

## Приложение задачи о вихревом слое для района течения Гольфстрим

Н. В. Сандалюк<sup>1</sup>, В. Г. Гневыхев<sup>2</sup>, Т. В. Белоненко<sup>1</sup>, А. В. Кочнев<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный университет  
Санкт-Петербург, 199034, Россия  
E-mail: t.v.belonenko@spbu.ru

<sup>2</sup> Институт океанологии им. П. П. Ширшова РАН, Москва, 117997, Россия

<sup>3</sup> Северный (Арктический) федеральный университет имени М. В. Ломоносова  
Архангельск, 163002, Россия

В работе применяются основные положения задачи о незональном вихревом слое на  $\beta$ -плоскости в постановке Майлса–Рибнера к наблюдениям в реальном океане. Ранее мы показали, что при взаимодействии волн с незональным течением появляется новый класс решений, который отсутствует в случае зонального течения. Этот новый класс решений можно интерпретировать как чистое излучение волн Россби незональным течением. Анализ пространственно-временных диаграмм в рассматриваемом районе подтверждает полученные ранее теоретические выводы задачи о взаимодействии планетарных волн с незональным течением на  $\beta$ -плоскости в постановке Майлса–Рибнера. Выделяются падающие, отражённые и преломлённые волны. Показано, что волны Россби, распространяющиеся с востока на запад со скоростью 7,6 см/с, при взаимодействии с течением трансформируются в преломлённые и отражённые волны. Преломлённые волны распространяются против течения, на юго-запад, со скоростью 4,6 см/с. Отражённые — на юго-восток, перпендикулярно течению, со скоростью 7,8 см/с. Скорость отражённых волн превышает скорость падающих, что подтверждает выводы о существовании механизмов усиления планетарных волн при взаимодействии их с незональным течением.

**Ключевые слова:** волны Россби, течение, ВКБ-приближение, Гольфстрим, вихревой слой, альтиметрия, падающая, отражённая волна, преломлённая волна

Одобрена к печати: 14.10.2021  
DOI: 10.21046/2070-7401-2021-18-5-242-251

### Введение

Среди всего многообразия волновых процессов, наблюдаемых в средах различной физической природы, особое место занимает взаимодействие волн с течениями, в том числе в сдвиговых потоках. В аналитических подходах к исследованию этих явлений часто приходится прибегать к различным аппроксимациям профиля скорости течения, что значительно упрощает аналитический или численный расчёт. Наиболее эффективным становится использование модельных течений с кусочно-линейными профилями скорости, когда реальный плавный профиль скорости заменяется в упрощённой модели ломаной линией. Простейшее из таких течений — когда два слоя жидкости движутся с проскальзыванием друг относительно друга, так что тангенциальная компонента скорости течения изменяется скачком. При наличии сдвига между слоями среды, когда две контактирующие среды имеют достаточную разность скоростей, возникает неустойчивость Кельвина–Гельмгольца. Нарастающие возмущения на тангенциальном разрыве, в том числе и неустойчивость Кельвина–Гельмгольца в двухслойной жидкости различной плотности, изучались достаточно подробно (см., например, работы (Бэтчелор, 1973; Дразин, 2005)). При такой постановке завихренность в каждом слое равна нулю, а на границе раздела она бесконечна, т. е. её можно представить в виде  $\delta$ -функции. Мы рассматриваем частный случай: вихревой слой, когда один из слоёв неподвижен. В этом случае образуется тангенциальный разрыв скорости.

При интерпретации результатов теории волн в потоках существует неоднозначность деления полей физических переменных на поле волны и движение среды (Степанянц,

Фабрикант, 1989). При анализе эмпирических данных так называемое фоновое течение выделяется осреднением за значительный промежуток времени наблюдений за скоростями, а разницу между наблюдениями и осреднёнными значениями рассматривают как флуктуации, которые могут быть представлены в виде волновых функций. Если течение и волна разнесены в пространстве, то рассматривают падающую на течение волну и отдельно анализируют её взаимодействие с течением. В частности, в работах (Степанянц, Фабрикант, 1996; Фабрикант, 1987) рассматривается задача об отражении плоской монохроматической волны от течения, представленного в виде вихревого слоя. Дальнейшее развитие данного подхода сделано в работе (Гневышев, Белоненко, 2021).

В работах (LeBlond, Mysak, 1978; Pedlosky, 1979) подробно исследуется отражение планетарных волн от вертикальной стенки. Авторы указывают, что нельзя получить эмпирическую информацию для волн, падающих на стенку, ориентированную строго с севера на юг, учитывая сильную анизотропию этих волн. В исследовании (LeBlond, Mysak, 1978) также показано, что длинная падающая волна, энергия которой быстро распространяется в западном направлении, преобразуется при отражении от границы в относительно короткую и медленно распространяющуюся волну. При этом отражённая волна оказывается более энергоёмкой, т. е. несущей большую энергию в единице объёма жидкости. Таким образом, западная граница оказывается подобной источнику мелкомасштабных движений с высокой концентрацией энергии, и это проявляется в интенсификации энергии коротких волн на западных границах океанов.

Западная интенсификация в моделях океанской циркуляции хорошо известна в модели пограничного слоя (Pedlosky, 1979). Считается, что из-за пространственной анизотропии волн Россби западная граница выступает источником мелкомасштабных возмущений и обеспечивает западную интенсификацию. В основе этих рассуждений лежит закон отражения волн Россби от западной границы — вертикальной стенки. Однако, на наш взгляд, в таких рассуждениях есть один аспект, который обычно не принимается во внимание. Прежде чем достигнуть западной границы, длинные волны Россби сначала сталкиваются с континентальным склоном. При аппроксимации склона ступенькой в силу специфики граничных условий взаимодействие волн Россби с течением тождественно их взаимодействию с вихревым слоем (LeBlond, Mysak, 1978). Понять это можно из простых соотношений геострофики, когда продольный перепад глубины создаёт продольный градиент давления, который, в свою очередь, порождает геострофическое меридиональное течение. Следовательно, прежде чем достичь западной границы, волны Россби сталкиваются с вихревым слоем, и уже потом преломлённая (иногда называют «прошедшая») волна сталкивается с твёрдой стенкой.

На *рис. 1* (см. с. 244) представлены геострофические течения, рассчитанные по осреднённым за период 1993–2020 гг. данным абсолютной динамической топографии (*англ.* Absolute Dynamic Topography — АДТ). Струя Гольфстрима пересекает рассматриваемый район в северо-восточном направлении. Скорости течения превышают 1 м/с, максимальные значения в струе достигают 1,3 м/с. Данный участок течения Гольфстрим мы будем аппроксимировать вихревым слоем и в дальнейшем рассмотрим его взаимодействие с падающей волной Россби.

Для анализа вихревого слоя применяется так называемый подход Майлса — Рибнера (см. работы (Степанянц, Фабрикант, 1989, 1996)). Математическая постановка задачи о вихревом слое и выводы изложены в статье (Гневышев, Белоненко, 2021). Ниже для целостности изложения кратко приводятся некоторые соотношения, которые разъясняют суть данного подхода.

Линейное уравнение волн Россби на сдвиговом течение имеет вид:

$$\Phi_{yy} + \left( \frac{i\beta_1}{k(\bar{U} - c)} \right) \Phi_y + \left( \frac{\beta_2 - \bar{U}_{yy}}{\bar{U} - c} - k^2 - F^2 \right) \Phi = 0,$$

где  $\beta_1 = \beta \cdot \sin \theta$ ,  $\beta_2 = \beta \cdot \cos \theta$ ,  $\theta$  — угол наклона баротропного плоско-параллельного течения к параллели;  $\bar{U}$  — скорость потока;  $F^2$  — собственные значения вертикальной задачи

(Kamenkovich, Pedlosky, 1996). Тогда для случая постоянной стратификации в отсутствие топографии имеем стандартное выражение:

$$F^2 \equiv \frac{f^2(\pi n)^2}{N^2 H^2}; \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

где  $N$  — частота Вайсяля – Брента;  $f$  — частота вращения Земли;  $H$  — глубина.

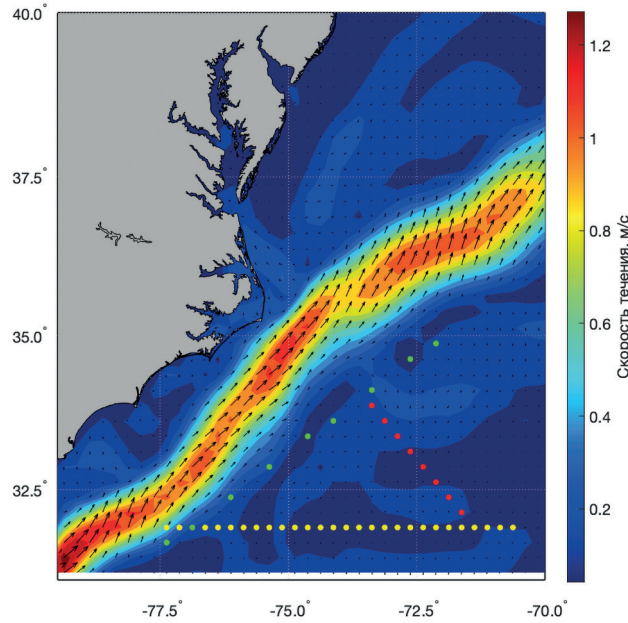


Рис. 1. Карта скоростей течений, рассчитанных по альтиметрическим данным. Точками показаны три разреза для построения диаграмм Ховмёллера

Условия сшивки имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \Delta \left( \frac{\Phi}{\bar{U} - c} \right) &= 0, \\ \Delta \left( \Phi_y (\bar{U} - c) - \Phi \bar{U}_y + \frac{i\beta_1}{k} \Phi \right) &= 0, \end{aligned} \right\}$$

где  $\Delta$  — классический скачок значений через вихревой слой (Kamenkovich, Pedlosky, 1996). В подходе Майлса – Рибнера мы сшиваем три функции: падающую волну единичной амплитуды и две других волны — отражённую с коэффициентом отражения  $R$  и прошедшую с коэффициентом прохождения  $T$ . Условия сшивки решения можно вывести строго математически, следуя формальной процедуре (LeBlond, Mysak, 1978). Групповая скорость падающей волны направлена в сторону ступеньки, а отражённая и преломлённая волны имеют групповую скорость, направленную от ступеньки (рис. 2, см. с. 245). Так как фоновое течение считается продольно однородным и стационарным во времени, у нас есть две циклические переменные, которые порождают два инварианта (интеграла движения) — продольное волновое число и частоту волны.

Решение ищем в виде:

$$1. \Phi = \exp(il_1 y) + R \exp(il_0 y),$$

$$2. \Phi = T \exp(il_2 y),$$

где  $l_1, l_0, l_2$  — поперечные компоненты волнового числа падающей, отражённой и преломлённой волн соответственно. Для самосопряжённого оператора в случае чисто зонального вихревого слоя компоненты волнового числа  $l_0, l_1$  были связаны соотношением  $l_0 = -l_1$ . В нашем

случае свойства самосопряжённости оператора нет и свойства симметрии для эрмитовых операторов пропадают. При этом мы имеем следующее дисперсионное соотношение:

$$\omega = -\frac{(\beta_2 k - \beta_1 l)}{k^2 + l^2 + F^2} + k\bar{U},$$

где  $\omega$  — частота волн,  $\omega = kc$ .

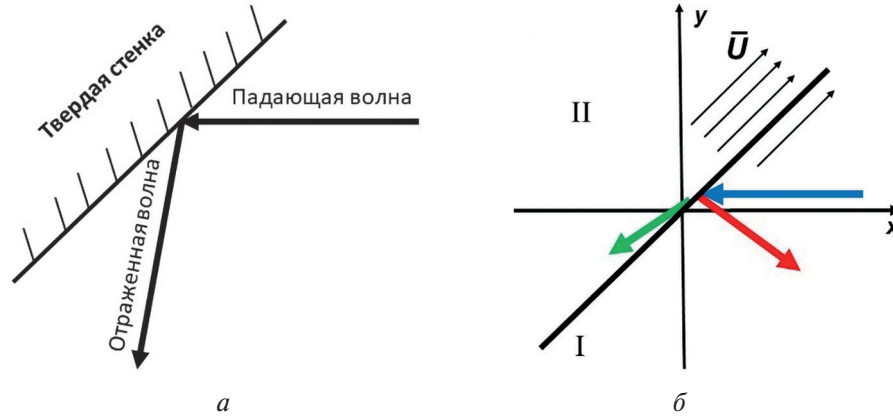


Рис. 2. Отражение падающей волны от твёрдой стенки (а); взаимодействие падающей волны с вихревым слоем на неэвальной потоке (б): область I (расположена в нижней части ступеньки) и область II (верхняя часть ступеньки). Цветными стрелками показаны волны: падающая (синий цвет), преломлённая (зелёный) и отражённая (красный)

Далее дисперсионное соотношение (3) перепишем в следующем виде:

$$l = \frac{\beta_1}{2(\omega - k\bar{U})} \pm \sqrt{\left(\frac{\beta_1}{2(\omega - k\bar{U})}\right)^2 - k^2 - F^2 - \frac{\beta_2 k}{(\omega - k\bar{U})}}.$$

Выбор знака корня определяется направлением групповой скорости в поперечном направлении. Тогда выражения для компонент групповой скорости имеют вид:

— в поперечном направлении:

$$C_{gr.y} = \frac{\partial \omega}{\partial l} = \frac{2\beta_2 kl - \beta_1(l^2 - k^2 - F^2)}{(k^2 + l^2 + F^2)^2};$$

— в продольном направлении:

$$C_{gr.x} = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{\beta_2(k^2 - l^2 - F^2) - 2\beta_1 kl}{(k^2 + l^2 + F^2)^2} + \bar{U}.$$

Подставляя выражение (4) в формулу (3), находим следующие выражения для коэффициентов преломления  $T$  и отражения  $R$ :

$$T = A/C; \quad R = -B/C;$$

$$A = (l_0 - l_1) \cdot (\bar{U}_1 - c) \cdot (\bar{U}_2 - c);$$

$$B = (\bar{U}_1 - c)^2 l_1 - (\bar{U}_2 - c)^2 l_2 + \frac{\beta_1}{k} (\bar{U}_1 - \bar{U}_2);$$

$$C = (\bar{U}_1 - c)^2 l_0 - (\bar{U}_2 - c)^2 l_2 + \frac{\beta_1}{k} (\bar{U}_1 - \bar{U}_2).$$

Качественный анализ полученных соотношений показывает, что если скачок поля скорости фонового потока  $(\bar{U}_1 - \bar{U}_2) \rightarrow 0$ , то  $R \rightarrow 0$ ,  $T \rightarrow 1$ . Отметим, что наличие в решении

отражённой волны не умаляет общности подхода, даже когда величина ступеньки равна нулю. Дело в том, что в этом случае коэффициент отражения равен нулю, и тогда отражённая волна исключается автоматически. В. Г. Гневышев и Т. В. Белоненко (2021) численно рассмотрели различные ситуации взаимодействия падающей волны с вихревым слоем. Основным выводом, который они получили, заключается в следующем: даже в самой простой постановке задача о незональном вихревом слое катастрофически меняет характер взаимодействия планетарных волн с сильным сдвиговым течением по сравнению с чисто зональным случаем, при котором закон сохранения завихренности тождественен закону сохранения энергии. Для зонального вихревого слоя имеется интеграл движения в виде закона сохранения энтропии, что фактически приводит к внутреннему перераспределению завихренности между триадой: падающей, отражённой и прошедшей волной. Здесь течение выступает в роли пассивного катализатора, не отбирая и не отдавая завихренность волновым возмущениям (Гневышев и др., 2021). Однако в случае незонального вихревого слоя возникают новые особенности, в частности появляется эффект чистого излучения (Talley, 1983), которое иногда трактуется как резонансное взаимодействие волн и течения. В незональном вихревом слое эффект волн отрицательной энергии не является необходимым для усиления волн, хотя, на наш взгляд, появление волн отрицательной энергии и наличие в задаче критического слоя если и не тождественны, то, во всяком случае, сильно коррелированы. Причина такого необычного и неисследованного поведения лежит в неэрмитовости линейного оператора для незонального случая.

Ю. А. Степанянц и А. Л. Фабрикант (1996), рассматривая различные аспекты взаимодействия волн с вихревым слоем (тангенциальным разрывом), указывают, что такое взаимодействие может сопровождаться эффективными механизмами не только поглощения, но и усиления волн в гидродинамическом потоке, появлением волн отрицательной энергии и изменением знака диссипации. Отражение волн может приводить к неустойчивости струйных течений относительно возмущений свободной поверхности. Анализируя волны Россби на тангенциальном разрыве, Степанянц и Фабрикант (1996), делают вывод, что наличие гидродинамического потока, с достаточно большой скоростью способного обгонять падающие на него волны, ещё не гарантирует возможность отражения, для которого необходимо излучение в движущуюся среду преломлённой волны с отрицательной энергией.

Возникает вопрос: если рассмотреть взаимодействие волн Россби не с твёрдой стенкой, а с незональным струйным течением, будут ли эти взаимодействия происходить схожим образом? Ответ на этот вопрос, скорее, отрицательный, несмотря на существующие аналогии. Гневышев и Белоненко (2021) доказали в рамках теории вихревого слоя для волн Россби существование нового класса линейных стационарных волновых решений, который можно интерпретировать как чистое излучение волн Россби незональным течением. При этом важно отметить: незональное течение может быть направлено в одну сторону, а стационарные волновые возмущения иметь противоположное, встречное направление. Сосуществование полученных новых решений для сдвигового незонального потока и стационарных волновых возмущений обязано влиянию внешней силы и математически происходит из несамосопряжённости линейного оператора для незонального фоновых потока. Таким образом, незональный вихревой слой обладает качественно иными свойствами по сравнению с зональным, в частности он не сохраняет энтропию. Следствие этого — появление нового класса решений: волн, излучаемых незональным течением (Гневышев, Белоненко, 2021).

В данной работе концепция вихревого слоя применяется для района течения Гольфстрим на участке от 30–40° с. ш., где течение распространяется в непосредственной близости от берегов американского континента. Для аппроксимации потока применяется модель вихревого слоя. На *рис. 1* точками показаны три горизонтальных разреза, вдоль которых мы будем рассматривать распространение волн. Для простоты изложения линии, по которым проходят разрезы, соответствуют трём основным направлениям распространения волн: падающая волна (зональный разрез), преломлённая (вдоль течения) и отражённая (поперёк течения). На основе альтиметрических данных мы рассмотрим распространение волн вдоль этих разрезов. Это и составляет цель настоящего исследования.

## Данные

Для интерпретации использовались данные альтиметрии: аномалии уровня моря (*англ.* Sea Level Anomalies — SLA) и геострофические составляющие скоростей, рассчитанные на основе данных динамической топографии (ADT), доступные на портале системы Европейских центров морских прогнозов (Copernicus Marine Environment Monitoring Service — CMEMS, <http://marine.copernicus.eu/>). Данные являются результатом объединения измерений всех альтиметрических миссий: Jason-3, Sentinel-3A, HY-2A, Saral/AltiKa, Cryosat-2, Jason-2, Jason-1, TOPEX/Poseidon (*англ.* Topography Experiment/Poseidon), Envisat, GFO (*англ.* Geodetic Satellite Follow-On), ERS1/2 (*англ.* European Remote-Sensing Satellite) — за период с 1993 г. по настоящее время. Для объединения данных применялся метод оптимальной интерполяции. Пространственное разрешение интерполированного массива составляет  $0,25^\circ$  широты и долготы, временная дискретность — 1 сут. Последнее обновление массива включает в себя новые сенсорные и атмосферные поправки, новую калибровку различных высотомеров, новую модель приливов и учитывает более длительный базовый период в 20 лет для оценки среднего уровня моря (Pujol et al., 2016). Аномалии уровня рассчитывались относительно данных среднего уровня моря (*англ.* Mean Sea Surface — MSS), доступных на портале Aviso+ (Archiving, Validation and Interpretation of Satellite Oceanographic Data, Архив альтиметрической информации, <http://www.aviso.altimetry.fr/en/data/products/auxiliary-products/mss.html>).

## Результаты

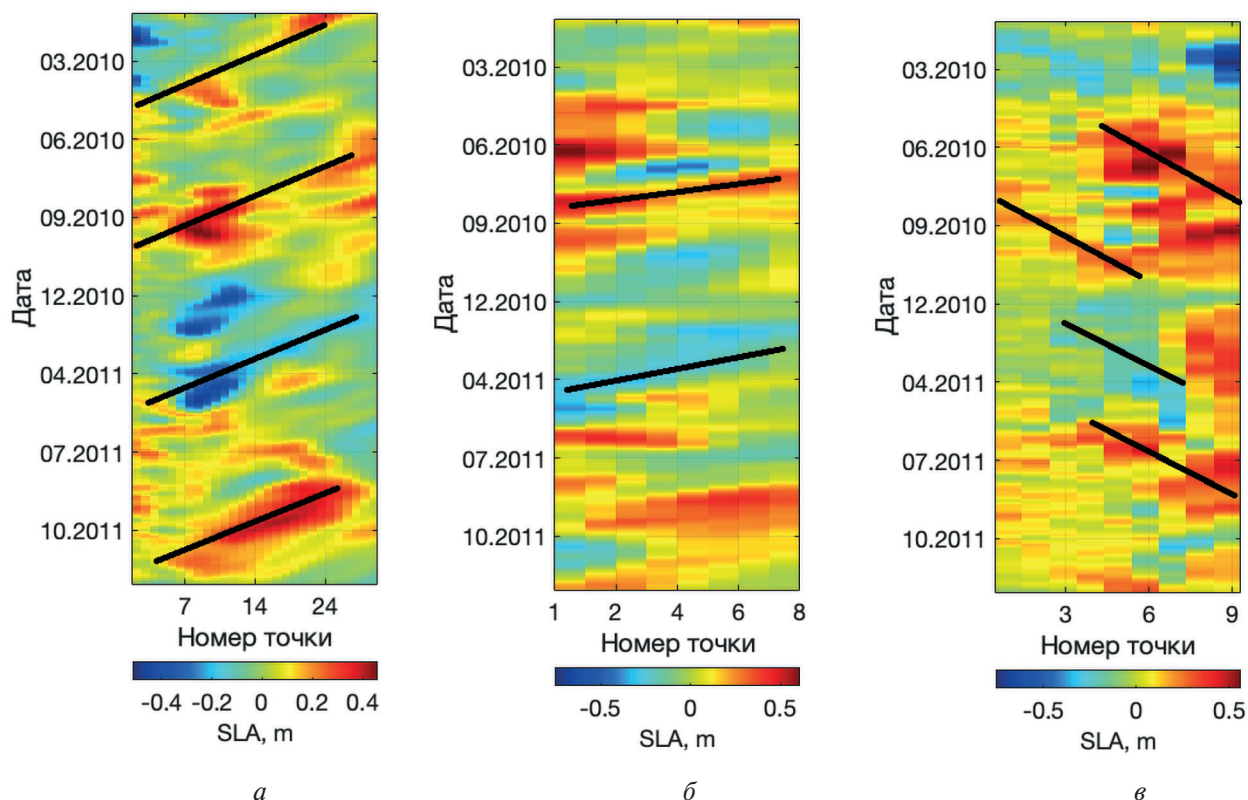
На *рис. 1* точками показаны разрезы, по которым в дальнейшем строились диаграммы Ховмёллера: по зональному (жёлтый цвет точек), вытянутому вдоль струи течения (зелёный) и вытянутому поперёк (красный). Диаграммы Ховмёллера представляют собой пространственно-временные графики, которые по наклону изоплет позволяют увидеть волновое поле. На диаграмме Ховмёллера скалярная величина (аномалии уровня моря) наносится на пространственно-временную шкалу. Пространственное измерение обычно наносится по оси абсцисс, а время — по оси ординат. Пространственный компонент представлен номерами точек в сторону увеличения долгот, точки разрезов соответствуют координатам сетки альтиметрических измерений.

На *рис. 2* видно, что взаимодействие потока с твёрдой стенкой принципиально отличается от взаимодействия с вихревым слоем. В случае твёрдой стенки волна от неё отражается, выполняется закон Снеллиуса, когда угол падения равен углу отражения (см. *рис. 2а*). В вихревом слое помимо отражённой волны существует ещё и преломлённая. Поток в рассматриваемом районе Гольфстрима аппроксимируется вихревым слоем (см. *рис. 2б*), при котором скорость потока считается постоянной как по величине, так и по направлению. Разумеется, в реальности Гольфстрим является бароклинным меандрирующим нестационарным течением и данная аппроксимация является существенным упрощением. Однако эта простая схема, во-первых, позволяет получить строгое аналитическое решение для рассматриваемого взаимодействия (Гневышев, Белоненко, 2021), а во-вторых, даёт возможность выделить и идентифицировать основные эффекты, возникающие в процессе такого взаимодействия. Незональное течение взаимодействует с планетарными волнами, распространяющимися в западном направлении. Падая на вихревой слой, они взаимодействуют с потоком, при этом возникают эффекты отражения и преломления этих волн. На *рис. 2* данные процессы схематично показаны стрелками.

Развитие методов дистанционного зондирования океана и появление спутниковой альтиметрии даёт возможность обнаруживать эффекты взаимодействия планетарных волн с вихревым слоем на альтиметрических картах. В отличие от предшествующих исследований в данной работе мы впервые рассматриваем это явление как взаимодействие волн Россби с вихревым слоем.

Предлагаемый подход заключается в следующем. По наклону изоплет на диаграммах Ховмёллера можно обнаружить пространственно-временное перемещение неоднородностей

в поле уровня океана, ассоциируемое с распространением волн. Для идентификации волн мы рассматриваем три разреза: зональный, вдоль течения и поперёк него, по которым строятся пространственно-временные диаграммы Ховмёллера. Для периода альтиметрических измерений 2010–2011 гг. такие диаграммы представлены на *рис. 3*. Оценки скоростей волн мы рассчитываем при помощи метода Радона (Challenor et al., 2001), который был ранее нами успешно апробирован для северо-западной части Тихого океана (Белоненко, Кубряков, 2014; Кубряков и др., 2016; Belonenko et al., 2016, 2018).



*Рис. 3.* Диаграммы Ховмёллера для волн различных направлений: *a* — падающих, *б* — преломлённых и *в* — отражённых. Нумерация точек соответствует увеличению долготы

На *рис. 3a* видно, что волны Россби (падающие) распространяются в западном направлении со средней скоростью 7,6 см/с, рассчитанной с помощью преобразования Радона. На *рис. 3б* и *с* показаны изоплеты уровня вдоль двух других разрезов, а соответствующие перемещения неоднородностей можно интерпретировать как преломлённые и отражённые волны (см. *рис. 3б* и *с* соответственно). Преломлённые волны (разрез показан зелёными точками) направлены на юго-запад, а отражённые (разрез показан красными точками) — на юго-восток.

По преобразованию Радона рассчитаны скорости: 4,6 см/с для преломлённых волн. Видно, что скорость распространения преломлённых волн меньше скорости падающих (волн Россби), а направление противоположно направлению течения. Преломлённые волны по-прежнему имеют западную составляющую, но уже направлены на юго-запад.

Отражённые волны направлены на юго-восток, их скорость составляет 7,8 см/с, что несколько превышает скорость падающих волн. В этом, в частности, проявляется эффект усиления при отражении падающих волн, который может возникать за счёт энергии резонансных частиц в критическом слое (см. работу (Степанянц, Фабрикант, 1996)). Это усиление может проявляться не только в увеличении фазовой скорости отражённых волн относительно скорости падающих, но и в увеличении амплитуды. Сравнение соответствующих графиков на *рис. 3* даёт основания полагать, что увеличение амплитуды также имеет место.

## Заключение

В настоящей работе подход Майлса – Рибнера применяется для района течения Гольфстрим. Струя течения аппроксимируется кусочно-постоянным профилем скорости с тангенциальным разрывом — вихревым слоем, который на *рис. 1* показан сплошной чёрной линией, а падающая, преломлённая и отражённая волны показаны стрелками. При взаимодействии с вихревым слоем падающая волна может трансформироваться в две другие: отражённую и преломлённую, которые в синоптическом диапазоне частот участвуют в процессах западной интенсификации.

Для рассмотренного района Гольфстрим показано, что волны, распространяющиеся с востока на запад со скоростью 7,6 см/с, при взаимодействии с течением трансформируются в проявляющиеся на разрезах преломлённые волны, распространяющиеся со скоростью 4,6 см/с против течения, и отражённые волны — перпендикулярно течению. Отражённые волны распространяются на юго-восток со скоростью 7,8 см/с, которая превышает скорость падающих волн. Таким образом, эффекты усиления отражённых волн, возникающие при взаимодействии с вихревым слоем и проявляющиеся при западной интенсификации, документально зафиксированы.

Полученные результаты следует учитывать при анализе альтиметрических и модельных данных в областях взаимодействия с незональными течениями.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Санкт-Петербургского государственного университета № 75295423 и гранта Российского фонда фундаментальных исследований № 20-05-00066. В. Г. Гневашев также поддержан средствами государственного бюджета по госзаданию № 0128-2021-0003.

## Литература

1. Белоненко Т. В., Кубряков А. А. Временная изменчивость фазовой скорости волн Россби в Северной части Тихого океана // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2014. Т. 11. № 3. С. 9–18.
2. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости: пер. с англ. / под ред. Г. Ю. Степанова. М.: Мир, 1973. 760 с.
3. Гневашев В. Г., Белоненко Т. В. Вихревой слой на  $\beta$ -плоскости в формулировке Майлса–Рибнера. Полюс на действительной оси // Морской гидрофиз. журн. 2021. Т. 37. № 5. С. 525–537. DOI: 10.22449/0233-7584-2021-5-525-537.
4. Гневашев В. Г., Фролова А. В., Колдунов А. В., Белоненко Т. В. Топографический эффект для волн Россби на зональном сдвиговом потоке // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2021. Т. 14. № 1. С. 4–19. DOI: 10.7868/S2073667321010019.
5. Дразин Ф. Введение в теорию гидродинамической устойчивости: пер. с англ. / пер. Г. Г. Цыпкина; под ред. А. Т. Ильичева. М.: Физматлит, 2005. 288 с.
6. Кубряков А. А., Белоненко Т. В., Станичный С. В. Влияние синоптических вихрей на температуру морской поверхности в северной части Тихого океана // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2016. Т. 13. № 2. С. 34–43. DOI: 10.21046/2070-7401-2016-13-2-34-43.
7. Степаняц Ю. А., Фабрикант А. Л. Распространение волн в сдвиговых потоках. М.: Наука, Физматлит, 1996. 240 с.
8. Степаняц Ю. А., Фабрикант А. Л. Распространение волн в сдвиговых гидродинамических течениях // Успехи физ. наук. 1989. Т. 159. С. 83–123. DOI: 10.3367/UFNf.0159.198909c.0083
9. Фабрикант А. Л. Отражение волн Россби от поверхности тангенциального разрыва скорости // Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана. 1987. Т. 23. С. 106–109.
10. Belonenko T. V., Kubryakov A. A., Stanichny S. V. Spectral characteristics of Rossby waves in the Northwestern Pacific based on satellite altimetry // Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics. 2016. Iss. 52. No. 9. P. 920–928. DOI: 10.1134/S0001433816090073.
11. Belonenko T. V., Bashmachnikov I. L., Kubryakov A. A. Horizontal advection of temperature and salinity by Rossby waves in the North Pacific // Intern. J. Remote Sensing. 2018. V. 39. No. 8. P. 2177–2188. URL: <https://doi.org/10.1080/01431161.2017.1420932>.



12. Challenor P. G., Cipollini P., Cromwell D. Use of the 3D Radon transform to examine the properties of oceanic Rossby waves // J. Atmospheric and Oceanic Technology. 2001. Iss. 18. P. 1558–1566.
13. Kamenkovich I. V., Pedlosky J. Radiating Instability of Nonzonal Ocean Currents // J. Physical Oceanography. 1996. V. 26. Iss. 4. P. 622–643. [https://doi.org/10.1175/1520-0485\(1996\)026<0622:RIONOC>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0485(1996)026<0622:RIONOC>2.0.CO;2).
14. LeBlond P. H., Mysak L. A. Waves in the ocean. Elsevier oceanography series. Amsterdam; Oxford; N. Y.: Elsevier Scientific Publishing Company, 1978. 602 p.
15. Pedlosky J. Geophysical Fluid Dynamics. N. Y.: Springer-Verlag, 1979. 624 p.
16. Pujol M.-I., Faugère Y., Taburet G., Dupuy S., Pelloquin C., Ablain M., Picot N. DUACS DT2014: The new multi-mission altimeter dataset reprocessed over 20 years // Ocean Science. 2016. V. 12. P. 1067–1090.
17. Talley L. D. Radiating Barotropic Instability // J. Physical Oceanography. 1983. V. 13. Iss. 6. P. 972–987. [https://doi.org/10.1175/1520-0485\(1983\)013<0972:RBI>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0485(1983)013<0972:RBI>2.0.CO;2).

## Application of the vortex layer problem to the Gulf Stream area

N. V. Sandalyuk<sup>1</sup>, V. G. Gnevyshev<sup>2</sup>, T. V. Belonenko<sup>1</sup>, A. V. Kochnev<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Saint Petersburg University, Saint Petersburg 199034, Russia  
E-mail: t.v.belonenko@spbu.ru

<sup>2</sup> Shirshov Institute of Oceanology RAS, Moscow 117997, Russia

<sup>3</sup> Northern (Arctic) Federal University named after M. V. Lomonosov  
Arkhangelsk 163002, Russia

In this paper, the main statements of the problem of a non-zonal vortex layer on the  $\beta$ -plane in the Miles – Ribner formulation are applied to observations in the real ocean. Earlier, we showed that when waves interact with a non-zonal flow, a new class of solutions appears, which is absent in the case of a zonal flow. This new class of solutions can be interpreted as pure radiation of Rossby waves by a non-zonal flow. The analysis of the space-time diagrams in the region under consideration confirms the previously obtained theoretical conclusions of the problem of the interaction of planetary waves with a non-zonal flow on the  $\beta$ -plane in the Miles – Ribner formulation. Incident, reflected and refracted waves are distinguished. It is shown that Rossby waves propagating from east to west at a speed of 7.6 cm/s are transformed into refracted and reflected waves when interacting with the current. The refracted waves propagate against the current, to the southwest, at a speed of 4.6 cm/s. The reflected waves propagate to the southeast, perpendicular to the current, at a speed of 7.8 cm/s. The speed of reflected waves exceeds the speed of incident waves, which confirms the conclusions about the existence of mechanisms for amplifying planetary waves when they interact with a non-zonal flow.

**Keywords:** Rossby waves, flow, WKB approximation, Gulf Stream, vortex layer, altimetry, incident, reflected, refracted wave

Accepted: 14.10.2021

DOI: 10.21046/2070-7401-2021-18-5-242-251

## References

1. Belonenko T. V., Kubrjakov A. A., Temporal variability of the phase velocity of Rossby waves in the North Pacific, *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2014, Vol. 11, No. 3, pp. 9–18 (in Russian).
2. Batchelor G. K., *An Introduction to Fluid Dynamics*, Cambridge: Cambridge University Press, 1967, 535 p.
3. Gnevyshev V. G., Belonenko T. V., A vortex layer on the  $\beta$ -plane in the Miles-Ribner formulation. Pole on the real axis, *Physical Oceanography*, 2021, Vol. 37, No. 5, pp. 525–537, DOI: 10.22449/0233-7584-2021-5-525-537.
4. Gnevyshev V. G., Frolova A. V., Koldunov A. V., Belonenko T. V., Topographic effect for Rossby Waves on a zonal shear flow, *Fundamentalnaya i prikladnaya gidrofizika*, 2021, Vol. 14, No 1, pp. 4–19 (in Russian), DOI: 10.7868/S2073667321010019.

5. Drazin P. G., *Introduction to Hydrodynamic Stability*, Cambridge: Cambridge University Press, 2002, <https://doi.org/10.1017/CBO9780511809064>.
6. Kubryakov A. A., Belonenko T. V., Stanichny S. V., Impact of mesoscale eddies on sea surface temperature in the North Pacific Ocean, *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2016, Vol. 13, No. 2, pp. 34–43 (in Russian), DOI: 10.21046/2070-7401-2016-13-2-34-43.
7. Stepanyants Y. A., Fabrikant A. L., Propagation of waves in hydrodynamic shear flows, *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*, 1989, Vol. 32, pp. 783–805, <https://doi.org/10.1070/PU1989v032n09ABEH002757>.
8. Stepanyants Yu. A., Fabrikant A. L., *Rasprostranenie voln v sdvigovykh potokakh* (Wave propagation in shear flows), Moscow: Nauka, Fizmatlit, 1996, 240 p. (in Russian).
9. Fabrikant A. L., Reflection of Rossby waves from the surface of a tangential velocity gap, *Akademiia Nauk SSSR, Izvestiia, Fizika Atmosfery i Okeana*, 1987, Vol. 23, pp. 106–109 (in Russian).
10. Belonenko T. V., Kubryakov A. A., Stanichny S. V., Spectral characteristics of Rossby waves in the North-western Pacific based on satellite altimetry, *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*, 2016, Issue 52, No. 9, pp. 920–928, DOI:10.1134/S0001433816090073.
11. Belonenko T. V., Bashmachnikov I. L., Kubryakov A. A., Horizontal advection of temperature and salinity by Rossby waves in the North Pacific, *Intern. J. Remote Sensing*, 2018, Vol. 39, No. 8, pp. 2177–2188, <https://doi.org/10.1080/01431161.2017.1420932>.
12. Challenor P. G., Cipollini P., Cromwell D., Use of the 3D Radon transform to examine the properties of oceanic Rossby waves, *J. Atmospheric and Oceanic Technology*, 2001, Issue 18, pp. 1558–1566.
13. Kamenkovich I. V., Pedlosky J., Radiating Instability of Nonzonal Ocean Currents, *J. Physical Oceanography*, 1996, Vol. 26, Issue 4, pp. 622–643, [https://doi.org/10.1175/1520-0485\(1996\)026<0622:RIONOC>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0485(1996)026<0622:RIONOC>2.0.CO;2).
14. LeBlond P. H., Mysak L. A., *Waves in the ocean*, Amsterdam; Oxford; New York: Elsevier Scientific Publishing Company, 1978, 602 p.
15. Pedlosky J., *Geophysical Fluid Dynamics*, New York: Springer-Verlag, 1979, 624 p.
16. Pujol M.-I., Faugère Y., Taburet G., Dupuy S., Pelloquin C., Ablain M., Picot N., DUACS DT2014: The new multi-mission altimeter dataset reprocessed over 20 years, *Ocean Science*, 2016, Vol. 12, pp. 1067–1090.
17. Talley L. D., Radiating Barotropic Instability, *J. Physical Oceanography*, 1983, Vol. 13, Issue 6, pp. 972–987, [https://doi.org/10.1175/1520-0485\(1983\)013<0972:RBI>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0485(1983)013<0972:RBI>2.0.CO;2).