

**ВООРУЖЕННЫЕ СИЛЫ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**



**ВОЕННАЯ АКАДЕМИЯ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОГО  
ОБЕСПЕЧЕНИЯ ИМЕНИ ГЕНЕРАЛА АРМИИ А.В. ХРУЛЕВА**

**ВОЕННЫЙ ИНСТИТУТ (ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ)**

**КАФЕДРА ВОЕННОЙ АРХИТЕКТУРЫ,  
АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ ПРОЕКТИРОВАНИЯ,  
ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН**

**НАУЧНОЕ НАСЛЕДИЕ  
АКАДЕМИКА Л.В. КАНТОРОВИЧА  
И ЕГО ВОПЛОЩЕНИЕ  
В СОВРЕМЕННОЙ ЭКОНОМИКЕ И ТЕХНИКЕ**

**Материалы V Всероссийской  
научно-практической конференции  
17 февраля 2021 года**

**Санкт-Петербург 2021**

**МИНИСТЕРСТВО ОБОРОНЫ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное казенное военное образовательное  
учреждение высшего образования  
**Военный институт (инженерно-технический)**  
Военной академии материально-технического обеспечения  
имени генерала армии А.В Хрулева

**НАУЧНОЕ НАСЛЕДИЕ  
АКАДЕМИКА Л.В. КАНТОРОВИЧА  
И ЕГО ВОПЛОЩЕНИЕ  
В СОВРЕМЕННОЙ ЭКОНОМИКЕ И ТЕХНИКЕ**

**Материалы V Всероссийской  
научно-практической конференции  
17 февраля 2021 года**

Санкт-Петербург  
2021

УДК 378  
ББК 74

**Научное наследие академика Л.В. КАНТОРОВИЧА и его воплощение в современной экономике и технике:** материалы V Всероссийской научно-практической конференции. – Санкт-Петербург: ВИ (ИТ) ВА МТО, 2021. – 147 с.

В сборнике представлены материалы V Всероссийской научно-практической конференции, посвященной вопросам теоретического переосмысления научного наследия Лауреата Нобелевской премии академика Леонида Витальевича Канторовича, а также практике широкого применения методов оптимизации с учётом современных достижений военной науки, техники, передового опыта войск в целях повышения эффективности организации образовательного процесса.

Материалы конференции будут интересны и полезны в работе профессорско-преподавательскому составу, аспирантам, курсантам, студентам, а также научно-техническим работникам образовательных учреждений.

Сборник печатается без литературного редактирования, ответственность за содержание материалов, достоверность информации, точность изложенных фактов и цитат несут авторы статей.

УДК 378  
ББК 74

© ВИ (ИТ) ВА МТО, 2021

УДК 378

**Т.Е. Болдовская<sup>1</sup>, М.В. Девятерикова<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Филиал Военной академии материально-технического обеспечения  
им. генерала армии А.В. Хрулева, г. Омск,

<sup>2</sup>Омский государственный технический университет, г. Омск

*teb73@mail.ru<sup>1</sup>*

*devy\_m@mail.ru<sup>2</sup>*

### **РЕАЛИЗАЦИЯ МЕЖПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ ПРИ РЕШЕНИИ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ ВОЕННО-ПРИКЛАДНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ**

Статья посвящена реализации межпредметных связей в образовательном процессе вуза. В работе рассмотрена межпредметная интеграция дисциплин «Высшая математика» и «Информатика» на примере решения одной из военно-прикладных оптимизационных задач в рамках выполнения научно-исследовательской работы курсантов. Сделан вывод о том, что межпредметные связи являются важным условием формирования системности знаний и самостоятельности мышления, комплексного подхода в обучении, повышения эффективности учебного процесса.

*Ключевые слова:* межпредметные связи, задачи оптимизации, задача коммивояжера.

**T.E. Boldovskaya<sup>1</sup>, M.V. Devyaterikova<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Branch of Khrulev Military Academy of Logistics in Omsk

<sup>2</sup>Omsk State Technical University, Omsk

*teb73@mail.ru<sup>1</sup>*

*devy\_m@mail.ru<sup>2</sup>*

### **IMPLEMENTATION OF INTERSUBJECT CONNECTIONS IN SOLVING OPTIMIZATION PROBLEMS OF MILITARY APPLICATION**

The article is devoted to the implementation of interdisciplinary connections in the educational process of the university. The paper considers the interdisciplinary integration of the disciplines "Mathematics" and "Computer Science" on the example of solving one of the military-applied optimization problems in the framework of the research work of cadets. It is concluded that intersubject relations are an important condition for the formation of systematic knowledge and independent thinking, an integrated approach to learning, and improving the effectiveness of the educational process.

*Keywords:* intersubject connections, optimization problems, travelling salesman problem.

Федеральные государственные образовательные стандарты высшего образования (ФГОС 3++) требуют от выпускника вуза сформированности не только профессиональных, но и универсальных компетенций. Первая универсальная компетенция (УК-1) – это способность осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий. При этом системный подход подразумевает понимание и всесторонний анализ рассматриваемой задачи, закономерностей и тенденций в массиве фактов, генерацию идей, выбор способа решения из множества возможных. Это достигается, в том числе, и при реализации межпредметных связей в процессе обучения.

В качестве определения межпредметных связей будем понимать определение, данное Г.Ф. Федорцом: «Межпредметные связи есть педагогическая категория для обозначения синтезирующих, интегративных отношений между объектами, явлениями и процессами реальной действительности, нашедших свое отражение в содержании, формах и методах учебно-воспитательного процесса и выполняющих образовательную, развивающую и воспитывающую функции в их органическом единстве» [1].

Межпредметные связи при изучении математики выступают как средство развития математических понятий, помогают усвоению связей между ними и общими понятиями, формируют такие качества знаний обучающихся, как системность, осознанность, гибкость, развивают самостоятельность, научное мировоззрение [2-4].

Межпредметные связи могут быть реализованы разными методами. Одним из способов их реализации является учебно-исследовательская работа обучающихся под руководством преподавателя. Рассмотрим одну из военно-научных работ курсантов по военной логистике, выполненную на кафедре физико-математических дисциплин Омского автобронетанкового инженерного института.

Военная логистика включает в себя организацию и осуществление комплекса мероприятий тыла, направленных на поддержание в боеспособном состоянии вооруженных сил, обеспечение их всеми видами материально-технических ресурсов, необходимых для выполнения поставленных перед ними задач [5].

Военная логистика имеет огромное значение в современной армии. Все службы, занимающиеся обеспечением вооруженных сил РФ необходимыми материалами и снаряжением, объединяются в систему материально-технического обеспечения. Материально-техническое обеспечение ВС РФ включает ряд взаимосвязанных мероприятий: заказ, прием от промышленно-экономиче-

ского комплекса страны, учет, накопление, хранение, содержание запасов вооружения и военной техники, ракет, боеприпасов, ракетного топлива, горючего и других материальных средств (продовольствия, вещевого имущества и проч.); перевозку войск (сил) и материальных средств; подготовку, эксплуатацию, техническое прикрытие и восстановление транспортных коммуникаций; эксплуатацию и восстановление вооружения и военной техники; обеспечение базирования авиации и сил флота; создание условий для жизни и быта военнослужащих; мероприятия пожарной и экологической безопасности.

Одной из актуальных проблем военной логистики по вопросам эффективной организации системы снабжения является разработка математических моделей и методов управления логистическими процессами.

Математические модели для решения задач военной логистики достаточно разнообразны, но все они, в конечном итоге, направлены на оптимизацию материальных ресурсов и финансовых затрат. Примерами математических моделей, используемых в военной логистике, являются: задачи сетевого планирования и управления; задача упаковки в контейнеры; задача о поставках; транспортная задача; задача о максимальном потоке; задача о минимальном пути в графе; задача коммивояжера; задача определения средних численностей состояний; задача управления запасами; задача выбора стратегии складирования запасов; задача об оптимальной дислокации распределительного центра (склада) в заданной территориальной зоне и некоторые другие.

Некоторые из упомянутых моделей рассматриваются в курсе «Высшая математика» в разделе «Теория оптимизации». Например, задача коммивояжера формулируется при изучении темы «Дискретная математика» как задача нахождения в графе гамильтонова цикла минимального веса. Однако методы решения оптимизационных задач, как правило, являются алгоритмическими и их применение на практике требует знания языков программирования и средств разработки. Поэтому методы решения большинства таких задач остаются за рамками учебной дисциплины. Дисциплина «Информатика», наоборот, предполагает изучение языков программирования, но, в силу ограниченности учебных часов, на занятиях рассматриваются стандартные учебные задания, в то время как решение задач военно-прикладной направленности повышает мотивацию курсантов к изучению дисциплины. При выполнении научной работы на кафедре курсанты рассматривают оптимизационные задачи военной логистики комплексно: постановка, методы решения, вычислительный эксперимент [6].

В качестве примера рассмотрим задачу коммивояжера. Задача коммивояжера (или *TSP* от англ. *Travelling salesman problem*) одна из самых известных задач комбинаторной оптимизации, состоящая в поиске оптимального маршрута, проходящего через заданные города по одному разу с последующим воз-

вратом в исходный город. В условиях задачи указываются критерий выгодности маршрута (кратчайший, самый дешёвый и т.д.) и соответствующие матрицы расстояний (стоимостей).

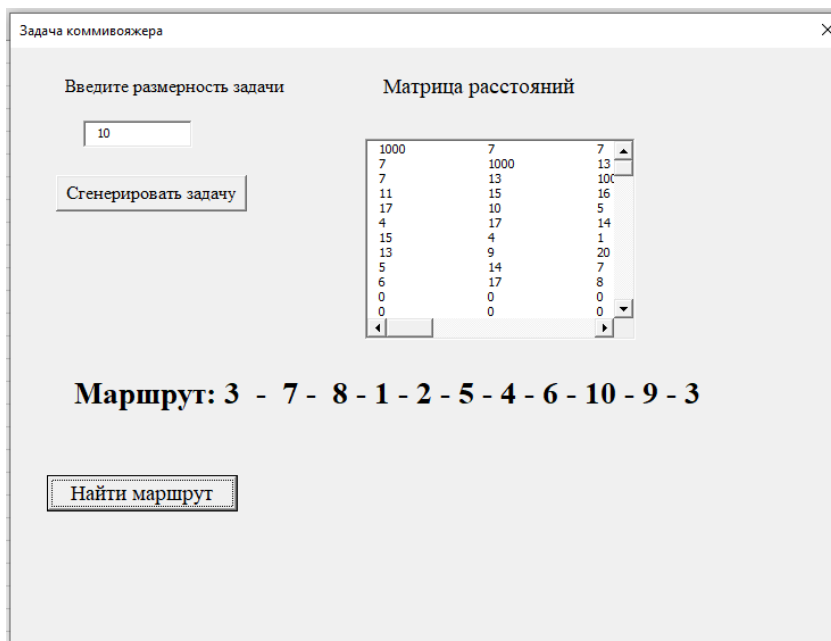
Несмотря на простоту постановки, задача коммивояжёра является достаточно сложной задачей. Оптимизационная постановка задачи относится к классу *NP*-трудных задач, как и большинство её частных случаев [7]. На практике для нахождения оптимального решения задачи коммивояжера используют методы направленного перебора такие как метод ветвей и границ, отсечения и некоторые другие, а также комбинацию различных алгоритмов. Указанные методы позволяют решать задачи коммивояжера достаточно большой размерности, но остаются экспоненциальными.

Однако поиск строго оптимального маршрута требуется не всегда. Иногда необходимо просто быстро найти хороший приближенный маршрут. Эффективные (существенно сокращающие полный перебор) методы решения задачи коммивояжёра — методы эвристические. В большинстве эвристических методов находится не оптимальный маршрут, а приближённое решение. К эвристическим алгоритмам относятся генетические алгоритмы, алгоритмы муравьиной колонии, алгоритмы локального поиска и другие.

Курсантами была рассмотрена симметричная задача коммивояжера с заданной матрицей расстояний:

$$C = (c_{ij}), i, j = 1, \dots, n, \text{ где } c_{ij} = c_{ji}. \quad (1)$$

С использованием надстройки *VBA-Excel* был реализован жадный алгоритм (алгоритм «иди в ближайший») – алгоритм построения допустимого маршрута путём добавления к нему самого короткого, ещё не выбранного ребра графа, при условии, что оно не образует цикла с уже выбранными рёбрами. Так как жадный алгоритм может приводить к наихудшему маршруту, алгоритм запускался  $n$  раз из каждого города, и далее из  $n$  получившихся маршрутов выбирался маршрут наименьшей длины. Пример окна работающего приложения представлен на рис. 1. В дальнейшем планируется рассмотреть применение генетических алгоритмов и алгоритмов локального поиска для решения задач коммивояжера и других задач военной логистики.



**Рис. 1. Приложение «Задача коммивояжера»**

Курсанты, проявляющие особый интерес к математическому моделированию, в дальнейшем участвуют в научно-исследовательской работе кафедры, в частности, принимают участие в разработке и выполнении плановых научно-исследовательских работ. При этом формируется научное мировоззрение, самостоятельность мышления, способность комплексного видения и решения сложных проблем в дальнейшей профессиональной деятельности. Таким образом, межпредметные связи являются важным условием эффективного обучения и воспитания курсантов.

#### **Библиографический список**

1. Федорец Г.Ф. Межпредметные связи в процессе обучения: Учеб. пособие / Г.Ф. Федорец. - Л.: ЛГПИ, 1983. - 88 с.
2. Кириченко О.Е. Межпредметные связи курса математики и смежных дисциплин в техническом вузе связи как средство профессиональной подготовки студентов / Диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук. - Орел, 2003. – 170 с.
3. Зырянова И.М. Актуализация межпредметных связей в профессиональном образовании студентов инженерных специальностей / Диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук. - Омск, 2006. – 275 с.
4. Кузнецова Л.Г. Формирование межпредметных связей информатики и математики в методической системе обучения студентов непрофильных вузов / Диссертация на соискание ученой степени доктора педагогических наук. – М.: Институт стратегии развития образования РАО, 2007. – 268 с.
5. Щербинин В.О. Актуальные проблемы военной логистики в России / В.О. Щербинин, Д.А. Кузин // Современные проблемы в области экономики, менеджмента, бизнес-информатики, юриспруденции социально-гуманитарных наук: материалы XI научно-практической конференции студентов и преподавателей НИУ ВШЭ. - Нижний Новгород: Нижегородский филиал НИУ ВШЭ, 2013. С. 141-145.



6. Болдовская Т.Е., Девятерикова М.В., Романенко А.В., Соломаха К.Е. Активизация познавательного интереса курсантов к учебно-исследовательской деятельности при решении задач военно-прикладной направленности / Методика преподавания математических и естественно-научных дисциплин. Со-временные проблемы и тенденции развития: материалы V Всероссийской научно-практической конференции. – Омск: ОмГУ, 2019. – С. 162-164.

7. Пападимитриу Х., Стайглиц К. Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность. - М.: Мир, 1985.

УДК 621.365.5, 681:5

**В. А. Буканин, А. Н. Иванов, А. Е. Зенков, В. М. Парфёнов**  
Санкт-Петербургский государственный электротехнический  
университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина), г. Санкт-Петербург  
*vabukanin@nsgsoft.com*

## **ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА НЕПРЕРЫВНОГО ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА**

Целью исследования является получение удобной компьютерной модели для оптимизации процессов непрерывного индукционного нагрева длинных заготовок. Эта модель может быть внедрена в интеллектуальную систему управления технологическим процессом. Разработанный алгоритм и специальное приложение к программе электротеплового расчета *ELTA* позволяют находить, а в дальнейшем и задавать системе управления требуемые параметры источников питания в реальном времени по заданным температурам. Оптимизация проводится по мощности генераторов и допустимому отклонению температуры, заданной оператором.

*Ключевые слова:* оптимизация, индукционный нагрев, интеллектуальная система управления, программа *ELTA*.

**V. A. Bukanin, A.N. Ivanov, A. E. Zenkov, V. M. Parfenov**  
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI», St. Petersburg  
*vabukanin@nsgsoft.com*

## **OPTIMIZATION OF THE CONTINUOUS INDUCTION HEATING PROCESS**

The aim of the study is to obtain a convenient computer model for optimizing the processes of continuous induction heating of long workpieces. This model can be implemented in an intelligent process control system. The developed algorithm and a special application to the electro-thermal calculation program *ELTA* allow to find,

and later set the control system the required parameters of power sources in real time at specified temperatures. Optimization is carried out based on the power of the generators and the permissible deviation of the temperature set by the operator.

*Keywords:* optimization, induction heating, smart control system, *ELTA* program.

Без металла и изделий из них не обходится сегодня ни одна отрасль объектов гражданской экономики, военной промышленности, космической отрасли, быта. Как правило, исходными заготовками, из которых делают готовые изделия, являются металлические слитки различной формы, слябы, блюмы, листы, ленты, проволока и многое другое. Чтобы получить конкретное изделие, проводится механическая обработка для придания им определенной формы и термическая обработка для получения заданных свойств металла, к примеру, пластичности, или, наоборот, повышенной твердости.

Непрерывный индукционный нагрев таких длинномерных заготовок, как проволока, трубы, штанги, арматура и других изделий из черных и цветных металлов, применяется перед их прессованием, закалкой или отпуском во многих областях и на многих предприятиях производства. В последнее время требования к качеству нагрева все больше увеличиваются, а на ряде ответственных производств, особенно при приёмке изделий, требуется не только обеспечить жёсткие технологические требования, но и документировать процесс получения материалов в виде технических отчётов для системы менеджмента качества. При этом заказчика интересуют не только параметры, которые можно измерить приборами с соответствующими датчиками, фиксирующими технологический процесс, но и скрытые от сенсоров параметры. Характерным примером является температура внутри заготовок, которую невозможно замерить термометрами или пирометрами. Перепад температуры по сечению и максимальные значения температуры внутри являются параметрами качества, задаваемыми технологами. Некоторые металлы имеют низкую теплопроводность, к примеру титан, поэтому максимальные значения температуры и возможный перегрев чаще всего приходится не на поверхность, а на прилегающие к ней слои. Это может вызвать необратимые процессы в структуре металла, что недопустимо и должно быть выявлено всеми возможными способами.

Чтобы обеспечить качественный процесс нагрева, нужно выбрать требуемые параметры, заданные технологами. Для этого проводится оптимизация, то есть выбор самого лучшего варианта из потенциально возможных, которая проводится по определенным критериям. Методы оптимизации различных процессов, особенно для военных применений, начали применяться давно, к примеру, при выборе пути следования войск в древней Греции и Риме. Особенное развитие их пришлось на вторую половину 20 века, когда стали доступны ЭВМ. Математические методы оптимизации разработаны всемирно известными математиками и электротехниками. К примеру, в России приоритеты

принадлежат в области экономики – Л.В. Канторовичу (1968), в области индукционного нагрева – Э. Я. Рапопорту (1993), В. С. Немкову (1988), В.Б. Демидовичу (2008), Ю.Э. Плешивцевой (2016) [1–7].

Известно много критериев оптимизации, наиболее важными из которых, применительно к нагревательным технологиям, являются – минимальное время нагрева, минимальный перепад температуры по сечению заготовки, максимальный коэффициент полезного действия в процессе нагрева или другие. Исследования по оптимизации и созданию новых алгоритмов постоянно ведутся многими российскими и зарубежными авторами для того, чтобы получить более эффективные решения. При этом определяются требуемые параметры источника питания, время нагрева для одновременного процесса, скорость перемещения заготовки при непрерывном процессе.

Для того, чтобы задача оптимизации была сформулирована, требуется электротепловая математическая модель процесса. Такие модели были разработаны и в настоящее время используются в рамках различных широко используемых программ расчета на ЭВМ.

Одной из наиболее эффективных программ, позволяющих моделировать большое число технологических процессов для нагрева заготовок различной конфигурации, является *ELTA*.

В связи с тем, что разработчикам индукционного оборудования и технологий потребовались инновационные подходы по улучшению качества нагрева и автоматическому управлению процессом с элементами оптимизации и протоколирования параметров для системы менеджмента качества, возникла необходимость в использовании киберфизических систем со встроенными промышленными компьютерами и программами, реализующими управление температурой в режиме реального времени, как описано В. Буканиным (2019) и А. Ивановым (2020) [8, 9].

Работа эта продолжается и сейчас. Связана она с решением сложных проблем оптимизации выбора различных вариантов установок и связи конкретных компьютерных приложений с системой управления высокочастотными генераторами. Один из вариантов системы нагрева в качестве примера приведен на рисунке 1.

Имеется три индуктора с тепловой изоляцией внутри, подключенные каждый к своему источнику высокочастотного (ВЧ) питания. Заготовка перемещается внутри индукторов слева направо с определенной скоростью и нагревается от токов, наведенных в ней индуктором. Для контроля нагрева в трех точках расположены три бесконтактных температурных датчика, измеряющих температуру на поверхности  $T_1$ ,  $T_2$  и  $T_3$ , соответственно.

Основными требованиями к системе управления являются предварительное моделирование процесса непрерывного нагрева, нахождение оптимального режима для каждого источника питания, корректировка параметров при изменении условий, запись электрических и тепловых параметров в протокол

нагрева. Лучшим решением является использование программы электротеплового расчета *ELTA* из-за ее главного преимущества – очень быстрого процесса расчета. Специальное приложение программы позволяет моделировать процесс непрерывного нагрева с оптимизацией по выбранным критериям, которые зависят от конфигурации индукционной системы и системы измерения температуры наружной поверхности загрузки.

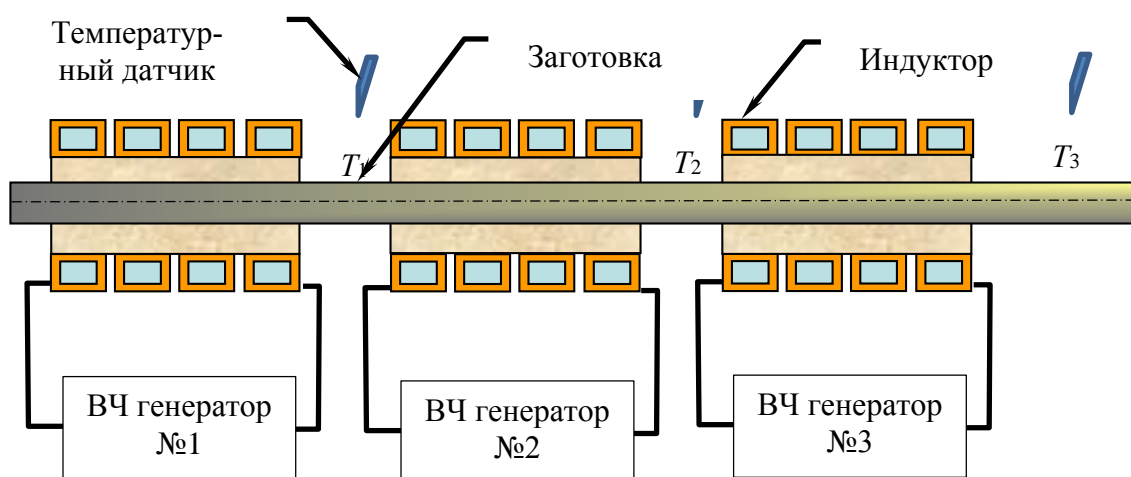


Рис. 1. Схема непрерывного нагрева длинномерной заготовки

Существует два вида алгоритма оптимизации: первый позволяет найти требуемое значение выходного параметра генератора  $S$  для требуемой температуры поверхности, а второй – найти требуемое значение выходного параметра генератора  $S$  для требуемой разности температур между температурой поверхности и точкой во внутреннем слое заготовки. Алгоритмическая схема для первого случая оптимизационного процесса представлена на рисунке 2.

Устанавливается требуемая температура поверхности  $T_{\text{задан}}$  и начальное значение выходного параметра источника питания  $S_0$ . Затем *ELTA* решает стандартную связанную электрическую и тепловую задачу. Будет рассчитана ожидаемая текущая температура поверхности  $T_{\text{тек}}$ . Затем  $T_{\text{тек}}$  сравнивается с требуемым диапазоном температур  $T \pm \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  – допустимый температурный допуск. Если  $T_{\text{тек}}$  больше  $T + \varepsilon$ , то процесс расчета повторяется с уменьшенным значением выходного параметра  $S$ . Если  $T_{\text{тек}}$  меньше  $T - \varepsilon$ , выходной параметр  $S$  увеличивается. Если  $T_{\text{тек}}$  находится внутри температурного диапазона  $T \pm \varepsilon$ , то решение найдено.

Один из возможных вариантов реализации интеллектуальной системы оптимизации и управления нагревом титановой проволоки показан на рис. 3. Три индуктора, имеющих 6 витков, внутренним диаметром 14 мм и длиной 120 мм обеспечивают процесс нагрева проволоки диаметром 8 мм. Имеются один источник питания частотой 66 кГц и два источника частотой 440 кГц, подключенные к каждому индуктору отдельно.

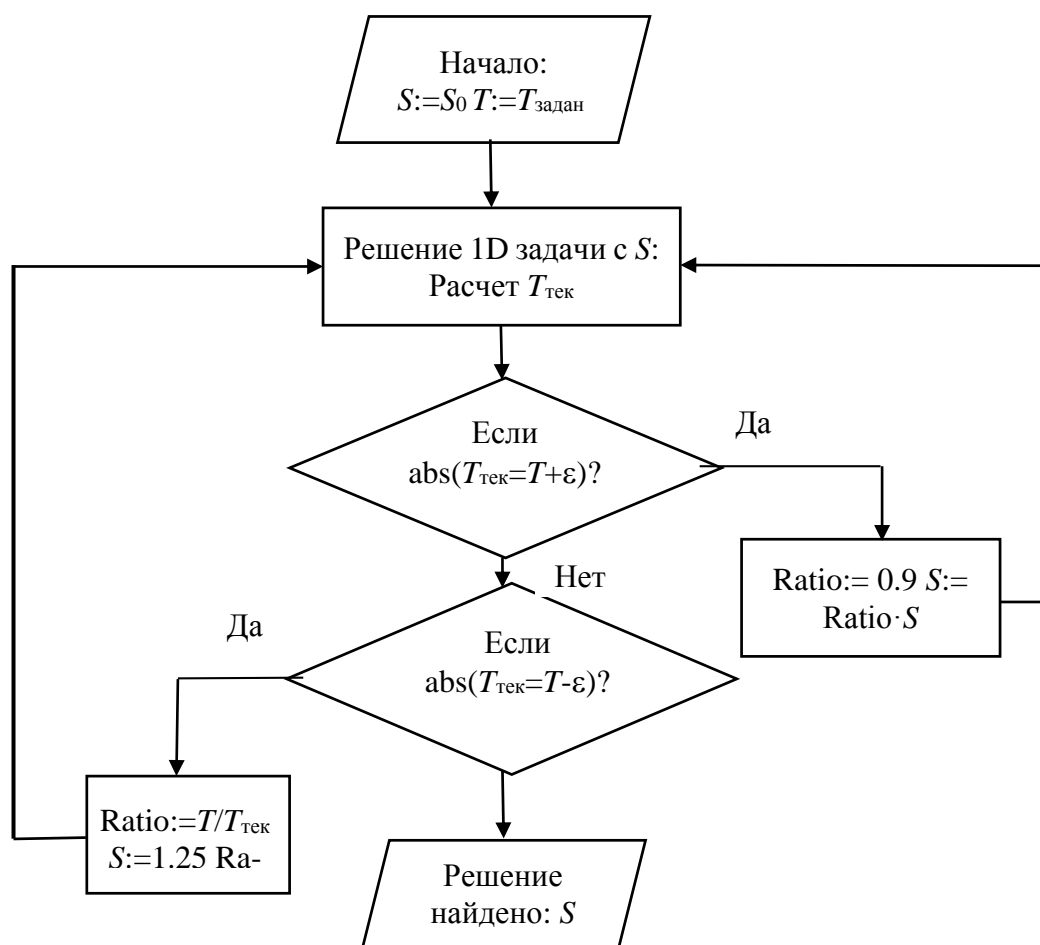
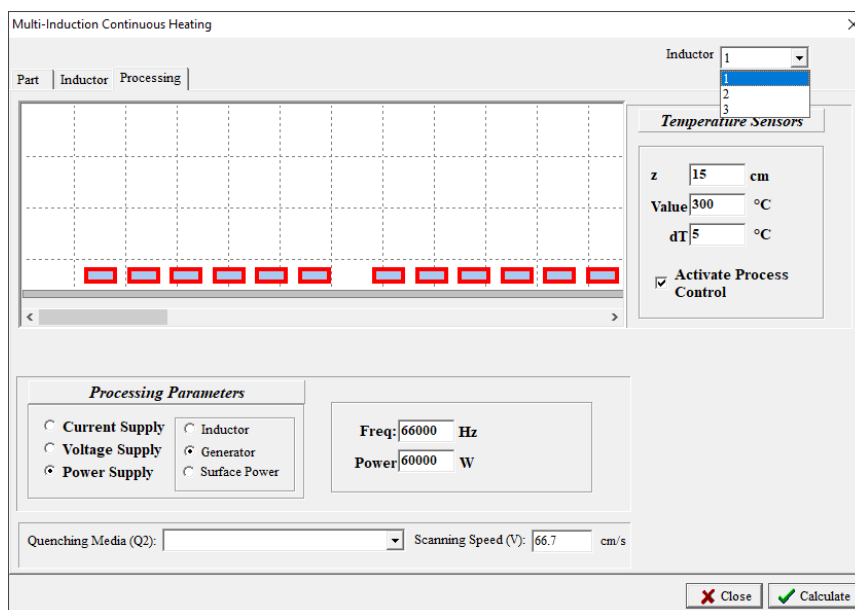


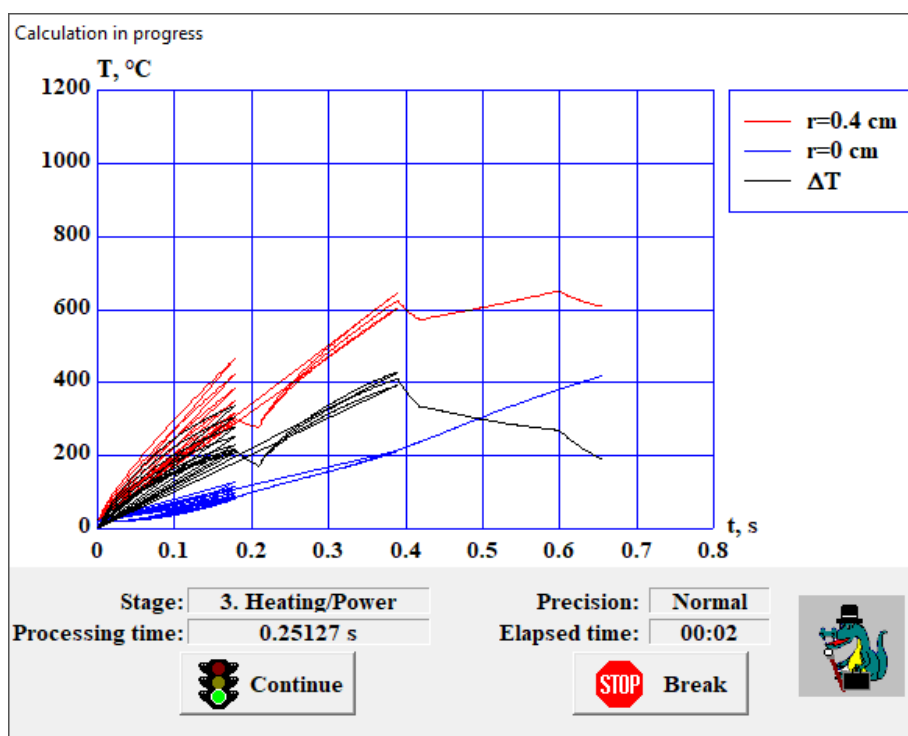
Рис. 2. Алгоритмическая схема оптимизации

Температурные сенсоры расположены после каждого индуктора на расстоянии  $z$  равном 150, 290 и 430 мм соответственно от начальной координаты  $z = 0$ . Температурные параметры, заданные технологическим режимом, составляют на поверхности 300, 630 и 650°C. Скорость перемещения проволоки через индукторы 66,7 см/с. Мощность каждого источника питания установлена на максимально возможное значение. Если указанной мощности окажется недостаточной для нагрева до заданной температуры, программа выдаст соответствующее сообщение с указанием о необходимости изменить параметры итерационного процесса. Если заявленная мощность будет больше, чем это требуется для получения заданной температуры, программа будет рассчитывать необходимую мощность для каждого индуктора, снижая ее до получения заданной температуры с заданным отклонением  $dT$ . Точность итерационного расчета температуры в месте расположения датчиков была задана  $dT = 5$  K.



**Рис. 3. Окно приложения программы и результаты оптимизации**

Это приложение рассчитывает интегральные параметры индукционных катушек и температурный профиль со скоростью, соизмеримой со скоростью процессов в режиме реального времени, подстраивая параметры первого и последующих источников питания для достижения требуемой температуры, которые задаются в программе и контролируются датчиками температуры (рис. 4).



**Рис. 4. Результаты текущего процесса оптимизации**

Процесс поиска оптимального решения сходится всего за 2 сек.

**Библиографический список**

1. Канторович Л.В., Горстко А. Б. Математическое оптимальное программирование в экономике. – М: Изд-во «Знание», 1968. – 97 с.
  2. Рапопорт Э. Я. Оптимизация процессов индукционного нагрева металла. – М: Металлургия, 1993. – 278 с.
  3. Немков В.С., Демидович В. Б. Теория и расчет устройств индукционного нагрева.– Л.: Энергоатомиздат, 1988. – 271 с.
  4. Демидович В.Б., Чмиленко Ф. В. Численные методы в теории индукционного нагрева. – СПб.: Технолит, 2008. – 219 с.
  5. Рапопорт Э.Я., Плешивцева Ю.Э. Оптимальное управление температурными режимами индукционного нагрева металла. – М: Наука, 2012. – 309 с.
  6. Рапопорт Э.Я., Плешивцева Ю.Э. Метод многокритериальной оптимизации управляемых систем с распределенными параметрами // Труды СПИИРАН. 2018. Вып. 60. С. 64-96.
  7. Плешивцева Ю.Э., Рапопорт Э.Я., Наке Б. [и др.]. Проектирование индукционных установок на основе решения задач многокритериальной оптимизации // Вести Самарского государственного технического ун-та. Сер. Технические науки. 2016. № 2 (50). С. 47-57.
  8. V. Bukanin, V. Vologdin, VI. Vologdin Jr.[etc]. Control system of smart HF power supply integrated with ELTA program, in Proc. of the International Conference on Heating by Electromagnetic Sources HES-19, Padua, 2019, pp. 73-78.
  9. A. Ivanov, V. Bukanin, A. Zenkov [etc]. Cyber Physical Systems Integration for Induction Heating Technologies, in Proc. of the 9th Mediterranean conference on embedded computing (MECO), 8-11 JUNE 2020, Budva, Montenegro, pp. 825-828.
- УДК 512.77

**А.Д. Гербер**

Тюменское высшее военно-инженерное командное училище  
имени маршала инженерных войск А. И. Прошлякова, г. Тюмень  
*gerber\_a@mail.ru*

**ЧИСЛО ФОКУСОВ МНОГОФОКУСНОЙ ФИГУРЫ  
И ПОРЯДОК ЕЕ АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ КРИВОЙ**

В статье представлены результаты исследования по определению закономерностей, связанных со значением порядка алгебраической кривой, определяющей границу многофокусной фигуры в зависимости от числа ее фокусов. Предложена процедура, позволяющая провести построение алгебраической кривой за счет исключения иррациональностей, имеющих в определении многофокусной кривой. Показано, что порядок такой кривой определяется степенью двойки.

*Ключевые слова:* алгебраическая кривая и ее порядок, многофокусная фигура.

A.D. Gerber

Tyumen Higher Military Engineering Command School named  
after Marshal of Engineering Troops A. I. Proshlyakov, Tyumen  
gerber\_a@mail.ru

## NUMBER OF FOCUS OF A MULTIFOCAL FIGURE AND ITS ORDER ALGEBRAIC CURVE

The article presents the results of a study to determine the patterns associated with the value of the order of the algebraic curve, which determines the boundary of a multifocal figure, depending on the number of its foci. A procedure is proposed that allows the construction of an algebraic curve by eliminating irrationalities present in the definition of a multifocal curve. It is shown that the order of such a curve is determined by the power of two.

*Keywords:* algebraic curve and its order, multifocal figure.

Впервые упоминание о свойствах многофокусных эллипсов связано с именем Джеймса Клерка Максвелла [1] в 1846 году в статье об описании овальных кривых. Поскольку в данной работе будет рассматриваться любая комбинация расстояний до выделенных точек (фокусов), как с плюсом, так и с минусом, то в ней, для таких кривых будет использоваться термин многофокусная кривая. В настоящее время вопрос о многофокусных кривых представляет интерес как в смысле их построения, так и в смысле изучения их свойств. Некоторые свойства таких кривых, представляющих практический интерес, описаны в работе *Sekino* [2]. В ней же показано, что исследование такого рода кривых напрямую связано с решением оптимизационных задач, например, на минимизацию затрат.

Пусть координаты фокусов  $n$  заданы в декартовой системе координат следующим образом:  $C_k(x_k; y_k)$ . Тогда, определение такой кривой можно записать в следующей форме:

$$\sum_{k=1}^n (-1)^{n_k} MC_k = na \rightarrow \sum_{k=1}^n (-1)^{n_k} |r - r_k| = na, \quad (1)$$

где,  $r$  - координаты точки многофокусной кривой,  $a$  - параметр, определяющий «сумму» расстояний до выделенных точек (фокусов), показатель степени  $n_k$  принимает либо нулевые, либо единичные значения и определяет знак, с которым данное слагаемое входит в итоговую сумму расстояний.

Примеры таких кривых приведены на рисунках 1 и 2. Они построены программой, реализующей алгоритм, описанный формулой (1), в среде *Delphi 7*.



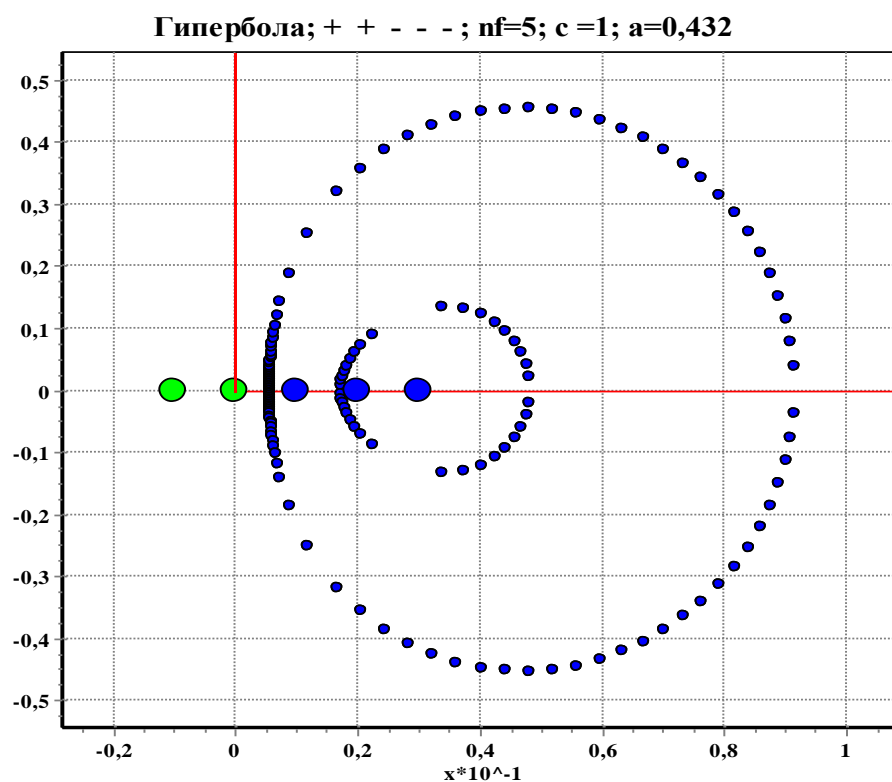
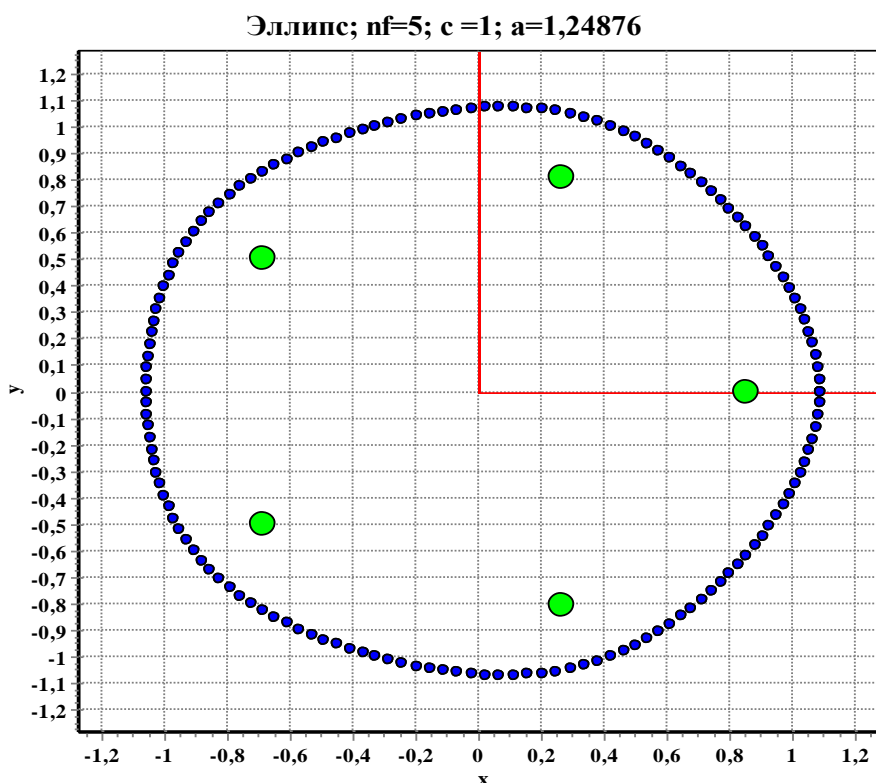


Рис. 1. Пятифокусная кривая с фокусами, расположенными на одинаковом расстоянии.

Если предположить, что известны координаты точек многофокусной кривой и требуется определить, например, число неизвестных фокусов, то один из вариантов решения подобной задачи связан с определением порядка алгебраической кривой, соответствующей изучаемой фигуре. Чтобы разъяснить постановку решаемой в статье задачи приведем некоторые определения. Алгебраической кривой или плоской алгебраической кривой называется множество точек на плоскости, задаваемое корнями полинома от двух переменных. Степенью или порядком алгебраической кривой называется степень этого многочлена. Далее, в тексте будет использовано обозначение такой кривой в виде одного из следующих вариантов:  $P_n(x; y) = P_n(r) = P_n$ . Это означает, что речь идет о полиноме двух переменных порядка  $n$ . Причем, для алгебраических кривых, определяемых соответствующими уравнениями, принята следующая терминология. Для значения  $n=1$ , они называются прямыми, для  $n=2$  – кониками, для  $n=3$  – кубиками и т.д. В частности, достаточно хорошо изучены свойства кривых второго порядка (коник). Известно, что любой полином второго порядка двух переменных, в самом общем случае, представляет одну из кривых второго порядка: пересекающихся прямых, окружности, эллипса, гиперболы, параболы. Все они эквивалентны кривой, получающейся при пересечении плоскости и кругового конуса.



**Рис. 2.** Пятифокусный эллипс с фокусами, расположенными в вершинах пятиугольника. Вариант кривой, когда фокусы расположены внутри эллипса

В работе предпринята попытка поиска ответа на вопрос о зависимости порядка алгебраической кривой от количества фокусов многофокусной кривой. В дальнейшем будет использована следующая символика, связанная с выполнением арифметических операций над полиномами:

$$P_n P_m = P_{m+n}; \quad P_n \pm P_m = \begin{cases} n \geq m; P_n \\ m \geq n; P_m \end{cases} \quad (2)$$

Задачу можно сформулировать следующим образом. Требуется найти степень алгебраического полинома, эквивалентного определению многофокусной кривой, заданной суммой расстояний по формуле (1). В сокращенном обозначении, с акцентом на степень полинома, определение многофокусной кривой примет вид:

$$\sum_{k=1}^n (-1)^{n_k} \sqrt{P_{2,k}} = na, \quad (3)$$

где  $P_{2,k}$  – индекс после запятой, определяет номер фокуса.

Когда это выражение будет использоваться без корня, то индекс после запятой будет опущен. Формально, задача сводится к выполнению тождественных преобразований, позволяющих избавиться от квадратичной иррациональности. Покажем, что такая процедура возможна для любого количества корней в сумме. При этом, все выкладки будут осуществлены для варианта учета всех слагаемых в (1) с плюсом. Наличие знака перед корнем в сумме, в принципе, не влияет на результат преобразований.

Поиск закономерности начнем с одного фокуса (окружность). Получаем после возведения в квадрат:

$$\sqrt{P_{2,1}} = P_0 \Rightarrow P_2 = P_0 \Rightarrow P_2(x; y) = 0 \quad (4)$$

Итоговая алгебраическая кривая для этого случая представляется полиномом, имеющим вторую степень.

Проведем аналогичные выкладки для суммы из двух корней:

$$\begin{aligned} \sqrt{P_{2,1}} + \sqrt{P_{2,2}} = P_0 &\Rightarrow \sqrt{P_{2,1}} = P_0 - \sqrt{P_{2,2}} \Rightarrow \\ P_2 = \sqrt{P_{2,2}} &\Rightarrow P_4(x; y) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

В финале, степень алгебраической кривой не должна превышать четырех.

Для трехфокусной кривой, по тому же алгоритму, применяя операцию возведения в квадрат к обеим частям уравнения, после упрощения записи на основе (2), получаем:

$$\begin{aligned} \sqrt{P_{2,1}} + \sqrt{P_{2,2}} + \sqrt{P_{2,3}} = P_0 &\Rightarrow \sqrt{P_{2,1}} + \sqrt{P_{2,2}} = P_0 - \sqrt{P_{2,3}} \\ P_2 + \sqrt{P_{2,1}P_{2,2}} = \sqrt{P_{2,3}} &\Rightarrow P_4 + P_2\sqrt{P_{2,1}P_{2,2}} = 0 \\ P_4 = P_2\sqrt{P_{2,1}P_{2,2}} &\Rightarrow P_8(x; y) = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Для четырех фокусной кривой, как и ранее, один из корней перенесем вправо. Затем возведем в квадрат обе части уравнения. В итоге, получаем:

$$\begin{aligned} \sqrt{P_{2,1}} + \sqrt{P_{2,2}} + \sqrt{P_{2,3}} + \sqrt{P_{2,4}} = P_0 &\Rightarrow \sqrt{P_{2,1}} + \sqrt{P_{2,2}} + \\ + \sqrt{P_{2,3}} = P_0 - \sqrt{P_{2,4}} & \\ P_2 + \sqrt{P_{2,1}P_{2,2}} + \sqrt{P_{2,1}P_{2,3}} + \sqrt{P_{2,2}P_{2,3}} = \sqrt{P_{2,4}} & \end{aligned} \quad (7)$$

Заметим, что число иррациональностей в такой схеме действий осталось прежним. Поэтому используемый ранее прием («один корень справа») не срабатывает.

Поступим следующим образом. Как и прежде, отделим один из корней и будем эту комбинацию пока считать не содержащей иррациональности, но будем выделять ее в явном виде по ходу тождественных преобразований. Итак, обозначим:

$$A = P_0 - \sqrt{P_{2,4}} \quad (8)$$

Исходное выражение примет вид выражения, содержащее три корня. Ранее было показано, что от них можно избавиться. Таким образом, появляется надежда на то, что можно будет выделить выражение с корнем в виде отдельного слагаемого после того, как избавимся от трех иррациональностей. Таким образом, к преобразованию имеем следующее выражение:

$$\begin{aligned} \sqrt{P_{2,1}} + \sqrt{P_{2,2}} + \sqrt{P_{2,3}} = A &\Rightarrow \sqrt{P_{2,1}} + \sqrt{P_{2,2}} = A - \sqrt{P_{2,3}} \\ P_2 + \sqrt{P_{2,1}P_{2,1}} = A^2 - 2A\sqrt{P_{2,3}} & \\ 2A\sqrt{P_{2,3}} + \sqrt{P_{2,1}P_{2,2}} = P_2 + A^2 & \quad (9) \\ 4A^2P_2 + 4A\sqrt{P_{2,3}P_{2,1}P_{2,2}} + P_4 = P_4 + 2P_2A^2 + A^4 & \\ A^2P_2 + A^4 + P_4 = A\sqrt{P_{2,3}P_{2,1}P_{2,2}} & \\ A^8 + A^6P_2 + A^4P_4 + A^2P_6 + P_8 = 0 & \end{aligned}$$

В итоговом выражении присутствует комбинация, содержащая иррациональность. Получим явную запись соответствующей степени этой переменной и подставим ее в (9):

$$\begin{aligned} A = P_0 - \sqrt{P_{2,4}} &\Rightarrow A^2 = P_2 + P_0\sqrt{P_{2,4}} \Rightarrow A^4 = P_4 + & (10) \\ + P_2\sqrt{P_{2,4}} & \\ A^6 = (P_4 + P_2\sqrt{P_{2,4}})(P_2 + P_0\sqrt{P_{2,4}}) &= P_6 + P_4\sqrt{P_{2,4}} \\ A^8 = P_8 + P_6\sqrt{P_{2,4}} & \end{aligned}$$

Подставляя соответствующие выражения в (9) получаем:

$$\begin{aligned} P_8 + P_6\sqrt{P_{2,4}} + (P_6 + P_4\sqrt{P_{2,4}})P_2 + & \quad (11) \\ + (P_4 + P_2\sqrt{P_{2,4}})P_4 + (P_2 + P_0\sqrt{P_{2,4}})P_6 + P_8 = 0 \\ P_8 = P_6\sqrt{P_{2,4}} \Rightarrow P_{16}(x; y) = 0 \end{aligned}$$

Обобщая данный подход, можно предположить, что произвольная сумма корней, дающих расстояние от многофокусной кривой до соответствующих фокусов эквивалентна алгебраической кривой, максимальная степень которой определяется значением  $2^n$ . То есть, справедлива запись:

$$\sum_{k=1}^n (-1)^{n_k} \sqrt{P_{2,k}} = na \Leftrightarrow P_s(x; y) = 0; \quad s = 2^n, \quad (12)$$

где  $n$  – число фокусов многофокусной кривой.

**Выводы.** Показано, что степень алгебраической кривой, для многофокусной фигуры, с большой долей достоверности, определяется формулой (12). Кроме этого, показано, что алгоритм, используемый в работе, позволяет исключить квадратичную иррациональность, пригоден для любого количества слагаемых в виде квадратных корней.

#### **Библиографический список**

1. The Scientific Letters and Papers of James Clerk Maxwell: Volume 1, 1846-1862, Cambridge University Press, 1990, 731 p.
2. Junpei Sekino. N-ellipses and the minimum distance sum problem//Am. Math. Mon. 106, No. 3, 193-199 (1999); Url: <https://zbmath.org/?format=complete&q=an:986.51040>, Дата обращения: 21.01.2021

УДК 355.4:358.1

**А.В. Дорожкин**

Михайловская военная артиллерийская академия, г. Санкт-Петербург  
*mva@mil.ru*

**ВЛИЯНИЕ КАЧЕСТВА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПОДСИСТЕМ  
РАЗВЕДЫВАТЕЛЬНО-ОГНЕВОГО КОМПЛЕКСА  
Артиллерийской бригады на эффективность  
маневренно-огневых действий  
Артиллерии Объединения**

В статье рассмотрены подходы к оценке эффективности подсистем разведки, управления и поражения артиллерийской бригады в условиях создания разведывательно-огневого комплекса.

*Ключевые слова:* разведывательно-огневая система, разведывательно-огневой комплекс, боевые действия, маневренно-огневые действия, подсистема разведки, подсистема управления, подсистема поражения, эффективность.

**A.V. Dorozhkin**

Mikhailovskaya Artillery Military Academy, St. Petersburg  
*mva@mil.ru*

**THE INFLUENCE OF THE QUALITY OF FUNCTIONING  
OF SUBSYSTEMS RECONNAISSANCE FIRE COMPLEX  
ARTILLERY BRIGADE ON THE EFFECTIVENESS  
OF MANEUVER AND FIRE ACTION ARTILLERY ASSOCIATION**

The article considers approaches to assessing the effectiveness of subsystems for reconnaissance, control and destruction of an artillery brigade in the conditions of creating a reconnaissance and fire complex.

*Keywords:* reconnaissance and fire system, reconnaissance and fire complex, combat operations, maneuver and fire actions, intelligence subsystem, control subsystem, defeat subsystem, efficiency.

Развитие средств огневого поражения, взглядов на их применение в современном бою приводят к тому, что артиллерийская бригада при сохранении действующих организационных форм (батарея, дивизион) вынуждена переходить от действий отдельных формирований по разведке и огневому поражению противника к боевым действиям как единому комплексу в виде разведывательно-огневой системы (РОС). Для ведения разведывательно-ударных действий в объединении создаются разведывательно-огневые комплексы (РОК), в

состав которых, в зависимости от выполняемых тактических задач, будет входить вся бригада.

Под РОС артиллерийской бригады понимается совокупность взаимосвязанных систем (объектов, подсистем, элементов), объединенных единой целью и управлением, позволяющая своевременно и с высокой результативностью разведывать и поражать объекты противника в полосе обороны данного соединения [1].

Функционирование разведывательно-огневой системы артиллерийской бригады и ее подсистем не является самоцелью, она обеспечивает требования потребителя (в данном случае общевойсковой системы по эффективному огневому поражению противника). Следовательно, ее функционирование определяется целями и задачами общевойскового объединения. Поражение противника в оборонительном бою артиллерией с закрытых огневых позиций (обычными и высокоточными боеприпасами) при создании РОК, необходимо рассматривать как динамический процесс, ограниченный пространственно-временными рамками боя и протекающий в условиях воздействия внешней среды. Под внешней средой понимается множество, не входящих в разведывательно-огневую систему элементов и факторов, изменение основных свойств которых может изменить состояние системы. Под динамикой действий понимается изменение количественно-качественных параметров исследуемой системы и внешней среды, вызванное их взаимодействием в процессе функционирования.

Так как системный анализ предполагает, что всякая большая система состоит из подсистем, а всякая система является подсистемой некоторой системы более высокого уровня, необходимо произвести декомпозицию исследуемой системы. Основное правило декомпозиции артиллерии соединения как системы вытекает из системного положения о том, что облик системы, т.е. состав и типы входящих подсистем и элементов, может быть сформулирован только ориентировано на функцию, которую каждая подсистема и элемент системы должен обеспечить. Следовательно, в основу декомпозиции рассматриваемой системы должен быть положен функционально-структурный подход, основанный на расчленении назначения в целом всей системы на составляющие её функции различных подсистем и элементов.

Для артиллерии общевойскового объединения (в дальнейшем будет рассматриваться артиллерийская бригада) как боевой системы, характерно взаимодействие множества функций, четыре из которых являются основными и определяют сущность процесса функционирования подразделений бригады в полосе обороны: разведка наблюдаемых и ненаблюдаемых целей; управление подразделениями артиллерии; поражение противника огнем артиллерии с закрытых огневых позиций боеприпасами различного типа; всестороннее обеспечение боевых действий подразделений бригады. Наличие указанных функ-

ций позволяет сформулировать структуру подсистем РОК объединения в терминах выполняемых функций: подсистема разведки, подсистема управления, подсистема огневого поражения противника, подсистема обеспечения.

Исходную и текущую информацию, определяющую порядок функционирования в ходе выполнения огневых задач бригадой при ведении боевых действий в полосе обороны добывает подсистема разведки. Она включает в себя совокупность разнообразных разведывательных средств, объединенных общим управлением и действующих по единому плану с целью добывания разведывательных сведений о противнике для обеспечения боевых действий артиллерии.

В процессе функционирования подсистема разведки решает следующие задачи [2]:

- вскрытие (обнаружение, распознавание и определение координат) и до-разведка объектов, назначаемых для поражения огнем артиллерии;
- обслуживание стрельбы артиллерии; наблюдение за положением и действиями войск противника и своих войск;
- установление применения противником новых средств и способов борьбы; разведка местности.

Основными параметрами подсистемы разведки, оказывающими влияние на степень реализации боевых возможностей артиллерии в бою, являются:

- количественно-качественный состав сил и средств разведки бригады, возможности которого характеризуются вероятностью вскрытия объектов  $i$ -го типа и степенью вскрытия группировки противника в оборонительном бою;
- время выполнения разведывательной задачи по обнаружению, распознаванию и определению координат вскрытого объекта противника;
- точность определения координат вскрытого объекта из состава группировки противника.

Следовательно, эффективность функционирования подсистемы разведки артиллерии в полосе обороны бригады, целесообразно рассматривать как функцию от вышеперечисленных параметров

$$\mathcal{E}_{CP} = f(P_{вскi}, W_{вск}, \overline{t_p}, E_p), \quad (1)$$

где  $P_{вскi}$  – вероятность вскрытия объекта  $i$ -го типа из состава группировки противника;

$W_{вск}$  – степень вскрытия группировки противника;

$\overline{t_p}$  – математическое ожидание времени выполнения разведывательной задачи;

$E_p$  – средняя ошибка определения координат вскрытого объекта противника.

Подсистема управления, реализуя свою главную функцию, оказывает



влияние на реализацию боевых возможностей артиллерийской бригады путем выработки и доведения до исполнителей управляющих воздействий (приказов, распоряжений, сигналов боевого управления), а также перераспределения между ними информационных потоков. Организационно структура подсистемы управления является многоуровневой, иерархической и упорядоченной. На каждом уровне данная подсистема представляет собой совокупность функционально взаимосвязанных между собой пунктов управления и технической основы системы управления.

Основными задачами, составляющими содержание функционирования подсистемы управления, являются:

- организация и осуществление мероприятий по поддержанию боевой готовности подразделений и обеспечение (восстановление) их боеспособности;
- принятие решений на ведение боевых действий на основе информации о противнике и своих войсках;
- планирование боевых действий, постановка задач подразделениям;
- организация и поддержание непрерывного взаимодействия с общевойсковыми подразделениями;
- руководство непосредственной подготовкой подразделений к боевым действиям и управление ими в ходе ведения боевых действий.

Основу подсистемы управления составляют пункты и средства управления. В подсистему средств управления входят средства связи, автоматизации и другие специальные обслуживающие и обеспечивающие средства и системы.

Основными параметрами подсистемы управления, оказывающими влияние на степень реализации боевых возможностей подразделений в бою, являются:

- продолжительность общего цикла управления при выполнении огневых задач (играет важнейшую роль при функционировании РОК в ходе поражения критически важных по времени объектов);
- время функционирования подсистемы управления при подготовке и в ходе боевых действий, в течение которого управление подразделениями бригады осуществляется с оперативностью и качеством, позволяющими в полной мере реализовывать ее боевые возможности в бою;
- степень помехозащищенности подсистемы управления от воздействия средств РЭБ в ходе ведения боевых действий.

Следовательно, эффективность функционирования подсистемы управления артиллерийской бригады при подготовке и в ходе боевых действий необходимо рассматривать как функцию от вышеперечисленных параметров:

$$\mathcal{E}_{CV} = f(\overline{t_{ЦУ}}, \overline{t_{СУ}}, K_{РЭБ}), \quad (2)$$

где  $\overline{t_{цв}}$  – математическое ожидание времени цикла управления при выполнении огневых задач;

$\overline{t_{св}}$  – математическое ожидание времени функционирования системы управления с требуемым уровнем оперативности и качества относительно времени боя;

$K_{РЭБ}$  – коэффициент, характеризующий степень помехозащищенности от воздействия средств РЭБ противника в ходе ведения боевых действий.

Подсистема огневого поражения с общесистемных позиций функционально завершает процесс подготовки и осуществления огневого поражения противника на основе реализации полученной информации от других подсистем. В состав подсистемы огневого поражения входят подразделения, непосредственно выполняющие огневые задачи. Подсистема поражения в процессе функционирования выполняет две основные задачи: доставка боеприпаса к объекту поражения и поражение объекта (элементов объекта) поражающими факторами доставленного боеприпаса.

Основными параметрами подсистемы огневого поражения, оказывающими влияние на степень реализации боевых возможностей бригады в полосе обороны объединения, являются: количество средств ОПП; количество боеприпасов различного типа, выделенные для осуществления огневого поражения противника, могущество боеприпасов при поражении объектов противника различного типа. Следовательно, эффективность функционирования подсистемы огневого поражения, целесообразно рассматривать как функцию от данных параметров:

$$\mathcal{E}_{ПП} = f(N_{op}, N_j, D_{max j}, E_{доj} E_{ноj}, S_{П\mu}), \quad (3)$$

где  $N_{op}$  – количество средств поражения;

$N_j$  – количество боеприпасов  $j$ -го типа, выделенных на оборонительный бой;

$D_{max j}$  – максимальная дальность стрельбы боеприпасами  $j$ -го типа;

$E_{доj} E_{ноj}$  – срединная ошибка подготовки установок для стрельбы по дальности и направлению;

$S_{П\mu}$  – приведенная зона поражения снарядов  $\mu$ -го типа.

Подсистема обеспечения решает задачи по всестороннему обеспечению функционирования подсистемы поражения противника огнем артиллерии бригады. В состав подсистемы всестороннего обеспечения входят подсистемы: боевого, морально-психологического, технического, тылового и медицинского обеспечения.

Качество функционирования подсистемы обеспечения оказывает существенное влияние на процесс функционирования как отдельных подсистем, так

и системы в целом. Однако характер этого влияния требует отдельных научных исследований. В связи с этим, в рамках дальнейшей работы принято допущение, что задачи, возлагаемые на подсистему обеспечения, выполняются своевременно и в полном объеме.

Таким образом, рассмотрение артиллерийской бригады как разведывательно-огневой системы позволяет при обосновании способов маневренно-огневых действий учитывать эффективность функционирования каждой из подсистем, как в существующих организационных формах (батарея, дивизион), так и в условиях создания РОК.

#### **Библиографический список**

1. Путинцев, И.О. Организация и ведение боевых действий артиллерией отдельной мотострелковой бригады в наступление на Северо-Западном стратегическом направлении в условиях заполярья: КВН. – СПб.: ВАУ, 2004. – 236 с.

2. Методические рекомендации по применению разведывательно-ударных, разведывательно-огневых комплексов в операциях: учебно-методическое пособие / В.А. Самоленков, С.А. Пушкарев, Э.Г. Скляр – М.: ВАГШ ВС РФ, 2018. – 131 с.

УДК 796

УДК 519.6

**В.И. Ерохин, А.П. Кадочников, С.В. Сотников**

Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, г. Санкт-Петербург  
*erohin\_v\_i@mail.ru*

### **ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ СО ЗНАЧИМЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ, ПОСТРОЕННОЙ ПО ДАННЫМ С ИНТЕРВАЛЬНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ**

Задача обработки экспериментальных данных с интервальной неопределенностью возникает в большом количестве приложений и поэтому является актуальной. В работе для решения указанной задачи рассмотрен подход, восходящий к работам Л.В. Канторовича. Получены достаточные условия существования линейной модели, коэффициенты которой отвечают интервальному аналогу свойства статистической значимости. Показано, что проверка указанных условий и вычисление коэффициентов модели сводятся к поиску решения систем линейных алгебраических неравенств, который может быть осуществлен методами линейного программирования. Приведен иллюстративный численный пример.

*Ключевые слова:* параметрическая идентификация, линейная модель, интервальная неопределенность данных, подход Л.В. Канторовича.

V.I. Erokhin, A.P. Kadochnikov, S.V. Sotnikov  
A.F. Mozhaysky Military-Space Academy, St. Petersburg  
erohin\_v\_i@mail.ru

## SUFFICIENT CONDITIONS FOR THE EXISTENCE OF A LINEAR MODEL WITH SIGNIFICANT COEFFICIENTS, CONSTRUCTED FROM DATA WITH INTERVAL UNCERTAINTY

The problem of processing experimental data with interval uncertainty arises in a large number of applications and is therefore relevant. In this paper, to solve the above problem, we consider an approach that goes back to the works of L.V. Kantorovich. Sufficient conditions of existence of linear model, coefficients of which correspond to interval analogue of statistical significance property, are obtained. It is shown that checking of the mentioned conditions and calculation of model coefficients are reduced to searching of the decision of systems of linear algebraic inequalities that can be carried out by methods of linear programming. An illustrative numerical example is given.

*Keywords:* parametric identification, linear model, interval data uncertainty, L.V. Kantorovich approach.

### Введение

Следуя подходу Л.В. Канторовича [1], будем рассматривать прикладную задачу обработки экспериментальных данных, содержащих интервальную неопределенность, в виде следующей модели

$$\begin{cases} Ax = b, \\ \underline{A} \leq A \leq \bar{A}, \\ \underline{b} \leq b \leq \bar{b}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\underline{A}, \bar{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$  – заданные матрицы и  $\underline{b}, \bar{b} \in \mathbb{R}^m$  – заданные векторы, такие что  $\underline{A} \leq \bar{A}$ ,  $\underline{b} \leq \bar{b}$ ;  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $b \in \mathbb{R}^m$  – неизвестные (подлежащие определению) матрица и векторы; неравенства для матриц и векторов выполняются поэлементно. В наиболее содержательном случае  $\underline{A} \neq \bar{A}$ ,  $\underline{b} \neq \bar{b}$ .

Условия (1) задают *интервальную систему линейных алгебраических уравнений* (ИСЛАУ) общего вида и подразумевают некоторую задачу поиска её решения, постановки которой могут быть различными [2].

Эквивалентное (1) представление ИСЛАУ может быть записано с помощью средней матрицы  $A_c = (\underline{A} + \bar{A})/2$ , матрицы радиусов  $A_r = (\bar{A} - \underline{A})/2$ , среднего вектора  $b_c = (\underline{b} + \bar{b})/2$  и вектора радиусов  $b_r = (\bar{b} - \underline{b})/2$ . Удобным оказывается также использование соответствующих множеств  $A = \{A | \underline{A} \leq A \leq \bar{A}\}$ ,  $b = \{b | \underline{b} \leq b \leq \bar{b}\}$ .

Слабым решением [2] ИСЛАУ (1) принято называть вектор  $x \in \mathbb{R}^n$ , если он удовлетворяет системе (1) для некоторых  $A \in \mathbf{A}$ ,  $b \in \mathbf{b}$ . Введем в рассмотрение  $\mathbf{X}$  – множество решений ИСЛАУ (1). Кроме того, запишем систему неравенств, в которой (и последующем тексте) операции сравнения и взятия абсолютной величины  $|\cdot|$  применяются к векторным аргументам поэлементно:

$$|A_c x - b_c| \leq A_r |x| + b_r. \quad (2)$$

Справедлива  
Теорема 1 [3]

$$x \in \mathbf{X} \Leftrightarrow |A_c x - b_c| \leq A_r |x| + b_r. \quad (3)$$

Заметим, что система (2) не является системой *линейных* алгебраических неравенств и в общем случае задача поиска ее слабого решения является *NP*-трудной. В то же время, как показывает решение практических задач построения линейных зависимостей по экспериментальным данным с интервальной неопределенностью, множество  $\mathbf{X}$  часто обладает следующими свойствами:

- $\mathbf{X}$  является выпуклым многогранником;
- с ростом числа экспериментов множество  $\mathbf{X}$  стягивается в точку, совпадающую с истинным вектором коэффициентов линейной модели  $x^*$ .

Последнее свойство, как отмечалось еще в работе [4], является аналогом свойства *состоятельности* статистической модели.

При выполнении условий 1) и 2) определим нижнюю  $\underline{x} = (\underline{x}_j) \in \square^n$  и верхнюю  $\bar{x} = (\bar{x}_j) \in \square^n$  границы множества  $\mathbf{X}$ :

$$\underline{x} | \forall x \in \mathbf{X} \Rightarrow \underline{x} \leq x, \quad \bar{x} | \forall x \in \mathbf{X} \Rightarrow \bar{x} \geq x. \quad (4)$$

Учитывая определение (4) и продолжая аналогии со статистическими методами построения зависимостей по экспериментальным данным, можно, следуя работе [4], предложить следующие критерии *значимости* как отдельных коэффициентов линейной модели, так и всей модели в целом:

- для  $j = 1, 2, \dots, n$  гипотеза  $H_0^j : x_j = 0$  принимается (коэффициент  $x_j$  признается незначимым), если  $\underline{x}_j \bar{x}_j \leq 0$ , в противном случае гипотеза  $H_0^j$  отвергается (коэффициент  $x_j$  признается значимым);

- гипотеза  $H_0 : x = 0_n$ , где  $0_n$  – нулевой вектор порядка  $n$ , принимается (модель признается незначимой), если  $0_n \in \mathbf{X}$ , в противном случае гипотеза  $H_0$  отвергается (линейная модель признается значимой).

Целью данной статьи является формулировка и теоретическое обоснование налагаемых на входные экспериментальные данные достаточных

условий существования линейной модели со значимыми коэффициентами, а также указание методов вычисления коэффициентов указанной модели.

*Основной результат*

Предварительно (без выяснения условий существования решения) рассмотрим несколько формальных объектов:

– задачу

$$\|A_c x - b_c\|_1 \rightarrow \max_{x \in X} (= \gamma), \quad (5)$$

где  $\|\cdot\|_1$  – норма Гёльдера с показателем  $p = 1$ ;

– систему линейных неравенств

$$\|A_c x - b_c\|_1 \leq \gamma, \quad (6)$$

множество решений которой (возможно – пустое) обозначим символом  $\hat{X}$ ;

– систему линейных неравенств

$$\begin{cases} Sx \leq 1_n \varepsilon, \\ -Sx \leq -1_n \delta, \end{cases} \quad (7)$$

где  $S = (s_{ij})$  – диагональная матрица порядка  $n$ , содержащая на главной диагонали числа  $-1, +1, 1_n$  –  $n$ -мерный вектор, составленный из единиц,  $\varepsilon, \delta$  – некоторые константы, такие что  $\varepsilon \geq \delta > 0$ ; множество решений системы неравенств (7) (возможно – пустое) обозначим символом  $X^*$ .

Систему линейных неравенств  $\tilde{A}x \leq \tilde{b}$  будем называть *следствием* системы линейных неравенств  $Ax \leq b$  если каждое неравенство первой системы является следствием второй. Справедлива следующая

*Лемма 1. Если система линейных неравенств вида (7) является следствием некоторой системы линейных неравенств  $Ax \leq b$ , то, с точностью до констант  $\varepsilon, \delta$  указанное следствие является единственным.*

*Доказательство.* Предположим противное, а именно, пусть существует  $\tilde{S} = (\tilde{s}_{ij}) \neq S$  – диагональная матрица порядка  $n$ , содержащая на главной диагонали числа  $-1, +1$ , и известны некоторые константы  $\tilde{\varepsilon} \geq \tilde{\delta} > 0$  такие, что система вида (7) также является следствием системы линейных неравенств  $Ax \leq b$ . В силу условий леммы существует индекс  $1 \leq j \leq n$  такой, что  $s_{jj} = -\tilde{s}_{jj}$ .

Рассмотрим подсистему системы линейных неравенств (7):

$$\begin{bmatrix} s_{jj} \\ -\tilde{s}_{jj} \\ -s_{jj} \\ \tilde{s}_{jj} \end{bmatrix} x_j \leq \begin{bmatrix} \varepsilon \\ -\tilde{\delta} \\ -\delta \\ \tilde{\varepsilon} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot s_{jj} x_j \leq \begin{bmatrix} \varepsilon \\ -\tilde{\delta} \\ -\delta \\ \tilde{\varepsilon} \end{bmatrix} \quad (8)$$

и соответствующую альтернативную систему:

$$p^T \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} = 0, p^T \begin{bmatrix} \varepsilon \\ -\tilde{\delta} \\ -\delta \\ \tilde{\varepsilon} \end{bmatrix} < 0, p \geq 0.$$

В силу теоремы Александров-Фань-Цзи [5], система (7) является несовместной. В этом несложно убедиться, рассмотрев какое-либо решение альтернативной системы, например,

$$p^* = \left[ 1 \quad \frac{\varepsilon + \tilde{\varepsilon} + 1}{\delta + \tilde{\delta}} \quad \frac{\varepsilon + \tilde{\varepsilon} + 1}{\delta + \tilde{\delta}} \quad 1 \right]^T.$$

Полученное противоречие (несовместная система линейных неравенств оказалась следствием совместной системы линейных неравенств) завершает доказательство леммы.

*Теорема 1.* (О достаточных условиях существования линейной модели вида (1) со значимыми коэффициентами).

*Пусть выполняются условия*

$$X \neq \emptyset, \tag{9}$$

$$\forall x \in X \Rightarrow \|x\|_\infty < +\infty, \tag{10}$$

*и, кроме того, существуют скаляры  $\gamma, \varepsilon, \delta > 0$ ,  $\varepsilon \geq \delta$  такие, что все неравенства системы (7) являются следствиями системы линейных неравенств (6).*

*Тогда справедливо включение*

$$X \subseteq X^*. \tag{11}$$

*Доказательство.*

1) В силу условий, (10) задача имеет решение. Следовательно, определено значение  $\gamma > 0$ , выполнено условие  $\hat{X} \neq \emptyset$  и, в силу (10) и (11), справедливо включение  $X \subseteq \hat{X}$ .

2) В силу леммы 1 и оставшихся условий теоремы справедливо включение  $\hat{X} \subseteq X^*$ .

Объединяя утверждения 1) и 2), получаем утверждение (11), являющееся «интервальным» аналогом статистической значимости коэффициентов модели. Доказательство теоремы закончено.

*Следствие 1.* При выполнении условий теоремы 1 выполняется условие

$$\forall x \in X \Rightarrow \text{sign}(x) = \text{sign}(x^*),$$

где

$$x^* \in \underset{x}{\text{Argmin}} \|A_c x - b_c\|_1,$$

функция  $\text{sign}(\cdot)$ , применяемая к  $n$ -мерному вектору, возвращает  $n$ -мерный вектор, составленный из чисел  $-1, 0, +1$  в соответствии со знаками векторного аргумента.

Следствие 2. При выполнении условий теоремы 1 любое слабое решение системы (1) может быть найдено как решение системы линейных неравенств

$$\begin{cases} (A_c - A_r S)x \leq \bar{b}, \\ (-A_c - A_r S)x \leq -\underline{b}, \\ Sx \geq 0, \end{cases} \quad (12)$$

где  $S = \text{diag}(\text{sign}(x^*))$ ,  $\text{diag}(\cdot)$  – функция, преобразующая вектор порядка  $n$  в диагональную матрицу порядка  $n$ .

Замечание. Нахождение вектора  $x^*$ , решение системы (12) и проверка условий теоремы 1 могут быть осуществлены методами линейного программирования.

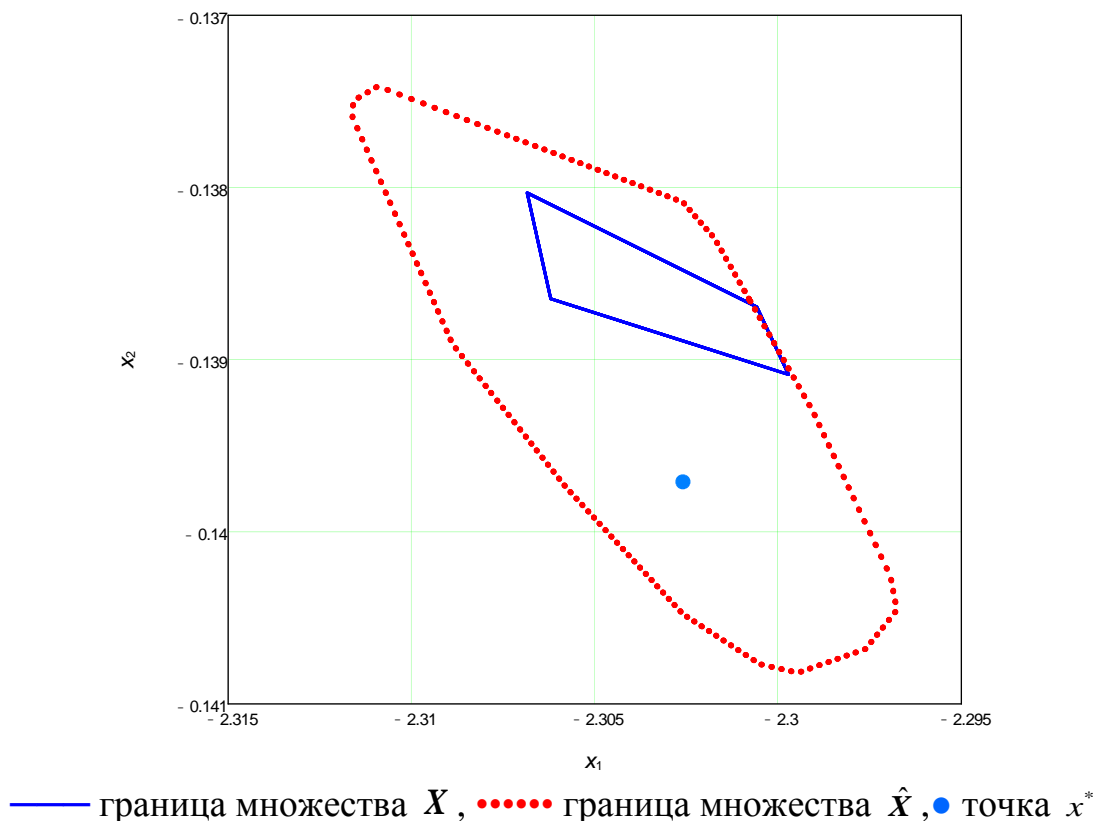
#### Численный пример

Рассмотрим ИСЛАУ вида (1), построенную по данным работы [6], посвященной оцениванию кинетических параметров необратимой реакции 1-го порядка распада гексофенилэтана:

$$A_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0.5 \\ 1 & 1.05 \\ 1 & 2.2 \\ 1 & 3.65 \\ 1 & 5.5 \\ 1 & 7.85 \\ 1 & 9.45 \\ 1 & 14.75 \end{bmatrix}, \quad A_r = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.005 \\ 0 & 0.005 \\ 0 & 0.005 \\ 0 & 0.005 \\ 0 & 0.005 \\ 0 & 0.005 \\ 0 & 0.005 \\ 0 & 0.005 \end{bmatrix}, \quad b_c \approx \begin{bmatrix} -2.30259759 \\ -2.37087826 \\ -2.44531802 \\ -2.61321794 \\ -2.81344544 \\ -3.06836078 \\ -3.39931144 \\ -3.63078858 \\ -4.31319720 \end{bmatrix}, \quad b_r \approx \begin{bmatrix} 0.00500004 \\ 0.00535337 \\ 0.00576708 \\ 0.00682139 \\ 0.00833353 \\ 0.01075310 \\ 0.01497118 \\ 0.01887016 \\ 0.03733076 \end{bmatrix}.$$

Проводя несложные вычисления, легко убедиться в справедливости утверждений теоремы 1 и её следствий. При этом  $\gamma \approx 0.08472842$ ,  $\varepsilon = 2.315$ ,  $\delta = 0.137$ ,  $x^* \approx [-2.30259750 \quad -0.13970857]^T$ . Рисунок 1, границы которого дают представление о границах множества  $X^*$ , иллюстрирует выполнение условий  $X \neq \emptyset$  и  $X \subseteq \hat{X} \subseteq X^*$ .





**Рис. 1. Геометрическая иллюстрация утверждений теоремы 1**

#### **Библиографический список**

1. Канторович Л.В. О некоторых новых подходах к вычислительным методам и обработке наблюдений // Сиб. мат. журн., 1962. Т. 3. № 5. С. 701–709.
2. Фидлер М., Недома Й., Рамик Я., Рон И., Циммерман К. Задачи линейной оптимизации с неточными данными. – М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». Институт компьютерных исследований, 2008. – 288 с.
3. Oettli W., Prager W. Compatibility of Approximate Solution of Linear Equations with Given Error Bounds for Coefficients and Right-Hand Sides // Numerische Mathematik, 1964. No. 6. pp. 405–409.
4. Вошинин А.П., Бочков А.Ф., Сотиров Г.Р. Метод анализа данных при интервальной нестатистической ошибке // Завод. лаб. 1990. Т. 56. № 7. С. 76–81.
5. Ашманов С.А., Тимохов А.В. Теория оптимизации в задачах и упражнениях. СПб.: Изд-во «Лань», 2012. 448 с.
6. Белов В. М., Суханов В. А., Лагуткина Е. В. Интервальный подход при решении задач кинетики простых химических реакций // Вычисл. технологии, 1997. Т.2. № 1. С. 10–18.

УДК 621.79

**В.Е. Зарезин, Р.В. Ковалев, М.А. Киселевич**  
Военный институт (Железнодорожных войск и военных сообщений),  
г. Санкт-Петербург  
*vatt-pdv@mil.ru*

## **ПРИМЕНЕНИЕ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ РЕМОНТА УБОРОЧНОЙ ТЕХНИКИ САНКТ-ПЕТЕРБУРГА**

Рассмотрено повышение качества ремонта наиболее ответственных деталей уборочной техники путем применения ультразвуковых технологий для повышения уровня подготовленности уборочных организаций. Практическая значимость состоит в возможности использования методов ремонта деталей уборочной техники в стационарных условиях ремонтных заводов г. Санкт-Петербурга, а также на месте выполнения работ в ремонтных мастерских; при использовании ультразвукового оборудования для поверхностного пластического деформирования деталей типа тел вращения.

*Ключевые слова:* отказ, ремонт, восстановление, уборочная техника, поверхностное пластическое деформирование, безабразивная ультразвуковая финишная обработка, технология, ультразвук, эффективность.

**V.E. Zarezin, R.V. Kovalev, M.A. Kiselevich**  
Military Institute (Railway Troops and military communications),  
St. Petersburg  
*vatt-pdv@mil.ru*

## **APPLICATION OF ULTRASONIC TECHNOLOGIES FOR REPAIR OF HARVESTING EQUIPMENT OF ST. PETERSBURG**

It is considered to improve the quality of repair of the most important parts of harvesting equipment by using ultrasonic technologies to increase the level of preparation of harvesting organizations. Practical significance lies in the possibility of using methods of repairing parts of harvesting equipment in stationary conditions of repair plants in St. Petersburg, as well as at the site of work in repair shops; when using ultrasonic equipment for surface plastic deformation of parts such as bodies of revolution.

*Keywords:* failure, repair, restoration, harvesting equipment, surface plastic deformation, abrasive ultrasonic finishing, technology, ultrasound, efficiency.

Опыт эксплуатации уборочной техники г. Санкт-Петербурга, показывает, что ее работа связана с тяжелыми условиями эксплуатации, такими как повышенная запыленность, влажность, очень низкие или высокие температуры окружающей среды и т.д., что приводит к выходу из строя различных деталей, узлов и агрегатов техники. Отказ техники сопряжен во многих случаях с нарушением целостности деталей или повреждением их поверхностей.

Еще более худшие условия создаются в зимнее время, вследствие того, что в этих условиях резко увеличиваются отказы техники от климатического воздействия на детали, узлы и агрегаты машин. Также увеличивается отказ техники из строя вследствие резко усложняющихся условий функционирования таких как: необходимость в перегруппировке бригад с одного района на другой, широкий фронт работ, длительных перегрузок техники, ограниченные сроки выполнения работ от нескольких часов до нескольких суток при любых условиях обстановки, различный характер выполняемых работ и уборки объектов от частичного до полного.

Для своевременного ремонта отказавших машин и оборудования в штатной структуре уборочных бригад имеются ремонтные органы, оснащенные ремонтными средствами. Возвращение в строй отказавшей техники зависит от наличия запасных частей широкой номенклатуры, а в случае их отсутствия - от оснащенности ремонтных органов средствами восстановления деталей, узлов и агрегатов техники и их способности в максимальной мере удовлетворить всё разнообразие возникающих потребностей в ремонте.

Для восстановления деталей узлов и агрегатов техники применяются инструменты и оборудование, имеющиеся в наличии в ремонтных органах. Детали восстанавливаются сваркой, а также применяется механическая обработка. Эти воздействия нарушают структуру и свойства материала деталей, что приводит к снижению прочности и ухудшению свойств поверхности. Для восстановления структуры и свойств деталей в ремонтных органах в настоящее время имеется недостаточное количество необходимого оборудования и технологий, что обуславливает необходимость в поиске новых технологий и разработке научных и практических основ их применения для ремонта деталей уборочной техники, что и предопределяет актуальность исследования.

При анализе научных трудов, публикаций и документов по ремонту уборочной техники в любое время года установлено, что:

- при выполнении уборочных мероприятий ремонт отказавшей техники в основном осуществляется агрегатным и узловым методами при наличии запасных агрегатов и узлов;
- потребность в восстановлении деталей появляется в условиях, когда возникают перебои в поставках запасных частей и агрегатов; при этом в ремонтных органах применяются различные способы восстановления деталей, которые наряду с преимуществами, имеют и существенные недостатки - глубокое

термическое влияние, снижение усталостной прочности до 50%, недолговечность соединения и другие;

- воздействие мощного ультразвука на различные технологические процессы применяется в машиностроении и других отраслях промышленности, однако в системе восстановления техники ультразвук используется в основном для диагностики, что обуславливает необходимость разработки научно-методического аппарата применения ультразвуковых технологий для ремонта деталей уборочной техники.

Анализ способов ремонта, применяемых в настоящее время, показал, что наиболее распространенными способами ремонта и восстановления деталей являются сварка, различные виды наплавки, а также восстановление поверхностей деталей различными способами, но все эти способы имеют схожие недостатки, что не позволяет применять их массово – это нарушение структуры металла, связанное с повышением температуры. Отсюда возникает необходимость поиска новых технологий, которые позволяют восстанавливать материал без нарушения структуры или восстанавливать (улучшать) структуру.

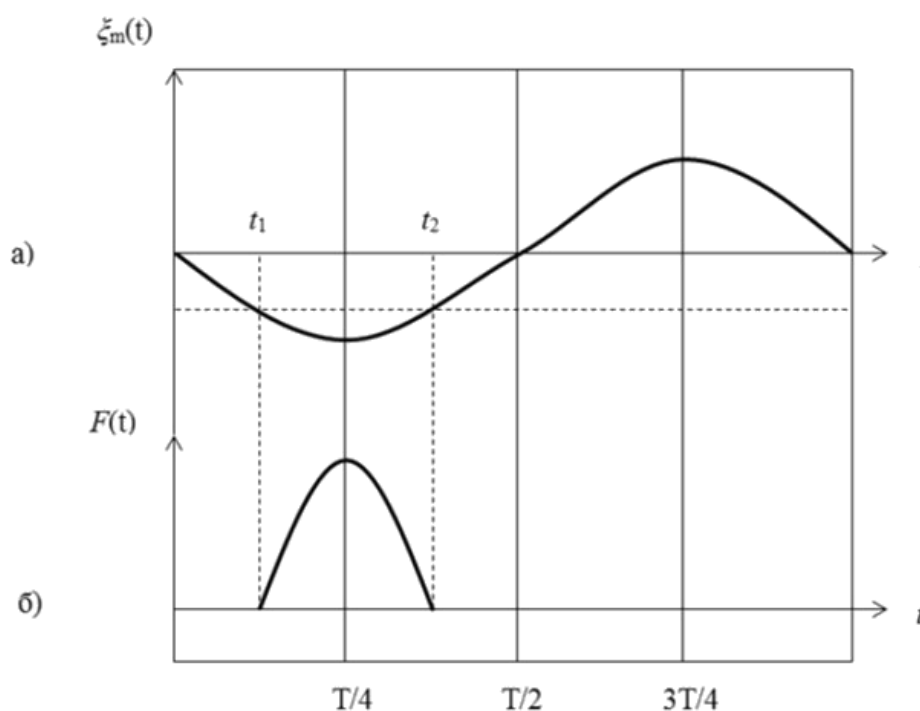
Из анализа проведенных ранее исследований, было выявлено, что заслуживают внимания современные технологии использования мощного ультразвука в процессах ремонта и восстановления деталей, однако имеющиеся данные в опубликованных работах по применению ультразвука являются недостаточными для реализации его в условиях ремонтных заводов и тем более в условиях подвижных ремонтных мастерских. Многие вопросы решены не в полном объеме: отсутствуют оборудование и технологии для применения ультразвука с целью улучшения свойств поверхностей и внутренней структуры материала деталей.

На основании вышеизложенного была разработаны и применены ультразвуковые технологии для повышения качества ремонта деталей уборочной техники.

За основу технологии безабразивной ультразвуковой финишной обработки (БУФО) деталей типа тел вращения была взята существующая теория ультразвукового поверхностного пластического деформирования (ППД), сущность которой заключается в том, что деформирующий элемент (индентор) прижимается к поверхности обрабатываемого изделия. В результате пластической деформации поверхностного слоя увеличивается твердость, образуются сжимающие напряжения, снижается шероховатость. ППД ультразвуковым инструментом вследствие своих особенностей (высокой частоты, силы ударов) ведет к более существенному изменению микроструктуры поверхностного слоя [1].

Предметом созданной технологии явилось установление количественных связей между режимами обработки и характеристиками поверхностного слоя деталей, обработанных ультразвуковым ППД, на основе изучения механики деформирования.

Была предложена теоретическая модель с ударным инструментом в виде шарика, при этом было определено пиковое значение импульсного напряжения, которое использовано для дальнейших расчетов параметров ультразвукового ППД [2]. Для этого был проанализирован режим обработки, при котором ультразвуковой инструмент прижимается с постоянной силой  $F_N$  к обрабатываемой поверхности. Сила имеет вид периодически повторяющихся импульсов, в интервале между импульсами сила равна нулю, а пиковое значение силы существенно выше средней силы постоянного прижима (рис. 1).

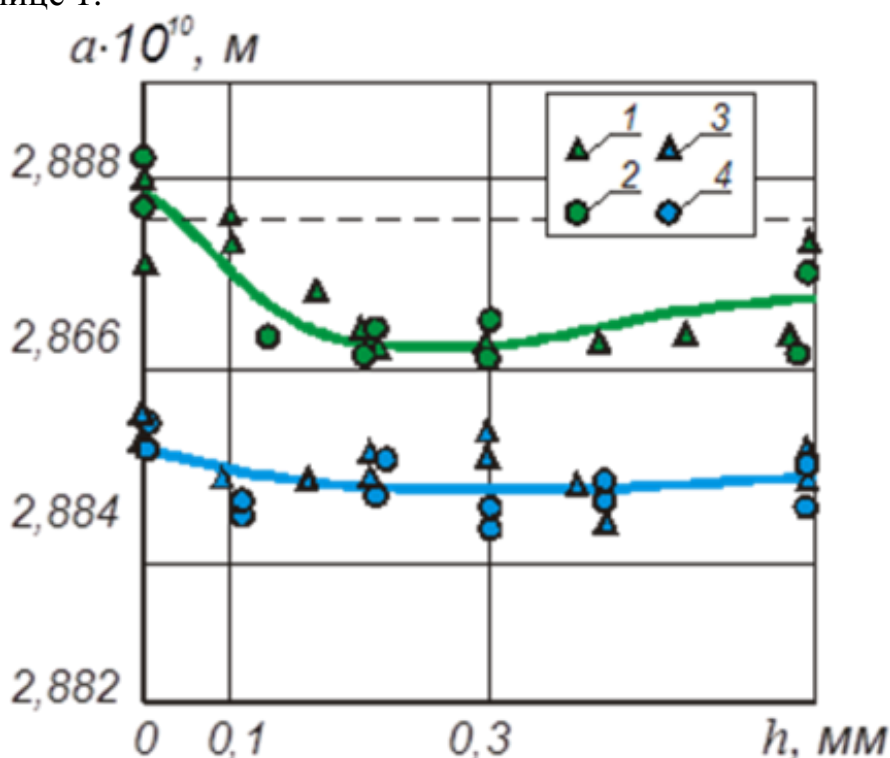


**Рис. 1. Характер движения шарика (а) и зависимость сил (б), действующих в процессе его контакта с обрабатываемой поверхностью от времени**

Отсюда следует, что эффект ультразвукового ППД будет определяться максимальным значением действующих при ударе импульсных напряжений, величина которых зависит от произведения амплитуды колебательных смещений на силу прижима и характера упругопластического взаимодействия деформирующего тела с обрабатываемой поверхностью.

Было обосновано применение ультразвукового поверхностного пластического деформирования для создания сжимающих напряжений [3]. В динамических процессах теоретическое определение величин сжимающих напряжений затруднительно, поэтому экспериментально исследовался характер распределения напряжений первого и второго рода по глубине при разных значениях параметров режима (амплитуда и усилие прижима). Напряжения опреде-

лялись путем рентгенографирования при послойном электролитическом травлении образцов. Результаты экспериментов для стали 18Х14НТ приведены на рис. 2 и в Таблице 1.



**Рис. 2.** Изменение параметра решетки  $a$  (1; 2) и уширения линии (3; 4) по глубине деформированного слоя

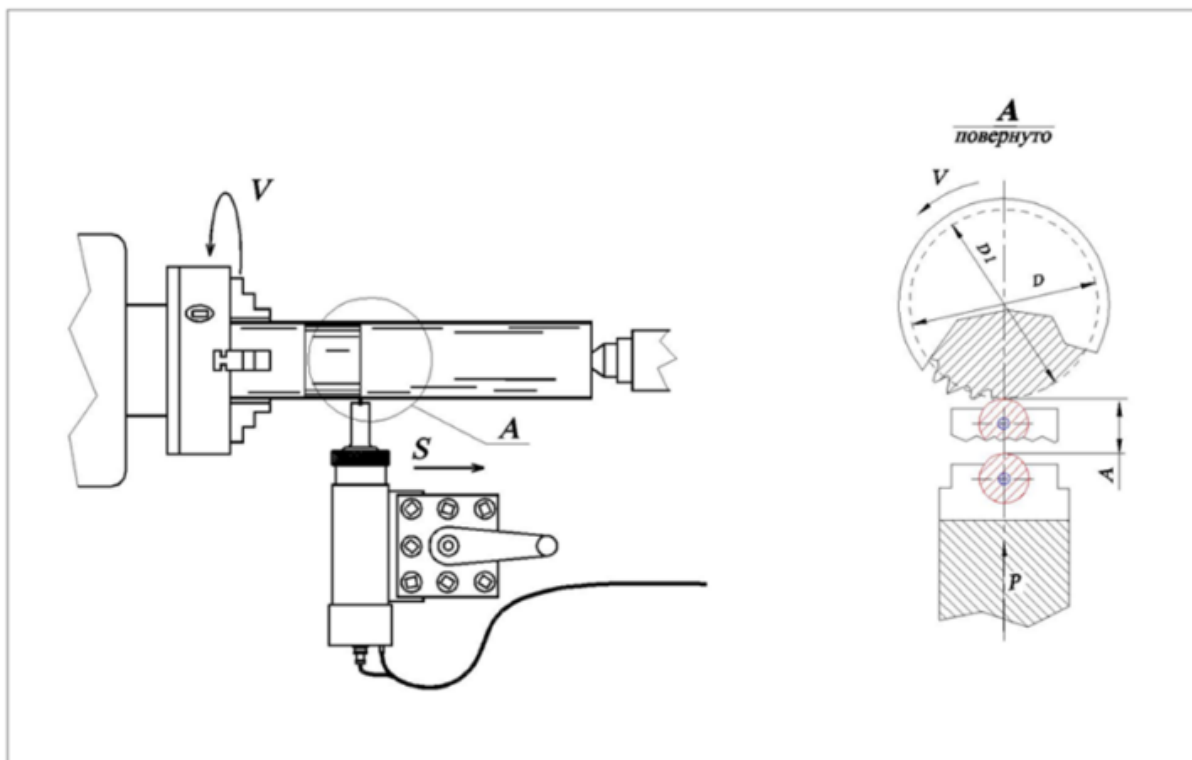
**Таблица 1**

**Остаточные напряжения в образцах**

Номер образца	Напряжения, кгс/мм <sup>2</sup>			
	До обработки		После обработки	
	$\sigma_o$	$\sigma_n$	$\sigma_o$	$\sigma_n$
3	-7,0	+13,2	-75,6	-34,0
4	-13,1	+14,7	-80,0	-38,2
15	-3,8	+18,6	-82,2	-31,6

Полученные данные показали, что ультразвуковая обработка создает или значительно увеличивает сжимающие напряжения, как в продольном, так и в поперечном направлениях. Это является благоприятным фактором, так как препятствует зарождению и развитию трещин.

Разработанная технология позволила создать и обосновать применение нового инструмента для ультразвукового поверхностного пластического деформирования деталей. В новом устройстве индентор представляет собой не шар, а вращающийся диск (рис. 3). Следовательно, на деталь воздействует не «точка», характеризуемая площадью  $S$ , а «отрезок» длиной  $d$ , равной по величине толщине диска [3].



**Рис. 3. Устройство для ультразвукового нанесения покрытий**

В таблице 2 приведены сравнительные результаты, полученные при упрочнении стали 45 поверхностным пластическим деформированием ультразвуковым инструментом с инденторами сферической формы и имеющим форму диска.

**Таблица 2**  
**Основные характеристики стали 45, полученные в результате ультразвуковой упрочняющей обработки**

Показатели качества поверхности	Вид упрочняющей обработки	
	Сферический инструмент	Инструмент в форме диска
Шероховатость $R_a$ , мкм (исходная $R_a = 10 \dots 2,5$ мкм)	0,63...0,16	0,16...0,08
Степень упрочнения (наклепа), %	20...50	100...120
Величина сжимающих остаточных напряжений, Мпа	350	1000
Относительная износостойкость, %	100	200

Задаваемая толщина диска ограничивается сверху возможностью избыточного наклепа или изменения структурной фазы (разрушение поверхностного слоя), что для каждого материала решается по-своему.

Новый ультразвуковой инструмент позволяет повысить производительность ППД без увеличения мощности установки.

В связи с тем, что физико-технические свойства материала детали оказывают непосредственное воздействие на выходные показатели БУФО, были проведены экспериментальные исследования по определению влияния вида обрабатываемого материала на качество поверхностного слоя при БУФО. Методом БУФО по наружной поверхностям вращения на токарном станке были обработаны различные стали и сплавы. Результаты экспериментов представлены в таблице 3.

**Таблица 3**

**Характеристика качества поверхности различных материалов при БУФО**

Материал	Шероховатость, мкм		Диаметр образца, мм		Твердость, НРС	
	перед обработкой	после обработки	перед обработкой	после обработки	перед обработкой	после обработки
Сталь 3	4,4-5,8	0,32-1,2	28,155	28,139	116НВ	16
Сталь 45	1,85-2,95	0,09-0,16	28,4	28,382	145НВ	24
Сталь 40Х	1,65-1,7	0,1-0,13	26,223	26,187	18	28
Сталь 40Х13	0,95-1,0	0,1-0,11	19,417	19,414	10	32
Сплав ПТЗ-В	1,3-1,45	0,38-0,42	28,146	28,11	23	36
Сталь АК-25	1,65-2,2	0,1-0,14	46,435	46,428	20	32
Сталь 14Х17Н2	2,75-2,95	0,06-0,07	44,51	44,489	20	34
Чугун СЧД	4,8-5,3	0,78-0,9	38,93	38,91	-	-

В результате исследований установлено, что для всех марок обработанных материалов происходит снижение шероховатости примерно в 4-8 раз, наибольшее снижение параметров шероховатости получено у стали 14Х17Н (15 раз). Одновременно происходит повышение твердости поверхности в среднем на 35% (наибольшее у стали 40Х13 – 69%).

Проведена оценка эксплуатационно-технической эффективности результатов проекта (табл. 4), которая показала преимущество, предлагаемых технологий, так как их реализация ведёт к повышению надежности и долговечности восстановленных узлов и агрегатов уборочной техники г. Санкт-Петербурга на 9%, что, в свою очередь, позволит повысить производственные возможности уборочных бригад и сократит сроки выполнения работ по наведению порядка на объектах города.



**Оценка эксплуатационно-технической эффективности  
результатов исследования**

Наименование уборочной техники	Значения Ктг		Относительные величины повышения коэффициентов технической готовности
	Достигнутые	Существующие	
Мусоровозы	0,75	0,67	0,11
Снегоуборочные и снегоочистительные машины	0,73	0,68	0,07
Моечные и поливочные машины	0,74	0,68	0,08
Подметальные машины	0,74	0,67	0,10
в среднем за организацию	0,72	0,66	0,09

С помощью методики обоснования оптимальных параметров упрочнения поверхностного слоя деталей способом ППД ультразвуковым инструментом и результатов эксперимента была разработана технология БУФО деталей типа тел вращения для применения ее в стационарных и ремонтных органах уборочных организаций г. Санкт-Петербурга.

**Библиографический список**

1. Приходько В.М., Петрова Л.Г., Чудина О.В. Металлофизические основы разработки упрочняющих технологий. М.: Машиностроение, 2003. 384 с.
2. Зарезин, В.Е. Повышение ресурса соединений сварных узлов и конструкций техники железнодорожных войск/В.Е. Зарезин// Журнал «Технико- технологические проблемы сервиса». – 2015. – №4(34). – с. 26-29.
3. Зарезин, В.Е. Разработка и создание инновационного ультразвукового оборудования для повышения ресурса деталей военной техники в интересах обороноспособности страны/П.В. Дружинин, В.Е. Зарезин, Н.П. Коломеец// Журнал «Вопросы оборонной техники». Серия 16. Технические средства противодействия терроризму. – М.: НТЦ «Информтехника», 2016. – Выпуск 7-8 (97-98). – с. 33-38.
4. Григорьянц А.Г, Шиганов И.Н., Мисуров АИ., Михайлов В.С., Коломеец Н.П. Технология и оборудование для поверхностного упрочнения сварных конструкций//Вестник технологии судостроения и судоремонта. 2013. № 21. С. 91-94.
5. Коломеец Н.П. Влияние ультразвуковой безабразивной суперфинишной обработки на прочностные свойства поверхностного слоя конструкционных материалов. Тезисы докладов научно-технической конференции «Физика и техника ультразвука». СПб, 1997 г., с. 164-166.

УДК 004.4:004.9

**Н.Н. Зубов<sup>1</sup>, Е.А. Солдатов<sup>2</sup>**

Военно-медицинская академия имени С.М. Кирова, г. Санкт-Петербург

*nick-work@bk.ru<sup>1</sup>*

*soldatov\_e@mail.ru<sup>2</sup>*

## **ФОРМАЛИЗАЦИЯ ОДНОЙ ИЗ ЗАДАЧ СПЕЦИАЛЬНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЕДИНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ТАКТИЧЕСКОГО ЗВЕНА**

Предлагаются варианты формализации одной из задач медицинского обеспечения: выбор рациональной загрузки санитарного транспорта ранеными и больными. Предполагается внедрение их в автоматизированные системы управления медицинской службой в составе специального математического обеспечения. Особое внимание уделяется степени тяжести раненого, нуждаемости в эвакуации (очередности эвакуации), способам транспортировки.

*Ключевые слова:* медицинское обеспечение, эвакуация, маршрут, линейное программирование, динамическое программирование, целочисленное программирование, формализация задачи.

**N.N. Zubov<sup>1</sup>, E.A. Soldatov<sup>2</sup>**

S.M. Kirov Military Medical Academy, St. Petersburg

*nick-work@bk.ru<sup>1</sup>*

*soldatov\_e@mail.ru<sup>2</sup>*

## **FORMALIZATION OF ONE OF PROBLEMS SPECIAL SOFTWARE OF THE UNIFORM COMMAND SYSTEM OF THE TACTICAL UNIT**

Versions of formalization of one of tasks of medical support are offered: a choice of rational loading of a medical ambulance wounded men and patients. Their implementation in the automated management systems a health service as a part of special software is supposed. The special attention is given to severity level of the wounded man, needs in evacuation (sequence of evacuation), and transporting methods.

*Keywords:* medical support, evacuation, route, linear programming, dynamic programming, integer programming, task formalization.

*Введение.* Цели медицинского обеспечения войск достигаются выполнением задач, основными из которых являются: проведение лечебно-эвакуационных мероприятий, государственного санитарно-эпидемиологического надзора, медицинского контроля условий жизнедеятельности личного состава войск

(сил), санитарно-гигиенических и противоэпидемических (профилактических) мероприятий в Вооружённых Силах; проведение мероприятий по медицинской защите личного состава войск (сил) от поражающих факторов оружия массового поражения и неблагоприятных экологических факторов; обеспечение войск (сил) медицинской техникой и имуществом [2].

*Цель.* Лечебно-эвакуационные мероприятия в частях организуются и осуществляются в целях своевременного оказания медицинской помощи раненым (поражённым) и больным, их эвакуации, лечения и медицинской реабилитации.

Основными лечебно-эвакуационными мероприятиями в частях являются: своевременный розыск, вывоз (вынос) их с поля боя и очагов поражения на этапы медицинской эвакуации (медицинская рота части, омедб, омедо, мосн, ВПГ); своевременное оказание раненым и больным необходимой медицинской помощи; подготовка их к эвакуации по назначению в соответствующие военно-медицинские организации [2].

Сравнительный анализ результатов лечения легкораненых в контртеррористической операции и операции по восстановлению конституционного порядка на территории республик Северного Кавказа (1994-1996 и 1999-2001 гг.) позволяет сделать следующие выводы, которые будут учтены в постановке и решении задачи:

1. Наихудшие результаты лечения наблюдались у раненых, которым была оказана медицинская помощь на всех этапах эвакуации, наилучшие – у тех, кто после оказания первой, доврачебной или первой врачебной помощи сразу были эвакуированы на этап оказания специализированной медицинской помощи.

Одной из основных причин частого развития осложнений является увеличение временного промежутка между моментом получения ранения и началом оказания ему адекватного исчерпывающего лечения. Таким образом, сокращение числа этапов медицинской эвакуации продиктовано как медицинскими, так и экономическими соображениями.

2. Повышение качества результатов лечения находится в прямой и неразрывной связи с видом и количеством средств эвакуации, которые находятся в распоряжении медицинской службы [5, 6].

*Материалы и методы.* После оказания первой и доврачебной помощи, раненные доставляются в медицинскую роту части, где им оказывается первая врачебная с элементами квалифицированной помощь. В ходе выполнения мероприятий первой врачебной помощи проводится медицинская сортировка и определяется эвакуационная характеристика раненого. Дальнейшая эвакуация раненых осуществляется силами и средствами следующего ЭМЭ (омедб, омедо, МОСН, ВПГ) по указанию старшего медицинского начальника с учётом оперативно-тактической обстановки и других факторов. Решение этих жизненно важных задач осуществляется с помощью автоматизированных систем

управления, оснащённых современным аппаратно-программным обеспечением.

*Постановка задачи выбора рациональной загрузки санитарного транспорта ранеными и больными*

В ожидании эвакуации раненые аккумулируются в эвакуационной палатке медицинской роты. Они делятся на три группы:

- группа *A* - тяжёлые;
- группа *B* - средней тяжести;
- группа *C* - легкораненные.

Кроме того, все раненные, по нуждаемости в эвакуации делятся на 2 категории: эвакуация в первую очередь (как правило, группы *A* и *B*); эвакуация во вторую очередь (группа *C*).

Количество раненых каждой группы на данный момент времени известно.

Тяжёлые раненые выживают, если время их доставки на ЭМЭ не превышает критического времени эвакуации -  $t_A$ . Время эвакуации  $t_{эв.}$  состоит из времени ожидания транспортёра  $t_{трансп.}$ , времени загрузки  $t_{загр}$  и времени транспортировки на базу  $C_{ансп.}$

Раненые (поражённые) средней тяжести при ожидании эвакуации сверхустановленного для них критического времени эвакуации -  $t_B$  переходят в группу тяжёлые (*A*) и далее погибают, если они не будут эвакуированы в течение  $t_A$ .

Состояние легкораненных при превышении критического времени ожидания  $t_c$  может не изменяться, либо легкораненные сначала переходят в группу *B*, затем в *A*, и если время ожидания превысит значение установленной критической величины для группы *A* - они погибают.

Раненые разных групп имеют обобщённую характеристику степени нуждаемости в эвакуации, на основании которой можно формировать решение о загрузке их на очередной транспортёр.

При поступлении раненых в одно из гнёзд (самостоятельно или с помощью санитаров) на базе запрашивается санитарный транспорт (транспортёр).

Для эвакуации раненных из медицинской роты на следующий этап оказания медицинской помощи страшим медицинским начальником, в соответствии с принципом «эвакуация на себя», выделяется санитарный автотранспорт. Выделенный транспорт, как правило, прибывает на медицинскую роту в составе колонны. При выходе из пункта отправления состав колонны известен, но за время движения он вследствие воздействия противника (ДРГ, авиация противника, ракетно-бомбовые удары, ВТО) может измениться.

Транспортёр (бронированная медицинская машина, санитарный автомобиль) обладает определённой вместимостью, причём она отличается для разных групп поражённых: вместимость для раненых (поражённых) групп *B* и *C* больше, чем для раненых (поражённых) группы *A*. Различие основано на том,

что для поражённых группы *A* требуется больше места в транспортёре, так как в лежачем положении находится 100% пострадавших, а из группы *B* – около 50%.

При эвакуации раненых из медицинской роты, их количество и характеристика их степени тяжести состояния, очередность эвакуации известны. Эти данные сообщаются старшему начальнику медицинской службы в виде заявки на эвакуационный транспорт.

В соответствии с вероятной структурой санитарных потерь, движение раненых и больных в медицинской роте при условии, что время их доставки в медицинскую роту не превышает критического времени эвакуации -  $t_A$  ( $t_B$ ) из гнёзд раненых или МПБ, может быть следующим:

- из 100 % входящего потока в медицинскую роту, 30 % составят группу *A + B*, из которых 28,5 % подлежат дальнейшей эвакуации, из этих 28 % эвакуируемых 100 % группы *A* и 50 % группы *B* - носилочные;

- из 100 % входящего потока в медицинскую роту, 70 % составят группу *C*, из которых 56 % подлежат дальнейшей эвакуации, из этих 56 % требуют отдельных санитарных или эвакуационно-транспортных средств 40 % эвакуируемых из изолятора.

Эвакуация из медицинской роты носилочных раненых групп *A* и *B* санитарными или транспортно-боевыми вертолётами в данной постановке задачи в полном объёме пока не рассматривается.

Для раненых (поражённых) группы *A* требуется больше места в транспорте, так как в лежачем положении находится 100 % пострадавших, а из группы *B* - около 50 %. Если санитарный автомобильный транспорт в медицинской роте загружен, то он отправляется в тыл, на указанный этап эвакуации.

Если выделенный санитарный (транспортно-боевой) вертолёт загружен в медицинской роте, МПБ или гнезде раненых (пункт №1), он также отправляется в тыл, на указанный этап эвакуации.

При неполной загрузке и имеющейся потребности в эвакуации раненых категорий *A* и *B* в других медицинских подразделениях, организациях (пункты №2, №...) или гнёздах раненых одного эвакуационного направления, а также при условии, что время их доставки в военный госпиталь из пункта №1 через пункты №2, №... не превышает критического времени эвакуации -  $t_A$ ), санитарный (транспортно-боевой) вертолёт полностью загружается на пункте №2.

При условии соблюдения временных ограничений, данный вариант эвакуации представляется экономически наиболее целесообразным по сравнению с прямыми рейсами по маршруту эвакуации с неполной загрузкой вертолёта.

Маршрут движения (полёта) может выбираться в соответствии с алгоритмом выбора рациональных маршрутов эвакуации раненых (поражённых) и больных [3,4].

### *Формализация задачи*

В некотором районе сосредоточены объекты нескольких классов (типов, групп). Объект  $i$ -го типа ( $i = 1 \dots I$ ) обладает следующими характеристиками:  $m_i$  - масса,  $v_i$  - объем,  $p_i$  - вероятность восстановления объекта и/или вероятность выполнения объектом задачи (после восстановления). Есть транспортное средство (устройство), суммарный объем  $V_\Sigma$  и/или грузоподъемность  $M_\Sigma$  которого известны.

Пусть  $x_i$  - количество объектов  $i$ -го типа, загруженных в транспортное средство (устройство).

Требуется найти такой вариант загрузки транспортного средства (устройства), чтобы обеспечить наибольшую вероятность (полезность) или цену (стоимость) загруженных объектов при ограничениях на их суммарный объем или массу.

*Результаты и их обсуждение.* В формализованном виде задача представляется так:

максимизировать суммарную полезность загруженных в транспортное средство объектов

$$\sum_{i=1}^I p_i x_i \rightarrow \max$$

при ограничениях на их суммарный объем или массу

$$\sum_{i=1}^I v_i x_i \leq V_\Sigma \qquad \sum_{i=1}^I m_i x_i \leq M_\Sigma$$

Таким образом, задача эвакуации раненых (пораженных) в такой постановке представляет собой задачу линейного программирования; возможно, что это некая разновидность известной «задачи о рюкзаке», но в которой в «рюкзак» можно укладывать не по одному предмету каждого вида, а по несколько от каждого вида.

### *Методы решения задачи*

Полезно будет вспомнить постановки и методы решения подобных задач в различных формулировках.

В классическом виде постановка задачи о рюкзаке (ранце) «*KnapsackProblem*» может выглядеть следующим образом.

По данному набору из  $n$  предметов (объектов) стоимостями  $v_1, v_2, \dots, v_n$  и весами  $w_1, w_2, \dots, w_n$  найти поднабор (с учетом того, что можно брать один предмет несколько раз) такой, что его стоимость будет максимальна среди всех поднаборов веса не более  $W$ .

$$x_1^* v_1 + x_2^* v_2 + x_3^* v_3 + \dots + x_i^* v_i + x_{i+1}^* v_{i+1} + \dots + x_n^* v_n \rightarrow \max, \text{ при } x_1^* w_1 + x_2^* w_2 + x_3^* w_3 + \dots + x_i^* w_i + \dots + x_{n-1}^* w_{n-1} + x_n^* w_n \leq W,$$

$$x_i \in \{0, 1\}, (i = 1, 2, \dots, n),$$

$$\text{или же } x_i \in \{0, N\} \text{ или } x_i \in \{N_0\} (i = 1, 2, \dots, n),$$

где  $N$  – натуральный ряд чисел,  $N_0$  – расширенный натуральный ряд чисел, т.е. включающий в себя нуль.

Так как в классической постановке задача является  $NP$ -полной, то для неё нет полиномиального алгоритма, решающего задачу за приемлемое время. Поэтому приходится выбирать между точными, но медленными алгоритмами, и приближёнными, но более быстрыми. Примеры решения подобных задач можно найти в творческом наследии Л.В. Канторовича [1].

К первым можно отнести:

- Симплекс-метод. Если бы число предметов не предполагалось целым, то задача бы решалась как *задача линейного программирования*. Число итераций при решении задач линейного программирования в стандартной форме с  $M$  ограничениями и  $N$  переменными заключено между  $M$  и  $3M$ . Среднее число итераций  $2M$ . Верхняя граница числа итераций равна  $2M+N$ .

- Метод простого перебора подмножеств наборов из  $N$  предметов. Сложность такого решения  $O(2^N)$ ;

- Вследствие целочисленности числа предметов, задача становится задачей *целочисленного линейного программирования* и решается методом ветвей и границ (*BranchAndBound* или *BranchAndCut*).

- Динамическое программирование. Сложность –  $O(N * W)$ , где  $W$  - вместимость рюкзака.

- Метод асимптотической оптимизации (*meet-in-the-middle*). Сложность для этого метода снижается от  $O(2^m)$  до  $O(2^{N/2} * N)$  или от  $O(1^k)$  до  $O(N^{k/2} * \log(N) * k)$ . Метод заключается в том, чтобы разделить задачу пополам, получить некоторые результаты по каждой части и сопоставить их друг с другом.

В качестве вторых, приближённых, методов обычно упоминаются:

- «Жадный» алгоритм; «Жадный» алгоритм (*greedy algorithm*) - это алгоритм, который на каждом шагу делает локально наилучший выбор в надежде, что итоговое решение тоже получится оптимальным.

- «Генетический» алгоритм. «Генетический» алгоритм (*genetic algorithm*) – это эвристический алгоритм поиска, используемый для решения задач оптимизации и моделирования путём случайного подбора, комбинирования и вариации искомых параметров с использованием механизмов, аналогичных естественному отбору в природе. Является разновидностью эволюционных вычислений, с помощью которых решаются оптимизационные задачи с использованием методов естественной эволюции, таких как наследование, мутации, отбор и кроссинговер. Отличительной особенностью генетического алгоритма является акцент на использование оператора «скрещивания», который производит операцию рекомбинации решений-кандидатов, роль которой аналогична роли скрещивания в живой природе.

#### **Библиографический список**

1. Канторович Л.В. Приближенные методы высшего анализа / Л.В. Канторович, В.И. Крылов. – 3-е изд. – Москва; Ленинград: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950. – 695 с.

2. Шелепов А.М., Костенко Л.М., Бабенко О.В. Организация и тактика медицинской службы: Учебник / Под ред. чл.-корр. РАМН И. М. Чижа. - СПб.: ООО «Издательство Фолиант», 2005. - 504 с.: ил.

3. Шелепов А.М., Зубов Н.Н., Солдатов Е.А. Формализованное представление отдельных задач медицинского обеспечения с использованием пространственно-координированных данных. СПб. : ВМедА, 2015.

4. Зубов Н.Н. Моделирование и оптимизация процессов и систем сервиса: учебное пособие / Н. Н. Зубов. - СПб. : Изд-во СПбГЭУ, 2015. - 146с.

5. <http://trcvr.ru/> Комплекс КРУС «Стрелец» для боевой экипировки «Ратник». Журнал «Трансивер.ру», декабрь 2015 г.

6. Дзуцов Н.К., Меараго Ш.Л., Цымбал А.Н. Авиамедицинская эвакуация в чрезвычайных ситуациях. Монография, СПб, 2016.

УДК 355.692.3

**Н.Н. Зубов<sup>1</sup>, Е.А. Солдатов<sup>2</sup>**

Военно-медицинская академия имени С.М. Кирова, г. Санкт-Петербург

*nick-work@bk.ru<sup>1</sup>*

*soldatov\_e@mail.ru<sup>2</sup>*

## **ФОРМАЛИЗОВАННОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ МЕДИЦИНСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГЕОИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

Предлагаются варианты формализации некоторых задач медицинского обеспечения: выбор рациональных маршрутов эвакуации раненых и больных, выбор рациональной загрузки транспортёров ранеными и больными. Предполагается внедрение их в автоматизированные системы управления медицинской службой в составе специального математического обеспечения. Особое внимание уделяется использованию при этом геоинформационных технологий.

*Ключевые слова:* медицинское обеспечение, эвакуация, маршрут, линейное программирование, динамическое программирование, целочисленное программирование, формализация задачи.



N.N. Zubov<sup>1</sup>, E.A. Soldatov<sup>2</sup>  
S.M. Kirov Military Medical Academy, St. Petersburg  
*nick-work@bk.ru*<sup>1</sup>  
*soldatov\_e@mail.ru*<sup>2</sup>

## **FORMALIZATION OF PROBLEMS OF MEDICAL SUPPORT USING OF THE GEOINFORMATION TECHNOLOGIES**

Versions of formalization of some problems of medical support are offered: a choice of rational routes of evacuation of wounded men and patients, a choice of rational loading of transporters wounded men and patients. Their implementation in the automated management systems a health service as a part of special software is supposed. The special attention is given to usage thus geoinformation technologies.

*Keywords:* medical support, evacuation, route, linear programming, dynamic programming, integer programming, task formalization.

*Введение.* Медицинское обеспечение является самостоятельным видом обеспечения и представляет собой комплекс проводимых медицинской службой мероприятий, направленных на сохранение жизни, восстановление боеспособности и укрепления здоровья личного состава войск (сил), предупреждение возникновения и распространения заболеваний, своевременное оказание медицинской помощи и эвакуацию раненых и больных, их лечение, медицинскую реабилитацию и быстрейшее возвращение в строй [2].

Лечебно-эвакуационные мероприятия в частях и соединениях организуются и осуществляются в целях своевременного оказания медицинской помощи раненым (пораженным) и больным, их эвакуации, лечения и медицинской реабилитации.

*Материалы и методы.* Основными лечебно-эвакуационными мероприятиями в бригадах являются: своевременный розыск, вывоз (вынос) их с поля боя и очагов поражения в медицинские роты бригад (в места сосредоточения раненых и больных); эвакуация раненых и больных в медицинские роты бригад; своевременное оказание раненым и больным необходимой медицинской помощи; подготовка их к эвакуации по назначению в соответствующие лечебные учреждения [2].

Одним из условий эффективного проведения системы лечебно-эвакуационных мероприятий является максимально быстрый вывоз раненых с поля боя (из очагов массовых санитарных потерь) на этапы медицинской эвакуации.

Одним из перспективных способов розыска раненых на поле боя в настоящее время рассматривается способ с использованием беспилотных летательных аппаратов (БПЛА). При этом БПЛА предполагается использовать для выполнения следующих функций:

- визуальное наблюдение за полем боя;

- определение координат военнослужащего, нуждающегося в оказании первой помощи;

- ретрансляция сигналов, как от средств связи военнослужащих, так и от индивидуального монитора военнослужащего (передача данных о местоположении и функциональном состоянии военнослужащего) [3].

Одним из перспективных направлений повышения эффективности действий войск является внедрение автоматизированных систем управления войсками. Предполагается, что автоматизированная система управления свяжет в единую систему каждый вертолет, каждую боевую машину и отдельного бойца и позволит в ближайшем будущем получать необходимую информацию о физическом состоянии организма военнослужащего, наличии ранения и степени его тяжести и предварительном прогнозе об исходе ранения.

Для эвакуации раненых с поля боя и гнезд раненых применяются бронированные медицинские машины БММ-1, БММ-2, БММ-3 [2]. Перемещения указанных транспортных средств по полю боя обусловлены локализацией гнезд раненых. Применение беспилотных летательных аппаратов позволяет получить сведения о взаимном расположении нескольких гнезд раненых на поле боя, что в свою очередь является исходными данными для расчёта (прокладки) рациональных маршрутов средств эвакуации на поле боя.

*Постановка задачи выбора рациональных маршрутов эвакуации раненых и больных.*

Имеется несколько баз (узлов) эвакуотранспорта, где ожидают запроса на эвакуацию раненых бронированные медицинские машины (БММ) в количествах, определенных штатом данной базы. БММ, которые собирают с поля боя нуждающихся в эвакуации пораженных (раненых, больных), могут доставлять их как на свою базу, так и на другие базы.

Пораженные, подлежащие эвакуации, собираются в гнездах раненых (пораженных). Структура и количество раненых (пораженных) по степени тяжести поражения в каждом гнезде считаются известными. Координаты гнезд сбора раненых (пораженных) известны, следовательно, расстояния (времена движения) между гнездами и базами тоже могут полагаться известными (или могут быть легко вычислены).

Задача заключается в выборе оптимального маршрута движения БММ, обеспечивающем минимальный пробег эвакуотранспорта (минимальное время доставки пораженных на базы и, таким образом, минимальные потери среди раненых (пораженных), обусловленные несвоевременностью эвакуации).

*Формализация задачи*

Известно расположение одного либо нескольких исходных пунктов (баз транспортных средств) и нескольких конечных пунктов маршрутов (пунктов назначения); известно расположение нескольких гнезд, а также расстояния

между ними и исходными (конечными) пунктами (для общности и/или простоты задания исходных данных можно считать известными координаты всех точек.).

В гнездах раненых сосредоточены объекты нескольких классов (типов, групп), характеристики которых – масса, объем, вероятность восстановления объекта и/или вероятность выполнения объектом задачи (после восстановления) – известны. Эти объекты должны быть доставлены транспортными средствами, сосредоточенными в исходных пунктах, в конечные пункты. Здесь и в последующем с учётом физического смысла решаемой задачи - эвакуации раненых и больных с поля боя – под вероятностью восстановления объекта и/или вероятностью выполнения объектом задачи (после восстановления) можно понимать вероятность благоприятного исхода ранения и/или вероятность возвращения военнослужащего в строй.

Требуется найти маршруты движения из каждого исходного в некоторый конечный пункт, обладающие следующими свойствами:

- наибольшая полезность посещения выбранных узлов;
- ограничения на суммарный объём или массу объектов, загруженных в этих узлах;
- ограничения на суммарный объём или массу объектов, которые могут принять пункты назначения;
- минимальная длина каждого маршрута;
- обязательный вывоз всех объектов, сосредоточенных в гнездах.

В формализованном виде задача может быть представлена несколькими вариантами.

#### Вариант 1.

Известны расстояния между несколькими исходными пунктами (базами транспортных средств) и несколькими конечными пунктами маршрутов (пунктами назначения); известно расположение нескольких гнезд и расстояния между ними и исходными и конечными пунктами. Известно количество транспортных средств, находящихся на базах  $N_j$  ( $j = 1 \div J$ ), и их возможности по загрузке, то есть суммарный объём  $V_\Sigma$  и/или грузоподъемность  $M_\Sigma$ . Транспортные средства за один рейс забирают объекты только из одного гнезда раненых; они могут делать несколько рейсов между выделенными им гнездами и пунктами назначения до тех пор, пока не будут вывезены все объекты.

В некоторых гнездах раненых сосредоточено известное количество объектов нескольких классов (типов, групп)  $N_i$ . Объекты  $i$ -го типа ( $i = 1 \div I$ ) обладают следующими характеристиками:  $m_i$  - масса,  $v_i$  - объем,  $p_i$  - вероятность восстановления объекта и/или вероятность выполнения объектом задачи (после восстановления).

Пусть  $x_{ij}$  - количество объектов  $i$ -го типа, загруженных в транспортное средство (устройство), принадлежащее  $j$ -й базе.

Суммарное количество (объем  $V_z$  или масса  $M_z$ ) объектов  $i$ -го типа, которое может принять  $z$ -й ( $z = 1 \div Z$ ) пункт назначения, известно.

Требуется найти такой вариант транспортной операции (совокупность маршрутов транспортных средств), который обеспечил бы вывоз всех объектов из гнезд в пункты назначения с минимальными затратами средств или за минимальное время.

В формализованном виде задача представляется так:

а) минимизировать суммарные затраты на транспортную операцию

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j \neq i} x_{ij} r_{jl} E_{ij} \rightarrow \min \quad (1)$$

при ограничениях на суммарный объём или массу объектов, принимаемых в пункте назначения, и при условии вывоза всех объектов из гнезд в пункты назначения

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J v_i x_{ij} \leq V_z; z = 1 \div Z \quad \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J m_i x_{ij} \leq M_z; z = \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^J x_{ij} = N_i; i = 1 \div I, \quad (3)$$

где  $r_{ij}$  – расстояние между базой и гнездом раненых, между гнездами раненых, между гнездом и пунктом назначения;

$N_i$  – суммарное количество объектов  $i$ -го типа;

$E_{ij}$  – признак того, что объекты  $i$ -го типа загружены в транспортное средство (устройство), принадлежащее  $j$ -й базе,

$$E_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } x_{ij} > 0, \\ 0, & \text{если } x_{ij} = 0. \end{cases} \quad (4)$$

б) минимизировать продолжительность транспортной операции по вывозу объектов

$$\max(\sum_{j=1}^J t_{ij} E_{ij}) \rightarrow \min \quad (5)$$

при ограничениях на суммарный объём или массу объектов, принимаемых в пункте назначения, и при условии вывоза всех объектов из гнезд в пункты назначения

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J v_i x_{ij} \leq V_z; z = 1 \div Z \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J m_i x_{ij} \leq M_z; z = 1 \div Z$$

$$\sum_{j=1}^J x_{ij} = N_i; i = 1 \div I \quad (7)$$

где  $t_{ij}$  – время движения между базой и гнездом, между гнездами, между гнездом и пунктом назначения;

$E_{ij}$  – признак того, что объекты  $i$ -го типа загружены в транспортное средство (устройство), принадлежащее  $j$ -й базе,

$$E_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } x_{ij} > 0, \\ 0, & \text{если } x_{ij} = 0. \end{cases} \quad (8)$$

В постановках а) и б) данная задача представляет собой задачу линейного программирования; можно даже сказать, что это некая разновидность известной транспортной задачи по критериям стоимости или времени [4,5], причём, внутри неё на шаге загрузки транспортного средства в каждом гнезде решается задача выбора рациональной загрузки транспортеров ранеными, сформулированная в следующем разделе.

#### Вариант 2.

Известны расстояния между несколькими исходными пунктами (базами транспортных средств) и несколькими конечными пунктами маршрутов (пунктами назначения); известно расположение нескольких гнезд раненых и расстояния между ними и исходными и конечными пунктами. Известно количество транспортных средств (БММ), находящихся на базах  $N_j$  ( $j = 1 \div J$ ), и их возможности по загрузке, то есть суммарный объем  $V_\Sigma$  и/или грузоподъемность  $M_\Sigma$ . Транспортные средства последовательно объезжают несколько гнезд и забирают из них накопленные там объекты; после полной загрузки они отвозят собранные объекты на пункты назначения.

В некоторых гнездах сосредоточено известное количество объектов нескольких классов (типов, групп)  $N_i$ . Объекты  $i$ -го типа ( $i = 1 \div I$ ) обладают следующими характеристиками:  $m_i$  - масса,  $v_i$  - объем,  $p_i$  - вероятность восстановления объекта и/или вероятность выполнения объектом задачи (после восстановления).

Пусть  $x_{ij}$  - количество объектов  $i$ -го типа, загруженных в транспортное средство (устройство), принадлежащее  $j$ -й базе.

Суммарное количество (объем  $V_z$  или масса  $M_z$ ) объектов  $i$ -го типа, которое может принять  $z$ -й ( $z = 1 \div Z$ ) пункт назначения, известно.

Требуется найти такой вариант транспортной операции (совокупность маршрутов транспортных средств), который обеспечил бы вывоз всех объектов из гнезд в пункты назначения по маршрутам наименьшей длины или за минимальное время.

В формализованном виде задача представляется так:

минимизировать суммарный пробег всех транспортных средств

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j \neq 1} x_{ij} r_{jl} E_{ij} \rightarrow \min \quad (9)$$

при ограничениях на суммарный объём или массу объектов, принимаемых в пункте назначения, и при условии вывоза всех объектов из гнезд в пункты назначения

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J v_i x_{ij} \leq V_z; z = 1 \div Z \quad \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J m_i x_{ij} \leq M_z; z = 1 \div Z \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^J x_{ij} = N_i; i = 1 \div I \quad (11)$$

В такой постановке данная задача представляет собой задачу линейного программирования; можно считать, что это некая разновидность известной «задачи коммивояжера» [4,5], на каждом шаге которой в каждом гнезде решается задача выбора рациональной загрузки транспортеров ранеными, сформулированная в следующем разделе.

*Постановка задачи выбора рациональной загрузки транспортёров ранеными и больными*

В гнездах раненых (пораженных) собираются раненые (пораженные), нуждающиеся в эвакуации. Они делятся на три группы: группа  $A$  – тяжелые, группа  $B$  – средней тяжести, группа  $C$  – легкораненые. Количество раненых (пораженных) каждой группы на данный момент времени известно.

Тяжелые раненые (пораженные) выживают, если время их доставки на базу не превышает критическое время эвакуации –  $t_A$ . Время эвакуации  $t_{эв.к.}$  состоит из времени ожидания транспортера  $t_{трансп.}$ , времени загрузки  $t_{загр.}$  и времени транспортировки на базу  $t_{трансп.}$

Раненые (пораженные) средней тяжести при ожидании эвакуации сверх установленного для них критического времени эвакуации –  $t_B$  переходят в группу тяжелые ( $A$ ) и далее погибают, если они не будут эвакуированы в течение  $t_A$ .

Легкораненые при превышении критического времени ожидания  $t_c$  сначала переходят в группу  $B$ , затем в  $A$ , и если время ожидания превысит значение установленной критической величины для группы  $A$  – они погибают.

Полагаем, что раненые (пораженные) разных групп имеют некоторую обобщенную характеристику, на основании которой можно формировать решение о загрузке их на очередной транспортер.

При поступлении раненых в одно из гнезд (самостоятельно или с помощью санитаров) на базе запрашивается транспортер. Транспортер (бронированная медицинская машина) обладает определенной вместимостью, причем она отличается для разных групп пораженных: вместимость для раненых (пораженных) групп  $B, C$  больше, чем для раненых (пораженных) группы  $A$ . Различие основано на том, что для пораженных группы  $A$  требуется больше места в транспортере, так как в лежащем положении находится 100 % пострадавших, а из группы  $B$  – около 50 %.

Если транспортёр полностью загружен, то он отправляется на базу. Если загружен не полностью, то системой управления движением транспортера проверяется, нет ли пораженных в соседнем(их) гнезде(ах). В случае, если они там имеются, транспортер двигается к этому гнезду, забирает раненых (пораженных) и если он загружен не полностью, то снова проверяется наличие в соседних гнездах раненых (пораженных).

#### *Формализация задачи*

В некотором районе сосредоточены объекты нескольких классов (типов, групп). Объект  $i$ -го типа ( $i = 1 \div I$ ) обладает следующими характеристиками:  $m_i$  - масса,  $v_i$  - объем,  $p_i$  - вероятность восстановления объекта и/или вероятность выполнения объектом задачи (после восстановления). Есть транспортное средство (устройство), суммарный объем  $V_\Sigma$  и/или грузоподъемность  $M_\Sigma$  которого известны.

Пусть  $x_i$  - количество объектов  $i$ -го типа, загруженных в транспортное средство (устройство).

Требуется найти такой вариант загрузки транспортного средства (устройства), чтобы обеспечить наибольшую вероятность (полезность) или цену (стоимость) загруженных объектов при ограничениях на их суммарный объём или массу.

В формализованном виде задача представляется так:

максимизировать суммарную полезность загруженных в транспортное средство объектов

$$\sum_{i=1}^I p_i x_i \rightarrow \max \tag{12}$$

при ограничениях на их суммарный объём или массу

$$\sum_{i=1}^I v_i x_i \leq V_{\Sigma} \qquad \sum_{i=1}^I m_i x_i \leq M_{\Sigma} \qquad (13)$$

Таким образом, задача эвакуации раненых (пораженных) представляет собой задачу линейного программирования; возможно, что это некая разновидность известной "задачи о рюкзаке", но в которой в "рюкзак" можно укладывать не по одному предмету каждого вида, а по несколько.

#### **Библиографический список**

1. Канторович Л.В. Приближенные методы высшего анализа / Л.В. Канторович, В.И. Крылов. – 3-е изд. – Москва; Ленинград: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950. – 695 с.
2. Шелепов А.М., Костенко Л.М., Бабенко О.В. Организация и тактика медицинской службы: Учебник / Под ред. чл.-корр. РАМН И. М. Чижа. – СПб.: ООО «Издательство Фолиант», 2005. – 504 с.: ил.
3. Белевитин А.Б., Шелепов А.М., Солдатов Е.А. Информационные технологии на службе военной медицины // Военно-медицинский журнал. – 2009. – Т. 330, № 5. – С. 4 – 12.
4. Зубов Н.Н. Моделирование и оптимизация процессов и систем сервиса: учебное пособие / Н. Н. Зубов. - СПб. : Изд-во СПбГЭУ, 2015. - 146с.
5. Богданов Ю.В., Зубов Н.Н. Оптимизация решений методами математического программирования. Учебное пособие - Калинин: ВКА ПВО, 1988.

УДК 51-77

**В. С. Кальницкий<sup>1</sup>, А. Н. Петров<sup>2</sup>**

Военная академия материально-технического обеспечения  
имени генерала армии А. В. Хрулёва, г. Санкт-Петербург  
*skalnitsky@hotmail.com<sup>1</sup>,  
petrovap6139@mail.ru<sup>2</sup>*

### **СТРУКТУРА ИДЕМПОТЕНТНОЙ КОММУТАТИВНОЙ ПАРАГРУППЫ НА МНОЖЕСТВЕ УПОРЯДОЧЕННЫХ РАЗБИЕНИЙ**

В статье рассмотрена проблема составления агрегированного рейтинга объектов по двум данным рейтингам с точки зрения известных алгебраических структур. На основе чартерного анализа построена операция агрегирования, обладающая естественными алгебраическими свойствами, доказательство которых изложено в сформулированной теореме. Наиболее содержательным и неожиданным свойством построенной операции явилась коммутативность. Описанные процедуры агрегирования находят применение в практических задачах социологии и теории управления.



*Ключевые слова:* идемпотентная парагруппа, агрегированный рейтинг, ранжирование, чартерный анализ.

**V. S. Kalnitsky<sup>1</sup>, A. N. Petrov<sup>2</sup>**

Military Academy of Logistics, St. Petersburg

*skalnitsky@hotmail.com<sup>1</sup>,*

*petrovap6139@mail.ru<sup>2</sup>*

## **THE STRUCTURE OF THE IDEMPOTENT COMMUTATIVE PARAGROUP ON AN ORDERED SET PARTITION**

The article deals with the problem of compiling an aggregated rating of objects according to two given ratings from the point of view of well-known algebraic structures. On the basis of the charter analysis, an aggregation operation is constructed, which has natural algebraic properties, the proof of which is presented in the main theorem. The most meaningful and unexpected property of the constructed operation is commutativity. The described aggregation procedures find application in practical problems of sociology and management theory.

*Keywords:* idempotent paragroup, aggregate rating, ranking, charter analysis.

*Введение.* По мере взаимного проникновения идей экономической, социальной, философской и других наук и идей чистой математики, находит все большее подтверждение тезис о том, что «новизна экстремальных задач, возникающих в социальных науках, связана с наличием многомерных противоречивых целей, ставящих на первое место проблему согласования интересов. Соответствующие технологии можно рассматривать как своего рода скаляризацию векторных целей» (цит. по [1], стр. 28). Именно такую задачу ставил перед собой и решал Л.В. Канторович, понимая под технологиями, в первую очередь, функциональный анализ. Огромное количество, как оказалось, исключительно важных и ключевых математических конструкций и идей были почерпнуты Канторовичем из прикладных задач экономики, социологии и управления. Благодаря его усилиям современный функциональный анализ и алгебра могут по праву называться прикладными науками.

Теория управления, в самом широком понимании, являет собой пример науки, наполняющей практическим смыслом многие абстрактные алгебраические структуры. К таким структурам относятся и полиадические группы, изучение которых началось еще в начале 20-го века. Интерес к этим структурам вырос в последнее время благодаря выявлению глубокой связи этих структур с теорией переходных систем, теорией полиадических автоматов и др.

В настоящем исследовании мы рассмотрим проблему скаляризации (арифметизации) исчисления пользовательских предпочтений. История этого вопроса началась в 1770 году, когда французский математик Жан-Шарль де

Борда предложил метод арифметизации системы голосования для более справедливого учета голосов выборщиков в условиях множества кандидатов [2]. Этот метод, носящий его имя, используется и в современности и имеет множество модификаций. Одна из проблем этого метода заключается в том, что к предпочтениям, как к порядковым величинам, применяются арифметические операции. Вопрос о естественности применяемых арифметических операций является открытым и является источником критики. В данной статье авторы предлагают новую методику выявления предпочтений, основанную на самостоятельной содержательной идее упорядочивания рекордов, описанной в работе [3].

*Упорядоченные разбиения.* Зафиксируем натуральное число  $n$  и рассмотрим множество  $G$  упорядоченных разбиений отрезка натурального ряда  $[1, \dots, n]$ . Количество элементов этого множества называется числом Фубини или упорядоченным числом Белла [4]. Это число соответствует количеству возможных исходов соревнования (рейтингов)  $n$  спортсменов, если разрешить ничьи. Существуют различные интерпретации данного множества как алгебраические, так и геометрические [5].

Дадим комбинаторное описание множества  $G$ . Для каждого упорядоченного разбиения составим последовательность длины  $n$  по следующему правилу: на первом месте стоит номер группы по порядку, в которую входит 1, на втором – номер группы, содержащей 2, и т.д.

Множество  $G$  естественным образом разбивается на подмножества  $G_k$  по количеству  $k$ ,  $k = 1, \dots, n$ , групп разбиений исходного отрезка. Каждое подмножество  $G_k$  состоит из всех последовательностей длины  $n$ , в которых участвуют лишь числа  $1, \dots, k$  и каждое – не менее одного раза.

Итак, элементы множества  $G$  можно рассматривать как рейтинг, в котором (не строго) упорядочены  $n$  объектов. Предположим, что перед нами несколько рейтингов данных объектов, полученных разными методами. Рассмотрим задачу создания единого агрегированного рейтинга. На множестве  $G$  рассмотрим бинарную операцию  $+$ , отвечающую построению агрегированного рейтинга по двум заданным. Мы остановимся на естественных требованиях к такому построению.

1. Кажется совершенно естественным, что если два рейтинга совпадают, то агрегированный рейтинг должен с ними совпадать. На алгебраическом языке это означает, что каждый элемент  $a$  множества  $G$  является идемпотентом:  $a + a = a$ .

2. Упорядоченное разбиение множества состоящее из одного подмножества, т.е. совпадающее со всем множеством, рассматриваемое как рейтинг, обладает свойством неопределённости. Эту неопределённость можно разрешать по-разному. Можно считать, что такой рейтинг вообще не несет никакой информации и не позволяет при составлении агрегированного рейтинга в сово-

купности с каким-то рейтингом внести в него какие-либо исправления. При таком подходе указанный рейтинг является нейтральным элементом относительно операции  $+$ . Однако, существуют системы, в которых такой рейтинг рассматривается как утверждение, что «все объекты одинаково хороши» и это влияет на итоговый рейтинг, т.е. он не является нейтральным.

3. Независимость агрегированного рейтинга от порядка предъявления рейтингов на алгебраическом языке означает коммутативность  $a + b = b + a$ . Мы будем предполагать такое свойство, хотя следует отметить, что практика составления экспертных заключений показала, что порядок предъявления рейтингов может влиять на итоговый результат.

Всем перечисленным свойствам удовлетворяет метод Борда построения агрегированного рейтинга. *Суммой де Борда*  $+_B$  последовательностей из  $G$  называется последовательность полученная по следующему правилу: сначала последовательности складываются векторно, затем каждому числу в полученной последовательности присваивается его номер по порядку возрастания, причем одинаковым суммам присваивается одинаковый номер.

Например,

$$(1,2,3,4)+(2,1,3,4)=(3,3,6,8);$$
$$(1,2,3,4)+_B(2,1,3,4)=(1,1,2,3).$$

При этом, нейтральным элементом по отношению к сумме Борда является набор  $(1, \dots, 1)$ , обратным к набору  $(a_1, \dots, a_n)$  из  $G_k$  является набор  $(k-a_1+1, \dots, k-a_n+1)$ .

*Определение 1.* группоид  $(G, +)$  называется *парагруппой*, если бинарная операция  $+$  обладает двусторонним нейтральным элементом и каждый элемент обратим.

Таким образом, введение на множестве упорядоченных разбиений суммы Борда превращает её в идемпотентную коммутативную парагруппу. Особенности этой схемы посвящено много исследований [2]. Мы введём в рассмотрение альтернативную операцию и докажем, что она обладает такими же алгебраическими свойствами.

*Чартерный анализ.* Опишем процедуру составления агрегированного рейтинга  $C$  по двум данным рейтингам  $A, B$ , представляющим собой два упорядоченных разбиения отрезка натурального ряда.

*Определение 2.* *Чартом* рейтинга  $B$  по рейтингу  $A$  называется результат следующей процедуры:

1. Произведём редукцию рейтингов, объединив в группы объекты, которые имеют одинаковые номера в обоих рейтингах. Сохраним обозначения рейтингов.

2. Упорядочим объекты в уже редуцированном рейтинге  $B$  по возрастанию их номера в рейтинге  $A$ . Причем, если несколько объектов имели одинаковые номера в  $A$ , то упорядочивание происходит по возрастанию их номеров

в рейтинге  $B$  (все они различны после редукции). Возникает отображение  $f$  отрезка  $[1, \dots, n]$  в себя, при котором номеру объекта по порядку в  $A$  ставится его номер в рейтинге  $B$ .

3. Рассмотрим последовательность  $f(1), \dots, f(n)$ . Первому объекту сопоставляем номер  $1$ . Если  $f(2) < f(1)$ , то второму объекту сопоставляем тот же номер и переходим к сравнению второго объекта со следующими. Если  $f(2) = f(1)$  или  $f(2) > f(1)$ , то переходим к следующему объекту, продолжая сравнивать с первым. Продолжаем указанную процедуру до остановки процесса.

Полученная группа объектов называется чартом рейтинга  $B$  по рейтингу  $A$ . Назовем его первым чартом, удалим из исходных рейтингов все объекты, вошедшие в первый чарт. Применим процедуру составления чарта к новым двум рейтингам, сформировав второй чарт. Данное построение продолжим до исчерпания всех объектов.

Все объекты тем самым получили свое место в одном из чартов, присвоив каждому объекту номер чарта, в котором он содержится. Получили новое упорядоченное разбиение отрезка  $[1, \dots, n]$ . Раскроем редуцированные группы, присвоив им одинаковые номера.

*Определение 3.* Полученное упорядоченное разбиение  $C$  назовём агрегированным рейтингом и будем писать  $C = A +_{ar} B$ .

Сформулируем и докажем теорему об основных свойствах введённой процедуры составления агрегированного рейтинга.

*Теорема.* Группоид  $(G, +_{ar})$  является идемпотентной коммутативной парагруппой.

*Доказательство.* Докажем последовательно каждое из требуемых свойств бинарной операции.

1. *Идемпотентность.* Рассмотрим произвольный элемент группоида  $G$ . Редукция приводит к тому, что все номера в редуцированном рейтинге различны. Для осуществления процедуры составления первого чарта рейтинга по самому себе переупорядочим объекты по возрастанию номеров. Мы получим две одинаковых строго возрастающих последовательности от  $1$  до некоторого  $k$ . На первом месте стоит  $1$  и только этот объект попадает в первый чарт, т.к. меньших номеров нет, т.е. объект, который был первым в рейтинге, попадет в чарт номер  $1$ . Тем самым, номер объекта равен номеру чарта, и результатом агрегирования рейтинга станет сам этот рейтинг.

2. *Коммутативность.* Рассмотрим два рейтинга, уже после проведенной редукции. Достаточно доказать, что объекты попавшие в первый чарт, попадут в него и при переупорядочивании по второму рейтингу. Если первый чарт состоит из одного элемента, а это обязательно первый элемент, то это означает, что во втором рейтинге его номер также  $1$ , и при переупорядочивании только он попадет в первый чарт. Пусть далее  $n_1 < \dots < n_k$  – номера объектов в первом рейтинге, попавшие в первый чарт. Это означает, что их номера во втором рей-

тинге были строго убывающими  $s_1 > \dots > s_k$ . После переупорядочивания по второму рейтингу по возрастанию числа  $n_i$  расположатся в списке по убыванию. Предположим, что между  $n_i$  и  $n_{i+1}$  стоит число  $t$  такое, что  $n_i \geq t$ ,  $n_{i+1} > t$ . У числа  $t$  есть свой номер  $r$  в первом рейтинге и он находится между  $s_i$  и  $s_{i+1}$ :  $s_i \geq r \geq s_{i+1}$ . Тогда, при первом упорядочивании выполнялась цепочка неравенств  $n_1 < \dots < t \leq n_i < n_{i+1} < \dots < n_k$ .

Их номера во втором рейтинге имеют вид  $s_1 > \dots > r \leq s_i > s_{i+1} > \dots > s_k$ . В указанной цепочке одно из нестрогих неравенств строгое, иначе оба равенства означали бы, что элементы должны были быть объединены при редукции. Таким образом, оба объекта с номерами  $n_i$  и  $n_{i+1}$  не попадают в первый чарт. Мы получили противоречие. Значит, после числа  $n_{i+1}$  в первый чарт попадает число  $n_i$ .

3. *Левый нейтральный.* Докажем, что рейтинг  $(1, \dots, 1)$  является левым нейтральным по отношению к агрегированию. Согласно правилу составления агрегированного рейтинга по данному необходимо сначала редуцировать рейтинги, после чего во втором рейтинге все номера станут различными. Затем упорядочить второй рейтинг по возрастанию. Это ровно означает, что первый чарт будет состоять из всех объектов имеющих номер 1 во втором рейтинге и т.д. По коммутативности, левый нейтральный является и правым нейтральным.

4. *Обратимость.* Рассмотрим произвольный элемент  $(a_1, \dots, a_n)$  множества  $G_k$ . Обратным к нему является  $(k - a_1 + 1, \dots, k - a_n + 1)$ . В силу коммутативности можно считать что мы агрегируем второй по первому. Далее, не умаляя общности, можно считать, что первый рейтинг уже упорядочен по возрастанию. Редукция приведёт к тому, что в новых последовательностях все номера будут различными и их будет ровно  $k$ . Но это ровно означает, что второй рейтинг расположен в строго убывающем порядке, что означает, что в первый чарт войдут все элементы. Т.е. агрегированный рейтинг будет иметь вид  $(1, \dots, 1)$  – нейтральный элемент.

Доказательство теоремы завершено.

#### **Библиографический список**

1. Канторович Леонид Витальевич (1912–1986): Библиографический указатель / Ред. С. С. Кутателадзе. — 2-е изд., перераб. и доп. — Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 2012. — 204 с.
2. Regenwetter M., Grofman B. Approval voting, Borda Winners and Condorcet Winners: Evidence from seven Elections // Management Science. — 1998. — V. 44. № 4.
3. Кальницкий В. С., Молоков И. Е. Чартерный анализ предпочтений в стохастическом потоке событий // Предиктивный характер научных исследований и практика их реализации в условиях глобального кризиса в экономике и обществе: сборник научных статей по итогам международной научно-практической конференции. 21-22 августа 2020 года. Санкт-Петербург. — СПб.: Изд-во СПбГЭУ, 2020. — с. 126-130.
4. Comtet L., Advanced Combinatorics, Reidel. — 1974. — 228 P.
5. OEIS Foundation Inc. (2021), The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences, <http://oeis.org/A000670>

УДК 681.5

**О.С. Каримова, Т.Е. Тарасова, А.В. Тарасов**  
Военный институт (инженерно-технический), г. Санкт-Петербург  
*olgkarimova@yandex.ru*

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ КОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЕЙ И АНАЛИЗ ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ НАДЕЖНОСТИ**

В настоящее время работа различных аспектов современного общества, будь то инфраструктурные услуги или социально-экономические области, зависит от сетей связи. От надежности и доступности сетей (например, Интернета) зависит работоспособность многих важных объектов. В этой статье объясняется необходимость применения различных методов моделирования и анализа, которые помогут исследовать надежность сетей связи.

*Ключевые слова:* оценка надежности, коммуникационные сети, методы моделирования, модели надежности.

**O.S. Karimova, T.E. Tarasova, A.V. Tarasov**  
Military Institute (Engineering and Technical), St. Petersburg  
*olgkarimova@yandex.ru*

## **MODELING COMMUNICATION NETWORKS AND ANALYZING EXTREME RELIABILITY**

At present, the work of various aspects of modern society, be it infrastructure services or socio-economic areas, depends on communication networks. The operability of many important objects depends on the reliability and availability of networks (for example, the Internet). This article explains the need to apply various modeling and analysis techniques to help investigate the reliability of communications networks.

*Key words:* reliability assessment, communication networks, modeling methods, reliability models.

На каждом шагу в нашей жизни мы встречаемся с работой приложений коммуникационных сетей, будь то портативные устройства или сложное оборудование, используемое в медицинских устройствах, самолетах или энергосистемах. Чтобы обеспечить безопасность работы этих приложений, необходимо предотвратить сбои в основных сетевых элементах. Как могут проблемы в коммуникационных связях повлиять на производительность сетевых сервисов и привести к нежелательным результатам, можно увидеть на примере работы облачного сервиса. Вычислительная сеть виртуального центра обработки

данных в облаке подвержена временным задержкам, утечкам информации и другим сбоям. При анализе незащищенных мест облачных вычислений выявлено, что основными причинами возможных сбоев являются небезопасные интерфейсы, потери данных и сбои оборудования. ИТ-гиганты, такие как *Яндекс*, *Сбер*, могут стать жертвами этих незащищенных мест. Так, например, в 2020 году компания *ВКонтакте* потеряла свои данные. Чтобы спрогнозировать такого рода проблемы обращаются к методам моделирования и анализа надежности.

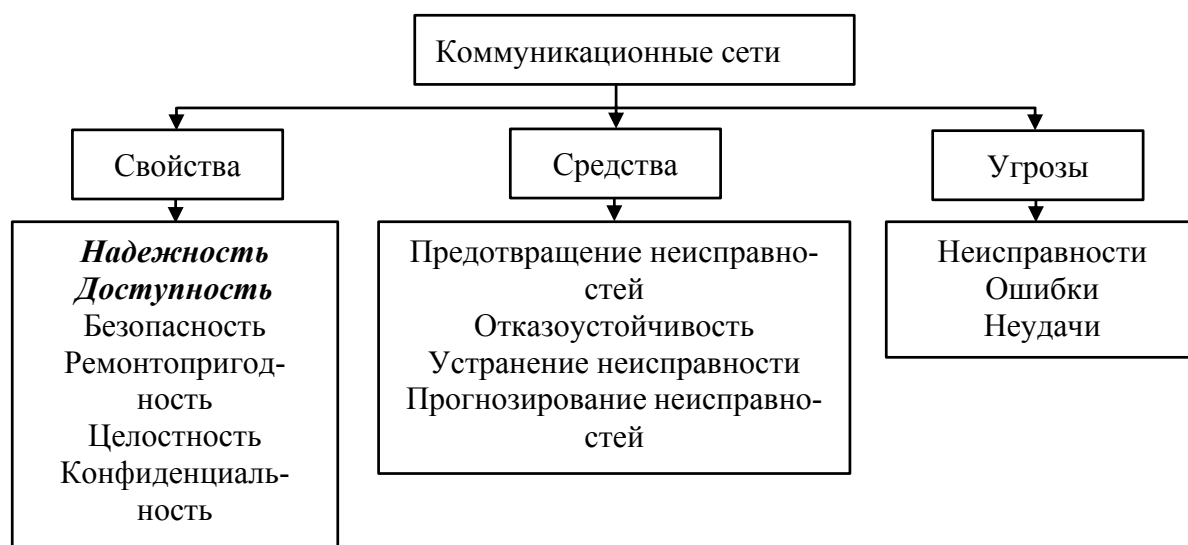
Вероятность того, что система и ее части будут правильно работать в определенных условиях заданное время, называют надежностью. Например, при рассмотрении сетевой надежности, сеть описывается графом, в котором ребра – это сетевые каналы, а узлы – это рабочие станции, серверы, маршрутизаторы и другие устройства. При этом надежность сетевых узлов, называемая конечной надежностью, – это вероятность того, что набор рабочих ребер обеспечивает пути связи между каждой парой узлов. Другим ключевым показателем является доступность, т.е. вероятность того, что компонент будет доступен по запросу [1]. Например, доступность ячеистой (сотовой) сети – это вероятность того, что каждый ячеистый узел подключен, по крайней мере, к одному шлюзу. Заметим, что надежность относится к безотказной работе в течение определенного интервала времени, а доступность относится к безотказной работе в данный момент времени. Через функцию надежности и ремонтпригодности, которая определяется как вероятность выполнения успешного ремонта системы в заданное время и в заданных условиях выражают готовность системы. Причем, если мы сохраняем показатель ремонтпригодности постоянным, то доступность системы прямо пропорциональна надежности системы.

Таким образом, повышение надежности увеличивает доступность системы и наоборот [2]. Надежность и доступность, в первую очередь, определяются как способность системы безошибочно выполнять желаемую функцию или задачи в определенной среде в запланированный период времени. У других авторов [3-5] можно встретить описание надежности системы, как набор следующих свойств: доступности, безопасности, ремонтпригодности, целостности и конфиденциальности. Остановимся на надежности и доступности как двух самых важных показателей в области коммуникационных сетей.

Общая концепция надежности показана на рисунке 1. Выделим на схеме надежность и доступность из-за их важности и широкого использования в области коммуникационных сетей.

На этапе проектирования расчет надежности производится с целью предсказания ожидаемой надежности проектируемой сети связи, прогнозирования поведения сети во времени и обеспечения поддержки принятия решений с эффективными характеристиками. Так, прогноз надежности, позволяет нам определить требования к избыточности в данной сети, определить способность сети поддерживать оптимальный уровень надежности в критических условиях

окружающей среды и оценить влияние на надежность всей сети проектных изменений.



**Рис. 1. Общая концепция надежности**

Прогноз доступности тоже позволяет нам оценить различные варианты проектирования технического обслуживания для достижения желаемой доступности сети. Для проведения качественного и количественного анализа надежности требуется выбрать соответствующий метод математического моделирования и анализ. Математический метод должен эффективно фиксировать параметры реальной сети, а анализ показывать поведение системы без реального запуска сети. Одни методы могут обеспечить анализ на начальном этапе проекта, другие методы обеспечивают анализ на последующих этапах проектирования. К методам моделирования надежности и доступности сетей связи относят: блок-схему надежности, дерево отказов и цепь Маркова. При этом модели, разработанные с использованием этих методов, анализируются в основном аналитически или анализом на основе моделирования. Формальный метод анализа надежности сетей связи использует математическую логику для точного моделирования предполагаемого поведения системы и использует математические рассуждения для построения неопровержимого доказательства того, что данная система удовлетворяет ее требованиям. В этом преимущество формального метода анализа, т.к. аналитический подход может содержать, например, неявные предположения разработчика, что создаст проблемы при создании и внедрении системы.

Как проводить оценку надежности сетей связи, показано на рисунке 2. Основные шаги:

1. Разработка концептуальной модели поведения данной системы;
2. Расчет показателей надежности и доступности;
3. Выбор метода моделирования надежности;



4. Выбор методики анализа надежности.

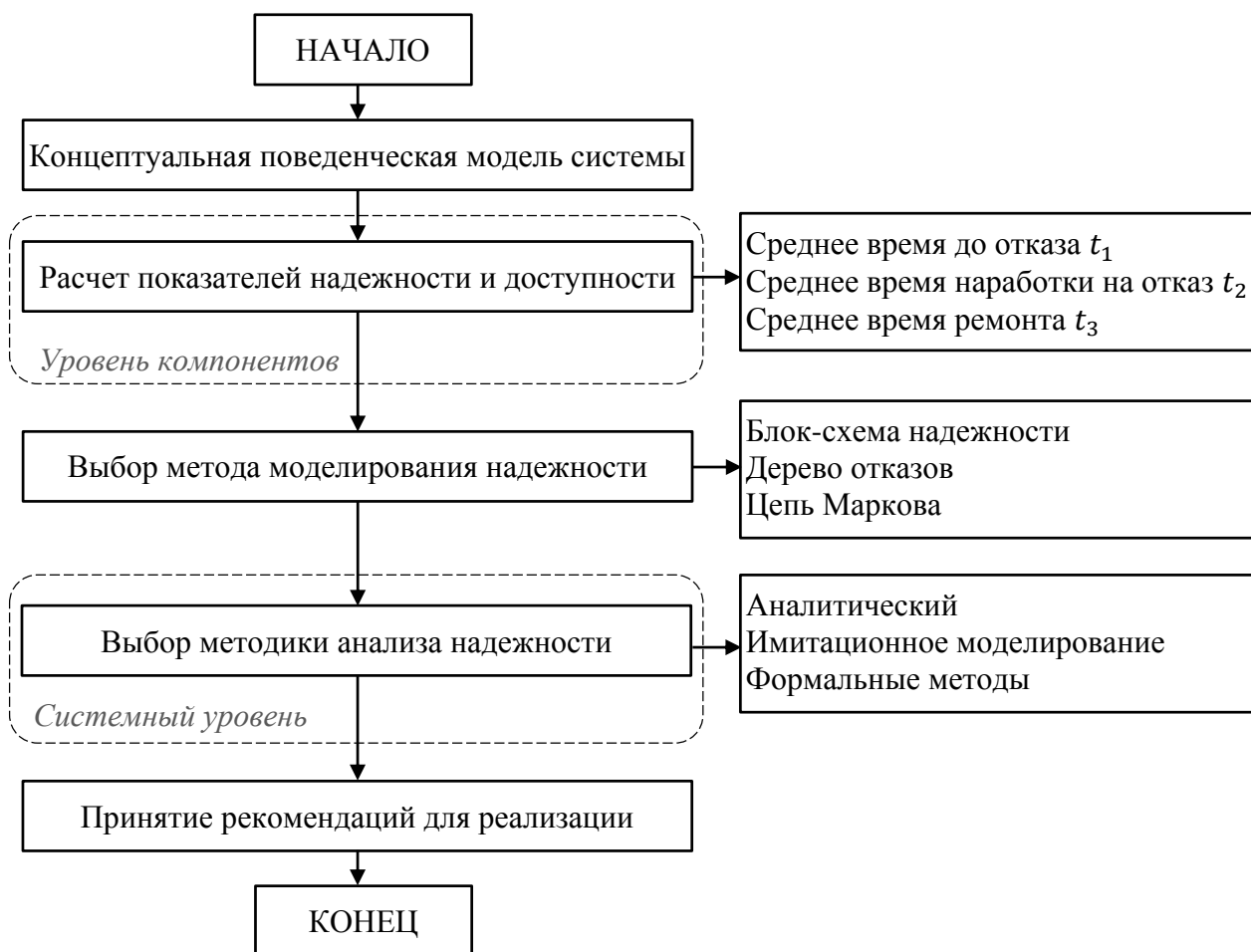


Рис. 2. Шаги по оценке надежности

Первый шаг оценки надежности начинается с построения концептуальной модели поведения системы. На этом этапе инженеры-проектировщики сети описывают предполагаемый режим связи и желаемое сетевое поведение (сетевые протоколы, топологии сети и отказоустойчивость данной сети связи). Второй шаг – это расчет основных показателей надежности и доступности, таких как среднее время до отказа ( $t_1$ ), среднее время наработки на отказ ( $t_2$ ) и среднее время восстановления ( $t_3$ ), на индивидуальном уровне коммуникационной сети. Показатели  $t_1$  и  $t_2$  являются основными показателями надежности, обычно измеряемыми в часах для неремонтируемых и восстанавливаемых систем соответственно.

Например, эти показатели могут быть получены путем статистического расчета частоты отказов маршрутизаторов, которые обычно моделируются как сетевые узлы. Предположим, 10 маршрутизаторов тестируются в течение 500 часов, и за это время происходит 2 отказа. Можем оценить интенсивность отказов маршрутизаторов, используя формулу:

$$\lambda = \frac{\text{КОЛИЧЕСТВО отказов}}{\text{количество маршрутизаторов} * \text{общее время}} = 0,0004 \text{ отказа/час}$$

$$\frac{1}{\lambda} = 2500 \text{ часов/отказ}$$

Так как доступность оценивается с помощью показателей надежности и ремонтпригодности, то есть доступность каждого сетевого компонента основана на показателях  $t_2$  и  $t_3$  каждого сетевого компонента [3]. Таким образом, доступность рассчитывается исходя из надежности и включает в себя ремонт. Типичная формула для расчета доступности:  $D = \frac{t_1}{t_3+t_1}$ .

Расчетные показатели на уровне компонентов выводят на определение методов моделирования надежности на уровне системы. Следующим шагом является выбор подходящего метода моделирования надежности, например блок-схема надежности, дерево отказов или цепь Маркова. В некоторых случаях выбор метода моделирования является прямым следствием решений, принятых на первом этапе. Например, если система динамическая (по своей природе), то выбрать предпочтительней цепи Маркова [5]. Обычно, инженерами-проектировщиками используются блок-схемы надежности и деревья отказов, потому что с помощью них моделировать сложные сетевые системы проще. На последнем этапе инженеры-проектировщики выбирают метод анализа надежности. Например, при выборе методов моделирования в пространстве состояний можно использовать аналитические методы, если данная система не слишком велика.

#### Выводы

1. Методы анализа надежности (такие как аналитические методы, имитационное моделирование и формальные методы) являются важным инструментом для изучения надежности и доступности телекоммуникационных сетей.
2. Для успешного проектирования сетей связи необходимо строить различные модели надежности (блок-схемы надежности, деревья отказов или цепи Маркова).

#### Библиографический список

1. Матвеевский В.Р. Надежность технических систем. Учебное пособие – Московский государственный институт электроники и математики. М., 2002 г. – 113 с.
2. Weibull, <http://www.weibull.com/hotwire/issue26/relbasics26.htm>.
3. Schneidewind N. F., Computer, Network, Software, and Hardware Engineering with Applications, John Wiley & Sons, 2012.
4. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем. (Перевод с английского М.В. Горбатовой, В.Л. Торхова, В.Н. Четверикова под редакцией В.А. Горбатова) Москва: Издательство «Мир». Редакция литературы по новой технике, 1984.
5. Викторова В.С., Степанянц А.С.. Модели и методы расчета надежности технических систем. Изд. 2-е, испр. – Москва : URSS : Ленанд, cop. 2016. – 254 с.

УДК 378.225

**Р.Л. Кашеев, Н.А. Мамаева, А.А. Гонтарь**  
Военный институт (инженерно-технический), г. Санкт-Петербург  
*mnatt@mail.ru*

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧ ПЛАНИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ**

При изучении сложных процессов, явлений, конструировании новых сооружений очень часто применяется моделирование. Моделирование является важным инструментом научной абстракции, позволяющим выделить, обособить и анализировать существенные для данного исследования характеристики объекта – свойства, взаимосвязи, структурные, функциональные параметры. В рамках данной работы рассмотрены основные этапы моделирования, а также предложены конкретные примеры математических моделей задач планирования и управления, которые сводятся к задачам математического программирования.

*Ключевые слова:* моделирование, модель, линейное программирование, математическая модель.

**R.L. Kashcheev, N.A. Mamayeva, A.A. Gontar**  
Military Institute (Engineering and Technical), St. Petersburg  
*mnatt@mail.ru*

## **MATHEMATICAL MODELING OF PLANNING AND MANAGEMENT PROBLEMS**

When studying complex processes, phenomena, and designing new structures, modeling is often used. Modeling is an important tool of scientific abstraction that allows you to identify, isolate and analyze the essential characteristics of an object for this study – properties, relationships, structural and functional parameters. In the framework of this work, the main stages of modeling are considered, and specific examples of mathematical models of planning and management problems are proposed, which are reduced to the tasks of mathematical programming.

*Key words:* modeling, model, linear programming, mathematical model.

При изучении сложных процессов, явлений, конструировании новых сооружений очень часто применяется моделирование. Исторически первым из известных приемов моделирования является метод подобия. Суть его в том, что изучаемое явление воспроизводится в экспериментальных условиях, в другом масштабе, «в малом». На такой действующей модели ведется изучение явления. Однако такой метод моделирования применяется далеко не всегда. Это

объясняется не столько трудностью осуществления такого моделирования, как тем, что воспроизведение явлений в уменьшенном масштабе может просто исказить суть явления, а не облегчить его исследование.

Модель – это специально создаваемый объект, на котором воспроизводятся вполне определенные характеристики исследуемого объекта с целью его изучения, а моделирование – вполне определенное конкретное отображение рассматриваемых характеристик изучаемого объекта в целях его исследования. Моделирование является важным инструментом научной абстракции, позволяющим выделить, обособить и анализировать существенные для данного исследования характеристики объекта – свойства, взаимосвязи, структурные, функциональные параметры. Математическое моделирование является наиболее совершенным и вместе с тем наиболее эффективным методом моделирования. Именно этот путь моделирования открывает двери для применения могущественных средств математического анализа, так как по самой своей природе математические методы не могут прилагаться непосредственно к действительности, а только к математическим моделям того или иного круга явлений. Естественно, результаты исследования такой модели будут иметь практический интерес, если сама модель достаточно адекватна рассматриваемому явлению. Степень совершенства математических моделей, применяемых в той или иной науке, математический аппарат, используемый для их исследования, в известной мере характеризует уровень развития науки [1].

Сегодня моделирование привлекает внимание многих исследователей из различных научных областей. Моделирование сложных экономических процессов позволяет решить ряд ключевых вопросов – оценить структуру изучаемого явления, понять взаимодействие и взаимовлияние элементов системы, выявить возможные риски.

Отправным пунктом создания той или иной модели является конкретная эмпирическая ситуация, выдвигающая перед исследователем проблему, которую необходимо решить. Однако, для того, чтобы решать ту или иную задачу, предварительно необходимо описать структуру предполагаемого процесса, сформулировать гипотезы о развитии процесса, определить основные или существенные особенности явления. После того как наиболее важные факторы выявлены, необходимо представить их на языке математических понятий и величин в виде систем уравнений или арифметических соотношений. Созданную модель следует подвергнуть проверке. Во-первых, математическая основа модели должна быть непротиворечивой, во-вторых, адекватно описывать исходный экономический процесс. Осуществляя моделирование реальных экономических явлений необходимо учитывать множество процессов, что чрезвычайно сложно, поэтому после верификации модели и проверки ее адекватности, можно корректировать математическую модель и формулировку поставленной задачи. Таким образом, моделирование можно условно изобразить в виде следующей последовательности шагов (рис. 1).

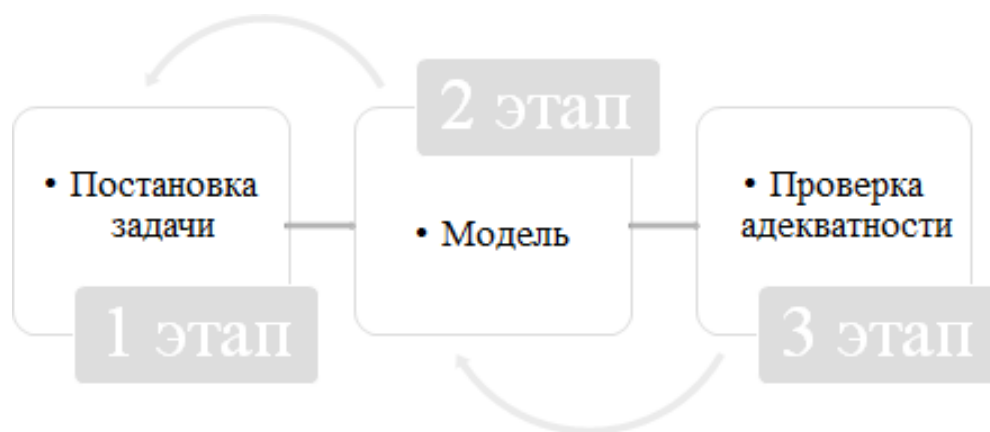


Рис. 1. Этапы моделирования

Экономическая наука давно использует модели. Одной из первых макроэкономических моделей была модель воспроизводства Ф. Кене (1758 г.). По мере все более широкого привлечения математического аппарата для исследования и решения экономических задач возникла необходимость в создании математических методов, специально приспособленных к задачам экономического анализа. Именно этому обязан своим происхождением ряд новых математических дисциплин таких, как линейное программирование, динамическое программирование, теория игр, теория графов и др. Предметом исследования этих прикладных математических дисциплин являются математические модели, порожденные и связанные в подавляющем большинстве случаев с определенными экономическими процессами. Характерным для экономических задач является множественность, вариативность возможных (или допустимых) решений [2].

При планировании в экономике большое значение имеют математические методы нахождения наилучшего, оптимального решения, объединяемые названием математическое программирование. Приведем примеры математических моделей задач планирования и управления, которые сводятся к задачам математического программирования.

Модель Неймана расширяющейся экономики. Модель является одной из первых моделей экономической динамики. Она построена известным американским математиком Джоном Фон Нейманом в 1937 году. Суть ее заключается в следующем [3].

Пусть имеется  $n$  технологических способов производства и  $m$  видов производимой продукции,  $x_j$  – интенсивность применения  $j$ -го технологического способа,  $a_{ij}$  – величина затрат  $i$ -го продукта в  $j$ -м технологическом способе,  $b_{ij}$  – выпуск  $i$ -го продукта  $j$ -м технологическим способом. Введем вектор интенсивностей  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , матрицу затрат  $A = (a_{ij})_{i,j=1}^{m,n}$  и матрицу выпуска  $B = (b_{ij})_{i,j=1}^{m,n}$ . Предполагается, что модель удовлетворяет условиям:

1. Все технологические способы могут применяться с любыми неотрицательными интенсивностями;

2. Во всех технологических способах имеются ненулевые затраты и для каждого вида продукции существует способ, который этот продукт производит.

Требуется найти максимально возможный темп роста производства  $\max \alpha$  (числовой параметр) при условиях:

1.  $\alpha Ax \leq Bx$ ;

2.  $x \geq 0$ .

Транспортная задача. В простейшем своем варианте задача возникает, когда речь идет о рациональной перевозке некоторого однородного продукта от производителей к потребителям. Задача в общем виде состоит в определении оптимального плана перевозок некоторого однородного груза из  $m$  пунктов отправления  $A_1, A_2, \dots, A_m$  в  $n$  пунктов назначения  $B_1, B_2, \dots, B_n$ . В качестве критерия оптимальности можно взять минимальную стоимость перевозок всего груза, либо минимальное время его доставки.

Существуют и другие примеры математических моделей задач планирования и управления: задача об оптимальном плане выпуска продукции, задача размещения, задача о назначениях и др.

#### **Библиографический список**

1. Ермакова А.А. К вопросу о математическом моделировании при подготовке студентов экономических специальностей / А.А. Ермакова, И.А. Тарасова // Известия ВолгГТУ. Серия "Новые образовательные системы и технологии обучения в вузе". Вып. 11: межвуз. сб. науч. ст. / ВолгГТУ. - Волгоград, 2014. - № 14 (141). - С. 43-45.

2. Рогачев А.Ф. Алгоритмическое моделирование экономических процессов на основе компьютерных тренажеров / Рогачев А.Ф., Процюк М.П. // Известия Нижневолжского агроуниверситетского комплекса: Наука и высшее профессиональное образование. - 2014. - № 1. - С. 260-264.

3. Экономический менеджмент на модельном тренажере «Модест»: руководство пользователя / В.А. Житков [и др.] – М.: ЦЭМИ РАН, 2013-100 с.

УДК 519.852.33

**Н.С. Кузнецова**

Военная академия радиационной, химической и биологической защиты,  
г. Кострома  
*let044@yandex.ru*

## **ПРИМЕНЕНИЕ СПЕЦИАЛЬНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ ПРИ РЕШЕНИИ ВОЕННО-ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ**

Исследование направлено на определение возможности применения оптимизационного подхода в области решения военно-прикладных задач и определена его актуальность. В статье рассмотрен конкретный пример решения логистических военно-прикладных задач методом линейного программирования с использованием среды *Microsoft Excel* и надстройки «Поиск решения». Приведены математические модели решаемой задачи, а также пример оформления решения в табличном процессоре. Автор показывает возможность вариативности условий, влияющих на результат решения, и делает вывод о целесообразности применения математических методов оптимизации для решения особого вида военно-прикладных задач.

*Ключевые слова:* линейное программирование, поиск решения, оптимизация, транспортная задача, математическая модель.

**N. S. Kuznetsova**

Military Academy of Radiation, Chemical and Biological Protection  
*let044@yandex.ru*

## **THE APPLICATION OF SPECIAL MATHEMATICAL METHODS OF OPTIMIZATION IN THE SOLUTION OF APPLIED MILITARY TASKS**

The research is aimed at determining the possibility of applying the optimization approach in the field of solving military-applied problems and its relevance is determined. The article considers a specific example of solving logistics military-applied problems by linear programming using the Microsoft Excel environment and the "Solution Search" add-in. Mathematical models of the problem to be solved are given, as well as an example of the design of the solution in a table processor. The author shows the variability of conditions that affect the result of the solution and concludes that it is advisable to use mathematical optimization methods to solve a special type of military-applied problems.

*Keywords:* linear programming, solution search, optimization, transport problem, mathematical model.

В настоящее время решение задач, направленных на получение наилучшего результата при определенных условиях, является актуальным и современным подходом в различных областях науки. Известные и широко распространенные, так называемые, транспортные задачи давно нашли применение в логистике, экономике. Также к задачам оптимизации относятся решения по оптимальному планированию деятельности предприятий и распределения трудовых ресурсов; нахождение оптимального состава смеси сырья; бинарные задачи распределения и множество других, результатом которых является нахождение функции цели, стремящейся к максимуму, минимуму или определенному значению.

Современные военно-прикладные задачи также часто требуют оптимизационного подхода. Знать при каких условиях будет выполнена задача в полном или частичном объеме, как и кого обеспечить необходимыми материальными ресурсами, учитывая географическое положение объектов, оснащение автотранспортом и иные условия. Можно приводить множество примеров: в частности, В.В. Козлов в своей статье рассматривает математическую модель оптимизации конструктивных параметров многофакторных средств поражения с использованием методов линейного программирования, Ю.П. Улыбышев выполняет обзор методов оптимизации траекторий космических аппаратов с использованием дискретных множеств псевдоимпульсов [1, 2]. Чаще всего для решения такого рода задач используются специальные математические методы или совокупность математического программирования и информационных технологий.

В настоящее время современным способом решения оптимизационных военно-прикладных задач является применение надстройки программы Microsoft Excel «Поиск решения» [3]. Описание решений в этой надстройке есть у Н.В. Катаргина, Н.С. Кузнецовой, У.Ю. Титовой, И.В. Болдаковой, Н.А. Неробеевой, Н.А. Тюрина, Л.Я. Громской и др. [4, 5, 6].

Учитывая вышеизложенное, можно утверждать, что интерпретация и адаптация существующих методов оптимизации под их применение в области военного искусства является актуальным направлением в настоящее время.

В качестве базового примера применения можно рассмотреть условную задачу войск радиационной, химической и биологической защиты (РХБЗ). При этом важно понимать, что условия могут дополняться, а для исследователя самое важное определить, как найти функцию цели.

Задача: перед ротой войск РХБЗ поставлены 4 задачи. Для выполнения конкретной задачи приобретаются технические средства (ТС) не более одного для каждого из 10 образцов с производительностью  $Q$  и стоимостью  $C$  (Таблица 1). При этом необходимо обеспечить выполнение условий (Таблица 2).

Рассчитать, какие ТС из 10 образцов приобрести для выполнения конкретной задачи, обеспечив минимальные затраты.



**Таблица 1**

**Производительность и стоимость ТС**

1 задача			2 задача			3 задача			4 задача		
ТС	Q1	C1, млн.руб	ТС	Q2	C2, млн.руб	ТС	Q3	C3, млн.руб	ТС	Q3	C4, млн.руб
1-1	10	1,2	2-1	11	3	3-1	10	1,2	4-1	200	1,2
1-2	20	1,5	2-2	5	1,5	3-2	20	1,5	4-2	100	1,5
1-3	40	3	2-3	6	3	3-3	40	3	4-3	300	3,3
1-4	50	5	2-4	15	4,9	3-4	50	5	4-4	400	5,1
1-5	25	2	2-5	7	2	3-5	25	2	4-5	200	2
1-6	30	3	2-6	3	0,8	3-6	30	3	4-6	150	3
1-7	42	4	2-7	12	4,1	3-7	42	4	4-7	120	4
1-8	51	5,1	2-8	11	4	3-8	51	5,1	4-8	110	4,2
1-9	28	2,1	2-9	10	3,6	3-9	28	2,1	4-9	111	2,1
1-10	33	3,6	2-10	9	2,1	3-10	33	3,6	4-10	330	3,6

**Таблица 2**

**Условия задачи**

	суммарная производительность
1 задача	Не меньше 100 км <sup>2</sup>
2 задача	Не меньше 80 шт
3 задача	Не меньше 50 шт.
4 задача	Не меньше 700 км <sup>2</sup>

Математическая модель задачи:

Переменные (количество ТС) обозначим  $X_{ij}$ , стоимость соответствующего ТС –  $C_{ij}$ , производительность –  $Q_{ij}$ , итоговая стоимость задачи  $CC_i$ , итоговая производительность задачи  $QQ_i$ , где  $i$  – номер задачи,  $j$  – номер образца.

1 этап «Нахождение производительности и стоимости каждого ТС в соответствующей задаче»:

$$Q_{ij} = X_{ij} \cdot Qi_j \quad (1)$$

$$C_{ij} = X_{ij} \cdot Ci_j \quad (2)$$

2 этап «Определение производительности и стоимости задачи»:

$$QQ_i = \sum_{j=1}^n Q_{ij} \quad (3)$$

$$CC_i = \sum_{j=1}^n C_{ij} \quad (4)$$

3 этап «Определение функции цели»:

$$F = \sum_{j=1}^n CC_i \rightarrow \min \quad (5)$$

4 этап: «Определение ограничений»:

$$QQ_i \leq \text{суммарная производительность по условию задачи}$$

Для решения такой задачи, как было сказано выше, целесообразно использовать табличный процессор, например, *Microsoft Excel* и надстройку «По-

иск решения». По авторскому мнению, задачу в табличном процессоре целесообразно оформить так, как показано на рис. 1. Переменными выступают ячейки, отвечающие за количество ТС (колТС). При этом следует понимать, что значения переменных могут принимать значение или 0, или 1. Очевидным является что функция цели – это сумма общих стоимостей каждой задачи, в соответствии с формулой (5). В соответствии с математической моделью (формулой 2), стоимость использования в каждой задаче рассчитывается умножением переменной, отвечающей за количество ТС, на соответствующую исходную стоимость ТС. Затем производится итоговое суммирование по соответствующим столбцам (4). Также в задаче необходимо осуществить расчет производительности в каждой задаче (1), (3). Производительность определяется функцией СУММПРОИЗ, аргументами которой выступают два массива: первый массив содержит переменные значения количества ТС соответствующей задачи, второй – значения соответствующих производительностей. На рисунке 1 в ячейках, содержащих формулы, которые используют ячейки переменных, стоят значения 0.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
3		ТС, Q1	С1, млн.руб		ТС, Q2	С2, млн.руб		ТС, Q3	С3, млн.руб		ТС, Q3	С4, млн.руб
4	1-1	10	1,2	2-1	11	3	3-1	10	1,2	4-1	200	1,2
5	1-2	20	1,5	2-2	5	1,5	3-2	20	1,5	4-2	100	1,5
6	1-3	40	3	2-3	6	3	3-3	40	3	4-3	300	3,3
7	1-4	50	5	2-4	15	4,9	3-4	50	5	4-4	400	5,1
8	1-5	25	2	2-5	7	2	3-5	25	2	4-5	200	2
9	1-6	30	3	2-6	3	0,8	3-6	30	3	4-6	150	3
10	1-7	42	4	2-7	12	4,1	3-7	42	4	4-7	120	4
11	1-8	51	5,1	2-8	11	4	3-8	51	5,1	4-8	110	4,2
12	1-9	28	2,1	2-9	10	3,6	3-9	28	2,1	4-9	111	2,1
13	1-10	33	3,6	2-10	9	2,1	3-10	33	3,6	4-10	330	3,6
14												
15		колТС	Ст-сть использ		колТС	Ст-сть использ		колТС	Ст-сть использ		колТС	Ст-сть исп
16	1-1		0	2-1		0	3-1		0	4-1		0
17	1-2		0	2-2		0	3-2		0	4-2		0
18	1-3		0	2-3		0	3-3		0	4-3		0
19	1-4		0	2-4		0	3-4		0	4-4		0
20	1-5		0	2-5		0	3-5		0	4-5		0
21	1-6		0	2-6		0	3-6		0	4-6		0
22	1-7		0	2-7		0	3-7		0	4-7		0
23	1-8		0	2-8		0	3-8		0	4-8		0
24	1-9		0	2-9		0	3-9		0	4-9		0
25	1-10		0	2-10		0	3-10		0	4-10		0
26		Q1	Стоимость1		Q2	Стоимость2		Q3	Стоимость3		Q4	Стоимость4
27	общее вып.зад	0	0		0	0		0	0		0	0
28												
29	Общая стоимость боевого выхода	0										

**Рис. 1. Пример оформления оптимизационной задачи**

В поставленной задаче необходимо минимизировать функцию цели, следовательно, заполнение полей в надстройке «Поиск решения» выглядит следующим образом (рис. 2).

Исследователь, который осуществляет решение задачи, особое внимание должен уделить ограничениям. В указанном примере есть ограничения по производительности каждой задачи, также необходимо учесть целочисленное значение переменных и то, что они принимают значение или 0, или 1. Ограничений может быть гораздо больше, в зависимости от условий решаемой задачи, но не более 200. Можно учесть стоимость обучения операторов ТС, доставки и т.д. Затем исследователь определяется с методом решения. Первый ищет решение методом обобщенного приведенного градиента (ОПГ) для нелинейных задач. Стандартно выбран именно этот вариант, но можно попробовать и другие. Второй – пытается отыскать решение для линейных задач, используя симплекс-метод. Третий – для выполнения поставленной задачи использует эволюционный поиск.

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До:  Максимум  Минимум  Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

Сделать переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения:

Метод решения

Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

**Рис. 2. Заполнение полей надстройки «Поиск решения»**

В том случае, если ни один из методов не принес удовлетворительных результатов, стоит проверить данные в таблице и параметрах еще раз, поскольку именно это является самой частой ошибкой в подобного рода задачах.

После команды «Найти решение» результатом является нахождение минимального значения функции, при этом обеспечивается соблюдение ограничений. Результат решения показан на рисунке 3. Полученные значения показывают сколько и каких ТС следует приобрести, чтобы обеспечить выполнение каждой задачи в достаточном объеме. Скорость решения поставленного задания высокая, изменяя условия, можно быстро получить новые результаты, тем самым обеспечить оперативность принятия решений, что является неоспоримым достоинством в области военных задач.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
3		ТС, Q1	C1, млн.руб		ТС, Q2	C2, млн.руб		ТС, Q3	C3, млн.руб		ТС, Q3	C4, млн.руб	
4	1-1	10	1,2	2-1	11	3	3-1	10	1,2	4-1	200	1,2	
5	1-2	20	1,5	2-2	5	1,5	3-2	20	1,5	4-2	100	1,5	
6	1-3	40	3	2-3	6	3	3-3	40	3	4-3	300	3,3	
7	1-4	50	5	2-4	15	4,9	3-4	50	5	4-4	400	5,1	
8	1-5	25	2	2-5	7	2	3-5	25	2	4-5	200	2	
9	1-6	30	3	2-6	3	0,8	3-6	30	3	4-6	150	3	
10	1-7	42	4	2-7	12	4,1	3-7	42	4	4-7	120	4	
11	1-8	51	5,1	2-8	11	4	3-8	51	5,1	4-8	110	4,2	
12	1-9	28	2,1	2-9	10	3,6	3-9	28	2,1	4-9	111	2,1	
13	1-10	33	3,6	2-10	9	2,1	3-10	33	3,6	4-10	330	3,6	
14													
15		колТС	Ст-сть исполъз		колТС	Ст-сть исполъз		колТС	Ст-сть исполъз		колТС	Ст-сть исп	
16	1-1	1	1,2	2-1	1	3	3-1	0	0	4-1	1	1,2	
17	1-2	0	0	2-2	1	1,5	3-2	0	0	4-2	0	0	
18	1-3	1	3	2-3	0	0	3-3	0	0	4-3	1	3,3	
19	1-4	0	0	2-4	1	4,9	3-4	0	0	4-4	0	0	
20	1-5	1	2	2-5	1	2	3-5	1	2	4-5	1	2	
21	1-6	0	0	2-6	0	0	3-6	0	0	4-6	0	0	
22	1-7	0	0	2-7	1	4,1	3-7	0	0	4-7	0	0	
23	1-8	0	0	2-8	1	4	3-8	0	0	4-8	0	0	
24	1-9	1	2,1	2-9	1	3,6	3-9	1	2,1	4-9	0	0	
25	1-10	0	0	2-10	1	2,1	3-10	0	0	4-10	0	0	
26		Q1	Стоимость1		Q2	Стоимость2		Q3	Стоимость3		Q4	Стоимость4	
27	общее вып.зад	103	8,3		80	25,2		53	4,1		700	6,5	
28													
29	Общая стоимость боевого выхода	44,1											

**Рис. 3. Решение оптимизационной задачи с использованием надстройки «Поиск решения»**

Выводы: применение надстройки «Поиск решения» табличного процессора при решении оптимизационных военно-прикладных задач обеспечивает высокую скорость принятия решений и возможность варьирования внешних и внутренних условий задачи. Основной сложностью является совокупность действий: правильное определение переменных, заполнение нужных ячеек формулами и, конечно, понимание того как найти функцию цели. Пользова-

телю необходимо правильно составить математическую модель, направленную на функции цели и только потом применять надстройку «Поиск решения». В этом случае верный результат и оперативность его получения позволят достигнуть поставленные цели исследования.

#### **Библиографический список**

1. Козлов В.В., Голубцов Д.Л. Математическая модель оптимизации конструктивных параметров многофакторных средств поражения с использованием методов линейного программирования // В сборнике: Интеллектуальные системы, управление и мехатроника - 2018. Материалы Всероссийской научно-технической конференции. 2018. С. 245-250.
2. Улыбышев Ю.П. Обзор методов оптимизации траекторий космических аппаратов с использованием дискретных множеств псевдоимпульсов // Космическая техника и технологии. 2016. № 4 (15). С. 67-79.
3. Рональд У. Ларсен. Инженерные расчеты в Excel: учебный курс. / – Спб.: Вильямс, 204 г. – 544 с.
4. Катаргин Н.В. Решение некоторых сетевых задач в среде Excel // Корпоративное управление и инновационное развитие экономики Севера: Вестник Научно-исследовательского центра корпоративного права, управления и венчурного инвестирования Сыктывкарского государственного университета. 2019. № 1. С. 150–159. DOI: 10.34130/2070-4992-2019-1-150-159
5. Кузнецова Н.С., Титова У.Ю., Болдакова И.В., Колчина Н.А. Информационные технологии в решении прикладных военных задач // Вестник военного образования. 2017. № 5 (8). С. 22-28.
6. Тюрин Н.А., Громская Л.Я., Антонова Т.С., Зубова О.В., Силецкий В.В. Оптимизация территориального размещения лесных пожарно-химических станций // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. 2019. Вып. 227. С. 224–235. DOI: 10.21266/2079-4304.2019.227.224-235

УДК 004.94

**Кушнирчук И.И., Болгарев Д.В., Борисов Д.Н.**  
Военно-медицинская академия им. С.М. Кирова» МО РФ, Санкт-Петербург  
*borisov@vmeda.ru*

### **ВОЗМОЖНОСТИ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МЕДИЦИНСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ НА СОВРЕМЕННОМ ЭТАПЕ**

Имитационное моделирование все чаще используется для оптимизации функционирования и прогнозирования деятельности медицинских организаций. Вместе с тем, в доступной литературе не удалось найти сведений о применении данного метода при осуществлении лечебно-диагностического процесса сразу в нескольких функционально связанных в процессах оказании медицинской помощи объектах медицинской службы. Это особенно актуально при работе нескольких этапов медицинской эвакуации, развернутых на одном эвакуационном направлении. Благодаря средствам дискретно-событийного

моделирования начальник медицинской службы может получать информацию о готовности подразделений к предстоящим нагрузкам до непосредственного их задействования и подготавливать силы и средства для обеспечения соответствия пропускной способности плеча эвакуации поступающему потоку пациентов.

Организационно-штатная структура и схемы развертывания моделируемых медицинских подразделений, их взаимодействие на общем плане процесса эвакуации раненых позволяют создать имитационную модель деятельности медицинских частей и организаций на эвакуационном направлении.

Возможности дискретно-событийного моделирования позволяют осуществлять оперативный мониторинг данных медицинской обстановки и расчетных показателей.

Использование имитационного моделирования в деятельности органов управления медицинской службой всех уровней позволит прогнозировать варианты проведения лечебно-эвакуационных мероприятий на всех этапах медицинской эвакуации и принимать более обоснованные решения.

*Ключевые слова:* медицинские организации, дискретно-событийное моделирование, прогнозирование, анализ, эвакуационное направление.

**Kushnirchuk I.I., Bolgarev D.V., Borisov D.N.**  
S.M. Kirov Military Medical Academy, St. Petersburg  
*borisov@vmeda.ru*

## **POSSIBILITIES OF IMITATION MODELING OF MEDICAL PROVISION AT THE MODERN STAGE**

Simulation modeling is increasingly used to optimize the functioning and forecasting of the activities of medical organizations. At the same time, in the available literature, it was not possible to find information about the use of this method in the implementation of the treatment and diagnostic process in several functionally related medical care facilities of the medical service. This is especially true when several stages of medical evacuation are deployed in one evacuation direction. Thanks to the means of discrete-event modeling, the head of the medical service can receive information about the readiness of units for the upcoming loads before they are directly involved and prepare forces and means to ensure that the capacity of the evacuation arm corresponds to the incoming flow of patients.

The aim of the study was to develop elements of the decision support system for specialists of

The organizational and staff structure and deployment schemes of the simulated medical units, their interaction on the general plan of the process of evacuation of the wounded allow us to create a simulation model of the activities of medical units and organizations in the evacuation direction.

The capabilities of discrete-event modeling allow for operational monitoring of medical situation data and calculated indicators

The use of simulation modeling in the activities of medical service management bodies at all levels will allow predicting options for conducting medical evacuation measures at all stages of medical evacuation and making more informed decisions.

*Key words:* medical organizations, discrete-event modeling, forecasting, analysis, evacuation direction.

*Введение.* В практике имитационного моделирования встречаются отдельные модели деятельности медицинских подразделений. Опыт проведения лечебно-эвакуационных мероприятий медицинской службой ВС РФ в ходе военных конфликтов показывает, что один пациент при оказании помощи в ходе 1 случая лечения может последовательно менять до 5-6 медицинских частей и организаций. Таки образом, учитывая специфику военной медицины актуальна разработка новой модели взаимодействия разноплановых и зачастую территориально удаленных объектов медицинской службы.

*Целью исследования* являлась разработка элементов системы поддержки принятия решений специалистов органов управления медицинской службой по организации лечебно-эвакуационных мероприятий на эвакуационном направлении с использованием имитационного моделирования.

*Материалы и методы:* Метод исследования - это имитационное моделирование все взаимосвязанной деятельности этапов медицинской эвакуации на эвакуационном направлении в среде дискретно - событийного моделирования Anylogic. Материалами исследования послужили данные о организационно-штатной структуре и схемах развертывания военно-медицинских организаций, санитарном транспорте, а также интенсивности поступления раненых, больных и пораженных на этапы медицинской эвакуации

*Результаты исследования.* Изучение структуры и функционального предназначения медицинских частей и организаций позволило формализовать потоки раненых, больных и пораженных различной тяжести как внутри одного этапа эвакуации, так и в их совокупности на отдельном эвакуационном направлении.

Для корректной работы имитационной модели потребовалось создать таблицу вводных данных, которая используется программой для изменения динамических переменных, заданных в алгоритме при его сборке. Информация о интенсивности потоков, раненных на каждый из этапов, содержится в таблице *Excel*, из которой в последствии импортируется в *AnyLogic*. Распознавание данных в таком формате значительно упрощает взаимодействие с моделью и позволяет оперативно менять данные о динамически изменяющейся обстановке на поле боя.

В основу построения модели взяты расчетные задачи и математический аппарат, использующийся для оценки показателей лечебно-эвакуационных мероприятий:

- среднее время пребывания раненых и больных на этапе медицинской эвакуации;
- время медицинского обслуживания;
- средняя длительность ожидания оказания медицинской помощи раненым и больным, находящимся в очереди.

В схеме распределения временных параметров в модели использовалось распределение, характеризующее наименьшее, наибольшее и наиболее часто встречающееся время различных параметров. Конкретные значения получены справочным и экспериментальным путем по результатам проведения тактико-специальных учений в учебном центре Военно-медицинской академии (Красное село).

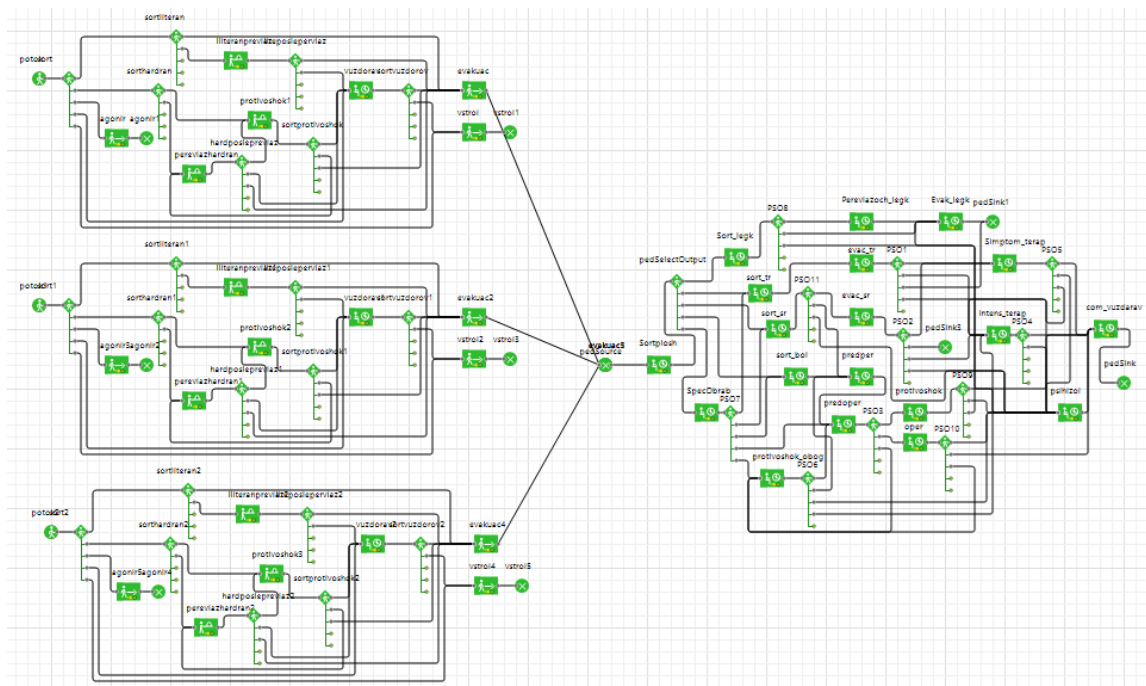
В результате была построена модель движения отдельно взятого пациента от места первого оказания помощи на приемно-сортировочном отделении медицинской роты бригады до его эвакуации из отдельных медицинских отрядов в гражданские учреждения здравоохранения.

При создании дискретно-событийной модели движения раненых по эвакуационному направлению следует рассмотреть отдельные блоки, которые представляют собой структурно-логическую схему движения раненых по этапам: медицинской роте бригады (рис. 1) и отдельному медицинскому отряду. Взаимодействие между этапами происходит через переход агента (раненного) из одного блока в другой. Соответственно, что для функционирования структурно-логической схемы отдельного медицинского отряда требуется выход агента из блока медицинской роты бригады.

Пациенты формировали потоки раненых, больных и пораженных различного профиля, и тяжести. Мощность и структуру потоков определяли входные данные, которые должен задавать при моделировании старший медицинских командир (начальник) в зависимости от характера планируемых боевых действий или рассмотрения их вариантов при прогнозировании.

В модели можно использовать любые входящие данные (табл. 1), характеризующие, с одной стороны, потоки пациентов, а с другой – силы и средства медицинской службы, необходимые для оказания им помощи.





**Рис. 1. Структурно-логическая схемы дискретно-событийной модели**

**Таблица 1. Вводные данные**

	Медицинская рота бригады (поток 1)	Медицинская рота бригады (поток 2)	Медицинская рота бригады (поток 3)
Легкораненные	40	50	45
Раненые средней степени тяжести	35	40	40
Тяжелораненные	20	25	30

Наиболее оперативны сценария использования модели предполагает использование следующих шагов:

1. Получение данных от предполагаемом характере боевых действий, виде используемых вооружений и, исходя из этого, определение санитарных потерь в области ответственности конкретной медицинской роты.

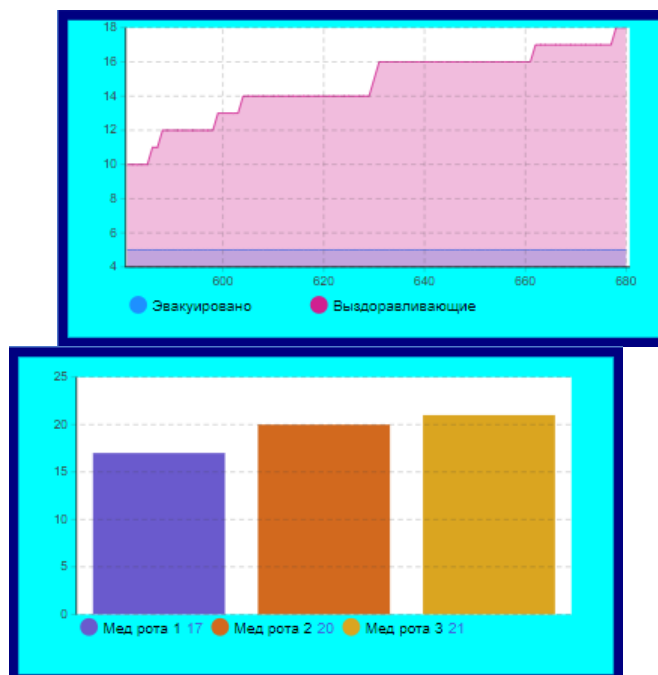
2. Определение для каждой медицинской роты интенсивности поступления пациентов.

3. В случае превышения допустимой нагрузки на конкретную медицинскую роту – принятие решения о ее усилении силами и средствами медицинской службы из имеющегося резерва или сокращения объема оказываемой помощи.

4. Подбор необходимого количества санитарного транспорта для санитарной эвакуации.

5. В случае нехватки санитарного транспорта – взаимодействие со службой Тыла и взаимодействующими службами о выделении для эвакуации раненых транспорта общего пользования

Показатели работы модели наглядно представляются (рис. 2) в интерфейсе медицинских специалистов органов управления для принятия управленческих решений. На интерфейс взаимодействия выводится отчет о проделанной работе медицинской службой, который в последствии может быть использован для аргументации перенаправления ресурсов на узкий участок направления.



**Рис.2. Примеры выводимой статистической информации**

Число выздоравливающих является актуальной информацией для восполнения числа комбатантов и должна использоваться при расчете боевого потенциала сторон вооруженного конфликта. Динамика каждого показателя должна находиться в коридоре т. н. «нормальных» значений. При проведении прогнозного моделирования вариантов развития событий «что будет, если» задачей медицинского специалиста органов управления как раз и является поиск такого варианта, при котором происходит оптимальное распределение имеющихся ресурсов для выполнения поставленной задачи.

Для наглядности данные о всех этапах эвакуации и местонахождении санитарного транспорта для наглядности отражаются на карте местности (рис.3). Модель обеспечивает реальную привязку к местности, что дает возможность учитывать расстояния в процессе анализа получаемых данных.

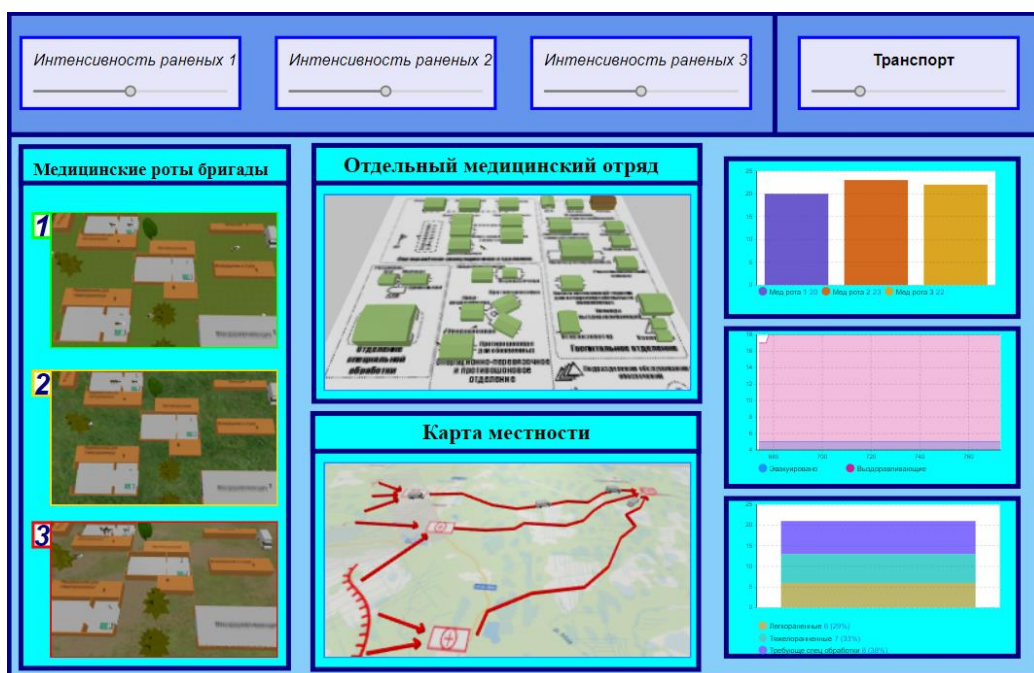


**Рис. 3. Взаимодействие этапов эвакуации на карте местности**

Используемый алгоритм создания макета позволяет интегрировать в схемы взаимодействия этапов эвакуации и оказания помощи раненым топографические данные расположения подразделений. При этом транспорт автоматически перемещается по имеющимся дорогам с заданной скоростью.

Разработанный интерфейс модели в режиме реального времени включает в себя

- движение пациентов в каждой медицинской части и организации
- входные данные, которые можно изменять прямо в ходе выполнения модели
- показатели лечебно-эвакуационных мероприятий



**Рис. 4. Общий план представления модели**

Представленная визуализация дает возможность одновременно наблюдать работу отдельных этапов, выводить статистические данные, получаемые

в ходы моделирования, а также отдельным блоком разместить интерфейс взаимодействия с программой. Существует возможность осмотра как всей обстановки в целом, так и наблюдением за отдельными подразделениями этапов эвакуации, что дает возможность более детально оценить уровень загруженности не только для всего эвакуационного направления, но и для его составляющих.

*AnyLogic* представляет широкий спектр инструментов для работы с моделью и изменению входных данных и ее структурных особенностей. Трехмерная визуализация отлично подходит для наглядной демонстрации результата прогнозирования работы эвакуационного направления, а получаемый статистические данные, выводимые в виде диаграмм показывают непосредственную нагрузку на выбранные подразделения или этапы. Как видим применение программного обеспечения *AnyLogic* дает возможность существенно сократить время на принятие решения о рациональном и высокоэффективном использовании сил и средств медицинской службы

**Вывод.** Организационно-штатная структура и схемы развертывания моделируемых медицинских подразделений, их взаимодействие на общем плане процесса эвакуации раненых позволяют создать имитационную модель деятельности медицинских частей и организаций на эвакуационном направлении.

Возможности дискретно-событийного моделирования позволяют осуществлять оперативный мониторинг данных медицинской обстановки и расчетных показателей

Использование имитационного моделирования в деятельности органов управления медицинской службой всех уровней позволит прогнозировать варианты проведения лечебно-эвакуационных мероприятий на всех этапах медицинской эвакуации и принимать более обоснованные решения.

#### **Библиографический список**

1. Акопов, А.С. Имитационное моделирование: учебник и практикум для академического бакалавриата. А. С. Акопов — М.: Издательство Юрайт, 2017. — 389 с.
2. Андреев, В.В. Методы и средства создания, открытых мультиагентных систем для поддержки процессов принятия решений. В.В Андреев, В.А. Виттих, С.В. Батищев Известия РАН. Теория и системы управления. – 2013. – №1. – С. 126–137.
3. Бахвалов Л.А. Компьютерное моделирование: долгий путь к сияющим вершинам. Л.А. Бахвалов. Компьютерра. – 1997. – № 40. – С. 26-36.
4. Белевитин, А.Б. Моделирование организации медицинского обеспечения. А.Б. Белевитин, А.М. Шелепов, И.Ф. Савченко. Вестник Российской Военно-медицинской академии. – 2013. – Т. 1. – С. 172–177
5. Боев В.Д. Имитационное моделирование систем : учеб. пособие для прикладного бакалавриата. В. Д. Боев. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 253 с.
6. Болгарев Д.В. Возможности применения моделирования процессов в организации лечебно-эвакуационного обеспечения// Известия Российской Военно-медицинской академии. - 2019. – Т. 1. № S1. - С. 56-58.
7. Болгарев Д.В., Сивашенко П.П., Волкова Я.Я., Бабин Ю.М. Возможности имитационного моделирования полевой медицинской организации // Известия Российской Военно-медицинской академии. -2020. – Т. 2. № S1. - С. 31-32.

8. Бусленко, В. Н. Автоматизация имитационного моделирования сложных систем / В.Н. Бусленко. - М.: Главная редакция физико-математической литературы издательства "Наука", 2020. - 2 с.

9. Власов С.А. Универсальная моделирующая среда для разработки имитационных приложений. Власов С.А., Девятков В.В., Девятков Т.В. Информационные технологии и вычислительные системы. – №2. – 2019. – С. 5–12. Работа выполнена при поддержке РФФИ – Проект №08-07-00205.

10. Девятков В. В., Власов С. А., Девятков Т. В. Универсальная моделирующая среда для разработки имитационных приложений. Информационные технологии и вычислительные системы. 2009. № 2. С. 5-12.

11. Кушнирчук И.И., Болгарев Д.В., Норейка Д.В. Современные информационные технологии как инструмент моделирования организации массового оказания медицинской помощи // кооперация науки и общества: проблемы и перспективы. сборник статей по итогам международной научно-практической конференции. – 2020. – С.11-13

12. Лаевский В.Е. Имитационное моделирование / В.Е. Лаевский, В.П. Денисов and Д.В. Дубинин. - М.: LAP Lambert Academic Publishing, 2011. - 132 с.

13. Павловский, Ю. Н. Имитационное моделирование / Ю.Н. Павловский, Н.В. Белотелов, Ю.И. Бродский. - М.: Академия, 2020. - 175 с.

14. Рыжиков Ю.И. Имитационное моделирование. Теория и технологии. / Ю.И. Рыжиков. - М.: Альтекс-А, 2004. - 384 с.

15. Фисун А.Я., Лемешкин Р.Н., Борисов Д.Н., Кульнев С.В., Блинов В.А. Информационно-аналитическая поддержка лечебно-эвакуационного обеспечения с помощью средств информатизации медицинской службы вооруженных сил российской федерации // Приоритетные направления развития всероссийской службы медицины катастроф в современных условиях. Материалы Всероссийской научно-практической конференции. - 2019. - С.72-73.

УДК 51

**Л.А. Левицкий**

Военный институт (инженерно-технический), г. Санкт-Петербург  
*Leonid.Levitzky.@yandex.ru*

## **О НЕКОТОРЫХ ВОЕННО-ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧАХ**

Рассмотрено участие академика Л.В. Канторовича в решении военно-прикладных задач, связанных с минированием и разминированием. Приводятся задачи из учебника Л.В. Канторовича «Теория вероятностей» (Ленинград, 1946 г.), где геометрический подход применён к проблемам минирования местности и вопросам устройства оборонительных сооружений.

*Ключевые слова:* математические аспекты минирования, геометрическая вероятность.

**L.A. Levitzkiy**

Military Institute (Engineering and Technical), St. Petersburg

*Leonid.Levitzky.@yandex.ru*

## **ABOUT SOME MILITARY-APPLIED TASKS**

The participation of Academician L.V. Kantorovich in solving military-applied problems connected with mining and demining was considered. The problems from the textbook by L.V. Kantorovich «The Theory of Probability» (Leningrad, 1946) are given, where the classical approach to geometric probability was applied to the problem of mining the territory and issues of the placement of defensive structures.

*Key words:* Kantorovich, mathematical aspects of mining, geometric probability.

Широкой общественности известно, что академик Л.В. Канторович – лауреат Государственной (1949 год), Ленинской (1961 год) и Нобелевский (1975 год) премий по экономике, знаменит как создатель новой науки – линейное программирование. Математики знают о трудах академика в области функционального анализа, фундаментальный труд (совместно с Акиловым) «Функциональный анализ в нормированных пространствах». Однако недостаточно освещено в исторической литературе участие Л.В. Канторовича в военно-прикладных задачах. Этому посвящена данная статья.

Одна из важных военно-прикладных задач – задача минирования местности в военное время и разминирования – в послевоенное. Эти задачи имеют кроме оборонительного значения и экономическую составляющую, близкую по духу к проблеме экономического раскрытия материала.

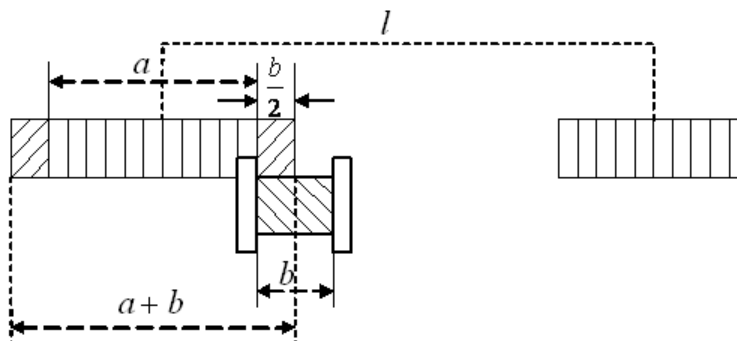
Результатом исследования Л.В. Канторовича по этой теме стала статья «Некоторые соображения по расстановке минных полей в связи с подсчетом вероятности поражения», Труды ВВМИСУ, 1944 г., т.6 и «Памятка по минированию и разминированию», изданная Штабом инженерных войск Красной Армии.

Задача, порожденная проблемой минирования местности, устройством ловушки для танков, решаются методами теории вероятности. В 1946 году Л.В. Канторович написал учебник «Теория вероятностей» (Ленинград, 1946 год), в котором в качестве примеров применения теорем разобраны задачи противотанкового минирования местности. Эти задачи имеют и исторический, и учебно-практический интерес.

Задача о противотанковой ловушке.

Ловушки представляют собой глубокие замаскированные траншеи длиной  $a = 10$  м по фронту на расстоянии  $l = 80$  м между центрами траншей. Найти

вероятность, движущемуся перпендикулярно фронту, танку провалиться в ловушку. Событие произойдет, если одна из гусениц окажется целиком над траншеей. Расстояние между внутренними сторонами гусениц  $b=2$  м (рис. 1).



**Рис. 1.** К задаче о противотанковой ловушке

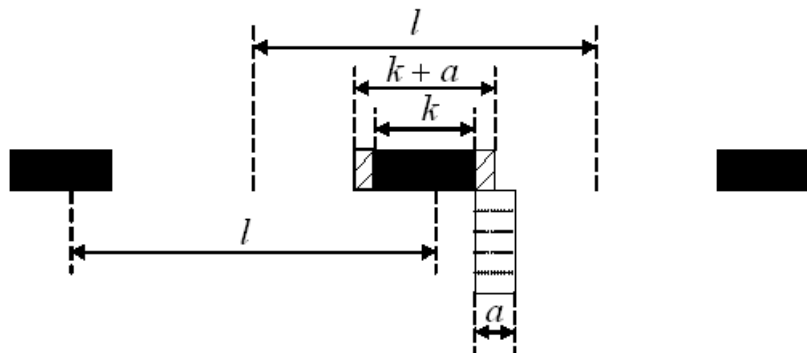
Ширина опасной для танка зоны – это ширина полосы, при прохождении через которую средней линии танка он провалится в ловушку, она равна  $a + 2 \cdot \frac{b}{2} = a + b$ . В силу того, что опасный участок  $a + b$  приходится на участок фронта  $l$ , вероятность срабатывания такой защиты

$$p = \frac{a+b}{l} = \frac{12}{80} = 0,15 \quad (1)$$

Теорему о сложении вероятностей двух несовместных событий иллюстрирует задача о противотанковых минах.

Мины диаметром  $k$  поставлены в ряд, дистанция между центрами мин  $l$ . Танк подрывается, если одна из гусениц шириной  $a$  наезжает на мину. Танк движется перпендикулярно линии мин и может пройти невредимым, так как его ширина  $b + 2a$  меньше расстояния между минами

$$2a + b < l - k \quad (2)$$



**Рис. 2.** К задаче о противотанковой ловушке

Гусеница подорвется, если ее середина окажется на расстоянии до центра мины, меньшем  $k/2 + a/2$ ; таким образом, опасный участок около мины имеет ширину  $a + k$ , на каждую мину приходится участок фронта длины  $l$ , поэтому искомая вероятность для одной гусеницы  $p_1 = \frac{a + k}{l}$ . Подрыв второй гусеницы одновременно с первой – событие  $l$  несовместны, их вероятности складываются и вероятность подрыва танка

$$p = 2p_1 = \frac{2(a + k)}{l} \quad (3)$$

при  $k=0,15$  м,  $a=0,40$  м,  $l=4$  м,  $p=0,27$ .

Формулу Бернулли в схеме независимых испытаний и вероятность хотя бы одного события иллюстрирует задача о противотанковых минных заграждениях, состоящих из нескольких рядов мин.

В условии предыдущей задачи найти вероятность подрыва танка на минном поле из четырех рядов мин, между рядами расстояние не мене 25 м.

В этих условиях событие – танк подорвался или прошел невредимым через данный ряд мин имеет ту же вероятность, как и вероятность прохода предыдущего ряда, т.е.  $p_1$ .

Вероятность благополучно пересечь один ряд  $q = 1 - p_1$  и отсюда вероятность подрыва хотя бы на одном ряду  $p_n = 1 - q^n = 1 - (1 - p)^n$ , при  $n=4$ ,  $p=0,27$ ,  $p_4=0,72$ .

Дополнительный вопрос – сколько надо сделать рядов, чтобы получить заданную вероятность подрыва  $n$ ? Из логарифмического уравнения

$$h = 1 - (1 - p)^n$$

получаем

$$n \geq \frac{\ln(1 - h)}{\ln(1 - p_1)}$$

при требовании  $h=0,85$ ,  $n \geq 6$ .

Применение формулы полной вероятности в ситуации, когда гипотезы меняются непрерывным образом, иллюстрируют следующие два примера.

Пример 1. Мина МИГ натяжного действия взрывается, когда танк пересечет проволоку. Длину проволоки принимаем равной  $l=25$  м. Определить вероятность наезда танка на линию действия мины, если он проходит в расстоянии не более, чем  $L=100$  м от середины проволоки.

В остальном, направление и затем положение линии движения танка можно считать произвольным.

Если танк пойдет под углом  $\alpha$  к проволоке, то в полосе шириной  $2L=200$  м проволока займет отрезок с проекцией  $l \sin \alpha$  (рис. 3)



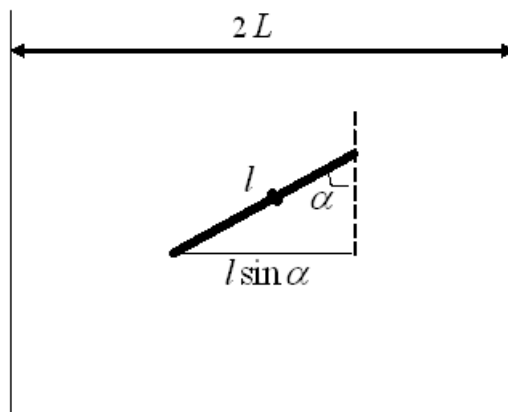


Рис. 3. Геометрическая интерпретация решения

Отсюда вероятность наезда в этой гипотезе  $\frac{l \sin \alpha}{2L}$  а, считая все гипотезы относительно угла  $\alpha$  равновозможными, получим, как выше, что полная вероятность

$$p = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{l \sin \alpha}{2L} d\alpha = \frac{1}{\pi L} = \frac{25}{3,14 \cdot 100} \approx 0,08 \quad (4)$$

Пример 2. Самолет, пролетая перпендикулярно к линии фронта, сбрасывает серию бомб с интервалом  $d=20$  м. Какова вероятность, что одна из бомб попадет в траншею, ширина которой  $b=2,0$  м, а звенья наклонены к фронту под различными углами от  $0^0$  до  $45^0$  (рис. 4), траншея захватывается серией бомб.

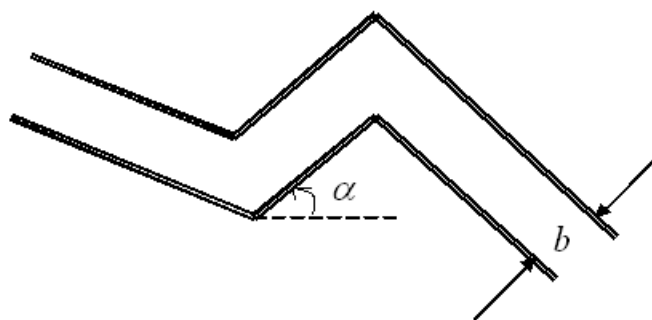


Рис. 4. Схема траншеи

Если угол звена траншеи с линией фронта обозначить  $\alpha$ , то ширина сечения траншеи линией курса самолета будет  $\frac{b}{\cos \alpha}$ , а вероятность попадания

$\frac{b}{\cos \alpha} : d = \frac{b}{d} \sec \alpha$ . Так как все гипотезы относительно значения угла  $\alpha$  от  $-\frac{\pi}{4}$  до  $\frac{\pi}{4}$  считаются равновероятными, то полная вероятность будет

$$p = \frac{2}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{b}{d} \sec \alpha d\alpha = \frac{2b}{\pi d} \left[ \ln \operatorname{tg} \left( \frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right]_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} =$$
$$= \frac{2b}{\pi d} 2 \ln \operatorname{ctg} \frac{\pi}{8} = 1,12 \frac{b}{d} = 0,112 \quad (4)$$

#### Библиографический список

1. Канторович Л.В., Теория вероятностей, Ленинград, 1946 г.

УДК 627.841

**Г.Г. Макаров, А.В. Серов, В.П. Фомин**

Военный институт (инженерно-технический), г. Санкт-Петербург  
*georgy\_makarov@mail.ru*

### **ВКЛАД Л.В. КАНТОРОВИЧА В ТЕОРИЮ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ И СОВРЕМЕННЫЕ ПРИНЦИПЫ ПАРЕТО-ОПТИМАЛЬНОСТИ**

Рассмотрена роль Канторовича Л.В. в разработке нового подхода к решению проблемы рационального выбора вариантов при решении планово-экономических вопросов в целях использования целого комплекса взаимосвязанных факторов наилучшим (оптимальным) образом. Проводится ретроспективный анализ многолетней борьбы Канторовича за приоритеты советской математической школы на мировой арене и борьбы со своими внутренними идеологическими оппонентами за точность и правильность научных терминов, понятий и определений.

*Ключевые слова:* оптимальность, критерий, выбор, Парето-оптимальность.

**G.G. Makarov, A.V. Serov, V.P. Fomin**  
Military Institute (Engineering and Technical), St. Petersburg  
*georgy\_makarov@mail.ru*

## **L. V. KANTOROVICH'S CONTRIBUTION TO THE THEORY OF OPTIMAL RESOURCE ALLOCATION AND MODERN PRINCIPLES OF PARETO-OPTIMALITY**

The role of Kantorovich L. V. in the development of a new approach to solving the problem of rational choice of options in solving planning and economic issues in order to use a whole complex of interrelated factors in the best (optimal) way is considered. A retrospective analysis of Kantorovich's long-term struggle for the priorities of the Soviet mathematical school on the world stage and the struggle with his internal ideological opponents for the accuracy and correctness of scientific terms, concepts and definitions is carried out.

*Keywords:* optimality, criterion, choice, Pareto-optimality.

Центральной проблемой современной цифровой экономики сегодня является задача построения оптимального производственного плана, который должен обеспечивать достижение максимальных результатов на основе наилучшего использования имеющихся в наличии, а значит ограниченных, ресурсов. Такая задача стояла всегда, но только в середине прошлого века вторая мировая война подтолкнула математиков и экономистов (по обе стороны океана) к поиску новых методов её решения. В 1975 году советский академик Канторович и американский профессор Купманс были удостоены Нобелевской премии по экономике «За вклад в теорию оптимального распределения ресурсов».

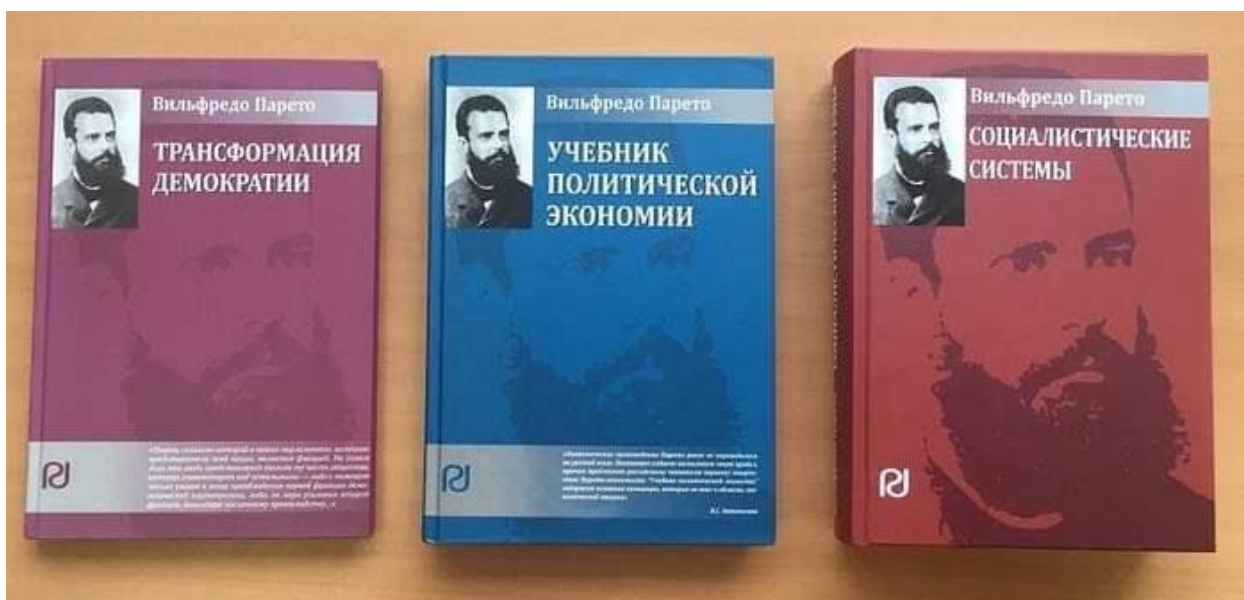
Надо отметить, что путь к созданию этой теории был долгим и трудным. Известные в математике методы решения экстремальных задач, то есть задач поиска минимального или максимального значения некоторой функции в определённом ограниченном интервале значений аргумента, не всегда могли помочь в решении конкретных экономических проблем. Здесь особую роль играло наличие большого количества (с математической точки зрения) аргументов, множество различных ограничений (выражаемых в виде равенств или неравенств), часто противоречивые условия экстремальности – для одних критериев это максимум целевой функции, одновременно для других – минимум. Поясним эту проблему на широко известном в литературе [1] примере – «задача фанерного треста». С этой чисто практической задачи начался путь становления профессора математики Канторовича в новой своей роли - видного экономиста и создателя новой науки математической экономики (или экономической математики). В 1938 году специалисты лаборатории Всесоюзного

фанерного треста обратились за консультацией к известному математику Канторовичу, чтобы он помог им резко увеличить выпуск фанерных крыльев для военных самолётов (мир тогда уже стоял на пороге второй мировой войны). Надо было найти математический метод для численного расчёта рационального плана загрузки оборудования при комплексном выполнении ряда различных работ. Например, для каждого рассматриваемого (при выборе) варианта распределения 5 видов работ, допустимых для выполнения на 8 типах лущильных станков, надо было учитывать при расчёте, соответственно, 40 параметров (элементы матрицы). Ненулевых неизвестных было минимум 12. Традиционный математический подход требовал решения системы, состоящей из миллиарда линейных уравнений. Первые ЭВМ появились в США (ENIAC) только через восемь лет, в СССР (МЭСМ) – через двенадцать. Вручную (на механических табуляторах) такую задачу решить тогда было просто невозможно. Канторович Л.В. со своими учениками в короткий срок придумал нестандартный способ численного решения этой задачи [1]. Он его тогда назвал – метод разрешающих множителей. Внешне этот метод напоминал использование в механике движения тел множителей Лагранжа (известный в 18 веке французский математик итальянского происхождения, автор теории интерполяции функций многочленами, а также создатель вариационного исчисления). Метод Канторовича, применённый в экономике, был принципиально другим, поэтому в своих работах он на Лагранжа даже не ссылался. Но, самое главное, – он гениально увидел в этом частном примере возможность обобщить идею нового метода на широкий класс других задач, в результате чего в экономике и появилась новая теория оптимизации. Чтобы помочь экономистам легче адаптироваться к новым математическим понятиям, Канторович позже попытался заменить термин «множители» на более понятный экономистам термин «цены». К сожалению, он тогда не учёл всей остроты «классовой борьбы» – тогдашние идеологи социализма (убеждённые марксисты-ленинцы) не могли позволить, даже формально, математикам рассчитывать и устанавливать цены. Все идеи и предложения Канторовича и до и после войны не были поняты и поддержаны руководителями планирующих органов всех уровней. Позже, осознавая реальность внутренней идеологической борьбы, Канторович шёл постоянно на компромиссы – для запутывания своих оппонентов он в дальнейшем предложил для своих методов новый термин – «объективно обусловленные оценки (ООО)». Он старался избегать в своих работах использования термина «экономика». Вместо неё употреблял громоздкое понятие «организация и планирование производства».

Во время одной из дискуссий на конференции по докладу Канторовича, известный в то время специалист по математической статистике Ястремский сказал Канторовичу: «Вот вы всё время говорите об оптимуме и Парето говорил об оптимуме... а ведь Парето – фашист!». Как и следовало ожидать, новаторские идеи Канторовича принимались в штыки советскими экономистами.

Они обвиняли Канторовича в том, что он «протаскивает» в советскую экономику математические методы, а на Западе математическая школа в экономике – «средство апологетики капитализма». Мы решили разобраться, что-же на самом деле Парето говорил об оптимуме и почему он фашист... И самое главное – какие его идеи использовал и пропагандировал Канторович...

Вильфредо ПАРЕТО, известный учёный-социолог и профессор политэкономии университета в Лозанне (Швейцария), в конце 19-го и в начале 20-го века изучал закономерности управления обществом и экономикой. Он вывел простой закон «циркуляции элит» - «управляющие» личности (элита) в обществе всегда находятся в меньшинстве, а получают большую часть доходов. «Управляемые» личности (сателиты), наоборот, являются в обществе большинством, но получают всегда меньшую часть доходов. С морально-этической точки зрения этот закон он сам называл «Элита всегда обманывает». Как же разрешить это сложившееся естественным образом противоречие «интересы и справедливость» ни Парето, ни другие экономисты того времени предложить не могли. Ещё в 1907 году Парето, категорически отрицая в социологии прогрессивный характер демократии, придумал для неё другой термин – «плутократия». Уже в конце своей жизни (а умер он в 1923 году) Парето издал важные для того времени, и особенно актуальные сегодня, три своих фундаментальных труда – «Учебник политической экономии», «Социалистические системы», «Трансформация демократии», спустя 100 лет переведенные на русский язык (рис. 1) и очень популярные среди наших специалистов.



**Рис.1. Основные труды Вильфредо Парето**

С помощью искусственного интеллекта мы проанализировали оцифрованные тексты абсолютно всех опубликованных работ Парето (полное собрание его сочинений составляет 30 томов). Ни разу в его работах не встретились слова «оптимум», «оптимальный» (в корнях этих слов лежит древне-латинское

*optimus*, в переводе на русский – лучший). И это не смотря на то, что Парето по происхождению был наполовину итальянец, школу и университет окончил в Турине (Италия). Зато одним из главных своих достижений он считал введение в полит-экономическую науку нового тогда понятия «офелимость» (происходит от греческого корня, в переводе на русский – интерес, выгодность). Это понятие он специально ввёл для характеристики равновесного состояния «офелимости» для общества, при котором уже невозможно дальнейшее рассмотрение переходов от одной схемы распределения благ к другой в поиске ещё более интересного или более выгодного положения абсолютно для всех членов общества. А вот в своей последней работе «Трансформация демократии», изданной в 1923 году в Женеве (Швейцария), где он жил и работал последние 30 лет, Парето действительно анализирует «феномен фашизма» (так названа целая глава его книги). И это не удивительно – в соседней со Швейцарией Италией в 1920 году к власти пришли фашисты во главе с Муссолини, а Парето, будучи по происхождению итальянцем, причём, потомственным маркизом, так и не решился публично осудить идеологию фашизма. Муссолини же действительно считал себя учеником Парето (по его книжкам) и даже сделал его почётным сенатором Италии. Вот только какое всё это имело отношение к Канторовичу? Никакого!

С помощью искусственного интеллекта мы также проанализировали все оцифрованные тексты публикаций и выступлений Канторовича. Нигде в них не использована фамилия Парето. Правда, и понятие «оптимальность» в трудах Леонида Витальевича тоже появилось не сразу. Свой главный труд по экономике, написанный ещё в годы войны в эвакуации в г. Ярославле (1942 г.) он назвал «Экономический расчёт наилучшего использования ресурсов». Опубликовать его, под тем же названием, он смог только спустя 17 лет [2]. Трижды представлялась эта работа на Ленинскую премию, но удалось её получить только в 1965 году, причём простой хитростью – в «соавторы» на премию были включены противники и оппоненты Канторовича – академик Немчинов и профессор Новожилов.

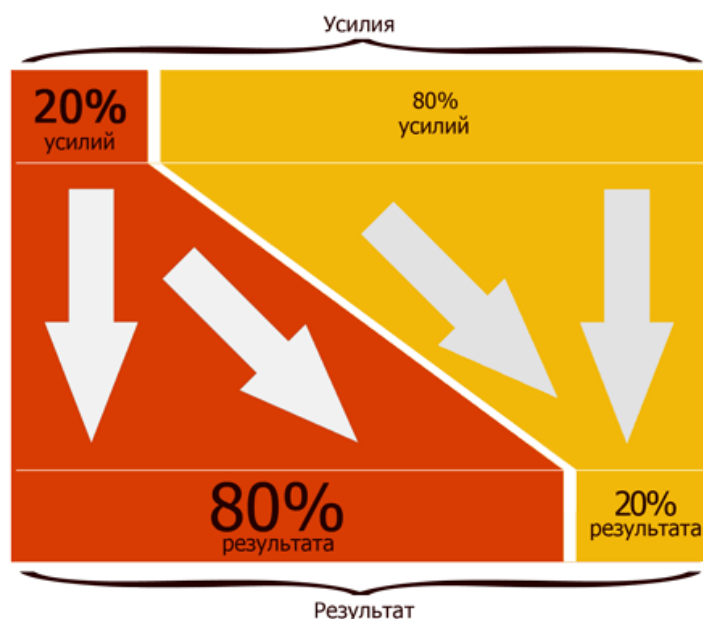
Отдельно следует сказать о западных партнёрах Канторовича. Соавтор работы Л.В. Канторовича, отмеченной в 1975 году Нобелевской премией – профессор Т. Купманс, провёл большую работу по признанию в западном научном сообществе приоритета Канторовича (по времени разработки теории и объёму охвата практического воплощения результатов). Конкурирующий симплекс-метод был впервые предложен американским математиком Дж. Данцигом в 1950 году. По настоянию того же Купманса эти методы стали называть линейным программированием (укоренившийся у нас, но неточный перевод с английского «*linear programming*», правильное и точнее было бы перевести «планирование»). Бурно развивающиеся тогда на западе методы нелинейного, динамического, целочисленного и других методов математического программирования позже составили новую науку «исследование операций». Выбор

этого названия совсем анекдотичен – в конце войны один из отделов планирования военных операций ВВС Великобритании имел название «Operation research» (по-русски дословно – исследование операций). В этом отделе апробировались новые математические методы улучшения планирования и они решили себя «увековечить», дав своё название целой отрасли науки. Они посчитали, что вправе были так поступить. А Канторович и его ученики, внесшие более серьёзный вклад в создание этой науки, но видимо уже уставшие от борьбы, не стали возражать.

Для объективности надо ещё раз вспомнить фамилию Парето. Через 30 лет после ухода Парето из жизни, в 1951 году американский экономист Дж. Джуран, основатель теории управления качеством в своих работах [3-4] открыл интересную статистическую закономерность – 20 % основных (главных) усилий, первоначально затрачиваемых для получения необходимого результата, сразу дают 80 % ожидаемого результата. А 80 % оставшихся усилий добавляют к завершению только 20 % результата (рис. 2). Найденную закономерность проверили в самых различных сферах жизни и регионах. Полученные соотношения регулярно повторялись, правда, с небольшим разбросом пределов – 15 % на 85 %, 25 % на 75 %. Получившийся дисбаланс чем-то напоминал автору «офелимость» у Парето 30-летней давности (правда, у Парето не было вообще никаких цифр, его офелимость была качественной характеристикой).

Автор этого занятного парадокса решил увековечить имя почившего Парето, назвав им собственное открытие - «Принцип Парето» (использовать свои имена не принято из суеверия) или просто «Принцип 20 на 80».

Самоорганизующийся в общественной жизни равновесный дисбаланс часто принимают теперь на Западе как должное и естественное решение.



**Рис.2.** Диаграмма, иллюстрирующая один современный «Принцип Парето»

Однако, больший интерес в рамках рассматриваемой здесь роли и вклада Л.В. Канторовича в теорию оптимизации имеют и другие понятия Парето-оптимальности, появившиеся в работах современных математиков и специалистов по автоматизированному управлению техническими системами, например, описанные в [5-6]. Здесь можно встретить в изобилии понятия: множество Парето, аксиома Парето, оптимальность по Парето и др. Так и хочется спросить авторов – а причём здесь Парето? Он ведь не был профессиональным математиком, хотя и пользовался понятием аксиома, зато совсем не использовал в своих трудах понятие «оптимум»... Разгадка кроется вдали от сути рассматриваемых у этих авторов вопросов – спонсирование упомянутых работ производилось из Фонда Сороса (США). А это уже политика и её рассмотрение находится в стороне от тематики данного сборника.

В заключение хочется выразить уверенность, что история в конце концов расставит всё на свои места и отметит выдающуюся роль академика Л.В. Канторовича (в следующем году мы отметим 110 лет со дня его рождения).

#### **Библиографический список**

1. Канторович Л.В. Математические методы организации и планирования производства/ Л.В.Канторович – Л., Лениздат. 1939 – 65 с.
2. Канторович Л.В. Экономический расчёт наилучшего использования ресурсов/ Л.В.Канторович – М., Изд-во АН СССР – 1959 – 350 с.
3. Джуран Дж. Справочник по управлению качеством / Нью Йорк. 1951
4. Джуран Дж. Революция в управлении предприятием – Нью-Йорк. 1964
5. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач/ В.В. Подиновский, – М., Наука. 1982 – 255 с.
6. Основы теории оптимизации/ Под ред. И.О. Протоdjeяконова – М., Высшая школа - 1986 – 385 с.

УДК 51

**Н.А. Мамаева<sup>1</sup>, А.А. Гонтарь<sup>1</sup>, О.В. Селезнева<sup>2</sup>, С.В. Розлач<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Военный институт (инженерно-технический), г. Санкт-Петербург,

<sup>2</sup>Филиал Военной академии материально-технического обеспечения им. генерала армии А.В. Хрулева, г. Омск

*261984@mail.ru*

### **ПРИМЕНЕНИЕ ПРОГНОСТИЧЕСКИХ НЕЙРОСЕТЕВЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ РАБОТЫ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЕЙ**

В рамках научной работы рассмотрен метод нейросетевого моделирования, являющийся мощным инструментом для решения задач прогнозирования, построена прогностическая модель телекоммуникационной системы связи. Для оценки уровня устойчивости телекоммуникационной системы связи были



использованы многослойные перцептроны, которые являются обобщением регрессионных моделей и позволяют выявить нелинейные зависимости между переменными. Проведена проверка адекватности построенной модели, а также обоснована практическая значимость предложенного подхода. В частности, использование нейросетевых технологий при моделировании позволяет формировать модели с высокой степенью аппроксимации, что гарантирует объективный анализ экспериментальных данных.

*Ключевые слова:* моделирование, нейросеть, прогнозирование, телекоммуникационная система связи.

**N.A. Mamaeva<sup>1</sup>, A.A. Gontar<sup>1</sup>, O.V. Selezneva<sup>2</sup>, S.V. Rozlach<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Military Institute (Engineering and Technical), St. Petersburg,

<sup>2</sup>Branch of Khrulev Military Academy of Logistics in Omsk

261984@mail.ru

## **APPLICATION OF PREDICTIVE NEURAL NETWORK MODELS FOR OPTIMIZATION OF TELECOMMUNICATIONS NETWORKS**

In the framework of scientific work describes the method of neural network modeling is a powerful tool for solving prediction problems, built a predictive model of telecommunications systems. To assess the level of stability of a telecommunications communication system, multilayer perceptrons were used, which are a generalization of regression models and allow us to identify nonlinear dependencies between variables. The adequacy of the constructed model is checked, and the practical significance of the proposed approach is justified. In particular, the use of neural network technologies in modeling allows us to form models with a high degree of approximation, which guarantees an objective analysis of experimental data.

*Keywords:* modeling, neural network, forecasting, telecommunications communication system.

В период повсеместной информатизации всех сфер жизни происходит увеличение сложности и разнородности современных информационно-коммуникационных систем. Традиционные меры обеспечения их функционирования все чаще оказываются несостоятельными, в связи с чем, изучение возможностей применения нейронных сетей для решения практических задач в сфере информационных технологий является весьма актуальной задачей.

Продолжительное время нейроинформационные технологии применяли только для решения так называемых неформализуемых или плохо формализуемых задач, например, задач распознавания образов [1]. Однако в последнее время область применения технологий нейросетевого моделирования значительно расширилась, в частности, данные технологии в настоящее время используют для моделирования систем обработки сигналов, изображений и пр.

Анализ соответствующей специальной литературы показал, что в информационной среде нейросети зарекомендовали себя в следующих направлениях:

- управление коммутацией;
- маршрутизация;
- управление трафиком;
- распределение каналов в подвижных системах радиосвязи и др.

С помощью нейронных сетей успешно решается важная задача в области телекоммуникаций – получение эффективных решений при проектировании эффективности функционирования телекоммуникационных сетей. Нейросетевая технология моделирования позволяет количественно обосновать управленческие решения, которые, как правило, принимаются на интуитивном уровне, а также с высокой степенью точности оценивать зоны риска, прогнозировать возможные изменения системы [2].

В рамках нашего исследования для построения прогностической нейросетевой модели телекоммуникационной системы связи будем использовать следующие показатели:

- $x_1$  – средний показатель безотказной передачи данных;
- $x_2$  – вероятность безотказной работы элементов сети;
- $x_3$  – средняя пропускная способность узла сети.

Тогда функцию эффективности представим в следующем виде [3, 4]:

$$F_E = \frac{Ae^{\frac{2B \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3}{x_1 + x_2 + x_3}} - 1}{Ae^{\frac{2B \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3}{x_1 + x_2 + x_3}} + 1}, \text{ где } A, B = const. \quad (1)$$

Входные параметры показателей эффективности представлены в таблице 1.

**Таблица 1**

**Входные параметры нейросетевой функции**

№ измерения	$x_1$ (средний показатель безотказной передачи данных в %)	$x_2$ (вероятность безотказной работы элементов сети)	$x_3$ (средняя пропускная способность узла сети в бит/с)
1	99,965	0,984	500
2	99,974	0,975	255
3	99,967	0,981	600
4	99,976	0,954	342
5	99,956	0,985	480
6	99,958	0,978	268
7	99,969	0,978	460
8	99,971	0,991	192
9	99,986	0,997	325
10	99,459	0,974	502

Нормирование показателей и вычисление соответствующих значений функции эффективности было выполнено в среде программирования Python.

Значения нормированных показателей и значений функции активации представлены в таблице 2.

Таблица 2

**Значения нормированных показателей и соответствующих значений функции эффективности**

№ измерения	x1 (средний показатель безотказной передачи данных, в %)	x2 (вероятность безотказной работы элементов сети)	x3 (средняя пропускная способность узла сети, в бит/с)	F <sub>ES</sub> (значения функции эффективности)
1	0,9602	0,6977	0,7549	0,104414
2	0,9772	0,4884	0,1544	0,022741
3	0,9639	0,6279	1,0000	0,116236
4	0,9810	0,0000	0,3676	0
5	0,9431	0,7209	0,7059	0,10091
6	0,9469	0,5581	0,1863	0,029095
7	0,9677	0,5581	0,6569	0,081094
8	0,9715	0,8605	0,0000	0
9	1,0000	1,0000	0,3260	0,069959
10	0,0000	0,4651	0,7598	0

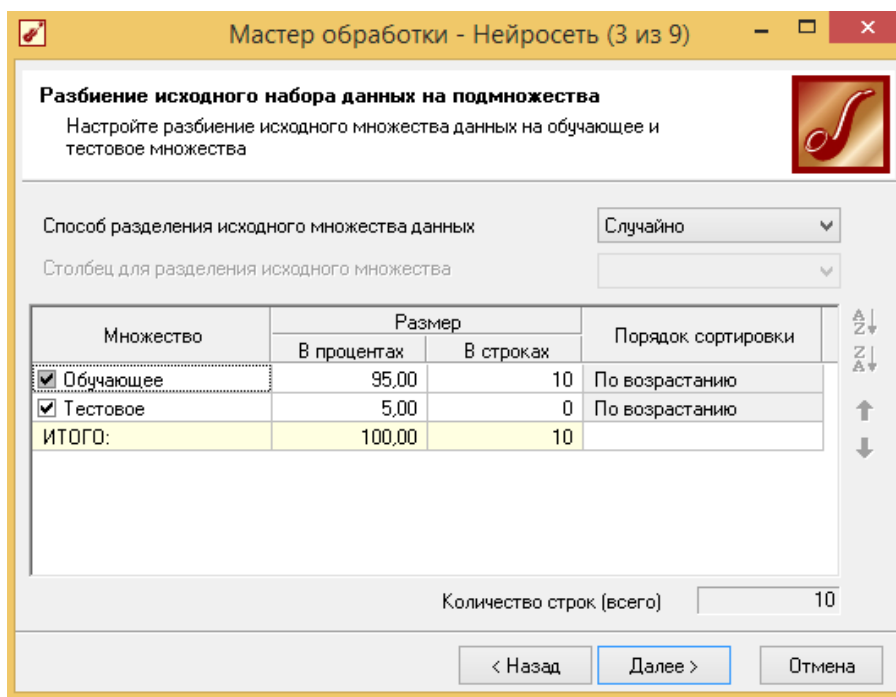
Построим нейросеть в аналитической платформе *Deductor Studio Academic*. В качестве исходных данных используем файл, содержащий данные таблицы 2. Настроив мастер обработки, получим таблицу «окна данных», представленную на рисунке 1.

COL1	x1	x2	x3	FE
1 изм.	0,9602	0,6977	0,7549	0,104414
2 изм.	0,9772	0,4884	0,1544	0,022741
3 изм.	0,9639	0,6279	1	0,116236
4 изм.	0,981	0	0,3676	0
5 изм.	0,9431	0,7209	0,7059	0,10091
6 изм.	0,9469	0,5581	0,1863	0,029095
7 изм.	0,9677	0,5581	0,6569	0,081094
8 изм.	0,9715	0,8605	0	0
9 изм.	1	1	0,326	0,069959
10 изм.	0	0,4651	0,7598	0

**Рис. 1. Таблица «окна данных»**

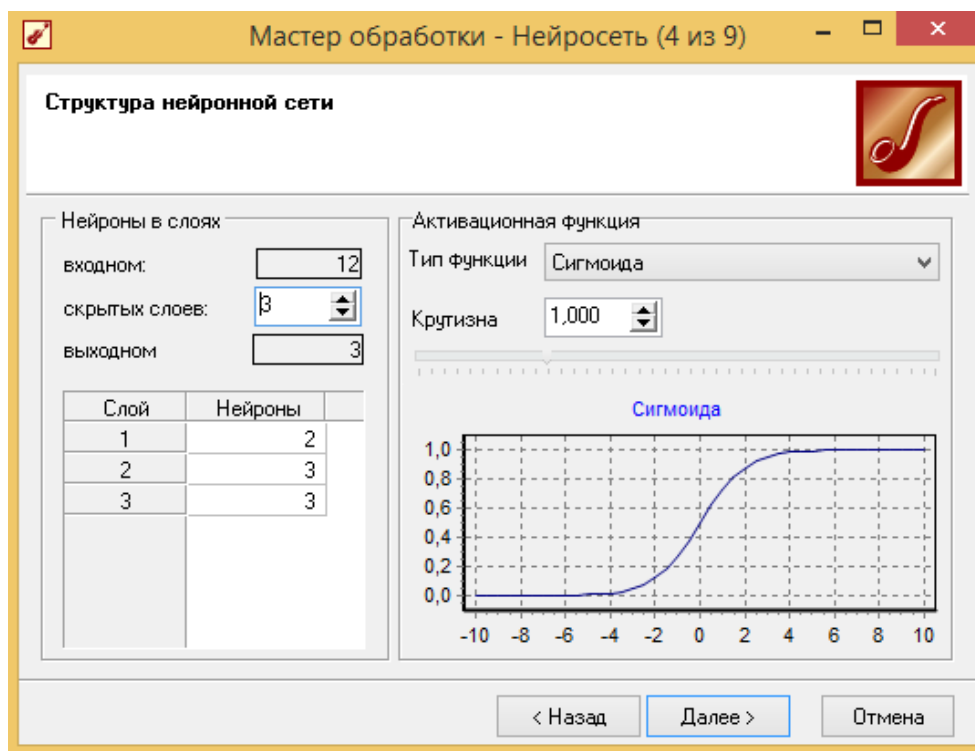
Для прогнозирования необходимо построить модель. Запустим «Мастер обработки», указав в качестве входных полей «x1», «x2», «x3», а выходным поле «FE».

Оставив настройки 3-его шага мастера неизменными (95% - обучающее множество, 5% - тестовое), соответствующий шаг представлен на рисунке 2.



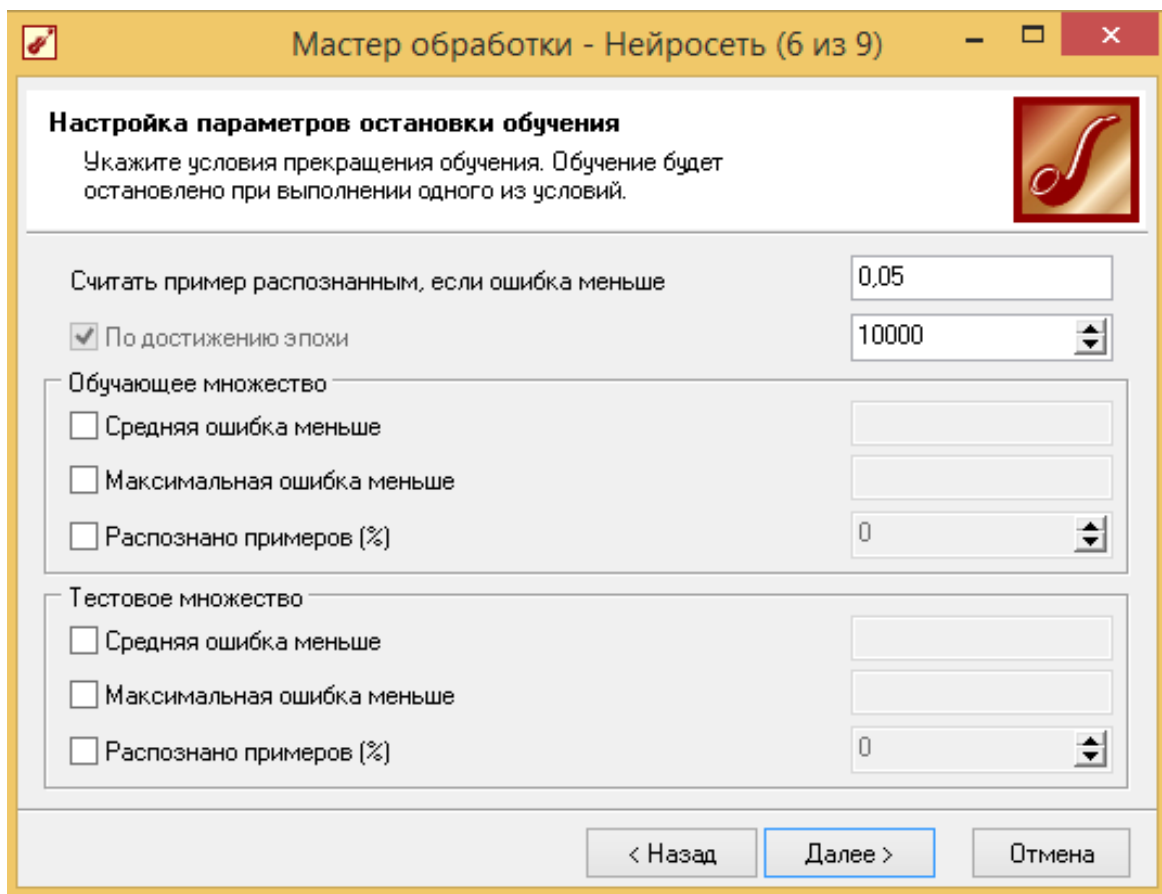
**Рис. 2. Мастер обработки**

Зададим число скрытых слоев равным 3, соответствующий шаг представлен на рисунке 3.



**Рис. 3. Мастер обработки**

На следующем шаге укажем параметры остановки обучения: ошибка должна быть меньше  $0,005$ ; в обучающем и тестовом множестве должно быть распознано  $95\%$ , соответствующий шаг представлен на рисунке 4.



**Рис. 4. Мастер обработки**

Произведем обучение нейронной сети с указанными параметрами. Программный продукт обработчик «*Нейросеть*» будет формировать массив данных, определенным образом связывая их посредством нейронной цепи. Представленная нейросетевая модель получена на основе  $3$  показателей и  $10$  измерений (входные сигналы),  $3$  нейронов скрытого слоя, обрабатывающих входные сигналы,  $1$  выходного нейрона (сетевая активность). Структура нейронной сети представлена на рисунке 5.

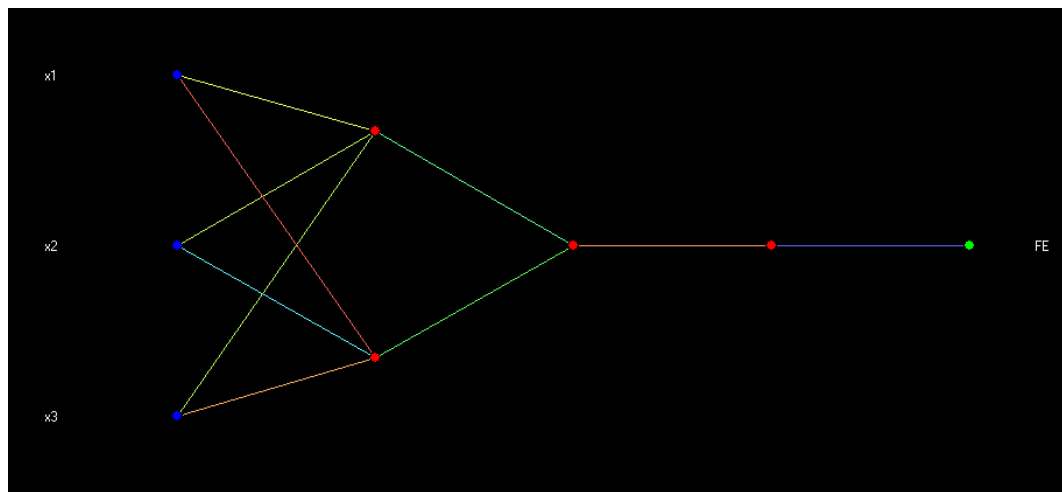


Рис. 5. Структура нейронной сети

Для оценки качества нейронной построим диаграмму рассеивания, которая представлена на рисунке 6.

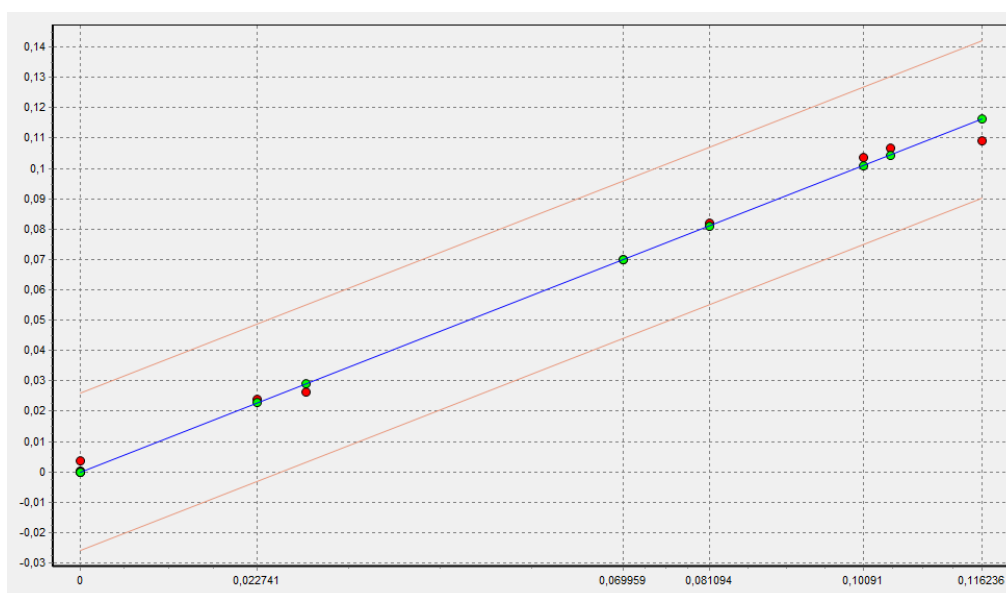


Рис. 6. Диаграмма рассеивания

Визуальная оценка дает возможность считать, что прогноз достоверен, так как отклонения прогнозируемых значений от общей линии (значение функции  $F_E$ ), полученных в процессе моделирования, доверительный интервал по умолчанию в аналитической платформе равен 5%. Поэтому полученные прогнозные значения функции эффективности телекоммуникационной системы связи будем считать достоверными.

Проверка адекватности построенной модели была произведена в автоматическом режиме с помощью аналитической платформы *Deductor Studio*

*Academic.* Сопоставим значения функции на выходе нейронной сети с экспериментальными значениями, соответствующие значения представлены на рисунке 7.

COL1	x1	x2	x3	FE	FE_OUT	FE_ERR
1 изм.	0,9602	0,6977	0,7549	0,104414	0,10656963594389	0,000343929573060737
2 изм.	0,9772	0,4884	0,1544	0,022741	0,0239924566849117	0,000115917854020965
3 изм.	0,9639	0,6279	1	0,116236	0,109172894105019	0,00369241173482822
4 изм.	0,981	0	0,3676	0	0,00383263768588347	0,00108721195370156
5 изм.	0,9431	0,7209	0,7059	0,10091	0,103523744367645	0,000505644057195764
6 изм.	0,9469	0,5581	0,1863	0,029095	0,0261694277673831	0,000633490837915854
7 изм.	0,9677	0,5581	0,6569	0,081094	0,0818673544080959	4,42665645147537E-5
8 изм.	0,9715	0,8605	0	0	0,000150408898694756	1,67442519467337E-6
9 изм.	1	1	0,326	0,069959	0,069966593698664	4,26800978130612E-9
10 изм.	0	0,4651	0,7598	0	7,22877831156513E-5	3,86766187881018E-7

**Рис. 7. Проверка адекватности построенной прогностической  
нейросетевой модели**

Как мы видим, разброс между эталонными значениями выходного поля и значениями, рассчитанными моделью, не велик. Это говорит о высокой точности построенной прогностической модели.

Таким образом, в рамках нашего научного исследования была разработана и опробована прогностическая модель телекоммуникационной системы связи, в частности, рассмотрен метод нейросетевого моделирования, являющийся мощным инструментом для решения задач прогнозирования. Для оценки уровня устойчивости телекоммуникационной системы связи были использованы многослойные перцептроны, которые являются обобщением регрессионных моделей и позволяют выявить нелинейные зависимости между переменными. Проведена проверка адекватности построенной модели обосновала практическую значимость предложенного подхода. В частности, использование нейросетевых технологий при моделировании позволяет формировать модели с высокой степенью аппроксимации, что гарантирует объективный анализ экспериментальных данных.

#### Библиографический список

1. Комашинский В.И., Смирнов Д.А. Нейронные сети и их применение в системах управления и связи. М., 2002.
2. Ермакова, А.А. Теоретико-методологические основы экономико-математического моделирования // Успехи современной науки и образования. - 2016. - № 8, т. 2. - 85-88.
3. Гонтарь, А.А. Artificial Neural Network Model for Systems of Economic Security of Bank [Электронный ресурс] IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. Vol. 272 : International science and technology conference «Earth science» (Russky Island, Russian Federation, 4–6 March, 2019) / ed. by D. B. Solovev ; Far Eastern Federal University (Vladivostok, Russia). – [IOP Publishing], 2019. – 6 p. – <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1755-1315/272/3/032176/pdf> (Published online: 21 June 2019).
4. Гонтарь, А.А. Методология нейросетевого моделирования экономической безопасности // Дискуссия. - 2017. - № 8 (82). - 16-20.

УДК 004.422.81

**Г.А. Наурусова<sup>1</sup>, Ш.К. Шумасов<sup>2</sup>, И.Е. Шемякина<sup>3</sup>**  
Высшее военно-инженерное командное училище имени  
маршала инженерных войск А.И. Прошлякова, г.Тюмень  
*gan.kafedra@gmail.com<sup>1,2</sup>*  
*www.iri@mail.ru<sup>3</sup>*

## **РАСЧЕТ ПОЛЕВОГО ТРУБОПРОВОДА ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ВОЙСК ВОДОЙ**

В статье проведён анализ необходимости расчета полевого трубопровода, как в народном хозяйстве, так и в военно-инженерном деле. Исследование акцентирует внимание на оптимизации обеспечения войск водой, выборе оборудования и алгоритма гидравлического расчета полевого трубопровода. В данном исследовании разработана программа для автоматизации расчета пункта водоснабжения по полемому трубопроводу.

*Ключевые слова:* водоснабжение; полевой трубопровод; вооруженные силы; оптимизация процесса; алгоритм расчета; программа.

**G.A. Naurusova<sup>1</sup>, Sh.K. Shumasov<sup>2</sup>, I.E. Shemyakina<sup>3</sup>**  
Higher Military Engineering Command School named after Marshal of  
Engineering Troops A.I. Proshlyakova, Tyumen  
*gan.kafedra@gmail.com<sup>1,2</sup>*  
*www.iri@mail.ru<sup>3</sup>*

## **CALCULATION OF THE FIELD PIPELINE FOR OPTIMIZING THE PROVISION OF THE FORCES WITH WATER**

The article analyzes the need to calculate a field pipeline, both in the national economy and in military engineering. The study focuses on the optimization of water supply for troops, the choice of equipment and the hydraulic calculation algorithm for the field pipeline. In this study, a program has been developed to automate the calculation of a water supply point through a field pipeline.

*Key words:* water supply; field pipeline; military establishment; process optimization; calculation algorithm; program.

Широкий рост промышленных объектов расширение городов ставит в ряд актуальных проблем водоснабжение. Эти задачи решаются на основе знаний современной геодезии и гидравлики.

При наличии у наших вероятных противников мощных разрушительных средств можно ожидать разрушения крупных городов и промышленных



объектов с нарушением водопроводного хозяйства, восстановление которого может оказаться задачей инженерных войск. В этом случае окажутся необходимыми знания по теории расчета трубопровода.

Характер движения жидкости в трубопроводе отличается рядом особенностей. На появление этих особенностей значительное влияние оказывает вязкость жидкости, скорость ее движения и шероховатость трубопровода.

В нашей стране построены многие тысячи километров магистральных нефтепроводов по доставке нефти в центральные районы страны и зарубеж. Единственным, эффективным средством по доставке нефти и газа является трубопроводный транспорт [2].

В мирное и военное время в процессе эксплуатации и обслуживания техники также требуется значительное количество воды. Она применяется для бытовых, специальных, технических нужд и приготовления пищи.

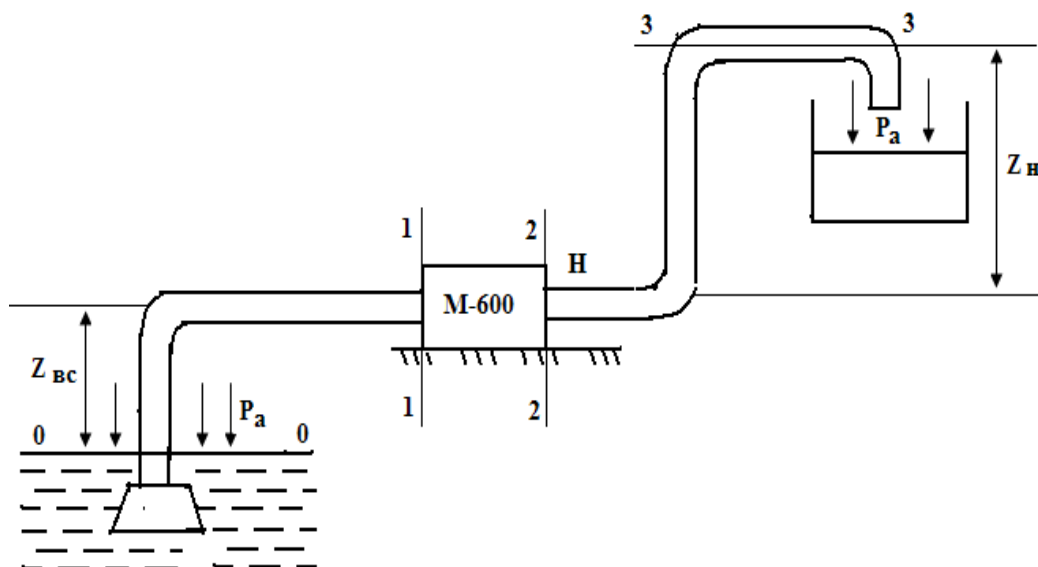
Командир подразделения, инженер с высшим образованием, вполне обоснованно может получить задачу рассчитать и построить пункт очистки и мойки машин в парке своей части или пункт заправки машин топливом и охлаждающей жидкостью. Нужно уметь произвести расчет правильно с учетом необходимого расхода воды, схемы соединения трубопроводов и возможных потерь напора.

Таким образом, оптимизация обеспечения войск водой, знания по расчету полевого трубопровода находят широкое применение, как в народном хозяйстве, так и в военно-инженерном деле.

Убедившись в актуальности проблемы, целью данного исследования стала разработка программы для автоматизации расчета пункта водоснабжения по полемому трубопроводу.

Для достижения цели проведено исследование необходимого оборудования и алгоритма гидравлического расчета полевого трубопровода. Так схема насосной установки представлена на рисунке 1.

Помповый насос имеет прочный полый корпус с приемным и выкидным патрубками. Внутри его на вращающемся валу располагается рабочее колесо с лопастями. К приемному штуцеру подключается всасывающий рукав с обратным клапаном, другой конец которого опускается в водоем или соединяется с откачиваемой емкостью. Для исключения возможности засорения оборудования водорослями, мусором и другими механическими предметами заборный шланг часто оснащается всасывающим фильтром. Для направленного отведения жидкости выкидной патрубок соединяется с напорным шлангом или трубопроводом [1].



**Рис. 1. Схема насосной установки**

Мотопомпа М-600 (рис. 2) предназначена для передачи воды из открытых водоисточников. Состоит из бензинового карбюраторного двигателя внутреннего сгорания и центробежного насоса.

Принцип работы мотопомпы следующий: при запуске двигателя рабочее колесо начинает вращаться с высокой скоростью, выталкивая из корпуса находящийся там воздух. За счет создавшегося разрежения жидкость всасывается на прием насоса и с избыточным давлением выбрасывается в направлении откачки.

Войсковая фильтровальная станция ВФС-10 (войсковая фильтровальная станция) предназначена для очистки воды от естественных загрязнений, отравляющих и радиоактивных веществ и бактериальных средств при полевом водоснабжении войск [3].

Очистка воды осуществляется путем коагулирования, хлорирования и отстаивания в резервуарах-отстойниках с последующим фильтрованием через антрацитовый и сорбционный фильтры, загруженные соответственно антрацитовой крошкой и активным углем БАУ-МФ или карбоферрогелем-М (КФГ-М).

В состав станции ВФС-10 входят базовый, автомобиль ЗИЛ-131 с кузовом-фургоном К-131 в котором размещается водоочистное оборудование станции, прицеп 2-ПН-2М с фильтрующими материалами, реагентами и вспомогательным имуществом и лаборатория переносная для водоочистных станций ВФС.

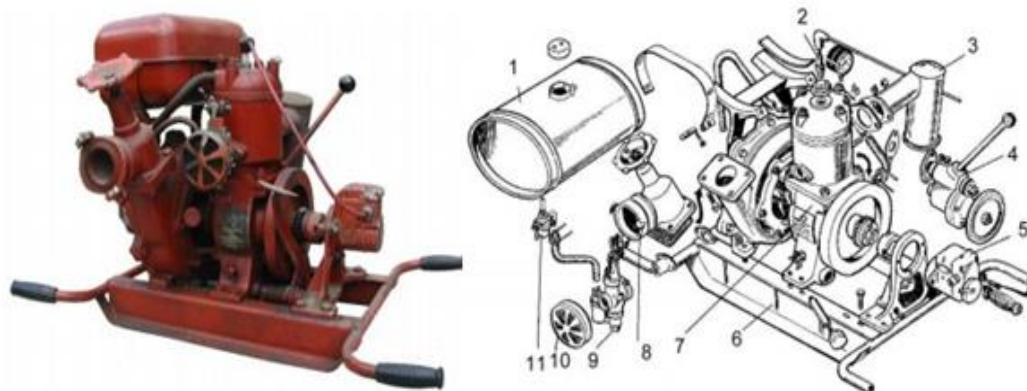


Рис. 2. Устройство мотопомпы М-600

1 - бензобак; 2 - свеча зажигания; 3 - глушитель; 4 - вакуум-аппарат; 5 - магнето; 6 - рама; 7 - двигатель; 8 - напорный патрубок насоса; 9 - карбюратор; 10 - воздушный фильтр; 11 - кран бензопровода.

Таким образом, схема пункта водообеспечения может быть представлена как на рис. 3.

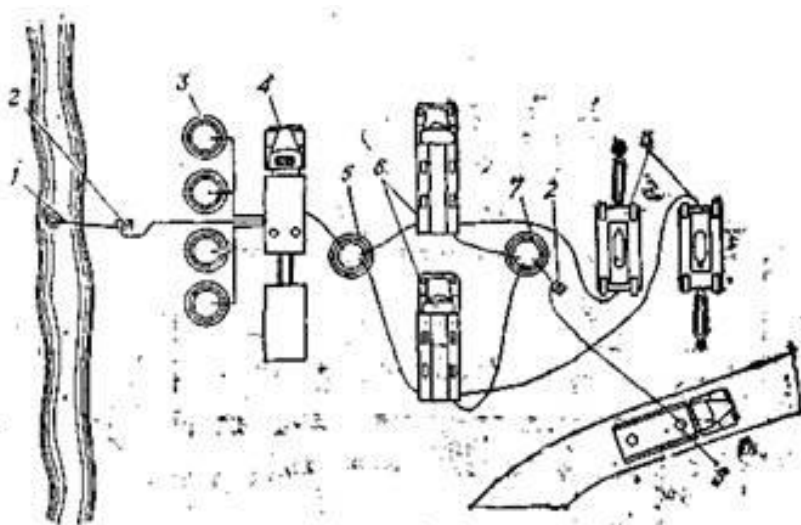


Рис. 3. Схема пункта водообеспечения

Рассмотрим алгоритм гидравлического расчета простого короткого трубопровода на конкретном примере (для двух отрезков полевого трубопровода).

Данный алгоритм предполагает следующие исходные данные:  $d_1$ ,  $d_2$  (диаметр труб),  $L_1$ ,  $L_2$  (длина труб),  $V$ ,  $V_2$ ,  $g$ , кол-во местных сопротивлений (поворотов на  $90^\circ$ , плавных поворотов, переходников):  $N_{пов.90}$ ,  $N_{пл.пов.}$ ,  $N_{перех.}$ , коэффициенты местных сопротивлений (поворотов на  $90^\circ$ , плавных поворотов, переходников):  $S_{пов.90}$ ,  $S_{пл.пов.}$ ,  $S_{перех.}$ , критические числа Рейнольдса  $Re_{кр.1}=1600$ ,  $Re_{кр.2}=2320$ , высоты нагнетания  $Z_1$ ,  $Z_2$ .

В итоге необходимо определить следующие данные:

- потери напора на трение по длине в металлическом трубопроводе

$$h_{w \text{ дл.1.}} = \lambda_2 \cdot \frac{L_1}{d_1} \cdot \frac{V_1^2}{2 \cdot g} \quad (1)$$

- потери напора на трение по длине в гибком трубопроводе

$$h_{w \text{ мест.1}} = N_{\text{пов.90}} \cdot \xi_{\text{пов.90}} \cdot \frac{V_1^2}{2 \cdot g} \quad (2)$$

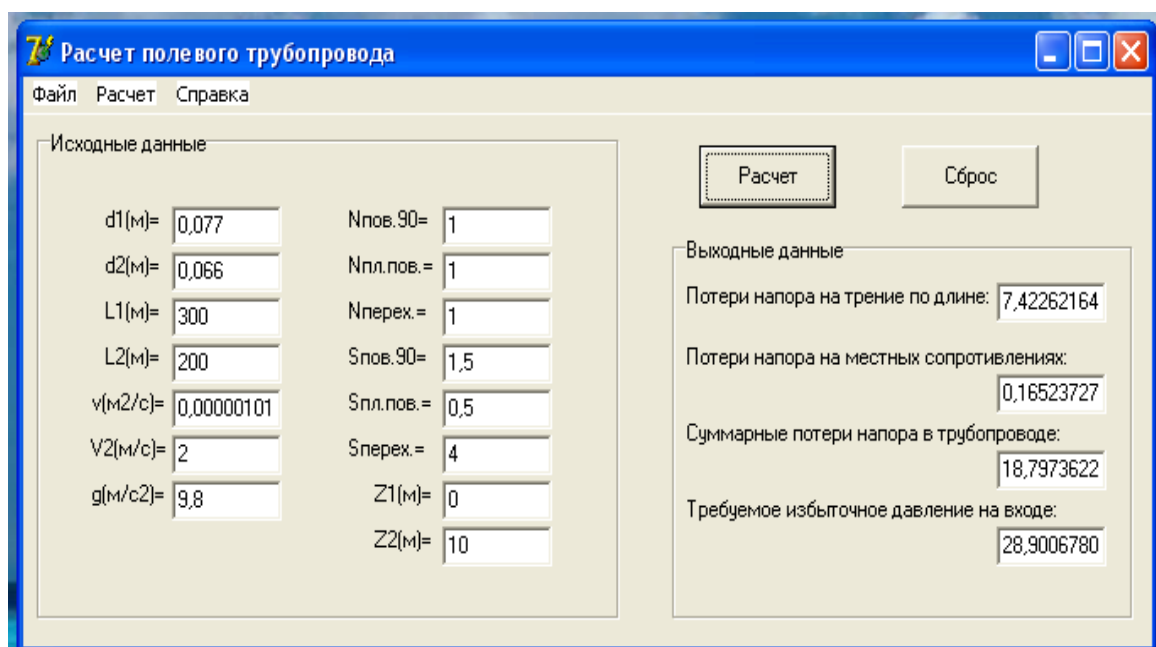
- суммарные потери напора во всём трубопроводе

$$\sum h_w = h_{w \text{ дл.1.}} + h_{w \text{ мест.1}} + h_{w \text{ дл.2}} + h_{w \text{ мест.2}} \quad (3)$$

- требуемое избыточное давление на входе в трубопровод

$$\frac{P_{\text{изб.}}}{\gamma} = \frac{a_2 \cdot V_2^2 - a_1 \cdot V_1^2}{2 \cdot g} + \sum h_w + (Z_2 - Z_1) \quad (4)$$

Алгоритм гидравлического расчета простого короткого трубопровода достаточно объемный и время-затратный, если вести его расчет вручную. Поэтому была разработана программа «Расчет полевого трубопровода» (рис. 4). Средой разработки программы была выбрана *Delphi v.7*. Данная объектно-ориентированная среда позволяет создать удобный интерфейс и код программы, который можно легко модифицировать в *Lazarus* под *Linux*. Что актуально в связи с переходом на разработку отечественных программ.



**Рис. 4. Основное окно программы «Расчет полевого трубопровода»**

В итоге, разработанная программа «Расчет полевого трубопровода» значительно ускоряет расчет простого короткого трубопровода на

конкретном примере (для двух отрезков полевого трубопровода). Полученные результаты по тестовым исходным данным обеспечивают подачу воды по полемому трубопроводу в соответствующей точке с требуемым напором и расходом.

#### **Библиографический список**

1. Яресик А.Е. и др. Полевое водообеспечение: Учебное пособие – ТВВИКУ, 2019 г. – 341с.
2. Хошеев Н.К. и др. Гидравлика гидропневмопривод: Учебное пособие – ТВВИКУ, 2009г. – 137 с.
3. Галдин Н.С. Гидравлические машины, объемный гидропривод: Учебное пособие – Омск: СиБАДИ, 2009. – 272 с.

**УДК 65.50**

**А.Н. Романова, Е.С. Кузнецов, А.Г. Зинченко**  
Сибирский казачий институт технологий и управления, г. Омск  
*natnaukaomsk@mail.ru*

### **ПРИМЕНЕНИЕ КОНЦЕПЦИИ БЕРЕЖЛИВОГО ПРОИЗВОДСТВА В ЦЕЛЯХ ОБЕСПЕЧЕНИЯ СНИЖЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ЗАТРАТ**

В статье рассмотрен вопрос снижения производственных затрат методами концепции бережливого производства. Составлена карта потока создания ценности на примере слесарного цеха производственного предприятия. Экономически обосновано внедрения на предприятии системы 5S.

*Ключевые слова:* производственный менеджмент, бережливое производство, система 5S, снижение производственных затрат.

**A.N. Romanova, E.S. Kuznetsov, A.G. Zinchenko**  
Siberian Cossack Institute of Technology and Management, Omsk  
*natnaukaomsk@mail.ru*

### **APPLYING THE CONCEPT OF LEAN MANUFACTURING TO ENSURE REDUCED PRODUCTION COSTS**

The article deals with the issue of the industrial cost of the lean manufacturing concept. A value creation map was compiled using the example of a locksmith's shop

of a manufacturing enterprise Implementation of the 5S system at the enterprise is economically justified.

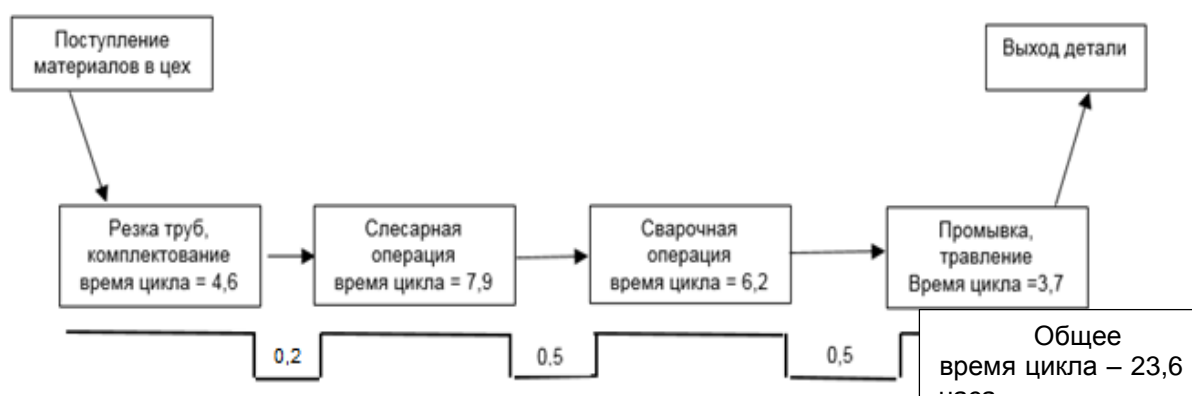
*Key words:* production management, lean manufacturing, 5S system, cost reduction.

Для любой организации свойственны внутренние проблемы, касающиеся трудовой деятельности персонала различных подразделений и уровней. Скрытые потери увеличивают издержки производства, но не увеличивают потребительской ценности товара. Концепция бережливого производства основана на системном подходе к выявлению скрытых потерь и поиск методов их устранения. Применяемые методы бережливого производства позволяют оптимизировать работу предприятия без значительных капиталовложений.

Первым этапом в процессе бережливого производства является карта потока создания ценности, цель которой выявление действий, создающих какое-либо потребительскую ценность, и действий ее не создающих.

Исследования подтверждают, что сотрудникам предприятия легче воспринимать и обрабатывать визуальную информацию, чем текстовую. Карта потока создания ценностей – это визуальный рассказ об определённом потоке компании. Карта отражает состояние потока на данный момент времени и состояние, когда устранены все возможные потери и использованы все ресурсы оборудования и персонала [2].

Для того чтобы выявить возможные потери в производственном процессе использовались такие методы, как наблюдение и хронометраж, фиксировалось время каждого действия мастеров. С помощью хронометража были выявлены самые длительные и трудоемкие операции. Карта потока создания ценности, построенная на примере слесарного цеха производственного предприятия представлена на рисунке 1.



**Рис. 1.** Карта потока создания ценности слесарного цеха

В ходе наблюдения за перечисленными в карте процессами были выявлены следующие потери.

Резка труб производится на основании технологических карт, где прописаны марка, диаметр, длина труб, а также ГОСТы и ТУ которым они должны соответствовать. Комплектация осуществляется с цехового склада заглушками, ниппелями, штуцерами и т.д. На основании хронометража выявлены затраты времени на поиск необходимых документов и материалов. Потери составляют 2,8 часа.

На этапе слесарной операции начинается работа с выданным материалом. Трубы гнут, зачищают, нарезается резьба. Временные затраты на поиск инструмента и подготовку рабочего места составляют 1,4 часа.

Сварочная операция предполагает сварку труб и комплектующих. Потери времени на организацию рабочего процесса – 1 час.

Заключительный этап – промывка и травление. Трубопроводы готовят к окончательной сдаче, потери времени на подготовку рабочего места и поиск необходимой документации – 0,4 часа.

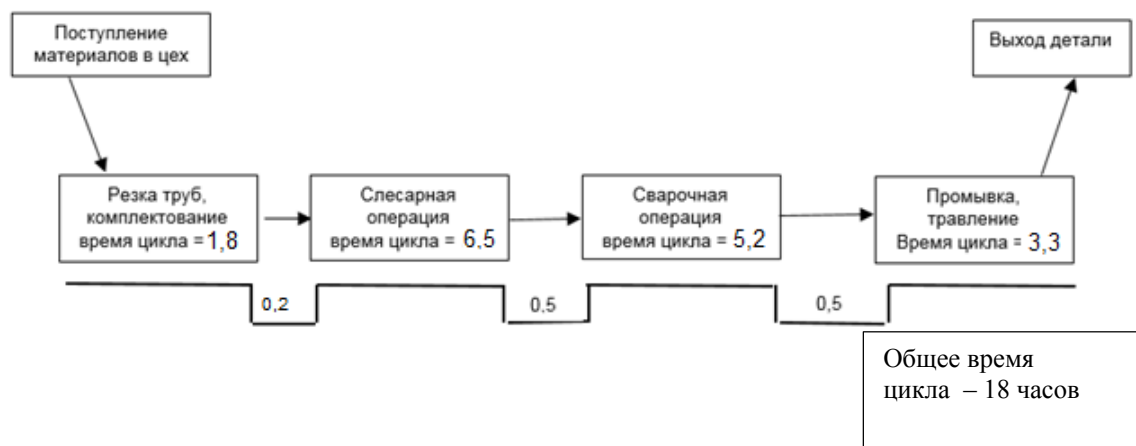
На всех процессах не хватает рациональной организации рабочего пространства, порядка в инструментах и стандартов работы, что ведет к потерям на производстве. Так же тратится время пока мастер сходит за контролем БТК, для того, чтобы проверить выполненную работу.

В общей сложности потери времени из-за неорганизованного рабочего места составляют 5,6 часа на выпускаемую деталь. На данном этапе цех изготавливает 28 полных комплектов в год, каждый комплект состоит из 3 деталей. Стоимость одного комплекта 320 тыс. руб.

После составления карты потока создания ценности текущего состояния, и ее анализа, можно предложить использование системы 5S для снижения производственных потерь.

Система 5S – это метод организации рабочего пространства, главной задачей которого является создание оптимальных условий для выполнения операций, поддержания порядка, чистоты, аккуратности, экономии времени и энергии мастера. После внедрения данного метода мастер сможет быстро найти то, что ему нужно, все инструменты будут под рукой и даже новый мастер сможет сориентироваться и оперативно найти необходимый инструмент и документацию.

После перечисленных мероприятий по внедрению инструментов бережливого производства и снижению производственных потерь составим карту потока создания ценности целевого состояния.



**Рис. 2. Карта потока создания ценности слесарного цеха**

Таким образом, время цикла обработки одного изделия сократиться с 23,6 до 18 часов. На данном участке будет обрабатываться уже не 28 комплектов, а 37.

Затраты на внедрение системы включают в себя стоимость обучающих материалов, плакаты, наклейки, канцелярские принадлежности, а также премиальные выплаты по итогам соблюдения стандартов. В общей сложности составляют 360 тыс. руб. в год.

Экономический эффект составляет 2520 тыс. руб. в год.

Мероприятия по сокращению длительности производственного цикла дают комплексный экономический эффект. Они создают предпосылки улучшения использования производственных мощностей, снижение удельного веса накладных расходов в себестоимости единицы продукции. Таким образом, сокращение длительности всех элементов производственного цикла является важным условием улучшения многих технико-экономических показателей работы предприятия.

#### **Библиографический список**

1. Ротер М. Учись видеть бизнес-процессы. Практика построения карт потоков создания ценности: Пер. с англ. / М. Ротер, Д. Шук. - М.: Альпина Бизнес Букс: CBSD, 2016. - 144 с.
2. Савенков Д.Л. Практика внедрения «бережливого производства» на промышленных предприятиях машиностроительного комплекса России. - М.: Финансы и статистика, 2016.-224 с.
3. Хоббс Д. П. Внедрение бережливого производства: практическое руководство по оптимизации бизнеса /Д. П. Хоббс; пер. с англ. П. В. Гомолко.- Минск: Гревцов Паблишер, 2016.- 352 с.



УДК 004.94

А.С. Рубан<sup>1</sup>, А.В. Серов<sup>2</sup>

Военный институт (инженерно-технический)  
Военной академии материально-технического обеспечения  
имени генерала армии А.В. Хрулёва, г. Санкт-Петербург  
*alexrsvs@rambler.ru*<sup>1</sup>  
*serov\_ab@mail.ru*<sup>2</sup>

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СРЕДСТВ MICROSOFT EXCEL ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ

В статье рассматриваются способы решения с использованием надстройки «Поиск решения» приложения *Microsoft Excel* оптимизационной задачи, сформулированной и решенной в 1939 году будущим лауреатом Нобелевской премии по экономике Леонидом Витальевичем Канторовичем. Анализируются способы и результаты решения оптимизационной задачи.

*Ключевые слова:* оптимизация, математическая экономика, линейное программирование, приложение *Microsoft Excel*, надстройка «Поиск решения», симплекс-метод, параметры оптимизации.

A.S. Ruban<sup>1</sup>, A.V. Serov<sup>2</sup>

Military Institute (Engineering and technical) Military Academy of logistics  
named after General of the Army A.V. Khrulev, Saint Petersburg  
*alexrsvs@rambler.ru*<sup>1</sup>  
*serov\_ab@mail.ru*<sup>2</sup>

## USING MICROSOFT EXCEL FUNDS FOR SOLVING OPTIMIZATION PROBLEMS

The article discusses ways of solving the optimization problem using the Microsoft Excel add-in "Search for a solution" formulated and solved in 1939 by the future Nobel Prize winner in economics Leonid Vitalievich Kantorovich. The methods and results of solving the optimization problem are analyzed.

*Keywords:* optimization, mathematical economics, linear programming, Microsoft Excel application, "Search for a solution" add-in, simplex method, optimization parameters.

В условиях быстро развивающегося современного производства остаются актуальными вопросы оптимизации процессов и отношений как совокупности методов и способов улучшения их протекания с целью получения более эффективного результата. Эффективность может быть оценена с позиций быстроты

выполнения заявленного объема работ, экономии материалов и средств, распределения людских ресурсов и др. Понятие «оптимизация» фактически становится аналогичным термину «улучшение». Оценка оптимальности процессов и явлений осуществляется на основе эмпирических вычислений и проведения опытных экспериментов с применением компьютерных технологий. Проведение вычислительного компьютерного эксперимента с математической моделью исследуемого образца позволяет эффективно исследовать его свойства в разных ситуациях, включая экстремальные и имеющие необратимые разрушительные последствия.

Основоположниками в области оптимизации можно назвать величайших ученых мира, таких как Готфрид Лейбниц, Леонард Эйлер, Карл Якоби и др., которые разрабатывали математические методы для анализа и решения задач на основе сложных математических моделей. Изучение и обоснование методов математического программирования осуществлялось учёными Л.В. Канторовичем, Дж.Б. Данцигом, Р. Беллманом, Дж. Фон Нейманом, Д. Химмельблау и другими.

Остановимся на работах Леонида Витальевича Канторовича, основные научные достижения которого связаны с периодом его работы в Ленинграде. А именно – в Ленинградском государственном университете (ЛГУ) и Ленинградском институте инженеров промышленного строительства (ЛИИПС), на базе которого в 1939 году было создано Высшее военно-морское инженерно-строительное училище Рабоче-Крестьянского Военно-Морского Флота. Академик Канторович является основателем научных школ в области математической экономики, функционального анализа и вычислительной математики, инициатором подготовки в ЛГУ специалистов по вычислительной математике и экономической кибернетике.

Одна из первых работ Л.В. Канторовича по математической экономике «Математические методы организации и планирования производства» вышла (в виде брошюры) тиражом 1000 экземпляров в 1939 году в издательстве ЛГУ. Эта работа представляет собой расширенную стенограмму доклада, с которым Леонид Витальевич выступил 13 мая 1939 г. на заседании Математического отдела Института математики и механики ЛГУ. В ней представлено изложение нового математического аппарата, получившего впоследствии название «линейное программирование» – направления, оказавшего огромное влияние на развитие экономической науки в мире. В этой работе впервые давалась математическая постановка производственных задач оптимального планирования и предлагались эффективные методы их решения. Также в этой работе использованы материалы доклада, посвященного специальным вопросам строительства, который был сделан 26 мая 1939 г. в ЛИИПС.

Работа неоднократно переиздавалась и была переведена на разные языки, а публикация в научном журнале «*Management Science*» в 1960 г. вызвала сен-

сацию в США и Л.В. Канторовичу, как автору лучшей работы 1960 года в области исследования операций, был присужден почетный диплом Американского общества по исследованию операций (*Operations Research Society of America – ORSA*).

Главным открытием Канторовича в области математико-экономических методов стало линейное программирование. Этим термином описывается раздел математики о теоретическом и численном анализе и способах решения задач, в которых требуется найти оптимальное значение, то есть максимум (или минимум) некоторой системы показателей в процессе, поведение и состояние которого описывается системой линейных неравенств.

Сам Леонид Витальевич назвал этот метод – «метод разрешающих множителей», а общеупотребительный в настоящее время термин «линейное программирование» был предложен в 1951 году американским экономистом Тьяллингом Купмансом. В 1975 г. Канторович и Купманс получили Нобелевскую премию по экономике с формулировкой «за их вклад в теорию оптимального распределения ресурсов». Заслугой Купманса стала популяризация метода линейного программирования и защита приоритета Канторовича в открытии этого метода.

Известна предыстория создания научной работы «Математические методы организации и планирования производства» [1, с. 43-46]. В 1938 г. в Научно-исследовательский институт математики и механики ЛГУ, где трудился Леонид Витальевич Канторович, обратились сотрудники Центральной лаборатории Ленинградского фанерного треста с просьбой найти лучший способ использования имеющегося оборудования для выполнения пяти видов работ на станках восьми типов, обеспечивающий максимальную выработку готовой продукции.

С точки зрения математики задача сводилась к определению матрицы ( $h_{ik}$ ) и величины  $z$  из условий

$$h_{ik} \geq 0, \sum_{k=1}^5 h_{ik} = 1, \sum_{i=1}^8 h_{ik} a_{ik} = z p_k, z \rightarrow \max \quad (1)$$

где  $a_{ik}$  – суммарная производительность станков  $i$ -й группы при выполнении работ  $k$ -го вида, а  $p_k$  характеризует требуемый ассортимент.

Для определения коэффициентов матрицы  $h_{ik}$  классическим методом требовалось решить  $\approx 10^9$  систем линейных уравнений с двенадцатью неизвестными, что в то время было весьма затруднительно. Поэтому стало ясно, что для решения задач подобного типа должны быть разработаны новые методы, позволяющие проводить направленный перебор множества комбинаций.

В работе «Математические методы организации и планирования производства» исследуются различные группы планово-производственных задач. Достаточно перечислить наименования разделов данной работы, чтобы убедиться в широте охвата исследуемых проблем: распределение обработки деталей по станкам, дающее максимальную производительность при условии ком-

плектности (постановка основных математических задач); организация производства с обеспечением максимального выполнения плана при условии заданного ассортимента; наиболее полное использование механизмов; максимальное уменьшение отходов; максимальное использование комплексного сырья; наиболее рациональное использование топлива; рациональный раскрой материалов; наилучшее выполнение плана строительства при наличных строительных материалах; наилучшее распределение посевной площади; наилучший план перевозок.

Применение прикладных программных продуктов и средств вычислительной техники позволяет сократить до минимума время выполнения расчетов по вышеперечисленным задачам. Для примера проведем решение задачи, рассмотренной в первой главе работы «Математические методы организации и планирования производства», с использованием приложения *Microsoft Excel* и проанализируем точность и скорость выполнения расчетов.

В качестве исходных данных для решения примера используем формулировку, приведенную в работе Л.В. Канторовича. Имеется три группы станков (три фрезерных станка, три револьверных и один автомат). Каждый станок может производить два типа деталей. За рабочий день на фрезерном станке можно изготовить 10 первых деталей, либо 20 вторых; на револьверном – 20 первых, либо 30 вторых; на автомате – 30 первых, либо 80 вторых (Таблица 1).

**Таблица 1**

**Производительность станков по двум деталям**

Группа станков	Число станков	Производительность каждого станка		Суммарная Производительность	
		по I детали	по II детали	по I детали	по II детали
Фрезерные	3	10	20	30	60
Револьверные	3	20	30	60	90
Автомат	1	30	80	30	80

Нужно решить следующую задачу: загрузить рабочий день станков так, чтобы получить максимальную производительность, при этом найти способ максимального выпуска комплектных (состоящих из двух разных деталей) изделий.

В своей работе автор приводит рассуждения по поводу решения данной задачи: «Если не стараться решить задачу на максимум, а добиваться только комплектности, то можно на каждом станке производить обе детали в одинаковом количестве. Для этого достаточно разбить рабочий день каждого станка так, чтобы он произвел одинаковое число той и другой детали. Тогда оказывается, что фрезерные станки могут произвести 20 первых и 20 вторых деталей...

Револьверные станки могут произвести тогда 36 первых и 36 вторых, автомат произведет 21 первую и 21 вторую деталь, а общая производительность по всем станкам будет 77 первых и 77 вторых деталей, т. е. 77 комплектов (Таблица 2).

**Таблица 2**

**Распределение обработки деталей по станкам**

Группа станков	Простейшее решение		Наивыгоднейшее решение	
	I деталь	II деталь	I Деталь	II Деталь
Фрезерные	20	20	26	6
Револьверные	36	36	60	–
Автомат	21	21	–	80
Число комплектов	77	77	86	86

Найдем теперь в данном примере наиболее целесообразный способ работы. Первую деталь нужно вырабатывать там, где ее выгоднее всего производить (на револьверных станках), а второй деталью нужно загрузить автомат. Что касается фрезерных станков, то между ними следует частично разделить производство первой и второй деталей, причем разбивку нужно произвести так, чтобы в сумме получилось одинаковое число первых и вторых деталей.

Если произвести разбивку по этому способу, то цифры будут такие: на фрезерном 26 и 6; на револьверном только 60 первых деталей, вторых не будет и на автомате 80 вторых, первых деталей не будет вовсе. Всего получится 86 первых деталей и 86 вторых (Таблица 2). Так как в научном труде отсутствуют какие-либо расчеты, последовательно выполним их в *Microsoft Excel*, разделив решение задачи на две части: с использованием так называемых прямых расчетов – для нахождения простейшего решения, и с использованием надстройки **Поиск решений** – для поиска оптимального (наивыгоднейшего) решения по поставленным условиям задачи. Для решения первой части задачи состав и числовые значения в Таблице 1 исходных данных преобразуем к следующему виду (Таблица 3).

**Таблица 3**

**Исходные данные для решения первой части задачи**

Группа станков	Число станков	Трудоемкость производства			Суммарная трудоемкость производства
		по I детали	по II детали	Комплекта деталей	комплекта деталей
Фрезерные	3	0,1	0,05	0,15	0,05
Револьверные	3	0,05	0,033333333	0,083333333	0,027777778
Автомат	1	0,033333333	0,0125	0,045833333	0,045833333

Расчет произведен по следующим формулам (рис. 1).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Группа станков	Число станков	Производительность каждого станка		Трудоёмкость производства			Суммарная трудоёмкость производства	Простейшее решение	
2			по I детали	по II детали	по I детали	по II детали	комплекта деталей	комплекта деталей	I деталь	II деталь
3	Фрезерные	3	10	20	=1/C3	=1/D3	=E3+F3	=G3/B3	=ЦЕЛОЕ(1/H3)	=ЦЕЛОЕ(1/H3)
4	Револьверные	3	20	30	=1/C4	=1/D4	=E4+F4	=G4/B4	=ЦЕЛОЕ(1/H4)	=ЦЕЛОЕ(1/H4)
5	Автомат	1	30	80	=1/C5	=1/D5	=E5+F5	=G5/B5	=ЦЕЛОЕ(1/H5)	=ЦЕЛОЕ(1/H5)
6	Число комплектов								=СУММ(I3:I5)	=СУММ(J3:J5)

**Рис. 1. Расчетные формулы для решения первой части задачи**

В результате произведенных расчетов получим следующее решение (рис. 2).

Группа станков	Число станков	Производительность каждого станка		Трудоёмкость производства			Суммарная трудоёмкость производства	Простейшее решение	
		по I детали	по II детали	по I детали	по II детали	комплекта деталей		комплекта деталей	I деталь
Фрезерные	3	10	20	0,1	0,05	0,15	0,05	20	20
Револьверные	3	20	30	0,05	0,033333333	0,083333333	0,027777778	36	36
Автомат	1	30	80	0,033333333	0,0125	0,045833333	0,045833333	21	21
Число комплектов								77	77

**Рис. 2. Решение первой части задачи**

Для решения второй части задачи нам потребуется надстройка «Поиск решения» приложения *Excel*. Дополнительно к имеющейся таблице исходных данных для решения второй задачи создадим таблицу, в которой будем производить поиск оптимального решения симплекс-методом. Состав и числовые значения исходных данных таблицы представлены на рисунке 3, а расчетные формулы – на рисунке 4.

Группа станков	Число станков	Произведено на каждом станке		Время производства каждого станка		Суммарное время производства группы станков	Наивыгоднейшее решение		
		по I детали	по II детали	по I детали	по II детали		I деталь	II деталь	
Фрезерные	3	0	0	0	0	0	0	0	
Револьверные	3	0	0	0	0	0	0	0	
Автомат	1	0	0	0	0	0	0	0	
Число комплектов								0	0

**Рис. 3. Исходные данные для решения второй части задачи**

Для подбора оптимальных значений произведенной на каждом станке продукции (диапазон ячеек – «\$C\$10:\$D\$12») оптимизируем значение ячейки с адресом «\$I\$13» (суммарное производство II детали на всех станках) со следующими параметрами (рис. 5):

- целевая функция – ячейка «\$I\$13» (вычисляется по формуле);
- оптимизация целевой функции – максимум;

**Научное наследие академика Л.В. КАНТОРОВИЧА  
и его воплощение в современной экономике и технике**

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Группа станков	Число станков	Производительность каждого станка		Трудоёмкость производства			Суммарная трудоёмкость производства	Простейшее решение	
2			по I детали	по II детали	по I детали	по II детали	комплекта деталей	комплекта деталей	I деталь	II деталь
3	Фрезерные	3	10	20	=1/C3	=1/D3	=E3+F3	=G3/B3	=ЦЕЛОЕ(1/H3)	=ЦЕЛОЕ(1/H3)
4	Револьверные	3	20	30	=1/C4	=1/D4	=E4+F4	=G4/B4	=ЦЕЛОЕ(1/H4)	=ЦЕЛОЕ(1/H4)
5	Автомат	1	30	80	=1/C5	=1/D5	=E5+F5	=G5/B5	=ЦЕЛОЕ(1/H5)	=ЦЕЛОЕ(1/H5)
6	Число комплектов								=СУММ(I3:I5)	=СУММ(J3:J5)
7										
8	Группа станков	Число станков	Произведено на каждом станке		Время производства каждого станка		Суммарное время производства группы станков	Наивыгоднейшее решение		
9			по I детали	по II детали	по I детали	по II детали		I деталь	II деталь	
10	Фрезерные	3	0	0	=C10*E3*B10	=D10*F3*B10	=(E10+F10)/B10	=C10*B10	=D10*B10	
11	Револьверные	3	0	0	=C11*E4*B11	=D11*F4*B11	=(E11+F11)/B11	=C11*B11	=D11*B11	
12	Автомат	1	0	0	=C12*E5*B12	=D12*F5*B12	=(E12+F12)/B12	=C12*B12	=D12*B12	
13	Число комплектов							=СУММ(H10:H12)	=СУММ(I10:I12)	

**Рис. 4. Расчетные формулы для решения второй части задачи**

- ячейки переменных - диапазон «\$C\$10:\$D\$12», в которых будет подбираться оптимальное значение количества произведенной на каждом станке продукции (I и II детали).

**Рис. 5. Параметры надстройки «Поиск решения»**

На параметры решения задачи наложим следующие ограничения:  
- значения переменных – целые числа ( $\$C\$10:\$D\$12 = \text{целое}$ );

- время работы станков не превышает значение «1» - полный рабочий день ( $G_{10} \cdot G_{12} \leq 1$ );

- количество произведенных деталей (первой и второй) должно совпадать ( $I_{13} = H_{13}$ ).

В результате произведенных расчетов получим следующее решение второй части задачи (рис. 6).

Группа станков	Число станков	Произведено на каждом станке		Время производства каждого станка		Суммарное время производства группы станков	Наивыгоднейшее решение	
		по I детали	по II детали	по I детали	по II детали		I деталь	II деталь
Фрезерные	3	8	4	2,4	0,6	1	24	12
Револьверные	3	20	0	3	0	1	60	0
Автомат	1	2	74	0,066666667	0,925	0,991666667	2	74
Число комплектов							86	86

**Рис. 6. Решение второй части задачи**

Применяя для решения задачи оптимизации метод обобщенного понижающего градиента (ОПГ) получаем абсолютно идентичные результаты.

Сравнивая отчеты о результатах оптимизации, выполненные разными способами (табл. 4), можно сделать вывод, что при одинаковых исходных данных и одинаковом результате решения симплекс-метод имеет значительное преимущество по времени решения оптимизационной задачи.

**Таблица 4**

**Отчет о результатах оптимизации**

Симплекс-метод	Метод ОПГ
Результат: Целочисленное решение найдено в пределах допустимого отклонения. Все ограничения выполнены.	Результат: Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.
Модуль: Поиск решения линейных задач симплекс-методом	Модуль: Поиск решения нелинейных задач методом ОПГ
Время решения: 0,078 секунд	Время решения: 0,891 секунд
Число итераций: 3	Число итераций: 5
Число подзадач: 8	Число подзадач: 14
Параметры поиска решения: Максимальное время – без пределов Число итераций – без пределов Точность – 0,000001 Максимальное число подзадач – без пределов Максимальное число целочисленных решений – без пределов Целочисленное отклонение – 0%	Параметры поиска решения: Максимальное время – без пределов Число итераций – без пределов Точность – 0,000001 Сходимость – 0,0001 Размер совокупности – 100 Случайное начальное значение – 0 Максимальное число подзадач – без пределов Максимальное число целочисленных решений – без пределов Целочисленное отклонение – 0%



Сравнивая результаты решения, приведенного в работе Леонида Витальевича Канторовича и полученного в результате использование средства «Поиск решения» приложения *Microsoft Excel* (табл. 5) видим, что количественные значения параметра оптимизации (максимальное число комплектов деталей) совпадают, но различаются по количественному составу компонентов. И это тема для дальнейшего исследования в рамках изучения математико-экономических методов.

**Таблица 5**

**Сравнение результатов решения задачи**

Группа станков	Наивыгоднейшее решение (Л.В. Канторовича)		Оптимальное решение (надстройка «Поиск решения»)	
	I деталь	II деталь	I деталь	II деталь
Фрезерные	20	20	24	12
Револьверные	36	36	60	–
Автомат	21	21	2	74
Число комплектов	77	77	86	86

Джордж Бернارد Данциг – американский математик, который независимо от Канторовича спустя 10 лет открыл линейное программирование, писал: «Канторовича следует признать первым, кто обнаружил, что широкий класс важнейших производственных задач поддается четкой математической формулировке, которая, по его убеждению, дает возможность подходить к задачам с количественной стороны и решать их численными методами» [2, с. 29]. Решение экономических и математических задач на основе линейного программирования продолжают оставаться актуальными и находят все более широкое применение в разных областях наук и прикладных исследований. Идеи Канторовича Л.В. находят свое воплощение в самых современных отраслях науки и техники, включая сферу искусственного интеллекта и нейросетевого программирования.

#### **Библиографический список**

1. Канторович Л.В. Математико-экономические работы / Л.В. Канторович – Новосибирск, Наука, 2011 – 760 с.
2. Данциг Дж.Б. Линейное программирование, его обобщения и применения: Пер. с англ. / Дж. Б. Данциг – М., Прогресс, 1966 – 600 с.

УДК 51

**Н.А. Сорокин, В.Н. Тарасов**

Военный институт (инженерно-технический), г. Санкт-Петербург  
*vasiliy.tarasov.1951@mail.ru*

## **ОБ УПОРЯДОЧИВАНИИ ЗНАЧЕНИЙ ГЛАВНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ОПТИМАЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЯХ ДОРОЖНЫХ ОДЕЖД**

Рассмотрена проблема упорядочивания главных напряжений при получении оптимальных конструкций дорожных одежд. Показано, что используемые в монографиях, в учебной литературе способы описания главных напряжений, могут не совпадать в разных областях многослойной упругой среды. Данное обстоятельство необходимо учитывать при переносе данных из одной расчетной схемы в другую.

*Ключевые слова:* упругая среда, главные напряжения.

**N.A. Sorokin, V.N. Tarasov**

Military Institute (Engineering and technical), Saint Petersburg  
*vasiliy.tarasov.1951@mail.ru*

## **ON ORDERING THE VALUES OF THE MAIN VOLTAGES IN THE OPTIMAL DESIGNS OF ROAD CLOTHING**

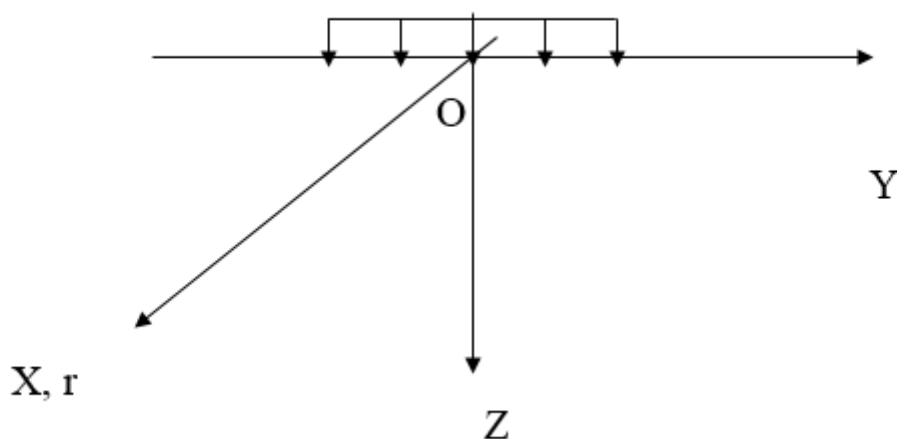
The problem of ordering the main stresses in obtaining optimal designs of pavements is considered. It is shown that the methods of description of principal stresses used in monographs, in educational literature, may not coincide in different areas of a multilayer elastic medium. This circumstance must be taken into account when transferring data from one calculation scheme to another.

*Keywords:* elastic medium, principal stresses.

В процессе конструирования нежестких дорожных одежд используют различные отраслевые методические рекомендации и стандарты. Использование алгоритмов, представленных в упомянутых документах, должно обеспечить разработку оптимальных конструкций многослойных одежд с наилучшими эксплуатационными и экономическими характеристиками. Расчеты многослойных конструкций дорог основываются на решениях некоторых стандартных задач линейной теории упругости, в частности, на решении модельной задачи для упругого полупространства, нагруженного на внешней поверхности нормальной осесимметрической нагрузкой. Решение задачи состоит в получении значений нормальных, касательных, главных напряжений, а также вертикальных и горизонтальных смещений в заданной точке упругой среды.

Три главных напряжения вычисляются по формулам, использующим значения нормальных и касательных напряжений. Различные расчетные методики используют разные системы обозначений главных напряжений: по величине или при помощи специальных формул. В докладе показано, что в многослойном упругом полупространстве данные подходы могут не соответствовать друг другу, и данное обстоятельство необходимо учитывать, например, при переносе данных из одной расчетной схемы в другую.

Зададим декартову систему координат  $X, Y, Z$  и цилиндрическую систему координат  $r, \theta, z$  (рис. 1) с совмещенными в точке  $O$  началами. Пусть, кроме того, оказываются совмещенными оси  $OX$  и  $Or$ , а ось  $OZ$  является общей. Угол  $\theta$  отсчитывается в плоскости  $z = 0$  от оси  $Or$ . В выбранных системах координат полупространство задается неравенством  $z \geq 0$  и ограничено плоскостью  $z = 0$ . Упругая среда может быть многослойной. Каждый слой характеризуется своими значениями модуля упругости и коэффициента Пуассона. Нагрузка, действующая на полупространство, распределена равномерным образом с интенсивностью  $p$  в границах круга радиуса  $R_0$  с центром в начале координат  $O$  на плоскости  $z = 0$ .



**Рис. 1.** Размещение нагрузки в декартовой системе координат

Поскольку по предположению внешняя нагрузка является осесимметричной, все компоненты напряженно-деформированного состояния упругой среды в каждой точке  $(r, \theta, z)$  должны зависеть только от двух координат

$r, z$ . В линейной теории упругости отыскание напряжений и смещений сводится к построению функции напряжений  $\varphi(r, z)$ , являющейся формальным решением бигармонического уравнения

$$\nabla^2 \nabla^2 \varphi(r, z) = 0 \quad (1)$$

Функция  $\varphi(r, z)$  связана с нормальными напряжениями  $\sigma_z(r, z), \sigma_r(r, z), \sigma_\theta(r, z)$  и касательным напряжением  $\tau_{rz}(r, z)$  соотношениями:

$$\sigma_z(r, z) = \frac{\partial}{\partial z} \left( (2 - \nu) \nabla^2 \varphi(r, z) - \frac{\partial^2 \varphi(r, z)}{\partial z^2} \right), \quad (2)$$

$$\sigma_r(r, z) = \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu \nabla^2 \varphi(r, z) - \frac{\partial^2 \varphi(r, z)}{\partial r^2} \right), \quad (3)$$

$$\sigma_\theta(r, z) = \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu \nabla^2 \varphi(r, z) - \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi(r, z)}{\partial r} \right), \quad (4)$$

$$\tau_{rz}(r, z) = \frac{\partial}{\partial r} \left( (1 - \nu) \nabla^2 \varphi(r, z) - \frac{\partial^2 \varphi(r, z)}{\partial z^2} \right). \quad (5)$$

Главные напряжения действуют в направлениях, перпендикулярных к площадкам выделенного элемента с нулевыми касательными напряжениями. В сопротивлении материалов доказывается, что в любой точке упругой среды главных направлений может быть либо только три, либо бесконечно много. В первом случае три главных площадки обязаны быть взаимно перпендикулярными. Вторая ситуация встречается редко и, как правило, является следствием различного рода симметрии.

Как известно [1], значения главных напряжений  $\sigma_i(r, z)$ ,  $i = 1, 2, 3$  в каждой точке полупространства являются корнями кубического уравнения

$$\sigma^3 - S_1 \sigma^2 + S_2 \sigma - S_3 = 0, \quad (6)$$

коэффициенты которого представляют инварианты напряженного состояния среды:

$$\begin{aligned} S_1 &= \sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z, \\ S_2 &= \sigma_r \sigma_\theta + \sigma_r \sigma_z + \sigma_\theta \sigma_z - \tau_{rz}^2, \\ S_3 &= \sigma_r \sigma_\theta \sigma_z - \sigma_\theta \tau_{rz}^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Формулы (7) позволяют записать уравнение (6) в виде:

$$\sigma^3 - (\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z) \sigma^2 + (\sigma_r \sigma_\theta + \sigma_r \sigma_z + \sigma_\theta \sigma_z - \tau_{rz}^2) \sigma - (\sigma_r \sigma_\theta \sigma_z - \sigma_\theta \tau_{rz}^2) = 0. \quad (8)$$

Легко проверить, что одним из трех корней уравнения (8) и, следовательно, одним из главных напряжений, является нормальное напряжение  $\sigma_\theta$ .

Поэтому правая часть уравнения (8) может быть преобразована в произведение, а само уравнение примет вид:

$$(\sigma - \sigma_\theta)(\sigma^2 - (\sigma_r + \sigma_z)\sigma + (\sigma_r \sigma_z - \tau_{rz}^2)) = 0. \quad (9)$$

Корни уравнения (9) образуют множество из трех вещественных чисел:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left( \sigma_z + \sigma_r + \sqrt{(\sigma_z - \sigma_r)^2 + 4\tau_{rz}^2} \right), \\ & \frac{1}{2} \left( \sigma_z + \sigma_r - \sqrt{(\sigma_z - \sigma_r)^2 + 4\tau_{rz}^2} \right), \sigma_\theta. \end{aligned} \quad (10)$$

Некоторые авторы (см. [1]) предлагают наибольшее и наименьшее число среди корней (10) обозначать символами

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \max \left\{ \frac{1}{2} \left( \sigma_z + \sigma_r + \sqrt{(\sigma_z - \sigma_r)^2 + 4\tau_{rz}^2} \right), \right. \\ & \left. \frac{1}{2} \left( \sigma_z + \sigma_r - \sqrt{(\sigma_z - \sigma_r)^2 + 4\tau_{rz}^2} \right), \sigma_\theta \right\}; \\ \sigma_3 &= \min \left\{ \frac{1}{2} \left( \sigma_z + \sigma_r + \sqrt{(\sigma_z - \sigma_r)^2 + 4\tau_{rz}^2} \right), \right. \\ & \left. \frac{1}{2} \left( \sigma_z + \sigma_r - \sqrt{(\sigma_z - \sigma_r)^2 + 4\tau_{rz}^2} \right), \sigma_\theta \right\}. \end{aligned}$$

Тогда третье главное напряжение  $\sigma_2$  окажется числом из множества (10), оставшимся после удаления из него главных напряжений  $\sigma_1$ ,  $\sigma_3$ .

В некоторых расчетных схемах выполняют сортировку значений (10) по абсолютной величине.

Однако чаще в литературе по механике грунтов используют обозначения вида (см., например, [2]):

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \left( \sigma_z + \sigma_r + \sqrt{(\sigma_z - \sigma_r)^2 + 4\tau_{rz}^2} \right), \quad (11)$$

$$\sigma_3 = \frac{1}{2} \left( \sigma_z + \sigma_r - \sqrt{(\sigma_z - \sigma_r)^2 + 4\tau_{rz}^2} \right). \quad (12)$$

Тогда, очевидно,

$$\sigma_2 = \sigma_\theta. \quad (13)$$

Далее при рассмотрении конкретных примеров будет показано, что в многослойной упругой среде указанные выше системы обозначений в некоторых точках являются тождественными, в других областях – различными. Данное обстоятельство должно учитываться в расчетных схемах, в отраслевых нормах и стандартах.

Приведем несколько расчетных примеров, полученных при помощи специальной программы, разработанной в системе символьной математики Mathematica Wolfram Research совместно с ООО НТЦ «Геотехнологии». Во всех примерах главные напряжения пронумерованы в соответствии с формулами (11)-(13).

*Пример 1.* Пусть на поверхности однородного упругого полупространства действует равномерная вертикальная нагрузка с интенсивностью  $p=12$  МПа, распределенная по площади круга радиуса  $R_0 = 0.18$  м

В точке  $r = 0.00$  м,  $\theta = \pi/2$ ,  $z = 0.04$  м в цилиндрической системе координат (в точке  $x = 0.00$  м,  $y = 0.20$  м,  $z = 0.04$  м в декартовых координатах) напряжения имеют следующие значения (Мпа):

$$\sigma_z = 2,38195; \sigma_r = 3,06971; \sigma_\theta = 1,94579; \tau_{rz} = 2,73796.$$

Используя формулы (11)-(13), получим значения главных напряжений (Мпа):

$$\sigma_1 = 5,48531; \sigma_2 = 1,94579; \sigma_3 = -0,03364,$$

которые показывают, что в рассматриваемой точке выполняются неравенства  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ .

*Пример 2.* Рассмотрим упругое семислойное полупространство со следующими характеристиками

- модули упругости Юнга (Мпа) в каждом слое:

$$E_1 = 4400, E_2 = 3200, E_3 = 200, E_4 = 400, E_5 = 3300, E_6 = 80, E_7 = 900.$$

- коэффициенты Пуассона в каждом слое:

$$\nu_1 = 0,25; \nu_2 = 0,35; \nu_3 = 0,35; \nu_4 = 0,35; \nu_5 = 0,35; \nu_6 = 0,35; \nu_7 = 0,35.$$

- уравнения плоскостей разделяющих слои:  $z = h_i, i=1, \dots, 6;$

$$h_1 = 0,02 \text{ м}, h_2 = 1,02 \text{ м}, h_3 = 2,54 \text{ м}, h_4 = 3,61 \text{ м}, \\ h_5 = 4,12 \text{ м}, h_6 = 5,32 \text{ м}.$$

- на границах слоев выполняются условия жесткого (спаянного) контакта, т.е. являются непрерывными нормальное напряжение  $\sigma_z$ , касательное напряжение  $\tau_{rz}$ , вертикальное смещение  $W$  и горизонтальное смещение  $U$ .

- нагрузка с интенсивностью  $p=12$  МПа распределена по площади круга радиуса  $R_0 = 0,185$  м.

1. В точке  $r = 0,15$  м,  $\theta = \pi/2$ ,  $z = 0,30$  м в цилиндрической системе координат (в точке  $x = 0,00$  м,  $y = 0,15$  м,  $z = 0,30$  м в декартовых координатах) получены следующие значения напряжений (Мпа):

$$\sigma_z = 3,30937; \sigma_r = 0,64312; \sigma_\theta = 0,27374; \tau_{rz} = 1,24395;$$

Главные напряжения:  $\sigma_1 = 3,79960$ ;  $\sigma_2 = 0,27374$ ;  $\sigma_3 = 0,15289$ .

Выполняется неравенство:  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ .

2. В точке  $r = 0,15$  м,  $\theta = \pi/2$ ,  $z = 1,30$  м в цилиндрической системе координат (в точке  $x = 0,00$  м,  $y = 0,15$  м,  $z = 1,30$  м в декартовых координатах) имеют место следующие значения напряжений (Мпа):

$$\sigma_z = 0,11487; \sigma_r = 0,006957; \sigma_\theta = 0,00626; \tau_{rz} = 0,00778;$$

Главные напряжения:  $\sigma_1 = 0,11543$ ;  $\sigma_2 = 0,00626$ ;  $\sigma_3 = 0,00640$ .

Выполняется неравенство:  $\sigma_1 > \sigma_3 > \sigma_2$ .

3. В точке  $r = 0,00$  м,  $\theta \in [0, \pi/2)$ ,  $z = 0,30$  м в цилиндрической системе координат (на оси OZ в точке  $x = 0,00$  м,  $y = 0,00$  м,  $z = 0,30$  м в декартовых координатах) напряжения имеют значения (Мпа):

$$\sigma_z = 4,53520; \sigma_r = 0,31129; \sigma_\theta = 0,31129; \tau_{rz} = 0,00.$$

Главные напряжения:  $\sigma_1 = 4,53520$ ;  $\sigma_2 = 0,31129$ ;  $\sigma_3 = 0,31129$ .

Выполняется условие:  $\sigma_1 > \sigma_3 = \sigma_2$ .

#### Библиографический список

1. Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности. М., 1970.
2. Конструирование и расчет нежестких дорожных одежд. Под ред. Иванова Н.Н. М., 1973.

УДК 519.816

**А.Г. Хохлов<sup>1</sup>, Е.Д. Бочаров<sup>2</sup>, И.Е. Шемякина<sup>3</sup>**

Высшее военно-инженерное командное училище, г. Тюмень

*alexejhohlov@yandex.ru<sup>1,2</sup>*

*www.iri@mail.ru<sup>3</sup>*

## **К ТЕОРИИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ**

В статье рассматривается метод принятия решений на основе методов анализа иерархий, в частности собственных векторов.

*Ключевые слова:* Метод анализа иерархий; исследования операций; дешифрование; согласованная матрица.

A. G. Khokhlov<sup>1</sup>, E.D. Bocharov<sup>2</sup>, I.E. Shemyakina<sup>3</sup>

Higher Military Engineering Command School, Tyumen

*alexejhohlov@yandex.ru<sup>1,2</sup>*

*www.iri@mail.ru<sup>3</sup>*

## **TO THE THEORY OF DECISION-MAKING**

The article examines the method of decision-making based on methods of analysis of hierarchies, in particular their own vectors.

*Keywords:* Hierarchy Analysis Method, Operations research, decryption agreed matrix.

Любое целенаправленное действие человека предваряется некоторым умственным усилием, размышлением, результатом которого является принятие решения. Решения принимают все: военные, инженеры, управленцы, экономисты, космонавты и даже домохозяйки.

Поэтому знакомство с современной теорией решений необходимо всем, кто связан с системой управления, а управляет каждый из нас – хотя бы самим собой.

Обычно мы принимаем решения на основании личного опыта и здравого смысла. Однако в сложных ситуациях, конфликтных ситуациях принятие ответственных решений приходится использовать специальные математические методы, моделирующие ту или иную ситуацию.

В годы второй мировой войны стало понятно, что хорошо управлять большим количеством людей, опираясь только на опыт и интуицию, чрезвычайно трудно.

Это привело к созданию группы военных консультантов при крупных военачальниках (в американской армии такие группы называли «Группами



исследовательских операций»). Отсюда произошел и сам термин исследовательских операций (И.О), в английской армии – операционный анализ [4, 6].

В обязанности членов группы входили: всестороннее изучение ситуации, в которой начальнику предстояло принимать решение (лицо, принимающее решение – ЛНР). Сами же члены группы административной властью не располагали [1, 5, 6].

Наиболее известным примером могут служить результаты работы группы капитана 3-го ранга Аластера Деннистона, руководителя правительственной школы кодов и шифров. В эту группу входили: талантливые математики (гении), лингвисты, биологи, чемпион Англии по шахматам и специалисты по решению кроссвордов. Большинство выпускники Оксфордского и Кембриджского университетов. (Штаб располагался в «Блечли-Парк» в 80 км от Лондона).

Им удалось взломать шифр «Энигмы», кроме того, добились также успеха в дешифровании итальянских и японских сообщений (к концу войны в «Блечли Парке» было около 9 тыс. сотрудников) [2, 5, 6].

По мнению известных историков, исследовавших историю второй мировой войны, эта группа приблизила её окончание минимум на 2 года!

В заметке рассматривается метод принятия решений на основе методов анализа иерархий, в частности, собственных векторов. Основанием этого направления (1971 года) был известный математик Т.Саати, который работал над проблемами копирования неопределенных обстоятельств для министерства обороны США, занимался анализом терроризма для агентства по контролю над вооружением и разоружением, работал профессором Пенсильванского, Питсбургского университетов [3, 4]

Математический инструментарий.

Квадратная положительная матрица порядка « $n$ »

$$\begin{pmatrix} a_{ii} & a_{ik} & a_{ij} \\ a_{ji} & a_{jk} & a_{jn} \\ a_{ni} & a_{nk} & a_{nn} \end{pmatrix}$$

называется обратно симметричной, если для любых « $i$ » и « $k$ » выполняется со-

отношение:  $a_{kj} = \frac{n}{a_{ik}}$ .

Из этого, в частности, следует, что  $A_{ii}=1$ .

Матрица  $A$  называется согласованной, если для любых  $i, k$  и  $j$  имеет место равенство:  $a_{ik} \cdot a_{kj} = a_{ij}$ .

Таким образом, идеальная матрица сравнений – обратно симметричная и согласованная.

Справедливо следующее утверждение (Т. Саати): Положительная обратнo-симметричная матрица является согласованной тогда и только тогда, когда порядок матрицы и её наибольшее собственное значение совпадают:  $\lambda_{\max} = n$ .

Если элементы положительной обратнo-симметричной согласованной матрицы  $B$  изменились незначительно, то максимальное собственное значение  $\lambda_{\max}$  также изменяется незначительно.

Пусть « $B$ » - произвольная положительная обратнo-симметричная матрица и  $\lambda_{\max}$  её наибольшее собственное значение.

*Теорема Т. Саати.* Если  $\lambda_{\max} = n$ , то матрица  $B$  – согласованная. Если  $\lambda_{\max} \neq n$  (всегда  $\lambda_{\max} \neq n$ ), то в качестве системы отклонения положительной обратнo-симметричной матрицы « $B$ » от согласованной можно взять отношение:  $\frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$ , (называется индексом согласованности (ИС) и является показателем близости этой матрицы к согласованной).

*Замечание.* Считается, что если «ИС» не превышает  $0,10$ , то можно быть удовлетворенным степенью согласованности [4, 5, 6].

Предлагаем для рассмотрения пример.

На должность заместителя командира воинской части претендуют трое (обозначим их  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$ ).

Командир части в большом затруднении, так как среди претендентов нет такого, кто превосходил бы остальных по всем параметрам. Один имеет большой опыт, принимал участие в боевых действиях (участвовал в вооруженных конфликтах), другой имеет лучшее образование (окончил академию); третий зарекомендовал себя исключительно ответственностью и добросовестностью и так далее.

Как выбрать наилучшего претендента по совокупности качеств?

Командир части, покопавшись в своих записях, нашёл лекции по математике, в частности о применении методов принятия решений и решил воспользоваться методом собственных векторов иерархических систем, который изучал в военной академии.

Во-первых, он выбрал 3 основных (базовых) критерия, по которым будут сравниваться кандидаты: профессионализм и опыт ( $K_1$ ), ответственность и добросовестность ( $K_2$ ), организаторские способности ( $K_3$ ). По такому возможному критерию как честность и порядочность претендентов сравнивать было невозможно, т.к. у всех претендентов в характеристиках было написано практически одно и то же по этому поводу.

Во-вторых, задача состояла в том, чтобы расположить эти критерии в порядке важности.

В-третьих, задача состояла в том, чтобы сравнить каждого из кандидатов по каждому из этих критериев, присвоив каждому из них определенный вес (балл) [2, 4, 5, 6].

Исходя из личного жизненного и профессионального опыта, командир части полагал, что критерий « $K_1$ » важнее, чем « $K_2$ » и « $K_3$ », причем, сравнивая в весах (в баллах), получалось  $\frac{K_1}{K_2} \sim \frac{5}{4}, \dots, \frac{K_1}{K_3} \sim \frac{5}{3}$ , при этом, если сравнивать

последние два качества между собой, то они примерно равноценны, т.е.  $\frac{K_2}{K_3} \sim 1$

. Далее командир части составил обратно-симметричную и согласованную « $K$ ».

	$K_1$	$K_2$	$K_3$
$K_1$	1	5/4	5/3
$K_2$	4/5	1	1
$K_3$	3/5	1	1

Число, стоящее на пересечении строки номером  $j$ , как обычно обозначим через  $A_{ij}$ .

Все вычисления будем проводить вместе с командиром части приближенно, округляя до сотых долей. (Рекомендуется воспользоваться правилом А.И. Крылова – военного инженера-кораблестроителя) [1, 4, 5, 6, 7].

Понятно, что нам понадобятся только числа  $A_{12} = 1,25$ ;  $A_{13} = 1,67$  и  $A_{23} = 1$ .

Прежде всего, находим главное собственное число матрицы по формуле:

$$\lambda = \left( \frac{a_{13}}{a_{12} \cdot a_{23}} \right)^{\frac{1}{3}} + \left( \frac{a_{12} \cdot a_{23}}{a_{13}} \right)^{\frac{1}{3}} + 1 \quad (1)$$

Получим:

$$\lambda = \left( \frac{1,67}{1,25 \cdot 1} \right)^{\frac{1}{3}} + \left( \frac{1,25 \cdot 1}{1,67} \right)^{\frac{1}{3}} + 1 = 1,10 + 0,91 + 1 = 3,01$$

Теперь находим  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  и  $\omega_3$  - координаты главного собственного вектора матрицы « $K$ ».

По формулам:

$$\omega_1 = \frac{\Delta}{D}, \quad \omega_2 = \frac{(\lambda - 1) \cdot a_{23} + \frac{a_{13}}{a_{12}}}{D}, \quad \omega_3 = \frac{(\lambda - 1)^2 - 1}{D}, \quad (2)$$

$$\text{где } \Delta = a_{13} \cdot a_{23} + a_{13} \cdot (\lambda - 1) \quad (3)$$

$$D = a_{12} \cdot a_{23} + a_{13} \cdot a_{23} \cdot (\lambda - 1) + \frac{a_{13}}{a_{12}} \cdot (\lambda - 1)^2 - 1 \quad (4)$$

Подставляя найденные значения, получим:

$$\Delta = 1,25 \cdot 1 + 1,67 \cdot 2,01 = 4,60;$$

$$D = 1,25 + 1,67 \cdot 2,01 + 1,56 \cdot 0,8 \cdot 2,01^2 - 1 = 8,99$$

$$\omega_1 = \frac{4,60}{8,99} = 0,51, \quad \omega_2 = \frac{2,01 + 1,33}{8,99} = 0,37, \quad \omega_3 = \frac{2,01^2 - 1}{8,99} = 0,34$$

Собственный вектор  $\bar{\omega} = \{\bar{\omega}_1, \bar{\omega}_2, \bar{\omega}_3\}$  нормируем (т.е. каждую координату разделим на сумму координат):

$$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 0,51 + 0,37 + 0,34 = 1,22$$

$$\omega_1 = \frac{0,51}{1,22} = 0,42, \quad \omega_2 = \frac{0,37}{1,22} = 0,30, \quad \omega_3 = \frac{0,34}{1,22} = 0,28 \text{ из } [3, 7]$$

Итак,  $\bar{\omega}_1 = \{0,42; 0,30; 0,28\}$ . Этот вектор называется вектором приоритетов, т.е. качества можно расположить по приоритету с весами (баллами) 0,42; 0,30; 0,28.

Во-вторых, сравнивая кандидатов (претендентов) по качеству  $K_I$ , из имеющихся документов командир части сумел сравнить между собой каждую пару кандидатов.

У него получилось:  $\frac{A_1}{A_2} \sim \frac{1}{2}$  (т.е у  $A_2$  вес (балл) в 2 раза больше, чем у  $A_1$ );

$$\frac{A_1}{A_3} \sim \frac{1}{3}; \quad \frac{A_2}{A_3} \sim \frac{2}{1}.$$

Поэтому матрица « $K_I$ » конечных сравнений получалась следующая:

	$A_1$	$A_2$	$A_3$
$A_1$	1	1/2	1/3
$A_2$	2	1	2
$A_3$	3	1/2	1

Из неё видно, что:  
 $A_{12} = 0,5$ ;  $A_{13} = 0,33$ ;  
 $A_{23} = 2$

Как и в случае, рассмотренном выше, используя формулы (1), (2), (3), (4) будем иметь:

$$\lambda = \left( \frac{0,33}{0,5 \cdot 2} \right)^{\frac{1}{3}} + \left( \frac{0,5 \cdot 2}{0,33} \right)^{\frac{1}{3}} + 1 = 3,13$$

$$\Delta = 0,5 \cdot 2 + 0,33 \cdot 2,13 = 1,71$$

$$D = 1 + 0,33 \cdot 2 \cdot 2,13 + 0,33 \cdot 2 \cdot 2,13^2 - 1 = 4,44$$

$$\omega_1 = \frac{1,71}{4,44} = 0,39, \quad \omega_2 = \frac{2,13 \cdot 2 + 0,33 \cdot 2}{4,44} = 1,11, \quad \omega_3 = \frac{2,13^2 - 1}{4,44} = 0,8$$

$$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 2,30$$

Нормируя, получим в этом случае следующий вектор приоритетов:  $\bar{\omega} = \{0,17; 0,48; 0,35\}$ .

Таким образом, если сравниваешь претендентов по качеству « $K_1$ », то они получили вес (баллы)  $0,17; 0,48; 0,35$  соответственно.

В-третьих, сравнение приоритетов по качеству « $K_2$ ». Из сравнения документов было видно, что два офицера претендующих на должность, служили некоторое время в одной части примерно на одинаковых должностях. Оценив качество исполнения должностных обязанностей офицеров (по документам), командир части получил следующие отношения при конкретном сравнении по критерию « $K_2$ »:  $\frac{A_1}{A_2} \sim \frac{3}{2}$ ;  $\frac{A_1}{A_3} \sim \frac{1}{1}$ ;  $\frac{A_2}{A_3} \sim \frac{3}{4}$ .

Как и в предыдущих случаях запишем матрицу « $K_2$ » попарных сравнений:

	$A_1$	$A_2$	$A_3$
$A_1$	1	$3/2$	1
$A_2$	$2/3$	1	$3/4$
$A_3$	1	$4/3$	1

имеем:

$$A_{12} = 1,5; A_{13} = 1; A_{23} = 0,75$$

Как и в случае, рассмотренном выше, используя формулы (1), (2), (3), (4) будем иметь:

$$\lambda = \left( \frac{1}{1,5 \cdot 0,75} \right)^{\frac{1}{3}} + \left( \frac{1,5 \cdot 0,75}{1} \right)^{\frac{1}{3}} + 1 = 3$$

$$\Delta = 1,5 \cdot 0,75 + 1 \cdot 2 = 3,125$$

$$D = 1,25 + 0,75 \cdot 2 + 0,67 \cdot 2^2 - 1 = 4,295$$

$$\omega_1 = \frac{3,125}{4,295} = 0,73, \quad \omega_2 = \frac{2 \cdot 0,75 + 0,67}{4,295} = 0,51, \quad \omega_3 = \frac{4 - 1}{4,295} = 0,70$$

$$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 1,54$$

Нормируя, получим в этом случае следующий вектор приоритетов:  $\bar{\omega}_2 = \{0,38; 0,26; 0,36\}$ . По качеству « $K_2$ » претенденты получают вес (баллы)  $0,38; 0,26$  и  $0,36$  соответственно.

В-четвертых, поскольку никто из претендентов прежде не занимал должность заместителя командира части, то командир части, исходя из своей ситуации, опираясь на интуицию и свой жизненный опыт, смог только оценить вероятность, что тот или иной офицер станет хорошим заместителем.

Получились вероятности: 0,8; 0,7 и 0,6 соответственно.

Таким образом, удалось обойтись без конкретного сравнения, разделив каждое из указанных чисел на их сумму:  $0,8+0,7+0,6 = 2,1$ , находим вектор приоритетов:  $\bar{\omega}_3 = \{0,38; 0,33; 0,29\}$

В-пятых, (получение окончательного результата) Следуя Саати, составим из векторов  $\bar{\omega}_1$ ;  $\bar{\omega}_2$ ;  $\bar{\omega}_3$  матрицу  $3 \times 3$ , добавив их координаты в столбцы:

$$\begin{pmatrix} 0,17 & 0,38 & 0,38 \\ 0,48 & 0,26 & 0,33 \\ 0,35 & 0,36 & 0,29 \end{pmatrix}$$

Затем умножим эту матрицу-столбец  $\begin{pmatrix} 0,42 \\ 0,30 \\ 0,28 \end{pmatrix}$  составленную из координат

вектора  $\bar{\omega}$

$$\begin{pmatrix} 0,17 & 0,38 & 0,38 \\ 0,48 & 0,26 & 0,33 \\ 0,35 & 0,36 & 0,29 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,42 \\ 0,30 \\ 0,28 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,231 \\ 0,372 \\ 0,336 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0,23 \\ 0,37 \\ 0,34 \end{pmatrix}$$

(Воспользовались правилом А.И. Крылова)

В итоге имеем: « $A_1$ » набрал 0,29 балла; « $A_2$ » – 0,37 балла; « $A_3$ » – 0,34 балла.

Метод собственного вектора отдал предпочтение офицеру « $A_2$ ».

*Замечание (Предупреждение):* не нужно попадать под гипнотическое воздействие чисел. Несмотря на то, что математические методы объективны, полученный результат нельзя рассматривать как истину в последней инстанции. Математика может очень многое, но, к сожалению, далеко не всё!

#### **Библиографический список**

1. Аксентьев В.А., Пыткеев Е.Г., Хохлов А.Г. Математические методы в экономике и финансах. Учебное пособие, 3-е издание. Тюмень: Изд-во ТюмГУ, 2011, 376 с.
2. Саймон Син. Книга шифров. История шифров и их расшифрования. М. АСТ «Астрель», 2009, 447 с.
3. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий/ перевод с английского.- М. «Радио и связь», 1993, 320 с.
4. Саати Т. Математические модели конфликтных ситуаций/ перевод с английского. М. «Советское радио», 1977, 304 с.
5. Шишкин Е.В, Чхертишвили А.Г. Математические методы и модели в управлении. Учебное пособие М, Дело, 2001, 440 с.
6. Хохлов А.Г. Математические методы и компьютерные технологии в науке и образовании. Учебное пособие. Тюмень: Изд-во ТюмГУ, 2013, 436 с.

УДК 519.832

**А.Г. Хохлов<sup>1</sup>, Т.В. Санникова<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Высшее военно-инженерное командное училище, г. Тюмень

*alexejhohlov@yandex.ru<sup>1</sup>*

*tatnn.sann@gmail.com<sup>2</sup>*

## **К ТЕОРИИ МАТРИЧНЫХ ИГР**

В статье рассматривается модельный пример, который иллюстрирует все основные идеи и методы матричных игр.

*Ключевые слова:* чистые и смешанные стратегии матрица игры, операция доминирования, основная теорема матричных игр.

**A.G. Khokhlov, T.V. Sannikova**

Higher Military Engineering Command School, Tyumen

*alexejhohlov@yandex.ru<sup>1</sup>*

*tatnn.sann@gmail.com<sup>2</sup>*

## **ON THE THEORY OF MATRIX GAMES**

This article discusses a model example that illustrates all the basic ideas and methods of matrix games.

*Keywords:* pure and mixed strategies matrix games, the dominance operation, the main theorem of matrix games.

*Светлой памяти Юрия Ивановича Волкова (1935-2000 гг.).*

Ю.И. Волков родился 21 февраля 1935 на Кубани в городе Армавир. Окончив школу с золотой медалью, поступил в Ленинградский университет. Получил диплом с отличием по специальности «Вычислительная математика» и продолжил обучение в аспирантуре у Нобелевского лауреата Л.В. Канторовича (Ленинградское отделение математического института имени Стеклова).

После успешной защиты кандидатской диссертации работал на экономическом отделении института математики в Новосибирском Академгородке и на факультете повышения квалификации НГУ. Наряду с научной работой занимался организацией студенческих олимпиад по математике, объехал университеты Урала, Сибири, Камчатки и Средней Азии.

С сентября 1972 года Ю.И. Волков зачислен в штат Тюменского государственного университета (ТюмГУ) на кафедру вычислительной математики и систем управления. Читал основные базовые курсы на математическом и экономическом факультетах (один из авторов слушал Юрия Ивановича по методам оптимизации и теории игр).

Юрий Иванович был ректором Народного университета математических знаний, где любой преподаватель, инженер и просто специалист мог повысить образование в различных областях математики, обучаясь у ведущих ученых города.

Юрий Иванович был прекрасным человеком, изменявшим к лучшему настроение окружающих одним только своим появлением, несшим свет скромности, обаяния и великодушия.

Умный и внимательный собеседник, замечательный семьянин, талантливый специалист, преданный своей профессии, он пользовался заслуженным авторитетом и большим уважением со стороны всех, кто работал и общался с ним.

В памяти всех, кто имел честь его знать, он останется мудрым и справедливым человеком, неизменно внимательным к своим ученикам и коллегам, добрым и отзывчивым другом [6].

Основные понятия, определения и обозначения матричных игр можно посмотреть в следующих работах [1,2,5,6].

Основная теорема матричных игр.

В любой матричной игре существуют оптимальные смешанные стратегии. Первым сформулировал и доказал некоторые ее частные случаи Э. Борель (1921 г.). Он считал, что в общей постановке она не верна. Первый, кто доказал ее в общей постановке (некоторые историки науки считают его самым замечательным математиком XX века) был Фон Нейман (1928 г.).

Иная формулировка основной теоремы матричных игр.

Основная теорема теории игр состоит в следующем: каждая конечная игра имеет, по крайней мере, одно решение, возможно в области смешанных стратегий [4,6].

Оборона города. Рассмотрим следующий известный в литературе пример под названием «Игра полковника Блотто» [2].

Полковник Блотто имеет  $m$  полков, а его противник  $n$  полков.

Противник защищает две позиции. Позиция будет занята полковником Блотто, если на ней наступающие полки окажутся в численном превосходстве. Противоборствующим сторонам требуется распределить полки между двумя позициями.

Предположим, что матрица игры полковника Блотто имеет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -5 & -4 \\ 1 & 3 & 2 & 3 \\ 7 & 5 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$



Решить эту матричную игру, то есть найти нижнюю  $\underline{v} = \alpha$  и верхнюю  $\overline{v} = \beta$  цену игры, оптимальные стратегии игроков и цену игры  $v$

Желательно для решения задачи, чтобы все элементы платежной матрицы были не отрицательны. Прибавим ко всем элементам число  $S = \max\{-4, -5, -1\}$ . При этом стратегии игроков, очевидно, не изменятся, а цена игры увеличится на пять единиц. В результате преобразования получаем следующую матрицу, все элементы которой не отрицательны:

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 & 0 & 1 \\ 6 & 8 & 7 & 8 \\ 12 & 0 & 6 & 6 \\ 9 & 4 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

Исследуем ее. Все элементы второй строки соответственно больше элементов первой строки. Поэтому стратегия  $A_1$  для игрока А (первый игрок) менее выгодна, чем  $A_2$  и может быть исключена.

Применим операцию доминирования по строкам [6].

В результате получим матрицу:

$$\begin{pmatrix} 6 & 8 & 7 & 8 \\ 12 & 0 & 6 & 6 \\ 9 & 4 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

Поскольку столбцы характеризуются стратегией игрока В, стремящегося уменьшить выигрыш игрока А, то ему заведомо невыгодна четвертая стратегия (все элементы четвертого столбца не меньше соответствующих элементов второго и третьего столбцов). После его исключения (доминирование по столбцам) получаем матрицу:

$$\begin{pmatrix} 6 & 8 & 7 \\ 12 & 0 & 6 \\ 9 & 4 & 7 \end{pmatrix},$$

в которой нет стратегий, заведомо невыгодных.

годных.

Определим нижнюю цену игры с преобразованной матрицей, получим

$$\underline{v}_1 = \alpha'_1 = \min\{6, 8, 7\} = 6$$

$$\underline{v}_2 = \alpha'_2 = \min\{12, 0, 6\} = 0.$$

$$\underline{v}_3 = \alpha'_3 = \min\{9, 4, 7\} = 4$$

$$\text{Откуда получим } \underline{v} = \alpha' = \max\{6, 0, 4\} = 6.$$

$$\text{Аналогично } \overline{v}_1 = \beta'_1 = \max\{6, 12, 9\} = 12, \quad \overline{v}_2 = \beta'_2 = \max\{8, 0, 4\} = 8,$$

$$\overline{v}_3 = \beta'_3 = \max\{7, 6, 7\} = 7.$$

$$\text{Откуда получим, } \overline{v} = \beta' = \min\{12, 8, 7\} = 7.$$

Итак, нижняя цена игры.  $\underline{v} = \alpha' = 6$ . Верхняя цена игры  $\bar{v} = \beta' = 7$ .

Так  $\underline{v} \neq \bar{v}$ , игра не имеет седловой точки в чистых стратегиях, и ее решением (согласно основной теореме теории игр – теореме Фон Неймана) будут смешанные стратегии, для нахождения которых достаточно решить одну из следующих задач линейного программирования:

$$\begin{cases} 6\eta_1 + 8\eta_2 + 7\eta_3 \leq 1 \\ 12\eta_1 + \quad \quad 6\eta_3 \leq 1 \\ 9\eta_1 + 4\eta_2 + 7\eta_3 \leq 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} 6\xi_1 + 12\xi_2 + 9\xi_3 \geq 1 \\ 8\xi_1 + \quad \quad 4\xi_3 \geq 1 \\ 7\xi_1 + 6\xi_2 + 7\xi_3 \geq 1 \end{cases} \quad (2)$$

где  $Z = \eta_1 + \eta_2 + \eta_3 \rightarrow \max$   $Z = \xi_1 + \xi_2 + \xi_3 \rightarrow \min$

Эти задачи взаимно двойственные. Симплекс метод одновременно решает прямую и двойственную задачи, поэтому фактически достаточно решить одну из этих задач. Прочитаем в последней симплекс-таблице решение другой. Удобнее решение задачи 1, так как при этом исключается необходимость применения метода искусственного базиса, увеличивающего объем вычислений.

Таким образом, получим векторы-решения:

$$\eta = \{ \eta_1, \eta_2, \eta_3 \} \quad \xi = \{ \xi_1, \xi_2, \xi_3 \} \quad \text{и значение } Z = \sum_j \eta_j = \sum_i \xi_i.$$

$$\text{Поскольку цена игры } v = \frac{1}{\sum_i \xi_i} = \frac{1}{\sum_j \eta_j}.$$

Находим  $\bar{X} = \bar{\xi}v$  и  $\bar{Y} = \bar{\eta}v$  [6].

Изящные геометрические интерпретации симплекс метода, а также собственного варианта симплекс метода, так называемый «двойственный симплекс метод» предложил Лемке (*Lemke C. F., 1954*).

По крайней мере, можно привести два практических соображения относительно целесообразности ознакомления с двойственным методом.

Одно из них заключается в том, что такой метод (алгоритм) позволяет в ряде случаев облегчить выбор исходного базиса без использования искусственных переменных.

Второе соображение состоит в том, что данный алгоритм позволяет выполнить некоторые виды анализа модели на чувствительность.

Например, оптимальное значение переменных в двойственной задаче линейного программирования, как объективно обусловленные оценки (так назвал их Л.В. Канторович, встречаются также названия – скрытые доходы, маргинальные оценки, разрешающие множители) позволяют сопоставлять затраты на выпуск продукции и доход от ее реализации [3, 7].

Замечание 1. Объем вычислительных затрат, сведенных с нахождением оптимального решения любой задачи линейного программирования (ЛП), определяется в основном не числом переменных модели  $n$ , а числом ограничений  $m$ .

Так как любую задачу ЛП можно рассматривать в системе «прямая – двойственная» и решение любой из них симплекс-методом автоматически приводит к решению второй задачи, то решать нужно ту задачу (вообще говоря), у которой меньше число ограничений.

Решим вторую задачу двойственным симплекс-методом, для чего приведем ее к канонической форме:

$$\begin{cases} -6\xi_1 - 12\xi_2 - 9\xi_3 + \xi_4 = -1 \\ -8\xi_1 - 4\xi_2 + \xi_5 = -1 \\ -7\xi_1 - 6\xi_2 - 7\xi_3 + \xi_6 = -1 \end{cases} \quad \xi_i \geq 0, \quad i = \overline{1,6}$$

$$Z = -\xi_1 - \xi_2 - \xi_3 \rightarrow \max$$

Решение приведено в таблицах 1 – 3.

**Таблица 1**

**Решение второй задачи двойственным симплекс-методом**

		-1	-1	-1	0	0	0
БП	В	$\xi_1$	$\xi_2$	$\xi_3$	$\xi_4$	$\xi_5$	$\xi_6$
$\xi_4$	-1 1/12	-6 1/2	-12 1	-9 3/4	1 -1/12	0 0	0 0
$\xi_5$	-1	-8	0	-4	0	1	0
$\xi_6$	-1 1/2	-7 3	-6 6	-7 9/2	0 -1/2	0 0	1 0
$z_1$	0 -1/12	1 -1/2	1 -1	1 -3/4	0 1/12	0 0	0 0

**Таблица 2**

**Продолжение № 1 решения второй задачи двойственным симплекс-методом**

БП	В	$\xi_1$	$\xi_2$	$\xi_3$	$\xi_4$	$\xi_5$	$\xi_6$
$\xi_2$	1/12 -1/16	1/2 -1/2	1 0	3/4 -1/4	-1/12 0	0 1/16	0 0
$\xi_5$	-1 1/8	-8 1	0 0	-4 1/2	0 0	1 -1/8	0 0
$\xi_6$	-1/2 1/2	-4 4	0 0	-5/2 2	-1/2 0	0 -1/2	1 0
$z_1$	-1/12 -1/16	1/2 -1/2	0 0	1/4 -1/4	1/12 0	0 1/16	0 0

**Таблица 3**

**Продолжение № 2 решения второй задачи двойственным симплекс-методом**

БП	B	$\xi_1$	$\xi_2$	$\xi_3$	$\xi_4$	$\xi_5$	$\xi_6$
$\xi_2$	1/48	0	1	1/2	-1/12	1/16	0
$\xi_1$	1/8	1	0	1/2	0	-1/8	0
$\xi_6$	0	0	0	-1/2	-1/2	-1/2	1
$z_1$	-7/48	0	0	0	1/12	1/16	0

В таблице 1 в качестве генеральной строки выбрана первая (можно было выбрать вторую или третью), в качестве генерального элемента –  $a_{12} = -12$ , так

$$\text{как } \min \left\{ \left| -\frac{1}{6} \right|, \left| \frac{1}{-12} \right|, \left| \frac{-1}{9} \right| \right\} = \frac{1}{12}.$$

В таблице 2 в качестве генеральной выбрана вторая, так как  $\max \left\{ \left| -1 \right|, \left| \frac{1}{-2} \right| \right\} = 1$ .

В таблице 3 находим оптимальные решения исходной и двойственной задач  $\bar{\xi} = \left\{ \frac{1}{8}, \frac{1}{48}, 0 \right\}$ ,  $\bar{\eta} = \left\{ \frac{1}{12}, \frac{1}{16}, 0 \right\}$ ,  $\sum_{i=1}^6 \xi_i = \frac{7}{48}$ , тогда  $v_1 = \frac{1}{\sum_i \xi_i} = \frac{48}{7}$ .

$$\text{Получаем, что } \bar{X}_1 = \bar{\xi} v_1 = \left\{ \frac{6}{7}, \frac{1}{7}, 0 \right\} \quad \bar{Y}_1 = \bar{\eta} v_1 = \left\{ \frac{4}{7}, \frac{3}{7}, 0 \right\}$$

Приняв во внимание преобразования, проведенные над данной матрицей игры, получаем следующее решение исходной задачи:

$$\underline{v} = (\alpha) = \alpha' - 5 = 6 - 5 = 1$$

$$\bar{v} = (\beta) = \beta' - 5 = 7 - 5 = 2$$

$$v = v_2 - 5 = v_1 - 5 = \frac{48}{7} - 5 = \frac{13}{7}$$

$$\text{Запишем ответ: } \Gamma = \left\langle \frac{13}{7}, \bar{X}^* = \left( 0, \frac{6}{7}, \frac{1}{7}, 0 \right), \bar{Y}^* = \left( \frac{4}{7}, \frac{3}{7}, 0, 0 \right) \right\rangle$$

*Замечание.* Теория двойственности была известна Фон Нейману по крайней мере в 1947 году и содержится в целом ряде его неопубликованных заметок. Строго опубликованное доказательство принадлежат Гейлу, Купу и Таккеру. Эквивалентность игры двойственных задач линейного программирования и матричной игры доказали Данцинг и Браун [7].

#### Библиографический список

1. Воробьев Н.Н. Теория игр для экономистов – кибернетиков. М. Наука, 1985. – 272 с.

2. Дрешер (Dresher M.) Games of strategy, Theory and application N. Y. Prentice – Hall, Englewood Cliffs, 1961 Рус. пер. Стратегические игры. Теория и приложения. М.: Советское радио, 1964. – 352 с.
3. К 80-летию академика Л.В. Канторовича (часть 1) Оптимизация 50 (67), Новосибирск, 1991 г., 143 с.
4. Фон Нейман, Моргенштейн О.. Теория игр и экономическое поведение. М.: Наука, 1970 – 707 с.
5. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Шевколин Е.А. с 2-е изд. перераб. и доп. – СПб.: БХВ – Петербург, 2012 – 412 с.
6. Аксентьев В.А., Пыткеев Е.Г., Хохлов А.Г.. Математические методы в экономике и финансах. 3-е издание переработанное издательство ТюмГУ, 2011 – 376 с.
7. Аксентьев В.А., Пыткеев Е.Г., Хохлов А.Г. Математические методы в экономике и финансах. 2-е издание ТюмГУ, 2009, 764 с.

УДК 378.147

**Н.Л. Щербакова**

Военный институт (Железнодорожных войск и военных сообщений),  
г. Петергоф  
*scherbakova-nata@bk.ru*

### **О ЗНАЧЕНИИ ИЗУЧЕНИЯ МЕТОДОВ ПОСТРОЕНИЯ ДОПУСТИМОГО ПЛАНА ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ**

Рассмотрена проблема мотивации курсантов при изучении дисциплины «Математическое моделирование систем и процессов». Приведен алгоритм изучения методов построения допустимого плана транспортной задачи на практическом занятии. Показано значение изучения методов построения допустимого плана транспортной задачи для сокращения затрат времени на проведение итераций по его оптимизации при проведении расчетов без использования технических средств и специальных программных продуктов.

*Ключевые слова:* линейное программирование, математическое моделирование, транспортная задача, допустимый план, целевая функция, минимальная стоимость, изучение дисциплины, мотивация курсантов.

**N. L. Shcherbakova**

Military Institute (Railway Troops and Military Communications), Peterhof  
*scherbakova-nata@bk.ru*

The problem of motivation of cadets in the study of the discipline "Mathematical modeling of systems and processes" is considered. An algorithm for studying the methods of constructing an acceptable plan for a transport problem in a practical

lesson is presented. The importance of studying the methods of constructing an acceptable transport problem plan to reduce the time spent on iterating on its optimization when performing calculations without the use of technical means and special software products is shown.

*Keywords:* linear programming, mathematical modeling, transportation problem, a valid plan, objective function, the minimum value, the study of the discipline, the motivation of students.

Главным наследием Л.В. Канторовича в области математико-экономических методов стало линейное программирование, которое теперь изучают десятки тысяч людей во всем мире. Под этим термином скрывается колоссальный раздел науки, посвященный линейным оптимизационным моделям. Иначе говоря, линейное программирование – это наука о теоретическом и численном анализе и решении задач, в которых требуется найти оптимальное значение, то есть максимум или минимум некоторой системы показателей в процессе, поведение и состояние которого описывается той или иной системой линейных неравенств.

Одной из основных задач, встречающихся в военном деле, решаемых с помощью линейного программирования, является транспортная задача, которая имеет целью минимизировать грузооборот товаров широкого потребления при их доставке от производителя к потребителю. Например, вещевое довольствие из разных складов в воинские части или доставка техники по железной дороге из определенных городов к месту проведения учений.

Решение транспортных задач позволяет найти минимальные затраты на перевозку грузов, выбрать кратчайшей путь маршрута, снизить количество времени на доставку груза, а также сократить различные расходы. В данное время существуют программы для поиска оптимальных решений и различные Интернет-ресурсы, позволяющие по заданному условию найти требуемое значение целевой функции, что значительно снижает мотивацию курсантов к изучению алгоритмов решения транспортных задач.

На занятиях по дисциплине «Математическое моделирование систем и процессов» рассматриваются два типа моделей транспортной задачи: открытый и закрытый.

Открытая модель задачи предполагает, наличие равенства между общими расходами поставщиков и общим расходам потребителям (задача с правильным балансом). Если этого равенства нет, то модель этой задачи является открытой (задача с неправильным балансом). Именно самостоятельное выполнение расчетов при решении курсантами транспортных задач способствует не только развитию их математической культуры, но и формированию и развитию их общепрофессиональных компетентностей.

Практические занятия по дисциплине строятся по принципу «от простого к сложному» и, в первую очередь, рассматривается транспортная задача с правильным балансом, например, заданная таблицей 1, где  $a_i$  - количество единиц одинаковой техники имеющейся в воинских частях  $i$ - того города,  $b_j$  - потребность воинских частей в технике в  $j$ - том городе.

Элементы матрицы  $C_{5 \times 6} = \{c_{ij}\}, i = 1, \dots, 5, j = 1, \dots, 6$  - это стоимость перевозки единицы техники по железной дороге из города  $i$  в город  $j$ . Для данного условия необходимо составить допустимый план перевозок таким образом, чтобы итоговая стоимость перевозок была минимальной.

**Таблица 1**

**Транспортная задача**

5	4	12	9	8	16	$a_1 = 130$
8	3	5	11	6	8	$a_2 = 120$
9	10	3	1	12	7	$a_3 = 170$
12	8	6	2	5	4	$a_4 = 130$
1	7	11	6	9	9	$a_5 = 150$
$b_1 = 137$	$b_2 = 119$	$b_3 = 37$	$b_4 = 151$	$b_5 = 116$	$b_6 = 140$	

Согласно алгоритмам, изученным на лекционном занятии, сначала строится допустимый план перевозок, и лишь за тем осуществляется процесс оптимизации методом потенциалов. Перед курсантами ставится вопрос: «Можно ли составить такой допустимый план, чтобы значение целевой функции было приближенно к оптимальному значению, тем самым сократить затраты времени на проведение итераций по его оптимизации (не используя технических средств)?»

Курсантам предлагается составить допустимый план перевозок различными методами, начиная с «Метода минимальной стоимости» и рассчитать значение целевой функции итоговой стоимости перевозок.

Метод «минимальной стоимости» заключается в том, что выбирается минимальная стоимость в матрице перевозок, в эту ячейку помещается максимальное количество единиц техники, удовлетворяющее потребностям города (табл. 2).

Этот метод является самым распространенным и понятным для изучения и не вызывает особых затруднений у курсантов.

Таблица 2

**Допустимый план (метод «минимальной стоимости»)**

5	4	14 12	9	116 8	16
8	119 3	1 5	11	6	8
9	10	19 3	151 1	12	7
12	8	6	2	5	130 4
137 1	7	3 11	6	9	10 9

Значение целевой функции:

$$f_1 = 14 \cdot 12 + 116 \cdot 8 + 119 \cdot 3 + 1 \cdot 5 + 19 \cdot 3 + 151 \cdot 1 + 130 \cdot 4 + 137 \cdot 1 + 3 \cdot 11 + 10 \cdot 9 = 2446.$$

Такому же алгоритму следуем при построении допустимого плана методом «Минимальной стоимости по строкам (столбцам)». Отличие от первого метода заключается в том, что полностью заполняются строки (столбцы), начиная с ячейки с минимальной стоимостью, так что бы израсходовать запасы поставщика полностью (табл. 3).

Таблица 3

**Допустимый план (метод «минимальной стоимости по строкам»)**

11 5	119 4	12	9	8	16
8	3	37 5	11	83 6	8
9	10	3	151 1	12	19 7
12	8	6	2	9 5	121 4
126 1	7	11	6	24 9	9

Значение целевой функции:

$$f_2 = 11 \cdot 5 + 119 \cdot 4 + 37 \cdot 5 + 83 \cdot 6 + 151 \cdot 1 + 19 \cdot 7 + 9 \cdot 5 + 121 \cdot 4 + 126 \cdot 1 + 24 \cdot 9 = 2369$$

Метод «Двойного предпочтения» заключается в том, что в каждом столбце отмечается знаком «V» клетка с наименьшей стоимостью. Затем то же проделываем со строками. В результате некоторые клетки имеют отметку «VV». В них находится минимальная стоимость. В отмеченные клетки помещается максимально возможный объем поставок (табл. 4).



**Таблица 4**

**Допустимый план (метод «двойного предпочтения»)**

5	4	14	9	116	16
8	119	1	11	6	8
9	10	19	151	12	7
12	8	6	2	5	130
137	7	3	6	9	10

Значение целевой функции:

$$f_3 = 14 \cdot 12 + 116 \cdot 8 + 119 \cdot 3 + 1 \cdot 5 + 19 \cdot 3 + 151 \cdot 1 + 130 \cdot 4 + 137 \cdot 1 + 3 \cdot 11 + 10 \cdot 9 = 2446$$

Одним из самых простых является «Метод северо-западного угла». Он состоит в том, что начинаем заполнять таблицу с северо-западного угла, не обращая внимания на стоимость перевозок (табл. 5).

**Таблица 5**

**Допустимый план (метод «северо-западного угла»)**

130	4	12	9	8	16
5					
7	113	5	11	6	8
8	3				
9	6	37	127	12	7
	10	3	1		
12	8	6	24	106	4
			2	5	
1	7	11	6	10	140
				9	9

Значение целевой функции:

$$f_4 = 130 \cdot 5 + 7 \cdot 8 + 113 \cdot 3 + 6 \cdot 10 + 37 \cdot 3 + 127 \cdot 1 + 24 \cdot 2 + 106 \cdot 5 + 10 \cdot 9 + 140 \cdot 9 = 3271.$$

После подсчета значения целевой функции следует обратить внимание курсантов на то, что данный метод не учитывает стоимости перевозок не входящих в построенную диагональ, даже если стоимость перевозок в других клетках была меньше.

Следующий алгоритм метода «Мюллера-Мербаха (модифицированный)»:

среди всех поставщиков и потребителей отыскивается максимальный элемент, а в матрице стоимости отыскивается наименьшее значение, в найденную ячейку помещается максимально возможная перевозка.

Алгоритм начинается заново с учетом корректировки запроса потребителя и ресурса поставщика (табл. 6).

Метод Мюллера-Мербаха, в отличие от модифицированного метода, состоит в том, что выбирается максимальный элемент только из поставщиков, после чего выбирается минимальная стоимость в строке соответствующей строке поставщика и в найденную ячейку записывается максимально возможная поставка, удовлетворяющая запросу потребителя.

**Таблица 6**

**Допустимый план (метод «Мюллера-Мербаха»)**

5	119 4	12	9	11 8	16
7 8	3	37 5	11	83 6	8
9	10	3	151 1	9 12	10 7
12	8	6	2	5	130 4
137 1	7	11	6	13 9	9

Значение целевой функции:

$$f_5 = 119 \cdot 4 + 11 \cdot 8 + 37 \cdot 5 + 83 \cdot 6 + 151 \cdot 1 + 9 \cdot 12 + 10 \cdot 7 + 130 \cdot 4 + 137 \cdot 1 + 13 \cdot 9 = 2350$$

Метод Фогеля требует внимательности и аккуратности при проведении расчетов, так как содержит больше итераций по сравнению с вышеперечисленными методами. Метод заключается в том, что на каждом шаге по всем столбцам и по всем строкам находят разность между двумя записанными в них минимальными стоимостями перевозок. Эти разности записывают в специально отведенных для этого строке и столбце. Среди указанных разностей выбирают минимальную. В строке (или столбце), которой данная разность соответствует, определяют минимальную стоимость. Клетку, к которой она записана, заполняют на данном шаге (табл. 7).

**Таблица 7**

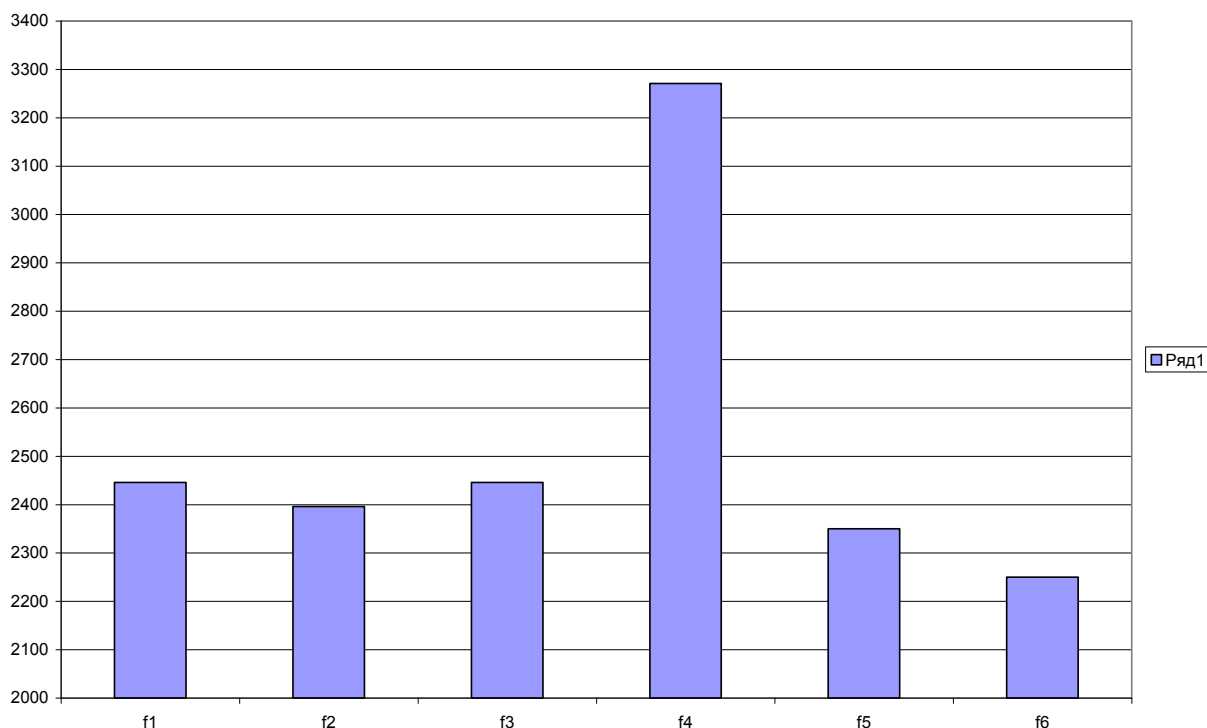
**Допустимый план (метод «Фогеля»)**

5	119 4	12	9	11 8	16
7 8	3	18 5	11	102 6	8
9	10	19 3	151 1	12	7
12	8	6	2	5	130 4
139 1	7	11	6	3 9	10 9

Значение целевой функции:

$$f_6 = 119 \cdot 14 + 11 \cdot 8 + 18 \cdot 5 + 102 \cdot 6 + 19 \cdot 3 + 151 \cdot 1 + 130 \cdot 4 + 139 \cdot 1 + 3 \cdot 9 + 10 \cdot 9 = 2250$$

Главным этапом при изучении методов построения допустимого плана транспортной задачи является сравнение целевых функций. Для наглядного сравнения можно построить гистограмму (рис. 1).



**Рис. 1. Гистограмма**

По гистограмме видно, что минимальное значение, которое принимает целевая функция, было рассчитано по допустимому плану, полученному методом Фогеля, а максимальное значение методом «Северо-западного угла».

Таким образом, изучение методов построения допустимого плана транспортной задачи позволяет составить такой допустимый план, чтобы значение целевой функции было приближено к оптимальному значению, и тем самым сократить затраты времени на проведение итераций по его оптимизации при проведении расчетов без использования технических средств и специальных программных продуктов.

#### Библиографический список

1. Анисимова Н. П., Ванина Е. А. Линейное программирование : учеб.-метод. Пособие – СПб.: НИУ ВШЭ — С.-Петербург, 2012.

2. Гераськин М.И., Клентак Л.С. Линейное программирование: учеб. пособие – Самара: Изд-во СГАУ, 2014.

3. Математическое моделирование экономических процессов на железнодорожном транспорте: учебник для вузов / по ред. А.Б. Каплана.- М: Транспорт, 1984.

## СОДЕРЖАНИЕ

<b><i>Болдовская Т.Е., Девятерикова М.В.</i></b> Реализация межпредметных связей при решении оптимизационных задач военно-прикладной направленности.....	3
<b><i>Буканин В.А., Иванов А.Н., Зенков А.Е., Парфёнов В.М.</i></b> Оптимизация процесса непрерывного индукционного нагрева ....	8
<b><i>Гербер А.Д.</i></b> Число фокусов многофокусной фигуры и порядок ее алгебраической кривой .....	14
<b><i>Дорожкин А.В.</i></b> Влияние качества функционирования подсистем разведывательно-огневого комплекса артиллерийской бригады на эффективность маневренно-огневых действий артиллерии объединения .....	21
<b><i>Ерохин В.И., Кадочников А.П., Сотников С.В.</i></b> Достаточные условия существования линейной модели со значимыми коэффициентами, построенной по данным с интервальной неопределенностью .....	26
<b><i>Зарезин В.Е., Ковалев Р.В., Киселевич М.А.</i></b> Применение ультразвуковых технологий ремонта уборочной техники Санкт-Петербурга .....	33
<b><i>Зубов Н.Н., Солдатов Е.А.</i></b> Формализация одной из задач специального математического обеспечения единой системы управления тактического звена .....	41
<b><i>Зубов Н.Н., Солдатов Е.А.</i></b> Формализованное представление некоторых задач медицинского обеспечения с использованием геоинформационных технологий .....	47
<b><i>Кальницкий В.С., Петров А.Н.</i></b> Структура идемпотентной коммутативной парагруппы на множестве упорядоченных разбиений.....	55
<b><i>Каримова О.С., Тарасова Т.Е., Тарасов А.В.</i></b> Моделирование коммуникационных сетей и анализ экстремальной надежности .....	61
<b><i>Кащеев Р.Л., Мамаева Н.А., Гонтарь А.А.</i></b> Математическое моделирование задач планирования и управления .....	66
<b><i>Кузнецова Н.С.</i></b> Применение специальных математических методов оптимизации при решении военно-прикладных задач.....	70

<b><i>Кушнирчук И.И., Болгарев Д.В., Борисов Д.Н.</i></b> Возможности имитационного моделирования медицинского обеспечения на современном этапе.....	76
<b><i>Левицкий Л.А.</i></b> О некоторых военно-прикладных задачах .....	84
<b><i>Макаров Г.Г., Серов А.В., Фомин В.П.</i></b> Вклад Л.В. Канторовича в теорию оптимального распределения ресурсов и современные принципы Парето-оптимальности.....	89
<b><i>Мамаева Н.А., Гонтарь А.А., Селезнева О.В., Розлач С.В.</i></b> Применение прогностических нейросетевых моделей для оптимизации работы телекоммуникационных сетей .....	95
<b><i>Наурусова Г.А., Шумасов Ш.К., Шемякина И.Е.</i></b> Расчет полевого трубопровода для оптимизации обеспечения войск водой .....	103
<b><i>Романова А.Н., Кузнецов Е.С., Зинченко А.Г.</i></b> Применение концепции бережливого производства в целях обеспечения снижения производственных затрат .....	108
<b><i>Рубан А.С., Серов А.В.</i></b> Использование средств <i>Microsoft Excel</i> для решения задач оптимизации.....	112
<b><i>Сорокин Н.А., Тарасов В.Н.</i></b> Об упорядочивании значений главных напряжений в оптимальных конструкциях дорожных одежд .....	121
<b><i>Хохлов А.Г., Бочаров Е.Д., Шемякина И.Е.</i></b> К теории принятия решений .....	127
<b><i>Хохлов А.Г., Санникова Т.В.</i></b> К теории матричных игр.....	134
<b><i>Щербакова Н.Л.</i></b> О значении изучения методов построения допустимого плана транспортной задачи.....	140

Научное издание

**НАУЧНОЕ НАСЛЕДИЕ  
АКАДЕМИКА Л.В. КАНТОРОВИЧА  
И ЕГО ВОПЛОЩЕНИЕ  
В СОВРЕМЕННОЙ ЭКОНОМИКЕ И ТЕХНИКЕ**

**Материалы V Всероссийской  
научно-практической конференции  
17 февраля 2021 года**

Под общей редакцией:  
к.т.н., доцент Н.А. Мамаева, к.п.н., доцент А.А. Гонтарь

