_k(n))\}$, $n = 0, 1, \ldots,$ — процесс Гальтона-Ватсона с k типами частиц и иммиграцией в нулевом состоянии, функционирующий в слу[чай]ной среде $\zeta = \{\zeta_n, n = 0, 1, \ldots\}$, которая является неприводимой непериодической [ц]епью Маркова, имеющей конечное множество состояний $\Theta = \{1, \ldots, l\}$ и стационар[н]ое распределение $\{p_i\}, i = 1, \ldots, l$. Каждому значению $\theta \in \Theta$ поставлен в соответ[ст]вие k-мерный вектор $F^{(\theta)}(s) = (F_1^{(\theta)}(s), \ldots, F_k^{(\theta)}(s))'$ $(s = (s_1, \ldots, s_k)', 0 \leqslant s_i \leqslant 1$ [...] $= 1, \ldots, k)$ многомерных вероятностых производящих функций $F_i^{(\theta)}(s)$, $i = 1, \ldots, k$. [П]роцесс $\{Z(n)\}$, $n = 0, 1, \ldots,$ функционирует в случайной среде ζ следующим обра[з]ом. Положим $Z(0) = \overline{0} := (0, \ldots, 0)$. Если $Z(n) = \overline{0}$, то $Z(n+1) = (1, 0, \ldots, 0)$. Есл[и] [ж]е $Z(n) \neq \overline{0}$ и $\zeta_n = \theta, \theta \in \Theta$, то все $Z_i(n)$ частиц типа i, $i = 1, \ldots, k$, из n-го поколе[н]ия размножаются согласно k-мерной производящей функции $F_i^{(\theta)}(s)$ независимо о[т] [д]ругих частиц из этого поколения.

Введем класс $\mathcal{K}$ процессов $\{Z(n)\}$, удовлетворяющих следующим условиям: ве[кто]рные производящие функции $F^{(\theta)}(s), \theta \in \Theta$, имеют дробно-линейный вид

$$F^{(\theta)}(s) = I - \frac{M^{(\theta)}(I - s)}{1 + \gamma^{(\theta)}(v, (I - s))},$$

$I = (1, \ldots, 1)', 0 < \Gamma_1 \leqslant \gamma^{(\theta)} \leqslant \Gamma_2, M^{(\theta)} = \|M^{(\theta)}(i,j)\|_{i,j}^{k}, 0 <$ [...] матрицы $M^{(\theta)}, \theta \in \Theta$, имеют общий правый u и общий ле[вый] [...] векторы, соответствующие перронову корню [...] [Поло]жим $R := \sum_{i=1}^{l} p_i \log \varrho_i < 0$. Несложно [...] [ста]ционарное распределение $\{\pi_{j_1 \ldots j_k}\}$. [...] [расп]ределение которого [...]