ПРИКЛАДНЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

1976

О СЛОЖНОЙ СИТУАЦИИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

В.Д.Ногин

Ленинградский государственный университет

Ситуация принятия решений $S_0=\{\Phi,\Theta,F\}$ определяется следующим образом [1]. Имеется орган принятия решений (ОПР), который должен выбрать одно или несколько равнозначных оптимальных решений из множества $\Phi=\{\varphi_1,\dots,\varphi_m\}$, и "среда", которая допускает n возможных состояний из множества $\Theta=\{\theta_1,\theta_2,\dots,\theta_n\}$. В каждом отдельном случае реализуется только одно возможное состояние. Оценочный функционал F есть матрица $\|f_{jk}\|_{n\times m}$, где элемент f_{jk} отражает эффективность (полезность) принятия решений φ_k при условии, что среда находится в состоянии θ_j (в этом случае пишут f^+_{jk}), или же f_{jk} отражает степень риска (потери) от принятия решения φ_k в случае состояния θ_j (обозначают f^-_{jk}). ОПР, имея информацию того или иного вида о возможных состояниях среды из множества и оценочный функционал F, должен из множества Φ выбрать оптимальное решение.

В настоящее время подобная ситуация изучена. В зависимости от уровня знаний ОПР о среде имеются [1] рекомендации для ОПР, которые, учитывая его цели, предписывают, каким критерием оптимальности в каждом конкретном случае руководствоваться. А после того как критерий выбран, задача выбора решений формируется в виде задачи оптимизации.

Однако во многих случаях бывает очень трудно выбрать единственный критерий оптимальности. Так, во многих задачах выбора решений ОПР должен оценивать качество принимаемых решений для нескольких вариантов условий и для каждого варианта вводить отдельную оценку (критерий). Это приводит к проблеме выбора решений в случае нескольких критериев или к проблеме векторной оптимизации, исследование которой в пределах модели S_0 затруднительно.

Поэтому представляется целесообразным развить имеющуюся модель S_0 таким образом, чтобы новая модель учитывала многокритериальный характер в ситуации принятия решений.

Одним из возможных путей в этом направлении является рассмотрение предлагаемой далее сложной ситуации принятия решений. Под сложной ситуацией принятия решений будем понимать тройку $S=\{\Phi,\Theta,F\}$, где Φ, как и прежде, есть множество допустимых решений: $\Phi=\{\varphi_1,\dots,\varphi_m\}$; Θ – множество состояний среды, которая характеризуется возможными глобальными состояниями $\{\theta^1,\dots,\theta^r\}$, каждое из которых, в свою очередь, допускает набор локальных состояний, т.е. $\theta^j=\{\theta^j_1,\dots,\theta^j_{n_j}\}$ для каждого j; F – оценочный функционал эффективностей (т.е. предполагается $F=F^+$), элементами которого служат наборы $(f^1_{jk},\dots,f^r_{jk})$, причем некоторые из $f^1_{jk},\dots,f^r_{jk}$ могут быть не определены (f^ρ_{jk} будет не определен для любого k, если не определено локальное состояние θ^ρ_j). Величина f^ρ_{jk} означает эффективность решения φ_k при наличии локального состояния θ^ρ_j.

В случае ситуации S_0 известно, что знания ОПР о среде могут носить различный характер. Здесь выделены следующие четыре информационные ситуации:

1. Известен вектор распределения вероятностей возможных состояний среды $p=(p_1,p_2,\dots,p_n)$, где $p_j=P\{\Theta=\theta_j\}$ $(j=1,\dots,n)$.
2. Известна система предпочтений на состояниях среды вида $\theta_1\succ\theta_2\succ\dots\succ\theta_n$. Это означает, что наиболее предпочтительным для ОПР является состояние θ_1, следующим за ним по степени предпочтительности будет состояние θ_2 и т.д.
3. Известно, что среда ведет себя как активно противодействующий противник.
4. ОПР хотя и знает о пассивности среды, но о векторе p ничего не известно.

Применительно к сложной ситуации принятия решений можно сказать следующее. Поскольку в модели S предполагается наличие сложной среды, то, очевидно, информация о сложной среде у ОПР должна быть двоякого вида: о принадлежности к той или иной информационной ситуации глобальных состояний среды и о принадлежности каждого набора локальных состояний к той или другой локальной информационной ситуации.

Теперь выясним, каким принципом следует руководствоваться ОПР в условиях сложной ситуации принятия решений.

1. Предположим, что среда пассивна и ОПР известен вектор вероятностей глобальных состояний $\rho = (\rho^1, \ldots, \rho^r)$. Обозначим через $\varkappa_1, \ldots, \varkappa_r$ критерии, применяемые при получении оценки решений соответственно для первого, ..., r-го набора локальных состояний, и будем считать, что все критерии максимизируются.

Решение φ_k называется эффективным, если не существует решения φ_ℓ ($\ell \neq k$, $\ell = 1, \ldots, m-1, m$), такого, что $\varkappa_i(\varphi_\ell) \geqslant \varkappa_i(\varphi_k)$ для любого $i = 1, \ldots, r$. Причем хотя бы для одного i имеет место знак строгого неравенства.

Из определения эффективных решений ясно, что ОПР должен искать оптимальное решение только внутри множества $\Phi_э$ эффективных решений. И если $\Phi_э$ сведется к одному элементу, то, очевидно, выбор оптимального решения определен однозначно.

Однако во многих случаях множество $\Phi_э$ имеет сравнительно большое количество элементов, поэтому не требуются дополнительные меры для выделения оптимального решения. Обычно в таких случаях используют различные схемы компромисса:

а) в случае, когда набор глобальных состояний принадлежит I_1, представляется целесообразным выбирать из $\Phi_э$ в качестве оптимальных те решения, которые дают максимальный средний выигрыш по всем возможным глобальным состояниям, т.е. те решения, которые максимизируют

$$\sum_{i=1}^{r} \rho^i \varkappa_i ; \tag{I}$$

б) если ОПР должен делать выбор небольшое количество раз в одной и той же ситуации S и имеет возможность рисковать, то оптимальными решениями из $\Phi_э$ можно считать те, которые доставляют максимум критерию $\varkappa_\lambda$, где λ находится из условия

$$\rho^\lambda = \max\{\rho^i\}.$$

2. Пусть ОПР известна система предпочтений $\theta^1 \succ \ldots \succ \theta^r$. Здесь возможны по меньшей мере четыре пути получения оптимальных решений из множества $\Phi_э$:

а) Первый путь состоит в получении оценок $(\hat{\rho}^1, \ldots, \hat{\rho}^r)$ на компоненты вектора распределения глобальных состояний среды на основе системы предположений с целью дальнейшего использования приемов и методов первой информационной ситуации.

б) Второй путь – нахождение оптимального решения из условий максимизации основного критерия $\varkappa_1$ при условии некоторых ограничений на значения остальных критериев.

в) Метод последовательных уступок. Согласно этому методу, сначала ищется решение по критерию $\varkappa_1$. Затем назначается некоторая уступка $\Delta\varkappa_1$, определяющая потерю, которую можно допустить по этому критерию, чтобы получить лучший результат по следующему критерию $\varkappa_2$. После этого находится оптимальное решение по критерию $\varkappa_2$ при дополнительном ограничении

$$\varkappa_1(\varphi_k) \geqslant \varkappa_1^0 - \Delta\varkappa_1 , \tag{2}$$

где $\varkappa_1^0$ – оптимальное значение критерия $\varkappa_1$. Далее снова назначается уступка $\Delta\varkappa_2$, определяющая потери от оптимального значения второго критерия, получаемого при решении указанной выше задачи, чтобы получить оптимум по критерию $\varkappa_3$, и т.д.

г) Выбирается φ_{k_1}, для которого

$$\varkappa_1(\varphi_{k_1}) = \max_{\varphi_k} \varkappa_1(\varphi_k), \tag{3}$$

а затем находится φ_{k_2}, для которого

$$\varkappa_2(\varphi_{k_2}) = \max_{\varphi_k} \varkappa_2(\varphi_k), \quad \varkappa_1(\varphi_k) = \varkappa_1(\varphi_{k_1}). \tag{4}$$

Здесь в (3), (4) максимум берется по всем $\varphi_k \in \Phi_э$. Продолжая этот процесс, далее получим, что искомым решением будет φ_{cr}. При этом предполагается, что критерии $\varkappa$ упорядочены.

3. Когда среда Θ на своих глобальных состояниях ведет себя как активный противник, ОПР не имеет смысла строить множество $\Phi_э$. Наиболее приемлемым критерием в данном случае следует считать критерий, согласно которому оптимальное решение φ_{k_0} находится из условия

$$\min_\lambda \sum_{i=1}^{r} \lambda_i \varkappa_i(\varphi_{k_0}) \geqslant \min_\lambda \sum_{i=1}^{r} \lambda_i \varkappa_i(\varphi_k), \tag{5}$$

где вектор λ имеет такие компоненты, что $\lambda_i \geqslant 0, \sum_{i=1}^{r} \lambda_i = 1, \varphi_k \in \Phi$.

4. Наконец, в последнем случае считается, что ОПР известно лишь, что среда Θ ведет себя пассивно. В этой ситуации ОПР прежде всего, как и в случаях 1, 2 и 3, находит множество $\Phi_э$. Если $\Phi_э$ достаточно широкое и невозможно получить оценки на вектор априорного распределения глобальных состояний среды, отличной от $(\frac{1}{r}, \ldots, \frac{1}{r})$,

существует по крайней мере три пути получения оптимального решения:

а) согласно принципу недостаточного основания Лапласа искать решение из условия максимизации суммы локальных критериев

$$\sum_{i=1}^{r} æ_i \; ; \tag{6}$$

б) можно воспользоваться принципом справедливого компромисса, согласно которому оптимальное решение находится из условия максимизации произведения

$$\prod_{i=1}^{r} æ_i \, . \tag{7}$$

Этот принцип имеет достаточно ясную логическую основу [2] и может с успехом применяться при выборе оптимальных решений, когда набор глобальных состояний среды принадлежит I_4;

в) наконец, можно считать, что оптимальным решением является то, которое дает наилучшее чебышевское равномерное приближение, т.е. φ_{k_0} выбирается так, чтобы

$$\min_i æ_i(\varphi_{k_0}) \geqslant \min_i æ_i(\varphi_k), \tag{8}$$

где

$$\varphi_k \in \Phi_э .$$

Литература

1. Трухаев Р.И. Методы исследования процессов принятия решений в условиях неопределенности. Л., ВМОЛУА, 1972.

2. Борисов В.И. Проблемы векторной оптимизации. - В кн.: Исследование операций. М., "Наука", 1972.

О НАХОЖДЕНИИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ МИНИМАЛЬНОГО МНОЖЕСТВА ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ

В.Д. Ногин

Ленинградский государственный университет

Задачу выбора оптимального решения, исходя из условия максимума математического ожидания, можно представить в следующем виде: найти все точки $x_0 \in X$, $X \subset E^n$, доставляющие максимум линейной целевой функции (p, x), т.е. найти множество $\{x_0 \in X \mid x_0 - \max_X (p, x)\}$. Здесь запись (p, x) означает скалярное произведение вектора

$$p, \; p = (p_1, p_2, \dots, p_n), \; p_i \geqslant 0, \; p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1,$$

который называют вектором распределения вероятностей состояний среды, на вектор $x \in E^n$, называемый решением. Сформулированную выше задачу называют непрерывной, подразумевая под этим, что множество допустимых решений X, вообще говоря, имеет мощность континуума. Дискретной эта задача будет в том случае, если множество X конечно. В дискретной задаче матрицу, составленную из всех векторов множества X, называют оценочным функционалом, или матрицей эффективностей.

Когда вектор p известен, то неопределенности при выборе оптимальных решений нет и задача принятия оптимальных решений становится задачей математического программирования. Неопределенность возникает в том случае, если известно только то, что p принадлежит некоторому множеству Q, причем Q имеет более одного элемента и является подмножеством множества всех возможных распределений:

$$\Delta = \{ p = (p_1, p_2, \dots, p_n) \mid p_i \geqslant 0, \; p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1 \}.$$

В случае полной неопределенности $Q \equiv \Delta$.

В работах [1], [2] имеется большое количество критериев, при помощи которых рекомендуется выбирать то или иное решение в зави-