АКАДЕМИЯ НАУК СССР
ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР
ИНСТИТУТ АВТОМАТИКИ
И ПРОЦЕССОВ УПРАВЛЕНИЯ С ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫМ ЦЕНТРОМ

ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОЦЕССОВ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

ВЛАДИВОСТОК
1976

оптимальной величины задержки можно определить следующими условиями:

$$t_v^e(y^e_{k_1^0}, y^e_{k_2^0}, \delta t^e_o) = \min_{\delta t^e} t_v^e(y^e_{k_1^0}, y^e_{k_2^0}, \delta t^e),$$

при этом $\delta(y_1, y_2, \delta t) \leq 1$.

Сформулирована модель многошагового процесса принятия решений, которая является модификацией модели Трухаева [1].

Литература

1. Трухаев Р.И., Лернер В.С. Динамические модели процессов принятия решений. Кишинев. "Штиинца", 1974.

К ЗАДАЧЕ ВЕКТОРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ МНОГОШАГОВЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

В.Д. Ногин

Ленинградский государственный университет

Рассмотрены две возможные постановки задачи управления дискретной системой по векторному критерию качества. В форме принципа динамического программирования получены соотношения, характеризующие оптимальный процесс.

Рассмотрим дискретную систему управления, которая описывается следующей системой рекуррентных уравнений $(i=1,\dots,N)$:

$$x_i = f_i(x_{i-1}, u_i), \tag{1}$$

$$u_i \in U_i. \tag{2}$$

Здесь $x_{i-1} \in E^n$ – состояние системы в момент времени $i-1$,

$u_i \in E^r$ – управление (или решение) в момент времени i,

$f_i : E^n \times E^r \longrightarrow E^n$, $U_i \in E^r$ $(i=1,\dots,N)$.

Состояние x_0 в начальный момент времени считается заданным.

Если $G(x)=(g_1(x),\dots,g_m(x))$ есть некоторая вектор-функция из E^n в E^m и $\mathcal{D} \in E^n$, то посредством $\max_{x\in\mathcal{D}} G(x)$ обозначим множество значений G в таких точках $x_0 \in \mathcal{D}$, что

$$G(x) \geq G(x^0), \quad x \in \mathcal{D} \Rightarrow G(x) = G(x_0).$$

Здесь через $G(x) \geq G(x^0)$ обозначено выполнение неравенства $g_j(x) \geqslant g_j(x^0)$ для любого $j=1,\dots,m$.

ЗАДАЧА 1. Имеется векторный критерий качества

$$G(X,U) = \sum_{i=1}^{N} G_i(x_{i-1}, u_i), \tag{3}$$

где $\mathfrak{X} = (x_0, x_1, \ldots, x_N)$,

$$\mathcal{U} = (u_1, u_2, \ldots, u_N), \quad G_i : E^n \times E^r \to E^m.$$

Требуется найти последовательность управления $\mathcal{U}^0 = (u_1^0, \ldots, u_N^0)$ и соответствующую траекторию $\mathfrak{X}^0 = (x_0, x_1^0, \ldots, x_N^0)$, удовлетворяющие соотношения (I) – (2) и такие, что

$$G(\mathfrak{X}^0, \mathcal{U}^0) \in \max G(\mathfrak{X}, \mathcal{U}),$$

где $\max$ берется по всем $\mathfrak{X}, \mathcal{U}$ вида (I) – (2).

Пусть $\omega_N(x) \equiv 0 \in E^m$,

$$\omega_{i-1}(x) \in \max_{u \in V_i} [\omega_i(f_i(x,u)) + G_i(x,u)] \quad (i = 1, \ldots, N).$$

ТЕОРЕМА I. Предположим, что все множества V_i, $i = 1, \ldots, N$ компактны, а функции $f_i(x,u)$, $G_i(x,u)$, $i = \overline{1,N}$ непрерывны по совокупности переменных (x, u). Для того чтобы процесс $\mathfrak{X}^0$, $\mathcal{U}^0$ вида (I) – (2) был решением задачи I, необходимо, чтобы для каждого $i = 1, \ldots, N$ выполнялось условие:

$$\omega_i(f_i(x_{i-1}^0, u_i^0)) + G_i(x_{i-1}^0, u_i^0) = \omega_{i-1}(x_{i-1}^0). \quad (4)$$

Доказательство. Предположим противное: для некоторого множества индексов $\Gamma \subset [1, \ldots, N]$ соотношение (4) не выполнено. Пусть k есть наибольший элемент множества Γ. Согласно предположению, существует $u_k^1 \in V_k$, что

$$\omega_k(f_k(x_{k-1}^0, u_k^1)) + G_k(x_{k-1}^0, u_k^1) \geq$$

$$\geq \omega_k(f_k(x_{k-1}^0, u_k^0)) + G_k(x_{k-1}^0, u_k^0). \quad (5)$$

Здесь знак $\geq$ означает $\geqq$ и $\neq$. Положим,

$$x_j^1 = x_j^0, \quad j = 0, 1, \ldots, k-1,$$

$$u_j^1 = u_j^0, \quad j = 1, \ldots, k-1. \quad (6)$$

Далее, $x_k^1 = f_k(x_{k-1}^0, u_k^1)$. По определению,

$$\omega_k(x_k^1) \in \max_{u \in V_{k+1}} [\omega_{k+1}(f_{k+1}(x_k^1, u)) + G_{k+1}(x_k^1, u)], \quad (7)$$

[illegible] множество V_{k+1} компактно, а функция от u (стоящая в [illegible] квадратных скобках) непрерывна, то, как известно [I], множество в правой части отношения (7) непусто. Поэтому найдется $u_{k+1}^1 \in V_{k+1}$, что

$$\omega_k(x_k^1) = \omega_{k+1}(f_{k+1}(x_k^1, u_{k+1}^1)) + G_{k+1}(x_k^1, u_{k+1}^1).$$

[illegible] $x_{k+1}^1 = f_{k+1}(x_k^1, u_{k+1}^1)$ и т.д. В конечном счете мы [illegible] процесс $\mathfrak{X}^1$, $\mathcal{U}^1$, удовлетворяющий соотношениям (I)–(2) [illegible] основании (5)

$$\sum_{j=k}^{N} G_j(x_{j-1}^1, u_j^1) \geq \omega_k(f_k(x_{k-1}^0, u_k^0)) + G_k(x_{k-1}^0, u_k^0). \quad (8)$$

[illegible] k – максимальный элемент множества Γ, то имеют место равенства:

$$G_N(x_{N-1}^0, u_N^0) = \omega_{N-1}(x_{N-1}^0),$$

$$\omega_{N-1}(f_{N-1}(x_{N-2}^0, u_{N-1}^0)) + G_{N-1}(x_{N-2}^0, u_{N-1}^0) = \omega_{N-2}(x_{N-2}^0),$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\omega_{k+1}(f_{k+1}(x_k^0, u_{k+1}^0)) + G_{k+1}(x_k^0, u_{k+1}^0) = \omega_k(x_k^0).$$

[illegible] эти равенства, получим

$$\omega_k(x_k^0) = \sum_{j=k+1}^{N} G_j(x_{j-1}^0, u_j^0).$$

[illegible], учитывая (6), приходим к противоречию:

$$G(\mathfrak{X}^1, \mathcal{U}^1) \geq G(\mathfrak{X}^0, \mathcal{U}^0).$$

[illegible] доказана.

[illegible] известно (см., например, [2]), в скалярном случае ($m = 1$) [illegible] условия оптимальности теоремы I являются и достаточ[illegible] Иначе дело обстоит в случае $m > 1$.

Пример I. Пусть

$$x_i = x_{i-1} + u_i, \quad i = 1, 2,$$

$$V_1 = \{1; 2, 4\}, \quad V_2 = \{0; 0,5\}, \quad x_0 = -2,$$

$$G_1(x_0,u_1)=\left(-\exp\left[\frac{\ln 1,4}{1,4}(u_1-1)\right],\ x_0+u_1\right);$$

$$G_2(x_1,u_2)=(u_2,\ 1-u_2).$$

Здесь, очевидно, предположения теоремы I выполнены. Далее, нетрудно проверить, процесс $x^0=(-2,-1,-1)$; $u^0=(1,0)$ удовлетворяет (I) – (2) и (4):

$$G_2(x_1^0,u_2^0)=(0,1)\in \max_{u\in\{0;\,0,5\}}(u,1-u),$$

$$G_1(x_0,u_1^0)+(0,1)=(-1,0)\in \max_{u\in\{1;\,2,4\}}\left[(0,1)+G_1(-2,u)\right]$$

Однако процесс $x^1=(-2;\ 0,4;\ 0,9)$; $u^1=(2,4;\ 0,5)$ доминирует над x^0, u^0:

$$G(x^1,u^1)=(-0,9;\ 0,9)\geq(-1,0)=G(x^0,u^0).$$

ЗАДАЧА 2. Задан векторный критерий

$$g(x,u)=(g_1(x_0,u_1),g_2(x_1,u_2),\ldots,g_N(x_{N-1},u_N)),$$

где $g_j: E^n\times E^r\longrightarrow E^1$. Требуется найти процесс ... (I) – (2) такой, что

$$g(x^0,u^0)\in \max g(x,u).$$

Введем

$$V_{N-1}(x)=\max_{u\in V_N} g_N(x,u),$$

$$V_{i-1}(x)\in \max_{u\in V_i}(V_i(f_i(x,u)),g_i(x,u)),\quad i=1,\ldots,N$$

ТЕОРЕМА 2. Допустим, что множества V_i $(i=1,\ldots,N)$ компактны, а функции $f_i(x,u)$, $g_i(x,u)$, $i=\overline{1,N}$ непрерывны ... (x,u). Для того чтобы процесс x^0, u^0, удовлетворяющий (I) – (2), был решением задачи 2, необходимо, чтобы для каждого $i=1,\ldots,N$ имели место равенства

$$g_N(x_{N-1}^0,u_N^0)=V_{N-1}(x_{N-1}^0),$$

$$(V_i(f_i(x_{i-1}^0,u_i^0)),\ g_i(x_{i-1}^0,u_i^0))=V_{i-1}(x_{i-1}^0). \tag{9}$$

...ательство этого утверждения аналогично доказательству предыдущей теоремы, поэтому его опускаем.

...следующий пример показывает, что при $N\geq 3$ выполнение ...ношений (9) недостаточно для того чтобы процесс x^0, u^0 был ...ием задачи 2.

Пример 2. Пусть

$$x_i=x_{i-1}+u_i,\quad i=1,2,3;$$

$$V_1=V_2=V_3=\{0,2\},\quad x_0=-1;$$

$$g_1(x_0,u_1)=u_1^2-2u_1;$$

$$g_2(x_1,u_2)=x_1u_2;$$

$$g_3(x_2,u_3)=-u_3.$$

...о убедиться в том, что для процесса $x^0=(-1,-1,-1)$, $u^0=(0,0,0)$ ...ношения (9) выполнены:

$$g_3(x_2^0,u_3^0)=0=\max_{u\in\{0,2\}}(-u),$$

$$(0,g_2(x_1^0,u_2^0))=(0,0)\in \max_{u\in\{0,2\}}(0,-u),$$

$$(0,0,g_1(x_0,u_1^0))=(0,0,0)\in \max_{u\in\{0,2\}}(0,0,u^2-2u).$$

...не менее, если $x^1=(-1,1,3)$, $u^1=(2,2,0)$,

$$g(x^1,u^1)=(0,2,0)\geq(0,0,0)=g(x^0,u^0),$$

...процесс x, u^0 не является решением задачи 2.

В заключение автор выражает признательность Р.И.Трухаеву за ...тановку задачи и сделанные замечания.

Литература

1. Пошиновский В.В. Методы многокритериальной оптимизации. М. Военная инженерная Академия имени Ф.Э.Дзержинского, 1971.
2. Болтянский В.Г. Оптимальное управление дискретными системами. М., "Наука," 1973.

МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ГРУППОВЫХ ОРГАНОВ УПРАВЛЕНИЯ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

В.Е. Цветков

Новгородское центральное конструкторско-технологическое бюро

Вопросам разработки методов исследования, совершенствования и синтеза структур управления в настоящее время придается большое значение. Особо важное место занимают проблемы, связанные с изучением, построением математических моделей и разработкой методов анализа и синтеза организационных систем.

Высокая степень разделения труда в сфере материального производства нашла свое отражение в разделении труда в области управления, его специализации. Этот процесс обусловлен все возрастающей сложностью проблем, стоящих перед органами управления, их комплексным, взаимосвязанным характером, усложнением взаимосвязей различных подсистем и их изменчивостью.

Эволюция структур реальных органов управления представляет собой объективный процесс. Анализ показывает, что основная тенденция развития структур органов управления связана с возрастанием роли каждой из подсистем органов управления, увеличением объема и значимости "горизонтальных" связей (называемых также "связями кооперации равноправных элементов", "техническими связями", "связями согласования" и т.п.).

Другой существенной чертой современного этапа эволюции структур управления является кризис элементов иерархических структур, основанных на традиционных отношениях руководства - подчинения [1].

На основании анализа процесса развития сложных современных органов управления в [1] дается следующая рекомендация по