

И. М. Ландман, А. Л. Смирнов (Санкт-Петербург, СПбГУ). Анализ характеристических уравнений с помощью обобщенного метода Ньютона.

В работе, представленной данным сообщением, построены алгоритмы построения формального асимптотического решения краевой задачи на примере задачи о колебаниях вращающихся тонких оболочек вращения. Он дает возможность нахождения корней характеристического уравнения, которое возникает при решении системы дифференциальных уравнений, для произвольной области параметров с помощью символьных вычислений. В одномерном случае алгоритм представляет собой метод Ньютона, используемый при асимптотическом интегрировании [2].

Для описания колебаний вращающихся тонких оболочек вращения используются уравнения линейной теории оболочек типа Кирхгофа-Лява, которые после разделения переменных имеют следующий вид:

$$y'(x) = A(s; \mu, m, \lambda, \Omega)y(s), \quad (1)$$

где  $y(s)$  есть  $n$ -мерная вектор-функция, содержащая переменные напряженно-деформированного состояния оболочки (перемещения, углы поворота, усилия и моменты),  $s$  — координата в меридиональном направлении,  $A$  — матрица размера  $n \times n$ , зависящая от параметров, главным из которых является малый параметр относительной толщины оболочки  $\mu$ ,  $\lambda$  — частота колебаний,  $m$  — число волн в окружном направлении,  $\Omega$  — угловая скорость вращения. Иногда удобнее рассматривать одно эквивалентное системе (1) уравнение  $n$ -го порядка:

$$\sum_{i=1}^n a_i(s; \mu, m, \lambda, \Omega)w^{(i)} = 0 \quad (2)$$

Асимптотическое решение уравнения (2) в первом приближении ищется в виде  $w = w_0 \exp\{\int_{s_1}^s p(\xi) ds\}$ , что приводит к необходимости нахождения решений характеристического уравнения вида:

$$\sum_{i=1}^n P_n(p; \mu, m, \lambda, \Omega, s) = \sum_{i=1}^n p^i \mu^{\alpha_i} \lambda^{\beta_i} m^{\gamma_i} \Omega^{\epsilon_i} a_i(s) = 0, \quad (3)$$

где коэффициенты  $a_i(s)$  не зависят от параметров.

В работе получены решения  $p_j(s)$  уравнения (3) для различных областей пространства параметров  $(\mu, \lambda, m, \Omega)$  с помощью средств вычислительной геометрии. Построение выпуклой оболочки множества точек [1], соответствующих членам уравнения (3), позволяет найти асимптотические решения в различных областях пространства параметров. В работе рассмотрен случай, когда асимптотическое представление решений одинаково внутри каждой из рассматриваемых областей интегрирования и решения линейно независимы (нет точек поворота и кратных корней). Линейная комбинация всех линейно независимых решений дает общее решение уравнения (1). Для завершения решения краевой задачи необходимо подчинить общее решение граничным условиям для получения частотного уравнения для  $\lambda$ .

Алгоритм построения асимптотического решения задач, описываемых уравнениями (1), реализован при помощи прикладного пакета для математических вычислений «Mathematica 5.1». Численные результаты, полученные, в частности, для

задачи о низкочастотных колебаниях цилиндрической оболочки хорошо согласуются с результатами, полученными с помощью численных методов, например, МКЭ, а также с результатами других авторов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Preparata F. P., Hong S. J. Convex hulls of finite sets of points in 2D and 3D, Commun. ACM, 1977, 20(2), p. 87-93.
2. Гольденвейзер А. Л., Лидский В. Б., Товстик П. Е. Свободные колебания тонких оболочек. М.: Наука, 1978.

В. Г. Лапин (Ставрополь, СГУ). Математическое моделирование фронтальной части течения в каналах и реках при нестационарном стоке.

Для изучения вопросов, связанных с образованием и распространением ударного переднего фронта жидкости, необходимо рассмотреть не только значительные сбросы, вызванные переполнением водохранилища или прорывом дамбы, но и небольшие сбросы. Наиболее интересными являются конечные сбросы небольшого объема, в результате которых появляются волны, эволюцию которых на поверхности идеальной жидкости описывает уравнение КдФ.

Показано, что влияние вязкости учитывает возмущенная форма уравнения КдФ, правой частью линейно зависящей от кинематического коэффициента вязкости. Для решения возмущенного уравнения КдФ применен прямой метод теории возмущений. В ходе решения, показано, что уединенная волна, распространяющаяся вдоль течения реки или канала, со временем рассеивается. Причем рассеивание происходит за счет того, что часть массы переходит в хвост солитона, и приводит к появлению изото, поведение которого из-за небольшой высоты, а, следовательно, наличия слабой дисперсии, напоминает процесс затухания короткого импульса. Однако, такое устойчивое поведение солитона, возможно только при условии равенства дисперсии (зависящей от его длины и глубины) и нелинейности (зависящей от его высоты и ширины). При сильной нелинейности происходит обострение переднего фронта солитона, причем распределение скоростей на фронте линейно зависит от высоты.

Процессы обострения переднего фронта возможны не только при движении солитонов, но и при движении больших объемов воды по каналам и рекам, вызванных внезапными осадками или непрерывным увеличением сброса воды из водохранилища. В качестве модели для описания данного движения, построены теоретические модели ламинарного и турбулентного течения несжимаемой вязкой жидкости по наклонной плоскости.

Показано, что при любом пологом фронте со временем происходит увеличение скорости, причем, как и в случае обострения переднего фронта солитонов, распределение скоростей при малом угле наклона линейно.

Полученные результаты, рассчитаны сбросы из Откаженского водохранилища (Ставропольский край), приводящие к появлению ударного переднего фронта в реке Откаженской (г. Откаженское и города Зеленокумск).