

## АЛГОРИТМЫ ОПТИМИЗАЦИИ МАРШРУТА СУДНА ПО РАСХОДУ ТОПЛИВА С УЧЕТОМ ОПАСНЫХ ПОГОДНЫХ УСЛОВИЙ

**Сотникова М.В., Веремей Е.И., Коровкин М.В.**

Рассматривается задача построения оптимального по расходу топлива маршрута движения судна. Поиск маршрута осуществляется с учетом долгосрочного прогноза погодных условий, в том числе опасных зон, а также основных параметров судна. Возможны два варианта постановки задачи экономии топлива. Первый из них заключается в минимизации времени перехода с ограничением на расход топлива. Второй вариант состоит в минимизации расхода топлива с учетом ограничения на время перехода.

Отметим, что данная задача особенно актуальна для контейнеровозов при длительных переходах, например через Атлантический океан, когда время в пути достигает нескольких суток.

Среди известных подходов к формированию маршрутов следует отметить метод изохрон, предложенный в работе [1] и получивший дальнейшее развитие, в частности, в работах [2]-[4]. В работе [5] предложено использовать методы классического вариационного исчисления, а в публикациях [6] и [7] – методы динамического программирования. Тем не менее, применение указанных подходов требует существенного упрощения исходной постановки задачи, что связано как с вычислительной сложностью их реализации в режиме реального времени, так и с ограниченной областью применимости этих методов, требующих выполнения ряда условий.

Рассмотрим формализованную постановку задачи. Под маршрутом судна понимается траектория его движения и изменение линейной скорости на этой траектории. Для сведения задачи к конечномерной оптимизации траекторию движения будем представлять в виде конечного числа участков с постоянным значением курсового угла. Траектория движения объекта однозначно определяется вектором

$$\mathbf{r} = \{(\varphi_1, S_1), (\varphi_2, S_2), \dots, (\varphi_p, S_p)\}$$

а скорости движения по траектории – вектором

$$\mathbf{v} = (V_1, V_2, \dots, V_p).$$

Здесь  $\varphi_i, S_i, V_i, i \in \overline{1, p}$  – курсовой угол, длина и заданная скорость на  $i$ -м участке траектории,  $p$  – общее число участков. Пара совместно рассматриваемых векторов  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{v}$  однозначно определяет маршрут движения. Будем различать заданную и фактическую скорости движения судна. Заданная скорость определяется однозначно работой двигателей, а следовательно связана напрямую с расходом топлива. Фактическая скорость отличается от заданной и зависит от погодных условий и направления движения судна. Заданная скорость совпадает с фактической только при отсутствии внешних воздействий – волнения, ветра и течения. Фактическая скорость может быть найдена приближенно как положение равновесия в уравнении динамики продольного движения судна из соотношения следующего вида

$$f(t, w, n(v), P_{curr}, P_{wave}, P_{wind}) = 0. \quad (1)$$

Здесь  $w$  и  $v$  – фактическая и заданная скорости объекта соответственно,  $n(v)$  – частота вращения двигателя,  $P_{curr}, P_{wave}, P_{wind}$  – внешние воздействия, определяемые влиянием течения, волнения и ветра на фактическую скорость движения. Составление уравне-

ния (1) требует использования ряда параметров морского судна, в частности, длины, ширины, осадки, водоизмещения и др.

Для поиска оптимального маршрута необходимо использовать прогноз погоды, заданный для узлов сетки, покрывающей зону плавания  $\Omega_0$  с фиксированным шагом по широте  $\Delta\psi$  и долготе  $\Delta\lambda$ . Погода в узлах сетки задается также с фиксированным временным шагом  $\Delta T$ . В каждом узле сетки доступны следующие параметры: ветер (направление и скорость), течение (направление и скорость), волнение (высота волны, период, направление).

Задачу формирования маршрута, обеспечивающего экономию топлива, можно представить как задачу конечномерной оптимизации вида

$$J_T(\mathbf{r}, \mathbf{v}) \rightarrow \min_{(\mathbf{r}, \mathbf{v}) \in \Omega} . \quad (2)$$

Здесь  $J_T(\mathbf{r}, \mathbf{v})$  – время перехода, которое вычисляется для заданного маршрута  $(\mathbf{r}, \mathbf{v})$  с учетом уравнения динамики (1) и прогноза погодных условий. Допустимое множество  $\Omega$  определяется статическими ограничениями (береговые линии, зоны мелководья), динамическими ограничениями (опасные по погодным условиям зоны), ограничениями на максимальную и минимальную величину заданной скорости (ресурсы движителей), терминальным ограничением и ограничением на максимальный допустимый расход топлива. Последнее ограничение может устанавливаться судоводителем на основе номинального среднего расхода топлива на соответствующих маршрутах.

Иной вариант постановки задачи состоит в непосредственной минимизации расхода топлива с ограничением на время в пути и имеет следующий вид

$$J_F(\mathbf{r}, \mathbf{v}) \rightarrow \min_{(\mathbf{r}, \mathbf{v}) \in \Omega_F} . \quad (3)$$

Здесь  $J_F(\mathbf{r}, \mathbf{v})$  – расход топлива для маршрута  $(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ , вычисляемый с использованием известной характеристики движителей – удельного расхода топлива  $\rho(V)$  при заданной скорости  $V$ . Допустимое множество  $\Omega_F$  определяется аналогично множеству  $\Omega$ , но вместо ограничения на расход топлива содержит ограничение на максимально допустимое время перехода.

Оптимизационные задачи (2) и (3) представляют собой задачи нелинейного программирования, очень сложные для непосредственного привлечения численных методов поиска решения. Это связано с высокой размерностью варьируемых векторов, включающих две группы разнородных переменных. Сложность вызвана также алгоритмическим заданием существенно нелинейных функций, определяющих критерии и допустимые множества для оптимизации.

В данной работе предлагаются алгоритмы поиска приближенного решения задач (2) и (3), позволяющие получить результат с учетом ограниченного времени счета и состоящие из двух этапов. На первом этапе строится специальный граф на основе представления маршрута ломаной линией в трехмерном пространстве. Ребрам этого графа присваиваются веса в соответствии с постановками задач (2) или (3). Решается задача поиска оптимального пути на графе, что в результате позволяет сформировать начальное приближение к оптимальному маршруту. На втором этапе осуществляется уточнение полученного решения. Такое уточнение достигается локальной оптимизацией маршрута в окрестности начального приближения и сводится к перебору конечного числа траекторий. Для каждой из таких траекторий решается задача нелинейного программирования, позволяющая найти для нее оптимальное распределение заданных скоростей.

В работе доказывается теорема, обосновывающая выбор параметров при построении графа для поиска оптимального маршрута, соединяющего начальную  $A(\psi_0, \lambda_0)$  и конечную  $B(\psi_1, \lambda_1)$  точки.

**Теорема.** Пусть допустимый маршрут  $(\mathbf{r}, \mathbf{v})$  состоит из конечного числа  $p$  участков с постоянным значением курсового угла, причем  $\psi_0 < \psi_1$ ,  $\lambda_0 < \lambda_1$  и существует его  $\delta$ -окрестность  $\Omega_\delta$ , которая не содержит ограничений. Тогда для любого числа  $0 < \varepsilon < \delta$  можно подобрать такие параметры  $\Delta\lambda_s$ ,  $\Delta\psi_s$  и  $\Delta t_s$  построения графа, для которых существует допустимый путь на графе со временем перехода, отличающимся от времени перехода на исходном маршруте  $(\mathbf{r}, \mathbf{v})$  не более, чем на величину  $\varepsilon$ .

Применение предложенных алгоритмов иллюстрируется примерами формирования маршрутов контейнеровозов на длительных переходах.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 14-07-00083а.*

### Литература

1. James, R. W. (1957) Application of wave forecast to marine navigation. Washington, D. C.: US Navy Hydrographic Office. 78 p.
2. Hagiwara, H. (1989) Weather routing of (sail-assisted) motor vessels: PhD Thesis. Delft: Technical University of Delft. 337 p.
3. Zhang, J., Huang, L. (2007) Optimal Ship Weather Routing Using Isochrone Method on the Basis of Weather Changes. International Conference on Transportation Engineering 2007, pp. 2650-2655.
4. Lin, Y., Fang, M. (2013) The ship-routing optimization based on the three-dimensional modified isochrone method. Proc. of the ASME 2013 32nd International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, 2013, OMAE2013-10959.
5. Bijlsma, S. J. (2001) A Computational Method for the Solution of Optimal Control Problems in Ship Routing. Navigation. Journal of The Institute of Navigation, Vol. 48, pp. 145-154.
6. Chen, H. (1978) A dynamic program for minimum cost ship routing under uncertainty: PhD Thesis. Massachusetts Institute of Technology. 163 p.
7. Wei, S., Zhou, P. (2012) Development of a 3D Dynamic Programming Method for Weather Routing. TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, Vol. 6, No. 1, pp. 79-85.