

Международная научная конференция  
по механике

**ТРЕТЬИ  
ПОЛЯХОВСКИЕ  
ЧТЕНИЯ**

*4–6 февраля 2003г.  
Санкт-Петербург, Россия*

**Тезисы докладов**

Санкт-Петербург

2003

УДК 531+532+533+534+539

Редакционная коллегия: академик РАН Н.Ф. Морозов (СПбГУ, отв. редактор), доц. И.А. Пасынкова (СПбГУ, отв. секретарь), проф. С.А. Зегжда (СПбГУ), проф. С.К. Матвеев (СПбГУ), доц. Е.Н. Поляхова (СПбГУ), доц. А.Л. Смирнов (СПбГУ), доц. А.А. Тихонов (СПбГУ), проф. П.Е. Товстик (СПбГУ), проф. М.П. Юшков (СПбГУ).

**Третьи Поляховские чтения:** Тезисы докладов международной научной конференции по механике, Санкт-Петербург, 4 - 6 февраля 2003 г. — СПб.: Издательство НИИХ С.-Петербургского университета, 2003. — 264 с.

ISBN 5-7997-0490-8

В сборник включены тезисы докладов, представленных на международной научной конференции по механике "Третьи Поляховские чтения", посвященной памяти Николая Николаевича Поляхова (1906–1987). Рассматриваются вопросы теоретической и прикладной механики, динамики космического полета, механики жидкости и газа, механики деформируемого твердого тела и истории механики.

Международная научная конференция по механике "Третьи Поляховские чтения" проводится при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований согласно проекту (грант РФФИ № 03-01-10011).

**ISBN 5-7997-0490-8**

© Коллектив авторов, 2003  
© Мат.-мех. факультет  
С.-Петербургского университета, 2003

Международная научная конференция по механике "Третьи Поляховские чтения" проводится в год 300-летия Санкт-Петербурга. Настоящий сборник включает тезисы докладов, представленных на конференции. Открытие конференции и пленарное заседание состоятся 4 февраля 2003 г. в Санкт-Петербургском Доме ученых РАН (Дворцовая наб., д. 26). Заседания секций пройдут 5 и 6 февраля 2003 года на математико-механическом факультете Санкт-Петербургского государственного университета (Петродворец, Университетский пр., д. 28).

В программу конференции включены пленарные и секционные доклады по следующим направлениям:

- I. Теоретическая и прикладная механика*
- II. Динамика космического полета*
- III. Механика жидкости и газа*
- IV. Механика деформируемого твердого тела*
- V. История механики*

The International scientific conference on mechanics "The Third Polyakhov Reading's" is held in the year of the 300 anniversary of Saint Petersburg. The abstracts of the papers presented are included in this proceeding. The conference opening and plenary session will take place in the Saint Petersburg House of Scientists RAS on February, 4, 2003. Oral sessions will be held at the Faculty of Mathematics and Mechanics at Saint Petersburg State University on February, 5-6, 2003.

The conference programme includes plenary lectures and oral presentations on the following topics:

- I. Theoretical and Applied Mechanics*
- II. Dynamics of Space Flight*
- III. Mechanics of Fluids and Gases*
- IV. Mechanics of Solids*
- V. History of Mechanics*

**Председатель конференции**

Морозов Никита Федорович - академик РАН

**Chairman of the Conference**

Morozov Nikita Fedorovich - Academician of RAS

**Организаторы конференции**

- Министерство образования РФ
- Российский фонд фундаментальных исследований
- Санкт-Петербургский государственный университет
- НИИММ им. акад. В. И. Смирнова Санкт-Петербургского университета
- Институт проблем машиноведения РАН
- Санкт-Петербургский Дом Ученых РАН
- Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
- ЦНИИ им. акад. А. Н. Крылова
- Санкт-Петербургское отделение Академии нелинейных наук

**Organizers of the Conference**

- RF Ministry of Education
- Russian Foundation for Basic Research
- Saint Petersburg State University
- Research Institute of Mathematics and Mechanics named after V. I. Smirnov at Saint Petersburg State University
- Research Institute of Mechanical Engineering Problems, RAS
- Saint Petersburg House of Scientists, RAS

- Saint Petersburg State Technical University
- Central Scientific Research Institute named after A. N. Krylov
- Saint Petersburg Branch of the Academy of Nonlinear Sciences

**Оргкомитет конференции**

Леонов Геннадий Алексеевич (сопредседатель), СПбГУ  
Юшков Михаил Петрович (сопредседатель), СПбГУ  
Пасынкова Инна Анатольевна (ученый секретарь), СПбГУ  
Даль Юрий Михайлович, СПбГУ  
Жилин Павел Андреевич, СПбГПУ  
Зегжда Сергей Андреевич, СПбГУ  
Иванюта Юрий Филаретович, ЦНИИ им. акад. Крылова  
Индейцев Дмитрий Анатольевич, Институт проблем машино-  
строения РАН  
Матвеев Сергей Константинович, СПбГУ  
Ноздрачев Александр Данилович, Дом Ученых РАН  
Поляхова Елена Николаевна, СПбГУ  
Смирнов Андрей Леонидович, СПбГУ  
Троян Владимир Николаевич, СПбГУ  
Усков Владимир Николаевич, БГТУ  
Филиппов Сергей Борисович, СПбГУ  
Халин Владимир Георгиевич, СПбГУ

**The Organizing Committee**

Leonov Gennady A. (co-chairman), Saint Petersburg State University  
Yushkov Mikhail P. (co-chairman), Saint Petersburg State University  
Pasyukova Inna A. (scientific secretary), Saint Petersburg State University  
Dahl Yuri M., Saint Petersburg State University  
Filippov Sergey B., Saint Petersburg State University  
Indeitsev Dmitry A., Research Institute of Mechanical Engineering Problems RAS  
Ivanyuta Yuri F., Central Scientific Research Institute named after A. N. Krylov  
Khalin Vladimir G., Research Institute of Mathematics and Mechanics named after V. I. Smirnov of Saint Petersburg State University  
Matveev Sergey K., Saint Petersburg State University  
Nozdrachev Alexander D., Saint Petersburg House of Scientists RAS  
Polyakhova Elena N., Saint Petersburg State University  
Smirnov Andrey L., Saint Petersburg State University  
Trojan Vladimir N., Saint Petersburg State University  
Uskov Vladimir N., Baltic State Technical University  
Zegzhda Sergey A., Saint Petersburg State University  
Zhilin Pavel A., Saint Petersburg State Technical University

**Научный комитет конференции**

Белецкий Владимир Васильевич (Россия)  
Вуйичич Велько (Югославия)  
Григорян Самвел Самвелович (Россия)  
Енфло Бенгт (Швеция)  
Ишлинский Александр Юльевич (Россия)  
Карапетян Александр Владиленович (Россия)  
Каспер Роланд (Германия)  
Климов Дмитрий Михайлович (Россия)  
Козлов Валерий Васильевич (Россия)  
Лапин Юрий Викторович (Россия)  
Маркеев Анатолий Павлович (Россия)  
Михайлов Глеб Константинович (Россия)  
Мэй Фунсян (Китай)  
Пярнпуу Аарне Антонович (Россия)  
Радев Стефан (Болгария)  
Ризито Коррадо (Италия)  
Римротт Фридрих (Канада)  
Румянцев Валентин Витальевич (Россия)  
Товстик Петр Евгеньевич (Россия)  
Трогер Ханс (Австрия)  
Тхай Валентин Николаевич (Россия)  
Хагедорн Петер (Германия)  
Шевалье Доминик (Франция)  
Шперлинг Лутц (Германия)

### The Scientific Committee

Beletsky Vladimir V. (Russia)  
Grigoryan Samvel S. (Russia)  
Chevallier Dominique (France)  
Enflo Bengt (Sweden)  
Hagedorn Peter (Germany)  
Ishlinsky Alexander Yu. (Russia)  
Karapetyan Alexander V. (Russia)  
Kasper Roland (Germany)  
Klimov Dmitry M. (Russia)  
Kozlov Valery V. (Russia)  
Lapin Yuri V. (Russia)  
Markeev Anatoly P. (Russia)  
Mei Fengxiang (China)  
Mikhailov Gleb K. (Russia)  
Pyarnpuu Arne A. (Russia)  
Radev Stefan (Bulgaria)  
Rimrott Friedrich (Kanada)  
Risito Corrado (Italy)  
Rumyantsev Valentin V. (Russia)  
Sperling Lutz (Germany)  
Tkhai Valentin N. (Russia)  
Tovstik Petr E. (Russia)  
Troger Hans (Austria)  
Vujicic Veljko (Yugoslavia)

Оргкомитет конференции выражает благодарность аспирантам и студентам кафедры теоретической и прикладной механики СПбГУ за помощь в создании данного сборника.

The Organizing Committee expresses its gratitude to the PhD and Master students of the Department of Theoretical and Applied Mechanics St. Petersburg State University for their assistance in preparation this volume.



Н. Н. Поляхов (1906 – 1987)

**Николай Николаевич Поляхов**

Профессор Николай Николаевич Поляхов родился 17 декабря 1906 года в Киеве. После окончания Московского государственного университета в 1929 году он под руководством академика С. А. Чаплыгина начинает работать в Центральном аэрогидродинамическом институте (ЦАГИ). После переезда в Ленинград в 1932 году Николай Николаевич работает на кафедре теоретической механики Ленинградского университета и на кафедре гидроаэромеханики Ленинградского политехнического института, при этом до начала Великой отечественной войны он продолжает работать в ЦАГИ. В 1952 году Н. Н. Поляхов полностью переходит на работу в университет, где в течение 25 лет заведует кафедрой теоретической и прикладной механики, а с 1977 года и до своей кончины 27 января 1987 года — кафедрой гидроаэромеханики. Здесь в университете он все это время успешно руководит отделением механики математико-механического факультета.

Николай Николаевич является известным ученым в области аэрогидромеханики, теоретической механики, динамики полета и истории механики. Вклад Н. Н. Поляхова в аэрогидромеханику весьма значителен. Его монография по теории и расчету воздушного гребного винта, написанная совместно с В. П. Ветчинкиным, пользуется широкой известностью. Эта книга, изданная в 1940 году, очень популярна среди инженеров-кораблестроителей, занимающихся теорией движителей. Н. Н. Поляхов существенно развил вихревую теорию крыла как в стационарном, так и в нестационарном потоке, а также предложил корректные методы решения уравнений теории крыла. Эти его результаты собраны в книге "Избранные труды: Аэрогидромеханика", выпущенной издательством СПбГУ в 1997 г. По динамике полета Н. Н. Поляховым и В. П. Ветчинкиным еще в тридцатых годах прошлого столетия написаны две монографии.

Николай Николаевич владел основными европейскими языками и латынью, это позволяло ему читать научную литературу в подлиннике. Он написал целый ряд работ по истории механики и создал великолепный соответствующий курс лекций. Достижения Н. Н. Поляхова и его учеников, С. А. Зегжды и М. П. Юшкова, по аналитической механике включены в их учебник для университетов "Теоретическая механика", который в 1985 году был опубликован издатель-

ством Ленинградского университета, а в 2000 году в дополненном и переработанном виде — издательством "Высшая школа". В настоящее время готовится третье издание этой книги и ее перевод на английский язык. Новые научные результаты, полученные Поляховской школой по аналитической механике, состоят в следующем:

- разработан общий подход к выводу уравнений как голономных, так и неголономных систем со связями любого порядка;
- установлено, что уравнениями неголономных связей касательное пространство разбивается на два ортогональных подпространства, в одном из которых составляющая ускорения системы полностью определяется связями;
- показано, что при связях, порядок которых больше двух, множители Лагранжа следует рассматривать как искомые неизвестные функции времени;
- найдены условия, при которых могут быть созданы управляющие силы, обеспечивающие выполнение программы движения, заданной в виде системы дифференциальных уравнений любого порядка;
- предложен новый подход к решению динамических задач теории упругости, основанный на использовании уравнений Лагранжа второго рода с множителями.

В своей долгой и плодотворной научно-педагогической деятельности Николай Николаевич руководствовался высокими жизнеутверждающими принципами. Он обладал богатой творческой энергией, а также добротой и скромностью. Он помогал и другим найти опору в жизни, цель жизни, радость в жизни.

**Nikolai Nikolaevich Polyakhov**

Prof. N.N. Polyakhov was born on December 17, 1906 in Kiev. After graduating from Moscow State University in 1929 he began his professional career in the Central Institute of Aerohydrodynamics (CIAH). He moved to Leningrad in 1932 and worked at the Department of Theoretical Mechanics of Leningrad State University (LStU) and at the Department of Hydroaerodynamics of Leningrad Polytechnic Institute while continuing to co-operate with CIAH. By 1952 N.N. Polyakhov had, for 25 years, been the head of the Department of Theoretical and Applied Mechanics at LStU. Between 1967 until his death on January 27, 1987 he was held a Chair of Hydroaeromechanics and was Head of the Mechanical Branch at the Faculty of Mathematics and Mechanics.

N.N. Polyakhov is a well-known scientist in the fields of aerohydrodynamics, theoretical mechanics, dynamics of flight and history of mechanics. His contribution to aeromechanics is highly significant. His monograph on the theory and analysis of the screw propeller (with V.P. Vetchinkin) is widely known and very popular among shipbuilding engineers dealing with the theory of propellers. N.N. Polyakhov appreciably advanced airfoil theory for both stationary and non-stationary flow and proposed the correct methods for solutions of the equations of wing theory. These results are collected in the book "N.N. Polyakhov. Selected works: Aerohydrodynamics" released in 1997 by St. Petersburg University Press. N.N. Polyakhov together with V.P. Vetchinkin also published two monographs in the 1930's.

As N.N. Polyakhov knew Latin as well as the main European languages he was able to study the historic scientific literature in the original language of print. His set of papers and his excellent course on the History of Mechanics delivered at LStU between 1952 and 1977 followed naturally. Along with his students Profs S.A. Zegzhda and M.P. Yushkov, Prof. Polyakhov also developed a university course text entitled "Theoretical Mechanics". In 1995 it was published by St. Petersburg University Press and has since be re-printed in a second extended edition by "High School" Publishing House. A third edition of this book is now in preparation and an translation into English is planned.

The latest contributions obtained at LStU by researchers of the Polyakhov tradition will be presented in the third edition including:

- the development of a new general approach to the derivation of the equations for either holonomic and nonholonomic systems with the constraints of any order;
- the finding that equations of the nonholonomic constraints split the tangential space into two orthogonal subspaces, in one of them the projection of the acceleration of the system is completely determined by the constraints;
- that for constraints of order greater than two, the Lagrange multipliers should be treated as the unknown functions of time;
- identification of the conditions for which the control forces provide the prescribed motion when it is introduced as a system of differential equations of any order;
- a proposed new approach to the solution of the dynamic problems of the theory of elasticity based on the Lagrange equations of the second kind with multipliers.

Throughout his long and fruitful life N.N. Polyakhov was a man of principle, kind and modest, with a creative power that guided his life both as a scientist and teacher. He helped others, especially his students, to find a purpose in the life, to achieve their goals, and to find happiness.

# Пленарное заседание

## Егоров, Лидов, Ершов и полёты к Луне

*V. V. Beletskiy*

(Beletsky@Keldysh.ru)

Институт прикладной математики РАН, Москва, Россия

В докладе рассказывается о трёх моих коллегах по Институту Прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН — Всеволоде Александровиче Егорове (1930–2001), Михаиле Львовиче Лидове (1926–1993) и Валентине Гавриловиче Ершове (1928–2001). С ними меня связывает много десятилетий совместной работы. Им принадлежат выдающиеся достижения в теории и практике космических полётов, особенно полётов к Луне. И каждый из них был неординарной личностью с трагической судьбой.

## Egorov, Lidov, Ershov and flights to the Moon

*V. V. Beletsky*

Institute of the Applied Mathematics of RAS, Moscow, Russia

The report is devoted to V. A. Egorov, M. L. Lidov and V. G. Ershov, scientists of Institute of the Applied Mathematics named after M. V. Keldysh. Their outstanding contribution to the theory and practice of space flights, especially flights to the Moon, is emphasized.

---

## Применение уравнений Лагранжа к задачам механики разрушения

*C. A. Zegzda, H. F. Morozov, B. N. Semenov*

(semenov@bs1892.spb.edu)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

При исследовании задач механики трещин в упруго-хрупких материалах ограничиваются, в основном, анализом условий срагивания

трещин или их стационарного распространения. Задача о нестационарном росте трещины с момента старта до выхода на стационарный режим распространения изучена значительно хуже. Это связано, прежде всего, с серьезными математическими трудностями как при постановке, так и при решении этих задач.

Поэтому для исследования динамических задач механики трещин представляется целесообразным применение упрощенных постановок задач распространения трещин.

В рамках данной работы методами классической механики при помощи уравнений Лагранжа второго рода с неудерживающими связями [1] проводится на основе так называемого "балочного" приближения систематический анализ как условий старта трещины, так и ее нестационарного роста.

Исследованы задачи симметричного расклинивания тонкого полубесконечного бруса при силовом нагружении, а также при внедрении в брус как конечного, так и бесконечного жесткого клина. Применяемый подход позволяет качественно проанализировать переходный режим с момента старта трещины до перехода в стационарный режим роста с постоянной скоростью и оценить влияние приложенных внешних нагрузок на процесс развития трещин. В частности, получен скачкообразный на начальном этапе характер распространения трещины расклинивания.

Данный подход может быть успешно применен для анализа задач отслоения предварительно напряженных многослойных пластин. При помощи уравнений Лагранжа второго рода с неудерживающими связями предложена модель процесса отслоения двухслойной сверхнапряженной пластины от основания и найдена временная зависимость диаметра образующейся при этом трубки от параметров слоев пластины.

1. Поляхов Н. Н., Зегжда С. А., Юшков М. П. Теоретическая механика. М.: "Высшая школа", 2000. 592 с.

## Application of the Lagrange equations to the problems of fracture mechanics

*S. A. Zegzhda, N. F. Morozov, B. N. Semenov*

Saint Petersburg State University, Russia

The methods of classical mechanics are used to investigate some problems of non-stationary crack propagation in brittle solids.

On the basis of beam approach model with the help of the Lagrange's equations of the second kind, the problem of symmetrical beam splitting is considered. The fracture process from the start till the transition to stationary propagation is studied and the dependence of crack velocity on the variation of loading is obtained.

The model of the delamination processes of a preliminary stressed bi-layered plate from rigid foundation is proposed. On the basis of the constructed solution the specified dependence of its diameter on the parameters of plate layers is found.

---

## Основные результаты Поляховской школы по аналитической механике

*С. А. Зегжда\*, Ш. Х. Солтаганов, М. П. Юшков\**

(mry@phoenix.math.spbu.ru)

\*Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Чеченский государственный университет, Грозный, Россия

Проблемы аналитической механики постоянно были в поле зрения сотрудников кафедры механики Петербургского университета. Основополагающими здесь являются труды академиков И. И. Сомова, П. Л. Чебышёва, А. М. Ляпунова, Д. К. Бобылева, а также профессоров И. В. Мещерского, Г. В. Колосова, Н. В. Розе, Е. Л. Николаи, К. И. Страховича, Ю. А. Круткова. В 1952 г. после кончины Ю. А. Круткова заведующим кафедрой теоретической механики стал выдающийся ученый в области гидроаэромеханики, ученик С. А. Чаплыгина, Николай Николаевич Поляхов. С этого времени он начал заниматься также проблемами теоретической механики. Начиная с 1953 года и до конца своей жизни Николай Николаевич читал на математико-механическом факультете курс лекций по теоретической механике. Стремясь построить его как можно более

строго и рационально, он заметил, что общепринятый вывод уравнений движения неголономных систем нельзя признать строгим, и предложил новый подход к выводу этих уравнений. Этот подход к теории несвободного движения стал, в частности, успешно использоваться его учениками А. Ю. Львовичем, В. Е. Пасынковым, Ф. Ф. Родюковым, В. А. Диевским в теории электромеханических систем. В результате стало развиваться новое научное направление, по которому были изданы три монографии.

В 1985 году издательство ЛГУ выпустило в свет учебник для университетов Н. Н. Поляхова, С. А. Зегжды, М. П. Юшкова "Теоретическая механика", удостоенный Первой премии Ленинградского университета. Второе переработанное и расширенное издание этого учебника опубликовано издательством "Высшая школа" в 2000 году; в настоящее время заключен договор о третьем издании этой книги и готовится ее перевод на английский язык.

Основные результаты, полученные Поляховской школой по аналитической механике, состоят в следующем.

Разработан общий подход к выводу уравнений как голономных, так и неголономных систем со связями любого порядка. Система уравнений Лагранжа второго рода, которой описывается движение механической системы до наложения связей, рассматривается как одно векторное равенство, записанное в касательном пространстве к многообразию всех возможных положений системы в данный момент. Уравнениями связей касательное пространство разбивается на два ортогональных подпространства. В одном из них движение задается уравнениями связей, а в другом при идеальных связях описывается вторым законом Ньютона. Этот же закон Ньютона, записанный во всем пространстве, содержит множители Лагранжа. Показано, что они при голономных и неголономных связях до второго порядка включительно могут быть найдены как функции времени, положения системы и ее скоростей. Этот подход позволил, в частности, дать геометрическую интерпретацию уравнений Пуанкаре - Чадаева - Румянцева.

Использование множителей Лагранжа для голономных систем позволило построить новый метод определения собственных частот и собственных форм колебаний упругих систем, а также предложить специальную форму уравнений движения системы твердых тел. При наличии линейных неголономных связей выше второго порядка мно-

жители Лагранжа рассматриваются как неизвестные функции времени. Составлена замкнутая система дифференциальных уравнений, позволяющая определить эти множители, а также обобщенные лагранжевы координаты.

Рассмотрение множителей Лагранжа как искомым функций времени позволило поставить и решить новый класс задач управления, когда программа движения задается в виде дополнительной системы дифференциальных уравнений высокого порядка. Существенно, что эта теория иллюстрируется конкретным механическим примером о движении спутника с постоянным по модулю ускорением. Этот пример, в котором программа движения рассматривается как линейная неголономная связь третьего порядка, введен в научную литературу впервые.

Отметим, что впервые разбиение пространства движения на два ортогональных подпространства, в одном из которых составляющая ускорения системы полностью определяется уравнениями связей, было описано в статье Н. Н. Поляхова, С. А. Зегжды, М. П. Юшкова, опубликованной в 1981 г. Эти результаты были затем изложены в их учебнике "Теоретическая механика" (1985 г.). К сожалению, они оказались незамеченными и позже в разной редакции были повторены в США (J. Storch, S. Gates, 1989), в России (В. В. Величенко, 1991; Ю. Ф. Голубев, 1999), в Италии (M. Boggi, C. Votasso, P. Mantegazza, 1992), в Польше (W. A. Blajer, 1992), в Швеции (H. Essén, 1992).

Активное использование множителей Лагранжа в научных исследованиях, проводимых С. А. Зегждой, М. П. Юшковым и их учениками В. Н. Вернигором, С. П. Кудаевым, Нгуен Тхи Чунг, Ш. Х. Солтахановым, В. П. Сысыком, Н. Г. Филипповым, Ю. С. Швердиным, а также С. В. Алмазовой, О. В. Алмазовым, А. Н. Антышевым, Е. С. Болгаром, И. Г. Георгиевым, И. Н. Дрозд, Е. С. Дроздом, Т. Н. Дударевой, Е. Ю. Леонтьевой, Ли Янь, Ю. Л. Никифоровой, Т. Н. Погребской, А. В. Смалем, Н. С. Смирновой, Л. Г. Федорченко, Н. А. Хорьковой, Т. В. Шалаевой, А. Е. Шевцовым, А. В. Шкондиным продолжается и в настоящее время. Эти множители используются при изучении движения различных неголономных систем, при решении ряда задач динамики полета, а так же при решении динамических задач теории упругости.

## The main results of the Polyakhov's school in analytical mechanics

*S. A. Zegzhda\**, *Sh. Kh. Soltakhanov*, *M. P. Yushkov\**

\*Saint Petersburg State University, Russia

State University of Chechnya, Grozny, Russia

The main results obtained by N. N. Polyakhov and his pupils in the field of analytical mechanics for the last 50 years are presented in the report.

---

## Устойчивость и бифуркация стационарных движений неголономных систем

*A. V. Karapetyan*

(root@evdokim.mccme.ru)

Московский государственный университет, Россия

Дается обзор методов исследования стационарных движений неголономных систем (существование, устойчивость и ветвление). Общие результаты иллюстрируются примерами из движений тяжелого твердого тела на абсолютно шероховатой горизонтальной плоскости (шар Чаплыгина, тело вращения, кельтский камень).

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №01-01-00141) и программы "Ведущие научные школы" (грант №00-15-96150).

## Stability and bifurcation of stationary motion non-holonomic systems

*A. V. Karapetyan*

Moscow State University, Russia

A review has been given of methods of investigations of stationary motions non-holonomic system (existence, stability and bifurcation). The general results has been illustrated by examples from motions of heavy solid on surface (Chaplygin's sphere, body of rotation).

---

## Моделирование пристенной турбулентности: достижения, проблемы

*Ю. В. Лапин*

(aerofmf@citadel.stu.neva.ru)

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,  
Россия

Анализируется состояние проблемы моделирования пристенных турбулентных течений: оценка возможностей различных подходов, включая дифференциальные модели турбулентности, прямое численное моделирование (DNS), моделирование крупных вихрей (LES), метод отсоединенных вихрей (DES).

Дается иллюстрация возможности применения метода отсоединенных вихрей для расчета турбулентных отрывных течений при высоких числах Рейнольдса.

## Near-walled turbulence simulation: achievements and problems

*Yu. V. Lapin*

Saint Petersburg State Politechnical University, Russia

The state of the problem in near-walled turbulent flows simulation is analyzed. Various approaches are estimated, including differential turbulence model, direct numerical simulation, large vortices simulation and detached vortices simulation.

A possibility of the detached vortices method using for the calculation of separated turbulent flows of high Reynolds numbers is illustrated.

---

## Нелинейная упругость (теория и приложения)

*К. Ф. Черныш*

(chernykh@ar.math.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Новый век, не говоря уже о тысячелетии, будет нелинейным во всех своих проявлениях. Так что при рассмотрении актуальных проблем механики и физики твердого деформируемого тела необходимо использовать общий нелинейный подход. Большой вклад в нелинейную механику внес академик Валентин Валентинович Новожилов.

Нелинейной теорией оболочек я с сотрудниками лаборатории теории оболочек НИИММ занялся в процессе расчета тонкостенных резино-технических изделий при сотрудничестве с рядом фирм и конструкторских бюро оборонного комплекса. При этом создавалась сравнительно простая, постоянно совершенствовавшаяся версия теории нелинейных оболочек и эффективные методы расчета тонкостенных изделий и конструкций. Много позже мы заинтересовались уточненными теориями и их связью с трехмерной нелинейной теорией упругости. Итоги этому направлению были подведены в книге С. А. Кабриц, Е. И. Михайловский, П. Е. Товстик, К. Ф. Черных, В. А. Шамина "Нелинейная теория оболочек" и в монографии Е. П. Колпак "Устойчивость безмоментных оболочек при больших деформациях".

Знакомство с публикациями по нелинейной теории упругости и попытки рассмотрения ряда задач привели к мысли создать предельно простую (но без потери общности) версию нелинейной теории упругости. Для этого на протяжении многих лет были рассмотрены следующие общие вопросы:

Был развит комплексный метод, позволяющий придать основным зависимостям простой, обзримый вид, подсказывающий возможные пути преобразований. В некотором смысле он является аналогом векторному методу, но в отличие от последнего позволяет доводить решение задач до конца (до числа). В частности, был предложен простой, чисто алгебраический метод расчленения граничных условий и условий сопряжения, альтернативный методу интегралов типа Коши, применимый и в случаях отсутствия функций Гурса - Колосова.

Рассмотрены новые типы граничных условий и условий сопряжения: дисторсионные, деформационные, термодинамические, условия с проскальзыванием, формулируемые в терминах комплексной переменной и более удобные для практического использования.

Введены новые законы упругости (редуцированный стандартный, малосжимаемый, гибридный, типа неогукковского).

Предложены новые, предельно простые версии двумерных проблем: унифицированная плоская задача, обобщенная антиплоская деформация, осесимметричная деформация тел вращения, кирхгофская и уточненные теории оболочек.

Развит метод нелинейных комплексных инвариантных интегралов

(J-интегралов), примененный, в частности, при рассмотрении разрушения областей с угловыми точками и жесткими включениями, а также при выводе термодинамического граничного условия на межкристаллитных и межфазных границах.

Рассмотрены кристаллы, текстуры, анизотропные и армированные среды.

Проделанное дало возможность получать точные аналитические решения двумерных нелинейных краевых задач. Особое внимание уделялось сингулярным проблемам (хрупкое разрушение, сосредоточенные силы и моменты, дислокации и дисклинации, физическая мезомеханика).

При этом была выяснена непригодность для их рассмотрения истинных напряжений (напряжений Коши), обладающих многочисленными недостатками. От выявленных недостатков свободны условные напряжения (симметричные напряжения Био).

Полученные новые, порой неожиданные, результаты количественно и качественно отличаются от своих линейных аналогов.

## Non-linear elasticity (theory and application)

*K. F. Chernykh*

Saint Petersburg State University, Russia

The importance of general non-linear methods in actual problems of mechanics and physics of solids is emphasized. A new version of the non-linear elasticity theory is presented. New approaches to the solutions of the mechanics of solids are suggested. The known methods are developed.

---

## Dynamics of affinely deformable bodies and holonomy groups

*D. Chevallier*

(chevallier@cermics.enpc.fr)

Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, France

The geometrical frame of dynamics of a mechanical system freely moving in space is a principal fiber bundle  $\eta = (\mathbf{S}, \mathbf{X}, \pi, \mathbf{D})$  where  $\mathbf{S}$  (configuration space),  $\mathbf{X}$  (shape space) are manifolds,  $\mathbf{D}$  is a Lie group (with

Lie algebra  $\mathcal{D}$ ) acting freely on  $\mathbf{S}$  by the left,  $\pi: \mathbf{S} \rightarrow \mathbf{X}$  is a submersion and  $\mathbf{X} \simeq \mathbf{S}/\mathbf{D}$  (such a frame was introduced in [1]). There exists a  $\mathbf{D}$ -invariant Riemannian structure on  $\mathbf{S}$  associated with kinetic energy and a principal connexion on  $\eta$  (see [2]) may be deduced from this structure. This dynamic connexion plays a role through its connexion form  $\varpi: T\mathbf{S} \rightarrow \mathcal{D}$ . A tangent vector  $\mathbf{v} \in T\mathbf{S}$  is said to be horizontal when  $\varpi(\mathbf{v}) = \mathbf{0}$ .

We consider motions of the system under the effect of internal forces only ; these forces cause deformations of the system. For such a motion when the initial condition is a position  $s_o \in \mathbf{S}$  and an *horizontal* initial velocity ( $\varpi(s_o) = 0$ ) at some time  $t_o$ , the trajectory of the system in  $\mathbf{S}$  is a horizontal curve according to the dynamic connexion.

The so called “falling cat paradox” deals with the following query: if  $s_o$  and  $s_1$  are given in  $\mathbf{S}$  with  $\pi(s_o) = \pi(s_1) = \xi_o$  in  $\mathbf{X}$  (that is to say two configurations with the same shape  $\xi_o$  are given) is it possible, using internal control forces only, to carry the system from the state  $s_o$  with horizontal velocity at time  $t_o$  to  $s_1$  at a time  $t_1 > t_o$ ? A solution will be defined by a closed loop in  $\mathbf{X}$ , beginning and ending at  $\xi_o$  and whose horizontal lift starting from  $s_o$  ends at  $s_1$ .

A mathematical answer is: there exists a solution if and only if the element  $A \in \mathbf{D}$  such that  $s_1 = A.s_o$  belongs to the holonomy group of the dynamic connexion with reference point  $s_o$ . The result may be deduced from a special form of the dynamic equations fitting with the fiber bundle structure (a geometric form of Poincaré - Chetayev equations) and giving the control forces as soon as the loop in the base  $\mathbf{X}$  is known.

For an affinely deformable, let  $\mathbf{G}$  be the special affine group of the three dimension Euclidean space and  $\mathbf{D}$  be the displacement subgroup. Then  $\mathbf{S}$  is a principal homogeneous space of  $\mathbf{G}$  (or  $\mathbf{G}$  itself) and  $\mathbf{X} = \mathbf{S}/\mathbf{D} (\simeq \mathbf{G}/\mathbf{D})$  is homeomorphic to a space of symmetric operators.

The construction of the Riemannian structure is easy and the calculation of the dynamic connexion and its curvature leads to the following result: when the mass distribution of the body is not concentrated in a plane, the holonomy group of the dynamic connexion is each position of the body is the full group of rotations about the center of mass (so that, there exists internal control forces producing any rotation about the center of mass and solving the above mentioned problem for such a deformable body).

The proof of such a result is based on Ambrose - Singer theorem relating

the Lie algebra of the holonomy group to the curvature of the connexion (see [2]).

1. Montgomery R. Gauge theory of the Falling Cat. In dynamics and Control of Mechanical Systems // Ed. M.J. Enos. A.M.S. 1993. P. 193-218.
2. Kobayashi S., Nomizu K. Foundations of Differential Geometry. Interscience Pub. 1963.

## **Динамика аффинно деформируемых тел и голономные группы**

*Д. Шевалье*

Высшая школа путей сообщения, Париж, Франция

В работе строится математическая модель, объясняющая парадокс падающей кошки. Найдены условия на распределение масс в теле, при котором управляя внутренними силами, можно за счет изменения формы тела осуществить произвольный поворот данного тела вокруг его центра масс.



# Секция I.

## Теоретическая и прикладная механика

### Колебания погруженного в жидкость троса (аналитическое решение)

*Г. Т. Алдошин, А. Л. Сухоруков*  
(aldosh@hotmail.com)

Балтийский государственный технический университет,  
Санкт-Петербург, Россия

При исследовании движения плавучих объектов в качестве самостоятельной задачи рассматривается задача динамики связей, удерживающих этот объект. Необходимость исследования такого рода явлений связана с тем, что при колебаниях плавучих объектов ключевые устройства вовлекают в движение всю якорную систему удержания в целом, в которой дополнительно к статическим возникают и динамические составляющие усилий. Возможны также и упругие деформации связей под действием продольной силы натяжения. Решение этой задачи связано с необходимостью составления и решения систем нелинейных уравнений в частных производных. Для упрощения задачи в части исследований трос представляется непрерывной гибкой, но нерастяжимой связью с равномерно распределенной собственной массой [1-4]. Однако такой подход не позволяет выявить качественных свойств исходных уравнений динамики троса, связанных с распределением продольных волн вдоль упругой конфигурации. В данной работе проведена линеаризация исходной системы уравнений динамики троса около статического состояния равновесия. При этом выявлена независимость колебаний в плоскости про-

висания и колебаний относительно этой плоскости. В свою очередь колебания в плоскости провисания могут быть разделены на продольные, обусловленные распространением упругих волн, и поперечные. Таким образом, в плоскости провисания имеются два спектра собственных частот, на которых возможно возникновение резонансных режимов колебаний. В качестве граничных условий задавались вертикальное и горизонтальное перемещения верхней точки крепления троса по гармоническому закону. Отметим, что в практике проектирования часто используется допущение о квазистатическом распределении усилий в тросовых связях при перемещениях плавучего объекта, то есть положение объекта в определенный момент времени "замораживается" и усилия в тросовых связях определяются из решения статической задачи о провисании троса.

Представленное аналитическое решение позволяет исследовать те эффекты, которые не могут быть обнаружены в рамках квазистатической модели колебаний. Рассмотренная математическая модель колебаний троса позволяет описывать динамику широкого класса практически используемых систем закоренения.

1. Александров М. Н. Судовые устройства. Л.: Судостроение, 1968.
2. Кульмач П. П. Якорные системы удержания плавучих объектов. Л.: Судостроение, 1980.
3. Салтанов Н. В. Гибкие нити в потоках. Киев: Наукова думка, 1974.
4. Светлицкий В. А. Механика трубопроводов и шлангов. М.: Машиностроение, 1982.

## Oscillations of a cable put in liquid (analytical solution)

*G. T. Aldoshin, A. L. Sukhorukov*

Baltic State Technical University, Saint Petersburg, Russia

Dynamics of links retaining a floating object is considered as an independent problem. Linearization of original equation system of cable dynamics in the vicinity of the static equilibrium is developed. The independence of oscillations in the cable sagging plane from the orthogonal ones is revealed. In its turn the oscillation in the cable sagging plane can be split up into longitudinal wave caused by elastic wave's propagation and transversal one. Thus there are two natural frequency spectrums in the cable sagging plane where resonance

phenomenon can appear. The obtained analytical solution allows studying the effects which can not be revealed within the quasi-static oscillations model.

---

## Управление роботами в конкурентной среде

*Г. В. Алферов, О. А. Малафеев*

(alferov@apmath.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

В работе рассматривается задача о достижении роботом движущейся цели (например, другого робота) при наличии подвижных препятствий. Эта задача сводится к динамическим конфликтным процессам. Процессы такого типа протекают в полном локально компактном метрическом пространстве  $X$ . Динамика преследующего и убегающего роботов, принимающих участие в этих процессах, задается посредством обобщенных динамических систем  $P_1, P_2$  в  $X$ . Обобщенная динамическая система  $P_\ell$ ,  $\ell = 1, 2$ , определяется при помощи семейства многозначных отображений пространства  $X$  на себя, обозначаемого через  $P_\ell(x^\ell, t)$ ,  $\ell = 1, 2$ , и называемого функцией достижимости робота  $\ell$ . Обозначим через  $\Sigma$  множество конечных разбиений  $\sigma$  интервала  $[0, T]$ ,  $T < \infty$ . В каждый момент времени  $t \in [0, T]$  процесса  $\Gamma_i(x_0^1, x_0^2, T)$ ,  $i = 1, 2$ , каждому роботу известны позиции обоих роботов — точки  $x^\ell(t)$ ,  $\ell = 1, 2$ , а также динамические возможности обоих роботов, определяемые функциями  $P_\ell$ ,  $\ell = 1, 2$ . Известна также продолжительность процесса  $T < \infty$ . Определим теперь стратегии роботов в процессах  $\Gamma_i(x^1, x^2, T)$ ,  $i = 1, 2$ . Стратегией  $\varphi_\ell$  робота  $\ell$  в процессе  $\Gamma_i(x_0^1, x_0^2, T)$  называется пара  $(\sigma_{\varphi_\ell}, K_\sigma^\ell)$ , где  $\sigma_{\varphi_\ell} \in \Sigma_T$ , а  $K_\sigma^\ell$  — отображение, ставящее в соответствие паре позиций

$$\hat{x}_{t_k}^1 \in \hat{P}_1(x_0^1, t_k), \quad \hat{x}_{t_k}^2 \in \hat{P}_2(x_0^2, t_k), \quad t_k \in \sigma_{\varphi_\ell} = \sigma_\ell$$

роботов, реализовавших к моменту  $t_k$  траекторию

$$\hat{x}_{t_{k+1}-t_k}^\ell \in \hat{P}_\ell(\hat{x}_{t_k}^\ell(t_k), t_{k+1} - t_k).$$

Пара  $(\varphi_1, \varphi_2) = ((\sigma_{\varphi_1}, K_{\sigma_1}^1), (\sigma_{\varphi_2}, K_{\sigma_2}^2)) \in \Phi_1 \times \Phi_2$  называется ситуацией в процессе  $\Gamma_i(x_0^1, x_0^2, T)$ . Далее определяются функции выигрыша  $H_\ell$  на множестве  $\Phi_1 \times \Phi_2$ . Процесс  $\Gamma_1(x_0^1, x_0^2, T) = \Gamma_{H_1} =$

$\langle \Phi_1, \Phi_2, H_1 \rangle$  мы будем называть конфликтным процессом с терминальным выигрышем, а процесс  $\Gamma_2(x_0^1, x_0^2, T) = \Gamma_{H_2} = \langle \Phi_1, \Phi_2, H_2 \rangle$  конфликтным процессом на уклонение с предписанной продолжительностью. В рассмотренных выше стратегиях разбиение интервала  $[0, T]$  конфликтного процесса выбиралось роботом до начала процесса. В некоторых случаях бывает удобно избавиться от этого ограничения и позволить роботу выбирать точку  $t_{k+1}$  разбиения  $\sigma$  в момент  $t_k$ .

Доказывается, что в таких динамических конфликтных процессах существуют  $\varepsilon$ -оптимальные стратегии роботов и предлагается конструктивный алгоритм их численного нахождения.

1. Поляхов Н. Н., Зегжда С. А., Юшков М. П. Теоретическая механика. Изд-во Ленинградского ун-та, 1985. 536 с.
2. Малафеев О. А. Управляемые конфликтные системы. Изд-во СПбГУ, 2000. 280 с.
3. Алферов Г. В., Stilman В. Оптимальные траектории робота в динамической среде // Прикладная механика СПб: Изд-во СПбГУ. 1997. Вып. 10. С. 167-168.

## Control of robots in the competition environment

*G. V. Alferov, O. A. Malafeyev*

St. Petersburg State University, Russia

The problem of reaching a moving object by robot under existence of moving obstacles is considered.

---

## Способы определения динамических параметров тел по колебаниям в упругом подвесе

*А. О. Беляков*

(a\_belyakov@inbox.ru)

Московский государственный университет, Россия

Доклад посвящен исследованию нового метода определения динамических параметров крупногабаритных тел, разработанного в ЦАГИ [1]. Метод предполагает свободные колебания твердого тела в упругом подвесе по трем степеням свободы.

Представлены выражения для определения инерционной матрицы колебательной системы по формам колебаний и собственным частотам. Получены аналитические выражения для динамических параметров тела при различных способах возбуждения колебаний. Проведен анализ чувствительности этих выражений к погрешностям измерения частот и форм колебаний. Приведены результаты моделирования колебаний конкретной системы при различных положениях центра масс [2].

Рассмотрены преимущества и недостатки различных способов возбуждения колебаний.

1. Богданов В. В., Волобуев В. С., Кудряшов А. И., Травин В. В. Комплекс для измерения массы, координат центра масс и моментов инерции машиностроительных изделий // Измерительная техника. 2002. С. 37-45.
2. Беляков А. О. Численное моделирование процесса измерения моментов инерции крупногабаритных тел методом свободных колебаний // Ученые записки ЦАГИ. 2002. С. 129-136.

### **Algorithms of determination of bulk body dynamic parameters by vibrations in elastic support**

*A.O. Belyakov*

Moscow State University, Russia

The talk is devoted to investigation of a new method for measurements of dynamic parameters of bulk bodies developed in Central Aero-Hydrodynamic Institute [1]. The method includes free oscillations of a rigid body in elastic support in several degrees of freedom. Expressions for inertia matrix of oscillation system via eigenfrequencies and eigenmodes are presented. Analytical expressions for dynamical parameters of the body are obtained with different types of oscillation excitation. The results of modeling for a particular oscillation system are presented [2]. The advantages and disadvantages of different excitation types are discussed.

---

## **Стабилизация синфазного закритического режима вращения вибровозбудителей посредством внутренней степени свободы**

*И. И. Блехман, Л. Шперлинг*

(blekhman@vibro.ipme.ru, Lutz.Sperling@masch-bau.uni-magdeburg.de)

ОАО Механобр-техника и Институт проблем машиноведения РАН,

Санкт-Петербург, Россия

Отто-фон-Герике-Университет, Магдебург, Германия

Поставленная авторами в общей форме проблема синхронизации динамических объектов со внутренними степенями свободы [1] представляет интерес для вибрационной техники, небесной механики и теоретической физики. Между тем, в настоящее время эта проблема находится в начальной стадии своего решения.

В докладе рассматривается простейший вариант этой проблемы — задача о самосинхронизации двух одинаковых дебалансных вибровозбудителей, роторы которых установлены соосно и центрально на мягко виброизолированном твердом теле и снабжены дополнительными массами, укрепленными на пружинах. Данная система примечательна тем, что, с одной стороны, допускает точное исследование синхронного режима, а с другой — позволяет выявить специфические особенности задач этого класса и технические возможности, связанные с использованием подобных систем. В частности, рассмотрен вопрос о возможности стабилизации синфазного режима синхронного вращения возбудителей.

1. Blekhman I. I., Sperling L. Synchronization of dynamic objects with internal degrees of freedom // Proceedings of the XXX Summer School “Actual Problems in Mechanics”, St. Petersburg, Repino. 2002.

## **Stabilization of the synphase postcritical regime of rotation of vibroexciters by means of internal degree of freedom**

*I. I. Blekhman, L. Sperling*

Mekhanobr-Tekhnika Corp. and Institute of the Problems of Mechanical Engineering of RAS, St. Petersburg, Russia

Otto-von-Guericke-Universitaet, Magdeburg, Germany

The problem of synchronization of dynamic objects with the internal degrees of freedom [1], set out by the authors in a general form, is of interest for

the vibrational technology, for celestial mechanics and for theoretic physics. However, at present this problem is at the initial stage of its solution. The presentation considers the simplest version of this problem - i.e. the problem of self-synchronization of two similar unbalanced vibro-exciter whose rotors are installed coaxially and centrally on a softly vibro-isolated solid body and are supplied with additional masses connected with the rotors by means of springs. This system is remarkable by the fact that on the one hand it allows an exact investigation of the synchronous regime, on the other hand - makes it possible to determine the peculiarity of the problems of this class and the technical potentialities, connected with the use of such systems. In particular, the question has been considered about the possibility of stabilization of the synphase regime of the synchronous rotation of exciters.

---

### **Применение уравнений Маджи в квазикоординатах в динамике систем твердых тел**

*А. Б. Бячков, В. М. Сулонов*  
(AndreyBya@yandex.ru)

Пермский государственный университет, Россия

Повышенный интерес в последнее время вызывают работы, связанные с проблемами моделирования динамики систем связанных твердых тел. Несмотря на то, что вопрос построения уравнений кинематики и динамики для систем с любым числом степеней свободы в рамках аналитической механики принципиально решен, прямое применение классических методов к достаточно сложным системам приводит к значительным вычислительным трудностям.

Центральной проблемой является проблема учета связей. Именно различие в подходах к решению проблемы учета связей породило многообразие форм уравнений движения систем тел.

Доклад посвящен развитию методов неголономной механики при решении задач формирования моделей динамики систем абсолютно твердых тел. В качестве теоретической основы решения указанной задачи предложено рассмотрение метода учета связей путем построения системы независимых вариаций обобщенных скоростей и уравнений Маджи в квазикоординатах [1, 2].

Показано, что использование предлагаемой формы уравнений Маджи приводит к построению уравнений движения систем твердых тел в виде расширенной системы дифференциально-алгебраических уравнений в избыточных координатах и квазискоростях. Получаемые уравнения в частных случаях преобразуются к ряду известных уравнений движения систем тел, и в этом смысле являются общими уравнениями динамики системы связанных твердых тел.

1. Бячков А. Б. Теоретические основы формирования моделей динамики механических систем с переменной кинематической структурой // Дис. кандидата физ.-мат. наук. Пермь. 1999. 220 с.
2. Бячков А. Б. Уравнения Маджи в квазикоординатах // Восьмой Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике. Аннотации докладов, Екатеринбург: УрО РАН. 2001. С. 135-136.

## The application of the Maggi's equations in terms of quasi-coordinates in multibody dynamics

*A. B. Vyachkov, V. M. Suslonov*

Perm State University, Russia

The problems of application of the Maggi's equations in terms of quasi-coordinates in multibody dynamics modeling are considered.

The application of the above-mentioned form of equations of motion and the method of satisfying an additional constraint equations in variations lead to dynamic models in the form of extended system of differential-algebraic equations with surplus coordinate and quasi-velocities. The report shows that the Maggi's quasi-coordinate equations in particular cases are transformed to a series of known dynamics equation of multibody systems.

---

## О вынужденных колебаниях динамических систем

*В. Г. Веретенников, П. С. Красильников, В. А. Сеницын*

([kras@k804.mainet.msk.su](mailto:kras@k804.mainet.msk.su))

Московский авиационный институт, Россия

Исследуются динамические системы, описываемые обыкновенными дифференциальными уравнениями с дополнительными ограничениями в виде уравнений связей, которым должны удовлетворять фазовые переменные.

Дифференциальные уравнения с помощью принципа освобожденности от связей и гипотезы Гаусса "о мыслимых движениях" преобразуются к виду, содержащему реакции в правых частях. Исходные уравнения связей тогда описывают интегральное многообразие.

Для некоторого класса динамических систем с "параметрической связью", который рассматривал Н.Г. Четаев, получено дифференциальное соотношение, не содержащее реакций связей. Частным случаем этого соотношения является общее уравнение аналитической динамики.

На основе описанного подхода исследуется задача о построении периодических движений для системы уравнений Лагранжа, а также уравнений, описывающих вращение гиростата при нелинейных законах управления.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки (№ ТОО-14.2-1111).

### **On the forced oscillations of the dynamical systems**

*V. G. Veretennikov, P. S. Krasilnikov, V. A. Sinizin*

Moscow Aviation Institute, Russia

The dynamic systems are investigated that can be described by means of the ordinary differential equations with restrictions in the form of the constraint equations.

The differential equations are transformed to the form of equations with the reactions in right sides.

For the certain class of dynamic systems the differential relation has been obtained that does not contain the reactions; the special case of this type is namely the well-known general equation of the analytical dynamics.

Based on these investigations the problem of the construction of periodical solutions for both Lagrange equations and the gyrostat rotation equations has been studied.

---

### **Приведенные матрицы жесткости и диссипации пакета цилиндрических пружин**

*С. В. Гаврилов, В. А. Коноплев*

(vkono@mail.ru)

Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, Россия

Пакеты цилиндрических пружин используются в различных техни-

ческих устройствах: трамбовочных вибромашинах, грохотах, амортизаторах, в автомобилестроении, в железнодорожном транспорте. Силы воздействия пружины на твердое тело делятся на два принципиально различных класса: силы упругости и силы демпфирования. И те и другие для одной пружины вычисляются с использованием стандартных методов. В докладе показано, что определение указанных сил для нескольких (пакета) пружин не сводится к соответствующему увеличению силы одной пружины. С использованием алгебраической теории получены динамические винты упругого и демпфирующего воздействия пакета цилиндрических пружин, точки крепления которых лежат в горизонтальной плоскости, в виде линейного преобразования обобщенных координат и скоростей подпружиненного твердого тела с соответствующими матрицами, названными приведенными. Эти матрицы симметричны, но в общем случае не диагональны даже в случае диагональности аналогичных матриц для каждой пружины. Показано, что структура матриц такова, что движения подпружиненного твердого тела по четным (2,6) и нечетным (3,5) обобщенным координатам и скоростям оказываются связанными. Величины соответствующих элементов матриц зависят от физических характеристик пружин и расположения точек крепления к телу. Если точки крепления пружин к телу лежат в плоскости, содержащей начало связанной с ним системы координат, то обобщенные матрицы жесткости и диссипации диагональны. Указанная зависимость исследована и проиллюстрирована на примерах движения подпружиненного носителя двух динамически неуравновешенных роторов. Обе матрицы представлены в виде, удобном для непосредственной реализации на компьютере без каких-либо предварительных преобразований.

### **Reduced stiffness and dissipation matrices of a packet of cylinder springs**

*S. V. Gavrilov, V. F. Konoplev*

Institute of the Problems of Mechanical Engineering of RAS, St. Petersburg, Russia

Questions of feedback on rigid bodies by packets of cylinder springs are considered. It is shown, that motions of undersprunged rigid body by even (2,6) and odd (3,5) generalized coordinates and velocities in considered case are linked

even if the matrix forms for every spring are diagonal.

---

---

## Об устойчивости регулярных прецессий в осесимметричных полях

*И. А. Галиуллин*

(gal@k804.mainet.msk.su)

Московский авиационный институт, Россия

Дано историческое описание известных регулярных прецессий симметричных тел в силовых полях с потенциалом в виде функции от угла нутации — как тел с закрепленной точкой, так и спутников и планет.

Указана связь полученных ранее условий их устойчивости с условиями, вытекающими из линеаризованных уравнений первого приближения. Приводится новое условие, достаточное для устойчивости, которое накладывается на потенциал силового поля.

Обсуждаются вопросы устойчивости регулярных прецессий несимметричного тела относительно оси симметрии поля.

## On the stability of the regular precessions in the symmetric fields of force

*I. A. Galiullin*

Moscow Aviation Institute, Russia

The historical description of the known regular precessions of symmetric bodies when the potential represents the function of a nutation angle is given.

The connection between the recent investigations and the new results that conclude from the linear equations of the first approximation is indicated also.

Questions of the stability of the regular precessions for the non-symmetric bodies about the symmetric field axes have been discussed.

---

---

## Преобразование уравнений электрической машины двойного питания

*В. А. Диевский*

(mry@phoenix.math.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Дается вывод неголономных преобразований независимых фазных токов статора и ротора машины двойного питания (МДП). В новых переменных (квазитоках) уравнения МДП имеют вид уравнений Маджи. Существенное преимущество уравнений Маджи по сравнению с другими формами записи уравнений МДП состоит в том, что они являются обыкновенными нелинейными дифференциальными уравнениями с *постоянными коэффициентами* (другие формы их записи содержат переменные коэффициенты [1,2]). Последнее обстоятельство позволило существенно упростить исследование различных режимов работы МДП.

В докладе полученные уравнения использованы для исследования установившегося режима работы МДП. В частности, найдено выражение для ее электромагнитного момента. Показано, что при общепринятых допущениях этот момент имеет тот же вид, что и электромагнитный момент синхронного двигателя. Сделан вывод о независимости этого момента от начальных фаз подводимых к статору и ротору МДП напряжений, а также от начального положения ротора.

1. Диевский В.А., Львович А. Ю. Об уравнениях электрической машины двойного питания // Вестник ЛГУ. 1991. №8, серия 1, выпуск 2. С. 75-78.
2. Родюков Ф. Ф., Львович А. Ю. Уравнения электрических машин. Изд-во СПбГУ, 1997. 272 с.

## Transformation of equations of a double-feeding electrical engine

*V. A. Dievsky*

St. Petersburg State University, Russia

This work deals with an application of non-holonomic electromechanics methods and description of processes in double-feeding electric engine.

---

### **О движении диска со смещенным центром тяжести по плоскости с анизотропным трением**

*Н. Н. Дмитриев*

(dn7@rambler.ru)

Балтийский государственный технический университет,  
Санкт-Петербург, Россия

Рассмотрена задача о скольжении диска по плоскости с учетом сил анизотропного трения в предположении о смещении центра тяжести относительно оси симметрии диска. Получены дифференциальные уравнения движения, правые части которых представляют собой комбинацию эллиптических интегралов. В виду нелинейности этих уравнений исследование движения проводилось численными методами.

Построен ряд траекторий движения центра симметрии и центра тяжести диска. Исследован процесс остановки тела при его движении по инерции. Определены некоторые соотношения между прикладываемыми усилиями, при которых начинается движение.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования РФ (№Е00-4.0-30).

### **On movement of a disk with displaced center of gravity on plane with anisotropic friction**

*N. N. Dmitriev*

Baltic State Technical University, St. Petersburg, Russia

Movement and equilibrium of disk with displaced center of gravity on plane with anisotropic friction was solved.

---

### **О воздействии ударной нагрузки на многомассовую систему**

*С.М. Ефремов*

(efremov@udm.ru)

Ижевский государственный технический университет, Россия

В данном сообщении рассматривается решение прикладной задачи о воздействии импульсной ударной нагрузки на систему из трех тел,

соединенных упругими связями. Численно решается система дифференциальных уравнений при вязком демпфировании и внешних возмущениях, заданных в виде ускорений. Приводятся результаты расчета ускорений каждого тела в зависимости от длительности импульса, собственных частот колебаний и демпфирования.

### **About effect of an impact load at a multimass system**

*S.M. Efremov*

Izhevsk State Technical University, Russia

About effect of a pulse impact load at a system from three bodies, by coherent elastic connections.

---

### **Исследование устойчивости движения динамических систем полиномиальной структуры с периодическими параметрами**

*С. Е. Иванов, Г. И. Мельников*

([melnikov@mail.ifmo.ru](mailto:melnikov@mail.ifmo.ru))

Санкт-Петербургский институт точной механики и оптики (государственный технический университет), Россия

Рассматривается голономная периодическая нестационарная система. Предполагается, что нелинейные характеристики системы допускают аппроксимацию степенными многочленами относительно обобщенных координат и скоростей, содержащую периодические коэффициенты. Методом многочленных преобразований расширенного фазового вектора осуществляется построение нелинейной канонической системы уравнений. Система автономна в рамках принятой точности, дополнительные члены отнесены к постоянно действующим возмущениям. Параметры системы являются существенными константами, определяющими качество движения. В новых переменных находятся периодические решения, функции Ляпунова и дифференциальные неравенства. В результате получены оценки качества устойчивости движения. Данный подход применен в проблеме виброзащиты систем с двумя и тремя степенями свободы.

## The investigation of stability of dynamical systems with polynomial structure and periodic parameters

*S. E. Ivanov, G. I. Melnikov*

Saint Petersburg Institute of Fine Mechanics and Optics (The State Technical University), Russia

The holonomic non-stationary system of polynomial structure with respect to the phase variables and with periodic coefficients is considered. By means of transformation of the vector of generalized coordinates the system is simplified and the constants are distinguished. The differential inequalities according to which estimations of stability are established and the Lyapunov functions are defined.

---

## Аналитический метод решения задачи субоптимального управления полетом

*А. П. Иванов, Ю. Я. Остов*

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Задача оптимального управления движением летательного аппарата (ЛА) в атмосфере является практически важной задачей внешней баллистики и теории управления. Однако управление, найденное как результат решения краевой задачи на основе принципа максимума Л. С. Понтрягина в его классической формулировке, является программным управлением и при наличии всякого рода возмущений оказывается неэффективным, т.е. не обеспечивает оптимум заданного критерия качества. Поэтому достаточно построить субоптимальное управление, при котором значение оптимизируемого функционала отличается от его оптимального значения не более, чем на заданную величину  $\epsilon$ .

Предлагаемая методика синтеза субоптимального управления складывается из трех этапов решения исходной вариационной задачи.

На первом этапе производится упрощение модели за счет рационального выбора фазового пространства, независимой переменной интегрирования, замены исходных связей и функционала эквивалентными и т.п.; второй этап упрощения модели осуществляется на основе принципа расширения (частичного снятия ограничений),

приводящего к вырожденной задаче теории оптимального управления; третий этап решения задачи (при восстановленной связи, исключенной на втором этапе) приводит к желаемому результату в виде синтезированного управления (управления с обратной связью). Эта методика применена для решения следующей задачи: оптимизировать траекторию продольного движения центра масс ЛА, совершающего полёт из начальной точки атмосферного пространства в заданную конечную точку на поверхности Земли. Критерием оптимальности траектории (управления) является максимум кинетической энергии ЛА в конечной точке траектории.

Результатом решения задачи по этой методике является субоптимальное управление в виде угла атаки  $\alpha$ , которое находится аналитически и является функцией угла наклона траектории  $\theta$ . Результаты численного моделирования подтверждают эффективность рассмотренной методики.

### **Analytical method for solving the problem of suboptimal flight control**

*A. P. Ivanov, Yu. Ya. Ostov*

St. Petersburg State University, Russia

An analytical method is proposed for solving the problem of suboptimal control of the flying apparatus mass center motion in the atmosphere. Numeric estimations are presented of the synthesized control quality for various variants characterized by atmosphere parameters and boundary conditions.

---

### **Об использовании тензора поворота при решении задач динамики твердого тела и исследовании устойчивости движения**

*Е. А. Иванова*

(ivanova@EI5063.spb.edu)

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,  
Россия

При решении задач динамики твердого тела важное значение имеет выбор основных переменных. Неудачный выбор переменных, с одной стороны, может привести к появлению полюсов, что создает

известные проблемы при численном решении задачи, а с другой стороны, к появлению громоздких выражений, что в значительной степени затрудняет аналитическое исследование задачи. Использование тензора поворота предоставляет возможность разнообразного выбора переменных и не ограничивает исследователя необходимостью использования стандартных способов описания вращательного движения твердого тела. В данной работе обсуждается одно из возможных представлений тензора поворота, основанное на использовании понятий левого и правого векторов угловой скорости [1]. Спецификой такого способа описания движения твердого тела является то, что при его использовании ни уравнения динамики, ни кинематические соотношения не включают в себя тригонометрических функций. Это, в частности, упрощает процедуру получения уравнений в вариациях при исследовании устойчивости движения. Кроме того, использование представления тензора поворота через угловые скорости позволило построить точные решения ряда известных, но не полностью исследованных задач.

1. Иванова Е. А. Об одном подходе к решению задачи Дарбу // Изв. РАН, МТТ. 2000. №1, С. 45-52.

### **On using of the turn-tensor for solution of the rigid body dynamics problems and for analysis of stability of motion**

*E. A. Ivanova*

St. Petersburg State Polytechnical University, Russia

Choice of the main variables is very important for successful solution of the rigid body dynamics problems. Using of the turn-tensor gives a possibility of wide choice of variables. Representation of the turn-tensor by the left and right angular velocities vectors is discussed in the present paper. If this representation of the turn-tensor is used then dynamics equations and the kinematics relations do not contain trigonometric functions. In this case analysis of stability of motion becomes more simple. Moreover, using of this representation of the turn-tensor allows constructing the exact analytical solutions of some known problems.

---

## Стационарные движения неголономных систем. Устойчивость и стабилизация

*В. И. Каленова, В. М. Морозов, М. И. Салмина*

(kalenova@imec.msu.ru, morozov@imec.msu.ru, salmina@imec.msu.ru)

Институт механики Московского государственного университета, Россия

Рассматривается совокупность вопросов, касающихся стационарных движений (СД) неголономных механических систем: многообразие СД, устойчивость и стабилизация. Исследуется многообразие СД неголономных систем. Проводится их классификация в зависимости от налагаемых дополнительных условий. Известные задачи о стационарных движениях твердого тела (шара, диска, тора и т.д.), движущегося по горизонтальной плоскости без проскальзывания относятся к классу, который подробно рассматривался в работах А.В. Карапетяна [1,2]. Выделен новый класс СД неголономных систем, который характеризуется более общими условиями, налагаемыми на параметры СД. К этому классу относится, в частности, большинство СД одноколесных экипажей. Уравнения возмущенного движения для выделенного нового класса СД имеют более общую структуру, чем для указанного выше класса. Поэтому для исследования устойчивости СД нового класса формулируется теорема, обобщающая теорему из [1]. Для решения задач стабилизации СД неголономных систем обоих классов предлагается методика, учитывающая особенности задачи стабилизации для неголономных систем и обобщающая аналогичную методику решения задач стабилизации голономных систем [3]. В качестве примеров рассмотрены СД диска и одноколесного экипажа, иллюстрирующие принадлежность к одному или другому классу. Более подробно рассмотрены СД одноколесного экипажа — их устойчивость и стабилизация.

1. Карапетян А. В. Об устойчивости стационарных движений неголономных систем Чаплыгина // ПММ. 1978. Т. 42, вып.5. С. 801-807.
2. Карапетян А. В., Румянцев В. В. Устойчивость консервативных и диссипативных систем. Итоги науки и техники. Сер. Общая механика. Т. 6. М.: ВИНТИ, 1983. 132 с.
3. Каленова В. И., Морозов В. М., Салмина М. А. Управляемость и наблюдаемость в задаче стабилизации механических систем с циклическими координатами // ПММ. 1992. Т. 56, вып.6. С. 967-959.

## Steady-state motions of nonholonomic systems. Stability and stabilization

*V. I. Kalenova, V. M. Morozov, M. A. Salmina*

Institute of Mechanics of Moscow State University, Russia

The problems of steady-state motions of nonholonomic mechanical systems, their stability and stabilization are discussed. The classification of steady-state motions is carried out. Theoretical results are illustrated by the examples of stability problems of disk and monocycle steady-state motions.

---

## Устойчивость и бифуркация стационарных движений волчка, заполненного жидкостью, на плоскости с трением

*A. V. Karapetyan*

(root@evdokim.mccme.ru)

Московский государственный университет, Россия

Рассматривается задача о движении по горизонтальной плоскости с трением скольжения эллипсоида, заполненного идеальной несжимаемой жидкостью, совершающей однородное вихревое движение. Найдены все стационарные движения эллипсоида с жидкостью, исследованы их устойчивость и ветвление.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №01-01-00141) и ФЦП "Интеграция" (№Б0053).

## Stability and bifurcation of stationary motions of whipping top filled up by liquid on the plane with friction

*A. V. Karapetyan*

Moscow State University, Russia

A task has been considered about a motion on horizontal plane with friction of sliding ellipsoid, to be filled up by ideal incompressible liquid, which makes homogeneous vortical motions. All stationary motions of ellipsoid were found, and their stability and bifurcation has been investigated.

---

**О возможности использования теории движения неголономных систем высокого порядка в некоторых задачах мехатроники**

*Р. Каспер, Ш. Х. Солтаханов, М. П. Юшков*

(mry@phoenix.math.spbu.ru, Mikhail.Yushkov@pobox.spbu.ru)

Отто-Фон-Герике-Университет, Магдебург, Германия

Чеченский государственный университет, Грозный, Россия

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Одной из центральных трудностей мехатроники является составление дифференциальных уравнений движения изучаемой системы, достаточно адекватно описывающих ее поведение. Особенно трудными для составления доброкачественной математической модели являются системы, в которых отдельные части связаны друг с другом сплошной средой или взаимодействуют через сложные поля типа электромагнитных и т.п. В этом случае при составлении уравнений требуются серьезные упрощения на этапе постановки задачи, поэтому численные результаты часто заметно отличаются от истинных. Обычно модель уточняют поправочными коэффициентами, полученными из эксперимента.

В докладе предлагается новый подход к составлению уравнений сложных систем с помощью теории движения неголономных систем со связями высокого порядка. Эта теория создавалась при участии авторов на кафедре теоретической и прикладной механики математико-механического факультета Санкт-Петербургского университета на протяжении последних 25 лет [1].

Путем математической обработки экспериментальных результатов изучаемой системы [2] предлагается составлять идеальные неголономные связи высокого порядка, достаточно точно отражающие истинное поведение сложной системы. При полученных связях с помощью указанной выше теории могут быть составлены дифференциальные уравнения сложной системы. Таким образом, приближенность создаваемой модели будет зависеть лишь от точности математической обработки экспериментальных данных. Применение же теории движения неголономных систем со связями высокого порядка позволяет составить дифференциальные уравнения движения, не вносящие дополнительных неточностей в решение задачи.

1. Зегжда С. А., Солтаханов Ш. Х., Юшков М. П. Уравнения дви-

жения неголономных систем и вариационные принципы механики. Изд-во СПбГУ, 2002.

2. Солтаханов Ш. Х., Юшков М. П. Исследование нестационарного движения систем с гидродинамическими передачами // В кн.: Прикладные задачи колебаний и устойчивость механических систем (Прикладная механика. Вып. 8). Л.: Изд-во ЛГУ. 1990. С. 44-48.

### **On possibility of usage of the theory of high-order non-holonomic systems motion in some problems of mechatronics**

*R. Kasper, Sh. Kh. Soltakhanov, M. P. Yushkov*

Otto-von-Guericke-Universitaet, Magdeburg, Germany

The State University of Chechnya, Grozny, Russia

Saint Petersburg State University, Russia

It is suggested to form the ideal non-holonomic high-order restraints by using mathematical processing of experimental data on the motion of complex systems. Application of the theory of non-holonomic systems motion with such restraints make it possible to derive more precise equations of motion.

---

### **Влияние сопротивления линии электропередачи на работу системы “Синхронный генератор — два асинхронных двигателя”**

*В. В. Колчин*

(vladimir\_k@bk.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

В докладе рассматривается автономная электроэнергетическая система, состоящая из асинхронного двигателя и синхронного генератора. Модель системы построена на основе расщепленных симметризованных уравнений электрических машин [1], [2].

Для исследуемой модели получены статические механические характеристики, а также формулы расчета максимально допустимых моментов нагрузки на двигателях в зависимости от сопротивления сети. Проведено исследование локальной устойчивости системы. В результате исследования сделан вывод о том, что сопротивление линии электропередачи практически не оказывает влияния на работу

генератора. Что касается двигателей, то их диапазон устойчивости, как и максимально возможный рабочий момент, уменьшаются при увеличении сопротивления сети, не изменяя при этом качественной картины работы системы. При этом значение сопротивления сети, которое будет считаться критическим, зависит в каждом отдельном случае от конкретных задач, предъявляемых к производительности системы. Полученные результаты обобщены на произвольное число двигателей в системе.

1. Родюков Ф. Ф., Львович А. Ю. Уравнения электрических машин. СПб: Изд-во СПбГУ, 1997.
2. Колчин В. В., Родюков Ф. Ф., Сёдербакка Г. Построение математической модели системы синхронный генератор — два асинхронных двигателя // Тезисы Международной конференции "Моделирование динамических систем и исследование устойчивости", Киев. 1999.

### **Influence of a power line resistance on the operation of system consisting from one synchronous generator and two induction motors**

*V. V. Kolchin*

St. Petersburg State University, Russia

For investigated model the static mechanical performances are obtained. The formulas for account of the highest possible moment of a load on drives also are obtained. The research of local stability of a system is carried out. The obtained results are generalized on a system with an arbitrary number of drives.

---

### **Динамика центрифуги с соударениями**

*А. А. Краснов, П. Е. Товстик, Т. П. Товстик*

([krasnov@polymetal.spb.ru](mailto:krasnov@polymetal.spb.ru), [peter.tovstik@pobox.spbu.ru](mailto:peter.tovstik@pobox.spbu.ru))

ОАО "Полиметалл", Санкт-Петербург, Россия

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, Россия

Рассматривается динамика центрифуги под действием внешних импульсов. Центрифуга является рабочим органом камнедробилки.

Попадая в быстровращающуюся центрифугу, камень разгоняется в ней до скорости порядка 100 м/сек и слетает с внешнего обода. Камень дробится в результате удара о неподвижный корпус. При разгоне камень сообщает ротору импульс, в результате которого ротор приходит в колебательное движение.

Ось ротора не имеет неподвижной точки. В работе [1] были выведены уравнения малых поперечных колебаний центрифуги на воздушной подушке, удерживаемой в вертикальном положении вязкоупругими мембранами. Был проведен анализ движения ротора, при этом основным исследуемым параметром была амплитуда смещения в зоне воздушного зазора. При этом предполагалось, что эта амплитуда меньше размеров зазора. Однако расчеты показали, что в отдельные моменты времени при разгоне достаточно крупных камней расчетная амплитуда больше зазора. Для корректного описания динамики в этом случае необходимо учитывать соударение ротора с корпусом. Анализу этой ситуации и посвящена данная работа. Мгновенный удар предполагается неабсолютно упругим с известным коэффициентом восстановления. Учитываются силы трения при ударе по модели сухого трения Кулона. При сделанных предположениях численно исследованы различные режимы движения.

1. Краснов А. А., Товстик П. Е., Товстик Т. П. Центрифуга на воздушной подушке под действием случайных импульсов // Вестник СПбУ. 2003. Сер. 1, вып. 1.

## The centrifuge dynamics with impacts

*A. A. Krasnov, P. E. Tovstik, T. P. Tovstik.*

ОАО "Polimetall", St. Petersburg, Russia

Saint Petersburg State University, Russia

Institute of the Problems of Mechanical Engineering of RAS,

St. Petersburg, Russia

Equations of small vibrations of a centrifuge on the air cushion are delivered. The centrifuge is hold in the vertical position by the visco-elastic diaphragms. The centrifuge dynamics under action of the sequence of the random pulses and of the possible impacts with the frame is investigated.



## О задачах определения многочастотных нелинейных колебаний и исследование их устойчивости

А. Г. Кривошеев

(natasha@cde.ifmo.ru)

Санкт-Петербургский институт точной механики и оптики  
(государственный технический университет), Россия

Рассматривается автономная или неавтономная механическая система с конечным числом степеней свободы, совершающая колебательное движение в конечной окрестности нуля фазового пространства. Предполагается, что обобщенные силы в динамических уравнениях изучаемой системы имеют вид полиномов относительно фазовых переменных. Коэффициенты полиномов являются постоянными величинами или периодическими функциями времени в форме полиномов Фурье.

К исходным динамическим уравнениям применяется метод многочленных преобразований [1,2] с целью перехода к новым фазовым переменным, в которых изучение колебаний существенно упрощается. К многомерным системам уравнений могут применяться численно-аналитические многочленные преобразования [3].

В новых переменных решаются задачи определения стационарных режимов многочастотных колебаний и формулируются условия их устойчивости. Строятся количественные оценки переходных режимов колебаний методом дифференциальных неравенств относительно скалярной или векторной функции Ляпунова [4]. Рассматриваются нерезонансные колебания, а также более сложные случаи резонансных колебаний [5].

1. Мельников Г. И. К теории нелинейных колебаний // Вестник ЛГУ. 1964. №1. С. 88-98.
2. Мельников Г. И. Динамика нелинейных механических и электромеханических систем. Л.: Машиностроение, 1975. 200 с.
3. Кривошеев А. Г., Мельников Г. И. Вынужденные колебания механических систем с нелинейными характеристиками полиномиального вида // Прикладная механика. 1990. Т. 26, №1. С. 108-113.
4. Кривошеев А. Г. Об оценках устойчивости движения методом дифференциальных неравенств для функции Ляпунова // Прикладные задачи динамики и устойчивости движения механических си-

- стем. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та. 1990. Вып.8. С. 14-17.
5. Кривошеев А. Г. Вынужденные резонансные колебания нелинейной системы с двумя степенями свободы // Науч.-техн. вестник СПбГИТМО(ТУ). Вып. 3. Физические процессы, системы и технологии точной механики. СПб: СПбГИТМО(ТУ). 2001. С. 5-8.

## About problems of determination of many-frequency nonlinear oscillations and investigation its stability

*A. G. Krivosheev*

St. Petersburg Institute of Fine Mechanics and Optics (The State Technical University), Russia

A method of polynomial transformation and a method of differential inequalities are applied for investigation of nonlinear oscillations.

---

## Геометрическая интерпретация принципа Гаусса

*С. П. Кудачев*

(imbmru@moris.ru)

Мордовский государственный университет, Саранск, Россия

Понятие об идеальности как голономных, так и неголономных связей с новой точки зрения исследуется в [1, 2]. Дается геометрическая интерпретация принципа Гаусса и общего уравнения механики. При этом используется достаточно сложный математический аппарат, связанный с введением касательного пространства к многообразию всех возможных положений механической системы. В данном сообщении на основе материала, приведенного в учебнике [2], показывается, что геометрическая интерпретация принципа Гаусса может быть изложена без введения касательного пространства. Это существенно облегчает методику изложения данной темы. Рассматривается механическая система состоящая из  $N$  материальных точек, имеющих массы  $m_\nu^*$  ( $\nu = 1, \dots, N$ ), на движение которой наложено  $k$  идеальных (голономных или неголономных) связей. Исходя из представления движения механической системы в виде движения одной изображающей точки в  $3N$ -мерном пространстве, мера принужде-

ния  $Z_g$ , введенная Гауссом, представляется в виде:

$$Z_g = \frac{\tau^4}{4} M \left( \vec{W} - \frac{\vec{Y}}{M} \right)^2 = \frac{\tau^4}{4} M Z^2,$$

где  $\vec{W}$ , — множество ускорений изображающей точки, допускаемых связями,  $\vec{Y}/M$  — ускорение, которое имела бы изображающая точка в случае отсутствия связей,  $M = \sum_{i=1}^N m_i^*$ ,  $\tau$  — малый промежуток времени. Показывается, что задача об отыскании минимума функции непосредственно связана с классической задачей отыскания минимального расстояния от точки до плоскости. Эту геометрическую интерпретацию минимальности функции можно рассматривать и как геометрическую интерпретацию принципа Гаусса, так как рассматриваемая величина только множителем отличается от величины принуждения.

1. Зегжда С. А., Филиппов Н. Г., Юшков М. П. Уравнения динамики неголономных систем со связями высших порядков. I, II // Вестн. СПбГУ. 1998, Сер. 1, вып.3, № 15. С. 75-81; вып.4, № 22. С. 94-99.
2. Поляхов Н. Н., Зегжда С. А., Юшков М. П. Теоретическая механика. Л., 1985. 535 с.

## Geometrical interpretation of Gauss principle

*S. P. Kudaev*

Mordovian State University, Saransk, Russia

The concept of ideality for both holonomic and non-holonomic constraints was developed in [1, 2] from a new point of view and the geometrical interpretation of Gauss principle and general equation of mechanics was given. Complicated mathematical tool connected with definition of a tangential space was used. It has been shown in the present report based on [2] that the geometrical interpretation of Gauss principle can be expounded without bringing in an idea of a tangential space. This approach is more effective and simple.



## К динамике полета противорадиальных ракет

*Б. Я. Локшин, Ю. Д. Селюцкий*  
(lokshin@imec.msu.ru, ysel@mail.ru.com)

Институт механики Московского государственного университета, Россия

Для защиты ценных сельскохозяйственных культур от градобитий в ряде районов России и других стран используются различные противорадиальные ракеты (ПР), которые в соответствии с принятой в настоящее время методикой доставляют в зону градообразования большое количество конкурентных ядер-зародышей града и предотвращают тем самым образование крупных градин.

Такие ракеты должны быть достаточно дешевы, поэтому они обычно неуправляемы, хотя их применение происходит в сложных метеорологических условиях. Сильно возмущенная воздушная среда (переменный ветер) может привести к заметным отклонениям ракеты от требуемой зоны засева. Возникает задача сравнительного анализа различных ПР, применение которых обеспечивает предотвращение градообразования.

Для подсчета экономической эффективности применения ПР необходимо в первую очередь произвести расчет траекторий полета одиночной ракеты на основе математической модели полета ПР с учетом всех атрибутов, определяющих этот полет (зависимость тяги и распределения массы в ракете, зависимость аэродинамических характеристик от угла атаки и скорости полета, распределение скорости ветра и т.д.). Затем с учетом того же ветра, ориентации зоны засева и расположения пунктов запуска ПР можно будет определить количество ПР, нужных для защиты определенной области. Полученные значения расхода ПР могут служить объективной характеристикой их эффективности.

Для компьютерного анализа траекторий полета ПР авторами предлагается специально разработанная программа, созданная на базе пакета Visual Basic и снабженная достаточно развитым интерфейсом. Программа позволяет вводить все зависимости конструктивных параметров и аэродинамических характеристик и учитывать условия применения (ветер, диапазон высот зоны засева и т.д.), просматривать любую фазовую плоскость переменных, запоминать числовые файлы и графики. Все эти возможности создают достаточно комфортные условия для проведения компьютерного анализа эффек-

тивности использования различных ПГР в диалоговом режиме практически на любом современном персональном компьютере.

С помощью этой программы рассчитана таблица поправок для учета влияния ветра и исследовано влияние конструктивных параметров ракеты на длину участка траектории, находящегося в зоне засева. Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №00-01-00405) и программы "Университеты России".

### **On the dynamics of flight of the antihail rockets**

*B. Y. Lokshin, Y. D. Seliutski*

Institute of mechanics of Moscow State University, Russia

The original computer program for a research of the problem of exterior ballistics of antihail rockets is considered in view of feature of their application. The developed interface submits comfortable conditions for the user at study of flight trajectories of indicated rockets.

---

### **Взаимодействие колебательной системы с различными типами электродвигателей постоянного тока**

*И. Е. Лопатухина*

(ppall@postbox.spu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Рассматривается движение колебательной системы, состоящей из платформы, перемещающейся вертикально. Перемещение платформы сопровождается сопротивлением, пропорциональным первой степени скорости. Колебания платформы посредством упругой связи возбуждаются электродвигателем постоянного тока с различными способами возбуждения (параллельное, последовательное, смешанное). Составлены уравнения Лагранжа-Максвелла. Проведено численное интегрирование методом Рунге - Кутты и построены графики колебания платформы в зависимости от подводимого напряжения.

## The interaction of vibratory system with different electromotors of const current

*I. E. Lopatukhina*

St. Petersburg State University, Russia

The motion of vibratory system is discussed. The Lagrange - Maxwell equations are solved by Rounge - Kutt's method. The plots of vibrations are obtained.

---

## Устойчивость периодических систем: новые результаты

*А. А. Майлыбаев, А. П. Сейранян*

(mailybaev@imec.msu.ru, seyran@imec.msu.ru)

Институт механики Московского государственного университета, Россия

Рассматриваются линейные динамические системы со многими степенями свободы с периодическими коэффициентами, зависящие от многих параметров. Устойчивость тривиального решения в этих системах определяется с помощью теории Флоке.

Дан вывод выражений для первых и вторых производных матрицы монодромии по параметрам в терминах матрицантов прямой и сопряженной задачи и производных от матрицы системы. Это позволяет получить производные простых мультипликаторов, а также их абсолютных значений по параметрам, а также использовать эти соотношения в градиентных методах для стабилизации или дестабилизации (резонанса) системы.

Приведен численный пример стабилизации системы, описываемой уравнением Карсона - Камби. Затем исследуются сильные и слабые взаимодействия мультипликаторов на комплексной плоскости, и дается геометрическая интерпретация этих взаимодействий. В качестве приложений развитой теории исследованы области резонанса для уравнения Хилла с демпфированием. Дано описание этих областей (половинок конусов) в трехмерном пространстве параметров. В качестве примера рассмотрен параметрический резонанс маятника с точкой подвеса, колеблющейся по произвольному периодическому закону.

Далее рассматриваются линейные колебательные системы со многими степенями свободы с периодическими коэффициентами, зависящие от трех независимых параметров: частоты и амплитуды периодического воздействия и параметра диссипативных сил, причем последние две величины предполагаются малыми. Исследуется неустойчивость тривиального решения (параметрический резонанс). Для произвольной матрицы периодического воздействия и положительно определенной матрицы диссипативных сил получены общие выражения для областей основного и комбинационного резонансов. Изучены два частных случая матрицы периодического возбуждения, часто встречающиеся в приложениях: симметрической матрицы и стационарной матрицы, умноженной на скалярную периодическую функцию. Показано, что в обоих случаях области резонанса в первом приближении представляют собой конусы в трехмерном пространстве параметров.

Полученные соотношения позволяют проанализировать влияние возрастания частот собственных колебаний и номера резонанса на области неустойчивости. В качестве механических примеров получено решение задачи В.В. Болотина об областях динамической устойчивости плоской формы изгиба балки, нагруженной периодическими моментами, и решена задача об устойчивости упругого стержня переменного сечения, сжатого периодической продольной силой.

Работа представляет собой обзор результатов, полученных авторами [1-5] за последние годы совместно с П. Педерсеном и Ф. Солемом (Дания).

1. Seyranian A. P., Solem F., and Pedersen P. Stability analysis for multi-parameter linear periodic systems // *Archive of Applied Mechanics*. 1999. Vol. 69. P. 160-180.
2. Seyranian A. P., Solem F., and Pedersen P. Multi-parameter linear periodic systems: sensitivity analysis and applications // *Journal of Sound and Vibration*. 2000. Vol. 229, №1. P. 89-111.
3. Сейранян А. П. Области резонанса для уравнения Хилла с демпфированием // *Доклады РАН*. 2001. Т. 376. №1. С. 44-47.
4. Сейранян А. П., Майлыбаев А. А. Параметрический резонанс в системах с малой диссипацией // *Доклады РАН*. 2001. Т. 378. №5. С. 633-638.
5. Майлыбаев А. А., Сейранян А. П. Параметрический резонанс в си-

стемах с малой диссипацией // Прикладная математика и механика. 2001. Т. 65, №5. С. 779-792.

## Stability of periodic systems: new results

*A. A. Mailybaev, A. P. Seyranian*

Institute of Mechanics of Moscow State University, Russia

Linear dynamical systems with many degrees of freedom with periodic coefficients also depending on constant parameters are considered. Stability of the trivial solution is studied with the use of the Floquet theory. First and second order derivatives of the Floquet matrix with respect to parameters are derived in terms of matrixants of the main and adjoint problems and derivatives of the system matrix. This allows to find the derivatives of simple multipliers, responsible for stability of the system, with respect to parameters and predict their behavior with a change of parameters. It is shown how to use this information in gradient procedures for stabilization or destabilization of the system. As a numerical example, the system described by Carsson-Cambi equation is considered. Then, strong and weak interactions of multipliers on the complex plane are studied, and geometric interpretation of these interactions is given. As application of the developed theory the resonance domains for Hill's equation with damping are studied. It is shown that they represent halves of cones in the three-parameter space. Then, parametric resonance of a pendulum with damping and vibrating suspension point following arbitrary periodic law is considered, and the parametric resonance domains are found. Then, linear vibrational systems with periodic coefficients depending on three independent parameters: frequency and amplitude of periodic excitation, and damping parameter are considered with the assumption that the last two quantities are small. Instability of the trivial solution of the system (parametric resonance) is studied. For arbitrary matrix of periodic excitation and positive definite damping matrix general expressions for domains of the main (simple) and combination resonances are derived. Two important specific cases of excitation matrix are studied: a symmetric matrix and a stationary matrix multiplied by a scalar periodic function. It is shown that in both cases the resonance domains are halves of cones in the three-dimensional space with the boundary surface coefficients depending only on eigenfrequencies, eigenmodes and system matrices. The obtained relations allow to analyze influence of growing eigenfrequencies and resonance number on resonance domains. Two mechanical problems are considered and solved: Bolotin's problem of dynamic

stability of a beam loaded by periodic bending moments, and parametric resonance of a non-uniform column loaded by periodic longitudinal force.

## Земля — быстро вращающийся гигантский гироскоп

*Д. Р. Меркин*

(a.berlin@worldnet.att.net)

Бостон, США

Еще во 2-ом в. до н.э. Гиппарх, сравнивая свои наблюдения с наблюдениями предшественников, нашел, что ось Земли делает один оборот вокруг неподвижной оси прецессии примерно за 26000 лет, причем прецессия земной оси происходит в сторону, противоположную видимому движению Солнца. Угловая скорость  $\omega$  суточного вращения Земли мала по сравнению с угловой скоростью  $\omega_\pi$  прецессии ее оси, что дает основание считать Землю гигантским быстро вращающимся гироскопом, к которому можно применить элементарную теорию и в значительной степени упростить теоретическое обоснование прецессии земной оси.

Под действием сил притяжения Солнца и Луны угол  $\vartheta$  между осью собственного вращения  $z$  и неподвижной осью  $\zeta$  испытывает небольшие нутационные колебания. Впервые об этих колебаниях под действием Солнца упомянул Ньютон [1] (без вывода), заметив, что они бывают два раза в год. На этом основании пренебрежем, как обычно, нутационными колебаниями и будем считать угол  $\vartheta$  неизменным, определяемым согласно наблюдениям равенством  $\vartheta = 23^\circ 27'$ . Задача состоит в том, чтобы, пользуясь законом прецессии оси гироскопа, определить закон изменения угла  $\psi$  под действием сил притяжения Солнца и Луны.

Воспользовавшись законом прецессии оси гироскопа  $\frac{d\mathbf{K}}{dt} = \mathbf{u}$  (где  $\mathbf{K} = C\boldsymbol{\omega}$ ,  $\mathbf{u}$  — линейная скорость конца вектора  $\mathbf{K}$ , равная по модулю и коллинеарная моменту внешних сил,  $\pi - \vartheta$  — угол между вектором  $\boldsymbol{\omega}$  и направлением вектора угловой скорости), найдем угловую скорость прецессии земной оси

$$\dot{\psi} = \frac{\langle M_S \rangle + \langle M_L \rangle}{C\omega \sin(\pi - \vartheta)},$$

изменение угла прецессии за один год

$$\psi = -3\pi \left[ \frac{\omega_0}{\omega} + \frac{1}{(1 + m/m_1)} \frac{\omega_1 \omega_1}{\omega \omega_0} \right] \frac{C - A}{C} \cos \vartheta$$

и годовое изменение угла  $\psi$ , вызванное притяжением Солнца и Луны  $\psi_C = -15,87$ ,  $\psi_L = -34,38$ .

В сделанных упрощающих предположениях общая прецессия за год равна  $50,25$ , что весьма близко согласуется с непосредственно наблюдаемой величиной годичной прецессии  $50,236$ . Гиппарх ошибся менее чем на 1%. Использованный здесь метод значительно проще и короче, чем применение уравнений Эйлера, и каждое действие физически наглядно.

1. Ньютон И. Математические начала натуральной философии. Собр. соч. акад. А.Н. Крылова. Т. VII. М.-Л.: Изд. АН СССР, 1936. 546 с.

## The Earth as a rapidly rotating gyroscope

*D. R. Merkin*

Boston, USA

Considering the Earth as a rapidly rotating gyroscope allows us applying the elementary theory of a gyroscope to the analysis of the Earth precession. The method appears to give good agreement with the experimental data and to be more simple than the Euler dynamic equations.

---

## О движении одной самозаклинивающейся системы

*Ю. Л. Никифорова, С. А. Панова*

(ulic2000@mail.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Северо-Западный заочный государственный технический университет,

Санкт-Петербург, Россия

В работе изучается динамика колеса автомобиля на однобарабанном тормозном стенде со штангами. Исследуется самозаклинивание системы и возможность пробуксовывания колеса относительно барабана.

## On the movement of a self-locking system

*Yu. L. Nikiforova, S. A. Panova*

St. Petersburg State University, Russia

North West State Technical University by correspondence, St. Petersburg, Russia

Dynamics of car's wheel on one-drum brake stand with special bars is considered. Self-locking (blocking) of the system and possibility of wheel to spin respecting drum are investigated.

---

## Периодические движения кусочно-линейного осциллятора

*M. Паскаль, С. Я. Степанов*

(mpascal@iup.univ-evry.fr, stepsj@ccas.ru)

Университет д'Иври-валь-де-Сон, Иври, Франция

Вычислительный центр РАН, Москва, Россия

Рассматривается упрощенная модель сейсмостойкого фундамента здания в виде одномерного линейного осциллятора с упругими ограничителями движения. Предполагается, что коэффициент упругости ограничителей существенно больше коэффициента упругости осциллятора. Периодические движения построены на *MAPLE* в виде аналитических разложений по степеням отношения указанных коэффициентов упругости.

## Periodic motions of a piecewise linear oscillator

*M. Pascal, S. Ya. Stepanov*

Universite d'Evry Val d'Essonne, France

Computing Center of RAS, Moscow, Russia

A simplified model of the seism-resistive foundation of buildings is considered in the form of an one-dimensional piecewise linear oscillator with elastic obstacles for its motion. The elasticity coefficient of the obstacles is supposed to be much greater then the elasticity coefficient of the oscillator. Periodic motions are constructed by *MAPLE* in the view of analytical power series with respect to the ratio of the mentioned above elasticity coefficients.

---

### **Использование уравнений Лагранжа - Эйлера для исследования движения подводного аппарата**

*А. М. Плотников, М. Н. Слостенин*  
(plotnikov@mail.gmtu.ru)

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет, Россия

Дифференциальные уравнения движения подводного аппарата в проекциях на связанные оси можно трактовать как уравнения в квазикоординатах (уравнения Лагранжа - Эйлера). Особенно продуктивным оказывается применение уравнений Лагранжа - Эйлера при исследовании движения аппарата, несущего на себе различные подвижные устройства. В этом случае в дифференциальные уравнения движения будут входить как лагранжевы обобщенные координаты, описывающие движение навешенных устройств, так и квазикоординаты, определяющие движение аппарата-носителя.

### **Using the Lagrange - Euler equations in the investigation of motion of a submarine apparatus**

*A. M. Plotnikov, M. N. Slastyonin*

Saint Petersburg State Naval Technical University, Russia

The Lagrange - Euler equations written in quasi-coordinates for the carrying body and in the Lagrange coordinates for the suspended devices are applied for the investigation of motion of a submarine apparatus.

---

### **Общее уравнение механики Ньютона - Фарадея в расширенном неголономном базисе**

*В. К. Пойда*  
(mpy@phoenix.math.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Колесные системы представляют собой объединение несущих и носимых тел. Несущими телами являются оси колесника, носимыми — сами колеса. Особенностью колёсных систем является превышение числа реакций плоскости качения над числом уравнений связей.

В докладе предложен метод получения реакций плоскости качения на каждое колесо системы и уравнения её движения.

### **The general Newton - Faraday equation of mechanics in the extended non-holonomic basis**

*V. K. Poida*

St. Petersburg State University, Russia

Wheel systems are the join of carrying and carried bodies. Carrying bodies are wheel shafts and carried bodies are wheels themselves. The peculiarity of wheel systems is that the number of reactions of the rolling plane exceeds the number of restraints equations. The method of obtaining the reactions of the rolling plane on each wheel of the system and the system's motion equations are offered in the article. All bodies are considered to be absolutely rigid.

---

### **О неустойчивости двузвенной траектории бильярда при неупругом отражении от границы**

*С.А.Поликарпов*

(polikarpov\_sa@rambler.ru)

Московский государственный университет, Россия

Рассматривается движение материальной точки по инерции внутри плоской области, ограниченной кривой  $L$  и прямой  $l$ . Пусть отражение материальной точки от прямой происходит по закону абсолютно упругого удара, а от кривой  $L$  точка отражается неупруго — коэффициент восстановления нормальной компоненты скорости равен  $\epsilon$ , где  $0 < \epsilon < 1$ .

Исследуется вопрос об орбитальной устойчивости замкнутой траектории материальной точки — отрезка с концами на кривой  $L$  и прямой  $l$ . Строится отображение последования, естественным образом связанное с системой. Неподвижная точка этого отображения, соответствующая замкнутой траектории задачи, оказывается неустойчивой при любых значениях коэффициента  $\epsilon$ . Изучается вопрос о механизме потери устойчивости.

Работа выполнена при поддержке программы "Ведущие научные школы" (грант №00-15-96146) и ФЦП "Интеграция" (№Б0053).

1. Арнольд В. И. Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Ижевск, 2002.
2. Козлов В. В., Трещев Д. В. Биллиарды. Генетическое введение в динамику систем с ударами. М., 1991.
3. Маркеев А. П. О сохраняющих площадь отображениях и их применении в динамике систем с соударениями // Известия АН. Механика твердого тела. 1996, № 2. С. 37-54.

### On the unstability of a billiard trajectory in the case of non-elastic reflection on the border

*S. A. Polikarpov*

Moscow State University, Russia

We study the motion of a mass point in the part of a plane bounded by a line and a curve. We assume that the impacts on the curve are not perfectly elastic. Consider the segment which is a closed trajectory of a mass point. It appears that this trajectory is unstable. We learn the way this trajectory loses its stability.



### Асинхронно-синхронная машина, эквивалентная большой электроэнергетической системе

*Ф. Ф. Родюков*

(fr@fr11189.spb.edu)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

В работе [1] введены *принцип эквивалентирования электрических машин* и *принцип единых статических механических характеристик* для систем электрических машин. Эти принципы в ней применены для получения уравнений двух электрических машин: одной — асинхронной и второй — синхронной, эквивалентных большим электроэнергетическим системам, состоящим из большого числа синхронных генераторов и только асинхронных и только синхронных двигателей соответственно.

В настоящем докладе это проделано уже для электроэнергетической системы, состоящей из достаточно большого числа синхронных генераторов и асинхронных и синхронных двигателей. Полученная система нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка подвергнута предварительному анализу на устойчивость и сделаны

выводы о причинах катастроф в электроэнергетических системах. Для их практического применения остается идентифицировать параметры математической модели с аналогичными параметрами изучаемых систем.

1. Родюков Ф. Ф. Электрическая машина, эквивалентная электро-энергетической системе // I. Сер. 1. 1999. вып.1, №1. С. 110-116. // II. Сер. 1. 1999. вып.2, №2. С. 97-102.

## The asynchronous-synchronous machine equivalent to big electro-energy system

*F. F. Rodyukov*

St. Petersburg State University, Russia

The system of nonlinear second-order equations for research of stability of the big electro-energy system is obtained. It is carried out the preliminary analysis and the reasons of catastrophes in such systems are revealed.

---

## Нелокальный анализ уравнений одноконтурного электромагнитного маятника

*Ф. Ф. Родюков, А. И. Шепелявый*

(fgr@phoenix.math.spbu.ru, as@as1020.spb.edu)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Для электромагнитного маятника в виде короткозамкнутой проводящей рамки в высокочастотном магнитном поле составлены безразмерные уравнения Лагранжа-Максвелла. Эта электромеханическая система является важнейшим случаем в исследованиях сложных движений проводящих твёрдых тел маятникового типа в переменном магнитном поле. В таких системах за счёт осциллирующих электромагнитных сил возможна стабилизация неустойчивых состояний равновесия, появление автоколебательных и вращательных движений.

В предположении малости квадрата отношения собственной частоты маятника к частоте изменения магнитного поля движения рассматриваемой системы разделяются на быстрое (ток в рамке) и медленное (угловая скорость поворота рамки). Введением вместо тока новой переменной исходные уравнения приводятся к более

”прозрачной” форме. При этом выделяются члены, являющиеся нелинейным аналогом уравнения Матье для маятника с вибрирующей точкой подвеса.

Полученная система является системой третьего порядка нелинейных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами и с механической точки зрения является системой с параметрическим возбуждением колебаний. Путем замораживания медленной переменной в уравнении для быстрой переменной, находится частное решение для последней, которое подставляется в уравнение для медленной переменной. Таким образом получается нелинейное уравнение второго порядка относительно только механических переменных с периодическими коэффициентами, зависящими от времени. Применяя к полученному уравнению частичную линеаризацию, с помощью новой переменной приходим к уравнению Матье. Для последнего по диаграмме Айнса - Стретта получено условие устойчивости верхнего положения равновесия.

При учете сопротивления в точке подвеса маятника найдены значения параметра, соответствующего интенсивности поля, при котором появляются верхний и нижний предельные циклы. Найдены также значения этого параметра, при которых исчезает верхний цикл. При этом рамка либо колеблется в соответствии с нижним предельным циклом, либо начинает вращаться со средней постоянной угловой скоростью. Получена формула для определения этой скорости.

### **Non-local analysis of the equations of an one-circuit electromagnetic pendulum**

*F. F. Rodyukov, A. I. Shepeljavyi*

St. Petersburg State University, Russia

For a system of differential equations describing dynamics of an one-circuit electromagnetic pendulum with the help of qualitative theory of differential equations the conditions of stability and autooscillations are obtained.



## Образование конечных резонансных зон для уравнения Мейсснера при введении малой диссипации

*A. A. Сейранян, A. P. Сейранян*

(seyran@imes.msu.ru)

Московский государственный технический университет, Россия

Московский государственный университет, Россия

Рассматривается линейная колебательная система с одной степенью свободы с кусочно-постоянной периодической функцией возбуждения. Дифференциальное уравнение, описывающее колебания этой системы, называется уравнением Мейсснера [1]. На плоскости параметров частота-амплитуда возбуждения исследуется неустойчивость тривиального решения (параметрический резонанс). Характерной особенностью рассматриваемой системы является "перекручивание" областей неустойчивости. Изучается феномен распада и образования конечных областей неустойчивости при введении в систему малой диссипации.

Найдены координаты точек перекручивания и получены выражения для трехмерных областей резонанса в виде половинок двуполостных конусов в окрестности этих точек, объясняющие феномен распада резонансных зон.

1. Вибрации в технике. Справочное издание. Т. 1, Колебания линейных систем. Под ред. В.В. Болотина. М.: Машиностроение, 1999. 504 с.

## Origin of finite resonance zones for Meissner's equation with insertion of small damping

*A. A. Seyranian, A. P. Seyranian*

Moscow State Technical University, Russia

Moscow State University, Russia

A linear one degree of freedom oscillation system with piecewise-constant periodic excitation function is considered. The differential equation describing oscillations of this system is called Meissner's equation. The instability of the trivial solution (parametric resonance) for this equation on the plane of parameters frequency - excitation amplitude is studied. The characteristic feature of this system is intersection of the instability zones. Phenomenon of breakup

and formation of finite domains of instability with insertion of small damping is examined. The coordinates of intersection points on the pane of parameters and the expressions for three-dimensional resonance domains in the vicinity of the intersection points are found. It is shown that that are half-cones in the three-dimensional space. Analysis of the obtained expressions for the resonance domains gives clear explanation for the breakup phenomenon of the resonance zones with insertion of small damping.

---

### Адаптация к внешним возмущениям в модели движения судна

*Б. М. Соколов*  
(sbm@mail.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Рассматривается судно, движение которого в отклонениях от прямого курса описывается уравнением для угловой скорости и угла поворота руля [1]:

$$\frac{d^2\omega}{dt^2} + 2p\frac{d\omega}{dt} + q\omega = \alpha\frac{d\delta}{dt} + \beta\delta + f(t), \quad \frac{d\delta}{dt} + \zeta\delta = b_\delta u, \quad (1)$$

где  $\omega$  – угловая скорость, а  $\delta$  – угол поворота руля. В уравнениях (1)  $f(t)$  – неизвестная детерминированная ограниченная периодическая функция с известной верхней границей спектра. Управление  $u(t)$  ограничено. Измеряются значения выхода  $\omega(t)$ . Цель управления  $\limsup_{t \rightarrow \infty} |\omega(t)| \leq \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  – достаточно малое число.

Для оценивания неизвестных коэффициентов отрезка ряда Фурье функции  $f(t)$  используется алгоритм "Полоска" В. А. Якубовича [2]. Оценки подставляются в формулу для управления, полученную из условия отрицательности функции Ляпунова на решениях системы (1). Доказывается, что для алгоритма адаптивного управления выполнена указанная цель управления.

Работа выполнена при поддержке гранта №00-15-96028 Совета по грантам Президента РФ и программы "Ведущие научные школы".

1. Березин С. Я., Тетюев Б. А. Системы автоматического управления движением судов по курсу. Л.: Изд-во "Судостроение", 1990. 255 с.

2. Фомин В. Н., Фрадков А. Л., Якубович В. А. Адаптивное управление динамическими объектами. М.: Изд-во "Наука", 1981. 448 с.

### **Adaptation to external disturbances in model of movement of a ship**

*V. M. Sokolov*

St. Petersburg State University, Russia

Problem of stabilization of the ship on a direct rate is considered at unknown external disturbances with a limited spectrum.

---

### **Дифференциальные принципы механики и проблема их совместимости**

*Ш. Х. Солтаханов*

(mry@phoenix.math.spbu.ru)

Чеченский государственный университет, Грозный, Россия

Рассматриваются дифференциальные вариационные принципы механики Даламбера - Лагранжа, Сулова - Журдена, Гаусса, Нордхайма - Долапчиева (Манжерона - Делеану) и Поляхова - Зегжды - Юшкова. Проводится сравнительный анализ и изучается вопрос совместимости (эквивалентности) и степени общности перечисленных выше дифференциальных принципов механики. Обсуждается вопрос стационарности и экстремальности. Особое внимание в работе уделяется дифференциальным принципам высокого порядка Нордхайма - Долапчиева и Поляхова - Зегжды - Юшкова.

Работа выполнена при поддержке фонда М. Сайдуллаева "Стабильность и развитие".

### **Differential principles of mechanics and the problem of their compatibility**

*Sh. Kh. Soltakhanov*

The State University of Chechnya, Grozny, Russia

The comparative analysis of differential variational principles in mechanics is given and their equivalence is discussed.

---

### **Об уравнениях движения неголономных систем**

*Ш. Х. Солтаханов*

(mry@phoenix.spbu.ru)

Чеченский государственный университет, Грозный, Россия

В настоящее время имеются различные формы дифференциальных уравнений, описывающие движение механических систем, на которые наложены идеальные неголономные связи. Исследуется вопрос значимости тех или иных форм уравнений движения и эффективности их применения на практике.

В работе анализируются основные уравнения движения неголономных систем с любыми связями, включая и связи высокого порядка. Приводится условная классификация наиболее употребительных форм уравнений движения неголономных систем. Более подробно рассматривается подход Н.Н. Поляхова, С.А. Зегжды, М.П. Юшкова к исследованию движения неголономных систем.

Работа выполнена при поддержке фонда М. Сайдуллаева "Стабильность и развитие".

### **On the motion equations of non-holonomic systems**

*Sh. Kh. Soltakhanov*

The State University of Chechnya, Grozny, Russia

Different forms of the motion differential equations of non-holonomic systems and the efficiency of their application in practice are discussed.

---

### **О стационарных движениях тел, допускающих группы симметрий правильных многогранников в поле сил притяжения**

*Р. С. Суликашвили*

(sulik@rmi.acnet.ge)

Тбилисский математический институт, Грузия

Рассматриваются механические системы, состоящие из материальных точек равных масс, расположенных в вершинах Платоновых тел (тетраэдр, куб, октаэдр, икосаэдр, додекаэдр) и соединенных невесомыми недеформированными стержнями. Исследуется задача

о влиянии моментов инерции высших порядков на движение этих тел, закрепленных в центре масс, в центральном поле сил. Найдены стационарные движения и равновесные положения этих тел и исследована их устойчивость. Приведена бифуркационная диаграмма на плоскости интегралов энергии и площадей. Установлено, что для рассматриваемых тел размерность элемента тела (вершина, ребро, грань), которым оно обращено к притягивающему центру, при стационарном движении совпадает со степенью неустойчивости.

### **About stationary motions of bodies, allowing groups of symmetries of regular polytopes in field of forces of gravitation**

*R. S. Sulikashvili*

Mathematical Institute of Tbilisi, Georgia

The problem about effects of moments of inertia of the highest orders on motion of mechanical system, consisting of material points of equal masses, located in tops of Plato's bodies is analyzed.

---

### **Неголономная неидеальная неударяющая связь в задаче управления нелинейной системой**

*К. К. Терева*

(kkk@phoenix.math.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Рассматривается задача управления асинхронным электродвигателем с помощью широтно-импульсной модуляции (ШИМ) на биполярных транзисторах с изолированной базой (IGBT) со специализированным процессором. Современная электроника позволяет создавать преобразователи, близкие к идеальным. Однако силовые приборы имеют существенные ограничения по токам и напряжениям. Изготовители устанавливают "интеллектуальную" защиту, которая реализует связи вида  $\|i_A\| < i_0, \|i_B\| < i_0, \|i_C\| < i_0$  или  $\|i_A + i_B + i_C\| < i_0$ . Эти связи уже неголономны, а их идеальность здесь не обсуждается. Их недостаток — неконтролируемость системой управления, поэтому предлагается наложить на систему связи  $i_A^2 + i_B^2 + i_C^2 < i_0^2 - \varepsilon$ , которую будет обеспечивать система управления. Отметим особенности этой связи.

1. Она не обязана быть жесткой, и более того, может нарушаться без разрушения системы.
2. Реакция связи должна быть ограничена, при этом возникает проблема осуществления в "интеллектуальных" модулях одновременного наложения неудерживающей связи и защиты от перегрузки по реакциям.
3. В номинальных режимах при корректном управлении система работает как свободная, а достижение связи означает избыток энергии. Поэтому представляется полезным лишить нашу связь идеальности.

Предложенная связь в упрощенном виде была использована при создании численной модели системы управления электродвигателем. Система описывается с помощью системы дифференциальных уравнений 12 порядка: 6 - двигатель (4 электрических и вращение ротора) и 6 вспомогательных для обеспечения плавного включения и идентификации параметров. Добавление неидеальности действительно улучшило устойчивость системы.

1. Родюков Ф. Ф., Львович А. Ю. Уравнения электрических машин. СПб.: Изд-во СПбУ, 1997.

### **Nonholonomic nonideal nonholding constraint in the control problem of nonlinear system**

*K. K. Tverev*

St. Petersburg State University, Russia

The control for IGBT WPM intellectual module and asynchronous motor is under consideration. The specific constraint is added.

---

### **Периодические движения квазиавтономной обратимой системы**

*V. N. Tkhai*

(tkhai@ccas.ru)

Московская государственная академия приборостроения и информатики, Россия

Для автономной обратимой системы получены достаточные условия грубости свойства иметь периодические движения.

Детально анализируются системы, близкие к системам с одной и двумя степенями свободы. Приводятся многочисленные приложения.

### Periodic motions of quasi-autonomous reversible system

*V. N. Tkhai*

Moscow State Academy of Instrument Making and Computer Science, Russia

For an autonomous reversible system the sufficient conditions of structural stability of the property of having periodic motions are obtained. Systems close to those with one or two degree of freedom are analyzed in detail. There are a lot of applications in the paper.

---

### Задача о движении тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки, когда центр тяжести расположен на главной плоскости эллипсоида инерции для неподвижной точки

*В. Н. Тхай, А. Л. Швыгин*

(tkhai@ccas.ru, shvyghin@mtu-net.ru)

Московская государственная академия приборостроения и информатики, Россия

Задача о движении тяжелого абсолютно твердого тела, имеющего одну неподвижную точку — одна из основных модельных задач в механике. Она излагается в каждом учебнике по теоретической механике, обширные исследования по задаче отражены в монографиях, сборниках и журнальных статьях [1,2,3]. Примечательной особенностью уравнений Эйлера-Пуассона, образующих замкнутую систему, является их обратимость [4]. Это математически означает инвариантность системы относительно замены  $(t, \bar{\omega}, \bar{\gamma})$  на  $(-t, -\bar{\omega}, \bar{\gamma})$ . С механической точки зрения данное свойство очевидно: при течении времени в прошлое наблюдается та же самая картина движения, что и раньше, если углы отсчитывать в противоположном направлении. В случае центра тяжести, расположенного на главной плоскости эллипсоида инерции для неподвижной точки

( $y = 0$ ), система уравнений инвариантна также относительно замены  $(t, p, q, r, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$  на  $(-t, p, -q, r, \gamma_1, -\gamma_2, \gamma_3)$ , т.е. представляет обратимую систему с двумя неподвижными множествами. Наличие еще одного нетривиального неподвижного множества позволяет проанализировать с единых позиций первые интегралы, инвариантные соотношения, все известные частные решения и получить новые выводы о характере движений твердого тела.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №00-01-00122) и Минобразования (грант №Т00-14.1-769).

1. Сулов Г. К. Теоретическая механика. М.: Гостехиздат, 1946. 655 с.
2. Горр Г. В., Кудряшова Л. В., Степанова Л. А. Классические задачи динамики твердого тела. Киев, 1978. 296 с.
3. Докшевич А. И. Решения в конечном виде уравнений Эйлера – Пуассона. Киев, 1992. 168 с.
4. Тхай В. Н. Неподвижные множества и симметричные периодические движения обратимых механических систем // ПММ. 1996. Т. 60, вып. 6. С. 959-971.

### On the problem of motion of rigid body about fixed point, when mass center is at the main plane of ellipsoid of inertia for fixed point

*V. N. Tkhai, A. L. Shvygin*

Moscow State Academy of Instrument Making and Computer Science, Russia

The problem of motion of rigid body with one fixed point is one of the most important problems in mechanics. It is stated in courses of theoretical mechanics. The extended investigations on this problem one can find in monographs, collections and journal papers. The distinctive property of Euler-Poisson equations, which form the closed system, is their reversibility. Mathematically it means that the system is invariant with respect to the transformation  $(t, \bar{\omega}, \bar{\gamma}) \rightarrow (-t, -\bar{\omega}, \bar{\gamma})$ . From the mechanical point of view, this property means that we have the same picture of motion, when time moves to the past. In the case when the mass center is at the main plane of ellipsoid of inertia for fixed point ( $y = 0$ ), the system is also invariant with respect to the transformation  $(t, p, q, r, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) \rightarrow (-t, p, -q, r, \gamma_1, -\gamma_2, \gamma_3)$ . It means that the system is reversible with two sets of fixed points. The presence of one more set of fixed points admits to analyze from the same positions the first inte-

grals, invariant ratios, all known particular solutions, and also to get the new conclusions on the character of rigid body motion.

---

## Задача Стокера для дискретных систем синхронизации

*Н. В. Утина, А. И. Шепелявый*

(as@as1020.spb.edu)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Рассматривается аналог задачи Стокера о числе проскальзываний циклов для многомерных дискретных систем автоматического управления с одной периодической нелинейностью. Системы с такой математической моделью широко применяются в телевидении, космической связи, радиолокации, фазовой автоподстройке частоты и др. Исследуемое число проскальзываний — одна из наиболее важных характеристик переходных процессов (режимов захвата) в устойчивых нелинейных фазовых системах.

Впервые такая задача была поставлена Дж. Стокером (1950) на примере уравнения, описывающего свободное движение маятника в среде с сопротивлением, пропорциональным квадрату угловой скорости, и заключалась в поиске интервала начальных скоростей, при которых движение маятника осуществляется с предварительно заданным числом оборотов прежде, чем он перейдет в режим затухающих колебаний около устойчивого состояния равновесия.

Сформулированы утверждения, в которых при выполнении неравенств на варьируемые параметры, выполнении частотных условий и имеющихся оценок числа проскальзываний циклов для хорошо изученных дифференциальных уравнений второго порядка, даны оценки множества начальных состояний рассматриваемой многомерной дискретной системы, для которых соответствующие решения имеют заданные оценки числа проскальзываний циклов.

Для доказательства используется метод функций А. М. Ляпунова, расширенный на дискретные системы, метод нелокального сведения Г. А. Леонова, частотная теорема В. А. Якубовича.

Работа выполнена при поддержке гранта №00-15-96028 Совета по грантам Президента РФ и программы "Ведущие научные школы".

### **Stoker's problem for discrete systems of synchronization**

*N. V. Utina, A. I. Shepeljavyi*

St. Petersburg State University, Russia

The number of cycle-slip time of phase-locked loops is estimated with using the non-local reducing method and Lyapunov functions.

---

### **О движении автомобиля на повороте с учетом возможности бокового заноса**

*A. E. Шевцов*

(mry@phoenix.math.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Для изучения движения автомобиля на повороте рассматривается упрощенная модель автомобиля, предложенная П. С. Линейкиным. Рассматривается случай, когда каждая из двух неголономных связей, наложенных на движение автомобиля, может быть освобождающей. Для описания четырех возможных типов движения автомобиля составлены уравнения Маджи и Лагранжа. Приведены результаты расчетов.

### **On motion of a car at the turning in the presence of side skidding**

*A. E. Shevtsov*

St. Petersburg State University, Russia

The motion of a car at the turning is investigated as a non-holonomic problem with freeing restraints.

---

### **Self-balancing of an anisotropically supported rigid rotor. Analytical part**

*H. Duckstein, B. Ryzhik, L. Sperling*

(Boris.Ryzhik@mb.uni-magdeburg.de, Lutz.Sperling@mb.uni-magdeburg.de)

Otto-von-Guericke-Universitaet, Magdeburg, Germany

The paper presents investigations of self-balancing devices for rigid ro-

tors. Such devices comprising several balls in circular tracks can efficiently compensate the rigid rotor unbalance in the certain ranges of rotational speed. The investigation is performed employing the method of direct separation of motion, which is highly efficient in solution of synchronization problems. The method enables to derive the basic results for self-balancing of rigid rotors in the form of necessary existence and stability conditions. In the first part the paper presents a survey of known basic results on automatic balancing. In case of the one-plane self-balancing device for the rotor mounted on the isotropic supports the stable full compensation of the inherent imbalance is possible only in the post-critical frequency range. The corresponding frequency ranges in case of anisotropic supporting lay between the first critical speed and the arithmetic mean of the two critical speeds and above the second critical speed. In general the rotor is not only statically, but also dynamically unbalanced and the full compensation of unbalance require the use of two-plane balancing. For the isotropically supported rigid rotor in case of the two-plane self-balancing device a stable complete compensation is possible only for the rotors with a polar moment of inertia smaller than a transverse one in the frequency range above the second critical speed. Both in case of one-plane balancing and in case of two-plane balancing the partial imbalance compensation can be achieved under specific conditions, even though the complete compensation is impossible. In the second part the paper presents some new analytical results for the two-plane balancing. It investigates the case of anisotropic supporting. The existence and stability conditions, possible solutions providing compensation of inherent unbalance are analyzed. Both the effect of complete compensation and partial compensation are considered. The results are confirmed and supplemented by computer simulations, which are presented in the separate paper.

### **Самоуравновешивание анизотропно опертого жесткого ротора. Аналитическая часть**

*Г. Дукштайн, Б. Рыжик, Л. Шперлинг*

Отто-Фон-Герике-Университет, Магдебург, Германия

В докладе представлены исследования самоуравновешивающих устройств для жестких роторов. Исследование проводится методом прямого разделения движения, который высоко эффективен при решении задач син-

хронизации. Метод позволяет вывести основные результаты для самоуравновешивания жестких роторов в форме необходимых условий существования и устойчивости. Рассматривается эффект как полной, так и частичной компенсации дисбаланса. Результаты подтверждаются компьютерным моделированием.

---

## Self-balancing of an anisotropically supported rigid rotor. Simulations and experimental data

*H. Duckstein, B. Ryzhik, L. Sperling*

(Boris.Ryzhik@mb.uni-magdeburg.de, Lutz.Sperling@mb.uni-magdeburg.de)

Otto-von-Guericke-Universitaet, Magdeburg, Germany

This is the second part of publication presenting investigations of self-balancing devices for rigid rotors. The first part contains an analytical study of one- and two-plane self-balancing devices for the rotor systems mounted on anisotropic supports. In this paper we present simulation results and experimental data obtained at the specialized stand. Computer simulations were performed employing the Advanced Continuous Simulation Language. We simulated transient processes of rotor acceleration and slow down. Simulations confirmed the results of analytical study. They have shown that self-balancing devices can successfully compensate the inherent unbalance of anisotropically supported rotor in some regions of rotational speed. For rotors with a polar moment of inertia smaller than the transverse one in the frequency range beyond the highest critical speed the compensation of unbalance by means of two-plane devices can be total: balls seek positions such as to completely equilibrate inherent unbalance. In many applications rotors have a large polar moment of inertia, greater than the transverse one, or their nominal speed lay below the highest critical speed, so the complete compensation of unbalance is not possible. An analysis confirmed by simulation results shows that in such cases autobalancing devices can provide partial compensation of unbalance diminishing rotor vibrations. Simulations reveal some peculiarities of self-balancing of the anisotropically supported rotors. They also help to investigate the influence of self-balancing device parameters on the unbalance compensation. Besides simulations the paper includes experimental data obtained from the test stand. This data confirm the

”theoretical” analysis of self-balancing balancing of anisotropically supported rotors.

### **Самоуравновешивание анизотропно опертого жесткого ротора. Моделирование и экспериментальные данные**

*X. Дукштайн, Б. Рыжик, Л. Шперлинг*

Отто-Фон-Герике-Университет, Магдебург, Германия

Это вторая часть публикации, представляющей исследования самоуравновешивающих устройств для жестких роторов. В докладе представлены результаты моделирования и экспериментальные данные, полученные на специализированном стенде. Эти результаты подтверждают данные аналитического исследования эффекта самоуравновешивания анизотропно опертых роторов.

---

### **Collapse of the Keldysh chains and stability of continuous non-conservative systems**

*O. N. Kirillov, A. P. Seyranian*

(kirillov@imec.msu.ru, seyran@imec.msu.ru)

Institute of Mechanics, Moscow State University, Russia

In the present paper eigenvalue problems for nonselfadjoint linear differential operators smoothly dependent on a vector of real parameters are considered. Bifurcation of eigenvalues along smooth curves in the parameter space is studied. The case of a multiple eigenvalue with the Keldysh chain of arbitrary length is investigated. Explicit expressions describing bifurcation of eigenvalues are found. The obtained formulae use eigenfunctions and associated functions of the adjoint eigenvalue problems as well as the derivatives of the differential operator taken at the initial point of the parameter space. These formulae suit for a wide class of nonselfadjoint eigenvalue problems arising in applications and take into account parameters both in the differential expression and in the boundary conditions. Besides, our approach allows to study multiple eigenvalues both in regular and degenerate cases. The results obtained are important for the stability theory and sensitivity analysis of non-conservative systems. As an application the extended Beck problem

of stability of an elastic column subjected to the partially tangential follower force, the Smith–Herrmann paradox as well as the problem of flutter instability of a rectangular panel at high Mach numbers are considered and discussed in detail.

The work was supported by the International Association for the Promotion of Cooperation with Scientists from the Independent States of the Former Soviet Union (YSF 01/1-057).

### **Распад цепочек Келдыша и устойчивость распределенных неконсервативных систем**

*О. Н. Кириллов, А. П. Сейранян*

Институт механики Московского государственного университета, Россия

Рассматриваются задачи на собственные значения для несамосопряженных линейных дифференциальных операторов, гладко зависящих от вектора действительных параметров. Исследуются бифуркации собственных значений вдоль гладких кривых в пространстве параметров. Изучен случай кратных собственных значений, отвечающих цепочкам Келдыша произвольной длины. Найдены явные выражения, описывающие бифуркации собственных значений. Полученные формулы используют собственные и присоединенные функции сопряженных задач на собственные значения, а также производные дифференциального оператора, взятые в начальной точке пространства параметров. Рассмотрены механические примеры.

---

### **Non-Noether conserved quantity of nonholonomic system**

*Mei Fengxiang*

(huibinwu@sina.com)

Beijing Institute of Technology, China

A non-Noether conserved quantity of nonholonomic system of Chetaev's type is studied. The equations of motion of the system are established and the determining equations and restriction equations of Lie symmetry under special infinitesimal transformations of groups are obtained. An existence theorem of non-Noether conserved quantity of the system is given.

This work is supported by National Natural Science Foundation of China (grants №19972010, 10272021).

**Не-нётеровские инварианты неголономных систем***Мэй Фунсян*

Пекинский технологический институт, Китай

В работе изучаются не-нётеровские инварианты неголономных систем четаевского типа. Установлены уравнения движения системы и получены определяющие уравнения и уравнения связей с симметрией Ли при инфинитезимальных преобразованиях групп. Приведена теорема существования не-нётеровских инвариантов системы.

---

**Non linear vibrations of an unbalanced rotor with radial clearance***M. Pascal*

(mpascal@iup.univ-evry.fr)

Universite d'Evry Val d'Essonne, France

This work originates from phenomena observed in large commercial jet aircraft when fan blade off occurs. The unbalance produced by this event induces the bending of the shafts of the motor engine, and during this motion, several contacts may appear. After a transient phase, the main rotor of the aircraft engine reaches a so-called "windmilling motion" inside some frequencies range depending on the velocity and on the altitude of the aircraft. Jump and hysteretic phenomena are observed during this motion.

A simplified model for which analytical solutions can be obtained is investigated in order to explain the mechanism leading to jump phenomenon. In this model, the rotor consists of a symmetrical shaft and a symmetrical disk with a mass unbalance. The stator is assumed to be fixed. During the contact between the rotor and the stator, friction forces are neglected and a radial stiffness is introduced in order to take into account the deformations occurring near the contact zone.

For this simple model, synchronous and axisymmetrical motion is obtained. The constant amplitude of this so-called whirling motion is solution of a second degree equation. The coefficients occurring in this equation are functions of the angular velocity  $\omega$  of the rotor and also depend on three non-dimensional parameters related respectively to the

unbalance, to the contact stiffness and to the damping. According to the values of these parameters, two real solutions can be obtained when  $\omega$  belongs to some frequencies domain. For some range of variation of the parameters, jump phenomenon and bistability occur and a method for the determination of the jump frequency is given. Moreover, a detailed study of the stability conditions for the whirling motion shows that one branch of the solution is always unstable. At last, the influence of the gyroscopic effects is investigated, leading to the conclusion that these effects decrease the jump frequency.

### **Нелинейные колебания несбалансированного ротора с радиальным люфтом**

*М. Паскаль*

Университет д'Иври-валь-де-Сон, Иври, Франция

Эта работа вызвана попыткой объяснить явление, наблюдаемое в больших коммерческих турбореактивных двигателях самолетов при отрыве лопаток турбины. Возникающий дебаланс приводит к сильному изгибу вала и периодическим ударам ротора о кожух турбины. После переходной фазы движение главного ротора двигателя самолета входит в так называемый режим "ветряной мельницы", при этом наблюдается явление скачкообразного гистерезисного изменения характера движения.

Для упрощенной модели (гибкий вал и статически несбалансированный диск) получено аналитическое решение, представляющее стационарное вращение ротора с постоянным смещением центра диска от оси вращения. Величина смещения является функцией угловой скорости ротора и трех безразмерных параметров, характеризующих величины дебаланса, контактной жесткости и демпфирования. Для некоторых заданных диапазонов изменения параметров выявлены явления перескока и двойной устойчивости и дан метод определения отвечающих им частот вращения. Показано, что гироскопические эффекты снижают частоту перескока.



## On the stochastic stability of two dimensional nonlinear dynamical system

*M. M. Shumafov*

(shumaf@mail.ru)

St. Petersburg State University, Russia

We present several theorems concerning Lyapunov function approach to the stability of the second order nonlinear dynamical system.

Consider the system

$$\dot{x} = f(x) + by + \sigma(x)\dot{\xi}(t), \quad \dot{y} = g(x) + dy,$$

in which  $x, y \in R$ ,  $b$  and  $d$  are constants,  $f$  and  $g$  are continuously differentiable functions for all  $x$ ;  $\sigma$  is function satisfying local Lipschitz condition,  $f, g, \sigma$  are such that  $f(0) = g(0) = \sigma(0) = 0$ ;  $\dot{\xi}(t)$  is white Gaussian noise. The dots indicate differentiation with respect to  $t$ .

The system (1) is being interpreted as system of Ito's stochastic differential equations.

The determinical case  $\sigma(x) \equiv 0$  was examined by Erugin [1] and Malkin [2], when  $g(x)$  is a linear function, and by Krasovskii [3], when  $g(x)$  is a nonlinear one.

Here we will give the main result concerning the asymptotical stability of the trivial solution of system (1).

**Theorem.** *Suppose that there exist constants  $\delta_0 > 0$ ,  $\delta_1 > 0$ ,  $\delta_2 \in R$  and  $\sigma_0 > 0$  such that*

- 1)  $f(x)/x + d < -\delta_0 - \varepsilon < 0$ ,
- 2)  $(d + \varepsilon)f(x)/x - bg(x)/x > \delta_1 > 0$ ,
- 3)  $(d + \varepsilon)f'(x) - bg'(x) < \delta_2$ ,
- 4)  $0 < \sigma(x)/x < \sigma_0$ ,
- 5)  $\sigma_0^2(d^2 + \delta_2) < 2\delta_0\delta_1$ ,

where  $\varepsilon > 0$  is arbitrarily small number.

Then the trivial solution of system (1) is asymptotically stable in the large with probability one.

1. Erugin N. P. // Prikl. Mat. Meh., 14, 1950. P. 459-512 (in Russian).
2. Malkin I. G. // Prikl. Mat. Meh., 16, 1952. P. 365-368 (in Russian).
3. Krasovskii N. N. // Prikl. Mat. Meh., 16, 1952. P. 547-554 (in Russian).

### **О стохастической устойчивости двумерной нелинейной динамической системы**

*М. М. Шумафов*

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

В работе даны достаточные условия асимптотической устойчивости в целом с вероятностью единицы тривиального решения одной нелинейной системы второго порядка, возмущенной случайным процессом белого шума.

---

### **Relativistic aspects connected with body dynamics in different non-inertial reference systems**

*C. Toma*

(cgtoma@physics.pub.ro)

Politehnica University, Bucharest, Rumania

This paper presents aspects connected with dynamic aspects of special relativity. First some non-commutative aspects of Lorentz formulae are presented; it is underlined the fact that these aspects implies the necessity of Lorentz transformations to be considered as a type of a certain physical transformation acting upon a received wave-train.

Then it is shown that material bodies can be put in correspondence with such wave-trains, according to basic rules of quantum theory, and the resulting consequences are extended to macroscopic bodies.

It is shown how fundamental properties of bodies are changed by the reference system starting from a certain moment of time, the moment of time when the material body first interacts with the reference system.

Consequences of this interpretation of inertial relativistic aspects are finally presented, being shown that the problem of connecting some points of space with great material reference systems situated nearby will be studied in future papers.

### **Релятивистские аспекты, связанные с динамикой тел в разных неинерциальных системах отсчета**

*К. Тома*

Политехнический университет, Бухарест, Румыния

В докладе представлены динамические аспекты специальной теории относительности. Подчеркивается необходимость того, чтобы преобразо-

вания Лоренца рассматривались как тип определенного физического преобразования, действующего на полученной серии волн.

Показано, что материальные тела могут быть поставлены в соответствие с такими сериями волн согласно основным правилам квантовой теории, а результирующие последовательности распространяются на макроскопические тела.

Показано также, как фундаментальные свойства тел изменяются при системе отсчета, начинающейся от определенного момента времени.

---

## Building the mathematical model of the hybrid manipulator

*D. Yu. Vlasenko*

(Dmitri.Vlasenko@masch-bau.uni-magdeburg.de)

Otto-von-Guericke-Universitaet, Magdeburg, Germany

Our multy-joints hybrid manipulator is made from plastic sphere links. Each link consists of four parts: the inner sphere, the horizontal metal bar at the center of the sphere, the distance piece and the exterior ring (the socket for a next link). On a base of our manipulator are situated motors which drive the links. Each link is connected with a motor by a pair of strings whose middle is fixed to the rotor's surface and two ends are fixed to the bar. Strings that drives next link are led through special holes in the previous links bar. The mathematical model of the manipulator was made in the Dynamic Modelling Laboratory (Dymola) using the Modelica Multi-body library. The solutions to problems of manipulator modelling are presented: the measurement and the approximation of the links friction torque, the measurement of the string constant, the approximation of the rotor friction torque.

## Построение математической модели гибридного манипулятора

*Д. Ю. Власенко*

Отто-фон-Герике-Университет, Магдебург, Германия

В работе показаны решения основных проблем построения математической модели гибридного манипулятора: измерение и аппроксимация момента трения в шарнирах, измерение жесткости струн и аппроксимация момента трения мотора. При использовании построенной математической модели были проведены исследования динамики гибридного манипулятора.



# Секция II.

## Динамика КОСМИЧЕСКОГО ПОЛЕТА

### Полная математическая модель управляемой системы

*В. В. Александров, Б. В. Трифоненко*

Московский государственный университет, Россия

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Одной из главных задач прикладной математики, механики и других естественных наук является математическое моделирование. В случае управляемых динамических систем процедура получения математической модели управляемой динамической системы (УДС) выглядит следующим образом.

Пусть имеется динамический объект вместе с исполнительными органами (механизмами), с помощью которых можно осуществлять программное движение этого объекта. Предполагается, что математическая модель рассматриваемого управляемого объекта уже создана прикладными математиками вместе с механиками или представителями других наук, являющимися специалистами по данному динамическому объекту и его терминальным элементам. При анализе данной математической модели управляемого объекта показано, что для реализации желаемого движения необходима система управления.

Таким образом, делается вывод, что функционирование УДС представляет собой два взаимосвязанных процесса: движение объекта и информационный процесс, управляющий этим объектом на основе первичной информации о его движении. Следовательно, получение полной математической модели УДС — это прежде всего задача синтеза управляющего информационного процесса. При этом ма-

тематическое моделирование УДС является более сложной задачей, чем математическое моделирование неуправляемой динамической системы.

### **The full mathematical model of a controlled system**

*V. V. Alexandrov, B. V. Triphonenko*

Moscow State University, Russia

St. Petersburg State University, Russia

The procedure of obtaining a mathematical model of controlled dynamic systems is presented. The mathematical model of a controlled object is investigated. By its analyze it is proved that a control system is necessary for realization of the motion desired.

---

### **Об устойчивости коллинеарных стационарных решений обобщенной задачи трех тел**

*V. O. Buchin*

(buchin@ccas.ru)

Вычислительный центр РАН, Москва, Россия

Рассматривается обобщенная задача трех тел, в рамках которой предполагается, что потенциал взаимодействия двух тел есть произвольная функция расстояния между ними, а взаимодействие с третьим телом ньютоновское. Находятся коллинеарные стационарные движения и исследуются условия их устойчивости.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 01-01-02001, 00-15-96150).

### **Stability of the collinear stationary solutions in the generalized three-body problem**

*V. O. Buchin*

Computing Center of RAS, Moscow, Russia

In frame of generalized three-body problem interaction between two bodies is replaced by arbitrary potential forces. Collinear stationary solutions are obtained. Sufficient and necessary conditions of stability are studied.

---

## Колебания и вращения спутника на слабоэллиптической орбите в гравитационном поле Земли с учетом влияния атмосферы

Ю. Д. Глухих, В. Н. Тхай  
(nikitenok@mtu-net.ru, tkhai@ccas.ru)

Московская государственная академия приборостроения и информатики,  
Россия

Плоские движения спутника на эллиптической орбите в гравитационном поле Земли с учетом влияния атмосферы описываются известным [1] периодическим уравнением второго порядка

$$\frac{d^2\alpha}{dv^2} + \mu \frac{\sin\alpha \cos\alpha}{1 + \epsilon \cos v} - 2\left(1 + \frac{d\alpha}{dv}\right) \frac{\epsilon \sin v}{1 + \epsilon \cos v} + \kappa(1 + \epsilon)^2 \frac{\rho^*}{\rho_\pi^*} \frac{\sqrt{1 + 2\epsilon \cos v + \epsilon^2}}{(1 + \epsilon \cos v)^4} (\sin\alpha + \epsilon \sin(\alpha + v)) = 0$$

( $\alpha$  - угол между радиусом-вектором центром масс и одной из осей инерции,  $v$  - истинная аномалия,  $\mu$  - массовый параметр,  $\kappa$  - аэродинамический параметр,  $\epsilon$  - эксцентриситет орбиты,  $\rho$  - плотность атмосферы,  $\rho^*$  - плотность атмосферы в перигее). Отличительной особенностью данного уравнения является обратимость, что выражается в инвариантности относительно замены  $(\alpha, \dot{\alpha}, v)$  на  $(-\alpha, \dot{\alpha}, -v)$ . Свойство обратимости позволяет применять для исследования колебаний и вращений разработанную в последние годы теорию колебаний обратимых механических систем. Анализ сводится к построению фазового портрета консервативной системы с одной степенью свободы и проверке условия  $dT(h^*) = 0$  — для колебаний ( $T$  — период колебаний в зависимости от значения постоянной интеграла энергии  $h$ ,  $h^*$  — значение  $h$ , отвечающее  $2\pi$ -периодическому колебанию); все  $2\pi$ -периодические вращения продолжаются по эксцентриситету.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 00-01-00122, МАС 02-01-06-509) и Министерства образования РФ (грант № Т00-14.1-769).

1. Сарычев В. А., Сазонов В. В., Златоустов В. А. Периодические колебания спутника в плоскости эллиптической орбиты // Космич. исследования. 1976. Т. 15, №6, С. 809-834.

2. Тхай В. Н. Периодические движения системы, близкой к обратной периодической системе // ПММ. 2001. Т. 4, вып.1, С. 661-680.

## Oscillations and rotations of a satellite on weak-elliptic orbit in the Earth gravitational field with the effect of atmosphere

*Yu. D. Gloukhikh, V. N. Tkhai*

Moscow State Academy of Instrument Making and Computer Science, Russia

The planar motions of a satellite on the elliptic orbit in the Earth gravitational field can be described with well-known [1] periodic equation of second order

$$\frac{d^2\alpha}{dv^2} + \mu \frac{\sin\alpha \cos\alpha}{1 + e \cos v} - 2\left(1 + \frac{d\alpha}{dv}\right) \frac{e \sin v}{1 + e \cos v} + \kappa(1 + e)^2 \frac{\rho^*}{\rho^*_0} \frac{\sqrt{1 + 2e \cos v + e^2}}{(1 + e \cos v)^4} (\sin\alpha + e \sin(\alpha + v)) = 0$$

( $\alpha$  is the angle between the radius-vector of the mass center and one of axes of inertia,  $v$  is true anomaly,  $\mu$  is the dimensionless mass,  $\kappa$  is aerodynamic parameter,  $e$  is eccentricity of orbit,  $\rho$  is the density of atmosphere,  $\rho^*$  is the density of atmosphere in perigee). The distinctive property of this equation is its reversibility. It is invariant with respect to the transformation  $(\alpha, \dot{\alpha}, v) \rightarrow (-\alpha, \dot{\alpha}, -v)$ . Using the reversibility property we can apply the theory of reversible mechanical systems for the investigation of oscillations and rotations. The analysis is removed to the constructing of the phase portrait of conservative system with one degree of freedom and checking the condition (for oscillations)  $dT(h^*) = 0$  ( $T$  is the period of oscillations which depends from the constant of integral of energy  $h$ ,  $h^*$  is the value of  $h$ , corresponding to  $2\pi$ -periodic oscillation). All  $2\pi$ -periodic rotations continue with respect to the eccentricity.



## Проект Межпланетной Солнечной Стереоскопической Обсерватории: гелиоцентрический переход и устойчивость конфигурации

*Г. И. Ерошкин, В. Н. Львов, В. В. Пашкевич, М. С. Чубей*  
(mchubey@gao.spb.ru)

Главная астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

Исследовано движение тела нулевой массы в окрестности круговых Лагранжевых центров либрации в системе "Солнце — барицентр (Земля+Луна)". Основная задача исследования — обосновать возможность создания устойчивой пространственной конфигурации космических аппаратов в проекте Межпланетной Солнечной Стереоскопической Обсерватории (МССО) [1]. Излагается вариант построения орбит гелиоцентрического перехода и обсуждаются проблемы точной посадки космических аппаратов в окрестности круговых центров либрации системы "Солнце — барицентр Земля+Луна". Рассматриваются аппаратные решения навигационной задачи. Эффективность применения МССО для триангуляционных измерений [2] в пределах Солнечной системы показана на примере орбиты модельного объекта по одному сеансу наблюдений.

1. Grigoryev V. M., Papushev P. G., Chubey M. S., Kopylov I. M., Eroshkin G. I., Ilin A. E., Gorshakov D. L., Pashkevich V. V., Savastenya A. V. Interplanetary Solar Stereoscopic Observatory (ISSO): scientific objectives and facilities // *Astronomical & Astrophysical Transactions*. 2000. Vol. 19, №3-4, P. 646-661.
2. Abalakin V. K., Chubey M. S., Eroshkin G. I., Kopylov I. M. Triangulation measurements in the Solar System // *Proceed. Of IAU Coll.* 2000. 180, P. 132-149.

## Project of interplanetary solar stereoscopic observatory: the heliocentric transition and configuration stability

*G. I. Eroshkin, V. N. L'vov, V. V. Pashkevich, M. S. Chubey*

Main astronomical observatory of RAS, St. Petersburg, Russia

The motion of a zero mass body in the vicinity of circular Lagrange libration's centers in the system "the Sun — barycenter (Earth+Moon)" is investigated.

The primal problem of the analysis is to justify an opportunity of making of the stable spatial configuration of spacecrafts in the project of an Interplanetary Solar Stereoscopic Observatory (ISSO) [1]. The version of build-up of orbits of heliocentric transition is set up and the problems of the accurate landing of the space vehicles in vicinity of circular libration's centers of system "the Sun - barycenter Earth+Moon" are considered. The instrumental solutions of the navigation problem are considered also. The operational effectiveness of ISSO for triangulation measurements [2] in bounds of the Solar system is estimated on the example of an orbit of test object for one session of observations.

---

## Современные спутниковые методы определения гравитационных полей Земли и Луны

*Р. А. Кащеев*

(Rafael.Kascheev@ksu.ru)

Казанский государственный университет, Россия

Качественно новый уровень решения задачи определения параметров гравитационных полей планет земной группы, характеризующий прецизионной точностью описания поля, высоким его разрешением и недостижимой ранее оперативностью построения его моделей, может быть достигнут, благодаря использованию дифференциальных спутниковых методов, объединяемых под общим названием методов измерений в системах с изменяемой геометрией расположения элементов. Речь идет о реализации различных вариантов метода межспутниковых измерений, а также метода спутниковой градиентометрии. В докладе обсуждаются некоторые космические программы, предусматривающие выполнение указанных выше видов измерений в околоземном и окололунном пространстве. Подробно рассматриваются результаты численных экспериментов по оцениванию параметров селенопотенциала по данным наземных и межспутниковых измерений относительных лучевых ускорений в системе низкоорбитального лунного модуля и высокоорбитального КА, выведенного в транслунную прямолинейную точку либрации  $L_2$ . Показано, что в этом случае точность восстановления значений параметров селенопотенциала в основном определяется наклоном орбиты низкого ИСЛ, при этом диапазон приемлемых наклонов

не превышает 6-7 градусов дуги. Непопадание в указанный диапазон в большинстве случаев ведет к невозможным потерям точности оцениваемых гармонических коэффициентов, препятствуя достоверному их определению. Не менее важно, что, как показывают расчеты, рассматриваемый метод измерений предъявляет весьма строгие требования к точности априорных сведений о значениях параметров искомой модели гравитационного потенциала Луны. Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (грант № E00-7.0-4).

### **Advanced satellite technique for determination of the Earth's and of the Moon's gravity fields**

*R. A. Kasheev*

Kazan State University, Russia

Despite the fact that a remarkable improvement of our knowledge of the gravity field has been achieved during the past decades the coming years promise another giant step in better understanding the Earth-Moon system. In the last years two satellite-borne gravity measurement concepts have been discussed: Satellite-to-Satellite Tracking (SST) and Satellite Gravity Gradiometry (SGG). The recent decisions to realize these satellite gravity field missions will provide us with an efficient way to map the gravity field with unprecedented accuracy and so represents an enormous challenge for the geo-sciences. The feasibility of using SST between a low lunar orbiter and a satellite in an orbit around the second libration's point  $L_2$  at the far side of the Moon was investigated in detail by means of a computer simulation. It was found that the uncertainty in a reference lunar gravity field model is the main error source here.

---

### **Полет в околосолнечные области с малой тягой солнечного паруса**

*В. В. Коблик, Е. Н. Поляхова, Л. Л. Соколов*

(pol@astro.spbu.ru, lsok@astro.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Астрономический институт, Россия

Численно исследуются траектории космического полета с малой тягой управляемого солнечного паруса с орбиты Земли в околосолнеч-

ные области.

Рассматривается задача о влиянии температурных ограничений на время полета за счет изменений в законе изменения ориентации паруса по отношению к солнечным лучам. Комбинированные траектории (парус и гравитационные маневры вблизи Земли, Венеры или Меркурия) имеют целью выход на гелиосинхронную эклиптическую круговую орбиту радиусом 0,17 а.е. или на полярную околосолнечную орбиту (обе — для выполнения длительных наблюдений за солнечной активностью) или на "пролетную" траекторию "падения на Солнце" вне плоскостей планетных орбит (транспортировка земных радиоактивных отходов для захоронения их на Солнце без пересечения экологически чистых планетных орбит).

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №02-01-01039) и программы "Ведущие научные школы" (грант №00-15-96775).

### **Spaceflight to near-the Sun-regions with low thrust of a solar sail**

*V. V. Koblik, E. N. Polyakova, L. L. Sokolov*

St. Petersburg State University, Astronomical Institute, Russia

Since the dynamical advantage of the solar sail as a space thruster increases with the decrease of the spacecraft-Sun distance, the solar sail transfers to near-the Sun orbits are designed. It has been done by numerical solution of the equations of the motion for a solar sail as a single thruster. The upper admissible limited value of the solar sail temperature has been chosen as the important basic restriction. Gravity-assist maneuvers at inner planets vicinity were taken into account alternatively to solar sailing. The following was assumed: a flat one-sided solar sail starts at 1 AU, physical properties of its reflective surface are constant, a sail is non-inertially oriented at an arbitrary tilt angle to solar rays and to ecliptic plane. The sail tilt angle is taken as a control variable for the boundary-value problem with required optimal conditions. Local-optimal transfers are considered, the local-optimal control law of the solar sail orientation angle requires that the orbital focal parameter decreasing rate reaches its maximal value. The results of numerical simulations are used to examine the flight duration of some sailing missions with/without gravity-assist maneuvers at the Earth and/or Venus and/or Mercury. Orbital evolution of osculating elliptical orbits sequence, which approximates the sail spiral-like transfer trajectory by an optimal way is considered. The

results show the possibility and performance of solar sailing to near-the Sun-regions for the Sun investigations from the heliostationary orbit (0,17 AU, synchronized with axial Sun rotation) or from the polar orbit around the Sun. A minimum-loops trajectory of "falling onto the Sun" is designed too, especially out of ecliptic plane, in order to escape radioactive wastes from the Earth onto the Sun.

---

## Некоторые задачи динамики тела с переменным электрическим зарядом

*Е. К. Колесников, А. Б. Яковлев*  
(Andrey.Jakovlev@pobox.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Проблема динамики в космическом пространстве тел с переменным электрическим зарядом привлекает внимание исследователей вот уже несколько десятилетий. Впервые интерес к этой проблеме возник в связи с исследованием принципиальной возможности создания электростатических двигательных систем космических аппаратов (КА), основанных на взаимодействии искусственно наводимого на КА электрического заряда с магнитным полем Земли.

В последние годы возникло новое 'экологическое' приложение этой проблемы, связанное с изучением особенностей движения в околоземном космическом пространстве (ОКП) микрочастиц (МЧ) техногенного происхождения, которые в большом количестве выбрасываются при работе твердотопливных ракетных двигателей КА [1,2]. Аналогичная задача возникает в связи с изучением механизмов формирования пылевых колец в окрестностях других небесных тел, обладающих сильными магнитными полями (Юпитер, Сатурн и др.). Показано, что для таких микрочастиц существенную роль при определении характера движения играет сила Лоренца, возникающая вследствие взаимодействия наводимого на микрочастицах в космической плазме электрического заряда с магнитным и электрическим полями. Наконец, задача динамики в космической плазме микрочастиц с переменным зарядом возникает в связи с исследованием проблемы электростатического переноса пылевых частиц у поверхности безатмосферных небесных тел [3]. В силу сложности системы уравнений, описывающих динамику тел с переменным за-

рядом в указанных приложениях основные результаты получены методом численного моделирования [2-4]. Известные результаты аналитического исследования движения заряженных тел в комбинации гравитационного и электромагнитного полей получены только для случая постоянного электрического заряда [5].

В настоящей работе формулируются условия корректности гамильтоновой постановки задачи динамики тел с переменным зарядом и обосновывается возможность применения для определения особенностей движения рассматриваемых объектов методов качественной теории гамильтоновых систем (КАМ - теории).

1. Колесников Е. К. Особенности орбитального движения субмикронных частиц в плазмосфере Земли // Космич. исслед. 2001. Т. 39, №1. С. 100-105.
2. Колесников Е. К. Влияние авроральных потоков электронов на динамику техногенных микрочастиц в полярной ионосфере // Геомагнетизм и аэрономия. 2001. Т. 41, №1. С. 238-242.
3. Яковлев А. Б. Динамика левитирующих микрочастиц лунного реголита // Астрон. вестн. 1998. Т. 32. С. 398-400.
4. Колесников Е. К., Чернов С. В., Яковлев А. Б. О времени существования микрочастиц на геостационарной орбите // Космич. исслед. 1999. Т. 37, №4. С. 422-423.
5. Вавилов С. А., Колесников Е. К. Некоторые вопросы динамики сильнозаряженных тел в космическом пространстве // Физическая механика. 1981. вып.4, Динамические процессы в газах и твердых телах. С. 168-180.

### **Some problems of dynamics of body with variable electrical charge**

*E. K. Kolesnikov, A. B. Yakovlev*

St. Petersburg University, Russia

Results obtained in the present paper demonstrate the condition of Hamilton function existence for problem of body with variable charge dynamics and possibility to use Kolmogorov, Arnold and Moser theory for problem in question.



## Об управлении движением в гравитационном поле с учетом возмущений

*В. С. Королев*

(korolev@apmath.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Рассматривается задача оптимального управления движением в гравитационном поле [4,5] с учетом других действующих сил, для которой уравнения движения при выборе управления  $u \in U$  можно записать в каноническом виде. Функция Гамильтона  $H(q, p, u, \mu)$  с учетом зависимости от малого параметра допускает разделение на основную часть  $H_0(q, p)$ , которая порождает общее решение  $q_0, p_0$  для нулевого приближения, и на возмущение  $H_1$  малого порядка  $\mu$ . Уравнения в вариациях будут совпадать с уравнениями Эйлера-Лагранжа задачи оптимизации при соответствующей замене переменных. Это позволяет определить выражения для параметров оптимального маневрирования в центральном гравитационном поле [3,4] с учетом возмущений.

Замена переменных Кустаанхеймо-Штифеля [1,6] для пространственного случая возмущенной задачи двух тел приводит уравнения движения к линейному виду в пространстве увеличенной размерности, а для учета возмущений получаем канонические уравнения осциллятора с переменной частотой  $k$  в оскулирующих элементах  $\alpha, \beta \in R^5$ , где  $H_0 = \sqrt{\alpha_0}(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4)$ . Используется универсальный подход для выражения регулярных канонических элементов и функции Гамильтона через функции Штумпфа  $s(\alpha, \beta, k)$ .

Можно использовать [1,3] аналогичные подходы в рамках ограниченной задачи трех тел, если уравнения возмущенного движения [2] после применения обобщенного регуляризирующего преобразования Биркгофа записать в каноническом виде. Таким образом открывается возможность применения канонических преобразований для последовательного получения приближений более высокого порядка. Полученные уравнения повышают также эффективность численных исследований в различных постановках задачи оптимизации.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 02-01-01039).

1. Королев В. С. Асимптотические методы вычислений и оптимизации траекторий, близких к соударению // Динамика механических систем. 1987. С. 174-176.

2. Королев В. С. Уравнения возмущенного движения регуляризованной задачи трех тел // Вопросы механики и управления движением. 1991. С. 71-78.
3. Новоселов В. С., Королев В. С. Об управлении возмущенной гамильтоновой системой // Тез. докл. конф. "Автоматика-96". 1996. Т. 1, С. 74-75.
4. Новоселов В. С., Королев В. С. Аналитическая динамика управляемых систем. СПб, 2000. 199 с.
5. Охотимский Д. Е., Сихарулидзе Ю. Г. Основы механики космического полета. М., 1990. 448 с.
6. Штифель Е., Шейфеле Г. Линейная и регулярная небесная механика. М., 1975. 304 с.

## On the control of motion in perturbed gravitational field

*V. S. Korolev*

St. Petersburg State University, Russia

The motion's equations of the perturbation two-body problem are given in regular element Kustaanheimo-Stiefel and written in Hamiltonian form. Right side of the equation include the Stumpff's functions and small parameter. The generalized Birkhoff's transformation are used for equations of the restricted three-body problems.

---

## О сохранении условно-периодических колебаний спутника на эллиптической орбите при учете светового давления

*И. И. Косенко*

(kosenko@ccas.ru)

Московский государственный университет сервиса, Россия

Рассматриваются плоские колебания спутника, центр масс которого совершает движение по эллиптической орбите. В динамике вращательного движения учитываются: момент сил светового давления (от Солнца) и момент гравитационных сил (от планеты, моделируемой при помощи гравитирующего центра). Задача формулируется и решается в контексте теории возмущений для гамильтоновых систем.

Невозмущенное движение задается только при помощи момента сил светового давления. Такого эффекта можно добиться рассматривая вращение динамически симметричного спутника. В силу неаналитичности функции Гамильтона непосредственное применение КАМ-теоремы невозможно. При помощи редукции возмущенной гамильтоновой системы к последовательности симплектических отображений и применения теоремы Мозера об инвариантной кривой доказывается существование инвариантных торов и сохраняемость переменных действия около своих начальных значений.

Отсюда, в частности, следует, что спутник будет вечно совершать ограниченные либрации вблизи азимута источника света. В упомянутой окрестности выполняются условия теоремы Пуанкаре о вращении.

Проводится анализ предельного случая, когда эксцентриситет орбиты равен единице или близок к этому значению. Порядок возмущения при этом считается фиксированным. Тогда оказывается, что переменные действия также сохраняют свои значения на асимптотически больших интервалах времени.

### **On preserving of quasi-periodic librations of a satellite on elliptic orbit when light pressure acts**

*I. I. Kosenko*

Moscow State University of Service, Russia

Planar librations of a satellite, which center of masses performs its motion on elliptic orbit are under consideration. Torques arising due to both Sun light pressure and gravity of the planet are taken into account.

Unperturbed motion corresponds to one without torque of gravity. In particular, it is the case when satellite has a dynamical symmetry. Perturbation theory for Hamiltonian systems is applied. Symplectic mappings sequence is investigated instead of a continuous dynamical system. Moser's theorem on the existence of invariant curve is satisfied when perturbations are small enough.

Limit case when orbit eccentricity is near or equal to unity also is under investigation.



## О некотором подходе к решению задачи об ограниченном движении двух тел

С. Д. Красников, Е. Б. Кузнецов

(kuznetsov@mai.ru)

Московский авиационный институт, Россия

В работе исследуется задача об ограниченном движении двух тел, которая описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений с заданными граничными условиями.

Задача решается численно с использованием метода продолжения решения по параметру, в том числе и наилучшему [1]. Используется математический пакет *Maple V*.

Рассматриваемая граничная задача решается в два этапа. На первом этапе граничная задача сводится к задаче Коши и системе нелинейных уравнений. Это преобразование известно как метод пристрелки. На втором этапе, используя продолжение по параметру, ищется решение данной системы нелинейных уравнений, описывающих граничные условия. На последнем этапе, наравне с обыкновенным продолжением по параметру, рассматривается наилучшая параметризация. Вышесказанное реализуется в виде программы, которая улучшает встроенные (стандартные) процедуры решения дифференциальных уравнений и адаптирует новый метод для решения тестируемой граничной задачи.

Для простого и наилучшего параметров сравниваются вычислительные ситуации. Данное сопоставление осуществляется исходя из ошибки решения тестируемой задачи, при равных условиях для каждого из методов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 01-01-00038) и Министерства образования (№ Е00-1.0-194).

1. Шалашин В. И., Кузнецов Е. Б. Метод продолжения решения по параметру и наилучшая параметризация в прикладной математике и механике. М., 1999.

## On the numerical solution of two bodies' boundary value problem

*S. D. Krasnikov, E. B. Kuznetsov*

Moscow Aviation Institute, Russia

Two bodies' boundary value problem is considered. Numerical solution of the problem is constructed by method of continuation of solution on a parameter. The best parameter is also used. The behavior of numerical errors is analyzed.

---

## Об устойчивости облачных скоплений микрометеоритных частиц в гравитационно- репульсивном поле бинарных звездных систем

*А. Л. Куницын*

(kunitsyn@chat.ru)

Московский авиационный институт, Россия

Проводится новый (по сравнению с [1-3]), физически более ясный анализ устойчивости в первом приближении положений относительного равновесия (треугольных и коллинеарных точек либрации) микрометеоритных частиц или частиц газопылевых облаков в поле двух гравитирующих и излучающих звезд на основе ограниченной, круговой задачи трех тел. Путем введения нового параметра, характеризующего гравитационно-репульсивное поле системы, и перехода в конфигурационное пространство устанавливается полная картина областей устойчивости треугольных и коллинеарных точек либрации и их эволюции во всем возможном диапазоне изменения основных параметров системы. Построенные области устойчивости позволяют судить о возможных устойчивых конфигурациях скоплений микрометеоритных и газопылевых частиц в бинарных звездных системах.

1. Куницын А. Л., Турешбаев А. Т. О коллинеарных точках либрации фотогравитационной задачи трех тел // Письма в Астрон. ж. 1983. Т. 9, вып.7. С. 432-435.
2. Куницын А. Л., Турешбаев А. Т. Устойчивость треугольных точек либрации фотогравитационной задачи трех тел // Письма в Астрон. ж. 1985. Т. 11, вып.2. С. 145-148.

3. Лукьянов Л. Г. О семействе точек либрации в ограниченной фотогравитационной задаче трех тел // Астрон. ж. 1988. Т. 65, вып.2. С. 422-432.

### **On the stability of cloud assemblies of micrometeorite particles in gravitational-repulsive force-field of binary stellar systems**

*A. L. Kunitsyn*

Moscow Aviation Institute, Russia

A new physically more clear analysis of stability of relative equilibrium positions (libration's points) of micrometeorite particles (or particles of a gas cloud) in gravitational-repulsive force-field of binary stellar systems is given basing on the photogravitational 3-body problem.

---

### **Об использовании космических тросовых систем**

*В. В. Маланин, Е. Н. Остапенко*

(ostapenko@psu.ru, mpu@psu.ru)

Пермский государственный университет, Россия

Космическая тросовая система — это комплекс искусственных космических объектов (спутников, кораблей, грузов), соединенных длинными тонкими гибкими элементами (тросами, кабелями, шлангами). Существует много различных проектов тросовых систем и способов их практического применения в космосе.

Самый распространённый способ — использование тросов (фалов) для страховки космонавтов при выходе в открытый космос.

Рассматриваются другие возможности использования тросов в космосе. Описываются основные программы тросовых экспериментов, проведенных в 1960-1999 гг.: Transit-1B (США, 1960), Gemini-11 (США, 1966), Gemini-12 (США, 1966), TRE-1 (Япония, США, 1980), TRE-2 (Япония, США, 1981), TRE-3 (Япония, США, 1983), Oedipus-A (Канада, 1989), TSS-1 (США, Италия, 1992), SEDS-I (США, 1993), PMG (США, 1993), SEDS-II (США, 1994), Oedipus-C (Канада, США, 1995), TSS-1R (Италия, США, 1996), TiPS (США, 1997), АТех (США, 1999).

Приводятся некоторые математические модели, применяемые при исследовании движения тросовых систем.

### About practical using of the space tethered system

*V. V. Malanin, E. N. Ostapenko*

The Perm State University, Russia

The review of operational use of space tethered systems is given, which use began at the beginning of a space age.

The performances of following experiments are reduced: Transit-1B (1960), Gemini-11 (1966), Gemini-12 (1966), TRE (1980, 1981, 1983), OEDIPUS (1989, 1995), TSS-1 (1992), SEDS-I (1993), PMG (1993), SEDS-II (1994), TSS-1R (1996), TiPS (1996), ATE<sub>x</sub> (1999).

---

### Конфигурационное S-пространство твердого тела в случае Эйлера

*К. Г. Петров*

(pkg@phoenix.math.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Конфигурационное пространство твердого тела в случае Эйлера представляет собой двумерную торообразную поверхность в трехмерном пространстве параметризации S-параметрами. Форма и размеры конфигурационного пространства определяются моментом импульса, кинетической энергией и моментом инерции тела. В случае динамически симметричного твердого тела конфигурационное пространство является правильным тором и допускает параметризацию двумя угловыми параметрами. Решение кинематических уравнений динамически симметричного твердого тела в случае Эйлера можно представить в виде зависимостей этих двух параметров от времени. Траектория точки, представляющая решение указанных кинематических уравнений в пространстве S-параметров, покрывает соответствующее конфигурационное пространство всюду плотно. При усреднении непрерывных и кусочно непрерывных величин, зависящих от ориентации динамически симметричного твердого тела, по его невозмущенному движению Эйлера-Пуансо, усреднение по времени на траектории изображающей точки можно, введя

соответствующую весовую функцию, заменить усреднением по конфигурационному пространству. Весовая функция зависит от относительного времени пребывания изображающей точки в пределах малого участка конфигурационного пространства.

1. Петров К. Г., Тихонов А. А. Уравнения ротационного движения твердого тела, основанные на использовании кватернионных параметров // Известия РАН, Мех. тверд. тела. 2002. №3. С. 3-16.
2. Петров К. Г. Конфигурационное S-пространство твердого тела с равными моментами инерции в случае Эйлера // Вестн. СПбГУ. 2002. Сер.1, вып.3. С. 84-86.

### Configuration S-space of an unperturbed motion of rigid body

*K. G. Petrov*

St. Petersburg State University, Russia

The geometry of the configuration S-space of an unperturbed motion of a rigid body has been developed. The two dimensional parametrization of the configuration S-space in the case of two equal moments of inertia has been derived. The equivalence of the configuration S-space and a phase trajectory of rigid body have been established.

---

### Некоторые свойства движения в ограниченной плоской круговой задаче трех тел при резонансе 2:1

*H. A. Petrov*

(petrov@astro.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Рассматривается ограниченная плоская круговая задача трех тел: Солнце-Юпитер-астероид. Задана система единиц: масса центрального тела (Солнце) равна 1, единица расстояния — 1 а.е., единица времени — звездный год, большая полуось круговой орбиты Юпитера 5.202603 а.е. взята по теории П. Бретаньона для эпохи J2000, масса астероида равна 0. Масса второго тела (Юпитера) варьируется в некоторых пределах. Начальная невозмущенная орбита

астероида задается кеплеровскими элементами: эксцентриситет и долгота перигелия равны 0, средняя аномалия и большая полуось варьируются в некоторых пределах.

Численным интегрированием строится решение в виде таблиц с двумя входами: аргумент-время и функция-набор различных систем элементов орбиты астероида (прямоугольные координаты и скорости, кеплеровские элементы, элементы Лагранжа и другие). На основе главного варианта начальной невозмущенной круговой орбиты астероида разработаны методы исследования решения и вычисления различных параметров возмущенного движения. На длительном интервале времени движение астероида происходит внутри кольца, поэтому вычисляются геометрические параметры кольца. Для описания возмущенного движения внутри кольца вводятся динамические величины: среднее значение возмущенного синодического периода 2-го и 3-го тела, период либрации, параметры области либрации, вековое движение перигелия.

В результате исследований решения в области начальных данных выделены некоторые точки, имеющие важное значение в орбитальной динамике астероида, построены линейные сечения, т.е. зависимости изменения введенных величин от начальных значений массы 2-го тела, большой полуоси и средней аномалии 3-го тела в виде графиков и рисунков.

### **Some motion properties in planar circular restricted three-body problem for resonance 2:1**

*N. A. Petrov*

St. Petersburg State University, Russia

The planar circular restricted three-body problem Sun-Jupiter-asteroid is considered numerically. By help of numerical integration method the solution is presented as the computer files — the tables with two enters: the time as the argument and the asteroid orbital parameters (rectangular coordinates and velocities, Kepler elements, Lagrange elements etc.) as the function. The initial values of the asteroid orbit Kepler elements are taken in two-dimensional space. Some special points of interest in the case of 2:1 resonance region are discovered. The dependences of the used orbital parameters on the initial Kepler elements variations are found, presented graphically and discussed.

---

## Об условиях существования кеплеровских движений в задаче двух твердых тел

*Н. Ю. Сабурова*

(nasa@atnet.ru, primat@agtu.ru)

Архангельский государственный технический университет, Россия

Кеплеровскими движениями в небесной механике принято называть движения, описываемые двумя материальными точками [2], притягивающимися по закону Ньютона [2]. Кеплеровским движением двух твердых тел назовем такое движение, при котором центры инерции этих тел совершают кеплеровские движения. Для существования кеплеровских движений в задаче двух твердых тел  $M_i$  с массами  $m_i$  ( $i = 1, 2$ ) достаточно выполнения условия  $U = f \frac{m_1 m_2}{r}$ , для силовой функции  $U$  взаимодействия этих тел, где  $r$  — расстояние между центрами инерции тел,  $f$  — гравитационная постоянная.

Естественно возникает вопрос о реализации указанного условия. В качестве простейшего примера можно привести движение двух шаров однородных или со сферическим распределением плотностей, взаимно притягивающихся по закону Ньютона.

Другим примером может служить движение двух твердых тел в случае Г. Н. Дубошина (плоское движение двух осесимметричных тел, оси вращения которых во все время движения остаются перпендикулярными плоскости орбиты). Возможность выполнения условия  $U = f \frac{m_1 m_2}{r}$  можно получить, разлагая силовую функцию задачи в ряд по степеням  $r^{-1}$  [3]. В результате это условие может быть в

первом приближении представлено в виде [1]  $\sum_{i=1}^2 \frac{I_{1i} - I_{3i}}{m_i} = 0$ , где

$I_{1i}, I_{3i}$  — главные центральные моменты инерции тела  $M_i$ .

Очевидно, что такого рода условие может быть удовлетворено не только за счет  $I_{1i} = I_{3i}$ , но также и в случае, когда  $(I_{11} - I_{31})(I_{12} - I_{32}) < 0$ , т.е. когда эллипсоид инерции одного из тел — сжатый, а эллипсоид инерции другого — вытянутый.

Следующие приближения позволяют найти другие условия, которым должны удовлетворять структура и внешняя форма взаимодействующих тел.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №00-02-17677а).

1. Видякин В. В. Поступательно-вращательное движение двух твер-

- дых тел: Учебное пособие. Архангельск, 1996. 184 с.
2. Дубошин Г. Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. М., 1975. 799 с.
  3. Sidlichovsky M. The force function of two general bodies // Bull. Astron. Inst. Czechosl. 1979, Vol. 30, P. 152-155.

## On the conditions of existence of the Keplerian motion in the two rigid body problem

*N. Yu. Saburova*

Arkhangelsk State Technical University, Russia

The conditions of existence of the Keplerian motion in the problem of translational-rotational motion of two rigid bodies are discussed. It is shown that the rigid bodies in the Duboshin's case (two "floats") admit the Keplerian motion. The relations that the Stokes constants of the bodies must satisfy are found.

---

## Об особенностях динамики планетных систем других звезд

*Л. Л. Соколов*

(lsok@astro.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Астрономический институт, Россия

Открытие внесолнечных планетных систем является выдающимся достижением современной науки. Многие массивные внесолнечные планеты в отличие от Юпитера имеют большие эксцентриситеты орбит. Малые планеты типа Земли ненаблюдаемы. В настоящей работе рассматриваются возможные движения таких малых внесолнечных планет в рамках ограниченной эллиптической задачи трех тел. Используется численное интегрирование, а также аналитические методы. Основные результаты следующие. Если эксцентриситет орбиты массивной планеты велик, эксцентриситет орбиты малой планеты обычно также не мал. В случае регулярного движения малой планеты эволюцию ее орбиты можно описать с помощью теории вековых возмущений Лапласа - Лагранжа. В переменных Лагранжа траектории — окружности, большие полуоси постоянны.

Эта картина имеет место как в плоском случае, так и в случае небольших наклонов, в случае внешней и внутренней задачи. Когда регулярность движения теряется, в случае внешней задачи большие полуоси растут синхронно с эксцентриситетами. Вблизи границы между регулярным и нерегулярным движениями наблюдается сложная картина. Имеет место чередование устойчивых и неустойчивых траекторий. В этой области встречаются и нетипичные устойчивые почтикруговые орбиты.

### **On the dynamical features of extrasolar planetary systems**

*L. L. Sokolov*

St. Petersburg State University, Astronomical Institute, Russia

The discovery of planetary systems around alien stars is an outstanding achievement of science. Many massive planets contrary to Jupiter have large eccentricities of orbits. We can not observe small planets like the Earth. In this contribution possible motions of such small extrasolar planets are discussed within the limits of restricted elliptical three-body problem. We use numerical integration and analytical methods. Main results are as follows. If the eccentricity of massive planets orbit is large, than usually the eccentricity of small planets orbit is large too. If the motion of small planets is regular, the orbital evolution can be described using Laplace - Lagrange theory of secular perturbations. In the Lagrangian variables, the trajectory is a circle, the semi-major axis is constant. This picture we have in planar case as well as in the case of small inclinations, in the case of external problem as well as in the case of internal problem. When the motion loses a regularity in the case of external problem, the semi-major axis and the eccentricity have synchronous growth. Near the border between regular and irregular motions we have very complicated picture. Stable trajectories alternate unstable trajectories. Unusual quasi-circular stable orbits exist in this region too.

---

---

## Условия равновесия и устойчивости спутника с ротором и подвешенным к нему на тросе грузом на круговой орбите

*С. Я. Степанов*  
(stepsj@ccas.ru)

Вычислительный центр РАН, Москва, Россия

Доказаны специальные симметризованные критерии Сильвестра и Манна знакоопределенности симметричных квадратичных форм. Показано, что суммирование левых частей неравенств в этих критериях по перестановке индексов в некоторых выделенных группах параметров дает новые симметричные критерии.

Эти результаты используются для исследования устойчивости относительной равновесной ориентации спутника с ротором и подвешенным на тросе грузом на круговой орбите. Показано, что произвольная ориентация спутника может быть сделана равновесной и устойчивой при специальном выборе внутреннего момента количества движения ротора и точки подвеса груза. Приведены диаграммы областей устойчивости.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 01-01-02001, 00-15-96150).

## Attitude stability conditions for the equilibrium of satellite with rotor and tethered load on the circular orbit

*S. Ya. Stepanov*

Computing Center of RAS, Moscow, Russia

The special symmetric form of Sylvester's and Mann's criteria for the sign definiteness of symmetrical quadratic forms are proved. It is shown that the summation of the left hand sides of inequalities in these criterions over the permutation of indexes in some groups of parameters gives new symmetric criteria.

These criteria are used for the stability investigation of the attitude equilibrium of the satellite with the rotor and the tethered subsatellite on the circular orbit. It is shown that the arbitrary orientation of the satellite can be made equilibrium and stable by special choice of the internal angular momentum and the point of suspension of the subsatellite. The stability regions of parameters are shown at the various diagrams.

## Исследование кинематических уравнений винтового движения твердого тела в параметрах Кейли - Клейна

*Н. А. Стрелкова*

(npu@psu.ru)

Пермский государственный университет, Россия

Для описания пространственного движения твердого тела применяются дуальные параметры Кейли-Клейна, для которых кинематические уравнения в матричной форме имеют вид

$$\dot{U} = \frac{i}{2}\Omega U, \quad \dot{U}^0 = \frac{i}{2}(\Omega U^0 + VU). \quad (1)$$

Здесь

$$U = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}, \quad U^0 = \begin{pmatrix} \alpha^0 & \beta^0 \\ \gamma^0 & \delta^0 \end{pmatrix}, \quad \Omega = \sum_{j=1}^3 \omega_j \sigma_j, \quad V = \sum_{j=1}^3 v_j \sigma_j,$$

$\alpha + \chi\alpha^0$ ,  $\beta + \chi\beta^0$ ,  $\gamma + \chi\gamma^0$ ,  $\delta + \chi\delta^0$  — дуальные параметры Кейли-Клейна;  $\chi$  — символ Клиффорда ( $\chi^2 = 0$ );  $i$  — мнимая единица;  $\omega_j$ ,  $v_j$  — проекции соответственно угловой и поступательной скоростей тела на оси связанной системы координат,  $\sigma_j$  — спиновые матрицы Паули.

Найдено решение кинематических уравнений (1) для случая аппроксимации кинематического винта тригонометрическим рядом, соответствующим описанию пространственного движения тела в виде конечной последовательности винтовых перемещений с неизменным положением осей винтов.

Вводится понятие оптимального по быстродействию кинематического управления винтовым движением тела, заключающегося в том, что связанной с телом системе координат сообщаются угловая и поступательная скорости, позволяющие за минимальное время получить совпадение связанного базиса с опорной системой координат. При помощи принципа максимума Понтрягина найдено время винтового перемещения, получены траектории оптимального движения и управления в виде функций, зависящих от дуальных параметров Кейли-Клейна, определяющих начальное положение тела.

Исследуется дифференциальная игра сближения двух управляемых объектов с противоположными и совпадающими интересами. В качестве управляющих функций выступают угловая и поступательная скорости твердых тел. Игра считается законченной при совпадении систем координат, связанных с телами. Платой является время винтового перемещения. Проводится обобщение на случай вращающейся системы координат, что представляет интерес при исследовании оптимальных условий стыковки в космическом пространстве. Для определения взаимной ориентации привлекаются параметры Кейли - Клейна, а для получения условий встречи объектов — теория винтового исчисления.

Решения получены в аналитическом виде, определены управляющие функции, цена игры, оптимальные траектории, приведены числовые примеры.

### **Investigation of rigid body spatial motion kinematic equations using Cayley-Klein parameters**

*N. A. Strelkova*

The Perm State University, Russia

The kinematic equations of rigid body are examined in dual Cayley - Klein parameters. The construction of solution for these equations and a solution of the time-optimal spatial motion problem are realized by means of screw theory.

---

### **О влиянии сжатия Земли на эволюцию ротационного движения экранированного ИСЗ**

*A. A. Тихонов*

(aat@phoenix.math.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

В докладе рассматривается ИСЗ, снабженный заряженным экраном и находящийся на орбите, регрессирующей вследствие сжатия Земли. Учитываются вековые возмущения орбиты, вызванные 2-ой зональной гармоникой геопотенциала, т.е. уходы долготы восходящего узла и аргумента перигея при неизменной форме орбиты и постоянном наклоне орбиты к плоскости экватора. Исследуется вращательное движение ИСЗ относительно его центра масс под

действием возмущающих моментов гравитационных и лоренцевых сил [1]. Магнитное поле Земли аппроксимируется квадрупольным приближением [2]. Изучение эволюции ротационного движения ИСЗ проводится на базе построенных для этой цели новых дифференциальных уравнений в  $s$ -параметрах. С использованием метода усреднения выявлены основные закономерности вековой эволюции ротационного движения экранированного ИСЗ. Обнаружена существенная зависимость ротационного движения экранированного ИСЗ от квадрупольной составляющей геомагнитного потенциала.

1. Тихонов А. А. Уточнение модели "наклонный диполь" в задаче об эволюции ротационного движения заряженного тела в геомагнитном поле // Космич. исслед. 2002, Т. 40, №2. С. 171-177.
2. Тихонов А. А, Петров К. Г. Мультипольные модели магнитного поля Земли // Космич. исслед. 2002, Т. 40, №3. С. 219-229.

### **On the evolution of the rotary motion of a shielded artificial Earth satellite under the influence of the Earth compression**

*A. A. Tikhonov*

St. Petersburg State University, Russia

The paper deal with artificial Earth satellite equipped with charged shield. Its orbit is osculating due to the Earth compression. The secular disturbances, caused by the 2-nd zonal harmonic of geopotential are taken into account. The satellite attitude motion under the action of disturbing moments of gravitational and Lorentz forces is investigated. The Earth's magnetic field is taken in quadrupole approximation. The evolution of rotary motion of the satellite is studied on the basis of new differential equations constructed for this purpose with the use of  $s$ -parameters. The basic characteristics of the secular evolution of the shielded satellite rotary motion are revealed with the use of the averaging technique.

---

## О расстояниях в пространстве эллиптических орбит

К. В. Холшевников

(kvk@astro.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

В пространстве кеплеровских орбит введена естественная гельдеровская метрика, полезная при рассмотрении следующих вопросов: космический мусор (идентификация фрагментов одного объекта); космический патруль (идентификация спутников, запущенных вместе одной ракетой без подробного описания или вообще без объявления); нахождение родительского тела для метеорных потоков; нахождение родительского тела для малых планет и комет, имеющих близкие орбиты.

Обозначим через  $\mathbf{E}$  5-мерное пространство эллиптических кеплеровских орбит. Пусть  $Q(u)$  — точка на эллипсе  $E \in \mathbf{E}$  с эксцентрической аномалией  $u$ ;  $d(Q_1, Q_2)$  — евклидово расстояние в  $\mathbf{R}^3$ . Введем зависящую от параметра  $p$  ( $1 \leq p \leq \infty$ ) функцию, отображающую  $\mathbf{E} \times \mathbf{E}$  на множество неотрицательных чисел:

$$\rho(E_1, E_2) = \left( \frac{1}{2\pi} \int d^p(Q_1(u), Q_2(u)) du \right)^{1/p}, \quad \text{если } p < \infty,$$

$$\rho(E_1, E_2) = \max d(Q_1(u), Q_2(u)), \quad \text{если } p = \infty.$$

Интеграл и максимум берутся по отрезку  $u \in [0, 2\pi]$ .

Исследуется выполнимость трех аксиом расстояния:

1.  $\rho(E_1, E_2) = 0 \iff E_1 = E_2$ . Очевидна справедливость аксиомы, если исключить круговые орбиты;
2.  $\rho(E_1, E_2) = \rho(E_2, E_1)$ ;
3.  $\rho(E_1, E_2) \leq \rho(E_1, E_3) + \rho(E_3, E_2)$ .

Итак, мы наделили метрикой пространство  $\mathbf{E}_0$ , представляющее собой  $\mathbf{E}$ , из которого исключены круговые орбиты. При любом  $p$  расстояние разрывно на кеплеровских окружностях. Точнее, предельное множество значений  $\rho(E_0, E)$  при фиксированном  $E_0$  и стремящемся к фиксированной окружности  $E$  заполняет отрезок. Избавимся от этого неудобства и введем функцию

$$\rho(E_1, E_2) = \min \left( \frac{1}{2\pi} \int d^p(Q_1(u), Q_2(u+v)) du \right)^{1/p}, \quad \text{если } p < \infty,$$

$$\rho(E_1, E_2) = \min \max d(Q_1(u), Q_2(u+v)), \quad \text{если } p = \infty.$$

Здесь минимум берется по отрезку  $v \in [0, 2\pi]$ , интеграл и максимум — по отрезку  $u \in [0, 2\pi]$ .

Выполнимость аксиом расстояния доказывается подстановкой  $u' = u + v, v' = -v$  с учетом периодичности.

При произвольном  $p$  алгоритм вычисления расстояния довольно сложен и требует много машинного времени при массовых вычислениях. Он значительно упрощается при  $p = \infty$  и особенно  $p = 2$ .

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №02-02-17516) и программы "Ведущие научные школы" (грант №00-15-96775).

### On the distances in the space of elliptic orbits

*K. V. Kholshchevnikov*

St. Petersburg State University, Russia

We introduce a natural Hölder-type metric in the space of the Keplerian elliptic orbits. It may be useful for examination of following questions: space debris (identification of fragments of an object); space watch (identification of satellites launched together by the same rocket); determination of a parent-body for meteor streams; determination of a parent-body for minor planets and comets having close to one another orbits.

Algorithms for the distances calculations are constructed.

### Импульсные переходы на условно-периодические орбиты в окрестности коллинеарной точки либрации

*A. С. Шмыров, В. А. Шмыров*

(shmyrov@ar.math.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Одноимпульсные полеты с низких околоземных орбит непосредственно в коллинеарную точку либрации, рассматриваемые в рамках ограниченной круговой задачи трех тел, оказываются невозможными в силу интеграла Якоби. Однако остается возможность полета в окрестность точки либрации на одну из неустойчивых периодических или условно-периодических орбит. Применение симплектических интеграторов позволило построить метод выявления таких орбит на конечном этапе полета.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №02-01-01039).

1. Шмыров В. А. Полеты в окрестность коллинеарной точки либрации // Процессы управления и устойчивость: Труды XXXII научной конференции студентов и аспирантов. СПб: НИИХ СПбГУ. 2001. С. 175-178.
2. Шмыров В. А. Численное моделирование полета в окрестность коллинеарной точки либрации системы Земля-Солнце // Процессы управления и устойчивость: Труды XXXIII научной конференции студентов и аспирантов. СПб: НИИХ СПбГУ. 2002. С. 264-266.
3. Шмыров А. С. Устойчивость в гамильтоновых системах. СПб, 1995. 127 с.

## **Impulse transfers to conditional-periodic orbits in a neighborhood of the collinear libration point on**

*A. S. Shmyrov, V. A. Shmyrov*

St. Petersburg State University, Russia

One-impulse flights from low near-earth orbits directly in the collinear libration's point, considered within the framework of the limited circular problem of three bodies, appear impossible in consequence of the Jacobi integral. However there is an opportunity of flight in a neighborhood of the collinear libration's point on one of unstable periodic or conditional periodic orbits. Application of the symplectic integrators has allowed constructing a method of revealing of such orbits at a final step of flight.

---

## **Двоичная (бинарная) задача двух тел**

*М. С. Яров-Яровой*

Московский государственный технический университет, Россия

Двоичная (бинарная) задача двух тел возникает при приведении системы дифференциальных уравнений относительного движения классической ньютоновской задачи двух тел к двоичному (бинарному) виду, т.е. к такому, когда правые части каждого уравнения системы представляют суммы постоянных членов, а также линейных и квадратичных форм с постоянными коэффициентами, - тогда правые части не будут иметь особенностей.

Такое же преобразование дифференциальных уравнений возможно и в задаче  $n$  тел.

### The binary two-body problem

*M. S. Yarov-Yarovo*

Moscow State Technical University, Russia

They state the problem of this kind when differential equations of relative motion in the classical Newtonian two-body problem can be reduced to the binary form. Right sides of these equations represent the sum of constants, linear and quadratic forms with constant coefficients and so there are not singularities there.

The analogous transformation is realizable in the case of  $n$ -body problem.

---

### Using orbital crane and anchor phenomenon in space

*P. Chanville*

(baudesso@eleves.enpc.fr)

Calculation Center of the Russian Academy of Science, Moscow, Russia

Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, France

By the traditional Routh's method, we shall study the conditions of existence and stability of stationary movements of an articulated orbital system. It is mainly constituted of a rigid cross, and two masses, attached by inextensible cables to two symmetrical extremities of the cross.

The results will be interpreted for practical use of the system as a crane in space or a system anchored by gravity.

### Использование орбитальных кранов и эффекта якоря в космосе

*П. Шанвилль*

Вычислительный центр РАН, Москва, Россия

Высшая школа путей сообщения, Париж, Франция

Традиционным методом Рауса изучаются условия существования и устойчивости стационарных движений составной орбитальной системы. Система состоит из жесткого креста и двух масс, прикрепленных нерастяжимыми тросами к двум симметричным оконечностям креста. Резуль-

таты могут иметь практическое значение при использовании системы в качестве крана в космосе или системы, заякоренной силой тяжести.

---

## On orbital dynamics of a double pendulum

*A. A. Burov*

Computing Center of RAS, Moscow, Russia

The problem on orbital motion of a double pendulum is considered. It is assumed that the pendulum is attached to the satellite moving in a circular Keplerian orbit. Supposing that the motion of the pendulum does not effect satellite's position we study problem on existence and stability of relative equilibria of the pendulum. The results are compared with those ones obtained by V. A. Sarychev [1] for a freely orbiting double pendulum.

The investigation was supported by RFBR and by Hochschule Jubiläumstiftung der Stadt Wien.

1. Sarychev V. A. Equilibria of a double pendulum in a circular orbit // Acta Astronautica. 1999. Vol. 44, № 1, P. 63-65.

## Об орбитальной динамике двузвенного маятника

*A. A. Буров*

Вычислительный центр РАН, Москва, Россия

Рассматривается задача о движении орбитального двузвенного маятника. Предполагается, что маятник подвешен на спутнике, совершающем движение по круговой Кеплеровской орбите. В предположении о том, что движение маятника не оказывает влияния на движение спутника, изучается вопрос о существовании и устойчивости относительных равновесий маятника. Результаты сравниваются с результатами, полученными В. А. Сарычевым [1] для двойного маятника, совершающего орбитальное движение.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 01-02-02001, 02-01-00196) и Hochschule Jubiläumstiftung der Stadt Wien.

---

# Секция III.

## Гидроаэромеханика

### Уточненная фрактальная модель шероховатости при взаимодействии разреженного газа с поверхностью

*О. А. Аксенова, И. А. Халидов*

(olga@ih6208.spb.edu, khalidov@ih6208.spb.edu)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Главные проблемы при расчете рассеяния атомов газа на шероховатой поверхности — высокая сложность расчетов и трудности учета мелкомасштабной шероховатости.

В последнее время появились работы, развивающие фрактальный подход к моделированию шероховатости в связи с различными техническими приложениями. Такой подход имеет ряд преимуществ как перед детерминированными (неслучайными) моделями шероховатости в виде различных систем плоских элементов, зубцов, ступенек или синусоид, так и перед статистическими моделями, имитирующими поверхность с помощью случайного поля. В настоящей работе одна из фрактальных моделей [1] обобщается и уточняется применительно к аэродинамике разреженных газов. При этом используется предложенное в предыдущей работе [2] распространение с плоского на пространственный случай на основе представления высоты шероховатости  $z(x, y)$  над плоскостью среднего уровня  $(x, y)$  в виде

$$z(r, \phi) = \alpha^{s-1} \sum_{n=1}^{\infty} \beta^{(s-2)n} \psi(\beta^n r + \gamma_n(\phi)),$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  — постоянные параметры,  $\psi$  —  $2\pi$ -периодическая функция,  $\gamma_n(\phi)$  — сдвиг аргумента функции  $\psi$ , зависящий от полярного угла  $\phi$  в плоскости  $(x, y)$ . Однако области значений параметров из-

менены таким образом, чтобы полученная поверхность была дифференцируемой. Это позволило произвести расчет аэродинамических характеристик взаимодействия разреженного газа с поверхностью без использования искусственного доопределения вектора локальной нормали к поверхности [2].

Фрактальный подход позволяет преодолеть важнейший недостаток статистического метода — сложность расчетов, вызванную прежде всего необходимостью вычисления континуальных интегралов, через которые выражаются многие аэродинамические характеристики. Континуальные интегралы при вычислении необходимо аппроксимировать интегралами высокой кратности (до 200).

В то же время преимущество перед детерминированными моделями состоит в возможности учета шероховатости самых малых масштабов, способной значительно усиливать влияние шероховатости на взаимодействие газа с поверхностью.

При расчете методом Монте-Карло предложены простые схемы моделирования шероховатой поверхности и используется возможность аналитического определения точки пересечения траектории атома газа с поверхностью.

1. Blackmore D., Zhou J. A general fractal distribution function for rough surface profiles // *SIAM J. Appl. Math.* 1996. Vol. 56, №6. P. 1694-1719.
2. Аксенова О. А. Фрактальное моделирование шероховатой поверхности при аэродинамическом расчете в разреженном газе // *Аэродинамика*. под ред. Р.Н. Мирошина. 2000. С. 120-129.

### **Improved fractal model of roughness by the interaction of rarefied gas with a surface**

*O. A. Aksenova, I. A. Khalidov*

St. Petersburg State University, Russia

The fractal model of surface roughness proposed in [1] and generalized in [2] is improved to determine exactly the local normal to the surface. The advantages of the fractal model consist in a simplicity of surface modeling in a Monte Carlo computation and in a capability of taking into account the important contribution of a roughness of a smaller scale.

---

## Колебания течения в осесимметричной выемке при сверхзвуковом обтекании

*К. В. Бабарыкин, В. Е. Кузьмина*

(gasdyn@pobox.spbu.ru, marg5e@mail.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

В классе задач по автоколебаниям, возникающим при взаимодействиях потока газа с разного рода преградами, важное место занимает случай возникновения пульсаций течения при натекании равномерного сверхзвукового потока на затупленное тело с выступающей носовой частью (тела с передней срывной зоной). Известны два вида пульсаций на таких преградах. Для пульсаций II-го рода (массорасходные) характерны относительно низкая частота и существенное изменение объема отрывной зоны вследствие периодического затекания газа из основного (периферийного) потока и последующего истечения газа из отрывной зоны. Пульсации I-го рода, или акустические пульсации, характеризуются относительно высокой частотой и малым изменением объема отрывной зоны.

Ключом для понимания автоколебательных процессов на телах с передней срывной зоной на режиме пульсаций I-го рода, традиционно служит описание процесса колебаний в выемке. В выемке с равной высотой стенок, которую обычно и рассматривают, решающую роль в возникновении пульсаций играет вязкость. В то же время наши исследования показывают, что на телах с передней срывной зоной наличие вязкости не является необходимым условием возбуждения пульсаций.

Проведенное нами исследование показало, что наблюдать акустические колебания в выемке в численном моделировании возможно и в невязкой постановке, если несколько изменить геометрию выемки: например, увеличив высоту задней стенки. При значительном увеличении разности высот ступеней фиксируются колебания II-го рода, при относительно небольшом — режимы колебаний I-го рода. Геометрия ступенчатой выемки, вообще говоря, ближе к геометрии традиционно рассматриваемых тел с передней срывной зоной. И на режимах колебаний II-го рода процессы, происходящие в ступенчатой выемке, близки к процессам на цилиндре с иглой, оканчивающейся диском.

Детализация картины течения автоколебаний в выемке на режиме

акустических пульсаций, позволила выявить ряд новых существенных деталей, знание которых необходимо для построения адекватной математической модели явления. Данные расчета показали хорошее совпадение с известными данными эксперимента по качественной картине течения и амплитудно-частотным характеристикам.

### **Supersonic flow oscillations in a cavern**

*K. V. Babarykin, V. E. Kouzmina*

St. Petersburg State University, Russia

A numerical research of the supersonic flowing pulsing modes on axisymmetric bodies of a complicated form is accomplished. Simulation was executed within the ideal gas model. In an open cavern a flow self-oscillations were revealed, when the one side of cavern was higher then other. On the base of obtained data a detailed description of the flow process is presented.

---

### **Собственные функции в клиновидной области для волновых движений жидкости**

*A. H. Бестужева*

(alla@AB6867.spb.edu)

Петербургский государственный университет путей сообщения, Россия

Настоящий доклад посвящен изучению свойств интегрального преобразования, использующегося при получении аналитических решений задач о волновых движениях жидкости над наклонным дном, вызванных начальными, периодическими и движущимися возмущениями.

Проблема была поставлена в рамках линейной дисперсионной теории в области переменной глубины канонического типа, а именно, плоским наклонным дном. В [1] получено автомодельное решение пространственной задачи о неустановившихся волновых движениях жидкости для широкого диапазона изменения угла наклона дна в случае начального условия специального вида. В [2] установлен смешанный спектр собственных функций задачи о волновых движениях жидкости над наклонным дном, найдена полная система собственных функций, соответствующих непрерывному и дискретному спектру. Наличие полной системы позволило построить точные решения

задачи Коши-Пуассона, задачи о волновых движениях жидкости, вызванных перемещением дна и давлением, приложенным к свободной поверхности, а также задачи об источнике [2,3,4,5].

Краевая задача приводится к уравнению Лапласа с краевыми условиями смешанного типа и углом наклона  $\beta = \pi/2n$ ,  $n = 2m + 1$ ,  $m = 0, 1, \dots$

В зависимости от вида условий на дне задача делится на два типа: четная — в случае жесткого наклонного дна (для нее в [2] была найдена полная система собственных функций и доказана теорема разложения произвольной абсолютно интегрируемой функции по граничным значениям собственных функций непрерывного и дискретного спектров) и нечетная — в случае "абсолютно проницаемого" дна.

В работе изучены свойства собственных функций четной задачи, особенно, поведение собственных функций дискретного спектра (краевых волн) в прибрежной зоне. Для нечетной задачи была найдена полная система собственных функций, доказана теорема полноты. Было показано, что результатом теорем полноты является новое интегральное преобразование. В работе были изучены свойства этого преобразования, с этой целью был введен новый оператор, даны определения оригинала, изображения и интегрального преобразования с новым ядром. Доказаны свойства преобразования и расширен класс функций, к которому может быть применено новое интегральное преобразование.

Изученное интегральное преобразование имеет область применимости более широкую, чем рассматриваемый в данной работе класс гидродинамических задач. Оно может быть применено к значительному числу задач математической физики, связанных с клиновидной областью и смешанным краевым условием: теории теплопроводности и диффузии, электростатики и теории фильтрации, акустики и электродинамики.

1. Дорфман А. А. О неустановившихся волновых движениях над наклонным дном // Изв. АН СССР, МЖГ. 1984. #6, С. 65-70.
2. Дорфман А. А. Пространственная задача о неустановившихся волновых движениях в области переменной глубины // Изв. АН СССР, МЖГ, 1986. # 2, С. 104-112.
3. Bestuzheva A. N. and Dorfman A. A. Wave Motions in a Fluid Brought About by Bottom Movement in a Region of Varying Depth // Oceanol-

- ogy. 1990. Vol. 30, #6, P. 681-686.
4. Bestuzheva A. N. and Dorfman A. A. Wave Motions of a Fluid Due to a Moving System of Pressures on an Inclined Bottom // Prikladnaya Mekhanika i Tekhnicheskaya Fizika. 1991. #6, P. 38-44.
  5. Bestuzheva A. N. and Dorfman A. A., Wave Motions Caused by a Source in a Fluid of Variable Depth // J. Appl. Maths. 1991. Vol. 55, #3, P. 332-337.

## **Eigenfunctions in the wedge domain for a wave motion**

*A. N. Bestuzheva*

Petersburg State Transport University, Russia

The properties of the eigenfunctions and an integral transform used to obtain an exact (analytical) solution for a problem of wave motions over an inclined bottom due to either periodical or moving or initial perturbations are studied. The problem is considered by means of the linear dispersion theory for a domain with the variable depth, namely for the flat inclined bottom.

---

## **Применение метода граничных элементов для расчета обтекания насадки гребного винта**

*В. А. Бушковский, А. Ю. Яковлев*  
(krylov@krylov.spb.ru)

ЦНИИ имени акад. А.Н. Крылова, Санкт-Петербург, Россия

В настоящее время основным инструментом расчета судовых движителей служат методы гидродинамических особенностей, позволяющие получить в рамках невязкой несжимаемой жидкости решение, хорошо согласующееся с экспериментом. Среди этих методов одним из наиболее совершенных является метод граничных элементов.

В докладе рассматривается применение метода граничных элементов для расчета взаимодействия насадки с гребным винтом (ГВ). Обтекание лопастей ГВ моделируется с помощью метода несущей поверхности, который хорошо зарекомендовал себя при проведении расчетов традиционных ГВ. При этом учитывается изменение формы пелен свободных вихрей, простирающихся за лопастями ГВ в

насадке, по сравнению со случаем работы ГВ в свободной воде. Расчет обтекания насадки осуществляется с помощью метода граничных элементов. Поскольку насадка представляет собой кольцевое крыло, на ее поверхности распределяются кольцевые особенности типа источника, с искомой плотностью, зависящей от продольной и угловой координат и времени. Внутри поверхности насадки располагается система присоединенных вихрей, суммарная интенсивность которых определяется в процессе удовлетворения постулату Чаплыгина-Жуковского на задней кромке насадки. Пелена свободных вихрей сходит с этой кромки и простирается до бесконечности. Расчет взаимодействия ГВ с насадкой осуществляется итерационным путем.

С помощью предложенной расчетной схемы можно оценить распределение скоростей и давлений на поверхности насадки с учетом их изменения во времени, определить постоянные и переменные составляющие сил и моментов, действующих на ГВ и насадке при работе движителя в неоднородном набегающем потоке за кормовой оконечностью судна.

Точность полученных расчетных оценок подтверждается сопоставлением с экспериментальными данными.

### **Application of boundary element method for calculation a flow around the propeller duct**

*V. A. Boushkovsky, A. Yu. Yakovlev*

Krylov Shipbuilding Research Institute, St. Petersburg, Russia

Calculation of a flow around the duct using Boundary Element Method is submitted in the paper. The flow result from the propeller-duct interaction. The interaction is simulated by an iterative way. The offered computational scheme allows to evaluate velocity and pressure, steady and unsteady forces and moments arising on the propulsor elements in nonuniform inflow behind the ship stern. The accuracy of computational evaluations is confirmed by comparison to experimental data.

---

## О способах профилирования сечений лопастей гребных винтов

Г. А. Васильев, Ю. Н. Карнеев

(krylov@krylov.spb.ru)

ЦНИИ имени акад. А. Н. Крылова, Санкт-Петербург, Россия

При профилировании сечения лопасти гребного винта заданными являются полученные в ходе проектировочного расчета длина хорды, максимальные относительные толщина и ордината средней линии, а также нормированные распределения вдоль хорды толщин и ординат средней линии. При выборе и модификации последних руководствуются соображениями улучшения пропульсивных, прочностных и кавитационных качеств гребного винта. В настоящее время для профилирования широко используются нормированные распределения, полученные на основе данных о базисных формах толщин *NACA 66* и форме ординат средней линии *NACA M.L. a = 0.8*. Эти данные относятся к авиационным профилям с пониженным сопротивлением. Потребность в более полном учете специфики винтовых профилей и подводных крыльев нашла отражение в ряде исследований. Так, Эплером был разработан метод проектирования профилей, основанный на решении обратной задачи, и спроектирован профиль *YS-920* с постоянным разрежением на 80% засасывающей стороны при заданном угле атаки. В докладываемой работе, исходя из табличных значений координат профиля Эплера были получены нормированные распределения толщин и ординат средней линии, а также проведено сравнительное исследование характеристик потенциального обтекания профилей *NACA 66 (MOD)* и *YS-920* уточненным методом типа вихревого слоя. Результаты исследования показали, что при одинаковых относительных толщинах и ординатах средней линии оба профиля имеют практически одинаковые поляры, но у профиля *YS-920* более широкая область кавитационной диаграммы, свободная от кавитации. Последнее позволяет рекомендовать соответствующие нормированные распределения при проектировании гребных винтов.

## About profiling ways of screw propellers blades sections

*G. A. Vasilyev, Yu. N. Karpeev*

Krylov Shipbuilding Research Institute, St. Petersburg, Russia

Results of comparative researches of hydrodynamical characteristics of profiles *NACA 66 (MOD)* and *YS – 920* are represented. The way of profiling using ratio for structure *YS – 920* is recommended.

---

## Аэродинамическая интерференция цилиндров в потоке сжимаемого газа при умеренных числах Рейнольдса

*А. Н. Волков*

(anvolkov@sovintel.spb.ru)

Балтийский государственный технический университет,  
Санкт-Петербург, Россия

Явление аэродинамической интерференции тел, т.е. их взаимодействие через обтекающий их поток газа, широко встречается в естественных условиях и в технических устройствах.

Интерференция двух цилиндров в потоке газа при малых числах Маха, когда сжимаемостью среды можно пренебречь, исследована в [1]. В данной работе рассматривается аэродинамическая интерференция при больших числах Маха, когда сжимаемость существенна и, в частности, в потоке возможно образование локальных сверхзвуковых зон и скачков уплотнения.

Течение газа считалось плоским и описывалось полной системой уравнений Навье-Стокса. Для их численного решения использовались составные блочные сетки, позволяющие рассчитывать течения около произвольной группы цилиндров. Невязкие слагаемые в уравнениях аппроксимировались при помощи *TVD*-схемы, вязкие — при помощи симметричных конечных разностей второго порядка.

Расчеты выполнены для течения около двух одинаковых цилиндров, расположенных по отношению к натекающему однородному потоку тандемом или решеткой. Число Рейнольдса, рассчитанное по параметрам натекающего потока и диаметру цилиндров, было равно 200, а наибольшее число Маха — 0.7. Показано, что в зависимости от

расстояния между цилиндрами в следе за ними может реализовываться несколько качественно различных картин нестационарного вихревого течения. Найдены аэродинамические коэффициенты цилиндров как функции времени, и получена зависимость их амплитуд от расстояния между цилиндрами и числа Маха.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №02-01-06356).

1. Volkov A. N., Tsirkunov Yu. M. Aerodynamic interference of two cylinders in the flow at a moderate free stream Reynolds number // Proc. Fifth World Congress on Computational Mechanics. Vienna. 2002. (Web site <http://wccm.tuwien.ac.at/>). 12 p.

### **Aerodynamic interference of two cylinders in compressible gas flow at a moderate free stream Reynolds number**

*A. N. Volkov*

Baltic State Technical University, St. Petersburg, Russia

The aerodynamic interference of two equal cylinders in the crosswise flow for the free-stream Reynolds number  $Re = 200$  and the Mach number up to  $M = 0.7$  is studied. The 2D unsteady flow is described by the complete Navier-Stokes equations. The combination of the TVD-scheme and the central finite-difference approximation of viscous terms is used for numerical solving of these equations. Calculations were carried out for cylinders arranged in tandem or in lattice. The unsteady vortex flow in the wake behind the cylinders is visualized by massless particles-markers. It was found that several different flow patterns can be observed depending on the distance between cylinders. Time-dependent aerodynamic coefficients were determined, and their amplitudes were found depending on the distance between cylinders and the Mach number.



## Влияние распределения частиц по размерам на структуру пограничного слоя и теплообмен при нестационарном обтекании затупленных тел сверхзвуковым потоком запыленного газа

*А. Н. Волков, В. В. Семенов, Ю. М. Циркунов*  
(anvolkov@sovintel.spb.ru, vvsemionov@hotmail.ru, tsrknv@bstu.spb.ru)

Балтийский государственный технический университет,  
Санкт-Петербург, Россия

Данная работа посвящена численному моделированию нестационарного течения, возникающего, когда установившееся течение в ударном слое при сверхзвуковом обтекании затупленного тела чистым газом возмущается облаком твердых дисперсных частиц, взвешенных в натекающем потоке. Облако считается полубесконечным, а его фронт плоским и ортогональным вектору скорости невозмущенного потока. Эволюция возмущенного течения исследуется вплоть до установления обтекания тела запыленным газом. Основная цель заключалась в изучении влияния распределения частиц по размерам на теплообмен на поверхности тела. Движение полидисперсных частиц примеси описывалось кинетической моделью [1]. Для несущего газа использовалась полная система уравнений Навье-Стокса с дополнительными слагаемыми, учитывающими влияние примеси на течение газовой фазы. Исследованы течения около сферы и цилиндра в диапазоне чисел Маха от 2 до 6. Варьировались параметры функции распределения частиц по размерам и объемная концентрация примеси в облаке. Основные расчеты выполнены при значениях исходных данных, которые соответствуют условиям физических экспериментов [2]. В результате расчетов найдены потоки энергии от газовой и дисперсной фаз к поверхности тел.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №02-01-01201, 02-01-06356).

1. Волков А. Н., Циркунов Ю. М. Кинетическая модель столкновительной примеси в запыленном газе и ее применение к расчету обтекания тел // Изв. РАН, МЖГ. 2000. № 3. С. 81–97.
2. Василевский Э. Б., Осипов А. Н., Чирихин А. В., Яковлева Л. В. Теплообмен на лобовой поверхности затупленного тела в высокоскоростном потоке, содержащем малоинерционные частицы // ИФЖ. 2001. Т. 74, № 6. С. 29–37.

## **Influence of the particles' size distribution on the boundary layer structure and heat transfer in the unsteady supersonic dusty gas flow over a blunt body**

*A. N. Volkov, V. V. Semionov, Yu. M. Tsirkunov*

Baltic State Technical University, St. Petersburg, Russia

Unsteady flow is investigated when steady-state supersonic flow of pure gas over a body is disturbed by a cloud of dispersed particles moving in the free stream. The main aim of the study is to clarify how the particles' size distribution influences the heat transfer at the body surface. The model of two-way coupled gas-particle flow is used. Particle phase flow is described by the kinetic model of collisional "gas" of particles. The complete Navier-Stokes equations with the source terms are used for the carrier gas. Flow over a cylinder and a sphere is studied in the range of the Mach number from 2 to 6. Energy fluxes from the gas and particle phases to the body surface are calculated.

---

## **Метод моделирования крупных вихрей и его применение для расчета слоев смешения**

*К. Н. Волков*

(root@kv7340.spb.edu)

Балтийский государственный технический университет,  
Санкт-Петербург, Россия

Среди основных методов численного моделирования трехмерных турбулентных течений можно выделить прямое численное моделирование (Direct Numerical Simulation), моделирование крупных вихрей (Large Eddy Simulation) и решение осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (Reynolds Averaged Navier-Stokes equations). Метод моделирования крупных вихрей (LES) является перспективным направлением в развитии методов расчета турбулентных течений.

Метод моделирования крупных вихрей (LES) является компромиссным вариантом между DNS и решением RANS. Данный подход ограничивается исследованием течений только в масштабах, превышающих некоторую заданную величину. В методе LES осуществля-

ется решение отфильтрованных по пространству уравнений Навье-Стокса, и разрешается движение только крупных вихрей. Мелкие вихри имеют более универсальную структуру и моделируются при помощи моделей подсеточного масштаба, построенных на основе концепции вихревой вязкости или других рациональных аппроксимаций процессов переноса.

Поскольку LES включает моделирование мелких вихрей, то расчетные сетки и временные шаги могут быть намного больше (примерно на порядок), чем колмогоровские масштабы длины и времени. При фиксированной расчетной памяти возможно достижение более высоких чисел Рейнольдса, чем в DNS.

Решение, полученное с помощью LES, содержит более богатую информацию по сравнению с решением RANS, например, не только характеристики среднего течения и распределения реynольдсовых напряжений, но также и спектральные характеристики и двухточечные моменты.

Возможности LES демонстрируются на примере решения задачи о смешении двух потоков разнородных жидкостей.

### **Large eddy simulation and its application for calculation of mixture layers**

*K. N. Volkov*

Baltic State Technical University, St. Petersburg, Russia

Opportunities of large eddy simulation for calculation of turbulent flows are discussed. Computational resources for large eddy simulation are compared with the same for direct numerical simulation and solution of Reynolds averaged Navier-Stokes equations. As an example, large eddy simulation is used for calculation of mixture layer of miscellaneous fluids.



## Применение пакета STAR-CD для моделирования внутренних турбулентных течений

*К. Н. Волков, С. В. Денисигин*

(root@kv7340.spb.edu)

Балтийский государственный технический университет,  
Санкт-Петербург, Россия

Для моделирования внутренних турбулентных течений используется следующий подход [1]. Сначала проводится решение задачи в ее полной постановке. Затем, используя полученные результаты, формулируется ряд допущений, и строятся упрощенные модели. В результате, получается набор математических моделей, отличающихся друг от друга уровнем схематизации течения и способностью предсказывать те или иные характеристики потока. Сопоставление результатов расчетов в рамках целой совокупности математических моделей позволяет ответить на вопрос о том, насколько правомерно использование той или иной упрощенной модели для воспроизведения характеристик течений в каналах реальных геометрических конфигураций [2].

Для моделирования течений в полной постановке применяются вычислительные пакеты, прошедшие сертификацию и соответствующие международным стандартам на программное обеспечение.

Одним из наиболее мощных и известных вычислительных пакетов, предназначенных для решения задач механики жидкости и газа, является пакет STAR-CD. Пакет STAR-CD разрабатывается фирмой Computational Dynamics Inc и представляет собой конечно-объемный вычислительный комплекс, позволяющий решать задачи практически любого уровня сложности. Открытая архитектура позволяет встраивать и использовать собственные программные коды, написанные на языках Fortran или C, которые дополняют базовую конфигурацию пакета.

Возможность работы в среде пакета STAR-CD V3.100B предоставлена московским представительством фирмы CAD-FEM GmbH.

1. Денисигин С. В., Емельянов В. Н. Моделирование газодинамических процессов в плазматронах с вихревой стабилизацией // Тез. докл. IV Междун. конф. по неравновесным процессам в соплах и струях. Санкт-Петербург. 24-28 июня 2002. С. 23-24.

2. Волков К. Н., Емельянов В. Н. Трехмерные турбулентные течения в каналах со вдувом // Плазмогазодинамика и тепломассоперенос. СПб. 2002. С. 43-53.

### **Application of STAR-CD package to simulation of internal turbulent flows**

*K.N. Volkov, S.V. Denisihin*

Baltic State Technical University, St. Petersburg, Russia

Turbulent internal flows are simulated by the means of STAR-CD package. Peculiarities of a flow are investigated in respect of income and geometry properties. The STAR-CD package is used as a design field. The conducted calculations show the advisability of using STAR-CD package properties on the step of design for optimization of flows parameters in the ducts with complicated shape of cross section.

---

### **Гибкое машущее крыло переменной толщины**

*T. V. Волошинова, B. A. Ершов, E. O. Любимова*

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

При нестационарном движении гибкого крыла вычисляется переменная интенсивность вихревого кольца, располагающегося на крыле. Определяется распределение давления на крыле и деформация крыла.

### **Elastic flapping wing of changing thickness**

*T. V. Voloshinova, B. A. Ershov, E. O. Liubimova*

St. Petersburg State University, Russia

The problem of flapping elastic wing is considered. The deformation of wing is calculated.

---

### О неустойчивости консоли с диполем в потоке

*В. А. Гончаренко, В. И. Гончаренко*  
(gonchavi@brown.kiev.ua)

Авиационный научно-технический комплекс, Киев, Украина

Обосновывается возможность автоколебаний крыла с двигателем вследствие взаимодействия воздушной струи двигателя на режиме реверсирования тяги с набегающим потоком.

Рассматривается следующая модель этой системы. Имеется стержень в виде консоли. Один конец этого стержня упруго закреплен в плоскости качания. На свободном конце стержня закреплен диск в виде круга радиуса  $a$ . Плоскость круга перпендикулярна оси стержня. По поверхности диска распределены элементарные диполи, оси которых параллельны оси стержня и одинаково направлены против потока. Эта механическая система находится в набегающем потоке. В невозмущенном положении ось стержня направлена вдоль потока. После возмущения положения стержня появляется угол между осью стержня и направлением набегающего потока. Потенциал диска, по поверхности которого равномерно распределены диполи с суммарным моментом  $m$ :

$$V(r, \theta) = -\frac{m \cos \theta}{4\pi \pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{\rho} (\rho + r - a \sin \theta \cos \phi),$$

где  $\rho = \sqrt{a^2 - 2ar \sin \theta \cos \phi + r^2}$ .

Построены линии тока идеальной несжимаемой жидкости и выполнена оценка характера обтекания этой системы. При наличии угла атаки поток не является осесимметричным. В этом случае со стороны потока на диск действует момент сил. По причине отставания по фазе момента от угла атаки возможна колебательная потеря устойчивости системы.

Вследствие нелинейностей реальной системы рассматриваемая система является потенциально автоколебательной.

## Instability of a cantilever with the dipole in a forward flow

*V. A. Goncharenko, V. I. Goncharenko*

Aeronautical Scientific-Technical Complex, Kyiv, Ukraine

The physical essence of the mechanism of a feed-back of perturbed motion of the aircraft propeller in a plane of its rotation with a force in same plane is uncovered. Such exotic feed-back causes a potential self-excitability of a mechanical system with the airscrew in a plane of possible vibrations of an axes at a thrust reversal of the propeller.

---

## Структура экранирующего электрического поля вблизи проводящей поверхности в разреженной плазме

*Ю. Ф. Гунько*

(gunko@ammp.ioffe.rssi.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Для решения целого ряда задач ионосферной аэродинамики требуется знание структуры течения вблизи поверхностей покоящихся и движущихся в плазме тел. Структура определяется физическими полями, существующими в приповерхностном слое. Такими полями являются поля концентраций частиц различного сорта, поля скоростей, электрические и магнитные поля и т. д.

Задача об определении указанных величин вблизи поверхностей КА и ИСЗ имеет много общего с классической задачей о прохождении термоэлектронного (термоионного) тока через вакуумный диод. Сравнительный анализ этих двух задач, ориентированный на цели ионосферной динамики, и являлся одной из целей данной работы. Основной метод исследования, который при этом использовался, — анализ решения различных тестовых или модельных задач, рассматриваемых в порядке возрастания сложности.

В работе продемонстрирована связь между структурой поля течения и электрического поля, их согласованный характер. Для простейших случаев определены условия, при которых течение будет носить стационарный устойчивый характер.

## The structure of shielded electric field in rarefied plasma near by the conductive surface

*Yu. F. Gunko*

St. Petersburg State University, Russia

The structure of shielded electric field in rarefied plasma near by the plane conductive surface is studied. The influence of different assumptions about the plasma characteristics and features of plasma interaction with surface on the electric field structure is considered. For some cases it was found the conditions when the plasma flow would be stationary.

---

## Неньютоновская модель крови и легкого

*О. П. Далевская, О. Н. Фомина, В. А. Цибаров*

(Olga.Fomina@pobox.spbu.ru, fluid@niimm.spb.su)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Результаты работы основаны на стохастическом подходе публикаций [1–3]. Подобно [3] кровь рассматривается как гетерогенная степенная жидкость, текущая внутри сосуда с переменной и подвижной границей. В граничных условиях явно учитываются упругие свойства стенок сосуда. Это позволяет связать свободные параметры в решении из [3] с упругими свойствами сосуда. В частности, произвольный параметр в решении для продольной скорости крови связать с ее средней скоростью и со скоростью пульсовой волны.

Легкое рассматривается как упругая среда при наличии газодинамического давления. Граница легкого — упругая среда. Применяется метод оптимизации по переменной и подвижной границе. Сложность формы легкого не позволяет решить задачу в полном объеме. Поэтому рассматриваются некоторые качественные модели, обусловленные выбором формы легкого (дышащая сфера, эллипсоид с полуосями, зависящими от времени и т.п.)

В качестве граничных условий в рассматриваемых задачах выбираются смешанные граничные условия скачкообразного типа.

1. Цибаров В. А. Кинетический метод в теории газозвесей. СПб, 1997.

2. Цибаров В. А. Кинетика и гидродинамика неньютоновских жидкостей // Труды XIV сессии международной школы по моделям механики сплошной среды. 1998. С. 251-260.
3. Фомина О. Н., Цибаров В. А. Гемодинамика отрезка сосуда // Вторые Поляховские чтения: Избранные труды. 2000. С. 179-189.

## Non-Newton models of blood and a lung

*O. P. Dalevskaya, O. N. Fomina, V. A. Tsibarov*

St. Petersburg State University, Russia

Blood is considered as power heterogeneous medium. A lung is examined as heterogeneous medium too. The stress tensor in the lung is algebraic sum of gas pressure and elastic stresses.

---

## Нестационарные каналные потоки с энергомассоподводом

*В. Н. Елисеевко, В. Н. Емельянов*

(kaf\_m4@bstu.spb.su, root@ev.spb.su)

Балтийский государственный технический университет,  
Санкт-Петербург, Россия

Методами математического моделирования исследуется система взаимосвязанных процессов различной физической природы, протекающих в канале при импульсном подводе в систему энергии и массы.

Развивающиеся нестационарные течения в изменяющихся по форме и размеру областях протекают в условиях высоких давлений и температур, что определяет специфику протекающих в этих условиях газодинамических процессов.

Особый интерес представляют эффекты, связанные с взаимодействием нестационарных газодинамических процессов, сопровождающихся образованием и развитием интенсивных ударных волн и процессов развития и распространения деформаций в оболочке канала, а также процессов возможного термического разложения материала стенки канала.

Построен ряд математических моделей, описывающих как процесс в целом, так и отдельные его элементы. Для описания внутренних

течений в каналах используется модель квазиодномерного течения с учетом факторов энергоподвода, массоподвода и процессов диссоциации и ионизации рабочего тела при высоких температурах. Расчетная схема строится по методу конечного объема (типа Годунова), в которой потоки через границы ячеек определяются на основе решения задачи распада разрыва с учетом эффектов реальности протекающих газодинамических и термодинамических процессов. Процессы, протекающие в стенках каналов, описываются на основе связанной задачи термоупругости.

На основе разработанных средств математического моделирования проведено систематическое исследование нестационарных газодинамических течений и процессов в оболочках каналов, протекающих в устройствах такого типа при различных видах импульсного нагружения.

Рассмотренный круг задач имеет приложения к проблеме оптимизации параметров систем высокоскоростного метания. Исследования теоретического плана позволят выбрать характеристики материалов, разработать схему временной и пространственной реализации энергоподвода и провести оценку параметров импульсного процесса в условиях взаимосвязи факторов различной физической природы.

### **Non-stationary canal flows with the supply of energy and mass**

*V. N. Eliseenko, V. N. Emelyanov*

Baltic State Technical University, Saint Petersburg, Russia

The system of interconnected processes taking place in a canal in the presence of the impulse supply of energy and mass to the system is analyzed. Processes of different physical nature are considered. A number of mathematical models is formed which describe both a whole process and its separate elements.



## **Аэродинамическое проектирование каналов на основе решения последовательности прямых задач**

*В. Н. Емельянов, А. В. Пустовалов*  
(kaf\_m4@bstu.spb.su, a\_pstv@mail.ru)

Балтийский государственный технический университет,  
Санкт-Петербург, Россия

Существует широкий круг задач, в которых возникает потребность управления волновой структурой струи. Такое управление может быть достигнуто путем изменения формы канала, обеспечивающего требуемые характеристики потока на срезе. Построение контура канала является одной из основных проблем при решении таких задач.

В данной работе предлагается подход к численному решению задач проектирования и оптимизации каналов, обеспечивающих требуемые характеристики потока. Общая схема решения будет состоять из следующих шагов: задается профиль канала, рассчитывается течение в канале и определяются характеристики потока на срезе, определяется их рассогласование с требуемыми значениями и, если согласование не удовлетворяет требуемой точности, то производится корректировка формы профиля. Такой алгоритм легко формализуется на основе известных методов оптимизации. Форма сопла определяется кривыми Безье или сплайнами с набором параметров, варьируя значениями которых можно получить те или иные характеристики потока на срезе.

Этот подход был применен в работе при проектировании сопел для аэродинамических окон, которые применяются в мощных лазерных установках. Используемые в установке сверхзвуковые сопла должны формировать струю с распределением скорости поперек потока, характерным для свободного вихря. При решении данной задачи, в качестве целевой функции использовался скалярный критерий, представляющий собой норму рассогласования расчетного и требуемого профилей скоростей на срезе сопла. Проектирование контура сопла свелось к задаче параметрической оптимизации для данной целевой функции. Для оптимизации формы канала использовался метод градиентного поиска. Необходимые для расчетов производные находились из решения газодинамических задач с базовыми и прира-

ценными значениями параметров.

В качестве основного расчетного алгоритма использовался метод конечного объема с расчетом потоков по схеме распада разрыва. Методы объектно-ориентированного программирования позволили создать эффективные вычислительные структуры для данного круга задач.

### **Aerodynamic projecting of canals on the basis of solving a sequence of direct problems**

*V. N. Emelyanov, A. V. Pustovalov*

Baltic State Technical university, St. Petersburg, Russia

Problems dealing with projecting and optimization of the canals which provide the flow characteristics required are discussed. The approach to the numerical solution of such problems is suggested.

---

### **Задачи гидроупругости — применение вариационного принципа конформных отображений**

*Б. А. Ершов, Г. А. Кутеева*

(galina.kuteeva@gk1662.spb.edu)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Вариационный принцип конформных отображений предложен в работах М. А. Лаврентьева и Б. В. Шабата. Применение этого принципа иллюстрируется на задачах о деформации контуров в потоке идеальной несжимаемой жидкости.

### **Problems of hydroelasticity — application of variational principle of conformal mapping**

*B. A. Ershov, G. A. Kuteeva*

St. Petersburg State University, Russia

The variational principle of conformal mapping is offered by M. A. Lavrent'ev and B. V. Shabat. We use this method to the plane problems of hydroelasticity: the deformation of shell inside the ideal incompressible fluid.

---

**Прямые скачки уплотнения в диссоциирующем газе**

*О. В. Жаркова, М. А. Рыдалевская*  
(fluid@niimm.spb.su)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Рассматриваются прямые скачки уплотнения в диссоциирующем газе. Различные физико-химические процессы идут с разными скоростями. Это позволяет разделить ударную волну на релаксационные зоны. В докладе получены обобщенные условия совместности Рэнкина – Гюгонио на границах каждой зоны. Можно рассмотреть зоны RT-релаксации, частичной химической релаксации, зоны перехода к состоянию нового локального равновесия. При последовательном расширении рассматриваемых релаксационных зон определяется влияние различных процессов на газодинамические параметры в ударной волне.

**Plane shock waves in dissociating gas**

*O. V. Zharkova, M. A. Rydalevskaya*

St. Petersburg State University, Russia

Plane shock waves in dissociating gas are considered. Diverse physico-chemical processes proceed with different rates. In allow to divide the shock wave into relaxation zones. In the report generalized equations of Hugoniot – Rankine type on the boundaries of each zone are obtained. One may consider zones of RT-relaxation, of partial chemical relaxation, of transition to the state of new local equilibrium. Enlarging consequently the examined relaxation zones the influence of different processes on gasodynamic parameters in shock waves is determined.

---

**Параллельные вычисления и метакомпьютинг с динамической балансировкой для численного решения задач газовой динамики**

*С. Е. Журавлева, В. К. Лысов, В. П. Мемнонов*  
(lysov@paloma.spbu.ru, pokusa@star.math.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

В связи с тенденцией к миниатюризации в современных технических устройствах теперь нередко встречаются течения, в которых

линейные размеры  $R$  могут приближаться к длине свободного пробега молекул  $l$  в воздухе уже при обычном атмосферном давлении. Поэтому число Кнудсена  $Kn = l/R$  становится порядка единицы. Для исследования таких течений в переходном режиме естественно использовать метод прямого статического моделирования (ПСМ) Монте-Карло. В докладе рассматриваются две подобные задачи: течение в плоском канале, который соединяет два очень больших резервуара с разными давлениями, а также течение в плоском канале с подвижными и непараллельными стенками, который представляет собой модель течения между магнитной головкой и жестким диском в системе магнитной записи винчестерного типа. Для преодоления присущего методу ПСМ статистического рассеяния вычисления должны проводиться с очень большой выборкой. Поэтому использовались параллельные вычисления на высокопроизводительных кластерах и в отдельных случаях, для достижения еще большей производительности, с помощью Интернет-канала образовывался мета-компьютер присоединением еще одного кластера из Института высокопроизводительных вычислений и баз данных. При этом с помощью разработанной нами системы динамической балансировки удалось достигнуть весьма высокой эффективности загрузки процессоров в кластерах такого мета-компьютера. Эта эффективность была всего на 2-3 процентов ниже, чем при работе на одном кластере без Интернет-коммуникаций.

В докладе приводятся полученные зависимости параметров в обеих рассматриваемых задачах, а также количественные характеристики эффективности работы образуемого мета-компьютера.

### **Parallel cluster computing and metacomputing with dynamic load balancing for numerical solution of gasdynamic problems**

*S. E. Zhuravleva, V. K. Lysov, V. P. Memnonov*

St. Petersburg State University, Russia

Flows in the transitional regime are often met in contemporary high technological devices. For their study it is convenient to use direct simulation Monte Carlo (DSMC) method. Two such problems are considered in the paper. Flow in a two-dimensional channel which connects two very large reservoirs with different pressures. And also a two-dimensional problem of gas flow in an ex-

tremely narrow channel with an inclined upper wall and moving lower one. This is a model of gas film lubrication which occurs in modern magnetic disk storage, now being under development. For overcoming inherent to DSCM statistical scattering the simulations should be carried out with very large samples. This was accomplished by using parallel cluster computing. In order to enlarge the performance of the particular cluster at our disposal sometimes we had connected it through Internet 1Mb/s channel with some other one. We have developed the special dynamic load balance (DLB) technique for such a meta-computer which allowed us to reach high efficiency for using of every processor in both clusters, in spite of them being moreover heterogeneous. Space and time distributions of different flow parameters in both problems are presented in the paper as well as quantitative evaluation of performance efficiency for obtained meta-computer.

---

### **Математическое моделирование пространственного движения судна в условиях ограниченного фарватера**

*В. И. Зайков*

(Vladimir.Zaikov@pop3.rcom.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет  
водных коммуникаций, Россия

В основу предназначенной для навигационных тренажеров математической модели управляемого движения судна в условиях ограниченного фарватера положена отличная от обычно используемой технология. Предложена оригинальная система модифицированных гидродинамических характеристик, представление всех гидродинамических сил и характеристик двигателей даны в форме сеточных функций с последующей сплайн интерполяцией, разработаны доступные методы подготовки баз данных, обеспечивающие возможность их применения для новых типов судов, учитываются дополнительные силы, обусловленные действием гидрометеорологических факторов.

Разработка математической модели управляемого движения судна представляет собой решение проблемы идентификации, т.е. математического воспроизведения весьма сложной динамической системы,

какой является маневрирующее судно. Такая математическая модель основана на решении системы дифференциальных уравнений движения судна и вращения гребных винтов при любом эксплуатационном маневре. Уравнения должны учитывать все силы и моменты, действующие на корпус судна и его движительно-рулевой комплекс при работе в условиях переменного мелководья, ветра, волнения, течения и гидродинамического контакта с другими судами, когда они находятся в непосредственной близости друг к другу, плавания на мелководье и т.д.

Специфика математической модели движения судна по ограниченному фарватеру сводится к учету присоединенных масс, величины которых зависят от относительной глубины водного пути, турбулентной структуры течения на основе гипотезы о "замороженной" турбулентности Тейлора, дополнительных сил и моментов воздействия локально-неравномерного течения на судно, имеющих инерционную природу и определяющихся относительным ускорением и ускорением Кориолиса, макротурбулентных вихрей ветра на основе спектров Драйдена, гидродинамических сил, возникающих при движении судна вблизи бровки подходного канала, частотно-углового спектра нерегулярного волнения и редуцированных коэффициентов, учитывающих затухание волновых давлений и определяющихся соотношениями размеров судна и глубины фарватера, а также курсовым углом по отношению к вектору скорости их распространения, сил волнового дрейфа, которые обусловлены влиянием скоростей орбитального движения частиц жидкости в волне, зависящих от глубины акватории.

Разработанная математическая модель реализована в навигационных тренажерах, функционирующих в России и во многих зарубежных странах.

1. Zaikov V. I. Mathematical Model for Ship Controlled Motion in Manoeuvring under the Conditions of Shallows, Winds and Flows. Computer Technique and Advanced Scientific Instrumentation in Ship Hydrodynamics // Proceedings of the 13<sup>th</sup> SMSSH, Vol. 1, Varna. 1984. Report #95. P. 1-5.

## Mathematical model of controlled ship motion on the bounded waterway

*V. I. Zaikov*

St. Petersburg State University for Water Communication, Russia

Quite different technology in comparison with the models used before lies in the basis of the mathematical model of the controlled ship motion on the bounded waterway realized in the navigation simulators. This technology has the following specific peculiarities: using of the original system of the modified hydrodynamic characteristics; setting of all hydrodynamic forces and characteristics of the engine in the form of net functions (tables) with spline-interpolation followed; simplified methods of data base preparation for introducing the new types of the modelled ships; including of the additional factors of the environment.

---

## Численное моделирование трехмерного трансзвукового турбулентного течения в турбинной решетке

*Н. Г. Иванов, Е. М. Смирнов, Д. С. Тельнов*

(aerofmf@citadel.stu.neva.ru)

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, Россия

Представлены результаты численного моделирования трехмерного трансзвукового турбулентного течения через решетку профилей, использовавшуюся в экспериментах, относимых к числу образцовых [1]. Число Рейнольдса, построенное по размеру осевой хорды, составляло  $1.0 \times 10^6$ , отношение шага решетки к хорде равнялось 1.024, а высоты к хорде - 1.2. Значения числа Маха на входе и выходе составляли 0.38 и 0.97.

Принималось, что течение описывается системой стационарных трехмерных уравнений Навье - Стокса, осредненных по Рейнольдсу. Для моделирования турбулентного переноса была применена модель турбулентности Спаларта - Аллмараса, предусматривающая решение уравнения переноса для вихревой вязкости.

Для проведения вычислений использовались коммерческая система Fluent 5.5, установленная на компьютерах Центра высокопроизводи-

тельных вычислительных технологий СПбГПУ, и исследовательский программный комплекс SINF, разработанный сотрудниками кафедры гидроаэродинамики СПбГПУ. В обеих программах дискретизация пространственных операторов уравнений сохранения выполнена по методу конечного объема со вторым порядком точности. Размерность используемой в расчетах по двум программам идентичной сетки составила примерно 360 тыс. ячеек.

Проведено сопоставление результатов, полученных по двум программам, как между собой, так и с экспериментом. Сравнение с экспериментом показало, что вычисления хорошо воспроизводят существенно трехмерную структуру течения с подковообразным, канальным и угловыми вихрями, а также локальные и интегральные характеристики потерь полного давления. Особенности течения и локальные характеристики потерь полного давления в решетке воспроизводятся в расчетах по двум программам с одинаковым качеством. Результаты расчетов коэффициента трения на торцевой стенке также хорошо согласуются друг с другом.

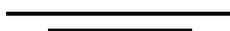
1. Giel P. W., Thurman D. R., Lopez I., et al. Three-dimensional flow field measurements in a transonic turbine cascade // ASME-Paper 96-GT-113, P. 14.

### **Numerical simulation of three-dimensional transonic turbulent flow in a turbine cascade**

*N. G. Ivanov, E. M. Smirnov, D. S. Telnov*

St. Petersburg State Polytechnic University, Russia

Results of 3D computations of turbulent flow in a transonic turbine cascade used in the measurements by Giel et al. (1996) are presented. Numerical studies were performed using the commercial code Fluent 5.5 and the in-house code SINF. The computational results obtained with two codes using an identical grid of about 360,000 cells are almost similar. The agreement of the computed and available measured data on flow field and total pressure losses is quite satisfactory.



## Взаимодействие ударной волны и волны Римана

*К. А. Карасев, В. Н. Усков*

(kaf\_m4@bstu.spb.su, uvn@peterlink.ru)

Балтийский государственный технический университет,  
Санкт-Петербург, Россия

Взаимодействие ударной волны ( $\overrightarrow{D}$ ) и волны разрежения Римана ( $\overrightarrow{R}$ ) рассматривается на примере задачи о движении поршня в трубе постоянного сечения при внезапном уменьшении скорости, когда на его траектории имеются угловые точки.

Догоняющая  $\overrightarrow{D}$ -волну  $\overrightarrow{R}_c^r$ -волна возникает при торможении поршня. Если же поршень после торможения начнет перемещаться в противоположном направлении, то волна разрежения является более интенсивной. В этом случае  $\overrightarrow{R}_c^r$ -волну догоняет  $\overrightarrow{D}_2$ -волна, которая образуется при внезапном торможении поршня. Такая ситуация складывается у левого торца поршня при его перемещении вдоль оси  $x$ . Из рассмотренных случаев видно, что имеется два принципиально различных случая взаимодействия  $D$  и  $R_c^r$ -волн одного направления: интерференция  $\overrightarrow{D} + \overrightarrow{R}_c^r$ , волна разрежения догоняет ударную волну; интерференция  $\overrightarrow{R}_c^r + \overrightarrow{D}$ , при которой ударная волна догоняет волну разрежения.

Общим свойством этих видов интерференции является наличие ограниченных областей автомодельных и однородных течений.

Таковыми областями являются части течений внутри волн разрежения, ограниченные исходящими из точек интерференции или входящими в них криволинейными характеристиками волн Римана, а также области покоящихся сред или равномерных потоков за бегущими волнами и т.п. Начиная с этих точек скорости  $\overrightarrow{D}$ -волн перестают быть постоянными, а интенсивности этих волн начинают изменяться. Течения за ударными волнами с криволинейными траекториями являются неизэнтропными и могут быть рассчитаны только численными методами (например, методом характеристик). Однако многие параметры течений в указанных задачах могут быть определены на основе точных решений задач нестационарной гидродинамики.

Задача о движении поршня с внезапным изменением скорости и направления движения рассматривалась Г. Г. Черным [1]. Делалось допущение, что скорости поршня до и после изменения направления

движения настолько малы по величине сравнительно со скоростью звука в первоначально покоившемся газе, что возникающие ударные волны можно считать слабыми.

Получены решения представленных задач с использованием плоскости интенсивностей волн  $(\Lambda, V)$ , где  $\Lambda$  — логарифмическая интенсивность соответствующих волн,  $V$  — аналог числа Крокко (отношение скорости поршня к максимально возможной скорости нестационарного истечения газа в пустоту, [2]), позволяющие рассчитывать интерференцию волн Римана и ударных волн любой интенсивности.

1. Черный Г. Г. Газовая динамика: Учебник для университетов и вузов. М., 1988. 424 с.
2. Усков В. Н. Бегущие одномерные волны. СПб., 2000. 224 с.

## Interaction of a shock wave and a Riemannian wave

*K. A. Karasev, V. N. Uskov*

Baltic State Technical University, Saint Petersburg, Russia

Interaction of a shock wave and a Riemannian wave is investigated. The problem about motion of a piston in the tube with a constant cross section at sudden decrease of the speeds is considered. It is supposed that there are angular points on its trajectory.

---

## Разделение эмульсии в фильтре с коалесцирующей загрузкой

*Г. В. Кочерыженков, С. К. Матвеев, Д. В. Пчелинцев*  
(smat@rambler.ru15)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Математическая модель разделения воды и эмульгированных в ней нефтепродуктов основана на представлении фильтра как системы капилляров, диаметр которых определяется так, чтобы отношение поверхности пор к их объему совпадало с реальным. Предполагается, что по гидрофобной поверхности капилляров течет пленка из коалесцированной примеси, а в центре капилляров — эмульсия. Зависимость интенсивности массообмена эмульсии с пленкой за счет коалесценции капель считается известной из экспериментов.

Выведены уравнения для степени очистки воды от примеси и толщины пленки нефтепродуктов, позволяющие получить зависимость этих параметров от времени работы фильтра и тем самым оценить его ресурс.

### **Emulsion separation by filter with coalescent charge**

*G. V. Kocheryzhenkov, S. K. Matveev, D. V. Pchelintsev*

St. Petersburg State University, Russia

Mathematical model of separation of water and oil from oil-to-water emulsion is based on representation of the filter as system of capillaries. Diameter of the capillaries is selected to keep ratio of the pore area to its volume equal to the ratio of real pores. It is supposed that oil film flows along hydrophobic surface of the capillary and emulsion flows at the center of capillary. Dependence of rate of mass transfer of emulsion with the oil film at the expense of drops coalescence is considered to be known from experiments.

It were derived equations for water separation efficiency and oil film depth that gives the opportunity to get these parameters time dependence from filter operation time and to estimate filter service life.

---

### **Коэффициенты скорости диссоциации в сильно неравновесных потоках реагирующих газов**

*E. B. Kustova, E. A. Naghibeda*

(elena\_kustova@mail.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Коэффициенты скоростей неравновесных химических реакций необходимы для решения уравнений химической и колебательной кинетики и, следовательно, для корректного определения газодинамических параметров неравновесных течений реагирующих газов. Наиболее точное описание течений с замедленной колебательной релаксацией и химическими реакциями строится на основании поуровневого приближения. Неравновесная колебательная кинетика в различных течениях исследовалась в [1], в результате были получены небольшие поуровневые колебательные распределения. В настоящей работе на основании этих распределений изучаются осредненные коэффициенты скорости диссоциации в потоках газов за ударными волнами, в пограничном слое, в соплах. Показано важное

влияние неравновесной колебательной кинетики на эти коэффициенты и их существенное отличие от наиболее часто используемых в литературе термически равновесных коэффициентов Аррениуса. Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №02-03-42044).

1. Кустова Е. В., Нагнибеда Е. А. Неравновесная кинетика и процессы переноса в потоках реагирующих газов. Теория и приложения // Гидроаэромеханика. Под ред. В.Г. Дулова. 1999. С. 147-176.

## **Dissociation rate coefficients in strongly non-equilibrium reacting gas flows**

*E. V. Kustova, E. A. Nagnibeda*

St. Petersburg State University, St. Russia

Non-equilibrium dissociation rate coefficients are studied on the basis of state-to-state kinetic theory approach. State-to-state vibrational and chemical kinetics in various reacting gas flows (behind a shock wave, in a boundary layer, in a nozzle) has been investigated, and averaged dissociation rate coefficients have been calculated using non-equilibrium vibrational distributions. An essential deviation of non-equilibrium rate coefficients from the widely used thermal equilibrium Arrhenius coefficients is found.

---

## **Определение свободной поверхности жидкости в движущемся сосуде с упругой вставкой асимптотическим методом**

*Г.А. Кутеева*

(galina.kuteeva@gk1662.spb.edu)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Рассматривается прямоугольный сосуд с жидкостью, который совершает заданное движение по гармоническому закону. Задача плоская. Внутри сосуда — идеальная несжимаемая жидкость, движение которой потенциальное. Дно и одна из стенок сосуда — жесткие. Другая стенка содержит упругую вставку. Высота невозмущенной жидкости совпадает с размером упругой вставки. Предполагается, что крышка сосуда находится настолько высоко над свободной поверхностью жидкости, что жидкость не ударяется о крышку.

Используется метод разделения переменных и метод Бубнова - Галеркина. С помощью множителей Лагранжа вводятся условия связи — нелинейное кинематическое условие на упругой поверхности и линейное условие сохранения объема жидкости в сосуде. Рассматривается первая форма колебаний системы.

Решение полученной нелинейной системы относительно обобщенных координат проведено асимптотическим методом без учета внутреннего трения в материале упругой вставки и с учетом внутреннего трения.

### **Obtaining of fluid free surface in a moving container with elastic part by asymptotic technique**

*G. A. Kuteeva*

St. Petersburg State University, Russia

A rectangular container (tank) filled partly by an inviscid incompressible fluid is considered. One of the tank wall contains the elastic part. Other parts of the construction are rigid. The tank is forced to horizontal (surge) oscillating. The obtaining of fluid free surface is studied by asymptotic technique. The first mode of oscillation is used. Two cases of the problem are analyzed: without internal friction in a material of the elastic part and with this friction.



### **Аналитическое описание движения корабля на волнении**

*К. В. Мануйлов, Н. П. Мостовский*

(elena@tech.spb.ru)

ОАО "СПб-Технология", Санкт-Петербург, Россия

ФГУП "Конструкторское бюро специального машиностроения",  
Санкт-Петербург, Россия

При движении курсом, косвенным по отношению к фронту волны, корабль представляет собой тяжелое твердое тело, вращающееся (качающееся) около неподвижной точки под действием внешних сил, заставляющих его центр тяжести описывать относительно этой точки в общем случае пространственную кривую, не лежащую на

сфере [1]. Уравнения движения корабля суть уравнения Эйлера

$$A_i D\omega_i + (A_k - A_j)\omega_j\omega_k = \sum_{m=1}^3 F_{x_m}(x_{j0}\alpha_{m3} - x_{k0}\alpha_{m2}),$$

в которых координаты центра тяжести  $x_{i0}$ , моменты инерции  $A_i$  и составляющие равнодействующей внешних сил  $F_{x_i}$  являются периодически изменяющимися величинами. Их точные решения суть тригонометрические функции алгебраической кривой рода два представляющие собой отношения абелевых функций от двух переменных [2].

Ввиду периодического изменения величин они являются функциями пяти переменных — двух аргументов и трех модулей, а уравнения имеют вид

$$A_i D\omega_i + (A_k - A_j)\omega_j\omega_k = \Delta\omega_i + \sum_{m=1}^3 F_{x_m}(x_{j0}\alpha_{m3} - x_{k0}\alpha_{m2}) + [\varphi(x_i, t)],$$

где стоящие справа в квадратных скобках слагаемые являются функциями квазипериодическими, отображающими как нелинейный характер колебаний так и неперiodичность их, даже при задании внешних сил периодическими функциями, что полностью соответствует реально наблюдаемым явлениям.

Снятие требования Эйлеровой жесткости дает аналитическое описание колебаний корпуса корабля, вызванных периодическим изменением его эллипсоида инерции, для полноты которого требуется найти вторые субстанциональные производные от угловых скоростей, то есть построить волновые уравнения, содержащие производные четвертого порядка по переменным.

1. Крылов А. Н. Качка корабля. Собрание трудов ак. А.Н. Крылова, Т. XI. М.- Л., 1951.
2. Лодыженский В. К. Вынужденное движение твердого тела вокруг неподвижного центра тяжести и неподвижной точки. 2001.
3. Ильина Л. П., Мануйлов К. В. Курс лекций по ТФКП и эллиптическим функциям. СПб, 2002.

## The analytical description of the ship motion

*K. V. Manujlov, N. P. Mostovskij*

"SPb-Technology", St. Petersburg, Russia

"Design Office of Special Engineering", St. Petersburg, Russia

The equations of rigid body motions are given for the case of center of gravity and center of rotations moving around a fixed point along with space curves not lying on the sphere.

---

## Выбор характерного размера в теории локального взаимодействия

*Р. Н. Мирошин*

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Полуэмпирическая теория локального взаимодействия (ТЛВ) [1] предназначена для быстрой оценки интегральных характеристик (сил, моментов, средней температуры поверхности и т. д.) тел, движущихся в некоторой среде, например, аэродинамических характеристик в разреженном газе. Она ведет свое начало от И. Ньютона (формула Ньютона), но оформилась в отдельную теорию лишь в конце прошлого века, приобретя статус оперативного инструмента для решения задач на стадии эскизного проектирования летательных аппаратов с большей точностью, чем анализ размерностей, но не такого трудоемкого, как численное решение задач обтекания. В повышении точности расчета по ТЛВ важную роль играет выбор характерного размера тела, входящего в характеристики течения (число Рейнольдса, Кнудсена и т. д.), от которых зависят эмпирические коэффициенты (коэффициенты режима) ТЛВ, и нужно так определить этот размер, чтобы коэффициенты режима не зависели от формы тела. Мы выясняем этот вопрос, разложив интегральную характеристику в ряд по малому углу атаки. Коэффициент при первом члене ряда (площадь "освещенной" поверхности) используется для приведения интегральных характеристик различных тел к одному значению, а при втором — для определения характерного размера течения. Разброс экспериментальных данных для коэффициента сопротивления различных тел в газе при таком определении существенно уменьшается (дисперсия уменьшается в три раза).

1. Мирошин Р. Н., Халидов И. А. Теория локального взаимодействия. Л., 1991.

### **On option of representative size in theory of local interaction**

*R. N. Miroshin*

St. Petersburg State University, Russia

The semi-empiric theory of local interaction is reviewed. The importance of choice of the representative size of a body is emphasized for increasing the accuracy of calculations. It is noted that the size is to be defined so that the coefficients of a regime do not depend on the shape of a body.

---

### **Метод расчета гидродинамических характеристик гребного винта, работающего при больших углах скоса набегающего потока**

*Л.А. Мухина*

(krylov@krylov.spb.ru)

ЦНИИ имени акад. А.Н. Крылова, Санкт-Петербург, Россия

Применение вихревой теории к методам расчета гидродинамических характеристик судовых гребных винтов подтвердило идеи Н. Н. Поляхова о целесообразности и практической ценности этого направления науки. Задача гидродинамического расчета гребного винта при больших углах скоса потока, решение которой необходимо для оценки сил, действующих на гребной винт в процессе маневрирования судна, рассматривалась как продолжение развития вихревых методов, начатого в институте в 1960-х годах. Так, к 1987г. был разработан численный метод, основанный на вихревой схеме несущей поверхности, при этом пелена за движителем направлена по потоку и применяется метод последовательных приближений. Поскольку при углах скоса потока, больших  $30^\circ$ , допущение о развитии следа строго по потоку становится неверным, в этом случае предлагается учитывать закрутку пелены и криволинейность ее формы. Проведенные ранее в опытном бассейне ЦНИИ им. акад. А. Н. Крылова испытания по исследованию траектории струи гребного винта в сносящем потоке позволили на основе обработанных

данных при различных углах поворота винта относительно набегающего потока и различной его скорости движения получить аналитическую зависимость начального угла скоса потока, отклоняемого лопастями, от нагрузки движителя при углах между осью и набегающим потоком  $20 - 90^\circ$ . Предлагаемый расчетный метод, реализованный на персональном компьютере, проверен на моделях гребных винтов различных серий, для которых имеются экспериментальные данные по коэффициентам продольной, поперечной силы и крутящего момента.

### Calculation method of the propeller hydrodynamic characteristics at large drift angles

*L. A. Moukhina*

Krylov Shipbuilding Research Institute, St. Petersburg, Russia

The computational method is developed for determination of forces and moments operational on the propeller at drift angles up to  $90^\circ$ . The lifting surface method is applied, thus the curling of a slip-stream and curvilinearity of its shape is taken into account. The accuracy of the method is confirmed by comparison of calculation outcomes with experiment.

---

### Неплоский судовой руль — изобретение, выполненное совместно с Н. Н. Поляховым (ст.) (патент Украины №43381 от 17.12.2001)

*В. И. Николаев*

Николаевская Аграрная академия, Украина

Разработана новая форма пера судового руля. Изобретение защищено патентом Украины [1] в 2001 г. Работа над изобретением велась в 1980-е годы совместно с Н. Н. Поляховым (ст.) и базировалась на разработанной им теории гребного винта [2-6]. Практическая разработка конструкции была выполнена В. И. Николаевым в г. Николаев, бывш. УССР. Изобретение представляет собой совершенствование взятого за прототип изобретения, защищенного патентом Японии № 58030896 А. Общей идеей обоих изобретений является криволинейная геометрия пера руля вместо плоского пера (плоского в осевом продольном сечении). Теоретической основой

расчетов послужил усовершенствованный Н. Н. Поляховым метод дискретных вихрей (см. статьи 43-48, 55, 56, 62 в [3]). Решение задачи строится вихревым методом на основании модели Боллея, обобщенной на нестационарный случай с постоянной по размаху циркуляцией для крыла с отклоняющейся частью. При этом плотность циркуляции имеет особенность в изломе крыла. Соответствующее интегральное уравнение решается методом колокации. Установленная форма искривленного пера руля позволяет в отличие от упомянутого прототипа более точно и эффективно использовать спиралевидную закрутку в струе винта. Гидродинамическая эффективность повышается также и за счет специальной методики расчета, учитывающей структуру поля скоростей в струе винта.

1. Иванович Н. В., Поляхов М. М. Стерно судовне. Патент на винахід. Україна. Патент на изобретение UA-43381-C2. свидет. N.7-V63H25/38 от 17.12.2001
2. Ветчинкин В. П., Поляхов Н. Н. Теория и расчет воздушного гребного винта. М., 1940. 520 с.
3. Поляхов Н. Н. Избранные Труды. Аэрогидродинамика. СПб. 1997. 379 с.
4. Поляхов Н. Н. Об интегральном уравнении теории несущей поверхности. Вестник ЛГУ. 1973. Вып. 7, С. 115-121 или в книге [3], С. 306-315.
5. Поляхов Н. Н., Мельникова О. Ф. О решении интегрального уравнения обтекания несущей поверхности. Вестник ЛГУ. 1978. Вып.1. С. 123-128, или в книге [3], С. 324-329.
6. Поляхов Н. Н., Журава В. М., Николаев В. И. Практический метод расчета нестационарных характеристик крыла с отклоняющейся частью. Депонир. в ЦНИИ "Румб". Л., 1986. 10 с., или в книге [3], С. 356-365.

### **Non-planar ship steer — an invention together with N. N. Polyakhov (Registered patent of Ukraina, 2001)**

*V. I. Nikolaev*

Nikolaev Agrary Academy, Ukraina

New geometrical shape of a non-planar, curvilinear steer construction is found. The proposed invention is based on Polyakhov's non-stationary theory of constant circulation for a wing with a tilted part.

---

## Математическая модель смерча (торнадо)

*Д. А. Петров, В. А. Цибаров*  
(fluid@niimm.spb.su)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Исходя из стохастической модели газовой среды [1], выписываются макроскопические уравнения переноса, описывающие движение смерча. Смерч рассматривается как гетерогенная среда большой пространственной протяженности по сравнению с длиной свободного пробега молекул газа, обладающая большим значением тангенциальной составляющей его скорости по сравнению с продольной и радиальной, что соответствует современным представлениям о смерчах. В этих предположениях вычислено главное значение циркуляции, тангенциальной и угловой скорости смерча. Последняя (в отличие от предположения работы [2]) не является постоянной. Показана политропность среды. Продольная скорость среды внутри смерча предполагается постоянной. Параметры среды внутри смерча и вне его связаны граничными условиями скачкообразного типа. В предположении квазистационарности течения внутри смерча из интеграла Бернулли получена форма поверхности смерча. Предположение о квазистационарности течения обусловлено длительностью существования торнадо (от нескольких минут до примерно 7 часов).

1. Цибаров В.А. Кинетический метод в теории газовой среды. СПб., 1997. 192 с.
2. Полетов В.С. Результаты аналитических исследований вертикальных закрученных течений воздушных масс в атмосфере // Аналитические методы и оптимизация процессов в механике жидкости и газа (САМГОП. 2002). Снежинск, 2002. С. 5.

## The mathematical model of the tornado

*D. A. Petrov, V. A. Tsibarov*

St. Petersburg State University, Russia

The tornado is considered as large scale heterogeneous medium. The circulating, the angular and tangential velocities and the surface form of this medium are calculated. The polytropic character of the tornado is discussed.

---

### **Движение вязкой несжимаемой жидкости во вращающейся области с деформируемым дном и свободной поверхностью**

*М. О. Попова*

(marina\_popova@yahoo.com)

Университет в Нью-Мехико, кафедра механики, Альбукерк, США

В докладе представлено аналитическое исследование возмущенного движения вязкой несжимаемой жидкости в области  $S$ , дно которой деформируется по заданному закону. С другой стороны область ограничена свободной поверхностью. Также область имеет жесткие боковые стенки. Область  $S$  вращается с постоянной угловой скоростью. Найдено, что на первом этапе движения жидкости, когда относительная скорость жидкости мала, перемешивание жидкости незначительное.

Получены аналитические выражения для составляющих скорости вязкой жидкости, найдена форма свободной поверхности жидкости, построено поле направлений. Разработан алгоритм решения задачи о движении вязкой несжимаемой жидкости во вращающейся области.

### **Viscous incompressible fluid flow in rotating field with deformed bottom and free surface**

*М. О. Попова*

The University in New Mexico, Department of mechanics, Albuquerque, USA

The perturbed motion of viscous incompressible fluid in field  $S$  with given bottom deformation is investigated in the paper. Free surface is other side of this field. Also this field has rigid lateral faces. The field  $S$  is rotating with constant angular velocity. Analytical solutions for viscous fluid component velocities are obtained. The form of free surface has presented. Fluid flow is examined under given conditions. Solution procedure algorithm of similar problems is developed.



## Стохастическое моделирование в динамике разреженного газа

*А. А. Пярнпуу, В. В. Чередов, В. И. Шематович*

(cheredov@k806.mainet.msk.su)

Московский авиационный институт, Россия

Институт астрономии РАН, Россия

Исследования течений разреженного газа, в том числе вблизи химически активной твердой поверхности показало, что в таких задачах следует использовать кинетическую модель. Анализ структуры кинетических масштабов столкновительных процессов в разреженных многокомпонентных средах показывает, что возможно построение структурных численных моделей, являющихся гибкими и высокоэффективными при алгоритмической реализации на современных мощных компьютерах. В данной работе изучена термализация молекул водорода вблизи твердой поверхности межзвездных пылинок в результате упругих и неупругих столкновений с частицами окружающего газа. Диапазон избыточной кинетической энергии предполагается от 0.1 до 1.0 эВ, среди столкновений преобладают упругие столкновения между горячими молекулами водорода и частицами H и H<sub>2</sub> из холодного газового облака, сечение столкновений имеет порядок 10-15 см<sup>2</sup>. В результате численного моделирования по методике авторов [1] найдено, что горячие молекулы водорода, образовавшиеся на поверхности пылинок, в облаке межзвездного газа термализуются не полностью. Функция распределения кинетической энергии молекул H<sub>2</sub> характеризуется избытком кинетически возбужденных (сверхтепловых) частиц по сравнению с локально равновесной функцией распределения. Поскольку молекулы водорода доминируют среди реагирующих частиц в молекулярном облаке, то неравновесная функция распределения горячих частиц H<sub>2</sub> может быть использована для оценки возможного увеличения роли эндотермических химических реакций в химии межзвездной среды.

1. Шематович В.И., Пярнпуу А.А., Чередов В.В., Цветков Г.А. Структурное стохастическое моделирование кинетических систем // Математическое моделирование. 2002. Т. 14. С. 8.

## Stochastic modeling in rarefied gas dynamics

*A. A. Pyarnpui, V. V. Cheredov, V. I. Schematovitch*

Moscow Aviation Institute, Russia

Institute of Astronomy of RAS, Russia

The method of stochastic modeling to study of thermalization processes for hydrogen molecules in the interstellar media is realized.

---

## Модели сальтирующих частиц в пограничном слое

*А. Н. Рябинин*

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Прыжкообразное перемещение частиц (сальтация) под действием воздушного потока является основным механизмом перемещения ветром снега, песка или почвы. Ранее был предложен ряд математических моделей переноса твердых частиц способом сальтации [1, 2]. В этих моделях скорость и направление взлетающих с поверхности частиц задавались.

В настоящей работе модель сальтации уточняется. Моделируется процесс удара частиц о поверхность. Скорости и направление отраженных взлетающих частиц зависят от скорости и направления падающих частиц. Для описания зависимости используется модификация лучевой двухпараметрической модели, ранее применявшейся для описания процессов ударов атомов разреженного газа о поверхность. Параметры модели подобраны таким образом, чтобы результат расчета совпадал с данными эксперимента.

1. Рябинин А.Н. Перенос твердых частиц над плоской поверхностью // Вторые Поляховские чтения. Избранные труды. СПб., 2000. С. 171-178.
2. Рябинин А.Н. Турбулентный пограничный слой над сальтирующими частицами // Аэродинамика. Сб. статей под ред. Р.Н. Мирошина. СПб., 2001. С. 153-171.

## Saltating particles models in boundary layer

*A. N. Ryabinin*

St. Petersburg State University, Russia

Improved saltation particles model is suggested. Ejection velocities depend on impact velocities. The simple two-parametric model is used for particle-bed interaction. Model parameters are obtained from experiment.

---

## Истечение из форкамеры колебательно неравновесного газа

*М. А. Рыдалевская, Т. В. Рябикова*

(fluid@niimm.spb.su)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Российский государственный гидрометеорологический университет,

Санкт-Петербург, Россия

Рассматривается истечение колебательно неравновесного газа из сосуда через малое отверстие. Используются обобщенные интегралы движения, которые справедливы в потоках газа с физико-химическими процессами [1]. При фиксированных параметрах внутри сосуда варьировалось давление на выходе. Получены значения скорости истечения, плотности, температуры газа и температуры первого колебательного уровня в струе для разных перепадов давления.

1. Рыдалевская М. А. Аэродинамические свойства течений газа с физико-химическими процессами // Аэродинамика. СПб. 2000. С. 82-92.

## Outflow of vibrationally nonequilibrium gas from forcamera

*М. А. Rydalevskaya, T. V. Ryabikova*

St. Petersburg State University, Russia

Russian State Hydrometeorologic University, St. Petersburg, Russia

Outflow of vibrationally nonequilibrium gas from vessel through small outlet is considered. Generalized integrals of motion for gas with physical and chemical

processes [1] are used. The parameters of gas in the vessel are fixed. The outlet pressure is varied. The outlet velocity, the density, the temperature of gas and "the temperature of the first vibrational level" in the jet for different pressure overfall are obtained.

---

### **К задаче о колебаниях пластины в потоке сопротивляющейся среды**

*В. А. Самсонов, Ю. Д. Селюцкий*  
(samson@imec.msu.ru,ysel@mailru.com)

Институт механики МГУ, Москва, Россия

Изучение неравномерного движения тела в среде представляет собой достаточно сложную задачу. Для прикидочных оценок часто используется квазистатическая модель, в которой предполагается, что характеристики воздействия среды при неравномерном движении тела имеют такую же структуру и зависят от угла атаки так же, как и в стационарном случае, но сам угол атаки считается функцией фазовых координат тела. Этот метод позволяет существенно упростить задачу и провести параметрический анализ, но точность его не всегда достаточна.

В настоящей работе рассматривается задача о колебаниях твердых пластин (крыльев, лопастей и т.п.) в потоке среды. Для описания воздействия среды на пластину предложен подход, в рамках которого внутренняя динамика среды моделируется присоединенным осциллятором с двумя степенями свободы.

Показано, что как для поступательных, так и для угловых колебаний пластин для достаточно широкого диапазона условий движения и аэродинамических характеристик пластин существует универсальный набор значений параметров модели, который обеспечивает достаточно хорошее согласование с известными экспериментальными данными.

Проведен эффективный параметрический анализ рассматриваемой задачи. Это позволило впервые сформулировать конструктивные критерии применимости традиционной квазистатической модели в этой задаче.

Для случая затухающих поступательных колебаний пластины в потоке проведено сравнение с данными работы [1], где расчеты про-

водились с помощью методов теоретической гидродинамики. Показано, что результаты расчетов весьма близки. Проанализированы расхождения с квазистатической моделью.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №00-01-00405) и программы "Университеты России".

1. Белоцерковский С. М., Кочетков Ю. А., Локтев Б. Е., Томшин В. М. Линейные и квазILINEЙНЫЕ задачи динамики жесткого аппарата с отклоняющимися рулями // Труды ВВИА им. Жуковского. 1971. Вып. 1302. С. 110-146.

## On the problem of the oscillations of a plate in flow of resisting medium

*V. A. Samsonov, Yu. D. Seliutsky*

Institute of Mechanics of Moscow State University, Russia

A new approach to the description of forces acting upon a plate oscillating in flow is proposed: the internal dynamics of medium is modelled by an oscillator with two degrees of freedom. It is demonstrated that for a wide range of parameters of motion and aerodynamic characteristics of plates there exists a universal set of model parameters values that provides good agreement with the experimental data. Effective parametrical analysis of the considered problem is carried out and criteria of validity of the quasistationary model in this problem are formulated.

---

## Параллельная версия итерационно-маршевого метода интегрирования уравнений Навье-Стокса

*Л. И. Скурин*

(leonid.skurin@pobox.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

В работах [1,2] и других развивается итерационно-маршевый метод численного интегрирования уравнений Навье - Стокса для газа и жидкости (ИММ). Метод применим для решения стационарных и нестационарных, внутренних и внешних задач любой размерности. Отличительная особенность метода в том, что для решения всех типов задач используется единая процедура — маршевая по

пространственной координате для двумерных задач и по двум координатам для трехмерных задач. Таким образом, для решения всех задач используется единственная алгебраическая процедура — решение системы алгебраических уравнений для вектора искомых сеточных функций на лучах, поперечных по отношению к маршевым осям. Аналитически показано, что метод имеет безусловные устойчивость и сходимость для задач гидродинамики.

В настоящем докладе предлагается в рамках ИММ вычислительная схема, пригодная для численного решения с помощью параллельного алгоритма. Аналитически показано, что эта схема также обладает хорошими свойствами устойчивости и сходимости. При использовании ее вычисления, связанные с упомянутой алгебраической процедурой, могут осуществляться для каждого луча на отдельном процессоре в пределах одного временного шага или глобальной итерации. Тем самым возможно уменьшение времени счета на порядки (в зависимости от числа используемых процессоров).

1. Скурин Л. И. Итерационно-маршевый (по пространству) метод решения задач механики жидкости и газа // Математическое моделирование. 2000. Т. 12, N 6. С. 88-94.
2. Skurin L. I. Iterative Space-Marching Method for Incompressible and Compressible Full Navier-Stokes Equations. // N. Satofuka (Ed.). Proceedings of the First International Conference on Computational Fluid Dynamics, ICCFD, Kyoto, Japan. 10 - 14 July 2000. P. 319—324.

## Parallel scheme of the iterative space-marching method for Navier-Stokes equations

*L. I. Skurin*

St. Petersburg State University, Russia

Numerical scheme of iterative space-marching method that is suitable to solve fluid mechanics problems with parallel algorithm is presented. It's analytically proved this scheme has good stability and convergence. According to the scheme one processor may be used for the algebraic procedure of finding of grid unknown functions vector at each marching station in framework of time-step or global iteration.

---

## О критериях разрушения внутренних волн

*Ю. Г. Степанов*

(krylov@krylov.spb.ru)

ЦНИИ имени акад. А. Н. Крылова, Санкт-Петербург, Россия

Разрушение внутренних волн в стратифицированном океане, приводящее к образованию турбулентных зон перемешанной жидкости и последующему образованию прослоек тонкой вертикальной структуры морской среды, играет важную роль в динамике тепломассообмена и процессах передачи импульса, и поэтому условия его возникновения представляют большой интерес в ряде прикладных задач.

Известные критерии устойчивости внутренних волн основываются на использовании моделей идеальной жидкости, но они не всегда оказываются достаточно эффективными. Теоретический анализ деформационного движения сплошной среды, выполненный на основе работ Умова, Планка, Лауэ, показал, что в процессе сдвигового течения вязкой жидкости в ней возникают моментные напряжения, обусловленные действующими в жидкости различными потоками энергии — импульса, и что причиной потери устойчивости сдвигового течения вязкой жидкости следует признать нарушение баланса моментных напряжений, возникающих при динамической деформации сдвига сплошной среды.

Из условия равновесия выделенного объема жидкости с учетом баланса моментных напряжений получены критерии перехода от ламинарного течения к турбулентному в сдвиговых потоках однородной и стратифицированной вязкой жидкости, которые в общем случае являются функцией внешних параметров, а в некоторых предельных случаях становятся константой.

Учет влияния моментных напряжений, возникающих при сдвиговых течениях вязкой жидкости, позволил также подойти с новых позиций к анализу механизма обрушения гравитационных внутренних волн в океане и ввести новые критерии разрушения внутренних волн, распространяющихся в стратифицированной морской среде.

Критерии разрушения внутренних волн, основанные на динамическом условии баланса моментных напряжений в сдвиговом потоке вязкой жидкости, которые содержат как дифференциальные, так и интегральные параметры и поля плотности, и поля индуцированной

скорости, позволяют получать теоретические оценки, лучше согласующиеся с данными натурных измерений.

## On the internal wave breaking criteria

*Yu. G. Stepanov*

Krylov Shipbuilding Research Institute, St. Petersburg, Russia

Consideration of the couple-stresses action in the shear flows of viscous fluid allows with new point of view to approach to analysis of the breaking mechanisms of internal gravity waves. It also allows suggesting a new criterion for an estimation of conditions of the internal wave breaking in stratified ocean.

---

## О пересмотре основ классической аэродинамики

*В. И. Сушков, М. В. Сушкова*

(allergia@mail.ru)

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, Россия

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет, Россия

Основные положения механики течения газа противоречат традиционной молекулярной теории газов (МТГ). Статистическая теория утверждает, что подтверждает классические уравнения механики сплошной среды (МСС) [1], но взаимопроникновение вещества двух элементов объема ставит вопрос о возможности применения 2 закона Ньютона к элементарному объему газа в МСС [4]. Подбором реологических свойств можно устранить отдельные недостатки МСС, вроде бесконечной скорости распространения возмущений [2]. Но такие меры не снимают проблему в целом. Классические уравнения стали препятствием, остановившим прогресс МСС. Пример: в [3] авторы под давлением идеологии МСС рассуждают о "каплях" инертного газа при нормальных условиях. Необходимо заново построить теорию течений газа. Без этого трудно ожидать прогресса в понимании турбулентных течений. По мнению авторов, новая идеология может быть найдена посредством компьютерного моделирования поведения соседствующих элементов объема газа на уровне

движения молекул хотя бы в границах классической МТГ (что избавляет от численного решения систем ОДУ порядка сотен тысяч). В этом случае можно также избежать перебора всех пар молекул на каждом временном шаге. Проблему в целом вряд ли можно решить малой группой исследователей. Нужно массовое компьютерное моделирование и внимание большого числа аналитиков. Центром такой деятельности мог бы служить интернет - журнал "Математика в ВУЗе" на сайте СПбГПУ [www.spbstu.ru/public/m\\_v/index.html](http://www.spbstu.ru/public/m_v/index.html)

1. Исихара А. Статистическая физика. М., 1973
2. Гиргидов А. Д. Турбулентная диффузия с конечной скоростью. СПб., 1996.
3. Селезнёв В. Д. и др. Аномальная неустойчивость газов при смешении в вертикальном канале // "Природа" 7 за 2000 г. (Отчет о работе группы исследователей Уральского ГТУ, поддержанной грантом РФФИ).
4. Сушков В. И., Сушкова М. В. О пересмотре основ классической гидроаэродинамики // Материалы III всероссийской научно-техн. конф. "Фундаментальные исследования в технических университетах". СПб., 10-11 июня 1999. Тезисы. С. 69-70.

## About revising bases of classical aerodynamics

*V. I. Sushkov, M. V. Sushkova*

St. Petersburg State Polytechnic University, Russia

St. Petersburg State Marine Engineering University, Russia

The basic positions of a mechanics of current of gas are inconsistent. Only computer simulation of interaction of elementary volumes of gas will enable to invent the new equations of currents of gas. The authors offer the scripts of numerical experiments and place of their arguing: an e-magazine "Mathematics in a High School": [www.spbstu.ru/public/m\\_v/index.html](http://www.spbstu.ru/public/m_v/index.html)

---

## **Анализ ударно-волновой структуры в первой бочке перерасширенной осесимметричной струи**

*В.Н. Усков, М.В. Чернышов*

([uvn@petrlink.ru](mailto:uvn@petrlink.ru))

Балтийский государственный технический университет,  
Санкт-Петербург, Россия

Сверхзвуковая газовая струя является уникальным объектом научных исследований, поскольку в ней проявляются практически все виды многообразных ударно-волновых взаимодействий. Эти взаимодействия и связанные с ними автоколебательные режимы течения находят в настоящее время широкое практическое применение.

В данной работе аналитически и численно исследуется конфигурация скачков уплотнения, образующаяся в первой бочке перерасширенной струи. Течение перед скачками известно и аппроксимируется моделью сферического источника. Теоретически анализируются локальные характеристики сверхзвукового потока на границе струи, выявляются особенности течения в ее сжатом слое (например, немонотонность изменения энтропии газа). Предлагается новая приближенно-аналитическая модель описания падающего скачка, основанная на предположении нулевой локальной неизобаричности потока за ним. Показана высокая точность предлагаемой модели при определении параметров скачка, размеров и положения образующегося при его отражении маховского диска. Количественные и качественные выводы из анализа течения подтверждаются численным экспериментом с использованием TVD-схем на динамически адаптивных сетках. С целью повысить прикладное значение работы обсуждается связь свойств ударно-волновой структуры с параметрами возбуждающихся в струе автоколебательных режимов. Работа выполнена при поддержке INTAS (грант №99-785).

## **The analysis of a shock-wave structure in the first barrel of a superwidened jet with axial symmetry**

*V. N. Uskov, M. V. Chernyshov*

Baltic State Technical University, Saint Petersburg, Russia

The configuration of jumps which take place in the first barrel of a superwidened jet is investigated analytically and numerically. The current before

jumps is approximated by the model of a spherical source. Local characteristics of a supersonic flow on the boundary of the jet are theoretically analyzed. A new approximate-analytical model for describing falling jumps is suggested. Quantitative and qualitative results of the analysis correspond well with the numerical experiment.

---

### **Численное исследование нестационарных процессов в гиперзвуковой ударной трубе при исследовании обтекания тел запыленным газом**

*И. А. Ушаков, Ю. М. Циркунов*  
(mypost3@yandex.ru, tsrknv@bstu.spb.ru)

Балтийский государственный технический университет,  
Санкт-Петербург, Россия

В настоящее время для экспериментального изучения обтекания тел запыленным газом успешно используется гиперзвуковая ударная труба, в камеру высокого давления которой вводится дисперсная примесь [1]. К отсеку низкого давления пристыковывается сопло Лавалья, которое выходит в рабочую камеру, где устанавливается модель. Нестационарное течение, возникающее в такой трубе после разрыва диафрагмы, очевидно, является двумерным, что может привести к неравномерному распределению параметров как газовой фазы, так и дисперсной примеси на выходе из сопла. В работе [1] в теоретических оценках поток газозвеси перед моделью считался равномерным, и вопрос о формировании течения в рабочей камере трубы не рассматривался.

В данной работе в рамках модели идеального нетеплопроводного газа выполнено подробное численное исследование нестационарного течения в гиперзвуковой ударной трубе [1] с расчетным числом Маха на срезе сопла  $M_a = 6,01$ . Для решения уравнений Эйлера использовались современные TVD- и ENO-методы. Установлено, что возникающая после разрыва диафрагмы ударная волна отражается от дозвуковой части сопла Лавалья и развивается сложная ударно-волновая картина течения. В результате формируются две ударные волны, одна из которых распространяется навстречу спутному потоку в камеру высокого давления, а другая – в сверхзвуковую часть сопла.

Исследован процесс обтекания модели в рабочей камере трубы, и получены оценки степени неравномерности поля концентрации примеси в потоке перед моделью.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №02-01-01201).

1. Василевский Э.Б., Осипцов А.Н., Чирихин А.В., Яковлева Л.В., Теплообмен на лобовой поверхности затупленного тела в высокоскоростном потоке, содержащем малонерционные частицы // ИФЖ. 2001. Т. 74, № 6. С. 29-37.

## **Numerical investigation of unsteady processes in the hypersonic shock tube used for the study of dusty gas flows over bodies**

*I. A. Ushakov, Y. M. Tsirkunov*

Baltic State Technical University, St. Petersburg, Russia

Numerical investigation of the unsteady axisymmetrical dusty gas flow in the hypersonic shock tube is carried out. Carrier gas flow is described by the Euler equations which are solved by the high resolution TVD- and ENO-methods. It is shown that the flow just after the break of a diaphragm is essentially two-dimensional in character. At the first stage of the process the complex interaction of shock waves is observed. After the first stage, two shockwaves are formed in the flow: one shock travels upstream towards the high-pressure section of the tube and the second one travels downstream through the Laval nozzle. The duration of the steady-state flow over a body in the working chamber of the tube and the distribution of the dispersed phase concentration in front of a body are estimated.

---

## **Аналитическое решение задачи о медленном течении вязкой жидкости в области с произвольными граничными условиями**

*Н. Б. Федосенко*

(nadya@spbcas.ru, kaf\_m4@bstu.spb.su)

Балтийский государственный технический университет,  
Санкт-Петербург, Россия

Среди уравнений математической физики большое значение имеет бигармоническое уравнение [1], широко применяемое в задачах ги-

дромеханики и теории упругости. В гидромеханике им описывается установившееся медленное движение вязкой несжимаемой жидкости (соответствующая функция — функция тока) [2]. Известен ряд частных решений уравнения, описывающих те или иные течения [2]. Все они, однако, получены с использованием различных допущений (осевая симметрия, радиальность, определенное распределение скоростей и т.д.), которые сужают круг решенных задач.

В данной работе найдено общее аналитическое решение бигармонического уравнения для областей в виде прямоугольника и параллелепипеда (а также распространение его на многомерный случай). Приведено решение внутренней и внешней первой, второй и третьей краевых задач. Подчеркнем, что решение получено в конечном виде, а не в виде сумм бесконечных рядов. Оно позволяет задавать на границе области произвольное распределение функции тока и ее производных по нормали к границе, что дает возможность существенно расширить круг решенных задач и проанализировать свойства физических явлений, описываемых ими (течения со вдувом, отсосом, несколькими входными или выходными отверстиями и т.п.). Используя аппарат конформного отображения можно распространить это решение на случай произвольных плоских односвязных областей. Отметим, что аналитическое решение подобных задач имеет как самостоятельную физическую ценность, так и ценность с точки зрения тестирования вычислительных методов.

1. Полянин А. Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. М., 2001.
2. Слезкин Н. А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М., 1955.

## **Analytical solution of a problem on sluggish viscous flow in a region with arbitrary boundary conditions**

*N. B. Fedosenko*

Baltic State Technical University, St. Petersburg, Russia

General analytical solution of the biharmonic equation for rectangle and parallelepiped is obtained in a form of finite algebraic expressions. It makes possible to describe some viscous flows never analyzed before.



***H*-теорема для сложных сред***V. A. Цибаров, E. V. Цибарова*

(fluid@niimm.spb.su)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Университет Северной Каролины, США

В качестве математических моделей сложных сред принимается обобщение стохастических моделей работ [1,2]. Для них получен аналог принципа детального баланса, доказаны интегральная лемма и аналог *H*-теоремы (с учетом вырождения статистики).

***H*-теорема.** Пусть  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$  и  $\dot{\mathbf{x}}$  — вектор индивидуальных переменных и его изменение со временем  $t$  вдоль фазовой траектории,  $\nabla$  — оператор градиента, а величина  $(-H)$  пропорциональна энтропии системы с вырождением статистики. Если в равновесии  $\nabla \cdot \dot{\mathbf{x}} = 0$ , а тензорные коэффициенты  $B_i$ , входящие в операторы Фоккера – Планка, симметричны и удовлетворяют условию Сильвестера положительной определенности квадратичной формы, то

$$\frac{dH}{dt} \leq Q_n,$$

где  $Q_n$  характеризует поток энтропии через границу  $n$ -мерного пространства, включая межфазовую.

Равенству соответствует полное или частичное равновесие. Если числом элементов, пересекающих границу области задания  $\mathbf{x} \in \omega$ , можно пренебречь, то  $dH/dt \leq 0$ .

1. Цибаров В. А. Кинетический метод в теории газозвесей. СПб., 1997. 192 с.
2. Цибаров В. А., Цибарова Е. В. Стохастические законы сохранения в экономике // Труды международной конференции "Математическое моделирование, статистика и информатика в современном управлении экономикой". Самара. 2001. С. 183.

***H*-theorem for Complex Media***V. A. Tsibarov, E. V. Tsibarova*

St. Petersburg State University, Russia

North Caroline University, USA

The detailed balance principle for the complex and degenerate media (gas –

solids suspensions, blood, economics etc.) is obtained. The integral lemma and  $H$ -theorem for these media are proved.

---

## Об одной пространственной задаче о движении твердого тела в сопротивляющейся среде

*М. В. Шамолин*

(shamolin@imec.msu.ru)

Московский государственный университет, Россия

В работе рассматривается возможность перенесения результатов плоской динамики твердого тела, взаимодействующего со средой [1], на пространственный случай. Анализируются задачи о сферическом маятнике, помещенном в поток набегающей среды, о движении тела при наличии некоторой связи, а также показывается механическая и топологическая аналогии этих задач.

Гипотезы, касающиеся свойств среды, нашли свое отражение в построении пространственной динамической модели взаимодействия среды с телом.

1. Все взаимодействие среды с телом сосредоточено на той части поверхности тела, которая имеет форму выпуклой плоской области. Оно происходит по законам струйного обтекания. Сила этого взаимодействия направлена по нормали к области, причем точка приложения этой силы определяется лишь одним параметром — углом атаки, который измеряется между вектором скорости некоторой точки области и внешней нормалью в этой точке.

2. Величину силы сопротивления примем в виде, квадратичном по скорости выбранной точки твердого тела с коэффициентом, зависящим лишь от угла атаки.

1. Шамолин М.В. Введение в задачу о торможении тела в сопротивляющейся среде и новое двухпараметрическое семейство фазовых портретов // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Математика. Механика. 1996, № 4. С. 57-69.

**On some spatial problem of a rigid body motion  
in a resisting medium**

*M. V. Shamolin*

Moscow State University, Russia

The present work is devoted to development of the 2D-problem of the motion of a rigid body interacting with a resisting medium in a jet flow under the assumptions of quasi-stationarity.



# Секция IV.

## Механика деформируемого твердого тела

### Распространение трещин в пластинах и оболочках

*В. Ю. Анисимов*  
(anisimov@fct.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Изучение условий распространения трещины или системы трещин в среде представляется важной и интересной задачей. Для её решения в теории разрушения применяются континуальные модели в линейной квазистатической постановке, в нелинейной и динамической постановках, а также дискретные модели (см. [1 - 3] и др.).

В докладе рассматривается равномерно сжатый тонкий упругий слой постоянной толщины, приклеенный к упругому основанию. Между слоем и основанием имеется трещина. Предполагается, что вплоть до нарушения контакта реакция клеевого соединения является линейной функцией прогиба слоя, причем при достижении прогибом заданного (критического) значения начинается рост трещины.

Предложена модель, позволяющая исследовать условия раскрытия трещины и ее роста в динамике. Выполнены расчеты, демонстрирующие поведение сжатой стальной полосы, приклеенной к основанию.

Основные качественные закономерности открытия и роста трещины, полученные в квазистатическом подходе [4], подтверждаются динамической моделью.

1. Морозов Н. Ф. Математические вопросы теории трещин. М.: Наука, 1984. 256 с.
2. Морозов Н. Ф. Избранные двумерные задачи теории упругости. Л.: Изд-во ЛГУ, 1978. 182 с.
3. Морозов Н. Ф., Паукшто М. В. Дискретные и гибридные модели механики разрушения. СПб., 1995. 160 с.
4. Товстик П. Е. Модель роста трещины в двуслойном материале // Вестник СПбГУ. 2000.

## Crack propagation in plates and shells

*V. Yu. Anisimov*

St. Petersburg State University, Russia

The dynamic problem of the non-linear deformation of a thin elastic layer stucked to an elastic foundation is studied. The layer is uniformly compressed. It is assumed that before the deformation there is a crack between the foundation and the layer. The conditions of the crack opening and propagation have been found. The problem is solved in the approach, where the layer is modeled by Kirchhoff's plate and the contact force is assumed to be the linear function of the layer displacement. The crack propagation appears when the displacement attains the prescribed critical value.

---

## Экспериментальное исследование статических и динамических механических свойств ударопрочного пластика

*С. А. Атрошенко\**, *Я. Р. Клепачко\*\**, *С. И. Кривошеев\*\*\**,  
*Ю. В. Петров*, *А. А. Уткин*, *Г. Д. Федоровский*  
(G.Fed@pobox.spbu.ru)

\*Институт проблем машиностроения РАН, Санкт-Петербург, Россия

\*\*Метцкий университет, Франция

\*\*\*Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, Россия

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Изучены прочность, деформативность и трещиностойкость при статическом и ударном магнитно-импульсном растягивающем нагружении образцов резинонаполненного полиметилметакрилата

*Altuglas TX CH25*. Проведен фрактографический анализ поверхностей разрушения. Разрушение при раздире имеет квазихрупкий характер (наблюдаются зеркальные и шероховатые зоны), а при статическом растяжении – сложный макровязкий характер, вызванный гетерогенным (композитным) строением материала.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №01-01-00250, 02-01-01035), Министерства образования при СПбГУ (№Е00-4.0-174), ЦКП (№00-01-05020), ФЦП "Интеграция".

### **Experimental study of static and dynamic mechanical properties of shockstrength plastic**

*S. A. Atroshenko\**, *Ya. R. Klepaczko\*\**, *S. I. Krivosheev\*\*\**, *Yu. V. Petrov*,  
*A. A. Utkin*, *G. D. Fedorovsky*

\*Institute Problems of a Mechanical Engineering RAS, St. Petersburg, Russia

\*\*Metz University, France

\*\*\*St. Petersburg State Polytechnical University, Russia

St. Petersburg State University, Russia

The strength, deformation and crack resistance are investigated under static and shock magnetic – pulse tension loading of rubber filled polymethylmetacrylate *Altuglas TX CH25* specimens. Fractographic analysis of fracture surfaces was carried out. Fracture has quasi-brittle character under tear. Mirror and hackle zones occur. Under static tension fracture has features of macro-toughness with block structure, caused by heterogeneous composite character of materials.

---

### **Механические аспекты развития глаукомы**

*С. М. Бауэр*

(Svetlana.Bauer@podox.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Известно, что при повышении внутриглазного давления (ВГД) атрофия зрительного нерва происходит в области решетчатой пластинки глаза.

Решетчатой пластинкой (РП) называется участок склеры недалеко от заднего полюса глаза, на котором через множество мелких отверстий проходят пучки зрительного нерва. При моделировании

РП рассматривается как трансверсально-изотропная неоднородная по радиусу и по углу круглая пластинка.

Расчеты деформаций РП под действием нормального давления, проведенные по различным теориям анизотропных пластин, показывают, что с возрастанием ВГД нервные волокна подвергаются деформации сдвига, которая может быть причиной развития глаукомы.

Изучение деформаций РП, проведенное на основе моделей однослойных пластин, не позволяет объяснить тот факт, что по данным офтальмологов атрофия зрительного нерва при изменении ВГД возникает на "наружном слое", на уровне заднего края РП склеры. По описаниям офтальмологов РП состоит из нескольких слоев ткани, имеющих отверстия круглой формы. В связи с этим рассматривались большие осесимметричные деформации многослойной безмоментной оболочки вращения с упругими связями между слоями.

В широком диапазоне изменения различных параметров при учете особенностей строения РП (известно, что последний слой является более плотным и жестким) получено, что наиболее сильные относительные смещения происходят на уровне последнего слоя, причем эти смещения увеличиваются к краю пластины. Таким образом, причиной развития глаукомы может быть смещение слоев РП.

Как одна из возможных причин развития глаукомы рассматривается также потеря устойчивости осесимметричного состояния РП. Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №01-01-00234).

### **Mechanical aspects of the development of the glaucoma**

*S. M. Bauer*

St. Petersburg State University, Russia

The different mechanical aspects of the development of the glaucomatous atrophy of the optic nerve fibres are considered.

---

## Сравнительный анализ несущей способности пластически анизотропных пластин

*Т. В. Бачурихина, Г. В. Павилайнен*

(gvp@phoenix.math.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Повышение надежности эксплуатации конструкций из анизотропных материалов связано с изучением их свойств при всестороннем равномерном нагружении и при циклических нагрузках. В частности, возникает задача оценки несущей способности круглой тонкой пластины, свободно опертой, находящейся под воздействием равномерно распределенной нагрузки по одной из плоскостей при учете трансверсальной изотропии упругих свойств и эффекта SD (разносопротивляемости растяжению и сжатию) вплоть до образования в центре пластины пластического шарнира.

Основные теоретические результаты по поставленной задаче опубликованы в работах [1,2,3]. Задачу удастся решить полуобратным методом, т.е. построить разрешающую систему дифференциальных уравнений, которая интегрируется численно разностным методом относительно безразмерного параметра радиуса пластины  $q$  и содержит неизвестный параметр нагрузки  $p$  при заданном размере пластических областей, а затем определить саму нагрузку  $P$ , поставив условие непрерывности прогиба и изгибающего момента на границе между упругой и пластическими частями пластины. Данная задача осложняется отсутствием симметрии в развитии пластических областей на верхней и нижней поверхностях пластины, что приводит к смещению нейтральной поверхности относительно срединной в упругопластической зоне.

В предшествующих работах расчет был проведен только в частном случае, когда верхняя область пластичности состоит только из одной точки - центра верхней поверхности пластины, а нижняя область пластичности достаточно развита. Этот расчет позволил выявить влияние различных аспектов анизотропии и эффекта разносопротивляемости на развитие и распространение пластичности, но не дал возможности определить ту нагрузку, при которой образуется пластический шарнир в центре и реализуется факт исчерпания несущей способности.

Результаты расчета позволяют сделать вывод о существенном влия-

нии трансверсальной изотропии на повышение несущей способности пластины и на ухудшение данной ситуации в связи с учетом разнотвердости.

1. Павилайнен Г. В. Исследование упругопластического изгиба трансверсально-изотропных круглых пластинок. Проблемы теории трещин и механика разрушения. Л., 1986.
2. Матвеева Е. В., Павилайнен Г. В. Учет эффекта разнотвердости материала при изгибе пластин // Вторые Поляховские чтения. Избранные труды. СПб., 2000.
3. Павилайнен Г. В. Задача изгиба круглой пластины при учете эффекта разнотвердости материала // Вестник СПбГУ. 2002.
4. Соколовский В. В. Теория пластичности. М., 1969.

### **The comparative analysis of carrying ability plastic anisotropic plates**

*T. V. Bachurikina, G. V. Pavilaynen*  
St. Petersburg State University, Russia

In the work the comparison of carrying ability a plate depending on various parameters of anisotropy and plasticity has been made. The estimation of influence of these parameters has been given.

---

### **Напряженно-деформированное состояние в клапанном аппарате сердца при внешнем воздействии**

*П. И. Бегун*  
(begun@fromgu.com)

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет, Россия

Построены математические модели и проведено исследование напряженно-деформированного состояния в клапанном аппарате сердца при внешних воздействиях во время хирургических операций. Эти исследования необходимы для построения системы предоперационной диагностики и предотвращения нежелательных исходов операций.

В процессе операции производится расширение суженного клапанного отверстия баллонным дилататором. При расширении стенозированного клапана происходят деформации створок, фиброзного кольца, предсердно-желудочковой перегородки и фиброзной пластины, вызывающие сложное напряженное состояние и разрушение структур как в самом клапане, так и в его окрестностях.

Модели построены при следующих допущениях: 1. Митральный и трикуспидальный клапаны - неосесимметричные конусы с жесткими продольными комиссурами. Каждый полулунный клапан состоит из полуциркулярных створок и жестких комиссур. 2. Все клапаны гибкие непологие неосесимметричные оболочки. 3. Материалы предсердно-желудочковой перегородки, фиброзной пластины и фиброзных колец однородные, изотропные, нелинейноупругие. 4. Материал створок клапанов с учетом различных патологий неоднородный и анизотропный. 5. Форма и протяженность контактных поверхностей изменяется при увеличении давления в баллоне.

Исследования проведены при задании геометрических параметров и механических свойств структур во всем диапазоне их патологических изменений.

### **To tight strained state in the valving vehicle of heart at an exposure**

*P. I. Begun*

St. Petersburg State Electrotechnical University, Russia

The mathematical models are constructed and the study to tight strained state in the valving vehicle of heart is held at exposures during surgical operations.

---

### **Моделирование эффективных модулей сферопластиков методами механики композитов**

*С. А. Болдырев*

(Sergey\_Boldyrev@mailru.com)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

В связи с тем, что всё больше и больше обычные материалы вытесняются новыми, такими, как сферопластики, бурно начало развиваться новое направление науки - механика композитов. Наряду

с экспериментальными методами существуют и теоретические модели, позволяющие находить эффективные свойства сферопластиков. На практике чаще всего используется "правило смеси". Но это правило даёт лишь приближённый результат, поэтому данная работа строится на более трудоёмкой, но и более точной модели "трёхфазного композита". Мы будем рассматривать материал, состоящий из непрерывной среды, называемой матрицей, со сферическими включениями, причём сферические компоненты содержат шаровые полости с центром, совпадающим с центром сферы.

Первая часть работы посвящена поиску объёмного модуля такого материала при помощи немного изменённой полидисперсной модели композита.

Следующим шагом будет нахождение модуля сдвига. Для его поиска используется "трёхфазная модель композита".

В процессе решения было установлено, что итоговое уравнение относительно модуля сдвига имеет квадратичную зависимость, а константы, входящие в это уравнение зависят только от заданных внешних параметров.

Последний этап работы был посвящён нахождению эффективных модулей конкретного сферопластика. В ходе этого исследования были построены графики, показывающие зависимости этих характеристик материала от толщины стенки включения и объёмной доли включения. Также было рассмотрено влияние каждого из этих параметров на эффективные модули композита.

1. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. Мир, 1981.
2. Кошелев А. Курс лекций по механике деформированного тела. СПбГУ, Математико-Механический факультет, 2001.
3. Hashin Z. The elastic moduli of heterogeneous materials J. Appl. Mech, 1962.

## **Modelling of effective spheroplastics modules by the composite mechanics**

*S. A. Boldyrev*

St. Petersburg State University, Russia

The method of a finding the volumetric module and the module of shift by using the threephase composite model for spheroplastics is considered. The example of searching for effective properties of concrete spheroplastic is discussed.

## Исследование влияния жёсткостей опор ротора на его критические частоты вращения

*В. Н. Вернигор, А. Е. Матвеев*

(root@gata.adm.yar.ru)

Рыбинская государственная авиационная технологическая академия,  
Россия

При конструировании и доводке роторной системы газотурбинного двигателя возникает задача отстройки критических частот вращения ротора от его рабочих частот. Наиболее рационально такую отстройку проводить путём изменения жёсткостей опор ротора. Отсюда следует актуальность задачи получения аналитических зависимостей критических частот вращения ротора от жёсткостей его опор. В данной работе получены аналитические формулы для критических частот вращения ротора сложной геометрической формы, в которые жёсткости опор входят как параметры. При этом отдельные коэффициенты в этих формулах вычисляются по модальным характеристикам (критическим частотам и собственным формам колебаний) ротора, освобождённого от опор. Эти характеристики в свою очередь определяются при помощи компьютерных технологий расчёта роторов, широко используемых в настоящее время на предприятиях авиационного профиля. Для получения искомым зависимостей рассматриваются стационарные колебания ротора и записываются выражения для смещений его опорных сечений. В этих выражениях учитываются полностью первые  $n$  форм колебаний, а остальные формы — приближённо на основе квазистатического подхода. Затем записываются условия крепления ротора. Неизвестными в полученных уравнениях являются силы, действующие в опорах. По этим уравнениям составляется определитель  $\Delta = \Delta(\omega)$ , порядок которого равен числу опор, а элементы выражаются через частоту колебаний  $\omega$ , жёсткости опор, критические частоты колебаний и эквивалентные массы ротора, освобождённого от опор. Искомые критические частоты ротора определяются из уравнения

$$\Delta(\omega) = 0$$

В случае задачи определения критических частот вращения ротора из заданного диапазона частот удаётся упростить данное частотное уравнение и получить достаточно простые аналитические формулы

для искомых величин. Эффективность использования полученных результатов показана на примере расчёта ротора одного из двигателей используемых в настоящее время в авиации.

### **The influence of elastic supports stiffness on critical rotational speeds**

*V. N. Vernigor, A. E. Matveev*

Rybinsk State Academy of aviation technology, Russia

The approximated way of definition of critical rotational speeds of a rotor with elastic supports is offered at known critical rotational speeds and own vibration modes of a rotor freed from supports. The approximated formulas for definition of critical rotational speeds of a rotor with accuracy, satisfactory for engineering usage are obtained.

---

### **Конечно-элементное моделирование падения толстостенного цилиндра на бетонную плиту**

*Д. Вундельберг, Б. Н. Семенов*

(semenov@bs1892.spb.edu)

Ганноверский университет, Германия

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

В настоящее время пристальное внимание уделяется вопросам безопасности транспортировки и хранения отработанного ядерного топлива. К контейнерам, в которых осуществляется транспортировка, предъявляются весьма жесткие требования по обеспечению их целостности и герметичности при возникновении разного рода нештатных ситуаций. Имеется ряд стандартизованных механических испытаний, таких как падение с высоты 9 м на жесткое недеформируемое основание, падение с высоты 1 м на металлический штырь, при которых не должна нарушаться целостность контейнера. Следует отметить, что при транспортировке контейнеры имеют ряд дополнительных энергопоглощающих элементов, основной задачей которых является снижение ударных нагрузок на контейнер. Исследованию нештатных ситуаций при транспортировке для разного типа контейнеров посвящено достаточно много работ. Однако моделирование нештатных ситуаций во временных хранилищах, когда

контейнеры не имеют дополнительных энергопоглощающих элементов, на наш взгляд, изучено недостаточно. В частности, представляет интерес исследование падения контейнера на железобетонную плиту, лежащую на песчаном основании. Удар контейнера о плиту при отсутствии амортизирующих элементов при падении даже со сравнительно небольшой высоты может вызвать ускорения в контейнере, превышающие допустимые.

Целью данной работы является разработка на основе метода конечных элементов методики расчета ускорений в контейнере во время удара при учете конечной прочности бетонной плиты и деформирования песчаного основания.

Результаты конечно-элементных расчетов сравниваются с оценками максимальных ускорений, полученных при помощи упрощенных аналитических моделей.

### **Finite-element simulation of the drop of a thick walled cylinder on concrete plate**

*D. Windelberg, B. N. Semenov*

University of Hannover, Germany

St. Petersburg State University, Russia

The drop test of a thick walled cylinder on a concrete plate, based on a sand foundation, is simulated with the finite element method. The strength of the plate and deformation of the sand foundation are taken into account. The results of numerical calculation are compared with results obtained with the help of simplified analytical models.

---

### **Осевое сжатие конической оболочки из разномодульного материала**

*И. В. Викторов, П. Е. Товстик*

(peter.tovstik@pobox.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Рассматривается осевое сжатие конической оболочки, изготовленной из разномодульного материала, т.е. материала по разному сопротивляющегося растяжению и сжатию. Такой материал получается при армировании изотропной матрицы упругими нитями с

учетом того, что нити не работают на сжатие [1]. Другим примером разномодульного материала является бетон, плохо сопротивляющийся растяжению. В обоих случаях модуль упругости моделируется кусочно постоянной функцией.

При осевом сжатии конической оболочки в средней ее части материал сжат, а напряженное состояние близко к безмоментному. Однако в окрестностях крайних параллелей реализуется напряженное состояние типа краевого эффекта, при котором имеют место интенсивные изгибные деформации и некоторые волокна оказываются растянутыми. В результате для разномодульного материала задача построения напряженного состояния оказывается нелинейной даже при небольших нагрузках.

Рассмотрены шарнирное и жесткое закрепления краев оболочки. Для обоих указанных выше типов разномодульного материала исследуется напряженное состояние оболочки в окрестности ее краев в зависимости от граничных условий и угла конусности.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №01.01.00327).

1. Смирнов А. Л., Товстик П. Е. Тонкие оболочки, подкрепленные нелинейно упругими нитями // Проблемы механики деформируемого твердого тела. Изд. СПбГУ, 2002. С. 277-282.

### **Axial compression of a conic shell made of the material with the various moduli at the extension and the compression**

*I. V. Viktorov, P. E. Tovstik*

St. Petersburg State University, Russia

Axial compression of a conic shell made of material with the various moduli at the extension and the compression is studied. Far from the edges the stress state is membrane and the shell is compressed. Near the edges the extension deformations appear and the stress state is found from the nonlinear problem for various boundary conditions and for various cone angle.



## Моделирование свойств наноструктурных объектов методами молекулярной динамики

*П. Е. Галибаров*

(Pavel\_galibarov@mail.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

В настоящее время во многих промышленных отраслях, например, в микроэлектронике, компьютерной инженерии, появилась необходимость использования материалов, структура которых представляет собой кристаллическую решетку, в узлах которой находятся мелкодисперсные частицы. Ранее при их применении рассматривались основные физико-механические характеристики, полученные в макроэкспериментах. Но в действительности было замечено, что эти параметры существенно отличаются для микро- и макрослучаев, а, следовательно, и возможность применения результатов макроэкспериментов ставится под сомнение.

Проводятся исследования в области механики наноструктур, примером является работа [1], в которой авторы исследуют вопрос о зависимости модулей упругости от характерных размеров нанокристалла, что и было взято за основу данного исследования.

Работа посвящена исследованию зависимости механических характеристик необратимых процессов нанообъекта от числа слоев модели и нагрузки, приложенной на торцах, на примере двумерной монокристаллической полосы, обладающей гексагональной плотноупакованной решеткой с мелкодисперсными частицами в узлах.

Построенная модель позволяет пронаблюдать за поведением предела текучести, учитывая масштабный фактор. Начало пластического течения зависит от числа слоев наноматериала (проявление масштабного фактора), а именно, для достижения одного и того же предела текучести при уменьшении числа слоев к торцам материала нужно прикладывать большую нагрузку.

Полученные результаты хорошо согласуются с результатами работы [1] в своей упругой части.

1. Морозов Н. Ф., Кривцов А. М. Аномалии механических характеристик наноразмерных объектов // Доклады академии наук. 2001. Т. 381, №3, С. 345-347.
2. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. М., 1969. С. 95-96.

## Modelling of nanostructural object's properties by means of the methods of molecular dynamics

*P. E. Galibarov*

St. Petersburg State University, Russia

The comparison method of the mechanical properties of the solid bodies and the nanostructural object's ones.

---

## Об исследовании функционально-механических свойств сплава TiNi при статических и ударных динамических испытаниях малых образцов

*А. А. Груздков\**, *С. И. Кривошеев\*\**, *Ю. В. Петров*, *А. И. Разов*,  
*А. А. Уткин*, *Г. Д. Федоровский*  
(G.Fed@podox.spbu.ru)

\*Санкт-Петербургский государственный технологический университет, Россия

\*\*Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, Россия

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Разработана методика экспериментального изучения механических свойств и эффектов памяти формы "интеллектуального" сплава TiNi при трехточечном изгибе малоразмерных образцов - проволок в условиях статического и ударного магнитно-импульсного нагружения. Использование малоразмерных образцов позволяет анализировать результаты динамических испытаний на основании данных решения соответствующей квазистатической задачи. Длительность воздействия ударника на образец регулируется за счет варьирования расстояния между опорами. Установлено, что при расчете необходимо учитывать инерцию ударника, а инерцией образца можно пренебречь. В опытах определяется критическая (минимальная) амплитуда нагрузки, вызывающая ненулевую остаточную деформацию (прогиб). Пороговое значение амплитуды находится экстраполяцией этой зависимости от остаточного прогиба. Анализ полученных экспериментальных результатов подтвердил эффективность предложенной методики.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №01-01-00250, 02-01-01035), Министерства образования при СПбГУ (№Е00-4.0-174), ЦКП (№00-01-05020), ФЦП "Интеграция".

### **Experimental research static and dynamic mechanical properties a shockfast plastics**

*A. A. Gruzdkov\*, S. I. Krivosheev\*\*, A. I. Razov, Yu. V. Petrov, A. A. Utkin, G. D. Fedorovsky*

\*St. Petersburg State Technological University, Russia

\*\*St. Petersburg State Polytechnical University, Russia

St. Petersburg State University, Russia

A new experimental technique for testing mechanical properties and for investigation of the shape memory effect of TiNi has been developed. Small specimen of NiTi were subjected to the three-point bending in the condition of quasi-static loading and of pulse loading. Small size of specimen allows to neglect wave propagation and to use the solution of quasi-static problem in the mathematical analysis of the process.

Dependence between permanent deflection and amplitude of the loading was experimentally obtained. Threshold value of the amplitude was determined by extrapolation to the zero deflection. It was concluded that the inertia of projectile should been taken into consideration. The different values of pulse duration were obtained by varying distance between supports. The results obtained confirms the reliability of the proposed technique.

---

### **Движение относительно неподвижного центра тяжести жесткой эллипсоидальной оболочки, заполненной реальной жидкостью**

*А. Ю. Ежиков, А. А. Панферов*  
(ezhikov@nm.ru)

ОАО "СПб-Технология", Санкт-Петербург, Россия

Задача аналитического описания движения относительно неподвижного центра тяжести жесткой эллипсоидальной оболочки заполненной реальной жидкостью эквивалентна задаче, впервые рассмотренной Г. П. Дирихле [1], которой посвящен дающий ее развитие и решение мемуар Б. Римана [2]. Для построения уравнений Эйлера, описывающих движение такого тела, необходимо и достаточно вычислить

субстанциональные производные от угловых скоростей, описывающих движения этого тела как твердого, то есть рассматривая эллиптические функции, в них входящие, как функции двух переменных — аргумента и эксцентриситета, зависящего от периодически изменяющихся моментов инерции эллипсоида. Они имеют вид

$$\omega_{I_i} = [\varphi_{i1} D_t \omega_i + \varphi_{i2} (Z - \varepsilon^2 u) \omega_i + \varphi_{i3} \ln(c_j \omega_j - i \varepsilon c_k \omega_k)] \frac{d\varepsilon}{dt} + \varphi_{i5} \omega_i,$$

где  $\varphi_{ij}$  — коэффициенты, зависящие от времени. Так как движение оболочки с жидкостью определяются уравнениями

$$A_i D \omega_i + (A_k - A_j) \omega_j \omega_k = f_{1i} \omega_i + f_{2i} \omega_i^3 + f_{3i} \omega_j \omega_k,$$

то правые части этих уравнений описывают вращения жидкости внутри оболочки относительно тех же осей, что и вращения тела в целом, но направленные в противоположные стороны [3].

Ввиду геометрии обтекания жидкостью внутренней поверхности оболочки ее движение, порожденное скоростями, усложняется и его полное описание строится в абелевых функциях от пяти переменных, являющихся решениями уравнений Эйлера-Стокса, описывающих течение вязкой сжимаемой жидкости.

1. Dirichlet G. P. Untersuchungen über ein Problem der Hydrodynamik // Journ. für der reine und ang. Math., Bd. 58, 1861.
2. Риман Б. О движении жидкого однородного эллипсоида. Сочинения. М.-Л.: ГИТТЛ, 1948. С. 339-366.
3. Лодыженский В. К. Вынужденное движение твердого тела вокруг неподвижного центра тяжести и неподвижной точки // Quaest. Phyl. Nat. 4-5, 2001. С. 76-106.

## About motion of a rigid shell filled with a real liquid around fixed center of gravity

*A. Ju. Ezhikov, A. A. Panferov*

ОАО "SPb-Technology", St. Petersburg, Russia

The differential equations describing the motion of rigid ellipsoidal shell filled with real liquid about fixed center of gravity and their solution are constructed by means of derivation of components of a moment of momentum with respect to dynamic initial conditions.

## К задаче об устойчивости цилиндрической панели, сопряженной со стержнем

*В. И. Ершов, Э. Г. Ершова*

(vasily75@yandex.ru)

Рыбинская государственная авиационная технологическая академия,  
Россия

Рассматривается устойчивость полубесконечной цилиндрической панели, криволинейные края которой шарнирно оперты. На прямолинейном краю панель подкреплена прямолинейным стержнем прямоугольного поперечного сечения.

Будем считать, что до потери устойчивости стержень сжат в осевом направлении таким образом, что его осевая деформация равна осевой деформации оболочки. Задача решается в линейной постановке. Из условия взаимодействия оболочки со стержнем получаем граничные условия.

При сделанных предположениях задача допускает разделение переменных.

По аналогии с [3] будем искать локализованное в окрестности края, подкрепленного стержнем, решение в виде

$$W(x, \phi) = \sum_{k=1}^n C_k W_k \exp\left(\frac{iq_k \phi}{\mu}\right) \sin\left(\frac{\pi x}{e}\right), \quad (1)$$

где  $q_k$  — корни уравнения

$$\left(\left(\frac{\pi\mu}{e}\right)^2 + q_k^2\right)^4 - 2\lambda \left(\frac{\pi\mu}{e}\right)^2 \left(\left(\frac{\pi\mu}{e}\right)^2 + q_k^2\right)^2 + \left(\frac{\pi\mu}{e}\right)^4 = 0. \quad (2)$$

причем  $I_m(q_n) > 0$ , что обеспечивает затухание решения при удалении от прямолинейного края.

Подстановка решения (1) в граничные условия, соответствующие взаимодействию оболочки со стержнем, дает систему четырех линейных уравнений относительно  $C_k$ . Параметр нагрузки  $\lambda$  определяем, приравняв к нулю определитель системы

$$\Delta(\lambda, q) = 0. \quad (3)$$

Проводится сравнение порядков величин ”стержневых” и ”оболочечных” слагаемых в (3). Асимптотический анализ проводится для

стержня квадратного поперечного сечения с относительной толщиной  $a$ , пропорциональной  $\mu^\xi$  ( $0 < \xi \leq 2$ ).

Для относительно тонкого стержня  $2 \geq \xi > \frac{9}{8}$  оболочка подкрепляет стержень и препятствует его потере устойчивости. При  $1 < \xi < \frac{9}{8}$  один стержень потерял бы устойчивость раньше, чем оболочка, но оболочка препятствует его потере устойчивости. При  $\xi < 1$  стержень теряет устойчивость позже, чем оболочка, т.е. стержень подкрепляет оболочку.

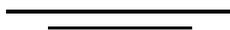
1. Григолюк Э. И., Кабанов В. В. Устойчивость оболочек. М.: Наука, 1978. 360 с.
2. Светлицкий В. А. Механика стержней. М.: Высшая школа, 1987. 320 с.
3. Товстик П. Е. Устойчивость тонких оболочек. М.: Наука, 1995. 320 с.

### On the problem of stability thin cylindrical panels support by rib

*V. I. Ershov, Z. G. Ershova*

Rybinsk State Academy of Aviation Technology, Russia

The buckling under axial compression of cylindrical panels supported by rib is considered. The asymptotic relations describing influence the square of sections of rib on the critical axial compression are obtained.



## Построение алгоритма для связанной задачи колебаний пластины, обусловленных тепловым ударом на ее поверхности

*А. В. Зайцев, О. В. Пахомов*

(refr@sarft.spb.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет  
низкотемпературных и пищевых технологий, Россия

При постановке проблемы анализируется динамика перемещений пластины в случае интенсивного потока нагретого газа или излучения, падающего по нормали к ее поверхности. В работе рассматриваются результаты решения динамической задачи термоупругости для такой пластины. В качестве граничных условий рассматриваются условия Неймана для тепловой задачи и жесткое защемление - для упругой. Показано, что аналитическое решение термоупругой задачи может быть получено в виде ряда Фурье по функциям Бесселя. В данном решении постоянная составляющая разложения описывает статический прогиб пластины, а бесконечная сумма по собственным значениям функций дает динамический прогиб, который обусловлен инерционными процессами. Решение данной задачи дает характеристики вынужденных незатухающих колебаний пластины. Для адекватного описания физического процесса термоупругих колебаний, обусловленных тепловым ударом на ее поверхности, также рассматривается термоупругая задача с диссипативным членом. Диссипативный член определяется как функция внутренней вязкости и скорости перемещений пластины, причем при таком подходе термоупругая задача является связанной. Данная постановка задачи сводится к определению термоупругих колебаний, вызванных термоударом, с учетом явлений релаксации вследствие внутреннего демпфирования в упругой области. Показано, что для этого случая общее решение системы нелинейных уравнений в частных производных описывает процесс затухающих колебаний пластины, причем процесс релаксации зависит как от граничных условий, так и от геометрического фактора. В работе рассматривается построение алгоритма для решения связанной динамической задачи термоупругости с внутренним демпфированием для пластины. Приводятся результаты численного расчета по предложенному алгоритму и анализ полученных зависимостей. Показано, что предложенные

подход и алгоритм дают описание процесса релаксации термоупругих колебаний, адекватное действительности.

### Construction of algorithm for the connected problem of plate oscillations, caused by thermal impact on its surface

*A. V. Zaitsev, O. V. Pakhomov*

St. Petersburg State University of low-temperature and food technologies, Russia

Oscillations of a plate, caused by intensive flow of hot gas or radiation are analyzed. The inner damping is taken into account. It is shown that the general solution describes process of damping oscillations of a plate, and the process of a relaxation depends on both boundary conditions and the geometrical factor. The results of numeric calculation are discussed.

---

### Статические свойства балочной модели разрушения тонких отслоений

*Б. А. Зимин, М. А. Миркин, О. В. Темнов*

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Строится балочная модель разрушения тонких отслоений композитных материалов. Показано, что  $K_{1c} = O(h^{-3/2})$ , где  $K_{1c}$  - коэффициент интенсивности напряжений,  $h$  - толщина отслоения.

Эксперименты по расслоению свидетельствуют о том, что величина нагрузки  $P_i$ , при которой происходит расслоение, имеет случайную составляющую. Поэтому при осуществлении измерительной процедуры на натуральных объектах важное место занимает функционал:

$$F(T) = \frac{1}{T} \int_0^T P^2 dt$$

Физической основой, определяющей процесс расслоения, является значение отношения  $T/\tau$ , где  $\tau$  - время корреляции случайного процесса  $P(t)$ ,  $T$  - время реализации процесса расслоения.

Если  $T > \tau$  и выполняется условие эргодичности процесса, то математическое ожидание  $F(T)$  по гауссовой мере, определяемой из экс-

перимента, дает возможность построить некоторую новую характеристику разрушения  $\langle F(T) \rangle = \gamma$ , эквивалентную поверхностной энергии Гриффитса для малых времен процесса расслоения ( $T$ ).

### Statistic properties of a beam model of the destruction of thin exfoliations

*B. A. Zimin, M. A. Mirkin, O. V. Temnov*

Saint Petersburg State University, Russia

A beam model of the destruction of thin exfoliations is built. Its statistic properties are considered. The process of exfoliating is analyzed.

### О критических скоростях вращения сверла

*Г. Е. Иванов*

(mry@phoenix.math.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет растительных полимеров, Россия

Классическими методами исследуются критические скорости вращения тяжелого сверла кругового сечения с продольными канавками [1]. Полученные расчетные значения хорошо согласуются с экспериментальными голограммами, приведенными в монографии [2].

1. Бабаков И. М. Теория колебаний. М., 1965. 559 с.
2. Филиппов Г. В. Режущий инструмент. Л.: Машиностроение, 1981. 392 с.

### On critical speeds of rotation of a drill

*G. E. Ivanov*

St. Petersburg State University of Vegetation Polymers, Russia

The critical speeds of rotation of the heavy drill with a circular cross section and longitudinal slots are investigated by classical methods. Results of numeric calculation well correspond with the experimental holograms given in literature.

## Устойчивость цилиндрической оболочки с прямоугольным поперечным сечением под действием осевой сжимающей нагрузки

*М. В. Кликушина*  
(klikusha@mail.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Рассматривается задача устойчивости упругой цилиндрической оболочки с прямоугольным поперечным сечением, сжимаемой между двумя абсолютно твердыми параллельными плитами. При сечениях, близких к квадратному, для нахождения приближенного значения критической нагрузки применяется асимптотический метод. В качестве начального приближения используется решение задачи устойчивости оболочки с квадратным поперечным сечением [1-3]. Предполагается, что смещения края оболочки в плоскости плиты могут препятствовать только силы трения.

Если силы трения между оболочкой и плитой так велики, что исключают перемещения краев оболочки в плоскости плиты, то граничные условия на краях оболочки совпадают с условиями шарнирного опирания краев. Форма потери устойчивости равномерно покрывает всю поверхность стенок оболочки.

Случай, когда силы трения равны нулю, близок к граничным условиям свободных краев. Форма потери устойчивости локализуется возле краев оболочки.

С помощью метода конечных элементов подтверждается достоверность асимптотических результатов и оцениваются границы их применимости.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №01-01-00327).

1. Филиппов С. Б. Устойчивость цилиндрической оболочки с квадратным поперечным сечением // Вестник СПбГУ. 1999. Вып.3. С. 97-101.
2. Кликушина М. В., Филиппов С. Б. Устойчивость цилиндрической оболочки с квадратным поперечным сечением, имеющей два свободных края // Вестник СПбГУ. 2001. Вып.1. С. 86-92.
3. Filippov S. B., Haseganu E., Smirnov A. L. Buckling analysis of axially-compressed square elastic tubes with weakly supported edges // Technische Mechanik. 2000. Т. 2, С. 13-20.

## The buckling of cylindrical shell with rectangular cross-section under the action of axial loading

*M. V. Klikushina*

St. Petersburg State University, Russia

The cylindrical shell with the rectangular cross-section compressed between two absolutely hard parallel plates is considered. The asymptotic method for solution of the buckling problem for this shell is used. The approximate analytical solution of the corresponding boundary value problem is obtained. The results of asymptotic method and finite element method are compared.

---

## Исследование резонансных движений твёрдого тела с упругими элементами вокруг неподвижной точки

*Л.И. Конкина*

(Konkina-l@vitkom.ru)

Великолукская государственная сельскохозяйственная академия, Россия

Рассматривается движение несимметричного тела с упругими элементами вокруг неподвижной точки. Упругие элементы представляют собой вязкоупругие стержни, расположенные в экваториальной плоскости эллипсоида инерции. Предполагается, что стержни гибкие и деформации изгиба сопровождаются рассеянием энергии. Исследование резонансных движений системы упругое - твёрдое тело проводится в канонических переменных действие - угол. Функция Рауса системы содержит малый параметр  $\varepsilon$  ( $0 < \varepsilon \ll 1$ ) и является  $2\pi$ -периодичной по угловым координатам  $w_1$  и  $w_2$ .

В порождающей системе имеется стационарное вращение, причем отвечающее ему положение равновесия приведенной системы устойчиво в линейном приближении.

Предполагается, что в системе имеется внутренний резонанс: отношение собственной частоты к частоте прецессии  $\omega_1 = \kappa\omega_2$  ( $\kappa = 1, 2$ ). При помощи методов КАМ-теории построены приближенные уравнения, описывающие эволюцию движения системы тяжелое упругое - твёрдое тело с неподвижной точкой в канонических переменных действие-угол.

Метод разделения движений и усреднения позволяет получить систему эволюционных уравнений движения неизвестными, в которой являются переменные действия невозмущенной задачи. Наличие диссипативных сил позволяет сделать вывод о том, что на первом этапе движения происходит затухание собственных колебаний в системе описывающей движение сплошной среды. Затем рассматривается вынужденное движение сплошной среды и его влияние на эволюцию переменных действия, описывающих поведение системы.

### **The investigation of resonant motion of a solid with elastic elements around the immovable point**

*L. I. Konkina*

State Agricultural Academy of Velikoluksk, Russia

The motion of a mechanical system formed by a rigid body rotating around a fixed point and carrying elastic rods, which undergo flexural deformation, is investigated. The asymptotic method of constructing approximate equations describing the evolution of the system motion in canonical action-angle variables is employed. The method of separating the motions and using the averaging operator enables the qualitative features of the behavior of the system to be investigated, since. As a rule, the equations of motion of such systems cannot be integrated in explicit form.

---

### **Исследование влияния поперечных сдвигов на бифуркацию слоистой цилиндрической оболочки под действием осевых сил**

*Е. А. Корчевская, С. П. Кунцевич, Г. И. Михасев*  
(ksp@vgpi.belpak.bitebsk.by, Sergey\_Kuntsevich@tut.by,  
mikhasev@vgpi.belpak.vitebsk.by)

Витебский государственный университет, Беларусь

Рассматривается задача о бифуркации безмоментного напряженного состояния композитной слоистой цилиндрической оболочки под действием осевых сил. Оболочка, в общем случае, является некруговой, а осевые силы — функции окружной координаты. На краях оболочки рассматриваются условия шарнирного опирания.

В качестве исходных уравнений используются уравнения типа Кармана [1], учитывающие наличие слоев и осредненный эффект поперечных сдвигов.

В предположении о локализации форм потери устойчивости в окрестности некоторой "наиболее слабой" образующей, используется асимптотический метод П.Е. Товстика [2]. Рассматриваются оболочки разной длины: короткие, средние, длинные. В зависимости от типа оболочки строятся решения исходных уравнений, отличающиеся характером волнообразования в окружном направлении.

В работе исследуется влияние параметра поперечного сдвига на критическую нагрузку и степень локализации форм потери устойчивости в окрестности слабой образующей. В частности, установлено, что влияние осредненного параметра поперечного сдвига на критическую нагрузку более существенно в случае оболочки, нагруженной осевыми силами, чем для оболочки, находящейся под действием внешнего давления [3].

Работа выполнена в рамках Государственной программы фундаментальных исследований Республики Беларусь (ГПФИ 2001-2005).

1. Григолюк Э. И., Куликов Г. М. Многослойные армированные оболочки: Расчет пневматических шин. М., 1988. 288 с.
2. Товстик П. Е. Устойчивость тонких оболочек: асимптотические методы. М., 1995. 320 с.
3. Mikhasev G., Seeger F., Gabbert U. Local Buckling of Composite Laminated Cylindrical Shells with Oblique Edges under External Pressure: Asymptotic and Finite Element Simulations // Technische Mechanik. 2001. В. 21, Н. 1. Р. 1-12.

### **Investigation of influence of transverse shears on buckling of laminated cylindrical shell under axial forces**

*E. A. Korchevskaya, S. P. Kuntsevich, G. I. Mikhasev*

Vitebsk State University, Belarus

The problem of local buckling of a thin composite laminated cylindrical shell under axial forces is studied. Presupposing that buckling takes place in the neighbourhood of some "weakest" generator, the asymptotic Tovstik's method is used, finding the critical axial force and the eigenmodes. The influence of the transverse shears on the critical axial force is analyzed.

## Устойчивость тонкой круговой анизотропной цилиндрической оболочки при чистом кручении

*И. Л. Кузиванов*

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Проведено исследование устойчивости безмоментного напряженного состояния тонкой круговой анизотропной цилиндрической оболочки с различными типами обмоток при чистом кручении. Интерес к данному виду расчетов связан с тем, что задачи такого рода часто встречаются в самолето- и ракетостроении.

Получены формулы нулевого и первого приближений по малому параметру и на их основании проведены расчеты параметра критического нагружения и формы потери устойчивости.

В работе рассматриваются оболочки с двумя типами обмоток. В первом случае оболочка имеет две симметричные системы усиливающих нитей, во втором случае — одну систему нитей эквивалентной жесткости. При расчетах варьировалась жесткость нитей, их количество и угол наклона по отношению к образующим оболочки.

Показано существенное влияние всех трех параметров на значение параметра критической нагрузки и форму потери устойчивости.

Отмечено значительное различие в поведении оболочек в первом и втором случаях. Найдены также наилучшее и наихудшее расположение усиливающих нитей в оболочке с точки зрения ее максимальной устойчивости.

## The buckling of thin anisotropic circular cylindrical shell under torsion

*I. L. Kuzivanov*

St. Petersburg State University, Russia

The buckling of thin anisotropic circular cylindrical shell under torsion is studied in this paper. The critical loading and the form of buckling for shells with different types of enforcing fibers are found. The formulas for asymptotic analysis with accuracy up to the second approximation are introduced.

---

---

## Исследование характеристических уравнений с помощью обобщенного метода Ньютона

*И. М. Ландман, А. Л. Смирнов*

(Irina.Landman@pobox.spbu.ru, smirnov@bals.usg.pu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

В работе представлен алгоритм построения формального асимптотического решения краевой задачи, описанный с помощью символьных вычислений, на примере задачи колебаний тонких оболочек вращения. Алгоритм основывается на методе асимптотического интегрирования, разработанного в [1].

Задачи свободных колебаний оболочек вращения описываются системой уравнений вида:

$$\frac{d\mathbf{Y}}{ds} = A(s; \mu, m, \lambda)\mathbf{Y} \quad (1)$$

с однородными граничными условиями:

$$B_{ij}\mathbf{Y}_j(s_i) = 0, \quad i = 1, 2 \quad j = 1, \dots, 4, \quad (2)$$

где  $\mathbf{Y}$  — вектор-функция  $[8 \times 1]$ ,  $A$  — матрица размером  $[8 \times 8]$ ,  $B$  — матрица размером  $[8 \times 8]$ ,  $s$  — независимая координата,  $\lambda$  — частота колебаний, являющаяся искомым собственным значением. В качестве параметров система включает малую относительную толщину оболочки  $\mu$ , число волн в окружном направлении  $m$  и, возможно, другие малые параметры, например,  $\Omega$  — угловую скорость вращения или начальные напряжения.

Решение задачи (1) включает в себя нахождение корней  $p(s)$  характеристического уравнения вида

$$|A(s; m, \mu, \lambda) - p(s)\mathbf{I}| = 0 \quad (3)$$

Это уравнение, в случае когда  $A$  постоянна, можно представить в виде:

$$\sum_{i=1}^8 \sum_{\alpha_i, \beta_i, \gamma_i} p^i \mu^{\alpha_i} \lambda^{\beta_i} m^{\gamma_i} a_i = 0 \quad (4)$$

где  $a_i$  — постоянные.

В работе получено решение данного уравнения для различных областей пространства используемых параметров  $(\mu, \lambda, m)$  с помощью средств вычислительной геометрии. Существенно используется малость параметра  $\mu$ , относительно которого определяются порядки остальных параметров. Рассмотрение ограничено случаем, когда уравнение (4) не имеет кратных корней. Алгоритм позволяет определить области пространства параметров, внутри которых корни характеристического уравнения имеют одинаковую структуру и найти главные члены корней. Алгоритм реализован при помощи прикладного пакета для математических вычислений "Mathematica 4.1." и позволяет решать задачи, содержащие 3 параметра. В случае большего числа параметров алгоритм позволяет строить трехмерные сечения пространства параметров. Численные результаты, полученные, в частности, для случая низкочастотных колебаний цилиндрических оболочек хорошо согласуются с результатами, полученными другими авторами.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №01-01-00327).

1. Гольденвейзер А. Л., Лидский В. Б., Товстик П. Е. Свободные колебания тонких упругих оболочек. 1979.
2. Бауэр С. М., Товстик П. Е., Филиппов С. Б., Смирнов А. Л. Асимптотические методы в примерах и задачах. Учебное пособие, СПб.: Издательство С.-Петербургского университета, 1997.
3. О'Рурке Дж. Вычислительная геометрия на С. Камбридж, 1998.

## Analysis of characteristic equations by generalized Newton's method

*I. M. Landman, A. L. Smirnov*

St. Petersburg State University, Russia

An algorithm for the asymptotic solution of boundary value problems involving vibrations of thin shells of revolution by means of symbolic computation is presented. The equations describing the vibrations of thin shells contain several parameters, the main of which is the small parameter of the relative shell thickness. Formal asymptotic solutions in different domains of the space of parameters are obtained by means of computational geometry methods and realized in "Mathematica 4.1". The study is limited to the cases for which the asymptotic representation of the solution is the same in the entire domain

of integration, and solutions are linearly independent (no turning points, no multiple roots). The obtained results for thin cylindrical shells are in good agreement with those obtained by other authors.

---

### Колебания цилиндрической оболочки, подкрепленной пластинами

*И. Н. Макаренко*

(irina07@hotmail.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Задача о низкочастотных колебаниях тонкой круговой цилиндрической оболочки средней длины, подкрепленной пластинами, рассматривалась в работе С.Б. Филиппова [1]. Были получены асимптотические формулы, позволяющие вычислять наибольшее значение первой частоты при фиксированной массе конструкции.

В данной работе для исследования колебаний цилиндрической оболочки, подкрепленной кольцевыми пластинами, использовался численный метод ортогональной прогонки.

Система уравнений, описывающая малые свободные неосесимметричные колебания оболочки вращения, бралась в безразмерном виде [2,3] и приводилась к нормальной форме

$$\frac{dy_i}{ds} = \sum_{j=1}^8 a_{ij}(s, \mu, \lambda) y_j, \quad i = 1, \dots, 8.$$

где  $\mu$  — малый параметр, связанный с безразмерной толщиной оболочки,  $\lambda$  — искомый параметр частоты. Нахождение собственных значений однородной краевой задачи для системы линейных дифференциальных уравнений осуществлялось методом прогонки [4]. Численные результаты метода прогонки сравнивались со значениями первой частоты, полученными по асимптотическим формулам в работах [1], [2]. Исследовалась зависимость первой частоты конструкции от ширины кольцевых пластин.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №01-01-00327).

1. Filippov S. B. Optimal design of stiffened cylindrical shell // 4th EU-ROMECH, Mets, France. June 2000. Book of abstract, II, P. 545.

2. Филиппов С. Б. Теория сопряженных и подкрепленных оболочек. СПб.: Изд-во СПбГУ, 1999. 196 с.
3. Гольденвейзер А. Л., Лидский В. Б., Товстик П. Е. Свободные колебания тонких упругих оболочек. М.: Наука, 1979. 384 с.
4. Бахвалов Н. С. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения). Т. I. М., 1973. С. 565-577.

## Vibrations of cylindrical shell stiffened by plates

*I. N. Makarenko*

St. Petersburg State University, Russia

The vibrations of a thin cylindrical shell stiffened by identical rings are considered. The numerical sweep method is used for the calculation of the first (fundamental) vibration frequency of a structure. The influence of the rings width on the first vibration frequency is studied. The numerical and asymptotic results are compared.

---

## Нелинейные модели теории вязкоупругости эластомерных материалов

*В. М. Мальков*

(venmalkov@inbox.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

В работе построены определяющие уравнения нелинейной теории вязкоупругости для эластомерных материалов, которые отличаются от известных общих теорий вязкоупругости относительной простотой и могут быть реально использованы для решения прикладных задач. Основной целью исследования было построение приближенных моделей определяющих уравнений для учета диссипации энергии при больших динамических деформациях тел из резиноподобного материала. Этот вопрос является весьма актуальным, особенно в проблемах сейсмо- и виброизоляции объектов с помощью эластомерных элементов. В частности получены аналоги материалов неогукковского, Муни-Ривлина и Сен-Венана-Кирхгофа. Применение уравнений показано на двух плоских нелинейных задачах: простой сдвиг слоя и кручение цилиндрического шарнира для модели неогукковского вязкоупругого материала. Определяющие соотношения линейной теории вязкоупругости [1,2] отличаются от ли-

нейного закона упругости тем, что в них константы материала заменены интегральными операторами по времени. Эта аналогия использовалась и при построении определяющих уравнений нелинейной теории вязкоупругости [3] с помощью функционала свободной энергии.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №00-01-00462).

1. Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости. М.: Мир, 1974.
2. Работнов Ю. Н. Элементы наследственной механики твердых тел. М., 1977.
3. Мальков В. М. Некоторые модели определяющих уравнений нелинейной теории вязкоупругости // Вестник СПбГУ. 2002. Сер. 1, Вып. 2(9).

## **Nonlinear models of viscoelasticity of elastomeric materials**

*V. M. Malkov*

St. Petersburg State University, Russia

The approximate constitutive equations of nonlinear viscoelasticity are constructed for elastomeric materials. In particular the models of neo-Hookean, Mooney - Rivlin and Saint-Venant — Kirchhoff materials are obtained for viscoelasticity. These material models can be really used for solving of applied problems.

---

## **Влияние температуры на собственные частоты колебаний анизотропной пластины**

*Г. А. Матвеева*

(mga@phoenix.math.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Исследуется влияние температуры на собственные частоты колебаний однородной анизотропной пластины постоянной толщины. Рассматриваются высокочастотные сдвиговые колебания в направлении толщины пластины.

Интерес к такой задаче связан с кварцевыми резонаторами, которые выпускаются в форме круглых или прямоугольных пластин и широко используются в настоящее время [1]. Влияние температуры

на рабочую частоту кварцевого резонатора сравнительно невелико и может быть оценено методом возмущений. В общем случае при неравномерном нагреве на изменение величины рабочей частоты оказывает влияние ряд факторов. В работе исследуется влияние двух из них: температурных деформаций и температурной зависимости модулей упругости. Расчеты проводились для пластин из меди и серебра.

Методом возмущений найдены поправки к собственным частотам колебаний пластины. Вычислены коэффициенты абсолютных и относительных поправок, не зависящие от толщины пластины и перепада температуры. Выяснено, что поправки, связанные с температурной зависимостью модулей упругости, вносят гораздо больший вклад в величину частоты, чем поправки, обусловленные температурными деформациями.

1. Bauer S. M., Filippov S. B., Semenov V. N., Tovstik P. E., Vorokhovskiy Y. L. The effect of the temperature on the vibration frequencies of plane-convex plate of quartz resonators // Proceeding of the IEEE Frequency Control Symposium 27-29 May 1992, The Hershey Lodge and Convention Center Hershey, Pennsylvania, USA. P. 603-606.

### **The effect of the temperature on the vibration frequencies of anisotropic plates**

*G. A. Matveeva*

St. Petersburg State University, Russia

The shift vibrations in the thickness direction of anisotropic plates are discussed. The effect of the thermal dependence of the elastic modulus and the influence of the thermal strains are taken into consideration.

---

### **Математическое моделирование колебательной системы среднего уха**

*Г. И. Михасев*

(mikhasev@vgpi.belpak.vitebsk.by)

Витебский государственный университет, Беларусь

Предлагается математико-механическая модель среднего уха человека, состоящая из барабанной перепонки и сопряженной с ней

системы звукопроводящих косточек (молоточек, наковальня, стремечко). Для построения модели вводится ряд допущений.

Во-первых, предполагается, что на барабанную перепонку падает низкочастотная звуковая волна слабой интенсивности. В этом случае молоточек и наковальня двигаются как единое целое, совершая вращательные колебания вокруг оси, проходящей через основание рукоятки молоточка и длинный отросток наковальни [1]. Положение этой оси в пространстве считается неизменным.

Второе предположение связано с описанием геометрических и физических параметров перепонки. Последняя моделируется тонкой однослойной предварительно напряженной изотропной пологой оболочкой.

Движение перепонки описывается системой уравнений тонких пологих оболочек, а движение сочленения "молоточек — наковальня" и стремени — обыкновенными дифференциальными уравнениями второго порядка.

Известно, что низкочастотные колебания перепонки уха отличаются ярко выраженной локализацией форм колебаний [1]. Для описания свободных низкочастотных колебаний моделируемой системы применяется асимптотический метод [2], позволяющий решения уравнений движения пологой оболочки искать в виде функций, быстро убывающих вдали от некоторых линий.

1. Кобрак Г. Среднее ухо. М.: Гос. изд-во медицинской литературы, 1963. 456 с.
2. Товстик П. Е. Устойчивость тонких оболочек: асимптотические методы. М.: Наука. Физматлит, 1995. 320 с.

## Mathematical simulation of vibrating system of middle ear

*G. I. Mikhasev*

Vitebsk State University, Belarus

The mathematical model of the middle ear is proposal. The vibrating system of the middle ear is considered as the system consisting of a thin isotropic shallow shell and the chain of adjoint bars.

---

## Решение интегро-дифференциального уравнения для слабонеравновесной релаксирующей среды

*В. А. Морозов, О. В. Семенюк*

(vaa@math.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

При сжатии или растяжении материала импульсами напряжения, длительность которых меньше времени релаксации продольных и поперечных составляющих напряжения к своим равновесным значениям, проявляется ангармонизм колебаний решетки за счет большой скорости ввода энергии. Следствием этого является нелинейный отклик среды на воздействующую нагрузку. При длительностях импульсов нагружения, сравнимых с временем релаксации, процесс можно считать слабонеравновесным.

В работе система одномерных уравнений движения твердотельной релаксирующей среды с уравнением состояния, полученным по методу Мандельштама - Леонтовича [1,2], сводится к одному интегродифференциальному уравнению. Его решение осуществляется численно в линейном приближении. Результаты численного исследования эволюции ударно-волнового профиля в процессе его движения в среде сравниваются с данными эксперимента [3]. Проанализированы асимптотические решения полученного уравнения для случаев, когда время релаксации много меньше длительности воздействующего импульса и много больше его. В первом случае задача сводится к решению хорошо известного уравнения Бюргерса, во втором — к дифференциальному уравнению первого порядка. Результаты иллюстрируются при различных значениях параметра релаксации.

1. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975.
2. Васильева О. А., Карабутов А. А., Лапшин Е. А., Руденко О. В. Взаимодействие одномерных волн в средах без дисперсии. Изд-во МГУ, 1983.
3. Морозов В. А. Особенности нагружения, деформирования и разрушения материалов в субмикросекундном и наносекундном диапазонах длительностей // Модели механики сплошной среды. Сборник обзорных докладов и лекций XIV Международной школы по темам механики сплошной среды. М.: Изд-во МФТИ. 1997. С. 105 - 117.

## Solution to an integro-differential equation for a slightly nonequilibrium relaxing medium

*V. A. Morozov, O. V. Semenyuk*

St. Petersburg State University, Russia

In the paper the set of one-dimensional equations of motion with the state equation resulted from the Mandelshtam-Leontovich is reduced to a one integro-differential equation. It is solved numerically in the linear approximation. The results of the numerical analysis for the shock wave profile evolution during its propagation in the medium are compared with the experimental results. Asymptotic solutions to the derived equation are analyzed.

---

## Асимптотические решения краевых задач для тонкого прямоугольника по несимметричной теории упругости

*М. Н. Мутафян, С. О. Саркисян*

(mmoutafyan@yahoo.com, afarmanyan@yahoo.com)

Гюмрийский государственный педагогический институт, Армения

Развитие новых моделей, учитывающих микроструктуру материального континуума, — одно из ведущих научных направлений в механике твердого тела. К числу таких моделей относится моментная или несимметричная теория упругости (НТУ) [1-3]. Под таким континуумом понимается среда, деформация которой определяется кинематически независимыми полями перемещений и поворотов, напряженное состояние — полями силовых и моментных тензоров напряжений. В (НТУ), как и в классической теории упругости (КТУ), особое место занимают исследования, посвященные теории тонких стержней, пластин и оболочек.

Как известно, многие важные результаты, полученные в теории стержней, пластин и оболочек по (НТУ), объективно связываются с применением асимптотического метода.

Основная цель данной работы — построение асимптотической статической теории тонкого упругого прямоугольника (стержня) по (НТУ).

В основу рассуждений положено свойство напряженно-деформированного состояния (НДС) тонкого упругого прямоугольника по (НТУ), испытывающего статические воздействия, выражаемое структурной формулой

$$(\text{НДС})_{\text{полн}} = (\text{НДС})_{\text{вн}} + (\text{НДС})_{\text{кр}}$$

В этом равенстве нижними индексами отмечены по (НТУ) полное, внутреннее (т.е. проникающее в глубь прямоугольника (НДС)) и краевое (НДС), которое возникает вблизи торцов и быстро (экспоненциально) затухает при удалении от них в глубь тела прямоугольника.

Основным предметом рассмотрения является вопрос о приближенных методах внутреннего расчета прямоугольника, т.е. определение  $(\text{НДС})_{\text{вн}}$  по (НТУ), и краевого расчета, т.е. определение  $(\text{НДС})_{\text{кр}}$  по (НТУ). Оба метода строятся на базе асимптотического (при малой относительной толщине области) интегрирования двумерных линейных дифференциальных уравнений плоской статической задачи по (НТУ) [2-4].

Построение внутреннего итерационного процесса позволяет построить прикладные теории изгиба и растяжения-сжатия тонкого прямоугольника по (НТУ). Изучается структура погранслоя. Для определения показателя затухания погранслоя по (НТУ) получено соответствующее трансцендентное уравнение. Строятся функции типа погранслоя в (НТУ), доказываются условия типа обобщенной ортогональности. Изучается проблема взаимодействия погранслоя с внутренним напряженным состоянием прямоугольника при различных видах двумерных граничных условий на боковых кромках прямоугольника по (НТУ), в результате которого поставленные граничные условия разделяются между внутренней задачей и задачей для погранслоя.

1. Амбарцумян С. А. Микрополярная теория оболочек и пластин. Ереван: Изд-во НАН Армении, 1999. 214 с.
2. Морозов Н. Ф. Математические вопросы теории трещин. М.: Наука, 1984. 256 с.
3. Пальмов В. А. Плоская задача теории несимметричной упругости // ПММ. 1964. Т. 28, Вып. 6, С. 1117-1120.
4. Саркисян С. О. Асимптотическая теория и вариационное уравнение плоской задачи упругой тонкой пластинки по моментной теории

- упругости // Доклады НАН Армении. 1999. Т. 99, №2. С. 138-147.
5. Саркисян С. О., Мутафян М. Н. Внутренняя задача изотропного упругого прямоугольника по несимметричной теории упругости // Известия ВУЗ-ов. Северо-Кавказский регион. Естественные Науки. 2000. №3. С. 141-142.

## **Asymptotic solutions of boundary value problems for thin rectangle on the asymmetrical theory of elasticity**

*M. N. Moutafyan, S. O. Sarkisyan*

Gyumri State Pedagogical Institute, Armenia

In this work the asymptotic theory for thin rectangle on asymmetrical theory of elasticity is set forth. The interior iteration process and boundary layer are constructed, their mating for various types of two-dimensional boundary layers on the edges of the rectangle on asymmetrical theory of elasticity is studied. Separate boundary conditions for interior problem and boundary layer are detained.

---

## **О локализации повреждений в деформируемых средах**

*М. А. Нарбут*

(narbut@mn7503.spb.edu)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Для описания процессов накопления повреждений вводится нелинейное уравнение в частных производных параболического типа. Обсуждается математическая постановка краевых задач. Разрушению среды в точке отвечает конечное время (так называемый момент обострения), при котором решение рассматриваемого уравнения неограниченно возрастает. Простое преобразование позволяет перейти к функции поврежденности Качанова-Работнова. В случае пространственно-однородной задачи из уравнения в частных производных получается уравнение Качанова-Работнова. В общем случае теория описывает локализацию повреждений, обычно наблюдаемую в экспериментах. В математическом плане предлагаемый подход лежит в русле идей научной школы А. А. Самарского-С. П. Курдюмова. В механике разрушения аналогичный подход развивается в последнее время Г. И. Баренблаттом.

## On damage localization in deformed media

*M. A. Narbut*

St. Petersburg State University, Russia

The nonlinear partial differential equation of the parabolic type is used in damage mechanics to predict the time of blow-up and to describe damage localization. The classical Kachanov-Rabotnov's approach is considered as a particular case. The similar approach was discussed recently by G. I. Barenblatt.

---

## Локальные формы потери устойчивости и колебаний тонких оболочек

*Н. В. Наумова*

(naum@phoenix.math.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Исследованиям в области сопряженных оболочек посвящено достаточно много работ. Но большинство из них касается только оболочек вращения. В докладе рассматривается система двух сопряженных оболочек, одна из которых является цилиндрической, а другая — непрямой конической. В работах [1,2] получены нулевое и первое приближение для системы сопряженных оболочек при различных геометрических параметрах оболочек. Значение эксцентриситета  $e$  для конической оболочки варьировалось от 0 до 0.9. В этом случае формы колебаний и формы потери устойчивости локализуются в окрестности наиболее длинной образующей (либо на поверхности только цилиндрической, либо только на поверхности конической оболочки). В этой работе особое внимание уделяется случаю, когда эксцентриситет  $e \geq 1$ . При этом отдельные формы колебаний и формы потери устойчивости локализуются в окрестности наиболее короткой образующей. Представлены значения параметров устойчивости и колебаний, а также соответствующих деформированных форм, полученных методом конечных элементов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 01-01-00327).

1. Наумова Н. В. Колебания и устойчивость непрямой круговой конической оболочки // Вестник Молодых Ученых. 2001. вып. 5, С. 40-50.

2. Наумова Н. В. Колебания и устойчивость оболочек, сопряженных под углом // Вестник СПбГУ. 2001. сер. 1, вып. 2, С. 78-86.

### **Local deformed shape of vibrations and buckling for thin shells**

*N. V. Naumova*

St. Petersburg State University, Russia

In the paper two joint shells are considered. The first shell is a cylindrical one, the second shell is non right conic one. For the different geometry parameters of shells deformed shapes are presented.

---

### **Об одной задаче моментной теории упругости**

*Н. Н. Поляхов*

Санкт-Петербургский технический университет, Россия

Предлагается нетрадиционный вывод уравнений плоской моментной задачи теории упругости. За основу берется достаточно малый прямоугольный элемент под действием линейно изменяющихся распределенных нагрузок. При этом внутри элемента считаются справедливыми соотношения классической теории упругости. Полученные соотношения для напряжений и деформаций позволяют связать классические упругие постоянные с моментными.

### **About one problem of elasticity moment theory**

*N. N. Polyakhov*

St. Petersburg Technical University, Russia

A non-traditional consideration of equations of planar moment-problem of elasticity theory is presented. An enough small rectilinear element is taken as a basic one and considered under the action of linearly varying distributed forces. Inside this element the classical elasticity theory can be applied. The obtained stresses and deformations permit to find the relationships between elastic constants and moment constants.

---

## Asymptotic analysis of buckling of anisotropic cylindrical shells

*A. L. Smirnov*

(smirnov@bals.usr.pu.ru)

St. Petersburg State University, Russia

The purpose of the report is the generalization of the results of asymptotic analysis of thin shell buckling provided in [2] for anisotropic thin cylindrical shells consisting of the matrix reinforced by fibers situated in planes parallel to the midsurface. The governing equations are considered in the assumptions usually made for the Donnell theory. For one parametric loading the critical pressure and modes are obtained by means of the asymptotic method. In the report we analyze the governing equations for buckling of the initial momentless (membrane) stress-strain state of thin anisotropic cylindrical shells obtained in [1] for different cases of loading. Similar to the case of an isotropic shell the buckling mode is formed as a system of pits strongly elongated in the axial direction from one shell edge to the other, covering the entire shell surface. The only exclusion is the case of the axially compressed shell.

As, an example, we consider several problems: (i) axially compressed orthotropic cylindrical shell, (ii) anisotropic cylindrical shell under hydrostatic pressure, and (iii) torsion of anisotropic cylindrical shell. The initial stresses may be sorted in the order of intensity of their effects on the critical loading:  $t_2$ ,  $t_3$ , and  $t_1$ . If  $t_2 = 0$  or  $t_2 < 0$ , and  $t_3 \neq 0$ , then the order of the critical loading increases. For the case (i), i.e., for  $t_2 = t_3 = 0$  and  $t_1 > 0$  we have  $\lambda = O(1)$ , for the case (ii) i.e. for  $t_2 > 0$  and  $t_1 = t_3 = 0$  we have  $\lambda = O(\mu^2)$ , and finally for the case (iii) i.e. for  $t_3 > 0$  and  $t_1 = t_2 = 0$  we have  $\lambda = O(\mu)$ .

For orthotropic shells, in the assumption that  $t_3 = 0$  the solution has the form  $w = \sin k_1 x \cos my$ , and the critical loading may be determined by minimizing the expression for  $\lambda$  with respect to the integer  $k_2 = m$  while assuming that  $k_1 = \pi/l$  is given.

For example, for buckling of cylindrical shell under hydrostatic pressure with simply supported edges assuming solution in the form [1] after minimization by  $m$  we get  $\lambda_{2cri} = \lambda_0 \mu^2 + \mu^4 \lambda_1 + O(\mu^6)$  where  $\lambda_0 = 2/27 (\pi \mu^2 E_2) / l (E_1 (1 - \nu_1 \nu_2)^3 / E_2)^{1/4}$ . The next term in the expression for the critical pressure,  $(\lambda_1)$ , depends on both shell anisotropy and

boundary conditions.

The author gratefully acknowledges the partial support provided for this work by Russian Foundation for Basic Research (grant №01-01-00327).

1. Haseganu E. M., Smirnov A. L., and Tovstik P. E. Buckling of Thin Anisotropic Shells // The Transactions of the CSME. 2000. 24(1B), P. 169-178.
2. Tovstik P. E. and Smirnov A. L. Asymptotic Methods in the Buckling Theory of Elastic Shells. World Scientific Publishing Co Ltd., 2001.

### Асимптотический анализ устойчивости анизотропных цилиндрических оболочек

*А. Л. Смирнов*

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Основная цель доклада — обобщение результатов асимптотического анализа потери устойчивости изотропной тонких оболочек, проведенного в [2], на случай анизотропной тонкой цилиндрической оболочки, состоящей из матрицы, подкрепленной нитями, расположенными в плоскости, параллельной срединной поверхности оболочки. Основные уравнения рассматривались при обычных предположениях, использующихся в теории Донелла. Для однопараметрического нагружения получены критическое давление и виды потери устойчивости.

---

### Возмущение спектра собственных частот колебаний оболочек

*А. Л. Смирнов, О. В. Федчул*

(smirnov@bals.usg.pu.ru, Olga@OF4380.spb.edu)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

В докладе рассматривается нахождение собственных чисел возмущенной матрицы  $A [n \times n]$ :

$$AU = B(\lambda)U \quad A = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \mu^k, \quad B(\lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{i=1}^N B_{ki} \mu^k \lambda^i, \quad (1)$$

где  $\mu$  — это малый параметр,  $A_0 = A_0^T$ , и  $A_i, B_{ki}$  — произвольные матрицы  $[n \times n]$ . Такого рода задачи возникают, например, при исследовании свободных колебаний вращающихся тел, когда матрицы  $B_{ki}$  коссимметричны. Алгоритм построения последовательности приближений для нахождения собственных чисел такой матрицы, реализован при помощи прикладного пакета для математических вычислений "Mathematica 4.1." Данная реализация позволяет строить любое наперед заданное количество членов разложений в ряд по малому параметру для собственных векторов и собственных частот. В работе рассматриваются случай простых собственных корней матрицы  $A_0$ , обобщенная задача на собственные значения, и построение спектра пучка операторов. Для каждого случая получены асимптотические разложения собственных частот  $\lambda$  и собственных векторов  $U$  колебаний оболочки. В явном виде выписаны два первых члена разложения по  $\mu$  для собственных частот и собственных векторов.

В качестве примеров рассмотрены задачи о колебаниях вращающегося цилиндра с учетом начальных напряжений, вызванных центробежными силами, колебания вращающегося цилиндра с учетом сил Кориолиса и колебаниях вращающейся оболочки, для которой уравнение (1) имеет вид

$$(A_0 + \Omega \lambda B_1 + \Omega^2 A_2 + \lambda^2 I)U = 0,$$

где  $\Omega$  — малый параметр, связанный с угловой скоростью вращения. Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №01-01-00327).

1. Huang S.C., Soedel W. Effects of Coriolis Acceleration on the Forced Vibration of Rotating Cylindrical Shells.
2. Бауэр С.М., Товстик П. Е., Филипов С. Б., Смирнов А. Л. Асимптотические методы в примерах и задачах. Учебное пособие, СПб.: Изд-во СПбГУ, 1997.
3. Бауэр С.М., Товстик П. Е., Филипов С. Б., Смирнов А. Л. Асимптотические методы в механике тонкостенных конструкций. Учебное пособие, СПб.: Изд-во СПбГУ, 1995.
4. Вишик М. И., Люстерник Л. А. Решение некоторых задач о возмущении в случае матриц и самосопряженных или несамосопряженных дифференциальных уравнений // Успехи математических наук, 1960. Т. 15, Вып.3 (93).

## Perturbations of shell vibrations spectra

*A. L. Smirnov, O. V. Fedchun*

St. Petersburg State University, Russia

The algorithm of construction of the eigenvalues and eigenvectors for the perturbed matrices are considered. The non-self-adjoint perturbation is typical for the free vibrations spectra of rotating solids. The algorithm realized in "Mathematica 4.1" permits to construct the arbitrary number of terms in series for eigenvalues and eigenmodes. As an example spectrum of vibrations of the rotating cylindrical shell with initial strains due to centrifugal and Coriolis forces is considered.

---

## О деформации капсулы хрусталика при аккомодации

*A. С. Тупясов*

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Хрусталик представляет собой тонкую оболочку, наполненную практически несжимаемой жидкостью. В свободном состоянии капсула хрусталика принимает сферическую форму. Исследуется деформация хрусталика при растяжении силами, направленными от центра хрусталика и лежащими в плоскости  $\alpha$ , проходящей через его центр. В работе не учитывается, влияния на хрусталик стекловидного тела глаза. Интерес к данной задаче вызван появлением в последнее время ряда новых теорий аккомодации. В работе получено аналитическое решение задачи о форме хрусталика и изменении давления внутренней жидкости при аккомодации. Установлено, что при данном нагружении, обе половинки оболочки хрусталика, получаемые сечением его плоскостью  $\alpha$ , принимают форму сферического сегмента, причем с ростом деформации, кривизна поверхности уменьшается. Произведен анализ полученных результатов для различных начальных параметров системы (радиус расслабленного хрусталика; радиус хрусталика, наполненного жидкостью) и различной степени аккомодации (растяжения оболочки хрусталика в плоскости  $\alpha$ ). Выяснено, что для начальных параметров, соответствующих реальному хрусталику, наблюдается переменный процесс

поведения давления внутренней жидкости. Сначала происходит резкий рост, а затем падение давления. Начального уровня давление достигает при 2-3 кратном растяжении хрусталика в плоскости  $\alpha$ . Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №01-01-00234).

### **On the deformation of the lens at accommodation**

*A. S. Tipyasev*

St. Petersburg State University, Russia

Deformation of the lens under the forces directed from the center of the lens and lying in the plane is discussed.

The form of the deformed lens and change of the internal pressure are established.

---

### **О концепции собственного времени в механике сплошных сред**

*Г. Д. Федоровский*

(G.Fed@pobox.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Показано, что при соответствующей нормировке параметров, уравнения ползучести, релаксации, достижения предела текучести и повреждаемости сплошных сред могут иметь вид унифицированных квазилинейных интегральных соотношений Больцмана-Вольтерра и Бейли в шкале собственного (внутреннего, эндохронного) времени. Нелинейность учитывается связью эндохронного и лабораторного времени в виде функции или интегрального функционала. Построены соотношения для случаев "простого" и сложного напряженного состояний изотропных и анизотропных сред. По полученным данным из опытов установлена связь масштабов внутреннего времени со строением материалов, их физическими (фазовыми, структурными) переходами.

### **About the concept of own time in mechanics of continuous media**

*G. D. Fedorovsky*

St. Petersburg State University, Russia

It is shown, that for under appropriate normalization of parameters, equations

of creep, relaxation, reaching of the point of fluidity and damage of continuous media can look like unified quasi-linear integrated equations of Boltzmann-Volterra and Baily in the scale of own (internal, endochronic) time. The non-linearity is taken into account through determined endochronic and laboratory time as a function or integrated functional. The equations for cases of "simple" and complicated intense condition of isotropic and anisotropic media are built. The dependence of scales of internal time on the structure of materials, their physical (phase, structural) transitions is determined on obtained data from the experiment.

---

## Распространение нестационарных ударных волн в структурированных средах

*Т. А. Хантулева*  
(khan@math.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Проблема распространения ударно-волнового фронта произвольной интенсивности в среде со сложной внутренней структурой в настоящее время весьма актуальна. Описание процессов переноса в условиях, далеких от термодинамического равновесия требует учета эффектов коллективного взаимодействия элементов внутренней структуры среды, многомасштабности процессов обмена и структурообразования, структурных переходов и самоорганизации. Математическая модель динамики структурированных сред необходимо должна быть самосогласованной (с обратной связью), пространственно-нелокальной и с памятью.

Развиваемый автором самосогласованный нелокально-гидродинамический подход базируется на результатах неравновесной статистической механики и использует математический аппарат теории нелинейных операторных систем специального вида. На его основе сформулирована задача о плоском ударе по полупространству, заполненному средой с релаксирующей внутренней структурой. Интегро-дифференциальная система уравнений баланса для плотностей массы, импульса и энергии, включающая вклад крупномасштабных флуктуаций, сводится к системе нелинейных операторных уравнений с ветвящимися решениями. Полученные из

граничных условий нелинейные функциональные соотношения, замыкающие эту систему, определяют временную эволюцию спектра характерных масштабов внутренней структуры среды. Дискретный для неравновесного процесса спектр масштабов структуры в предельных случаях завершенной или замороженной релаксации внутренней структуры среды становится непрерывным и указывает границы области действия механики сплошной среды. Эти соотношения позволяют определить, в какие моменты времени и при каких граничных условиях, происходят ветвления решений, соответствующие структурным переходам в среде. В том числе можно определить условия, при которых пороговым образом из-за резонансных многомасштабных процессов происходит катастрофическое изменение структуры среды.

Приближенное полуаналитическое решение задачи описывает динамику многоступенчатого фронта, а также изменение свойств среды за фронтом в результате необратимых структурных переходов.

1. Khantuleva T. A., Mescheryakov Yu. I. // Intern. J. Solids and Structures. 1999. Vol. 36. P. 3105-3129.
2. Khantuleva T. A. // CP505 Shock Compression of Condensed Matter-2000 Amer. Inst.Phys. 1-56396-923-8/00. P. 371-374.
3. Khantuleva T. A. // J. Phys. 4 France 10(2000) EDP Sci., Les Ulis. 2000. P. 485-490.

## Non-steady shock wave propagation in structured media

*T. A. Khantuleva*

St. Petersburg State University, Russia

The problem of the moderate intensity shock wave propagation in the medium with the complicated internal structure is of a prime interest at present. The correct description of the processes in conditions far from thermodynamic equilibrium requires taking into account the effects of collective interaction of the medium structure elements, multi-scale energy exchange and structure formation, structure transitions and self-organization. Mathematical model describing the structured medium dynamics should necessarily be self-consistent (with a feed back), non-local in space and include the memory. The new approach developed by the author is based on the modern results of the non-equilibrium statistical mechanics and uses the mathematical technique inherent to the

special type nonlinear operator sets. A problem on the plane shock in semi-space full of a medium with the relaxing internal structure is formulated in scope of the theory. The set of integro-differential balance equations for the mass, momentum and energy densities including large-scale fluctuations is reduced to the nonlinear operator set with the branching solutions. Non-linear functional relationships derived from the boundary conditions and making the set complete determine the temporal evolution of the internal structure scale spectrums. The discrete spectrum under non-equilibrium conditions becomes continuous in the limiting cases of the complete and frozen relaxation noting the limits of the continuum mechanics validity. These relationships allow determining when and under what conditions the branching of the solutions corresponding to the structure transitions in a medium occur. The conditions under which catastrophic structure changes treated as a fracture appear in a threshold way on account of resonance effects can be determined in this framework. An approximate semi-analytical solution describing the multi-step front dynamics and the medium properties changes occurring behind the front on account of the irreversible structure formation has been obtained to the problem.

---

### Некоторые соотношения деформационной теории пластичности для идеально упругопластического материала

*А. И. Шумов*

(krylov@krylov.spb.ru)

ЦНИИ имени акад. А.Н.Крылова, Санкт-Петербург, Россия

Рассматривается несжимаемый материал, для которого связь между интенсивностью деформаций  $\epsilon_i$  и напряжений  $\sigma_i$  характеризуется идеально упругопластической диаграммой без упрочнения. Для плоского напряженного состояния при условии текучести  $\sigma_1 = \sigma_T$  приращения главных напряжений, выраженные через приращения деформаций, могут быть получены из уравнений теории малых упругопластических деформаций

$$d\sigma_k = \frac{4}{3} \frac{\sigma_T}{\epsilon_1^3} e_k (e_m de_k - e_k de_m) \quad (k, m = 1, 2). \quad (1)$$

Из условия текучести с учетом (1) можно получить

$$d\sigma_1 = d\sigma_2 = 0, \quad (2)$$

что позволяет установить отсутствие приращения напряжений после достижения предела текучести. При этом величины напряжений, удовлетворяя условию текучести, могут быть произвольными. Из (1) следует

$$\frac{e_2}{e_1} = \frac{de_2}{de_1}. \quad (3)$$

Соотношение (3) определяет постоянство отношения деформаций в пластической области. Поскольку при простом нагружении оно справедливо для упругой задачи, можно сделать вывод о постоянстве отношения деформаций в конкретной точке как в упругом, так и в пластическом состоянии.

Для пластин и оболочек усилия  $T_1$ ,  $T_2$  выражаются через деформации срединной поверхности и приращения кривизны  $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$  по известным формулам, содержащим интегралы по толщине оболочки. Из этих формул при выполнении условия текучести можно получить

$$T_1\kappa_1 + T_2\kappa_2 = \sigma_T(e_{i1} - e_{i2}), \quad (4)$$

где  $e_{i1}$ ,  $e_{i2}$  - интенсивность деформаций на наружной и внутренней поверхностях оболочки.

Для оценки критических нагрузок потери несущей способности в качестве конечного соотношения можно использовать (4). Отношения компонентов деформаций, входящие в (4), находятся из (3) по упругому решению конкретной задачи.

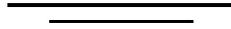
Приводятся примеры использования предложенного метода для расчета критических нагрузок потери несущей способности оболочек подводных технических средств.

## Some relations of deformation theory of plasticity for ideally elasto-plastic material

*A. I. Shytov*

Krylov Shipbuilding Research Institute, St. Petersburg, Russia

The incompressible material is considered, for which the connection between the intensity of strains and stresses is characterized by the elastic-plastic diagram without consolidation. The method for calculation of critical loads of a carrying capacity loss is suggested for shells of submarine technical devices.



# Секция V. История механики

## О развитии геоцентрической концепции мироздания

*V. B. Alexandrov*

Северо-Западная академия государственной службы, Санкт-Петербург, Россия

В докладе рассматривается история создания геоцентрической картины мира. Ее основателем является Аристотель. Среди других ученых древности, развивавших эту концепцию, особо следует выделить Гиппарха, считающегося основателем научной астрономии, и Птолемея, завершившего построение этой теории. Геоцентрическая картина мира Птолемея просуществовала без всяких изменений 14 веков, вплоть до появления в 1543 г. в Нюрнберге трактата Коперника "Об обращении небесных сфер". Созданная Птолемеем кинематическая теория движения планет, наблюдаемого с Земли, высоко оценивается и современными астрономами.

## On development of the geocentric conception of the universe

*V. B. Alexandrov*

North-Eastern Academy of State Service, Saint Petersburg, Russia

The general ideas of Aristotle, Hipparchus, Ptolemy describing the history of development of the geocentric world picture are stated in the report.



## Профессор Анатолий Андреевич Гриб

*Ю. З. Алешков*

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

А. А. Гриб (17.09.1912–6.11.1978) поступил в ЛГУ на физико-математический факультет в 1930 г., после его окончания — в аспирантуру по кафедре гидроаэромеханики под научным руководством С. А. Христиановича.

Результатом обучения в аспирантуре (1935–1938) А. А. Гриба явилась его диссертация "Гидродинамическая теория взрывной волны", которую он защитил в 1940 г. в Томском университете.

Опираясь на исследования Б. Римана, Н. Е. Кочина, С. А. Христиановича, он для этой новой задачи (задачи А. А. Гриба) определяет схему распада начального разрыва: к стенке побежит слабый разрыв (волна разрежения), стационарный сильный разрыв отделяет газовую волну от ударной воздушной, причем перед фронтом ударной волны находится невозмущенный воздух. Поставленную нелинейную газодинамическую задачу А. А. Гриб решил со всей полнотой и оригинальностью.

Им построена гидродинамическая теория детонации.

Отечественная война (1941–1945) застала А. А. Гриба в Ленинграде. С эвакуацией университета в Саратов он с августа 1942 г. работает на кафедре гидроаэромеханики. В период 1941–1946 он был деканом факультета и руководил кафедрой (1942–1944).

А. А. Гриб читал курс газовой динамики. Лекции Анатолия Андреевича вызывали большой интерес, ибо были посвящены актуальным проблемам в области ракетной техники и взрыва. Они являются великолепной демонстрацией математических методов, созданных Б. Риманом для решения нелинейных краевых задач для уравнений с частными производными.

Круг научных интересов А. А. Гриба был чрезвычайно широк. Он был научным консультантом ряда исследовательских институтов. А. А. Гриб — скромный и отзывчивый человек, крупный ученый. Своей жизнью и творчеством он вписал замечательную страницу в историю Санкт-Петербургского (Ленинградского) университета и науки России.

**Professor Anatolii Andreevich Grib***Yu. Z. Aleshkov*

Saint Petersburg State University, Russia

This thesis deals with the scientific work of the professor A. A. Grib.

---

**Русско-французские научные связи в развитии механики в России (XVIII – начало XX вв.)***A. L. Lopatukhin, I. E. Lopatukhina*

(ppall@postbox.spu.ru)

Институт статистики академии наук, Тайвань

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Регулярный взаимный обмен научной информацией между Россией и Францией начался в начале XVIII века, когда Петр I в 1717 году посетил в Париже ряд учебных и научных учреждений и был первым россиянином, избранным иностранным членом Парижской академии наук. В дальнейшем многие российские ученые были избраны в Парижскую академию наук. Перечислим ученых-механиков, избранных академиками.

Выдающийся ученый механик Леонард Эйлер — сверхштатный иностранный член (1755), штатный (1761). Испанский инженер А. Бетанкур, корреспондент по секции механики (1809), один из организаторов Петербургского Корпуса Инженеров путей сообщения. М. В. Остроградский, корреспондент по секции математики (1856). П. Л. Чебышев, корреспондент по секции математики (1860), иностранный член (1874). Н. А. Забудский, корреспондент по секции механики (1911), А. М. Ляпунов, корреспондент по секции математики (1916).

**Russian-French connections in development of mechanics in Russia***A. L. Lopatukhin, I. E. Lopatukhina*

Academia Sinica, Institute of Statistics, Taiwan

Saint Petersburg State University, Russia

History of development Russian-French scientific connections is discussed.

## Механика эпохи Возрождения (к 550-летию Леонардо да Винчи и 500-летию Джироламо Кардано)

*А. Л. Лопатухин, И. Е. Лопатухина, Н. Н. Поляхов*  
(ppall@postbox.spu.ru)

Институт статистики академии наук, Тайвань  
Санкт-Петербургский государственный университет, Россия  
Санкт-Петербургский технический университет, Россия

Огромное рукописное научное наследие Леонардо да Винчи относится к таким разнообразным областям научного и технического знания как механика движения тел, сопротивление материалов, строительная механика и архитектура, изобретение различных механизмов военного и хозяйственного назначения, гидравлика насосов, теория летания и устройство крыла, устройство парашюта, астрономические явления, геометрическая оптика (теория зрения), акустика, геология и палеонтология, агрономия и биология, анатомия и медицина, филология.

Леонардо да Винчи затронул ряд важнейших теоретических вопросов: сила тяжести и свободное падение тел, баллистическое движение, движение по наклонной плоскости, природа трения, теория простейших механизмов (рычаг, блок и др.), принцип сложения сил и определения центра тяжести, колебания тел и др. Основная методологическая заслуга Леонардо да Винчи состоит в установлении логической связи между теорией и экспериментом в науке.

Джироламо Кардано, занимаясь математикой, в механике прославился изобретением "карданова подвеса" гироскопа и карданного вала.

## Mechanics in Renaissance: to 550-anniversary of Leonardo da Vinci (1492-1519) and 500-anniversary of Girolamo Cardano (1501-1576)

*A. L. Lopatuchin, I. E. Lopatuchina, N. N. Polyakhov*

Academy Sinica, Institute of Statistics, Taiwan  
Saint Petersburg State University, Russia  
Saint Petersburg Technical University, Russia

The large (and partly not edited yet) scientific legacy of Leonardo da Vinci, the great scientist of Renaissance epoch in Qvattrocento, concerns to techni-

cal engineering of mechanisms, theory of motion, building and architecture, hydraulic, wing flight theory, astronomy, geology, paleontology, agriculture, anatomy, philology. As to principle of mechanics of motion his ideas concern to free falling of bodies, gravity force, ballistic motion, friction action, center of gravity determination, vibration nature, etc. As to Girolamo Cardano, in spite of that he was a mathematician but his principle of technical mechanics and engineering of the so-called "Cardano's gyroscope" and other devices are well known.

---

### Петербургская школа механики в XIX столетии (к 300-летию города)

*А. Л. Лопатухин\**, *И. Е. Лопатухина\*\**, *Н. Н. Поляхов*, *Е. Н. Поляхова\*\**  
(ppall@postbox.spb.ru, pol@astro.spbu.ru)

\*Институт статистики академии наук, Тайвань

\*\*Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,  
Россия

На протяжении XIX в. наряду с Петербургской Академией наук все большее значение приобретали физико-математические факультеты университетов и высшая техническая школа. В 1809 г. в Петербурге был основан Корпус инженеров путей сообщения. В период с 1820 по 1830 гг. в нем работали французы Г. Ламе (1795-1870) и Б. Клайперон (1799-1864).

Первым русским ученым, получившим европейскую известность, был Михаил Васильевич Остроградский (1801-1862). Остроградский обогатил механику рядом фундаментальных открытий и явился основателем большой русской школы механиков. Выдающимся представителем этой школы был О. И. Сомов (1815-1876), научные интересы которого концентрировались на аналитической механике и математической физике.

П. Л. Чебышев (1821-1894) — основатель Петербургской математической школы.

В Михайловской артиллерийской академии работали Н. В. Маиевский (1823-1892), которого называли "первым баллистиком в Европе", И. А. Вышнеградский (1831-1895), основным направлением исследований которого являлась теория регулирования хода машин,

Д. К. Бобылев (1842-1917), А. В. Гадолин (1828-1892), Н. А. Забудский (1853-1917). Работы Д. К. Бобылева посвящены механике, гидродинамике, математической физике, ему принадлежит "Курс аналитической механики" в двух томах, изданный в Петербурге.

Большой вклад в развитие теории упругости и сопротивления материалов внесли Д. И. Журавский, А. В. Гадолин, Х. С. Головин, В. Л. Кирпичев — ученики М. В. Остроградского.

Крупнейшим достижением механики конца XIX в. явилось создание теории устойчивости движения, основоположником которой был выпускник Петербургского университета А. М. Ляпунов (1857-1918).

Открытие С. В. Ковалевской (1888 г.) нового случая вращения твердого тела вокруг неподвижной точки завершили исследования ученых по теории гироскопа, восходящие к Эйлеру. За эту работу С. В. Ковалевская получила премию Парижской академии наук.

Высокую оценку трудов А. М. Ляпунова о фигурах равновесия вращающейся жидкости дал А. Пуанкаре.

### Petersburg's school of mechanics in XIX century

*A. L. Lopatukhin*\*, *I. E. Lopatukhina*\*\*\*, *N. N. Polyakhov*, *E. N. Polyakhova*\*\*

\*Academy Sinica, Institute of Statistics, Taiwan

\*\*Saint Petersburg State University, Russia

Saint Petersburg State Polytechnical University, Russia

Works of Saint Petersburg's scientists in the field of classical mechanics in XIX century are discussed.

---

### К 200-летию со дня рождения Нильса Хенрика Абеля (1802-2002)

*К. В. Мануйлов*

(elena@tech.spb.ru)

ОАО "СПб-Технология", Санкт-Петербург, Россия

В 2002 году, 5 августа исполнилось 200 лет со дня рождения великого норвежского математика Нильса Хенрика Абеля, создателя аналитической теории названных по его имени абелевых функций и интегралов, фундаментальным основанием которой является теорема Абеля I, определяющая их аддитивные свойства.

Хотя собственно механическим задачам посвящены лишь три работы Н. Х. Абеля, построенная К. Г. Якоби, Б. Риманом, К. Вейерштрассом, Ф. Клейном, Г. Вебером, их последователями и учениками теория абелевых функций (представляющих собой тригонометрические функции алгебраических и механических кривых), имеющая своими корнями, предопределившими ее строение, мемуары Абеля и в особенности Теорему I, является ключевой как для механики, так и для математической физики.

Приведем основные даты жизни Н. Х. Абеля, сопроводив их кратким перечнем названий основных его мемуаров.

1802 г. Нильс Хенрик Абель родился 5 августа 1802 года в семье пастора местечка Финге.

1821 г. Нильс Хенрик оканчивает школу и поступает в университет, где менее чем через два года сдает обязательный экзамен и получает степень кандидата философии.

1825 г. Нильс Хенрик оканчивает университет и получает стипендию для совершенствования образования в Геттингене и Париже.

В конце 1826 года Абель публикует мемуар "Исследование по теории эллиптических функций".

1828 г. По возвращении в Норвегию Абель получает должность доцента. В результате усилий ряда французских математиков возникает возможность преподавания в берлинском университете. Но в конце года Абель начинает болеть и весной 1829 года у него открывается скоротечная чахотка. Так и не получив приглашения в Берлин, где он был утвержден в должности доцента, Абель скончался 6 апреля 1829 года.

### **To the bicentenary of Niels Henric Abel's birth (1802-2002)**

*K. V. Manujlov*

ОАО "SPb-Technology", Saint Petersburg, Russia

On 5th of August, 2002, the bicentenary of great Norwegian mathematician Niels Henric Abel was celebrated. Abel was the originator of the analytical theory of the Abelian functions and integrals. This theory is based on Abel's Theorem I that indicates additive characteristics of Abelian integrals and differentials. The short biography of Niels Abel and his main mathematical proceedings is given.

## Научная деятельность Е. А. Угрюмова

*С. К. Мамвеев, В. Н. Усков*

(smat@rambler.ru, uvn@peterlink.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Балтийский государственный технический университет,

Санкт-Петербург, Россия

Евгений Александрович родился 1 мая 1934 года. После окончания в 1958 г. Ленинградского Военно-механического института он работал в Конструкторском бюро средств механизации. После защиты кандидатской диссертации (в 1968 году) Евгений Александрович был приглашен в НИИММ Ленинградского университета на должность руководителя лаборатории. Много сил он отдал строительству новой лаборатории, под его руководством в г. Петродворце создан новый газодинамический комплекс с уникальными экспериментальными установками. Это позволило развернуть научно-исследовательские работы по широкому спектру проблем, связанных с сверхзвуковыми стационарными и нестационарными течениями газа, динамикой ударных волн, аэродинамикой разреженного газа, многофазными течениями.

Е. А. Угрюмов руководил многими научно-исследовательскими работами, выполнявшимися по Постановлениям Правительства, в соответствии с планами Секции прикладных проблем РАН и федеральными целевыми программами. В 1992 г. он успешно защитил докторскую диссертацию, разработанный им новый подход к исследованию высокочастотных автоколебательных режимов взаимодействия струй с преградами, имеющий важное научное и прикладное значение, реализуется в различных отраслях промышленности.

В списке научных трудов Е. А. Угрюмова более 130 наименований, в том числе монография, 14 авторских свидетельств, 7 учебно-методических пособий. В 2001 г. цикл научных работ Е. А. Угрюмова (в составе коллектива авторов) отмечен Первой премией Санкт-Петербургского государственного университета.

В июле 2002 г. Евгений Александрович скоропостижно скончался, прервалась его плодотворная деятельность.

**Scientific work of Ugrumov E. A.***S. K. Matveev, V. N. Uskov*

Saint Petersburg State University, Russia

Baltic State Technical University, St. Petersburg, Russia

There is a summary of results of professor Ugrumov E. A. (1934–2002) scientific work in the report.

---

**Николай Николаевич Поляхов —  
Человек с большой буквы***D. R. Merkin*

(a.berlin@worldnet.att.net)

Бостон, США

В докладе рассказывается о мало известных эпизодах жизни и деятельности проф. Н.Н. Поляхова. Всю свою жизнь Николай Николаевич Поляхов приходил на помощь и защищал людей, которых незаслуженно преследовали. Делал он это с большим мастерством, и многие вспоминают его с глубокой благодарностью.

**On Professor N.N. Polyakhov***D. R. Merkin*

Boston, USA

On some episodes of life of Prof. N.N. Polyakhov, who helped and protected people.

---

**Проблема детерминизма в механике природных явлений***M. A. Mirkin*

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

В работе рассмотрены основные противоречия, возникающие при описании природных явлений. Показано, что в силу существующей локальности физических процессов, традиционные теоретические

подходы дают существенную погрешность. Эта погрешность связана прежде всего с тем, что в значительной части теоретических моделей практически не учитывают случайную составляющую. Эта составляющая определяет необратимость происходящих изменений в замкнутой механической системе. При этом ее вклад становится тем значительней, чем больше выбранный пространственно-временной масштаб рассмотрения. В соответствии с ним увеличивается погрешность описания с помощью детерминированных моделей наблюдаемых механических процессов.

### **The problem of determinism in mechanics of natural phenomena**

*M. A. Mirkin*

Saint Petersburg State University, Russia

The main contradictions taking place in describing natural phenomena are considered in the report. It is noted that traditional theoretical approaches give a significant error because a random component is not taken into account.

---

### **К истории задачи о свободном падении тел**

*Г. К. Михайлов*

(gkmikh@viniti.ru)

Российский национальный комитет по теоретической и прикладной механике, Москва, Россия

Задача о свободном падении тел на Земле представляет собой одну из древнейших проблем механики, привлекавшую внимание ученых с античных времен. На протяжении двух тысяч лет строились различные спекулятивные теории, пытавшиеся объяснить причину падения тел. С середины XVII века стали предприниматься попытки теоретического и экспериментального изучения траектории свободного падения на вращающейся Земле. Отклонение падающих тел к востоку было известно еще Галилею. В дискуссии Гука с Ньютоном о траектории падающих тел (1679-80) последний также высказал мысль о восточном отклонении падающих тел, но допустил сначала ошибочное суждение о дальнейшей их траектории. Гук же указал и на южную составляющую отклонения. "Начала" Ньютона дали,

казалось бы, полный ответ на поставленный вопрос. К Ньютону восходит и установление двух критических начальных скоростей метания тела, называемых теперь первой и второй "космическими скоростями".

Однако трудности в понимании даже вертикального падения и метания тел испытывали как молодой Эйлер, так и зрелый Даламбер. Первым вычислил величину отклонения падающих тел к востоку англичанин Эмерсон, который поместил свое решение в учебнике алгебры (1764) в качестве примера на применение пропорций. Однако оно не было замечено учеными-механиками. Обычно это решение приписывают итальянцу Гульельмини (1789), публично предложившему использовать отклонения падающих тел в качестве экспериментального доказательства вращения Земли и вызвавшему этим дискуссию в Италии, которая осталась неизвестна в Европе к северу от Альп. Первые, мало известные измерения отклонений падающих тел провел итальянец Тадини (1796). Независимо такие опыты предпринимались позже Бенценбергом (1802-04) и другими. Ранние опыты подтвердили отклонения падающих тел к востоку, но также и к югу.

Вопрос об отклонениях падающих тел вызвал обширную литературу в конце XIX и начале XX в. Прецизионные эксперименты, проведенные известным физиком Холлом (1902) и несколько позже Хагеном (1911), не дали окончательного ответа об отклонениях к югу и породили дальнейшие теоретические исследования, в которых учитывалась и несферичность Земли. После первой мировой войны интерес к этому вопросу почти угас. Современные вычислительные космонавтические программы безусловно могли бы внести здесь ясность, но, похоже, что они не привлекались для решения столь "академического" вопроса.

## On the history of the free fall problem

*G. K. Mikhailov*

Russian National Committee of the Theoretical and Applied Mechanics,  
Moscow, Russia

The free fall phenomenon set one of the oldest problems of mechanics. During two thousands years philosophers developed various speculative explanations for the cause of the fall. As late as in the 17th century Galileo laid the founda-

tions of scientific doctrine of motion. From that time started a discussion on eastern and southern deviations of falling bodies on the rotating Earth, which lasted during more than two centuries. Hooke and Newton took part in the early stage of this discussion. The first elementary analysis of the eastern deviation was given by Emerson (1764) and it was confirmed in experiments by Tadini (1796) and other scientists of the 19th century. The southern deviation was being investigated theoretically and experimentally up to the first quarter of the 20th century without definitive results.

---

### Вклад в механику Шарля Боссю.

*E. A. Morozova, V. I. Yakovlev*

(iakovlev@psu.ru)

Пермский Государственный университет, Россия

Большую роль в развитии механики XVIII в. сыграли работы Боссю, талантливого французского механика, математика, историка науки. Теоретические и экспериментальные результаты его работ стали одним из этапов формирования основ классической механики. Для того, чтобы уяснить как понимал механику Ш. Боссю, его основные идеи, был проведен анализ его работ "Исследование о наиболее выгоднейшем положении плотин" (1764) и "Основания механики" (1775).

Для изучения механических движений, Боссю искусно использовал аналитический аппарат дифференциальных уравнений движения, а также аппарат интегрального исчисления. Нужно сказать также, что при решении подобных задач он использовал те же обозначения, которые мы используем и сейчас.

Проведенный анализ показывает, что творчество Боссю — заметная веха в развитии механики, это было естественное и необходимое развитие идей Стевина, Роберваля, Вариньона, Даламбера, ставшее прелюдией формирования статики в творчестве Пуансо.

### Contribution into the mechanics by Charles Bossue

*E. A. Morozova, V. I. Yakovlev*

Perm State University, Russia

Two of the research works by Bossue are reviewed. The importance of his

theoretical and experimental results in mechanics of the XVIIIth century is emphasized. His contribution into the development of mechanics is noted.

---

### Об исследовании Н. Н. Поляховым научного наследия М. В. Остроградского по механике (к 200-летию Остроградского)

*Н. Н. Поляхов, Е. Н. Поляхова*

(pol@astro.spbu.ru)

Санкт-Петербургский технический университет, Россия

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

В 50-е годы Н. Н. Поляхов (ст.) предпринял трудоемкую работу по исследованию научного наследия М. В. Остроградского (1801–1862) по механике. Это исследование было приурочено к выпуску академического издания избранных трудов М. В. Остроградского (под редакцией академика В. И. Смирнова, 1958 г.) по случаю 150-летия М. В. Остроградского в серии "Классики науки". В отличие от неоконченного двухтомного издания [1] это однотомное юбилейное издание [2] содержало не только труды М. В. Остроградского, но и обширные комментарии к ним. Предпринятое позднее киевское трехтомное издание [3] оказалось наиболее полным и удачно дополнило предшествующие. Хотя статья Н. Н. Поляхова [4] о результатах М. В. Остроградского по механике была помещена в издание [2] в раздел "Примечания к работам М. В. Остроградского", она представляет самостоятельный научный интерес. По случаю недавнего 200-летнего юбилея М. В. Остроградского мы напомним ее основные положения. Известно, что М. В. Остроградский был автором более 60 научных работ, 30 монографий и учебно-методических пособий. Все статьи М. В. Остроградского по механике (а их было включено в издание [2] около 20, причем монографии в него не включались вовсе) были разделены Н. Н. Поляховым (следуя классификации Н. Е. Жуковского) на три группы: работы по принципу возможных перемещений, работы по дифференциальным уравнениям механики, работы по решению частных задач механики. Наиболее подробно им проанализированы 7 статей за 1834–1854 гг. Показано, что М. В. Остроградский не только обогатил фундаментальную и прикладную механику рядом выдающихся результатов,

но и явился основателем большой русской школы механиков, в частности, петербургской школы механики.

1. Собрание Сочинений Академика М. В. Остроградского. Под ред. акад. А. Н. Крылова. М.- Л.: Изд-во АН СССР. 1940. Т. 1, ч. 1., 1946. Т. 1, ч. 2. (издание не закончено)
2. Остроградский М. В. Избранные Труды. Под ред. акад. В. И. Смирнова. М.-Л.: Изд-во АН СССР ( Серия: Классики Науки ), 1958. 583 с.
3. Остроградский М. В. Полное Собрание Трудов. Киев: Изд-во АН УССР. Т. 1, 1959; Т. 2, 1961; Т. 3, 1964.
4. Поляхов Н. Н. Примечания к трудам М. В. Остроградского по механике. см. [2]. С. 512-540.

### **About N. N. Polyakhov's investigations of the scientific legacy of great Russian scientist Michail Ostrogradsky (1801–1862) in mechanics**

*N. N. Polyakhov, E. N. Polyakhova*  
Saint Petersburg Technical University, Russia  
Saint Petersburg State University, Russia

Some successful investigations of great Russian scientist Michail Vasilievitch Ostrogradsky's scientific legacy in classical and applied mechanics were accomplished in 1950s by N. N. Polyakhov occasionally to edition of Ostrogradsky's selected works by Academy of Sciences [2]. Because of the recent bicentenary of M. V. Ostrogradsky we present the basic classification of his main results in mechanics.

---

### **О научном наследии М. В. Остроградского по небесной механике (к 200-летию ученого)**

*Е. Н. Поляхова*  
(pol@astro.spb.ru)  
Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

В 2001 году научная общественность отметила 200-летие выдающегося русского ученого Михаила Васильевича Остроградского (24.09.1801–1.01.1862). Его вклад в развитие математики и механики поистине огромен, его научная деятельность в Петербургской

Академии Наук продолжалась свыше 30 лет, число его публикаций составляет около сотни. Гораздо меньше известен его вклад в небесную механику. Хотя М. В. Остроградский посвятил небесной механике всего 6 научных работ, следует отметить его вклад в аналитическое представление гравитационного потенциала сфероида и в классическую теорию вековых возмущений. Главная заслуга его здесь — публикация в 1831 г. компактного конспекта своих лекций по небесной механике, читанных им в Петербурге в Морской Академии, Артиллерийской Академии, в Институте Инженеров Корпуса Путей Сообщения и в Главном Педагогическом Институте [1]. На этот курс были предварительно получены одобрительные отзывы Д. Араго и С. Пуассона. Возникновение интереса М. В. Остроградского к небесной механике находится в тесной связи с его работами по аналитической механике, выполненными им в Париже в 20-е годы 19 столетия, где он находился среди последователей научной школы Лагранжа и встречался с Лапласом, Коши, Фурье, Пуассоном, Пуансо, Араго, Штурмом и др. Соответственно, первая половина курса небесной механики содержит изложение лагранжева метода вариации произвольных постоянных. Роль Остроградского в небесной механике не следует преуменьшать, поскольку, как известно, в России в 18 и 19 столетиях небесная механика развивалась именно в трудах математиков и механиков: Эйлер и Шуберт в 18 столетии, Остроградский, Ковалевская, Лобачевский, Жуковский, Мещерский, Ляпунов - в 19 столетии.

Работа выполнена при поддержке программы "Ведущая научная школа" (грант №00-15-96775).

1. Cours de Mechanique Celeste fait par M-r M. V. Ostrogradski et redige par J. Janouschevski. СПб.: Типогр. Академии Наук, 1831. 95 с.

### **About the scientific legacy of Michail Ostrogradsky (1801-1862) in celestial mechanics (to his 200-anniversary)**

*E. N. Polyakhova*

Saint Petersburg State University, Russia

The great famous Russian academician and professor Michail Ostrogradsky had the large scientific legacy in pure mathematics, classical and applied mechanics, hydrodynamics, elasticity theory, ballistics and celestial mechanics.

His pedagogical work was also of high importance. The scientific legacy of M. V. Ostrogradsky in celestial mechanics is discussed. It consists of 6 articles (mainly attraction theory, perturbation theory) and the manual-textbook [1] of his lectures short conspect. His interest to celestial mechanics appeared in Paris where he worked in Lagrange's scientific school (Laplace, Fourier, Poinsot, Poisson, Cauchy, Arrago) and it mainly concerned to arbitrary constants variation method and some other Lagrange's ideas.

---

## **История развития профессионально-технического образования в России**

*Л. Б. Смирнова*

Комитет по образованию администрации Санкт-Петербурга, Россия

В докладе дается история развития профессионально-технического образования в России. Начало такому образованию было положено созданием училищ для подготовки квалифицированных рабочих. Ряд таких училищ в дальнейшем превратился в первоклассные вузы (например, Ленинградский институт точной механики и оптики, Балтийский государственный технический университет). В Советском Союзе подобному образованию также уделялось большое внимание, не уменьшается интерес к этой проблеме и в настоящее время. Особое внимание для подготовки высоко квалифицированных рабочих через систему профессионально-технических училищ и специальных колледжей должно быть уделено рациональному изложению дисциплин естественного профиля — математики, химии, физики, в том числе механики. В докладе анализируется история динамики программ по указанным предметам.

## **The history of development of vocational technical education in Russia**

*L. V. Smirnova*

The Education Committee of Administration, Saint Petersburg, Russia

The history of development of vocational technical education in Russia before the revolution of 1917, in the Soviet Union and in the Russian Federation is reviewed in the report. Dynamics of programs of a natural profile (mathematics, chemistry, physics, including mechanics) for preparation of highly qualified workers is analyzed.

**Научно-исследовательский институт математики и механики Санкт-Петербургского университета (1932–2002)***В. С. Сабанеев*

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Излагается история создания и становления Научно-исследовательский институт математики и механики (НИИММ). Приводятся основные научные достижения лабораторий и их связи с кафедрами математико-механического факультета. Кратко описывается научная и административная деятельность В. И. Смирнова, С. В. Валландера, Г. П. Самосюка и М. К. Чиркова, занимавших в разное время пост директора НИИММ.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №01-01-00327).

1. Сабанеев В. С. Научно-исследовательскому институту математики и механики им. акад. В.И.Смирнова — 70 лет // Санкт-Петербургский университет. 2002, 30 октября. С. 1-4.
2. Сабанеев В. С. Развитие механики на математико-механическом факультете и в НИИ математики и механики в XX веке // Сборник трудов НИИ математики и механики им. акад. В. И. Смирнова под ред. М. К. Чиркова, СПб. 2002. С. 3-26.

**The Scientific Research Institute of Mathematics and Mechanics of Saint Petersburg University (1932–2002)***V. S. Sabaneev*

Saint Petersburg State University, Russia

The history of the creation and formation of the Scientific Research Institute of Mathematics and Mechanics (SRIMM) is given. The most important results of research efforts of the laboratories and their connection with the departments of the Faculty of Mathematics and Mechanics are described. The scientific and administrative work of V. I. Smirnov, S. V. Vallander, G. P. Samosyuk and M. K. Chirkov, which were held Direktor of SRIMM at various periods of time is outlined.

**Вклад кафедры теоретической механики  
Петербургского университета в развитие механики в 1917–2002 гг.**

*В. С. Сабанеев, С. Б. Филиппов*  
(sbf@petrodvorets.spb.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Даются краткие биографии и научные достижения заведовавших кафедрой теоретической механики до 1952 г. Г. В. Колосова, Н. В. Розе, Е. Л. Николаи и Ю. А. Круткова. Приведены основные результаты исследований в области механики, а также работ по подготовке учебников и учебных пособий, выполненных сотрудниками кафедры, которой в течение 25 лет (с 1952 г. по 1977 г.) руководил Н. Н. Поляхов. Дана характеристика научной и учебно-методической деятельности кафедры под руководством П. Е. Товстика с 1977 г. по 2002 г.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №01-01-00327).

1. Поляхов Н. Н. Развитие кафедры механики в Петербургском–Ленинградском университете // Очерки по истории ленинградского университета. 1962. Вып. 1, С. 20-28.
2. Сабанеев В. С. Кафедра теоретической и прикладной механики в период 1960–1999 гг // Вестник СПбГУ. 1999. Вып. 1, №22.

**Contribution of the department of theoretical  
mechanics of Saint-Petersburg university to  
the development of mechanics at 1917–2002**

*V. S. Sabaneev, S. B. Filippov*

Saint Petersburg State University, Russia

The brief scientific biographies of the heads of the department at the concerned period of time are given. The most important results of research efforts and manuals preparation of the department's staff are described.

---

## Становление и развитие теории поступательно-вращательного движения двух твердых тел

*Е. В. Самбурская*

(elena@math.pomorsu.ru)

Поморский государственный университет, Архангельск, Россия

Каждая наука, теория имеет свою историю возникновения и развития. В настоящем докладе освещена история становления теории поступательно-вращательного движения двух абсолютно твердых тел — одного из крупных разделов небесной механики.

Историю этого вопроса можно разбить на три основных этапа:

I — период до XX века,

II — период от начала XX века до 1958 года,

III — период с 1958 года.

Еще классики небесной механики (И. Ньютон, Л. Эйлер, Ж. Лагранж, С. Пуассон, Э. Матье) сознавали ограниченность в постановке задач о поступательном и вращательном движении небесных тел и неоднократно указывали на необходимость совместного изучения поступательного и вращательного движения. Существенное развитие теория получила лишь в современных работах II и III этапов.

Современная теория поступательно-вращательного движения абсолютно твердых небесных тел создана, в основном, работами В. В. Белецкого, Г. Н. Дубошина, В. Т. Кондураря. Постановка задачи, вывод дифференциальных уравнений, описывающих совместное поступательно-вращательное движение абсолютно твердых тел, в абсолютной системе была впервые дана в 1958 году Г. Н. Дубошиным [2]. Эта работа, которую мы отнесем к III этапу, фактически положила начало активным исследованиям проблемы поступательно-вращательного движения абсолютно твердых тел в общем виде.

Более подробные сведения по истории I этапа приведены в работе М. И. Юркиной [4]. III этап и частично II рассматривают в своей работе Ю. В. Баркин и В. Г. Демин [1]. В этом докладе мы остановим свое внимание на II этапе и частично на III [3]. III этап освещен до момента появления первых трудов, описывающих движение 3-х твердых тел.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №00-02-17677).

1. Баркин Ю. В., Демин В. Г. Поступательно-вращательное движение небесных тел // Итоги науки и техники. ВИНТИ. Астрон. 1982. № 20, С. 87-206.
2. Дубошин Г. Н. О дифференциальных уравнениях поступательно-вращательного движения взаимно притягивающихся твёрдых тел // А. ж., 1958. Т. 35, № 2, С. 265-276.
3. Видякин В. В., Емельянов Н. В., Меньшикова Т. В., Самбурская Е. В. Поступательно-вращательное движение двух твёрдых тел. Ч. 2. Учебное пособие. Архангельск: ПГУ, 1997.
4. Юркина М. И. Развитие теории вращения твердого небесного тела на основе уравнения Гамильтона-Якоби. К истории теории потенциала и теории вращения небесных тел. Деп. в ОНТИ ЦНИИГА и К. М. 1980. № 24-80.

## The development of the theory of translatory-rotary motion of two absolutely rigid bodies

*E. V. Samburskaya*

Pomor State University, Arkhangelsk, Russia

The present report deals with the history of development of the theory of translatory-rotary motion of two absolutely rigid bodies — one of large sections of celestial mechanics. The report touches upon the period from the beginning of the XXth century up to the moment of appearance of the first works describing the movement of the three rigid bodies.

---

## Ревизия аксиоматики "Начал" Ньютона в "Механике" Э. Маха

*С. А. Толчельникова*

Главная астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

Обращение Э. Маха к анализу принципов классической механики было вызвано, как стремлением популярно пояснить ее исторические корни, так и намерением исключить из науки "праздные метафизические понятия", к которым, по мнению Маха, относятся абсолютные движение, пространство и время. Признавая только относительное движение и полагая, что "основные принципы механики могут быть составлены так, чтобы и при относительном движении

получались центробежные силы”, Мах пришел к так называемому ”принципу Маха”, получившему неоднозначное толкование в литературе. Он критикует известный опыт Ньютона с ведром и заключает, что ”учения Птолемея и Коперника одинаково правильны, последнее только проще и практичнее”.

Расширение сферы применения ньютоновой механики за пределы Солнечной системы с неизбежностью приводит к появлению новых терминов и необходимости уяснения их места в уже сложившейся терминологии. Между тем, Мах полагал ”недопустимым и даже бессмысленным расширение сферы действия основных принципов механики за пределы опыта”. Такая установка не позволила ему провести грань между общими понятиями, необходимыми в математической дисциплине, являющейся *методом изучения любых движений*, и конкретными понятиями - системами координат и времени, используемыми в данную историческую эпоху.

### **Revision of Newton’s basic principles in ”Principia” by E. Mach in his ”Mechanics”**

*S. A. Tolchel’nikova*

Main astronomical observatory of RAS, Saint Petersburg, Russia

E. Mach analyses the principles of classical mechanics in order to show its historical roots and ”to eliminate ungrounded metaphysical ideas from science”, such as absolute motion, space and time, in his view. He only recognizes relative motion as necessary and supposes, ”the basic principles of mechanics could be formed so that centrifugal forces might appear with relative motion”. From the position of ”Mach’s principle” he criticized the known Newton’s experiment with a bucket and concluded that ”doctrines of Ptolemy and Copernicus are equally right, the latter is only simpler and more practical”.

The sphere of application of Newton’s mechanics in XVIII century was not exceeding the Solar system, whereas during Mach time it was rapidly expanding, so that in 1920s heliocentric model of the Universe was replaced by galactocentric model. When the limits of experience become extended new notions appear and necessity arises to find their place in terminology already established. Meanwhile Mach considered ”inadmissible and even meaningless to extend the sphere of validity of basic principles of mechanics beyond the sphere of experience”. Due to this he could not draw a distinction between general notions required in mathematical discipline which is a method for studying any motion, and the concrete ones, such as systems of coordinates and time specific for a certain historical epoch.

Explanations of notions true and absolute motion given in "Principia", help to overcome Mach's errors and those of his contemporaries, spectrum of their opinions is presented by Mach.

---

### Гомоклиническая картина Пуанкаре и телеологический подход к уравнениям механики

*А. С. Шмыров*

(shmyrov@ar.math.spbu.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Известный пример А. Пуанкаре, в котором описывается поведение двоякоасимптотической кривой, так называемая "гомоклиническая картина", можно интерпретировать с вариационной точки зрения с помощью принципа наименьшего действия и его модификаций. В этом случае кривая, доставляющая минимальное значение функционалу при надлежащем образом наложенных связях, является реализацией целенаправленного движения точки по некоторой "маршрутной схеме". Такая интерпретация позволяет исследовать качественные свойства траекторий, недоступные обычным аналитическим методам и, в частности, объяснить "гомоклиническую картину".

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №02-01-01039).

1. Пуанкаре А., Новые методы небесной механики. Т. 1. В кн. Анри Пуанкаре "Избранные труды". Т. 1, М.: Наука, 1971.
2. Шмыров А. С. Устойчивость в гамильтоновых системах. СПб., 1995. 127 с.

### The homoclinic picture Poincare and the teleologic approach to the equations of the mechanics

*A. S. Shmyrov*

Saint Petersburg State University, Russia

Famous Poincare's example in which the biasymptotic behaviour of solution is described by a everywhere dense, so-called "the homoclinic picture", it is possible to interpret from the variational point of view with the help of a principle of the least action and its updatings. In this case the trajectory, delivering

the minimal value of the action at properly imposed constraints, is realization of purposeful movement of a point on some to "the routing circuit". Such interpretation allows to investigate the qualitative properties of trajectories inaccessible to usual analytical methods and, in particular, to explain "the homoclinic picture".



# Авторский указатель

- Аксенова О.А., 116  
Алдошин Г.Т., 26  
Александров В.Б., 221  
Александров В.В., 85  
Алешков Ю.З., 222  
Алферов Г.В., 28  
Анисимов В.Ю., 172  
Атрошенко С.А., 173
- Бабарыкин К.В., 118  
Бауэр С.М., 174  
Бачурихина Т.В., 176  
Бегун П.И., 177  
Белецкий В.В., 15  
Беляков А.О., 29  
Бестужева А.Н., 119  
Блехман И.И., 31  
Болдырев С.А., 178  
Буров А.А., 115  
Бучин В.О., 86  
Бушковский В.А., 121  
Бячков А.Б., 32
- Васильев Г.А., 123  
Веретенников В.Г., 33  
Вернигор В.Н., 180  
Викторов И.В., 182  
Виндельберг Д., 181  
Власенко Д.Ю., 83
- Волков А.Н., 124, 126  
Волков К.Н., 127, 129  
Волошинова Т.В., 130
- Гаврилов С.В., 34  
Галибаров П.Е., 184  
Галиуллин И.А., 36  
Глухих Ю.Д., 87  
Гончаренко В.А., 131  
Гончаренко В.И., 131  
Груздков А.А., 185  
Гунько Ю.Ф., 132
- Далевская О.П., 133  
Денисихин С.В., 129  
Диевский В.А., 37  
Дмитриев Н.Н., 38  
Дукштайн Г., 74, 76
- Ежиков А.Ю., 186  
Елисеенко В.Н., 134  
Емельянов В.Н., 134, 136  
Ерошкин Г.И., 89  
Ершов Б.А., 130, 137  
Ершов В.И., 188  
Ершова З.Г., 188  
Ефремов С.М., 38
- Жаркова О.В., 138

- Журавлева С.Е., 138
- Зайков В.И., 140  
Зайцев А.В., 190  
Зегжда С.А., 15, 17  
Зимин Б.А., 191
- Иванов А.П., 40  
Иванов Г.Е., 192  
Иванов Н.Г., 142  
Иванов С.Е., 39  
Иванова Е.А., 41
- Каленова В.И., 43  
Карапетян А.В., 20, 44  
Карасев К.А., 144  
Карпеев Ю.Н., 123  
Каспер Р., 45  
Кашеев Р.А., 90  
Кириллов О.Н., 77  
Клепачко Я.Р., 173  
Кликушина М.В., 193  
Коблик В.В., 91  
Колесников Е.К., 93  
Колчин В.В., 46  
Конкина Л.И., 194  
Коноплев В.А., 34  
Королев В.С., 95  
Корчевская Е.А., 195  
Косенко И.И., 96  
Кочерыженков Г.В., 145  
Красильников П.С., 33  
Красников С.Д., 98  
Краснов А.А., 47  
Кривошеев А.Г., 49  
Кривошеев С.И., 173, 185  
Кудаев С.П., 50  
Кузиванов И.Л., 197
- Кузнецов Е.Б., 98  
Кузьмина В.Е., 118  
Куницын А.Л., 99  
Кунцевич С.П., 195  
Кустова Е.В., 146  
Кутеева Г.А., 137, 147
- Ландман И.М., 198  
Лапин Ю.В., 21  
Локшин Б.Я., 52  
Лопатухин А.Л., 223–225  
Лопатухина И.Е., 53, 223–225  
Лысов В.К., 138  
Львов В.Н., 89  
Любимова Е.О., 130
- Майлыбаев А.А., 54  
Макаренко И.Н., 200  
Маланин В.В., 100  
Малафеев О.А., 28  
Мальков В.М., 201  
Мануйлов К.В., 148, 226  
Матвеев А.Е., 180  
Матвеев С.К., 145, 228  
Матвеева Г.А., 202  
Мельников Г.И., 39  
Мемнонов В.П., 138  
Меркин Д.Р., 57, 229  
Миркин М.А., 191, 229  
Мирошин Р.Н., 150  
Михайлов Г.К., 230  
Михасев Г.И., 195, 203  
Морозов В.А., 205  
Морозов В.М., 43  
Морозов Н.Ф., 15  
Морозова Е.А., 232  
Мостовский Н.П., 148  
Мутафян М.Н., 206

- Мухина Л.А., 151  
 Мэй Фунсян, 78  
  
 Нагнибеда Е.А., 146  
 Нарбут М.А., 208  
 Наумова Н.В., 209  
 Никифорова Ю.Л., 58  
 Николаев В.И., 152  
  
 Остапенко Е.Н., 100  
 Остов Ю.Я., 40  
  
 Павилайнен Г.В., 176  
 Панова С.А., 58  
 Панферов А.А., 186  
 Паскаль М., 59, 79  
 Пахомов О.В., 190  
 Пашкевич В.В., 89  
 Петров Д.А., 154  
 Петров К.Г., 101  
 Петров Н.А., 102  
 Петров Ю.В., 173, 185  
 Плотников А.М., 60  
 Пойда В.К., 60  
 Поликарпов С.А., 61  
 Поляхов Н.Н., 210, 224, 225,  
 233  
 Поляхова Е.Н., 91, 225, 233,  
 234  
 Попова М.О., 155  
 Пустовалов А.В., 136  
 Пчелинцев Д.В., 145  
 Пярнпуу А.А., 156  
  
 Разов А.И., 185  
 Родюков Ф.Ф., 62, 63  
 Рыдалевская М.А., 138, 158  
 Рыжик Б., 74, 76  
 Рябикова Т.В., 158  
  
 Рябинин А.Н., 157  
  
 Сабанеев В.С., 237, 238  
 Сабурова Н.Ю., 104  
 Салмина М.И., 43  
 Самбурская Е.В., 239  
 Самсонов В.А., 159  
 Саркисян С.О., 206  
 Сейранян А.А., 65  
 Сейранян А.П., 54, 65, 77  
 Селюцкий Ю.Д., 52, 159  
 Семенов Б.Н., 15, 181  
 Семенов В.В., 126  
 Семенюк О.В., 205  
 Синецких В.А., 33  
 Скурин Л.И., 160  
 Слостенин М.Н., 60  
 Смирнов А.Л., 198, 211, 212  
 Смирнов Е.М., 142  
 Смирнова Л.Б., 236  
 Соколов Б.М., 66  
 Соколов Л.Л., 91, 105  
 Солтаханов Ш.Х., 17, 45, 67,  
 68  
 Степанов С.Я., 59, 107  
 Степанов Ю.Г., 162  
 Стрелкова Н.А., 108  
 Суликашвили Р.С., 68  
 Сулонов В.М., 32  
 Сухоруков А.Л., 26  
 Сушков В.И., 163  
 Сушкова М.В., 163  
  
 Тверев К.К., 69  
 Тельнов Д.С., 142  
 Темнов О.В., 191  
 Типяев А.С., 214  
 Тихонов А.А., 109

- Товстик П.Е., 47, 182  
Товстик Т.П., 47  
Толчельникова С.А., 240  
Тома К., 82  
Трифоненко Б.В., 85  
Тхай В.Н., 70, 71, 87
- Усков В.Н., 144, 165, 228  
Утина Н.В., 73  
Уткин А.А., 173, 185  
Ушаков И.А., 166
- Федоровский Г.Д., 173, 185,  
215  
Федосенко Н.Б., 167  
Федчун О.В., 212  
Филиппов С.Б., 238  
Фомина О.Н., 133
- Халидов И.А., 116  
Хантулева Т.А., 216  
Холшевников К.В., 111
- Цибаров В.А., 133, 154, 169  
Цибарова Е.В., 169  
Циркунов Ю.М., 126, 166
- Чередов В.В., 156  
Черных К.Ф., 21  
Чернышов М.В., 165  
Чубей М.С., 89
- Шамолин М.В., 170  
Шанвилль П., 114  
Швыгин А.Л., 71  
Шевалье Д., 23  
Шевцов А.Е., 74  
Шематович В.И., 156  
Шепелявый А.И., 63, 73
- Шитов А.И., 218  
Шмыров А.С., 112, 242  
Шмыров В.А., 112  
Шперлинг Л., 31, 74, 76  
Шумафов М.М., 81
- Юшков М.П., 17, 45
- Яковлев А.Б., 93  
Яковлев А.Ю., 121  
Яковлев В.И., 232  
Яров-Яровой М.С., 113

# Author's index

- Aksenova O.A., 116  
Aldoshin G.T., 26  
Aleshkov Yu.Z., 222  
Alexandrov V.B., 221  
Alexandrov V.V., 85  
Alferov G.V., 28  
Anisimov V.Yu., 172  
Atroshenko S.A., 173
- Babarykin K.V., 118  
Bachurikhina T.V., 176  
Bauer S.M., 174  
Begun P.I., 177  
Beletsky V.V., 15  
Belyakov A.O., 29  
Bestuzheva A.N., 119  
Blekhman I.I., 31  
Boldyrev S.A., 178  
Boushkovsky V.A., 121  
Buchin V.O., 86  
Burov A.A., 115  
Byachkov A.B., 32
- Chanville P., 114  
Cheredov V.V., 156  
Chernykh K.F., 21  
Chernyshov M.V., 165  
Chevallier D., 23  
Chubey M.S., 89
- Dalevskaya O.P., 133  
Denisihin S.V., 129  
Dievsky V.A., 37  
Dmitriev N.N., 38  
Duckstein H., 74, 76
- Efremov S.M., 38  
Eroshkin G.I., 89  
Ershov B.A., 130, 137  
Ershov V.I., 188  
Ershova Z.G., 188  
Ezhikov A.Ju, 186
- Fedchun O.V., 212  
Fedorovsky G.D., 173, 185, 215  
Fedosenko N.B., 167  
Filippov S.B., 238  
Fomina O.N., 133
- Galibarov P.E., 184  
Galiullin I.A., 36  
Gavrilov S.V., 34  
Gloukhikh Yu.D, 87  
Goncharenko V.A., 131  
Goncharenko V.I., 131  
Gruzdkov A.A., 185  
Gunko Yu.F., 132
- Ivanov A.P., 40  
Ivanov G.E., 192

- Ivanov N.G., 142  
Ivanov S.E., 39  
Ivanova E.A., 41
- Kalenova V.I., 43  
Karapetyan A.V., 20, 44  
Karasev K.A., 144  
Karpeev Yu.N., 123  
Kascheev R.A., 90  
Kasper R., 45  
Khalidov I.A., 116  
Khantuleva T.A., 216  
Kholshchevnikov K.V., 111  
Kirillov O.N., 77  
Klepaczko Ya.R., 173  
Klikushina M.V., 193  
Koblik V.V., 91  
Kocheryzhenkov G.V., 145  
Kolchin V.V., 46  
Kolesnikov E.K., 93  
Konkina L.I., 194  
Konoplev V.A., 34  
Korchevskaya E.A., 195  
Korolev V.S., 95  
Kosenko I.I., 96  
Kouzmina V.E., 118  
Krasilnikov P.S., 33  
Krasnikov S.D., 98  
Krasnov A.A., 47  
Krivosheev A.G., 49  
Krivosheev S.I., 173, 185  
Kudaev S.P., 50  
Kunitsyn A.L., 99  
Kuntsevich S.P., 195  
Kustova E.V., 146  
Kuteeva G.A., 137, 147  
Kuzivanov I.L., 197  
Kuznetsov E.B., 98
- L'vov V.N., 89  
Landman I.M., 198  
Lapin Yu.V., 21  
Lioubimova E.O., 130  
Lokshin B.Y., 52  
Lopatukhin A.L., 223–225  
Lopatukhina I.E., 53, 223–225  
Lysov V.K., 138
- Mailybaev A.A., 54  
Makarenko I.N., 200  
Malafeyev O.A., 28  
Malanin V.V., 100  
Malkov V.M., 201  
Manujlov K.V., 148, 226  
Matveev A.E., 180  
Matveev S.K., 145, 228  
Matveeva G.A., 202  
Mei Fengxiang, 78  
Melnikov G.I., 39  
Memnov V.P., 138  
Merkin D.R., 57, 229  
Mikhailov G.K., 230  
Mikhasev G.I., 195, 203  
Mirkin M.A., 191, 229  
Miroshin R.N., 150  
Morozov N.F., 15  
Morozov V.A., 205  
Morozov V.M., 43  
Morozova E.A., 232  
Mostovski N.P., 148  
Moukhina L.A., 151  
Moutafyan M.N., 206
- Nagnibeda E.A., 146  
Narbut M.A., 208  
Naumova N.V., 209  
Nikiforova Yu.L., 58

- Nikolaev V.I., 152  
 Ostapenko E.N., 100  
 Ostov Yu.Ya., 40  
 Pakhomov O.V., 190  
 Panferov A.A., 186  
 Panova S.A., 58  
 Pascal M., 59, 79  
 Pashkevich V.V., 89  
 Pavilaynen G.V., 176  
 Pchelintsev D.V., 145  
 Petrov D.A., 154  
 Petrov K.G., 101  
 Petrov N.A., 102  
 Petrov Yu.V., 173, 185  
 Plotnikov A.M., 60  
 Poida V.K., 60  
 Polikarpov S.A., 61  
 Polyakhov N.N., 210, 224, 225,  
 233  
 Polyakhova E.N., 91, 225, 233,  
 234  
 Popova M.O., 155  
 Pyarnpuu A.A., 156  
 Razov A.I., 185  
 Rodyukov F.F., 62, 63  
 Ryabicova T.V., 158  
 Ryabinin A.N., 157  
 Rydalevskaya M.A., 138, 158  
 Ryzhik B., 74, 76  
 Sabaneev V.S., 237, 238  
 Saburova N.Yu., 104  
 Salmina M.I., 43  
 Samburskaya E.V., 239  
 Samsonov V.A., 159  
 Sarkisyan S.O., 206  
 Schematovitch V.I., 156  
 Seliutski Y.D., 52  
 Seliutsky Yu.D., 159  
 Semenov B.N., 15, 181  
 Semenyuk O.V., 205  
 Semionov V.V., 126  
 Seyranian A.A., 65  
 Seyranian A.P., 54, 65, 77  
 Shamolin M.V., 170  
 Shepeljavyi A.I., 63, 73  
 Shevtsov A.E., 74  
 Shmyrov A.S., 112, 242  
 Shmyrov V.A., 112  
 Shumafov M.M., 81  
 Shvygin A.L., 71  
 Shytov A.I., 218  
 Sinizin V.A., 33  
 Skurin L.I., 160  
 Slastyonin M.N., 60  
 Smirnov A.L., 198, 211, 212  
 Smirnov E.M., 142  
 Smirnova L.V., 236  
 Sokolov B.M., 66  
 Sokolov L.L., 91, 105  
 Soltakhanov Sh.Kh., 17, 45, 67,  
 68  
 Sperling L., 31, 74, 76  
 Stepanov S.Ya., 59, 107  
 Stepanov Yu.G., 162  
 Strelkova N.A., 108  
 Sukhorukov A.L., 26  
 Sulikashvili R.S., 68  
 Sushkov V.I., 163  
 Sushkova M.V., 163  
 Suslonov V.M., 32  
 Telnov D.S., 142  
 Temnov O.V., 191

- Tikhonov A.A., 109  
Tipyasev A.S., 214  
Tkhai V.N., 70, 71, 87  
Tolchel'nikova S.A., 240  
Toma C., 82  
Tovstik P.E., 47, 182  
Tovstik T.P., 47  
Trifonenko B.V., 85  
Tsibarov V.A., 133, 154, 169  
Tsibarova E.V., 169  
Tsirkunov Yu.M., 126, 166  
Tvarev K.K., 69
- Ushakov I.A., 166  
Uskov V.N., 144, 165, 228  
Utina N.V., 73  
Utkin A.A., 173, 185
- Vasilyev G.A., 123  
Veretennikov V.G., 33  
Vernigor V.N., 180  
Viktorov I.V., 182  
Vlasenko D.Yu., 83  
Volkov A.N., 124, 126  
Volkov K.N., 127, 129  
Voloshinova T.V., 130
- Windelberg D., 181
- Yakovlev A.B., 93  
Yakovlev A.Yu., 121  
Yakovlev V.I., 232  
Yarov-Yarovoy M.S., 113  
Yushkov M.P., 17, 45
- Zaikov V.I., 140  
Zaitsev A.V., 190  
Zegzhda S.A., 15, 17  
Zharkova O.V., 138  
Zhuravleva S.E., 138  
Zimin B.A., 191

# Содержание

От оргкомитета . . . . .	3
<b>Пленарное заседание</b>	<b>15</b>
<i>Белецкий В.В.</i> Егоров, Лидов, Ершов и полёты к Луне .	15
<i>Зегжда С.А., Морозов Н.Ф., Семенов Б.Н.</i> Применение уравнений Лагранжа к задачам механики разрушения . .	15
<i>Зегжда С.А., Солтаганов Ш.Х., Юшков М.П.</i> Основные результаты Поляховской школы по аналитической механике . . . . .	17
<i>Каранетян А.В.</i> Устойчивость и бифуркация стационарных движений неголономных систем . . . . .	20
<i>Лапин Ю.В.</i> Моделирование пристенной турбулентности: достижения, проблемы . . . . .	21
<i>Черных К.Ф.</i> Нелинейная упругость (теория и приложения) . . . . .	21
<i>Chevallier D.</i> Dynamics of affinely deformable bodies and holonomy groups . . . . .	23
<b>Секция I. Теоретическая и прикладная механика</b>	<b>26</b>
<i>Алдошин Г.Т., Сухоруков А.Л.</i> Колебания погруженного в жидкость троса (аналитическое решение) . . . . .	26
<i>Алферов Г.В., Малафеев О.А.</i> Управление роботами в конкурентной среде . . . . .	28
<i>Беляков А.О.</i> Способы определения динамических параметров тел по колебаниям в упругом подвесе . . . . .	29

<i>Блехман И.И., Шперлинг Л.</i> Стабилизация синфазного закритического режима вращения вибровозбудителей посредством внутренней степени свободы . . . . .	31
<i>Бячков А.Б., Сулонов В.М.</i> Применение уравнений Маджи в квазикоординатах в динамике систем твердых тел	32
<i>Веретенников В.Г., Красильников П.С., Сеницын В.А.</i> О вынужденных колебаниях динамических систем . . . . .	33
<i>Гаврилов С.В., Коноплев В.А.</i> Приведенные матрицы жесткости и диссипации пакета цилиндрических пружин	34
<i>Галиуллин И.А.</i> Об устойчивости регулярных прецессий в осесимметричных полях . . . . .	36
<i>Диевский В.А.</i> Преобразование уравнений электрической машины двойного питания . . . . .	37
<i>Дмитриев Н.Н.</i> О движении диска со смещенным центром тяжести по плоскости с анизотропным трением . .	38
<i>Ефремов С.М.</i> О воздействии ударной нагрузки на многомассовую систему . . . . .	38
<i>Иванов С.Е., Мельников Г.И.</i> Исследование устойчивости движения динамических систем полиномиальной структуры с периодическими параметрами . . . . .	39
<i>Иванов А.П., Остов Ю.Я.</i> Аналитический метод решения задачи субоптимального управления полетом . . . . .	40
<i>Иванова Е.А.</i> Об использовании тензора поворота при решении задач динамики твердого тела и исследовании устойчивости движения . . . . .	41
<i>Каленова В.И., Морозов В.М., Салмина М.И.</i> Стационарные движения неголономных систем. Устойчивость и стабилизация . . . . .	43
<i>Караетян А.В.</i> Устойчивость и бифуркация стационарных движений волчка, заполненного жидкостью, на плоскости с трением . . . . .	44
<i>Каспер Р., Солтаганов Ш.Х., Юшков М.П.</i> О возможности использования теории движения неголономных систем высокого порядка в некоторых задачах мехатроники	45
<i>Колчин В.В.</i> Влияние сопротивления линии электропередачи на работу системы “Синхронный генератор — два асинхронных двигателя” . . . . .	46

<i>Краснов А.А., Товстик П.Е., Товстик Т.П.</i> Динамика центрифуги с соударениями . . . . .	47
<i>Кривошеев А.Г.</i> О задачах определения многочастотных нелинейных колебаний и исследование их устойчивости . . . . .	49
<i>Кудяев С.П.</i> Геометрическая интерпретация принципа Гаусса . . . . .	50
<i>Локшин Б.Я., Селюцкий Ю.Д.</i> К динамике полета противораковых ракет . . . . .	52
<i>Лопатугина И.Е.</i> Взаимодействие колебательной системы с различными типами электродвигателей постоянного тока . . . . .	53
<i>Майлыбаев А.А., Сейранян А.П.</i> Устойчивость периодических систем: новые результаты . . . . .	54
<i>Меркин Д.Р.</i> Земля — быстро вращающийся гигантский гироскоп . . . . .	57
<i>Никифорова Ю.Л., Панова С.А.</i> О движении одной самозаклинивающейся системы . . . . .	58
<i>Паскаль М., Степанов С.Я.</i> Периодические движения кусочно-линейного осциллятора . . . . .	59
<i>Плотников А.М., Сластенин М.Н.</i> Использование уравнений Лагранжа - Эйлера для исследования движения подводного аппарата . . . . .	60
<i>Пойда В.К.</i> Общее уравнение механики Ньютона - Фарадея в расширенном неголономном базисе . . . . .	60
<i>Поликарпов С.А.</i> О неустойчивости двузвенной траектории бильярда при неупругом отражении от границы . . . . .	61
<i>Родюков Ф.Ф.</i> Асинхронно-синхронная машина, эквивалентная большой электроэнергетической системе . . . . .	62
<i>Родюков Ф.Ф., Шепелявый А.И.</i> Нелокальный анализ уравнений одноконтурного электромагнитного маятника . . . . .	63
<i>Сейранян А.А., Сейранян А.П.</i> Образование конечных резонансных зон для уравнения Мейсснера при введении малой диссипации . . . . .	65
<i>Соколов Б.М.</i> Адаптация к внешним возмущениям в модели движения судна . . . . .	66
<i>Солтаханов Ш.Х.</i> Дифференциальные принципы механики и проблема их совместимости . . . . .	67

<i>Солтаганов Ш.Х.</i> Об уравнениях движения неголономных систем . . . . .	68
<i>Суликашвили Р.С.</i> О стационарных движениях тел, допускающих группы симметрий правильных многогранников в поле сил притяжения . . . . .	68
<i>Тверев К.К.</i> Неголономная неидеальная неударживающая связь в задаче управления нелинейной системой . . . . .	69
<i>Тхай В.Н.</i> Периодические движения квазиавтономной обратимой системы . . . . .	70
<i>Тхай В.Н., Швыгин А.Л.</i> Задача о движении тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки, когда центр тяжести тела расположен на главной плоскости эллипсоида инерции для неподвижной точки . . . . .	71
<i>Утина Н.В., Шепелявый А.И.</i> Задача Стокера для дискретных систем синхронизации . . . . .	73
<i>Шевцов А.Е.</i> О движении автомобиля на повороте с учетом возможности бокового заноса . . . . .	74
<i>Duckstein H., Ryzhik B., Sperling L.</i> Self-balancing of an anisotropically supported rigid rotor. Analytical part . . . . .	74
<i>Duckstein H., Ryzhik B., Sperling L.</i> Self-balancing of an anisotropically supported rigid rotor. Simulations and experimental data . . . . .	76
<i>Kirillov O.N., Seyranian A.P.</i> Collapse of the Keldysh chains and stability of continuous non-conservative systems . . . . .	77
<i>Mei Fengxiang</i> Non-Noether conserved quantity of nonholonomic system . . . . .	78
<i>Pascal M.</i> Non linear vibrations of an unbalanced rotor with radial clearance . . . . .	79
<i>Shumafov M.M.</i> On the stochastic stability of two dimensional nonlinear dynamical system . . . . .	81
<i>Toma C.</i> Relativistic aspects connected with body dynamics in different non-inertial reference systems . . . . .	82
<i>Vlasenko D.Yu.</i> Building the mathematical model of the hybrid manipulator . . . . .	83
<b>Секция II. Динамика космического полета</b>	<b>85</b>
<i>Александров В.В., Трифоненко Б.В.</i> Полная математическая модель управляемой системы . . . . .	85

<i>Бучин В.О.</i> Об устойчивости коллинеарных стационарных решений обобщенной задачи трех тел . . . . .	86
<i>Глухих Ю.Д., Тхай В.Н.</i> Колебания и вращения спутника на слабоэллиптической орбите в гравитационном поле Земли с учетом влияния атмосферы . . . . .	87
<i>Ерошкин Г.И., Львов В.Н., Пашкевич В.В., Чубей М.С.</i> Проект Межпланетной Солнечной Стереоскопической Обсерватории: гелиоцентрический переход и устойчивость конфигурации . . . . .	89
<i>Кащеев Р.А.</i> Современные спутниковые методы определения гравитационных полей Земли и Луны . . . . .	90
<i>Коблик В.В., Поляхова Е.Н., Соколов Л.Л.</i> Полет в окосолнечные области с малой тягой солнечного паруса . . . . .	91
<i>Колесников Е.К., Яковлев А.Б.</i> Некоторые задачи динамики тела с переменным электрическим зарядом . . . . .	93
<i>Королев В.С.</i> Об управлении движением в гравитационном поле с учетом возмущений . . . . .	95
<i>Косенко И. И.</i> О сохранении условно-периодических колебаний спутника на эллиптической орбите при учете светового давления . . . . .	96
<i>Красников С.Д., Кузнецов Е.Б.</i> О некотором подходе к решению задачи об ограниченном движении двух тел . . . . .	98
<i>Куницын А.Л.</i> Об устойчивости облачных скоплений микрометеоритных частиц в гравитационно-репульсивном поле бинарных звездных систем . . . . .	99
<i>Маланин В.В., Остапенко Е.Н.</i> Об использовании космических тросовых систем . . . . .	100
<i>Петров К.Г.</i> Конфигурационное S-пространство твердого тела в случае Эйлера . . . . .	101
<i>Петров Н.А.</i> Некоторые свойства движения в ограниченной плоской круговой задаче трех тел при резонансе 2:1 . . . . .	102
<i>Сабурова Н.Ю.</i> Об условиях существования кеплеровских движений в задаче двух твердых тел . . . . .	104
<i>Соколов Л.Л.</i> Об особенностях динамики планетных систем других звезд . . . . .	105

<i>Степанов С.Я.</i> Условия равновесия и устойчивости спутника с ротором и подвешенным к нему на тросе грузом на круговой орбите . . . . .	107
<i>Стрелкова Н.А.</i> Исследование кинематических уравнений винтового движения твердого тела в параметрах Кейли - Клейна . . . . .	108
<i>Тихонов А.А.</i> О влиянии сжатия Земли на эволюцию ротационного движения экранированного ИСЗ . . . . .	109
<i>Холшевников К.В.</i> О расстояниях в пространстве эллиптических орбит . . . . .	111
<i>Шмыров А.С., Шмыров В.А.</i> Импульсные переходы на условно-периодические орбиты в окрестности коллинеарной точки либрации . . . . .	112
<i>Яров-Яровой М.С.</i> Двоичная (бинарная) задача двух тел	113
<i>Chanville P.</i> Using orbital crane and anchor phenomenon in space . . . . .	114
<i>Burov A.A.</i> On orbital dynamics of a double pendulum . . .	115
<b>Секция III. Гидроаэромеханика</b>	<b>116</b>
<i>Аксенова О.А., Халидов И.А.</i> Уточненная фрактальная модель шероховатости при взаимодействии разреженного газа с поверхностью . . . . .	116
<i>Бабарькин К.В., Кузьмина В.Е.</i> Колебания течения в осесимметричной выемке при сверхзвуковом обтекании .	118
<i>Бестужева А.Н.</i> Собственные функции в клиновидной области для волновых движений жидкости . . . . .	119
<i>Бушковский В.А., Яковлев А.Ю.</i> Применение метода граничных элементов для расчета обтекания насадки гребного винта . . . . .	121
<i>Васильев Г.А., Карпеев Ю.Н.</i> О способах профилирования сечений лопастей гребных винтов . . . . .	123
<i>Волков А.Н.</i> Аэродинамическая интерференция цилиндров в потоке сжимаемого газа при умеренных числах Рейнольдса . . . . .	124

<i>Волков А.Н., Семенов В.В., Циркунов Ю.М.</i> Влияние распределения частиц по размерам на структуру пограничного слоя и теплообмен при нестационарном обтекании затупленных тел сверхзвуковым потоком запыленного газа . . . . .	126
<i>Волков К.Н.</i> Метод моделирования крупных вихрей и его применение для расчета слоев смешения . . . . .	127
<i>Волков К.Н., Денисигин С.В.</i> Применение пакета STAR-CD для моделирования внутренних турбулентных течений . . . . .	129
<i>Волошинова Т.В., Ершов Б.А.</i> Гибкое машущее крыло переменной толщины . . . . .	130
<i>Гончаренко В.А., Гончаренко В.И.</i> О неустойчивости консоли с диполем в потоке . . . . .	131
<i>Гулько Ю.Ф.</i> Структура экранирующего электрического поля вблизи проводящей поверхности в разреженной плазме . . . . .	132
<i>Далевская О.П., Фомина О.Н., Цибаров В.А.</i> Неньютонская модель крови и легкого . . . . .	133
<i>Елисеенко В.Н., Емельянов В.Н.</i> Нестационарные канальные потоки с энергомассоподводом . . . . .	134
<i>Емельянов В.Н., Пустовалов А.В.</i> Аэродинамическое проектирование каналов на основе решения последовательности прямых задач . . . . .	136
<i>Ершов Б.А., Кутеева Г.А.</i> Задачи гидроупругости — применение вариационного принципа конформных отображений . . . . .	137
<i>Жаркова О.В., Рыдалевская М.А.</i> Прямые скачки уплотнения в диссоциирующем газе . . . . .	138
<i>Журавлева С.Е., Лысов В.К., Мемнонов В.П.</i> Параллельные вычисления и метакомпьютинг с динамической балансировкой для численного решения задач газовой динамики . . . . .	138
<i>Зайков В.И.</i> Математическое моделирование пространственного движения судна в условиях ограниченного фарватера . . . . .	140

<i>Иванов Н.Г., Смирнов Е.М., Тельнов Д.С.</i> Численное моделирование трехмерного трансзвукового турбулентного течения в турбинной решетке . . . . .	142
<i>Карасев К.А., Усков В.Н.</i> Взаимодействие ударной волны и волны Римана . . . . .	144
<i>Кочерыженков Г.В., Матвеев С.К., Пчелинцев Д.В.</i> Разделение эмульсии в фильтре с коалесцирующей загрузкой . . . . .	145
<i>Кустова Е.В., Нагнибеда Е.А.</i> Коэффициенты скорости диссоциации в сильно неравновесных потоках реагирующих газов . . . . .	146
<i>Кутеева Г.А.</i> Определение свободной поверхности жидкости в движущемся сосуде с упругой вставкой асимптотическим методом . . . . .	147
<i>Мануйлов К.В., Мостовский Н.П.</i> Аналитическое описание движения корабля на волнении . . . . .	148
<i>Мирошин Р.Н.</i> Выбор характерного размера в теории локального взаимодействия . . . . .	150
<i>Мухина Л.А.</i> Метод расчета гидродинамических характеристик гребного винта, работающего при больших углах скоса набегающего потока . . . . .	151
<i>Николаев В.И.</i> Неплоский судовой руль — изобретение, выполненное совместно с Н. Н. Поляховым (ст.) (патент Украины №43381 от 17.12.2001) . . . . .	152
<i>Петров Д.А., Цибаров В.А.</i> Математическая модель смерча (торнадо) . . . . .	154
<i>Попова М.О.</i> Движение вязкой несжимаемой жидкости во вращающейся области с деформируемым дном и свободной поверхностью . . . . .	155
<i>Пярнпуу А.А., Чередов В.В., Шематович В.И.</i> Стохастическое моделирование в динамике разреженного газа . . . . .	156
<i>Рябинин А.Н.</i> Модели сальтирующих частиц в пограничном слое . . . . .	157
<i>Рыдалевская М.А., Рябикова Т.В.</i> Истечение из форкамеры колебательно неравновесного газа . . . . .	158
<i>Самсонов В.А., Селюцкий Ю.Д.</i> К задаче о колебаниях пластины в потоке сопротивляющейся среды . . . . .	159

<i>Скурин Л.И.</i> Параллельная версия итерационно-маршевого метода интегрирования уравнений Навье-Стокса . . .	160
<i>Степанов Ю.Г.</i> О критериях разрушения внутренних волн . . . . .	162
<i>Сушков В.И., Сушкова М.В.</i> О пересмотре основ классической аэродинамики . . . . .	163
<i>Усков В.Н., Чернышов М.В.</i> Анализ ударно-волновой структуры в первой бочке перерасширенной осесимметричной струи . . . . .	165
<i>Ушаков И.А., Циркунов Ю.М.</i> Численное исследование нестационарных процессов в гиперзвуковой ударной трубе при исследовании обтекания тел запыленным газом . . . . .	166
<i>Федосенко Н.Б.</i> Аналитическое решение задачи о медленном течении вязкой жидкости в области с произвольными граничными условиями . . . . .	167
<i>Цибаров В.А., Цибарова Е.В.</i> <i>H</i> -теорема для сложных сред . . . . .	169
<i>Шамолин М.В.</i> Об одной пространственной задаче о движении твердого тела в сопротивляющейся среде . . .	170
<b>Секция IV. Механика деформируемого твердого тела</b>	<b>172</b>
<i>Анисимов В.Ю.</i> Распространение трещин в пластинах и оболочках . . . . .	172
<i>Атрошенко С.А., Клепачко Я.Р., Кривошеев С.И., Петров Ю.В., Уткин А.А., Федоровский Г.Д.</i> Экспериментальное исследование статических и динамических механических свойств ударопрочного пластика . . . . .	173
<i>Бауэр С.М.</i> Механические аспекты развития глаукомы .	174
<i>Бачурихина Т.В., Павилайнен Г.В.</i> Сравнительный анализ несущей способности пластически анизотропных пластин . . . . .	176
<i>Бегун П.И.</i> Напряженно-деформированное состояние в клапанном аппарате сердца при внешнем воздействии . .	177
<i>Болдырев С.А.</i> Моделирование эффективных модулей сферопластиков методами механики композитов . . . . .	178

<i>Вернигор В.Н., Матвеев А.Е.</i> Исследование влияния жёсткостей опор ротора на его критические частоты вращения . . . . .	180
<i>Виндельберг Д., Семенов Б.Н.</i> Конечно-элементное моделирование падения толстостенного цилиндра на бетонную плиту . . . . .	181
<i>Викторов И.В., Товстик П.Е.</i> Осевое сжатие конической оболочки из разномодульного материала . . . . .	182
<i>Галибаров П.Е.</i> Моделирование свойств наноструктурных объектов методами молекулярной динамики . . . . .	184
<i>Груздков А.А., Кривошеев С.И., Петров Ю.В., Разов А.И., Уткин А.А., Федоровский Г.Д.</i> Об исследовании функционально-механических свойств сплава TiNi при статических и ударных динамических испытаниях малых образцов . . . . .	185
<i>Ежиков А.Ю., Панферов А.А.</i> Движение относительно неподвижного центра тяжести жесткой эллипсоидальной оболочки, заполненной реальной жидкостью . . . . .	186
<i>Ершов В.И., Ершова З.Г.</i> К задаче об устойчивости цилиндрической панели, сопряженной со стержнем . . . . .	188
<i>Зайцев А.В., Пахомов О.В.</i> Построение алгоритма для связанной задачи колебаний пластины, обусловленных тепловым ударом на ее поверхности . . . . .	190
<i>Зимин Б.А., Миркин М.А., Темнов О.В.</i> Статические свойства балочной модели разрушения тонких отслоений . . . . .	191
<i>Иванов Г.Е.</i> О критических скоростях вращения сверла . . . . .	192
<i>Кликушина М.В.</i> Устойчивость цилиндрической оболочки с прямоугольным поперечным сечением под действием осевой сжимающей нагрузки . . . . .	193
<i>Конкина Л.И.</i> Исследование резонансных движений твердого тела с упругими элементами вокруг неподвижной точки . . . . .	194
<i>Корчевская Е.А., Кунцевич С.П., Михасев Г.И.</i> Исследование влияния поперечных сдвигов на бифуркацию слоистой цилиндрической оболочки под действием осевых сил . . . . .	195
<i>Кузванов И.Л.</i> Устойчивость тонкой круговой анизотропной цилиндрической оболочки при чистом кручении . . . . .	197

<i>Ландман И.М., Смирнов А.Л.</i> Исследование характеристических уравнений с помощью обобщенного метода Ньютона . . . . .	198
<i>Макаренко И.Н.</i> Колебания цилиндрической оболочки, подкрепленной пластинами . . . . .	200
<i>Мальков В.М.</i> Нелинейные модели теории вязкоупругости эластомерных материалов . . . . .	201
<i>Матвеева Г.А.</i> Влияние температуры на собственные частоты колебаний анизотропной пластины . . . . .	202
<i>Михасев Г.И.</i> Математическое моделирование колебательной системы среднего уха . . . . .	203
<i>Морозов В.А., Семенюк О.В.</i> Решение интегро-дифференциального уравнения для слабонравновесной релаксирующей среды . . . . .	205
<i>Мутафян М.Н., Саркисян С.О.</i> Асимптотические решения краевых задач для тонкого прямоугольника по несимметричной теории упругости . . . . .	206
<i>Нарбут М.А.</i> О локализации повреждений в деформируемых средах . . . . .	208
<i>Наумова Н.В.</i> Локальные формы потери устойчивости и колебаний тонких оболочек . . . . .	209
<i>Поляхов Н.Н.</i> Об одной задаче моментной теории упругости . . . . .	210
<i>Смирнов А.Л.</i> Асимптотический анализ устойчивости анизотропных цилиндрических оболочек . . . . .	212
<i>Смирнов А.Л., Федчун О.В.</i> Возмущение спектра собственных частот колебаний оболочек . . . . .	212
<i>Тиясев А.С.</i> О деформации капсулы хрусталика при аккомодации . . . . .	214
<i>Федоровский Г.Д.</i> О концепции собственного времени в механике сплошных сред . . . . .	215
<i>Хантулева Т.А.</i> Распространение нестационарных ударных волн в структурированных средах . . . . .	216
<i>Шитов А.И.</i> Некоторые соотношения деформационной теории пластичности для идеально упругопластического материала . . . . .	218

<b>Секция V. История механики</b>	<b>221</b>
<i>Александров В.Б.</i> О развитии геоцентрической концепции мироздания . . . . .	221
<i>Алешков Ю.З.</i> Профессор Анатолий Андреевич Гриб . . . . .	222
<i>Лопатухин А.Л., Лопатухина И.Е.</i> Русско-французские научные связи в развитии механики в России (XVIII – начало XX вв.) . . . . .	223
<i>Лопатухин А.Л., Лопатухина И.Е., Поляхов Н.Н.</i> Механика эпохи Возрождения (к 550-летию Леонардо да Винчи и 500-летию Джироламо Кардано) . . . . .	224
<i>Лопатухин А.Л., Лопатухина И.Е., Поляхов Н.Н., Поляхова Е.Н.</i> Петербургская школа механики в XIX столетии (к 300-летию города) . . . . .	225
<i>Мануйлов К.В.</i> К 200-летию со дня рождения Нильса Хенрика Абея (1802-2002) . . . . .	226
<i>Матвеев С.К., Усков В.Н.</i> Научная деятельность Е. А. Угрюмова . . . . .	228
<i>Меркин Д.Р.</i> Николай Николаевич Поляхов — Человек с большой буквы . . . . .	229
<i>Миркин М.А.</i> Проблема детерминизма в механике природных явлений . . . . .	229
<i>Михайлов Г.К.</i> К истории задачи о свободном падении тел . . . . .	230
<i>Морозова Е.А., Яковлев В.И.</i> Вклад в механику Шарля Боссю . . . . .	232
<i>Поляхов Н.Н., Поляхова Е.Н.</i> Об исследовании Н. Н. Поляховым научного наследия М. В. Остроградского по механике (к 200-летию Остроградского) . . . . .	233
<i>Поляхова Е.Н.</i> О научном наследии М. В. Остроградского по небесной механике (к 200-летию ученого) . . . . .	234
<i>Смирнова Л.Б.</i> История развития профессионально-технического образования в России . . . . .	236
<i>Сабанеев В.С.</i> Научно-исследовательский институт математики и механики Санкт-Петербургского университета (1932–2002) . . . . .	237
<i>Сабанеев В.С., Филиппов С.Б.</i> Вклад кафедры теоретической механики Петербургского университета в развитие механики в 1917–2002 гг. . . . .	238

<i>Самбурская Е.В.</i> Становление и развитие теории поступательно-вращательного движения двух твердых тел	239
<i>Толчельникова С.А.</i> Ревизия аксиоматики "Начал" Ньютона в "Механике" Э. Маха	240
<i>Шмыров А.С.</i> Гомоклиническая картина Пуанкаре и телеологический подход к уравнениям механики	242