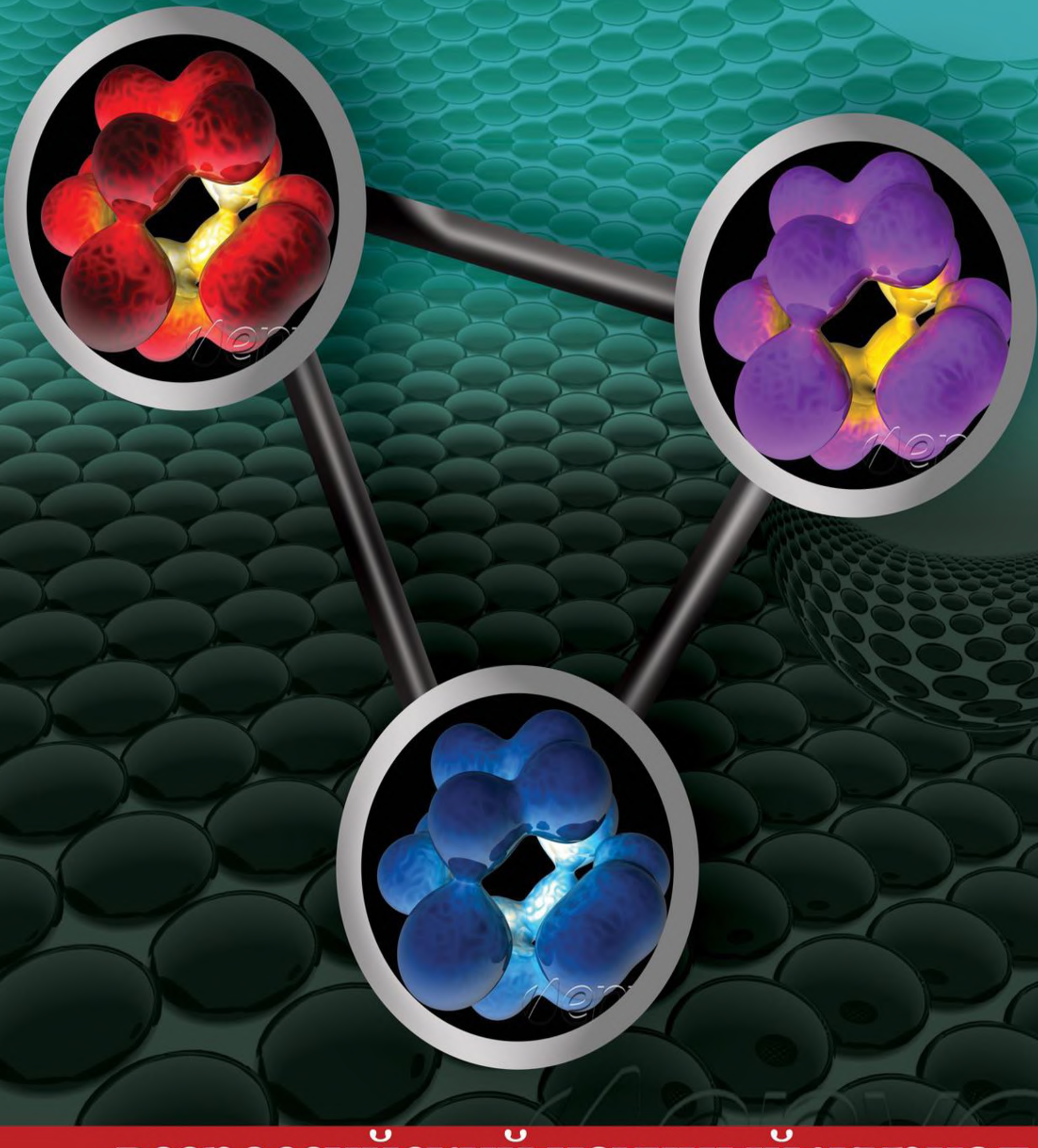
№ 10 2017
ISSN 2518-1874

Студент. Аспирант. Исследователь.



всероссийский научный журнал

18+

ISSN 2518-1874

ЭЛЕКТРОННОЕ НАУЧНОЕ
ПЕРИОДИЧЕСКОЕ ИЗДАНИЕ

Всероссийский научный журнал «Студент. Аспирант. Исследователь»

Свидетельство о регистрации
средства массовой коммуникации
ЭЛ № ФС 77 - 61585 от 30 апреля 2015 г.

Выпуск № 10 (28) 2017 г.

Степанова П.П.
канд. физ.-мат. наук
старший преподователь
Санкт-Петербургский государственный университет
Россия, г. Санкт-Петербург

Черных Г.А.
канд. физ.-мат. наук
доцент
Санкт-Петербургский государственный университет
Россия, г. Санкт-Петербург

АЛГОРИТМИЧЕСКАЯ НОРМАЛИЗАЦИЯ ДИСКРЕТНЫХ ЦИКЛОВ

Аннотация. Приводится описание алгоритма, предназначенного для нормализации (распутывания) дискретных циклов, определяемых последовательностями точек в n-мерном пространстве. Алгоритм основан на свойстве изолированных динамических систем эволюционировать в состояние равновесия с минимумом потенциальной энергии.

Ключевые слова: дискретный цикл, периодическая орбита, нормализация, распутывание, состояние равновесия.

Дискретным циклом называется замкнутая ломанная линия, заданная последовательностью своих вершин. Под процедурой нормализации или распутыванием понимается такое непрерывное преобразование исходного объекта, которое не вызывает самопересечений в процессе своего применения и приводит к наиболее простому виду цикла: кольцо, узел и т.п.

Нормализация циклов сложной формы, для которых вычисление топологических характеристик затруднительно или невозможно, позволяет получить простые объекты с теми же топологическими характеристиками, что и объекты до нормализации и таким образом значительно облегчить анализ последних. Как предмет исследования дискретные циклы часто появляются при работе с динамическими системами, находящимися в режиме детерминированного хаоса, где важным объектом анализа являются так называемые нестабильные периодические орбиты (unstable periodic orbits, см. например, [1-2]). Вследствие неинтергрируемости вышеупомянутых систем численный метод является единственным способом получения решений и, следовательно, в случае орбит, всегда приходится иметь дело с дискретными циклами. Вообще, разнообразные методы регуляризации применительно к детерминированной хаотической динамике [3-4] в математических моделях или физических устройствах часто с необходимостью приводят к появлению дискретных циклов в виду ограниченности и дискретности пространства состояний.

В частности, существует обширная область исследований преимущественно прикладного направления, посвященная проблематике контроля хаоса (chaos control) [5], где хаотическая динамика являются нежелательным явлением, к примеру, может вызывать помехи в электронных нелинейных устройствах. Очевидно, что методы контроля хаоса также приводят к необходимости работать с дискретными циклами. Таким образом, алгоритмы, нацеленные на применение к дискретным циклам, имеют не только академический интерес, но и прикладное значение.

Принцип, лежащий в основе алгоритма нормализации, имеет простое физическое обоснование. Замкнутая нить с помещенным на нее электрическим зарядом при условии отсутствия трения под действием сил электростатического отталкивания должна со временем принять наиболее простую форму, соответствующую состоянию с минимальной потенциальной энергией взаимодействия зарядов. Динамика подобного объекта чрезвычайно сложна для численного моделирования, поскольку речь идет о системе с большим количеством связей и взаимодействующих частиц.

Однако в виду того, что целью моделирования является не собственно эволюция заряженной нити во времени, а ее финальное нормализованное состояние, то к процессу перехода нити из начального запутанного состояния в нормализованное можно подходить с рядом допущений. Единственное обязательное требование — это запрет самопересечений цикла в процессе нормализации.

Таким образом, модель цикла, представляемого в настоящей работе алгоритма нормализации, есть замкнутая ломаная линия, где в вершинах находятся электрические заряды, а отрезки, соединяющие вершины ломаной, считаются абсолютно жесткими. Последнее требование означает, что расстояния между вершинами не могут меняться в процессе нормализации цикла. В рамках одной итерации алгоритма малая деформация цикла производится посредством двух различных преобразований.

Первое преобразование состоит в небольших смещениях зарядов под действием электростатических сил с учетом запрета самопересечений. Причем, связи не учитываются, то есть, работа с моделью идет, как если бы она представляла собой систему несвязанных зарядов. Во время второго преобразования происходит изменение длин отрезков цикла таким образом, чтобы они были равны значениям, имевшимся до деформации первого преобразования.

После одной итерации цикл незначительно деформируется, но расстояния между соседними точками не меняется, что обеспечивает изменение формы цикла при условии жесткости связей. Итерирование алгоритма с возможной периодической вариацией параметров, о которой будет сказано ниже после детального описания преобразований, приводит к постепенному упрощению формы цикла.

В процессе первого из двух вышеупомянутых преобразований точки цикла могут быть смещены на относительно малое расстояние в направлении действия сил отталкивания. В начале для всех точек вычисляются направления действующих на них суммарных сил. Затем точки последовательно перебираются и при наличии возможности производятся смещения. Возможность смещения точки цикла определяется следующим образом. Два положения точки в пространстве до и после смещения, а также две точки соседние смещаемой образуют пару треугольников с общей стороной, вдоль которой планируется произвести сдвиг.

Если хотя бы один из отрезков цикла пересекает один из треугольников, это значит, что смещение приведет к самопересечению цикла и его совершать нельзя. Факт пересечения отрезка и треугольника можно определить посредством следующего известного алгоритма. Если отрезок пересекает плоскость, в которой лежит треугольник, то вычисляется точка пересечения. Из найденной точки проводятся отрезки к вершинам треугольника и таким образом строятся три дополнительных треугольника.

Если площадь исходного треугольника равна сумме площадей трех построенных, то точка пересечения отрезка и плоскости исходного треугольника лежит внутри последнего. Безусловно, как и во всех аналогичных компьютерных вычислениях, где сравниваются нецелые числа, необходимо вводить соответствующие минимальные пороговые величины. А именно, если модуль разности двух чисел меньше порога, то такие числа считаются равными.

Второе преобразование производится в несколько этапов. Случайным образом выбирается некоторая точка цикла, которая становится базовой для последующих операций. Вычисляется положение предыдущей точки (далее именуемой последней) по отношению к базовой (сама последняя точка не смещается) при условии, что направление от базовой точки к вычисленному положению последней точки сохраняется, а расстояние между ними было равно исходному до деформации цикла при первом преобразовании.

Далее последовательно, начиная с отрезка, идущего от базовой точки к следующей, производится параллельный перенос части цикла, начинающейся на правой границе текущего отрезка до последней. Параллельный перенос происходит вдоль текущего отрезка так, чтобы длина последнего стала равной исходной до первого преобразования. Операция параллельного переноса не производится, если она приводит к самопересечению цикла. В результате обхода цикла все его отрезки (за возможным редким исключением из-за самопересечений), кроме отрезка, соединяющего последнюю и базовую точки, получают исходные длины. Затем вычисляется смещение между вычисленным ранее положением последней точки и ее фактическими координатами. Данное смещение необходимо устранить, что делается небольшими поворотами в каждой вершине цикла. Суть операции легко представить, вообразив цикл в виде набора жестких стержней с шарнирами в вершинах. Необходимое компенсационное смещение делится поровну между всеми вершинами цикла, что снижает риск самопересечений цикла, которые здесь также необходимо контролировать. Очевидно, что отрезки цикла, оставшиеся растянутыми или сжатыми после одной итерации с большой вероятностью на следующих итерациях вернут себе исходные длины. Таким образом, алгоритмически поддерживается условие жесткости связей.

Практическое тестирование алгоритма на различных циклах показало необходимость ввода важной модификации. В общем случае соседние вершины цикла находятся на разном расстоянии друг от друга. Поэтому в виду того, что силы, действующие на заряды, убывают как квадрат расстояния между ними, могут появляться не скомпенсированные продольные силы, действующие на заряды со стороны непосредственных соседей и значительно превосходящие по величине суммарные силы, действующие со стороны остальных точек цикла. Последнее обстоятельство может в некоторых случаях значительно снизить эффективность алгоритма нормализации.

Если при вычислении суммы сил, действующих на конкретный заряд, исключить из рассмотрения заряды, расположенные на некотором расстоянии слева и справа от заданного, то проблему можно частично решить. Однако подобный подход, как правило, приводит к нарушению гладкости циклов, так как отсутствуют "распрямляющие" силы. В общем случае, целесообразно чередовать подходы, при которых в вычислении сил, действующих на заряд, принимают участие либо все остальные точки цикла, либо большая часть за исключением соседних.

Интервалы чередования можно подбирать экспериментально, причем показано, что по мере нормализации цикла имеет смысл интервал учета всех сил постепенно наращивать по отношению к интервалу частичного учета сил.

Метод частичного учета сил эффективно показал себя на циклах, расположенных в узком пространственном плоском слое, нормализация которых происходит значительно эффективнее, если в начале процесса отдельные витки циклов будут разнесены в разные непараллельные плоскости. Последнее происходит гораздо быстрее при применении частичного учета сил.

С вычислительной точки зрения представленный алгоритм весьма ресурсоемок, так как количество операций на каждой итерации пропорционально квадрату от количества точек в цикле. Но в виду наличия большого числа однотипных независимых операций алгоритм допускает эффективное распараллеливание. В частности, авторы настоящей работы использовали возможности платформы параллельных вычислений CUDA.

В качестве дальнейшего развития алгоритма предполагается его применение к незамкнутым нитям. Речь едет о алгоритмическом распутывании узлов. При накоплении достаточно большого количества данных о динамике процесса распутывания планируется исследование возможности использования глубоких нейронных сетей для решения задачи нормализации.

Список использованных источников:

1. Abad A., Barrio R., Dena Á. Computing periodic orbits with arbitrary precision // Phys. Rev. E. 2014. Vol. 84(6). P. 016701.
2. Dhamala M, Lai Y., Kostelich E. J. Detecting unstable periodic orbits from transient chaotic time series // Phys. Rev. E. 2000. Vol. 61(6). P. 6485.
3. Kunin I., Chernykh G., Kunin B. Optimal chaos control and discretization algorithms // International Journal of Engineering Science. 2006. Vol. 44(1-2). P. 59-66.
4. F. Rannou. Numerical study of discrete plane area-preserving mappings // Astron & Astrop. 1974. Vol. 31. P. 289-301.
5. Guanrong C., Xinghuo Yu., (Eds.). Chaos Control. Theory and Applications // Lecture Notes in Control and Information Sciences. 2003. Vol. 292.

Оглавление

СОВРЕМЕННАЯ АНАЛИТИКА И ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

МНЕНИЕ ЭКСПЕРТА И ОПЫТ ПРАКТИКА

НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ИННОВАЦИОННЫЕ РЕШЕНИЯ