

КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ ТАТАРСТАН  
КАЗАНСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ФИЦ КазНЦ РАН

**«КОГЕРЕНТНАЯ ОПТИКА  
И ОПТИЧЕСКАЯ СПЕКТРОСКОПИЯ»  
И  
«КВАНТОВАЯ ИНФОРМАТИКА  
И КВАНТОВЫЕ СЕНСОРЫ НА ОСНОВЕ  
АЛМАЗОВ»**

**XXIV Объединенная международная  
молодежная научная школа**

**Казань, 10–11 декабря 2020 г.**

**Сборник статей**

**Вып. XXIV**



**КАЗАНЬ**

**2021**

**УДК 535**  
**ББК 22.34**  
**К57**

**Научный редактор**  
доктор физико-математических наук, академик АН РТ,  
профессор **М.Х. Салахов**

**К57** **«Когерентная оптика и оптическая спектроскопия» и «Квантовая информатика и квантовые сенсоры на основе алмазов»** [Электронный ресурс]: XXIV Объединенная международная молодежная научная школа (Казань, 10–11 декабря 2020 г.). Сборник статей. Вып. XXIV / под ред. М.Х. Салахова. – Электрон. текстовые дан. (1 файл: 7,79 Мб). – Казань: Издательство Казанского университета, 2021. – 124 с. – Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: [http://dspace.kpfu.ru/xmlui/bitstream/handle/net/160604/sbornik\\_cogherent-optic\\_2020.pdf](http://dspace.kpfu.ru/xmlui/bitstream/handle/net/160604/sbornik_cogherent-optic_2020.pdf). – Загл. с титул. экрана.

**ISBN 978-5-00130-448-7**

В данный сборник вошли статьи участников XXIV Объединенной международной молодежной научной школы «Когерентная оптика и оптическая спектроскопия» и «Квантовая информатика и квантовые сенсоры на основе алмазов».

Предназначается для студентов, аспирантов, научных работников, специализирующихся по естественнонаучным направлениям.

**УДК 535**  
**ББК 22.34**

**ISBN 978-5-00130-448-7**

© Издательство Казанского университета, 2021

## СОДЕРЖАНИЕ

Башаров А.М. <i>Необходимость эффективного гамильтониана в теории открытых оптических квантовых систем</i> .....	5
Алтунина А.В., Залыгин А.В., Олейников В.А. <i>Анализ методов приготовления и характеристик коллоидных растворов благородных металлов и перспективы их применения в гигантском комбинационном рассеянии</i> .....	15
Ахмедшина Е.Н., Нефедьев Л.А., Низамова Э.И., Замалеев Н.Э., Сахбиева А.Р. <i>Логическая операция разность для изображений в аккумулязированной эхо-голографии</i> .....	19
Баева А.В., Вашукевич Е.А., Голубева Т.Ю., Голубев Ю.М. <i>Исследование квантовых особенностей пространственных диссипативных оптических солитонов в лазере с насыщающимся поглощением</i> .....	23
Башмакова Е.Н., Вашукевич Е.А., Голубева Т.Ю., Голубев Ю.М. <i>Диссипативные пространственные солитоны с топологическим зарядом</i> .....	27
Валитова А.Ф., Корюкин А.В., Салахов М.Х. <i>Дисперсионные соотношения в опалоподобных плазмонно-фотонных кристаллах</i> .....	31
Газизов А.Р., Харинцев С.С., Салахов М.Х. <i>Когерентное усиление стокового и антистокового рассеяния в дефектных углеродных нанопокровках оптических волокон</i> .....	36
Галиев Р.Р., Кондратьев Н.М., Лобанов В.Е., Биленко И.А. <i>Оптимизация схемы калибровки перестраиваемого лазера на основе частотной гребенки</i> .....	40
Гайнутдинов Р.Х., Гарифуллин А.И., Хамадеев М.А., Салахов М.Х. <i>Модификация взаимодействия электрона с собственным полем излучения в фотонных кристаллах с большим оптическим контрастом</i> .....	44
Гарнаева Г.И., Нефедьев Л.А., Низамова Э.И. <i>Управление логическими операциями в оптической эхо-голографии внешними пространственно-неоднородными электрическими полями</i> .....	48
Горелов И.К., Шитиков А.Е., Биленко И.А. <i>Управление величиной обратной волны в случае затягивания лазерного диода на микрорезонатор с модами шепчущей галереи</i> .....	52
Данилин А.Н., Слиньков Г.Д., Миньков К.Н., Биленко И.А. <i>Магнитооптическое взаимодействие в высокочастотных микрорезонаторах с модами шепчущей галереи с большой постоянной Верде</i> .....	56
Закиров А.И., Бережной А.Д., Калачёв А.А. <i>Оптическая квантовая память на кремний-вакансионных центрах окраски в алмазе</i> .....	61
Зинатуллин Э.Р., Тихонов К.С., Голубева Т.Ю., Голубев Ю.М. <i>Влияние теплового движения и дифракции на хранение сжатого света в квантовой памяти</i> .....	65

Золина К.А., Перминов Н.С., Моисеев С.А. <i>Исследование квантовой материнской платы на охлажденных атомах Cs</i> .....	69
Корюкин А.В. <i>Влияние константы связи между двухуровневой системой и фотоном в волноводе на амплитуду рассеяния однофотонного излучения</i> .....	73
Набиева Л.Я., Гайнутдинов Р.Х., Гарифуллин А.И., Мутыгуллина А.А. <i>Перенормировка взаимодействия квантовой точки с фононным резервуаром</i> .....	77
Решетников Д.Д., Лосев А.С. <i>Преимущество радиального числа лаггерр-гауссовых мод в задачах квантовой информатики</i> .....	82
Самарцев В.В., Митрофанова Т.Г. <i>Экситонная когерентность в слое полупроводниковых квантовых точек CdSe/CdS/ZnS при непрерывном лазерном возбуждении и двухквантовые экситонные транзит-голограммы</i> .....	86
Сапарина С.В., Харинцев С.С. <i>Исследование оптических и электрических эффектов в наноразмерных пленках аморфного углерода методом спектроскопии гигантского комбинационного рассеяния света</i> .....	91
Сарафанникова А.В., Гарифуллин А.И., Гайнутдинов Р.Х. <i>Расчет зонной структуры одномерных фотонных кристаллов методом плоских волн и методом матриц распространения</i> .....	95
Силантьева Л.В., Смирнов М.А., Федотов И.В., Смирнова А.М., Моисеев С.А., Желтиков А.М. <i>Перестраиваемый генератор одиночных фотонов на основе фотонно-кристаллического оптического волокна</i> .....	100
Смирнов М.А., Федотов И.В., Моисеев С.А., Желтиков А.М. <i>Оптические свойства NV-центров в алмазе, управляемые инфракрасным лазерным излучением</i> .....	104
Тюгаев М.Д., Шмелев А.Г., Акатьев Д.О., Калачев А.А. <i>Характеризация однофотонных источников на основе центров окраски в алмазах</i> .....	108
Черных Е.А., Харинцев С.С. <i>Фотоиндуцированный нагрев полимерной пленки с помощью плазмонной tin наноантенны</i> .....	112
Лисин В.Н., Шегеда А.М., Самарцев В.В. <i>Прецизионные измерения расщепления оптических линий в кристаллах <math>YLiF_4:Er^{3+}</math>, <math>LuLiF_4:Er^{3+}</math>, <math>Al_2O_3:Cr^{3+}</math> и <math>Y_2SiO_5:Er^{3+}</math> по биениям формы фотонного эха</i> .....	116

# НЕОБХОДИМОСТЬ ЭФФЕКТИВНОГО ГАМИЛЬТониАНА В ТЕОРИИ ОТКРЫТЫХ ОПТИЧЕСКИХ КВАНТОВЫХ СИСТЕМ

А.М.Башаров

*НИИ «Курчатовский институт»*

*123182 Москва, Россия*

*Кафедра математики и математических методов физики МФТИ*

*141700 Дологопрудный, Россия*

*e-mail: basharov@gmail.com*

## 1. Введение

Для исследования динамики систем, слабо взаимодействующих с окружением, так называемых открытых систем, необходимо построение кинетического уравнения для матрицы плотности  $\rho^S$  этой открытой системы. Эта задача может решаться разными методами – от диагонализации гамильтониана открытой системы и окружения до различных вариантов теории возмущений по малому параметру–, характеризующими взаимодействие с окружением. Варианты с диагонализацией гамильтониана иначе называют глобальным подходом к теории открытых квантовых систем. Использование теории возмущений характеризует локальный подход. Среди теорий открытых квантовых систем на основе теории возмущений выделим два подхода – квантовый стохастический предел [1] и подход на основе квантовых стохастических дифференциальных уравнений (СДУ) [2-4]. Обсудим условия применения этих подходов к оптическим открытым квантовым системам и покажем необходимость процедуры построения эффективного гамильтониана системы и окружения.

Следует заметить, что существуют разные представления об эффективном гамильтониане и методах его построения. Говоря об эффективном гамильтониане, мы будем иметь в виду только тот, основу построения которого составляет требование отсутствия быстроменяющихся во времени слагаемых в представлении взаимодействия. Ниже будет обоснована необходимость такого требования в оптических открытых системах и показано, что сохранение быстроменяющихся слагаемых в исходном гамильтониане приводит к кинетическому уравнению, отвечающему другой задаче, нежели первоначальная. Если теорию возмущений применять непосредственно к написанному из каких-либо соображений кинетическому уравнению, то, как правило, результат получается некорректным. Анализ таких ситуаций посвящены работы [5-10].

## 2. Особенности оптических систем

Оптические системы отличаются принадлежностью характерных частот диапазону  $1/\tau_{opt} \sim 10^{13} \div 10^{15}$  гц. Этот диапазон обязан лишь процессам внутри элементов оптической системы, таких как атомы, молекулы, квантовые точки, микрорезонаторы, и не связан непосредственно с процессами в окружении квантовой системы. Характерное время  $\tau_{opt}$  удобно интерпретировать как время оборота электрона вокруг ядра в атоме. Такая интерпретация полезна для сравнения с характерным временем окружающей среды. Окружающая среда обычно представляет собой многомодовое поле. Мы говорим о широкополосном многомодовом поле, если

возможно приближение Найквиста [11], т.е. в области характерных частот распределение энергии по частотам поля окружения можно считать постоянным, своим для каждой характерной частоты. Тогда по теореме Винера-Хинчина широкополосное поле можно считать дельта-коррелированным. Нулевое время корреляции широкополосного поля весьма естественно в подобных задачах, причем в данной ситуации речь идет об аппроксимации этого поля белым шумом [2,11]. Физически нулевое время корреляции отвечает ситуации, когда реальное время  $\tau_{env}$  корреляции процессов в окружающем открытую систему внешнем электромагнитном поле должно быть самым минимальным в рассматриваемой системе. Точнее, говоря о последующем выводе кинетического уравнения, мы должны формализовать нашу задачу таким образом, чтобы и в формальной модели время  $\tau_{env}$  было бы самым минимальным, чтобы его можно было положить равным нулю. С физической точки зрения два характерных времени определяют необходимые требования к формулировке формальной модели. Одно из них – время корреляции  $\tau_{env}$ , другое –  $\tau_{opt}$  характерное время открытой системы. Сравнение характерных размеров элементов оптической системы с размерами в окружающей ее среде естественно приводит к мысли, что  $\tau_{env} \gg \tau_{opt}$ , что также соответствует экспериментальным данным и согласуется с другими соображениями. Таким образом, в квантовых открытых оптических системах в исходную постановку задачи необходимо включить формулировку модели на основе исходного гамильтониана, формулировку, в которой минимальные характерные времена  $\tau_{opt}^{min}$  эффективного гамильтониана открытой системы должны превосходить время корреляции окружения  $\tau_{env} \ll \tau_{opt}^{min}$ . Здесь под эффективным гамильтонианом подразумевается гамильтониан, на основе которого стандартными процедурами – квантовым стохастическим пределом, СДУ или иными способами – выводится кинетическое уравнение открытой системы. Если в стандартных процедурах вывода кинетического уравнения, использующих представление дельта-коррелированного поля для окружения, оставить исходный гамильтониан, то в случае оптических систем время корреляции окружения не является минимальным по сравнению со всеми характерными временами.

Подчеркнем, что при обсуждении соотношения между характерными временами окружения и элементами открытой системы, представление о характерном времени открытой системы как об обратной величине к задействованной (например, резонансной) частоте перехода необходимо сравнивать с характерным временем установления равновесия в окружении, например, в многомодовом поле. А последнее определяется не характерной частотой осцилляторов многомодового поля, а энергией их взаимодействия как с элементами открытой системы, так и с границами всей системы. Поэтому время установления равновесия в окружении и время корреляции  $\tau_{env}$  велики по сравнению с  $\tau_{opt}$ .

Исходный гамильтониан открытой системы и окружения состоит из гамильтониана «изолированной» открытой системы  $H_{opt}$ , гамильтониана окружения  $H_{env}$  и оператора их взаимодействия  $V_{int}$ . Если перейти в представление взаимодействия, то в операторе взаимодействия  $V_{int}(t)$  будут как быстро меняющиеся слагаемые, так и медленно меняющиеся. Масштаб времени для быстроменяющихся слагаемых как раз  $\tau_{opt}$ . Пока в гамильтониане есть такие слагаемые, невозможно ввести приближение белого шума, поэтому, прежде чем приступить к выводу кинетического уравнения открытой системы с опорой на приближение белого шума, необходимо

исключить такие слагаемые. Самый простой способ – просто опустить их. Так появляется приближение вращающейся волны, широко используемой в подходе на основе квантовых стохастических дифференциальных уравнений [2]. Однако в таком подходе не видны условия его применимости, что привело некоторых авторов, например, авторов работы [12], к ошибочному выводу о нарушении второго закона термодинамики для открытых квантовых систем в локальном подходе по сравнению с глобальным подходом. Здесь необходима корректная процедура исключения быстроменяющихся слагаемых в гамильтониане и построение нового гамильтониана.

Поскольку квантовая теория обладает унитарной симметрией, то естественно строить процедуру исключения быстроменяющихся слагаемых в гамильтониане на основе унитарного преобразования исходного гамильтониана. Получая новый гамильтониан, мы тем самым определяем новую модель открытой системы и ее взаимодействия с окружением. Если не рассматривать диагонализующее гамильтониан унитарное преобразование, лежащее в основе глобального подхода к открытым системам, то удобно разложить генераторы унитарного преобразования и сам преобразованный гамильтониан в ряд по константе связи открытой системы с ее окружением. Получается своеобразная теория возмущений, в которой упомянутые принципы отбора слагаемых в преобразованном гамильтониане в определенном смысле аналогичны усреднению классических дифференциальных уравнений, содержащих быстро и медленно меняющиеся слагаемые. Метод усреднения классических дифференциальных уравнений известен как метод Крылова-Боголюбова-Митропольского [13,14]. Идея отбора слагаемых ряда теории возмущений на основе унитарного преобразования гамильтониана и требования отсутствия быстроменяющихся во времени слагаемых в представлении взаимодействия впервые высказана в работах [15,16]. Такое построение гамильтониана в данной статье и подразумевается под понятием «построение эффективного гамильтониана». Обзор других вариантов теории возмущений на основе унитарного преобразования содержится в [4].

Чтобы наглядно представить себе возникновение требования отсутствия быстроменяющихся во времени слагаемых эффективного гамильтониана, обсудим сначала классический подход Ланжевена к анализу броуновского движения.

### 3. Анализ Ланжевена броуновского движения

Пусть частица массы  $m$  совершает одномерное броуновское движение. Чтобы учесть ее взаимодействие/столкновения с частицами среды, добавим в уравнение Ньютона для координаты  $x(t)$  броуновской частицы шумовое слагаемое  $X(t)$ :

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = F_{fr} + X(t), \quad F_{fr} = -6\pi\eta a \frac{dx}{dt}. \quad (1)$$

Здесь слагаемое (сила)  $F_{fr}$  учитывает трение в среде ( $\eta$  - коэффициент вязкости,  $a$  - размер броуновской частицы).

От шумового слагаемого мы ожидаем, что оно настолько быстро меняется во времени, что среднее  $\langle x(t)X(t) \rangle$  равно нулю. Угловые скобки обозначают усреднение

во времени,  $\langle x(t)X(t) \rangle = \frac{1}{\tau_{av}} \int_t^{t+\tau_{av}} x(t')X(t')dt'$ ,  $\tau_{av}$  - масштаб времени усреднения.

Посмотрим, какие условия необходимы для выполнения равенства  $\langle x(t)X(t) \rangle = 0$ .

Уравнение (1) нетрудно решить, откуда получаем:

$$\begin{aligned} \langle x(t)X(t) \rangle &= \dot{x}(0)\Gamma^{-1} \langle X(t) \rangle - \dot{x}(0)\Gamma^{-1} \langle e^{-\Gamma t} X(t) \rangle - \\ &- m^{-1}\Gamma^{-1} \int_0^t \langle e^{-\Gamma t'} X(t')X(t)e^{\Gamma t'} \rangle dt' + m^{-1}\Gamma^{-1} \int_0^t \langle X(t')X(t) \rangle dt'. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь угловые скобки обозначают усреднение по времени, например,  $\langle x(t)X(t) \rangle = \frac{1}{\tau_{av}} \int_t^{t+\tau_{av}} x(t')X(t')dt'$ ,  $\tau_{av}$  - масштаб времени усреднения. Параметр

$\Gamma = \frac{6\pi\eta a}{m}$  определяет масштаб времени  $\tau_d$  динамики броуновских частиц,  $\tau_d \sim \Gamma^{-1}$ .

Процедура усреднения позволяет говорить о корреляционной функции шума и времени корреляции  $\tau_{cor}$  как характерного масштаба изменения случайной величины  $X(t)$ . Если

$$\tau_{cor} \ll \tau_{av} \ll \tau_d, \quad (3)$$

то

$$\langle x(t)X(t) \rangle = -m^{-1}\Gamma^{-1} \int_0^t e^{-\Gamma t'} \langle X(t')X(t) \rangle e^{\Gamma t'} dt' + m^{-1}\Gamma^{-1} \int_0^t \langle X(t')X(t) \rangle dt'. \quad (4)$$

Малое время корреляции  $\tau_{cor}$ , а именно наименьшее из всех возможных при выполнении (3), позволяет дополнительно потребовать выполнения свойства дельта-коррелированности величины  $X(t)$ ,  $\langle X(t')X(t) \rangle = X_0^2 \delta(t-t')$ . Тогда из (4) получим желаемое  $\langle x(t)X(t) \rangle = 0$ . Именно это требование, наряду с условием (3), привело Ланжевена к результатам [17], согласованным с другими исследованиями броуновского движения.

Уравнения (2) и (4) наглядно показывают необходимость условия (3) для возможности наложения на величину  $X(t)$  требования дельта-коррелированности и получения равенства  $\langle x(t)X(t) \rangle = 0$ .

#### 4. Взаимодействие с двухуровневой квантовой частицей классического случайного поля

Рассмотрим теперь простейшую открытую систему - двухуровневый атом с гамильтонианом  $H_a$  и энергетическими уровнями  $|E_1\rangle$  и  $|E_2\rangle$ :  $H_a = \sum_{j=1,2} E_j |E_j\rangle\langle E_j|$ . Здесь  $\tau_{opt} = \hbar/(E_2 - E_1)$ . Энергетические уровни будем рассматривать противоположной четности и в операторе дипольного момента атома  $d_a(t) = \sum_{jk} d_{jk} |E_j\rangle\langle E_k|$  будем считать  $d_{jj} = 0$ . В обычной ситуации атом взаимодействует с окружающим его многомодовым квантованным электромагнитным полем. Мы упростим ситуацию и будем считать, что атом взаимодействует в электродипольном приближении с классическим электромагнитным полем напряженности  $E(t)$ . Это поле мы могли бы представить в виде интеграла Фурье

$$E(t) = E^*(t) = \int e^{-i\omega t} b(\omega) d\omega, \quad b(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int e^{i\omega t} E(t) dt, \quad b(\omega) = b^*(-\omega).$$

Чтобы моделировать окружение открытой системы таким полем, поле должно быть стационарным случайным процессом. Стационарность влечет за собой некоррелированность (независимость) спектральных компонент

$$\langle b(\omega)b^*(\omega') \rangle = \delta(\omega - \omega')S(\omega),$$

где  $S(\omega)$  - спектр мощности. Если принять естественное приближение  $S(\omega) = \text{const}$  для определенного спектрального диапазона и распространить его на всю область спектра (приближение Найквиста), то

$$\langle E(t)E(t') \rangle = D\delta(t - t').$$

Можно было бы сразу наложить требование дельта-коррелированности, но подход на основе теоремы Найквиста представляется более наглядным, а требование стационарности  $E(t)$ , т.е. зависимость коррелятора  $\langle E(t)E(t') \rangle$  только от разности времен  $t - t'$ :  $\langle E(t)E(t') \rangle = g(t - t')$ , более естественен.

В представлении взаимодействия гамильтониан взаимодействующего с окружением атома и уравнение Шредингера для волнового вектора атома  $|\Psi(t)\rangle$  даются выражениями (поляризационными эффектами, вырождением уровней и отдачей пренебрегаем):

$$V_{\text{int}}(t) = -E(t)d_a(t), \quad d(t) = \sum_{jk} d_{jk} e^{i\Omega_{jk}t} |E_j\rangle\langle E_k|, \quad \Omega_{jk} = (E_j - E_k)/\hbar,$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle = V_{\text{int}}(t) |\Psi(t)\rangle, \quad |\Psi(t)\rangle = U(t) |\Psi(0)\rangle, \quad i\hbar \frac{d}{dt} U(t) = V_{\text{int}}(t)U(t), \quad U(0) = 1. \quad (5)$$

Решение уравнения (5) можно записать в виде ряда

$$U(t) = I + \left(-\frac{i}{\hbar}\right) \int_0^t V_{\text{int}}(t') dt' + \left(-\frac{i}{\hbar}\right)^2 \int_0^t \int_0^{t'} V_{\text{int}}(t') V_{\text{int}}(t'') dt' dt'' + \dots = \bar{T} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_0^t V_{\text{int}}(t') dt'\right). \quad (6)$$

В интегралах (6) встречается величина  $\int_0^t E(t') dt = W(t)$ . В условиях дельта-коррелированности  $E(t')$  функция  $W(t)$  является непрерывной, но нигде не дифференцируемой. Разными способами можно показать, что плотность функции распределения вероятности  $\rho(w, t)$  величины  $W(t)$  удовлетворяет кинетическому уравнению (уравнению Фоккера-Планка [11]):

$$\frac{\partial \rho(w, t)}{\partial t} = \frac{D}{2} \frac{\partial^2 \rho(w, t)}{\partial w^2}$$

с решением

$$\rho(w, t | w_0, t_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D(t - t_0)}} e^{-\frac{(w - w_0)^2}{2D(t - t_0)}}$$

для начального условия  $\rho(w, t_0 | w_0, t_0) = \delta(w - w_0)$ . Величину  $W(t)$  называют винеровским процессом. Иногда говорят о нестандартном винеровском процессе, относя случай  $D = 1$  в разряд стандартных.

Уравнение (5) оказывается математически неопределенным в приближении Найквиста. Но можно строго определить его интегральное «решение» (6). Для этого требуется разумное определение интеграла по винеровскому процессу  $\int_{t_0}^t G(t') dW(t')$ , иначе называемого стохастическим интегралом.

Обычное определение интеграла  $\int_{t_0}^t G(t') dW(t')$  как предела частичных сумм

$$S_n = \sum_{i=1}^n G(\tau_i)(W(t_i) - W(t_{i-1}))$$

приводит к его зависимости от конкретного выбора

промежуточных точек  $\tau_i$  на интервалах разбиения:  $t_{i-1} \leq \tau_i \leq t_i$ . В этом нетрудно убедиться на примере интеграла  $\int_{t_0}^t W(t')dW(t')$ , если использовать свойства винеровского процесса  $W(t)$  - статистическую независимость его приращений  $W(t_i) - W(t_{i-1})$  друг от друга. Для так называемых неупреждающих функций  $G(t)$ , статистически независимых в момент времени  $t$  от будущего поведения винеровского процесса, удобен и самосогласован выбор Ито  $\tau_i = t_{i-1}$ . При этом предел интегральных сумм понимается как среднеквадратичный предел. Полученный стохастический интеграл называют стохастическим интегралом Ито.

На основе стохастического интеграла Ито можно ввести согласованные дифференциалы Ито:

$$dW(t)dW(t) = Ddt, [dW(t)]^{N+2} = 0, N > 0, dW(t)dt = dt dt = 0, \langle dW(t) \rangle = 0. \quad (7)$$

Здесь угловые скобки обозначают усреднение, а дифференциальные соотношения следует понимать как выполнение для любых неупреждающих функций интегральных равенств типа:

$$\int_{t_0}^t G(t')dW(t')dW(t') = \int_{t_0}^t G(t')dt'.$$

Формальное решение (6) для оператора эволюции можно переписать через стохастический интеграл Ито:

$$U(t) = \bar{T} \exp \left( i \int_0^t (d_{12} e^{-i\Omega_{21}t} R_- + d_{21} e^{i\Omega_{21}t} R_+) dW(t') \right), R_+ = |E_2 \rangle \langle E_1|, R_- = |E_1 \rangle \langle E_2| = R_+^\dagger.$$

Математическая обоснованность этого шага отсутствует – но иначе интеграл (6) для белого шума не определен. Альтернативой является определение стохастического интеграла в смысле Стратоновича [11]. Сравнение обоих подходов показывает, что результирующее кинетическое уравнение для атома будет здесь одним и тем же. Физическое обоснование выбора интеграла в смысле Ито – в разумном предположении, что результаты вычислений для заданного момента времени не должны зависеть от будущего поведения белого шума/винеровского процесса.

Дифференциал Ито  $dU(t)$  определяется как  $dU(t) = U(t+dt) - U(t)$ . Тогда

$$dU(t) = \{ \exp(i(d_{12} e^{-i\Omega_{21}t} R_- + d_{21} e^{i\Omega_{21}t} R_+) dW(t')) - 1 \} U(t).$$

Простые вычисления с разложением экспоненты в ряд и с учетом алгебры Ито (7) приводят к следующим классическим СДУ ( $U(t)$  - матрица):

$$dU(t) = i(d_{12} e^{-i\Omega_{21}t} R_- + d_{21} e^{i\Omega_{21}t} R_+) dW(t) U(t) - \frac{1}{2} D(d_{12} e^{-i\Omega_{21}t} R_- + d_{21} e^{i\Omega_{21}t} R_+)^2 U(t) dt, \quad (8)$$

При этом (в чем нетрудно убедиться непосредственными вычислениями) также выполнено правило дифференцирования Ито

$$d(U^+(t)U(t)) = (dU^+(t))U(t) + U^+(t)dU(t) + (dU^+(t))dU(t).$$

Это правило отличается от обычного правила Лейбница, но выбор стохастического интеграла Ито дает возможность простого оперирования с СДУ (7). Если бы мы выбрали стохастический интеграл Стратоновича, то для дифференциалов в смысле Стратоновича было бы получено обычное правило дифференцирования, но невозможно было бы осуществить приводимые ниже вычисления. Обычно исчисление Стратоновича используется для получения СДУ в смысле Стратоновича, но для дальнейших преобразований оно переписывается в терминах дифференциалов Ито [11].

Для квантовой теории такой метод, с точки зрения автора, является менее универсальным, чем демонстрируемый здесь подход.

Исследование динамики атома как открытой системы начинается с формулировки кинетического уравнения для матрицы плотности  $\rho^a(t)$  атома. Здесь вычисления стандартны и кинетические уравнения получаются в результате цепочки преобразований:

$$\begin{aligned} d\rho^a(t) &\equiv \rho^a(t+dt) - \rho^a(t), \quad \rho^a(t+dt) = \\ &= \langle \Psi(t+dt) | \Psi(t+dt) | = U(t+dt) | \Psi(0) \rangle \langle \Psi(0) | U^+(t+dt) \rangle, \\ d\rho^a(t) &= \langle dU(t) | \Psi(0) \rangle \langle \Psi(0) | U^+(t) + U(t) | \Psi(0) \rangle \langle \Psi(0) | dU^+(t) + \\ &+ dU(t) | \Psi(0) \rangle \langle \Psi(0) | dU^+(t) \rangle. \end{aligned}$$

После усреднения эти уравнения удобно записать в виде

$$\frac{d\rho^a(t)}{dt} = -\hat{\Gamma}_{cl}\rho^a(t), \quad (9a)$$

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}_{cl}\rho^a(t) &= n[\rho^a(t)Y^+Y + Y^+Y\rho^a(t) - 2Y\rho^a(t)Y^+] + m[Y^+Y^+\rho^a(t) + \rho^a(t)Y^+Y^+ - 2Y^+\rho^a(t)Y^+] \\ &+ n[YY^+\rho^a(t) + \rho^a(t)YY^+ - 2Y^+\rho^a(t)Y] + m^*[YY\rho^a(t) + \rho^a(t)YY - 2Y\rho^a(t)Y]. \end{aligned} \quad (9b)$$

Введены следующие обозначения

$$Y = d_{12}R_-, \quad Y^+ = d_{21}R_+, \quad n = D, \quad m = De^{i2\Omega_2 t}.$$

Об операторе  $\hat{\Gamma}_{cl}$  говорят как о релаксационном операторе.

Между введенными параметрами  $n$  и  $m$  для рассмотренного случая имеет место следующее соотношение  $|m| = n$ .

Подчеркнем, что мы рассматривали шумовое поле как шумовую волну без несущей частоты и не меняли исходный гамильтониан атома, который в представлении взаимодействия имел вид  $V_{int}(t)$ . Мы ожидали получение кинетического уравнения, которое бы походило на уравнение, согласующееся с практикой. Такое уравнение получается для квантованного электромагнитного поля [2]. С учетом классического описания электромагнитного поля окружения уравнение (9) отвечает результату [2] в случае  $m = 0$ .

Согласие с экспериментом в [2] было достигнуто благодаря использованию приближения вращающейся волны. Важная роль приближения вращающейся волны в получении корректного кинетического уравнения для открытых систем была отмечена уже давно, см., например, [18]. Однако реальная причина такого требования до сих пор оставалась не ясной. Согласно приведенному в предыдущем разделе анализу броуновского движения, для использования приближения белого шума и введения винеровского процесса, необходимо, чтобы время корреляции электромагнитного поля было самым минимальным характерным временем модели. Сохраняя исходный гамильтониан  $V_{int}(t)$ , мы не удовлетворяем этому требованию, поскольку минимальным временем является  $\tau_{opt}$ . Приближение вращающейся волны позволяет избавиться от  $\tau_{opt}$  в представлении взаимодействия, что и обусловило корректность полученных в [2] кинетических уравнений.

Само приближение вращающейся волны введено в [19] как простое отбрасывание «вредных» слагаемых. Корректное обоснование для взаимодействия с атомами когерентных полей содержится в [20] на основе метода усреднения Крылова-Боголюбова-Митропольского и в [3,15] на основе унитарного преобразования исходного гамильтониана и построения эффективного гамильтониана. Напомним, что

ведущим требованием служило требование об отсутствии быстроменяющихся во времени слагаемых.

Таким образом, использование исходного гамильтониана для получения кинетического уравнения привело к некорректному результату (9). Посмотрим, что дает требование избавления от быстроменяющихся во времени слагаемых для исключения из модели времени  $\tau_{opt}$  и какому реальному случаю отвечает результат (9).

## 5. Взаимодействие случайного поля с двухуровневой квантовой частицей в приближении эффективного гамильтониана

Рассмотрим взаимодействие шумовой волны с несущей частотой, совпадающей с частотой перехода двухуровневой системы в приближении вращающейся волны. Мы не будем здесь описывать метод эффективного гамильтониана, что можно найти во многих работах автора, см., например, [3-10,15], заметив только, что его построение на основе унитарного преобразования называют также алгебраической теорией возмущений вслед за работой [21], в которой метод усреднения Крылова-Боголюбова-Митропольского алгебраизирован. Начнем с описания шумовой волны с несущей частотой, равной частоте перехода в двухуровневом атоме. Здесь бессмысленно рассматривать отстройку ее частоты от резонансного перехода, поскольку будем использовать приближение Найквиста, в котором спектр мощности шумовой волны во всем частотном диапазоне вблизи частоты перехода одинаков.

Введем (нестандартный) комплексный винеровский процесс. Для этого сначала рассмотрим два независимых нестандартных винеровских процесса  $\tilde{W}_1(t)$  и  $\tilde{W}_2(t)$  с алгеброй

$$d\tilde{W}_1(t)d\tilde{W}_1(t) = D_1 dt, \quad d\tilde{W}_2(t)d\tilde{W}_2(t) = D_2 dt, \quad d\tilde{W}_1(t)dt = d\tilde{W}_2(t)dt = dt dt = 0.$$

Они позволяют определить комплексный винеровский процесс как  $\tilde{W}(t) = \tilde{W}_1(t) + i\tilde{W}_2(t)$ , для которого имеем следующую алгебру Ито

$$d\tilde{W}(t)d\tilde{W}(t) = (D_1 - D_2)dt, \quad d\tilde{W}(t)d\tilde{W}^*(t) = (D_1 + D_2)dt, \quad d\tilde{W}(t)dt = d\tilde{W}^*(t)dt = dt dt = 0.$$

Комплексный винеровский процесс общего вида определяем как  $\tilde{W}(t) = \tilde{W}_1(t) + e^{i\varphi}\tilde{W}_2(t)$ , так что

$$d\tilde{W}(t)d\tilde{W}^*(t) = (D_1 + D_2)dt \equiv ndt, \quad d\tilde{W}(t)dt = d\tilde{W}^*(t)dt = dt dt = 0, \\ d\tilde{W}(t)d\tilde{W}(t) = (D_1 + D_2 e^{i2\varphi})dt \equiv mdt, \quad d\tilde{W}^*(t)d\tilde{W}^*(t) = (D_1 + D_2 e^{-i2\varphi})dt \equiv m^* dt. \quad (10)$$

При этом очевидно, что

$$|m| \leq n, \quad (11)$$

поскольку

$$|D_1 + D_2 e^{i2\varphi}| = \sqrt{(D_1 + D_2 e^{i2\varphi})(D_1 + D_2 e^{-i2\varphi})} = \sqrt{(D_1^2 + D_2^2 + 2D_1 D_2 \cos(2\varphi))} \leq D_1 + D_2.$$

Можно далее ввести случайные процессы с независимыми приращениями, удовлетворяющими условиям (10) при дополнительных требованиях (11) и

$$\langle d\tilde{W}(t) \rangle = \langle d\tilde{W}^*(t) \rangle = 0.$$

Условие (11) необходимо для того, чтобы составляющие комплексного процесса такого вида  $\tilde{W}(t)$  и  $\tilde{W}^*(t)$  имели гауссово распределение.

Введенные комплексные винеровские процессы с алгеброй (10),(11) удобны для описания случайных электромагнитных полей, обладающих несущей частотой. Комплексный винеровский процесс общего вида позволяет записать оператор взаимодействия классического электромагнитного поля с двухуровневой системой в приближении вращающейся волны в виде

$$\tilde{V}_{\text{int}}(t)dt = -d_{12}R_-dW^*(t') - d_{21}R_+dW(t').$$

Подчеркнем, что данное выражение имеет смысл только для подстановки в оператор (6) эволюции квантовой системы в виде Т-экспоненты:

$$U(t) = \tilde{T} \exp \left( i \int_0^t (d_{12}R_-dW^*(t') + d_{21}R_+dW(t')) \right).$$

Раскладывая экспоненту в выражении  $dU(t)$  и используя алгебру дифференциалов (10), получаем

$$dU(t) = i(d_{12}R_-dW^*(t') + d_{21}R_+dW(t'))U(t) - \frac{1}{2}(d_{12}^2R_-R_-m^* + |d_{12}|^2 R_-R_+n + |d_{12}|^2 R_+R_-n + d_{21}^2R_+R_+m)dtU(t).$$

В результате уже описанных вычислений получаем кинетическое уравнение для матрицы плотности двухуровневого атома в виде (9), при этом параметры  $n$  и  $m$  уже не связаны соотношением  $|m|=n$  как в случае отсутствия какого-либо резонансного приближения, а подчиняются общему соотношению (11) и определяются уравнениями (10).

Случай  $m \neq 0$  отвечает так называемому сжатию электромагнитного поля, для создания которого необходимы особые условия модуляции. Предельный случай  $|m|=n$  отвечает максимальному сжатию и в случае двухуровневой системы допускает другую интерпретацию, изложенную в предыдущем разделе.

Квантовый случай предельного сжатия отвечает условию  $|m| = \sqrt{n(n+1)}$ . В работе [22] в задачах взаимодействия широкополосное квантованное электромагнитное поле (как сжатое, так и несжатое) с ненулевой плотностью фотонов с локализованными оптическими открытыми системами предложено моделировать суперпозицией квантованного поля с нулевой плотностью фотонов и классического шумового поля. В результате в первом порядке алгебраической теории возмущений учет широкополосного квантованного поля определяет релаксационный оператор  $\hat{\Gamma}_q$  как и в работе [2], классическое шумовое поле определяет релаксационный оператор  $\hat{\Gamma}_{cl}$ . В результате получается кинетическое уравнение вида

$$\frac{d\rho^a(t)}{dt} = -\hat{\Gamma}_q\rho^a(t) - \hat{\Gamma}_{cl}\rho^a(t), \quad \hat{\Gamma}_q\rho^a(t) = \rho^a(t)Y^+Y + Y^+Y\rho^a(t) - 2Y\rho^a(t)Y^+. \quad (12)$$

Равенство параметра сжатия нулю  $m=0$  отвечает обычной шумовой классической электромагнитной волне, которая имеет несущую частоту.

Таким образом, выполнение резонансного приближения или отказ от него для рассмотрения якобы «общего» случая на самом деле определяется характером внешнего воздействия. Если условия представления внешнего воздействия выполнены с помощью винеровского процесса, то сразу получается решение уравнения для оператора эволюции в виде Т-экспоненты, при этом вывод кинетического уравнения для матрицы плотности квантовой системы служит примером аналитических вычислений с такими выражениями. В случае выполнения условий резонанса необходимо развивать последовательную алгебраическую теорию возмущений [2], в первом порядке которой возникает рассмотренное выше приближение вращающейся волны. Если же ограничиться решением задачи на уровне кинетического уравнения для матрицы плотности квантовой системы, то в рамках резонансного приближения рассматриваются все особенности шумового поля, включая его сжатие, тогда как вне рамок резонансной алгебраической теории возмущений описывается лишь предельный случай состояния шумового поля, но при этом ограничение модели многоуровневой

квантовой системы ее двумя уровнями для шумового поля без несущей частоты часто лишено физического смысла. Также представляется проблематичным обоснование СДУ в случае, когда характерный временной масштаб случайного изменения поля порядка обратной частоты квантового перехода. Для обоснования СДУ необходимо, чтобы масштаб изменения случайного поля был намного меньше обратной частоты квантового перехода, что в оптическом диапазоне частот представляется нереальным с точки зрения физики электромагнитных полей. Однако в случае двухуровневой системы, образованной подуровнями квантового уровня, т.е. когда частота перехода в двухуровневой системе мала, возможно рассмотрение кинетического уравнения вне рамок резонансного приближения при условии, что другие уровни квантовой системы либо отсутствуют, либо расположены достаточно далеко, чтобы к спектру шумовой волны можно было применить приближение Найквиста. Тогда формула (9) с  $|m|=n$  дает кинетическое уравнение для квантовой системы и вне рамок резонансного приближения.

Автор выражает благодарность проф. В.В. Самарцеву за приглашение прочитать лекцию на школе для молодых ученых «Когерентная оптика и оптическая спектроскопия».

### Литература

1. Accardi L., Lu Y.G., Volovich I. *Quantum theory and its stochastic limit*. Berlin, Springer-Verlag, 2002.
2. Gardiner C.W., Zoller P. *Quantum noise*. Berlin: Springer-Verlag. 2004.
3. Maimistov A.I., Basharov A.M. *Nonlinear optical waves*. Dordrecht: Kluwer Academic. 1999.
4. Башаров А.М. // ЖЭТФ. 2020. Т. 158. С. 978.
5. Basharov A.M., Gorbachev V.N., Rodichkina A.A. // Phys. Rev. A. 2006. V. 74. P. 042313.
6. Basharov A.M. // Phys. Rev. A. 2011. V. 84. P.013801.
7. Basharov A.M. // Journal of Physics: Conference Series. 2015. V. 613. P.012007.
8. Basharov A.M. // Journal of Physics: Conf. Series. 2017. V. 859. P. 012003.
9. Башаров А.М. // Оптика и спектроскопия. 2020. Т. 128. С.186.
10. Trubilko A.I., Basharov A.M. // Phys. Scr. 2020. V. 95. P. 045106.
11. Гардинер К.В. *Стохастические методы в естественных науках*, М.: Мир, 1986.
12. Levy A., Kozloff R. // EPL. 2014. V. 107. P. 20004.
13. Крылов Н.М., Боголюбов Н.Н. *Введение в нелинейную механику*. М.: РХД. 2004 (переиздание книги 1937 г.).
14. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. *Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний*. М.: ГИФМЛ. 1958.
15. Башаров А.М., Маймистов А.И., Маныкин Э.А. // ЖЭТФ 1983. Т. 84. С.487.
16. Иванова А.В., Меликян Г.Г. // Хим.физ. 1983. Т. 3. С.297.
17. Langevin P. // C.R. Acad.Sci. (Paris). 1908. V.146. P.530.
18. Walls D.F. // Z. Phys. 1970. V.234. P.231.
19. Feynman R.P., Vernon F.L., Jr., Hellwarth R.W. // J. Appl Phys. 1957. V.28. P.49.
20. Бутылкин В.С., Каплан А.Е., Хронопуло Ю.Г., Якубович Е.И. *Резонансные взаимодействия света с веществом*. М.: Наука. 1977.
21. Bogaevski V.N., Povzner A. *Algebraic Methods in Nonlinear Perturbation Theory*. Berlin: Springer. 1991.
22. Башаров А.М., Трубилко А.И. // ЖЭТФ. 2019. т. 155. С. 425.

# АНАЛИЗ МЕТОДОВ ПРИГОТОВЛЕНИЯ И ХАРАКТЕРИСТИК КОЛЛОИДНЫХ РАСТВОРОВ БЛАГОРОДНЫХ МЕТАЛЛОВ И ПЕРСПЕКТИВЫ ИХ ПРИМЕНЕНИЯ В ГИГАНТСКОМ КОМБИНАЦИОННОМ РАССЕЯНИИ

А.В. Алтунина<sup>1,2</sup>, А.В. Залыгин<sup>1,2</sup>, В.А. Олейников<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>Московский педагогический государственный университет, Москва, Россия, 119991,

<sup>2</sup>Институт биоорганической химии имени М.М. Шемякина и Ю.А. Овчинникова РАН, Москва, Россия, 117997,

<sup>3</sup>Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва, Россия, 115409  
e-mail: aaltuninav@gmail.com

## 1. Введение

Спектральные методы исследования широко используются для изучения качественного и количественного состава веществ [1]. Эти методы по своей сути связаны с процессами поглощения или испускания электромагнитного излучения в результате переходов между квантованными уровнями энергии. Следовательно, эти методы предоставляют информацию о процессах взаимодействия на молекулярном уровне.

Среди таких методов важное место занимает колебательная спектроскопия, которая дает информацию о структуре молекул, природе химических связей и межмолекулярных взаимодействиях. К колебательной спектроскопии можно отнести рамановскую спектроскопию (или спектроскопию комбинационного рассеяния). В современном мире рамановская спектроскопия имеет множество применений, в частности, в биологической и медицинской диагностике [2].

Однако спектр, полученный с помощью рамановской спектроскопии, можно усилить с помощью метода гигантского комбинационного рассеяния [3]. Гигантское комбинационное рассеяние возникает из-за многократного усиления локального поля вблизи поверхности металла и вызвано возбуждением поверхностных плазмонов на границе раздела между металлом и диэлектриком. В этом случае происходит усиление как исходного, так и рассеянного излучения. В качестве усиливающих гигантское комбинационное рассеяние систем используются коллоидные растворы благородных металлов.

В данной работе был проведен сравнительный анализ активных и неактивных коллоидных растворов серебра трех различных типов методами гигантского комбинационного рассеяния и поглощения света.

## 2. Методы и материалы

В качестве усиливающих гигантское комбинационное рассеяние систем были синтезированы коллоидные растворы серебра трех различных типов: цитратный, боргидридный, хлоридный, протоколы которых описаны в статьях [4], [5] и [6] соответственно. Каждый из трех типов золь был подвержен шоковой заморозке с последующей разморозкой с целью лишения усиливающих свойств для сравнения коэффициентов усиления и спектров поглощения с исходными.

Измерение спектров гигантского комбинационного рассеяния света было произведено на установке Renishaw Raman inVia Qontor microscope на длине волны возбуждения 532 нм и мощностью возбуждающего излучения на образце 7,9 мВт.

Время накопления для каждого образца составляло 10 с. В качестве модельного вещества был использован водный раствор фенилаланина в концентрации 1 мМ, поскольку при возбуждении на длине волны 532 нм его пик на  $1000\text{ см}^{-1}$  может быть эффективно использован для сравнения коэффициентов усиления.

Для проведения измерений 50 мкл водного раствора фенилаланина смешивались с 50 мкл золь. В случае с цитратным золью было добавлено 10 мкл  $\text{NaClO}_4$  в концентрации 0,6М.

Измерение спектров поглощения золью производилось на спектрофотометре UV/VIS SPECTROMETER T90+ PG Instruments limited.

### 3. Результаты

В ходе эксперимента были получены спектры гигантского комбинационного рассеяния фенилаланина с активными коллоидными растворами серебра трех различных типов и спектры комбинационного рассеяния фенилаланина в аналогичной концентрации с неактивными зольями. На рис. 1а видно, что активный цитратный золь усиливает спектр фенилаланина, тогда как неактивный не продемонстрировал усиления, что подтверждается отсутствием характерного пика.

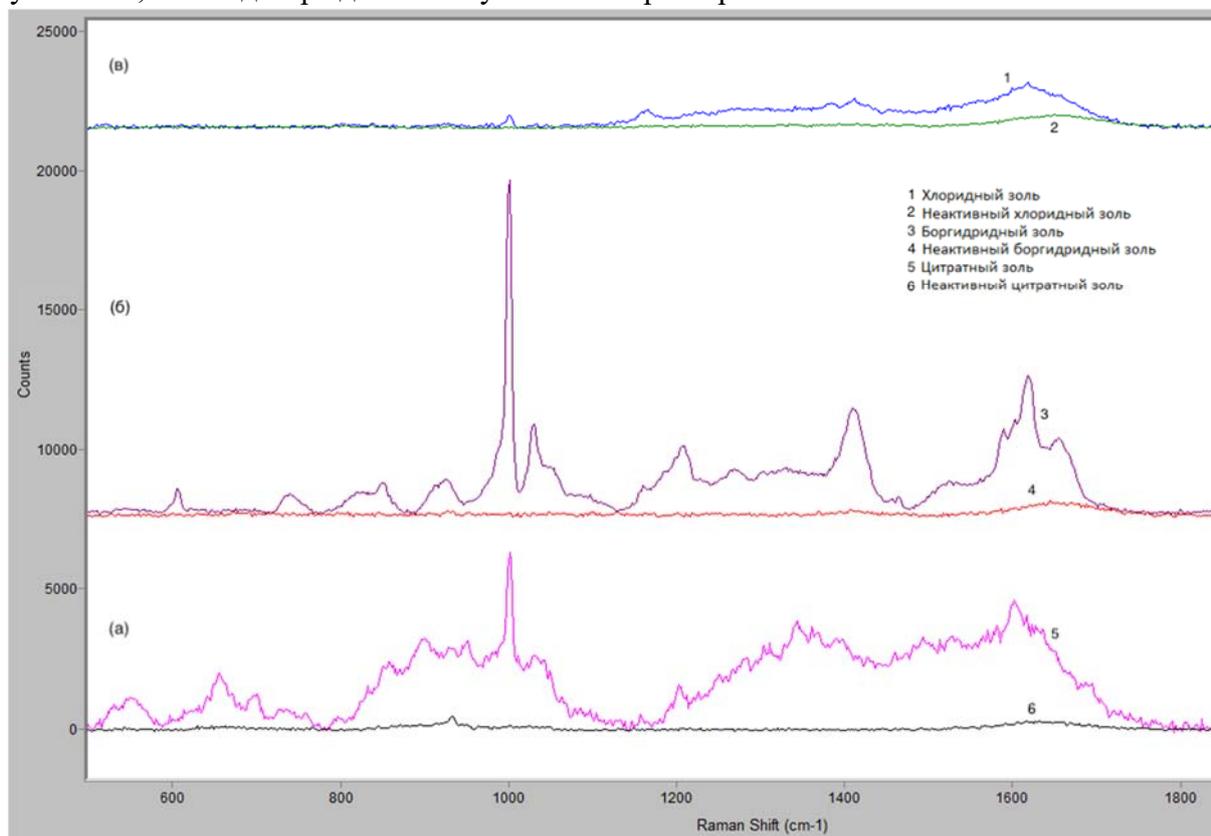


Рис. 1. Спектры гигантского комбинационного рассеяния фенилаланина и спектры комбинационного рассеяния фенилаланина в той же концентрации с неактивным золью: (а) цитратный золь; (б) боргидридный золь; (в) хлоридный золь

Спектр гигантского комбинационного рассеяния фенилаланина был также получен с использованием активного боргидридного золь (рис. 1б), а неактивный также продемонстрировал отсутствие усиления.

Аналогичная картина в случае с хлоридным золью: активный коллоидный раствор серебра в отличие от неактивного продемонстрировал усиление спектра фенилаланина.

Были подсчитаны коэффициенты усиления золей, составившие 37.9, 151.9 и 22.5 для цитратного, боргидридного и хлоридного коллоидных растворов соответственно.

Также были получены спектры поглощения трех различных типов коллоидных растворов серебра и золей, лишенных усиливающих свойств (рис. 2). В спектрах поглощения активных золей были выявлены характеристические максимумы в области 400 нм, тогда как спектры поглощения неактивных золей не демонстрируют ярко-выраженных пиков.

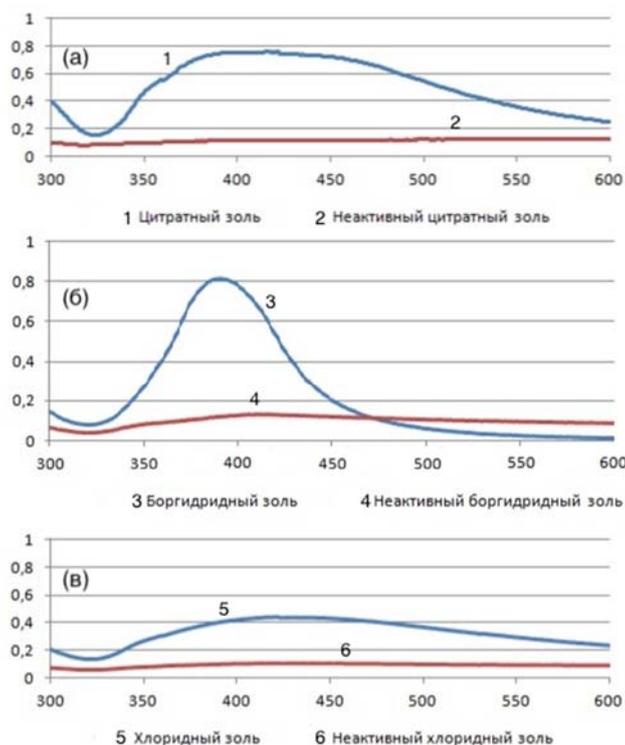


Рис. 2. Спектры поглощения: (а) активного цитратного золя и неактивного цитратного золя; (б) активного боргидридного золя и неактивного боргидридного золя; (в) активного хлоридного золя и неактивного хлоридного золя;

Боргидридный коллоидный раствор демонстрирует наибольшую интенсивность поглощения (рис. 2б), а наименьшую интенсивность имеет хлоридный золь (рис. 2в), что согласуется с их коэффициентами усиления.

Работа выполнена в рамках Государственного задания на проведение работ по теме: «Физика наноструктурированных материалов: фундаментальные исследования и приложения в материаловедении, нанотехнологиях и фотонике».

#### 4. Выводы

В данной работе были синтезированы коллоидные растворы серебра трех различных типов: цитратный, боргидридный и хлоридный. Каждый из трех типов золей был лишен усиливающих свойств с целью сравнения их коэффициентов усиления и спектров поглощения с исходными. Были получены спектры гигантского комбинационного рассеяния фенилаланина с активными коллоидными растворами каждого типа и спектры комбинационного рассеяния с неактивными золями, что

говорит о том, что исходные коллоидные растворы серебра действительно лишились усиливающих свойств после заморозки и последующей разморозки. Коэффициенты усиления составили 37.9, 151.9 и 22.5 для цитратного, боргидридного и хлоридного коллоидных растворов соответственно. Также были измерены спектры поглощения активных и неактивных золей. Спектры поглощения активных золей имеют характеристические максимумы в области 400 нм, однако интенсивность этих максимумов отличается, согласуясь с вычисленными коэффициентами усиления. Спектры поглощения неактивных коллоидных растворов каждого типа не имели ярко-выраженных пиков, что подтверждает лишение поглощающих способностей золей. Таким образом, проведенный сравнительный анализ различных типов активных и неактивных золей демонстрирует, что для оценки усиливающих свойств можно использовать как метод гигантского комбинационного рассеяния света модельных веществ, так и спектроскопию поглощения.

### Литература

1. Mochalov K.E., Ustinova O.A., Streltsov S.A., Grokhovskii S.L., Zhuze A.L., Nabiev I.R., Sukhanova A.V., Oleinikov V.A. Raman Spectroscopy of Topotecan, an Inhibitor of DNA Topoisomerase I // *Opt. Spectrosc.* 2002. V. 93(4). P.493-500.
2. Mochalov K., Solovyeva D., Chistyakov A., Zimka B., Lukashev E., Nabiev I., Oleinikov V. Raman and SERS Spectroscopy of D96N Mutant Bacteriorhodopsin // *Mater Today.* 2015. V. 3(2). P.497-501.
3. Kozhina E.P., Bedin S.A., Razumovskaya I.V., Zalygin A.V. Synthesizing of the SERS-active substrates // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2019. V. 1283(1).
4. Lee P.C., Meisel D.J. Adsorption and surface-enhanced Raman of dyes on silver and gold sols // *Phys. Chem.* 1982. V. 86. P. 3391.
5. Dirk L. Van Hying, Charles F. Zukoski Formation Mechanisms and Aggregation Behavior of Borohydride Reduced Silver Particles // *Langmuir* 1998. V. 14. P. 7034-7046.
6. Nicolae Leopold, Bernhard Lendl A New Method for Fast Preparation of Highly Surface-Enhanced Raman Scattering (SERS) Active Silver Colloids at Room Temperature by Reduction of Silver Nitrate with Hydroxylamine Hydrochloride // *J. Phys. Chem. B.* 2003. V. 107. P. 5723-5727.

# ЛОГИЧЕСКАЯ ОПЕРАЦИЯ РАЗНОСТЬ ДЛЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ В АККУМУЛИРОВАННОЙ ЭХО-ГОЛОГРАФИИ

Е.Н. Ахмедшина, Л.А. Нефедьев, Э.И. Низамова, Н.Э. Замалеев, А.Р.Сахбиева

*Казанский (Приволжский) федеральный университет*  
420008, Казань, ул. Кремлевская, 16  
e-mail: ekanika8@gmail.com, nefediev@yandex.ru, enizamova@yandex.ru,  
niyazzamaliev@gmail.com, alsu-sakhbieva@yandex.ru

## 1. Введение

Использование эхо-голограмм позволяет записывать, воспроизводить и преобразовывать изображения. Поскольку изображения представляют собой множества точек, то для их преобразования подходят логические операции со множествами. Для реализации различных логических операций необходимо использовать подходящий режим записи эхо-голограмм. Оптимальные варианты фильтрации и преобразования изображений связаны с многоимпульсным возбуждением резонансной среды. Эффективной может быть и запись информации в режиме аккумулятивной долгоживущей эхо-голограммы (АДЭГ). В этом случае на резонансную среду воздействует последовательность нескольких пар лазерных импульсов. Каждая такая пара вместе со считывающим импульсом вызывает в один и тот же момент времени генерацию отклика долгоживущей эхо-голограммы (ДЭГ). Таким образом, сигнал АДЭГ, генерируемый резонансной средой после воздействия  $N$  пар возбуждающих импульсов и одного считывающего импульса, представляет собой суперпозицию сигналов ДЭГ.

В работе [1] рассмотрена реализация логических операций над множествами, представленными в виде изображений, с помощью стимулированной эхо-голограммы (СЭГ) и показано, что она может быть использована для реализации логической операции пересечения множеств. В работах [2, 3] рассмотрена реализация операции объединения над множествами, симметрическая разность для изображений с использованием АДЭГ. Показано, что в зависимости от разности фаз между возбуждающими парами лазерных импульсов возможно осуществление логических операций объединения множеств, симметрической разности и их суперпозиции.

В данной работе рассмотрена реализация логической операции разность с использованием АДЭГ.

## 2. Основные уравнения

Разностью множеств  $B$  и  $D$  называется множество всех тех и только тех элементов  $B$ , которые не содержатся в  $D$ :  $B \setminus D = \{x | x \in B, x \notin D\}$ . Для иллюстрации логической операции разность в режиме АДЭГ в качестве множеств  $B$  и  $D$  взяты транспаранты с изображениями, заложенные в  $P_1^{(2)}$ ,  $P_2^{(2)}$  (рис.1).

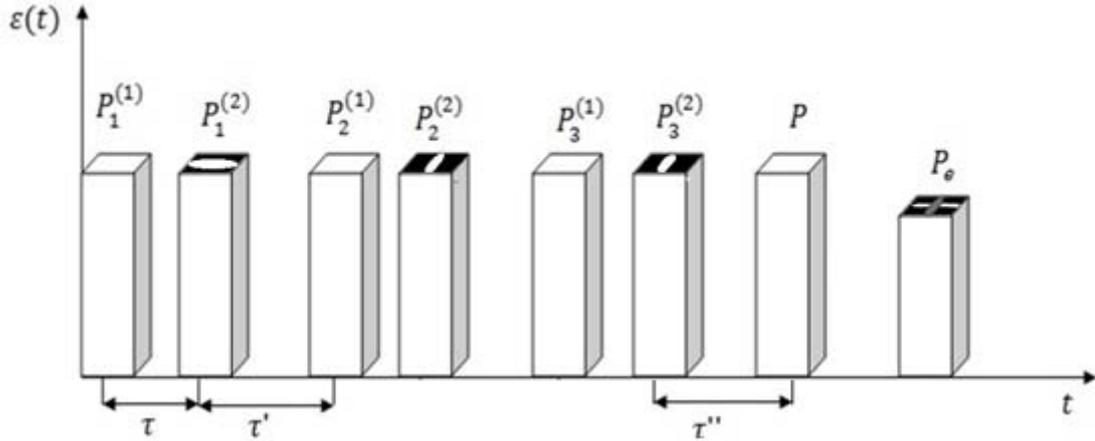


Рис.1. Порядок воздействия на резонансную среду возбуждающих лазерных импульсов при реализации логических операций над изображениями с использованием АДЭГ.  $P_n^{(j)}$  – пары возбуждающих импульсов,  $P$  – считывающий импульс,  $P_e$  – сигнал АДЭГ.  $\tau$  – временной интервал между импульсами в парах,  $\tau'$  – временной интервал между парами,  $\tau''$  – временной интервал между последней записывающей парой и считывающим импульсом.

Запишем напряженность электрического поля  $\eta$ -го возбуждающего лазерного импульса, прошедшего через соответствующий транспарант, в виде

$$\vec{E}_\eta(\mathbf{r}, t) = U_\eta(\mathbf{r})e^{i\omega t} + \text{к.с.} \quad (0 \leq t \leq \Delta t_\eta), \quad (1)$$

где  $\Delta t_\eta$  – длительность  $\eta$ -го возбуждающего лазерного импульса, а  $U_\eta(\mathbf{r})$  описывает пространственную структуру  $\eta$ -го возбуждающего лазерного импульса.

Изображение на транспаранте будем рассматривать как совокупность точек с радиус-векторами  $\mathbf{r}_n$ . Каждая такая точка излучает сферическую волну. Совокупность волн в месте нахождения  $j$ -го оптического центра в образце с радиус-вектором  $\mathbf{r}_{0j}$  дает величину возмущения резонансного перехода оптического центра. Тогда напряженность электрического поля объектного лазерного импульса в точке  $\mathbf{r}_{0j}$  можно записать как разложение по сферическим волнам:

$$E_j = \sum_n A_{nj} \frac{e^{ik_n^{(j)}(\mathbf{r}_{0j}-\mathbf{r}_n)-i\omega t+i\varphi_n}}{|\mathbf{r}_{0j}-\mathbf{r}_n|}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{k}_n^{(j)} = \frac{\omega}{c} \mathbf{n}_n, \mathbf{n}_n = \frac{\mathbf{r}_{0j}-\mathbf{r}_n}{|\mathbf{r}_{0j}-\mathbf{r}_n|}$ ,  $\varphi_n$  – начальные фазы сферических волн, причем  $e^{i\varphi_n}$  можно включить в комплексные амплитуды  $A_{nj}$ . Если  $|\mathbf{r}_{0j}-\mathbf{r}_n|$  значительно больше размеров образца, то разложение (2) по сферическим волнам переходит в разложение по плоским волнам:

$$E_j = \sum_n \varepsilon_n e^{ik_n \mathbf{r}_{0j} - i\omega t}, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_n$  – амплитуды напряженности электрического поля плоских волн от отдельных точек объекта.

Поскольку один из каждой пары возбуждающих лазерных импульсов является носителем изображения, то пространственный фазовый синхронизм при формировании отклика АДФЭ будет иметь вид

$$\mathbf{k}_{\text{эн}}^{(j)} = -\mathbf{k}_{1\text{н}}^{(j)} + \mathbf{k}_{2\text{н}}^{(j)} + \mathbf{k}_{3\text{н}}^{(j)} \quad (4)$$

где  $\mathbf{k}_{\text{н}}^{(j)}$  – волновые векторы плоских волн пространственного разложения волновых фронтов объектных лазерных импульсов для каждой  $j$ -ой пары.

Аналогично работе [4] отклик АДЭГ можно получить как в обращенном, так и в необращенном режимах, что может быть использовано для лучшего пространственного разделения возбуждающих лазерных импульсов и отклика.

Необходимо отметить, что только те компоненты разложения поля отклика будут существовать, для которых оказываются ненулевыми значения амплитуд разложения полей возбуждающих импульсов, соответствующие направлениям волновых векторов. Импульсы, не несущие изображений, должны формироваться транспарантами с матовой структурой, для создания достаточного набора плоских (сферических) волн, необходимых для выполнения пространственного фазового синхронизма.

Аналогично работе [4] пространственная структура отклика АДЭГ определится выражением

$$I \sim EE^* \quad (5)$$

где

$$E \approx \sum_{j=1}^n E_j(r) e^{i\Delta\varphi_j}, \quad (6)$$

$$E_j \approx \frac{1}{V} \sum_{n', n'', n'''} \int_V dV \int_{-\infty}^{\infty} g(\Delta) d\Delta \sin\theta_1^{(j)} \sin\theta_2^{(j)} \sin\theta_3 \times \\ \times \frac{\varepsilon_{1n'}^{*(j)} \varepsilon_{2n''}^{(j)} \varepsilon_{3n'''}^{(j)}}{\left| \sum_{n'} \varepsilon_{1n'}^{*(j)} e^{-i\mathbf{k}_{1n'}^{(j)} \cdot \mathbf{r}} \right| \left| \sum_{n''} \varepsilon_{2n''}^{(j)} e^{i\mathbf{k}_{2n''}^{(j)} \cdot \mathbf{r}} \right| \left| \sum_{n'''} \varepsilon_{3n'''} e^{i\mathbf{k}_{3n'''} \cdot \mathbf{r}} \right|} e^{-i(\mathbf{k}_{en}^{(j)} + \mathbf{k}_{1n'}^{(j)} - \mathbf{k}_{2n''}^{(j)} - \mathbf{k}_{3n'''} \cdot \mathbf{r})},$$

где  $\theta_1^{(j)}, \theta_2^{(j)}$  – площадь первого и второго импульсов в  $j$ -ой паре,  $V$  – объем возбуждаемой части образца,  $g(\Delta)$  – распределение оптических центров по частотам,  $\Delta = \omega - \Omega_0$ ,  $\omega$  – частота лазерного излучения,  $\Omega_0$  – частота резонансного перехода,  $\varepsilon_{kn}^{(j)}$  – амплитуды напряженности электрических полей плоских волн пространственного разложения волновых фронтов объектных лазерных импульсов в каждой  $j$ -ой паре,  $\Delta\varphi_{12}$  – фаза второй пары импульсов относительно первой,  $\Delta\varphi_{13}$  – фаза третьей пары импульсов относительно первой,  $\Delta\varphi_{11} = 0$ .

В работе [5] было показано, что создание разности фаз между парами возбуждающих импульсов может приводить к уменьшению или к исчезновению частотных модуляций населенностей при формировании отклика, что приводит к его исчезновению. Таким образом, если фазы между парами возбуждающих импульсов отличаются друг от друга на  $\pi$ , то интенсивность сигнала АДЭГ значительно уменьшается для элементов изображений, идентичных на транспарантах в первой и второй, во второй и третьей парах возбуждающих импульсов.

### 3. Логическая операция разность для изображений в аккумулированной эхо-голографии

На рис. 2 представлен порядок лазерных импульсов при возбуждении АДЭГ в случае, когда в каждую пару импульсов  $(P_1^{(j)}, P_2^{(j)})$  (рис.1) закладывается соответствующее изображение. В качестве изображений выбраны регионы в виде эллипсов с различной ориентацией.

Численный расчет отклика АДЭГ, используя выражения (5) и (6), будет содержать изображение, которое исключает все совпадающие прозрачные участки множеств В, D

и F при соответствующем выборе разностей фаз возбуждающих пар лазерных импульсов, что может соответствовать реализации логической операции разности.

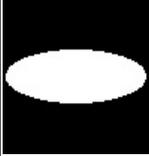
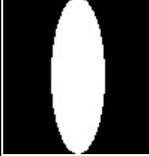
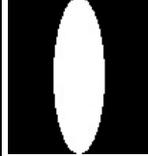
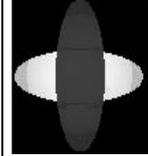
Возбуждающие импульсы							Эхо
A	B	C	D	E	F	G	F <sub>1</sub>
$P_1^{(1)}$	$P_1^{(2)}$	$P_2^{(1)}$	$P_2^{(2)}$	$P_3^{(1)}$	$P_3^{(2)}$	$P$	$P_e$
$\Delta\varphi_1=60^\circ, \Delta\varphi_2=180^\circ$							
							

Рис.2 Записываемые и воспроизводимые изображения в режиме АДЭГ,  $P_n^{(j)}$  – возбуждающие импульсы,  $P$  - считывающий импульс,  $P_e$ - сигнал эха. А, В, С, D, E, F, G - множества, F<sub>1</sub> является результатом логической операции

Полученные отклики в режиме АДЭГ содержат изображения, являющиеся результатом логической операции разность множеств, при изменении величины разности фаз  $\Delta\varphi_i$  ( $i = 2,3$ ). При значениях разности фаз  $\Delta\varphi_{12} = 60^\circ, \Delta\varphi_{13} = 180^\circ$  наблюдается воспроизведение логической операции разность множеств.

### Литература

1. Sakhbieva A.R., Nefed'ev L.A., Garnaeva G.I. Logical Operation of Set Intersection for Images in Optical Echo Holography // Journal of Applied Spectroscopy. 2017. V.84. №3. P. 512-516.
2. Sakhbieva A.R., Nefediev L.A., Nefedyev Y.A., Akhmedshina E.N., Andreev A.O. The Operation of Combining Sets for Images in Optical Echo Holography // Journal of Physics: Conf. Series. 2019. 1283, № 1.
3. Ahmedshina E.N., Sakhbieva A.R., Nefediev L.A. Logical Operations with Images in Accumulated Echo Holography // Journal of Applied Spectroscopy. 2020. V.87. №4. P. 652-656.
4. Nefediev L.A. Peculiarities of the Formation of Echo Holograms with Three-Pulse Excitation of Resonant Media // Journal of Applied Spectroscopy. 1986. V.44. P. 419-423.
5. Akhmediev N.N. Information Erasing in the Phenomenon of Long-Lived Photon Echo // Optics Letters. 1990. V.15. №18. P. 1035-1037.

# ИССЛЕДОВАНИЕ КВАНТОВЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ДИССИПАТИВНЫХ ОПТИЧЕСКИХ СОЛИТОНОВ В ЛАЗЕРЕ С НАСЫЩАЮЩИМСЯ ПОГЛОЩЕНИЕМ

А.В. Баева, Е.А. Вашукевич, Т.Ю. Голубева, Ю.М. Голубев

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия, 199034, Санкт-Петербург,  
Университетская наб. 7/9.  
e-mail: alexandrabaeva@mail.ru

## 1. Введение

Во многих областях нелинейной физики, в том числе в оптике, при решении нелинейных уравнений в частных производных возникают солитонные решения. Такие решения представляют собой устойчивые уединённые волны, проявляющие свойства квазичастиц. Интерес к изучению оптических солитонов связан с перспективами их применения для хранения и передачи информации. Световые импульсы, не меняющие со временем формы огибающей, можно использовать для передачи на большие расстояния сигналов без потерь в волоконно-оптических линиях связи [1,2]. Пространственные оптические солитоны, не подверженные влиянию дифракционных эффектов, световые пучки с постоянным поперечным распределением интенсивности, можно применить при создании оптических коммутационных устройств и квантовых оптических логических элементов [3-5].

Существенные ограничения на возможность использования оптических солитонов накладывают флуктуации различных типов. Основными источниками шумов для солитонов являются технические и тепловые флуктуации [6], которые можно устранить, и квантовые флуктуации, которых нельзя избежать принципиально.

Мы, основываясь на работах [7,8], где было получено нелинейное уравнение Гейзенберга-Ланжевена в частных производных, описывающее формирование лазерного солитона и его квантово-статистические свойства, строим теорию квантовых флуктуаций пространственных диссипативных оптических солитонов в широкоапертурном лазере с насыщающимся поглощением.

## 2. Физическая модель

Формирование оптического солитона происходит в резонаторе бегущей волны, в котором находятся две различные среды, состоящие из двухуровневых атомов: активная и пассивная (рис.1).

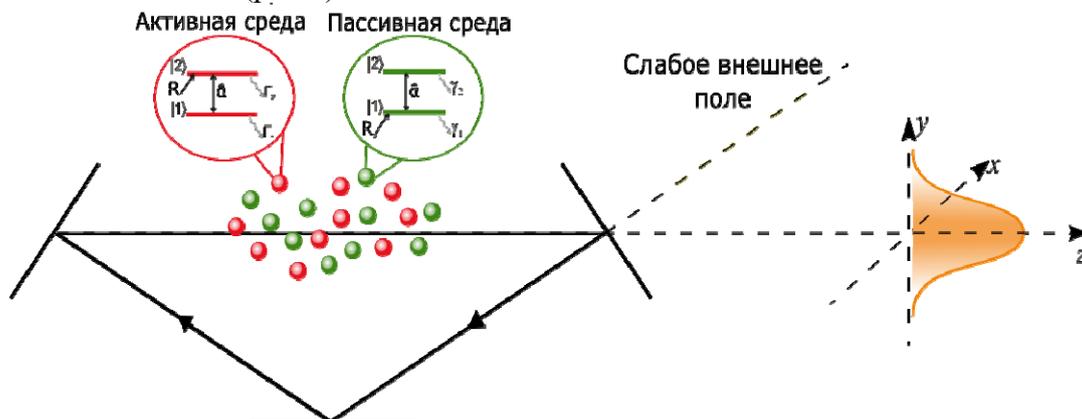


Рис.1. Схема образования пространственного оптического солитона в резонаторе

Атомы обеих сред равномерно распределены в объёме резонатора. Предполагается, что при развитии системы может возникнуть поперечная пространственная неоднородность поля в виде лазерного солитона.

Накачка активной среды, отвечающей за лазерную генерацию, осуществляется на верхний уровень со скоростью  $R$ . Пассивная среда, осуществляющая насыщенное поглощение поля генерации, возбуждается на нижний уровень со скоростью  $R_p$ . Каждый из энергетических уровней обеих сред может спонтанно релаксировать на третьи уровни с соответствующими скоростями  $\gamma_1, \gamma_2, \Gamma_1, \Gamma_2$ . Лазерная генерация предполагается резонансной обеим средам. Для захвата фазы лазерного излучения происходит накачка системы слабым внешним полем в когерентном состоянии.

### 3. Уравнение для амплитуды поля лазерного солитона

Описать взаимодействие атомов двух материальных сред с внутррезонаторным полем можно уравнениями Гейзенберга-Ланжевена, записанными для каждого отдельного атома. Однако будет удобно рассматривать систему уравнений в терминах коллективных переменных, которые являются линейной суперпозицией индивидуальных и учитывают пространственное распределение атомов. На этапе перехода к коллективным переменным учитываются вклады, отвечающие релаксации поля и вещества и накачке. Уравнения, описывающие временную эволюцию сред внутри резонатора в терминах коллективных переменных, выглядят следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{\pi}(\vec{\rho}, t) = -\gamma \hat{\pi} + g(\hat{\pi}_2 - \hat{\pi}_1) \hat{a}(\vec{\rho}, t) + \hat{G}(\vec{\rho}, t), \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{\pi}_1(\vec{\rho}, t) = R_p - \gamma_1 \hat{\pi}_1 + g(\hat{\pi}^\dagger \hat{a}(\vec{\rho}, t) + \hat{a}^\dagger(\vec{\rho}, t) \hat{\pi}) + \hat{G}_1(\vec{\rho}, t), \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{\pi}_2(\vec{\rho}, t) = -\gamma_2 \hat{\pi}_2 - g(\hat{\pi}^\dagger \hat{a}(\vec{\rho}, t) + \hat{a}^\dagger(\vec{\rho}, t) \hat{\pi}) + \hat{G}_2(\vec{\rho}, t), \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{\sigma}(\vec{\rho}, t) = -\Gamma \hat{\sigma} + g(\hat{\sigma}_2 - \hat{\sigma}_1) \hat{a}(\vec{\rho}, t) + \hat{F}(\vec{\rho}, t), \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{\sigma}_1(\vec{\rho}, t) = -\Gamma_1 \hat{\sigma}_1 + g(\hat{\sigma}^\dagger \hat{a}(\vec{\rho}, t) + \hat{a}^\dagger(\vec{\rho}, t) \hat{\sigma}) + \hat{F}_1(\vec{\rho}, t), \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{\sigma}_2(\vec{\rho}, t) = R - \Gamma_2 \hat{\sigma}_2 - g(\hat{\sigma}^\dagger \hat{a}(\vec{\rho}, t) + \hat{a}^\dagger(\vec{\rho}, t) \hat{\sigma}) + \hat{F}_2(\vec{\rho}, t), \quad (6)$$

где  $\hat{\pi}, \hat{\pi}_1, \hat{\pi}_2, \hat{\sigma}, \hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2$  – операторы когерентности и заселённости соответствующих уровней пассивной и активной сред,  $\hat{G}, \hat{G}_1, \hat{G}_2, \hat{F}, \hat{F}_1, \hat{F}_2$  – шумовые источники пассивной и активной сред,  $\hat{a}(\vec{\rho}, t)$  – амплитуда поля лазерного солитона,  $\gamma = \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2}$ ,  $\Gamma = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{2}$ .

Для облегчения дальнейшего анализа и численной обработки перейдём к с-числовому описанию системы. Для этого при помощи перестановочных соотношений произведения операторных величин приводятся к нормальному порядку, в нашем случае это  $\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma}_2 \hat{\sigma}_1 \hat{\sigma} \hat{a}$  или  $\hat{a}^\dagger \hat{\pi}^\dagger \hat{\pi}_2 \hat{\pi}_1 \hat{\pi} \hat{a}$ , и убираются «шляпки» у операторов. При этом такая процедура сопровождается соответствующим изменением свойств шумовых источников.

Получить замкнутое уравнение для амплитуды поля можно, предполагая, что полевая переменная развивается быстрее, чем атомные. Это условие позволяет пренебречь в уравнениях (1)-(6) временными производными и выразить искомую амплитуду поля лазерного солитона  $a(\vec{\rho}, t)$  через амплитуды  $\pi, \pi_1, \pi_2, \sigma, \sigma_1, \sigma_2$ . Получим уравнение, описывающее формирование лазерного солитона и его статистику:

$$\frac{\partial}{\partial t} a - \frac{ic}{2k_0} \Delta_\perp a = -\frac{\kappa}{2} (a - a_{in} e^{-iv_{int}}) + \frac{1}{2} \left( \frac{A}{1 + \beta |a|^2} - \frac{A_p}{1 + \beta_p |a|^2} \right) a + \Phi + \Phi_p, \quad (7)$$

где  $A = \beta R$  и  $A_p = \beta_p R_p$  – коэффициенты линейного усиления активной среды и линейного поглощения пассивной среды. Величины  $\beta$  и  $\beta_p$  определяют нелинейные свойства активной и пассивной сред.  $\Phi$  и  $\Phi_p$  – полевые ланжевендовские источники, которые определяются вкладами от шумовых источников сред. Также при записи уравнения учтена накачка системы слабым внешним когерентным полем  $a_{in}$ , частота которого сдвинута на величину  $\nu_{in}$  относительно частоты поля генерации.

#### 4. Корреляционные функции ланжевендовских источников

В уравнении (7) возникают два типа ланжевендовских источников. Вклад  $\Phi$  формируется активной средой и является линейной комбинацией атомных шумовых источников  $F, F_1, F_2$ . Вклад  $\Phi_p$  формируется комбинацией шумовых источников пассивной среды  $G, G_1, G_2$ . Свойства полевых источников  $\Phi$  и  $\Phi_p$  полностью описываются корреляционными функциями второго порядка:

$$\langle \Phi^2 \rangle = -\frac{1}{2} \left( \frac{\beta a}{1 + \beta |a|^2} \right)^2 R \left( 1 + \frac{s_a}{2} \right), \quad (8)$$

$$\langle |\Phi|^2 \rangle = \frac{\beta R}{1 + \beta |a|^2} - \frac{1}{2} \left( \frac{\beta |a|}{1 + \beta |a|^2} \right)^2 R \left( 1 + \frac{s_a}{2} \right), \quad (9)$$

$$\langle \Phi_p^2 \rangle = \frac{1}{2} \left( \frac{\beta_p a}{1 + \beta_p |a|^2} \right)^2 R_p \left( 1 - \frac{s_p}{2} \right), \quad (10)$$

$$\langle |\Phi_p|^2 \rangle = \frac{1}{2} \left( \frac{\beta_p |a|}{1 + \beta_p |a|^2} \right)^2 R_p \left( 1 - \frac{s_p}{2} \right). \quad (11)$$

Статистические параметры  $s_a$  и  $s_p$  принимают значения от 0 в случае пуассоновской накачки до 1 в случае регулярной накачки. Таким образом, вклад шумовых источников первого типа, формируемый активной средой, связан со статистическими особенностями накачки атомов, а вклад от источников второго типа связан с релаксацией заселённости атомных уровней.

#### 5. Поиск решения уравнения для поля лазерного солитона

Полученное уравнение в частных производных для амплитуды поля двумерного лазерного солитона (7) полностью описывает его формирование и квантово-статистические свойства. Записать аналитическое решение уравнения затруднительно из-за его существенной нелинейности. Для решения подобных задач обычно применяют методы линеаризации уравнения в окрестности классического солитонного решения, считая шумы достаточно малыми. В частности, в работе [9] был предложен подход, основанный на поиске собственных функций и собственных значений дискретного спектра невозмущенного оператора эволюции. Тогда решение задачи можно было бы записать в виде разложения по таким собственным функциям. Однако мы показали [10], что в отличие от системы, рассмотренной в [9], описываемая нами система не обладает достаточной симметрией для применения этого метода, так что аналитическое определение собственных функций оказывается невозможным. Мы проводим численный анализ собственных функций системы для различных параметров, управляющих солитонным решением.

Зная численное решение, мы сможем определить наличие или отсутствие квантовых особенностей поля лазерного солитона, которые могут возникать из-за субпуассоновского характера возбуждения среды или нелинейного характера взаимодействия поля и вещества.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 18-02-00402а, 19-32-90059, 19-02-00204а).

### Литература

1. Haus H. A., Wong W. S. Solitons in optical communications // *Reviews of modern physics*. 1996. Vol. 68(2). P. 423.
2. Haus H. A. Optical fiber solitons, their properties and uses // *Proceedings of the IEEE*. 1993. Vol. 81(7). P. 970-983.
3. Blair S., Wagner K., McLeod R. Asymmetric spatial soliton dragging // *Optics letters*. 1994. Vol. 19(23). P. 1943-1945.
4. Serak S. V. et al. Spatial soliton all-optical logic gates // *IEEE photonics technology letters*. 2006. Vol. 18(12). P. 1287-1289.
5. Ghadi A. Phase sensitive, all-optical and self-integrated multi-logic AND, OR, XOR, and NOT gates // *Physics Letters A*. 2020. P. 126432.
6. Stone J. R., Papp S. B. Harnessing dispersion in soliton microcombs to mitigate thermal noise // *Physical Review Letters*. 2020. Vol. 125(15). P. 153901.
7. Golubev Y. M. et al. Effect of saturated absorption on sub-Poissonian lasing // *Laser Physics Letters*. 2018. Vol. 16(2). P. 025201.
8. Golubeva T. Y. et al. Quantum theory of laser soliton // *Laser Physics Letters*. 2019. Vol. 16(12). P. 125201.
9. Нестеров Л. А., Веретенков Н. А., Розанов Н. Н. Квантовые флуктуации одномерных и двумерных пространственных диссипативных солитонов в нелинейном интерферометре. I. Одномерные темные солитоны // *Оптика и спектроскопия*. 2015. Т. 118. №. 5. С. 815-827.
10. Fedorov S.V. et al. Quantum field fluctuations in the vicinity of a classical laser soliton // *Laser Physics Letters*. 2020. (In press).

# ДИССИПАТИВНЫЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ СОЛИТОНЫ С ТОПОЛОГИЧЕСКИМ ЗАРЯДОМ

Е.Н. Башмакова, Е.А. Вашукевич, Т.Ю. Голубева, Ю.М. Голубев

Санкт-Петербургский государственный университет, 7/9, Университетская наб.,  
Санкт-Петербург, 199034, Россия  
e-mail: bashmakova.elizaveta@mail.ru

## 1. Введение

Широко известным объектом, обладающим высоким потенциалом использования в информационных приложениях квантовой оптики, является оптический солитон. Пространственные диссипативные солитоны в отличие от временных характеризуются повышенной устойчивостью, которая обусловлена тем, что в них реализуется динамический баланс притока и оттока энергии [1]. К настоящему моменту допустимые возможности применения диссипативных пространственных солитонов ограничены тем, что их квантовые особенности исследованы не столь детально.

В статье [2] была показана возможность генерации диссипативного солитона в схеме лазерной генерации с присутствующим насыщаемым поглощением. Несмотря на наличие диссипации энергии, было показано [3], что присутствие поглощающей среды в условиях насыщения не зашумляет квантовое состояние поля, что позволяет в будущем использовать рассматриваемую схему для создания пространственно локализованных полевых состояний с подавленными квантовыми шумами.

Мы рассмотрим полуклассические подходы к построению теории диссипативных пространственных солитонов, которые в дальнейшем могут быть положены в основу квантового описания. Мы рассмотрим процессы нелинейного взаимодействия поля в веществе в схеме широкоапертурного лазера с насыщающимся поглощением и внешним поддерживающим излучением [3]. Имея в виду интерес к полям, обладающим к тому же орбитальным угловым моментом, как к информационному ресурсу, мы проведем анализ огибающей поля излучения в рассматриваемой задаче в виде мод Лагерра-Гаусса.

## 2. Полуклассическое описание диссипативных пространственных солитонов

Предполагаем, что в резонаторе располагаются две разные среды, состоящие из неподвижных и не взаимодействующих друг с другом атомов с выделенной двухуровневой структурой. Одна из сред, назовем ее активной, обеспечивает лазерную генерацию, а другая - пассивная среда, соответственно, осуществляет насыщенное поглощение поля генерации. Верхний уровень активной среды возбуждается за счет некогерентной накачки со скоростью  $R_a$ . Пассивная среда возбуждается на нижний уровень со скоростью  $R_p$ . Каждая из уровней обеих сред спонтанно релаксирует на отдельно отстоящие уровни.

Определим явный вид поля  $\vec{E}$  в виде квазиплоской квазимонохроматичной волны, где выделим медленную по времени и по пространственным переменным огибающую, которую мы также обозначим  $\vec{E}$ :

$$\vec{E}(\vec{\rho}, z, t) = \vec{E}(\vec{\rho}, t) \exp(i(k_0 z - \omega_0 t)) + c. c. \quad (1)$$

Здесь  $\vec{\rho}$  – вектор поперечных координат  $x$  и  $y$ ,  $\omega_0$  – несущая частота поля и волновое число  $k_0$ . В нашей работе мы будем следить за поперечным профилем медленной огибающей  $\vec{E}$ . Следует отметить, что для амплитуды  $\vec{E}$  проведена стандартная процедура усреднения поля вдоль обхода резонатора.

Гамильтонианы в дипольном приближении и приближении вращающейся волны для активной и пассивной сред имеют вид:

$$\hat{H}_a = \hbar\omega_1 |1\rangle \langle 1| + \hbar\omega_2 |2\rangle \langle 2| - \mu_{21}^a (|2\rangle \langle 1| + |1\rangle \langle 2|) \vec{E}, \quad (2)$$

$$\hat{H}_p = \hbar\omega_1 |1\rangle \langle 1| + \hbar\omega_2 |2\rangle \langle 2| - \mu_{21}^p (|2\rangle \langle 1| + |1\rangle \langle 2|) \vec{E}, \quad (3)$$

где  $\mu_{21}^a$  и  $\mu_{21}^p$  – матричные элементы дипольного момента для атомов активной и пассивной среды соответственно.

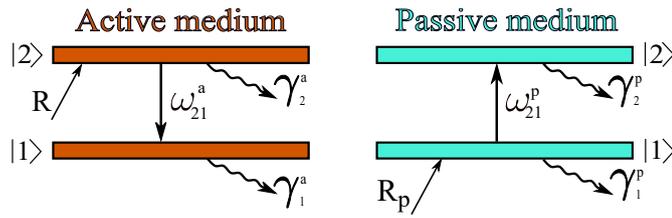


Рис.1. Схема уровней атомов активной и пассивной сред (считаем, что частоты переходов для атомов разных сред примерно равны  $\omega_{21} \approx \omega_{21}^a \approx \omega_{21}^p$ ).

Для анализа поведения двухуровневых систем будем полагать, что эволюция атомных переменных происходит намного быстрее, чем эволюция электромагнитного поля. Это даёт возможность применить адиабатическое приближение и построить замкнутое уравнение для эволюции матрицы плотности ансамбля атомов активной и пассивной сред.

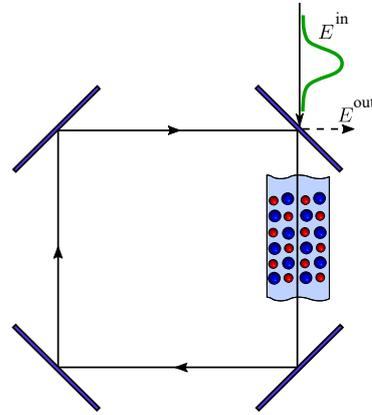


Рис. 2. Схема кольцевого резонатора, в котором расположен ансамбль атомов активной и пассивной сред.

Используем выражения (2) и (3) для гамильтонианов, описывающих взаимодействие классического поля с внутррезонаторной средой, для построения квантового уравнения Лиувилля. Полученные стационарные решения данного уравнения для недиагональных элементов матрицы плотности для активной и пассивной сред имеют вид

$$G\rho_{21}^a = -\frac{i}{2} \frac{\beta R_a}{1+I} E, \quad G_p \rho_{21}^p = \frac{i}{2} \frac{\beta_p R_p}{1+I_p} E. \quad (4)$$

Здесь были введены константы взаимодействия  $G$  и  $G_p$  активной и пассивной сред. Величины  $\beta$  и  $\beta_p$  определяют нелинейные свойства активной и пассивной сред соответственно. Также было введено, что  $I = \beta|E|^2$  и  $I_p = \beta_p|E|^2$ .

В режиме стационарной генерации можно записать квазиоптическое уравнение для внутрирезонаторного поля

$$\frac{\partial E}{\partial t} - i\Delta_{\perp} E = E^{in} + i\tilde{\theta} E + f(|E|)E, \quad (5)$$

где введены величины  $E^{in}$  - медленная амплитуда поля на входе в резонатор,  $\tilde{\theta}$  - расстройка между частотой поддерживающего излучения  $\omega_0$  и резонансной частотой  $\omega_{21}$  и  $f$  - полный нелинейный коэффициент усиления, определяемый как

$$f(|E|) = -1 + \frac{g_0}{1 + \frac{|E|^2}{b}} - \frac{a_0}{1 + |E|^2}. \quad (6)$$

Здесь введены безразмерные коэффициенты усиления  $g_0$  и поглощения  $a_0$ , а также коэффициент  $b = \beta_p/\beta$ .

Таким образом, мы квантовомеханически с использованием оператора матрицы плотности описали внутрирезонаторную среду для формирования диссипативных пространственных солитонов.

### 3. Орбитальный угловой момент диссипативных пространственных солитонов

Положим, что медленная огибающая амплитуды поля  $\vec{E}$  представляет собой моду Лаггера-Гаусса [4]:

$$\vec{E}(\vec{\rho}, t) = \vec{\sigma}_l(t) U_l^{\perp}(\vec{\rho}), \quad (7)$$

где  $\vec{\sigma}_l(t)$  - временная часть огибающей амплитуды поля, а  $U_l^{\perp}(\vec{\rho})$  - функции Лаггера-Гаусса при  $l = 1, 2, \dots$  в плоскости  $z = 0$ , определяемые как

$$U_l^{\perp}(\vec{\rho}) = \sqrt{\frac{2}{\pi w_0^2 l!}} \left(\frac{\rho\sqrt{2}}{w_0}\right)^{|l|} \exp\left(-\frac{\rho^2}{w_0^2}\right) \exp(il\phi). \quad (8)$$

Здесь  $(\rho, \phi)$  - цилиндрические координаты на плоскости,  $w_0$  - радиус поперечного сечения пучка в плоскости  $z = 0$ .

В работе мы получили стационарное уравнение для лаггерр-гауссовой моды с индексом  $l$  вида

$$-i\sigma_l \Delta_{\perp} U_l^{\perp} = E^{in} + i\tilde{\theta} \sigma_l \Delta_{\perp} U_l^{\perp} + \left( \frac{g_0}{1 + \frac{|\sigma_l \Delta_{\perp} U_l^{\perp}|^2}{b}} - \frac{a_0}{1 + |\sigma_l \Delta_{\perp} U_l^{\perp}|^2} \right) \sigma_l \Delta_{\perp} U_l^{\perp}, \quad (9)$$

где производная  $\Delta_{\perp}$  определена, как производная по  $\rho$ .

Изображения на рис. 3 позволяют заметить, что сложность пространственной структуры коррелируется с ростом проекции орбитального углового момента (ОУМ)  $l$ . Это свидетельствует о том, что такая волновая пространственная структура переносит орбитальный момент. На рис. 4 можно заметить, что количество скачков фазы при обходе поперечной плоскости на  $2\pi$  равно значению проекции  $l$ .

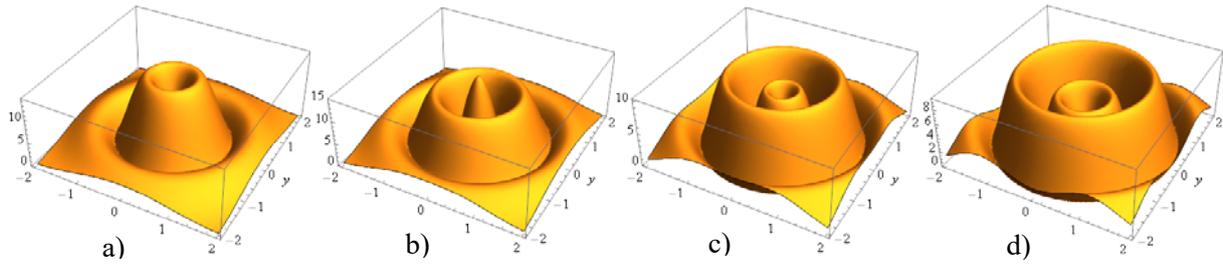


Рис. 3. Профили амплитуды двумерного диссипативного пространственного солитона для разных проекций ОУМ: а)  $l = 1$ , б)  $l = 2$ , в)  $l = 3$ , д)  $l = 4$ .

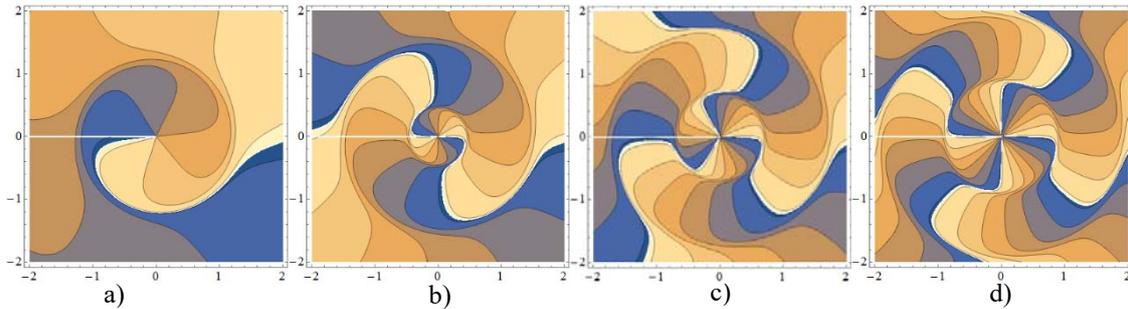


Рис. 4. Распределение фазы колебания двумерного диссипативного пространственного солитона для разных проекций ОУМ: а)  $l = 1$ , б)  $l = 2$ , в)  $l = 3$ , д)  $l = 4$ .

#### 4. Заключение

В рамках нашего рассмотрения использовался полуклассический подход, который открыл потенциальные сложности исследования квантовых свойств диссипативных пространственных солитонов с профилем в виде мод Лагерра-Гаусса, т.к. при рассмотрении квантового поля каждая внутрирезонаторная пространственная мода с ОУМ будет взаимодействовать с континуумом внерезонаторных вакуумных мод (резервуаром), и построение замкнутого уравнения для каждой полевой моды представляется затруднительным, в том числе и в силу существенной нелинейности уравнений. Полученный результат может быть полезен с точки зрения анализа общефизических закономерностей и выявления естественных переменных для описания системы. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 18-02-00402а, 19-32-90059, 19-02-00204).

#### Литература

1. Диссипативные оптические солитоны от микро- к нано- и атто-. / Розанов Н.Н.; – М., Физматлит, 2011.
2. Golubev Yu. M., Golubeva T.Yu., Vashukevich E.A., Fedorov S.V., Rosanov N.N.. Effect of saturated absorption on sub-poissonian losing.// Laser Phys. Lett. – 2018. – Vol. 16 – P. 025201.
3. Golubeva T.Yu., Golubev Yu.M., Vashukevich E.A., Fedorov S.V., Rosanov N.N. Quantum theory of laser soliton.// Laser Phys. Lett. – 2019. – Vol. 16 (12) – P. 025201.
4. Allen L., Beijersbergen M.W., Spreeuw R.J.C. and Woerdman J.P. Orbital angular momentum of light and the transformation of laguerre-gaussian laser modes.// Phys. Rev. A – 1992. – Vol. 45 – P. 8185.

# ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ В ОПАЛОПОДОБНЫХ ПЛАЗМОННО-ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛАХ

А.Ф. Валитова<sup>1</sup>, А.В. Корюкин<sup>1,2</sup>, М.Х. Салахов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Казанский (Приволжский) федеральный университет

<sup>2</sup> Академия наук Республики Татарстан

e-mail: a.valitova2013@yandex.ru

## 1. Введение

Функциональность фотонных кристаллов можно расширять, создавая на их основе новые искусственные гетерогенные материалы. Сильно локализованные поверхностные возбуждения на границе фотонного кристалла и металлического слоя обладают свойством резонансного взаимодействия излучения с неоднородностями, что приводит к возникновению плазмонного резонанса. Использование таких материалов позволило управлять ближними полями [1, 2].

Плазмоны при распространении испытывают ощутимое затухание. Чтобы компенсировать эти потери, можно использовать активные среды [3-5] в виде квантовых точек [6, 7]. Используя брэгговские зеркала, можно сгенерировать плазмоны. Оптические характеристики гибридных структур претерпевают существенные изменения при введении буферного слоя различной формы между фотонным кристаллом (ФК) и слоем Au [8]. В данной работе мы можем видеть, что добавление активной среды способно не только скомпенсировать потери, но и усилить распространяющиеся плазмоны. Одним из подвидов плазмонов являются таммовские плазмон-поляритоны (ТПП). Это поверхностные моды, возникающие на границе между ФК и металлом.

ТПП применяются при создании лазеров, источников одиночных фотонов, сенсоров и оптических переключателей, фильтров, интегральных схем, в усилении нелинейных эффектов и других приложениях оптоэлектроники и нанофотоники. Дисперсионная кривая ТПП вблизи центра запрещенной зоны ФК была приведена в работе [9] с существенными ограничениями на область длин волн и геометрические параметры ФК. Дисперсия, без накладывания этих ограничений, была построена численно в работе [10]. Поэтому становится актуальной задача более подробно изучить дисперсионные соотношения для высокоэффективного возбуждения ТПП.

## 2. Дисперсионные соотношения

В работе [9] рассматривается дисперсионное соотношение для таммовских плазмонов на границе раздела между полубесконечным слоем золота и полубесконечным слоем брэгговского отражателя GaAs/AlAs для ТЕ (сплошная линия) и ТМ (прерывистая линия) поляризации (рис. 1).

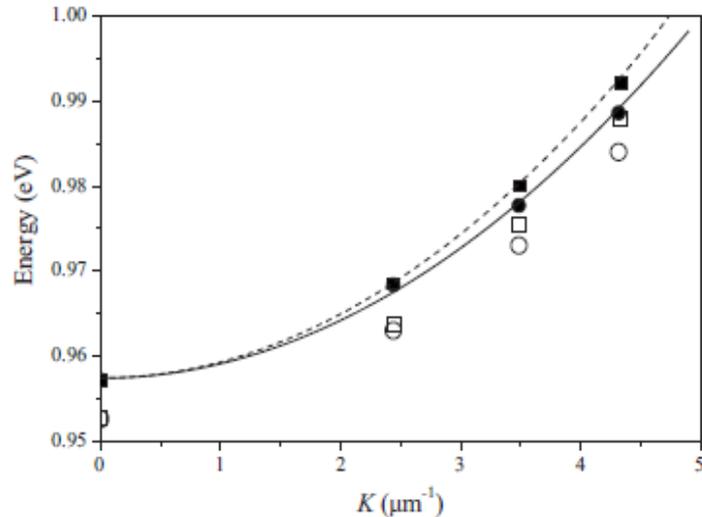


Рис. 1. Дисперсионное соотношение для таммовских плазмонов (ТП) на границе раздела между полубесконечным слоем золота и полубесконечным слоем брэгговского отражателя GaAs/AlAs для ТЕ (сплошная линия) и ТМ (прерывистая линия) поляризации [9]

На рис. 1 показана зависимость энергии ТП от плоского волнового вектора  $K$  для ТЕ-и ТМ - поляризованных случаев в структуре, образованной полубесконечным слоем золота и полубесконечным брэгговским отражателем. Обе моды существуют внутри светового конуса и имеют параболические дисперсии в окрестности  $K=0$ . Параболическая форма дисперсионной кривой позволяет определить эффективную массу ТП и описать дисперсионное соотношение по формуле:  $\hbar\omega = \hbar^2 K^2 / (2m)$ . Для ТЕ поляризованного случая эффективная масса ТП составляет приблизительно  $0.17m_0$ , где  $m_0$  - масса электрона, а для ТМ-поляризованного случая ТП имеет несколько меньшее значение.

В работе [11] были продемонстрированы плазмонные возможности тонких пленок TiN, осажденных при определенных условиях, что обеспечило высокое качество металла и низкие потери. Такие пленки вызывают сильные резонансы поверхностных плазмон-поляритонов, которые можно напрямую отображать в ближнем поле как для видимых, так и для инфракрасных длин волн. Структуру Air/TiN/MgO моделируют в программном пакете Lumerical FDTD с указанием блоховских граничных условий. Облако диполей с разной фазой и ориентацией помещают в область моделирования. Затем просматриваются различные значения волнового вектора  $k_x$  и для каждого значения находят частоты, на которых наблюдается сильный резонанс электрического поля (рис.2.).

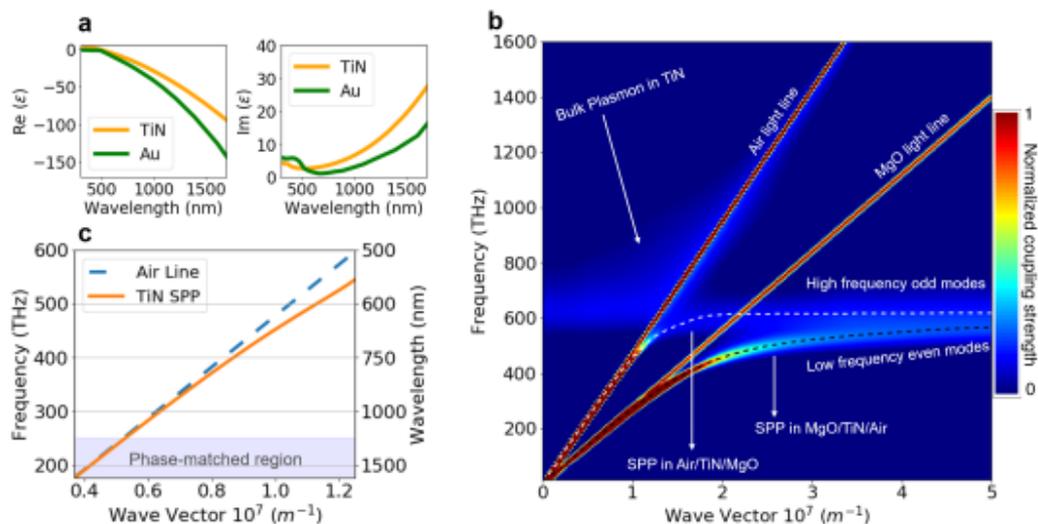


Рис. 2. а) Реальная и мнимая части диэлектрической проницаемости Au и распыленной тонкой пленки TiN на подложке MgO; (b) FDTD численное моделирование зонной диаграммы поверхностных плазмонов с дисперсионным соотношением интерфейса, наложенного пунктирными белыми и черными линиями для случаев Air/TiN и MgO/TiN соответственно; с) Увеличенный масштаб рисунка 2(b), показывающего дисперсионное соотношение при интересующем диапазоне частот на интерфейсе Air/TiN/MgO [11]

При низких частотах системы Air/TiN/MgO ППП представляются линией, совпадающей с воздушной линией, тогда как на более высоких частотах эта линия разветвляется на полосу частот, представляющих несколько режимов с центром в одноинтерфейсном соотношении дисперсии ППП. Эта полоса представлена блеклой белой областью на рис. 2b между метками «высокочастотные нечетные режимы» и «низкочастотные четные режимы». Сканирование ближнего поля оптической микроскопией позволило получить изображения полос ППП. Далее показана инженерия зонной структуры плазмонных мод в TiN в среднем ИК-диапазоне и впервые экспериментально продемонстрирована способность и TiN поддерживать поддельные поверхностные плазмонные поляритоны в среднем ИК-диапазоне (длина волны 6 мкм).

В работе [12] изучаются люминесцентные свойства органического материала 4,4-bis(N-carbazolyl)-1,1-biphenyl (CBP) с высокими значениями стока сдвига, излучающего в ближней УФ области спектра, сильно связанного с таммовским плазмоном. В данной работе было продемонстрировано измерение отражательной способности, наличие сильной связи между ПП и «поглощающим» экситоном в СВР. Люминесценция испытывает красное смещение 50 мэВ относительно нижней поляритонной ветви. Было высказано предположение, что люминесцентный узор в структуре формируется следующим образом: сильная связь таммовского плазмона и поглощающий экситон в СВР изменяют вероятность спонтанного излучения вблизи ветвей поляритона. Молекула СВР поглощает свет, испытывая конформационную перестройку и релаксацию энергии, а затем молекула излучает свет с измененным показателем спонтанного излучения. Анализ рассчитанного коэффициента Парселла и измеренного времени затухания люминесценции свидетельствует об интенсивном уменьшении люминесценции вблизи границы раздела СВР и серебро.

Если зеркало плоское, изменения оптических спектров в основном количественные и связаны с преобразованием света в объеме кристалла. Чтобы подготовить оптическое дефектное состояние на поверхности кристалла, требуется выполнение фазового сдвига  $2\pi$  при прохождении света туда и обратно на длине волны

фотонной запрещенной зоны. Дополнительный диэлектрический слой, вставленный между брэгговским и металлическим зеркалами, является простым решением этой задачи. Этот дефект обеспечивает туннелирование фотонов через фотонную запрещенную зону и обеспечивает увеличение пропускания до 50 раз. Настройка полосы пропускания дефекта может быть достигнута заменой буферного слоя и металлического зеркала. Напротив, если металлический слой обладает периодичной гофрированной поверхностью опала, отдельный буферный слой больше не требуется из-за автоматического выполнения условий резонанса. Такие кристаллы с металлическими концевыми группами обычно обладают оптическими таммовскими поверхностными состояниями в своих стоп-зонах.

### 3. Заключение

Нами был сделан обзор в области дисперсионных соотношений на основе новых искусственных гетерогенных материалов. Создание пространственно-неоднородных ФК на основе опалов значительно расширяет их функциональные возможности. Как оказалось, к числу таких систем относятся фотонные гетерокристаллы, а также более сложные гибридные металло-диэлектрические плазмонно-фотонные кристаллы. Плазмоны, локализованные на металлических крышках коллоидных сфер, могут быть разрешены в спектрах гибридных кристаллов как недисперсионные полосы, которые изменяют внешний вид дифракционных и плазмонных резонансов гибридных кристаллов. В целом, величины вкладов поверхностных мод в оптические спектры гибридов сравнимы с величинами дифракционных резонансов трехмерных фотонных кристаллов. Следовательно, поверхностные моды создают полезный набор инструментов для целенаправленного управления свойствами фотонных кристаллов.

### Литература

1. Pendry, J.B. Negative refraction makes a perfect lens // *Physical Review Letters*. 2000. Vol. 85, № 18. P. 3966.
2. Engheta, N. An idea for thin subwavelength cavity resonators using metamaterials with negative permittivity and permeability // *Antennas and Wireless Propagation Letters, IEEE*. 2002. Vol. 1, № 1. P. 10-13.
3. Виноградов, А.П. Квантовая плазмоника метаматериалов: перспективы компенсации потерь при помощи спазеров / А.П. Виноградов, Е.С. Андрианов, А.А. Пухов, А.В. Дорофеев, А.А. Лисянский // *Успехи физических наук*. 2012. Т. 182, № 10. С. 1122-1130.
4. Andrianov, E. Loss compensation by spasers in plasmonic systems / E. Andrianov, D. Baranov, A. Pukhov, A. Dorofeev, A. Vinogradov, A. Lisyansky // *Optics Express*. 2013. Vol. 21, № 11. P. 13467-13478.
5. Ramakrishna, S.A. Removal of absorption and increase in resolution in a near-field lens via optical gain / S.A. Ramakrishna, J.B. Pendry // *Physical Review B*. 2003. Vol. 67, № 20. P. 201101.
6. Оптические свойства полупроводниковых квантовых точек / Санкт-Петербург: Наука, Федоров А.В., Рухленко И.Д., Баранов А.В., Кручинин С.Ю. 2011.
7. Kaputkina, N. «Horizontal» and «vertical» quantum-dot molecules / N. Kaputkina, Y.E. Lozovik // *Physics of the Solid State*. 1998. Vol. 40, № 11. P. 1929-1934.
8. Valitova, A.F. Improving the surface layer structure in opal-like plasmonic-photonic crystals for efficient excitation of optical Tamm states / A.F. Valitova, A.V. Koryukin, A.R. Gazizov, M.Kh. Salakhov // *Optical Materials*. 2020. Vol. 110. Art. № 110404.

9. Kaliteevski, M. Tamm plasmon-polaritons: Possible electromagnetic states at the interface of a metal and a dielectric Bragg mirror / M. Kaliteevski, I. Iorsh, S. Brand, R.A. Abram, J.M. Chamberlain, A.V. Kavokin, and I.A. Shelykh // *Phys. Rev. B*. 2007. Vol. 76, No. 16. P. 165415.
10. Белецкий, Н.Н. Влияние диэлектрической постоянной кристаллической решетки проводящей среды на резонансное взаимодействие электромагнитных волн в структуре дефектный фотонный кристалл–проводник / Н.Н. Белецкий, С.А. Борисенко, Н.И. Гвоздев // *Радиофизика и электроника*. 2013. Т. 4(18), № 3. С. 55-63.
11. Gadalla, M.N. Imaging of surface plasmon polaritons in low-loss highly metallic titanium nitride thin films in visible and infrared regimes / K. Chaudhary, Ch.M. Zgrabik, F. Capasso, E.L. HU // *Optics Express*. 2020. Vol. 28, No. 10. P. 14536-14546.
12. Morozov, K.M. Efficient UV Luminescence from Organic-Based Tamm Plasmon Structures Emitting in the Strong-Coupling Regime / K.M. Morozov, K.A. Ivanov, A.V. Belonovski, E.I. Girshova, D. de Sa Pereira, Ch. Menelaou, P. Pander, L.G. Franca, A.P. Monkman, G. Pozina, D.A. Livshits, N.V. Selenin, M.A. Kaliteevski // *J. Phys. Chem. C*. 2020. Vol. 124. P. 21656-21663.

# КОГЕРЕНТНОЕ УСИЛЕНИЕ СТОКСОВА И АНТИСТОКСОВА РАССЕЯНИЯ В ДЕФЕКТНЫХ УГЛЕРОДНЫХ НАНОПОКРЫТИЯХ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛОКОН

А.Р. Газизов, С.С. Харинцев, М.Х. Салахов

*Казанский (Приволжский) федеральный университет,  
Казань, 420008, ул. Кремлевская 16  
Академия наук Республики Татарстан  
Казань, 420111, ул. Баумана 20  
AlmaRGazizov@kpfu.ru*

## 1. Введение

В настоящее время в связи с ростом потребления энергии человечеством остро стоит вопрос об экономии природных ресурсов и разработке энергоэффективных устройств. Использование ископаемых топливных ресурсов для получения электроэнергии, с одной стороны, приводит к выбросам парниковых газов в атмосферу, а, с другой стороны, само по себе влечет за собой нагрев окружающей среды, т. к. КПД тепловых электростанций в общем случае ограничен. Всевозрастающее применение электронно-вычислительных машин (ЭВМ), в том числе и в сфере искусственного интеллекта, также ведет к большому выделению тепла. Активное охлаждение помещений, где расположены серверные ЭВМ, потребляет дополнительную энергию. Поэтому разработка технологий пассивного охлаждения приобретает особую важность.

Одним из способов пассивного охлаждения является антистоксово комбинационное рассеяние света (КРС) [1]. При КРС кванты света в веществе рассеиваются либо с рождением фонона (или изменением колебательного состояния в случае молекул), либо с поглощением фонона. Первый процесс называют стоксовым, а второй – антистоксовым [2]. При комнатных температурах обычно стоксово КРС намного превышает антистоксово. Это происходит вследствие того, что населенности колебательных состояний и фононы подчиняются статистике Бозе-Эйнштейна. Более того, характерные энергии колебательных состояний одного порядка с энергией теплового кванта комнатной температуры  $k_B T$ , где  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $T$  – температура. Поэтому антистоксов процесс может служить механизмом охлаждения вещества. В настоящее время за счет усиления антистоксова КРС было достигнуто охлаждение вещества на 40 К ниже температуры окружающей среды [3].

Данная работа посвящена теоретическому исследованию возможностей усиления стоксова и антистоксова КРС в углеродных нанопокровках. Помимо зарекомендовавших себя защитных свойств углеродные материалы обладают биосовместимостью, а также потенциалом функционализации различными органическими группами. Дополнительное КРС может происходить на дефектах структуры. Более того, умеренные значения волновых чисел наиболее активных линий в спектре КРС ( $> 1000 \text{ см}^{-1}$ ) способствуют использованию достаточно широких плазмонных резонансов в наночастицах для усиления именно антистоксова процесса. В качестве углеродного материала в работе рассматривается оксид графена толщиной 10 нм. Оптические параметры фрагментов оксида графена, функционализированных гидроксильными группами, были получены по расчетам на основе теории функционала плотности (DFT). Наши результаты могут быть использованы для дизайна материалов, использующихся в покрытиях для радиационного охлаждения.

## 2. Моделирование нанопокрывтия

Рассматриваемая система состоит из однородного слоя оксида графена, на поверхности которого располагаются функциональные гидроксильные группы, и вытянутой золотой наночастицы, играющей роль оптической наноантенны. Нанопокрывтие расположено на подложке, однако из соображений вычислительной простоты мы принимаем диэлектрическую проницаемость подложки равной проницаемости углеродного покрытия. Вследствие анизотропии оксида графена наноантенна должна быть расположена наклонно к поверхности для усиления поперечных компонент падающего поля [4]. В этой работе мы считаем угол наклона равным  $45^\circ$ .

Для того чтобы определить рассеянное поле  $\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)$  на частоте падающего света в различных точках углеродного слоя, можно использовать метод тензорной функции Грина. Вследствие сравнительно большого показателя преломления оксида графена [5] необходимо рассчитать взаимодействие наночастицы и углеродного слоя. Оптическая наноантенна и углеродный слой, активный в КРС, представляются в виде элементарных диполей. Однако в отличие от метода дискретно-дипольной аппроксимации, при взаимодействии с падающим светом наноантенна в данной работе рассматривается как единый точечный диполь с поляризуемостью золотого наносфероида, расположенный в центре кривизны вершины. В то же время индукция ближнего поля на наноантенне определяется по квазистатической теории изображений для поляризуемого шара [6]. Локальное электрическое поле  $\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)$  в точке  $\mathbf{r}_n$  в этой модели записывается в виде:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_n) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_n) + \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_0) \hat{\alpha}_p \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0) + \sum_z \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_z) \bar{\mathbf{M}}_{\text{im}}(z, \mathbf{r}_0) \bar{\mathbf{R}}_{\text{sub}} \alpha_p \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0), \quad (1)$$

где  $\mathbf{E}_0$  – падающее поле,  $\alpha_p$  – поляризуемости наночастицы в точке  $\mathbf{r}_0$ ,  $\mathbf{G}$  – тензорная функция Грина,  $\mathbf{R}_{\text{sub}}$  – квазистатический тензор отражения,  $\mathbf{M}_{\text{im}}$  – обобщенный пропагатор задачи электростатической индукции взаимной системы изображений поляризуемого шара и подложки, который является решением интегрального уравнения:

$$\bar{\mathbf{M}}_{\text{im}}(z, \mathbf{r}_0) = \bar{\mathbf{M}}_0(z, \mathbf{r}_0) + \int_{z' \in I} \bar{\mathbf{M}}_0(z, z') \bar{\mathbf{R}}_{\text{sub}} \bar{\mathbf{M}}_{\text{im}}(z', \mathbf{r}_0) dz'. \quad (2)$$

Тензор  $\mathbf{M}_0$  соответствует невозмущенной индукции системы изображений точечного диполя на поляризуемом шаре [6]. Данное уравнение мы решаем в дискретизованном виде, заменяя интеграл суммой.

Одним из замечательных свойств оксида графена является малое поглощение при наличии резонансных электронных переходов в видимом спектре, которые видны в эллипсометрических экспериментах [5]. Подбирая функциональные группы и их долю заполнения поверхности можно дополнительно усилить антистоксово КРС. Для резонансного КРС тензор поляризуемости приближенно можно оценить по формуле [7]:

$$(\alpha_{\rho\sigma}^R)_{sf} = \frac{1}{\hbar} \sum_r \frac{(M_\rho)_{fr} (M_\sigma)_{rs}}{\omega_{rs} - \omega - i\Gamma_r} + \frac{(M_\sigma)_{fr} (M_\rho)_{rs}}{\omega_{rf} + \omega + i\Gamma_r}, \quad (3)$$

где индексом «s» обозначено начальное состояние, индексом «r» – промежуточные состояния, индексом «f» – конечное состояние,  $M$  – матричные элементы оператора дипольного момента перехода,  $\Gamma$  – ширина возбужденного уровня. Отметим, что при данном подходе мы пренебрегаем эффектами электронно-колебательной связи.

Для моделирования энергии переходов и ширины уровней были взяты из экспериментальной работы [5]. При доле покрытия поверхности листа графена гидроксильными группами 50-75% энергия перехода лежит в интервале 1.8-2.6 эВ. Карбонильная группа добавляет резонансный переход с энергией ~4 эВ. Более того, из-

за анизотропии оксида графена параметры резонансных переходов не совпадают для различных компонент тензора КРС. Это позволяет говорить о селективном усилении линий электронного КРС в зависимости от типа симметрии колебания. Следует отметить, что в формуле (3) матричные элементы операторов момента вычисляются в невозмущенном базисе, поэтому они могут быть получены из квантовохимических расчетов. В нашей упрощенной модели был взят фрагмент графена только с гидроксильными группами, и получены статические поляризуемости на уровне B3LYP-D3/def2-TZVP. Ориентация молекулы определяется согласно главным осям тензора инерции. Полученные тензоры КРС далее используются для нахождения элементарных дипольных моментов на стоксовой и антистоксовой частоте. Вследствие того, что функциональные группы имеют произвольную ориентацию, каждый дипольный момент был повернут в пространстве на произвольные углы.

Определив пропагатор задачи (2) и подставив его в уравнение (1), можно найти коэффициент усиления локального поля после усреднения по всем элементарным диполям. Аналогичным образом находится полный тензор усиления для каждой точки, в которой расположен элементарный активный диполь на каждой смещенной частоте стоксова и антистоксова КРС. По теореме взаимности эрмитово-сопряженный тензор усиления будет описывать распространение поля и индукцию ближнего поля на смещенной частоте КРС. Можно подобрать параметры дисперсии материала углеродного слоя и параметры наночастицы так, чтобы полоса плазмонного резонанса приходилась на антистоксову часть спектра КРС. На рис. 1 показан пример такого подбора. Видно, что антистоксовы линии испытывают в среднем по всем диполям большее усиление, причем величина коэффициента усиления превосходит отношение стоксовой интенсивности к антистоксовой  $I_s/I_{as}$  для данных волновых чисел при комнатной температуре ( $\sim 300$  К).

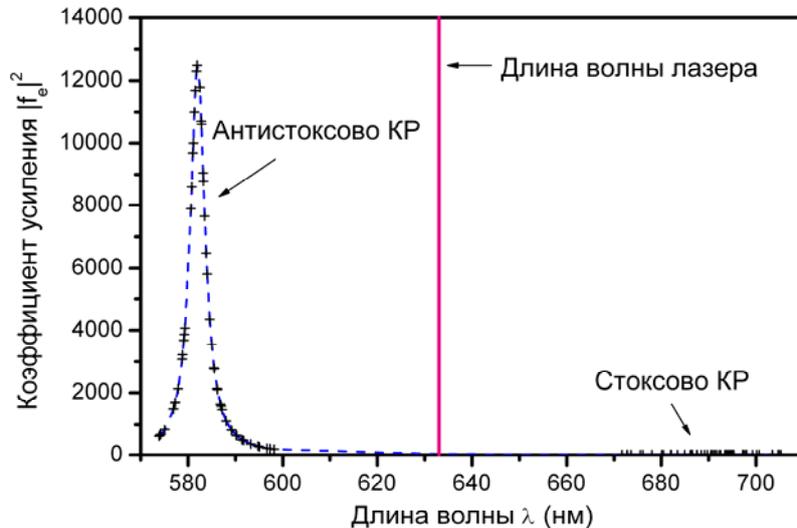


Рис. 1. Зависимость среднего коэффициента усиления интенсивности поля  $|f_e|^2$  от длины волны. Вертикальной линией обозначена длина волны падающего света. Знаками «+» обозначены частоты рассеянного света.

Результирующая активность колебательной моды в КРС с учетом частичной когерентности колебаний дипольного момента на смещенной частоте равна:

$$S(\omega_k) = \iint \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{r}_n, \omega_k) \mathbf{p}(\mathbf{r}_n, \omega_k) \mathbf{p}^T(\mathbf{r}_m, \omega_k) \bar{\mathbf{F}}^T(\mathbf{r}_m, \omega_k) g(|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m|) d\mathbf{r}_n d\mathbf{r}_m. \quad (4)$$

Здесь  $g(|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m|)$  – функция корреляции фононных колебаний на смещенной частоте. Традиционно спонтанное КРС считается некогерентным процессом. В различных углеродных материалах длина когерентности фонона равна десяткам нанометров, что

сравнимо с величиной локализации ближнего поля. В связи с этим в фотонике ближнего поля становится возможным когерентный режим спонтанного КРС. На рис. 2 приведены результаты моделирования рассеяния при когерентном и некогерентном усиленном КРС. Интенсивности КРС определялись по формуле:

$$I(\omega_k) = A \frac{\omega_k^4}{\Omega_k} \frac{S(\omega_k)}{\exp(-h\Omega_k/k_B T) - 1}, \quad (5)$$

где сдвиги частоты  $\Omega$   $k$ -того колебания считаются положительными для антистоксова процесса и отрицательными для стоксова процесса.

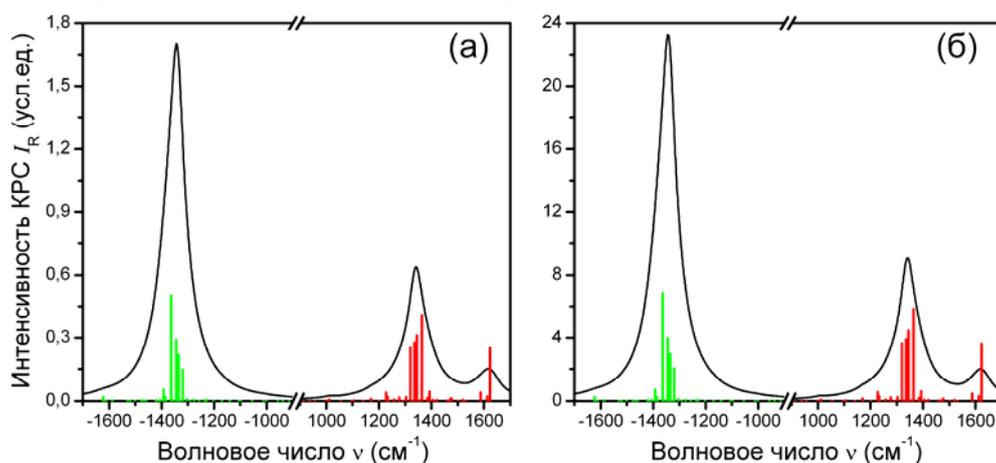


Рис. 2. Интенсивности стоксова и антистоксова КРС при некогерентном (а) и когерентном (б) режиме рассеяния. Вертикальными отрезками обозначены активности линий, антистоксовы активности уменьшены в 1000 раз.

В заключение отметим, когерентность КРС придает большее усиление стоксовой части спектра вследствие большей длины волны света и, следовательно, сфазированности диполей. В целом, углеродные покрытия, функционализированные гидроксильными группами, при наличии наночастиц и вследствие малого поглощения являются перспективным материалом для технологии радиационного охлаждения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Гранта РФФ (№19-12-00066).

## Литература

1. Chen Y.-Ch., Bahl G. Raman cooling of solids through photonic density of states engineering // *Optica*. 2015. V. 2. P. 893–899.
2. Сущинский, М.М. Спектры комбинационного рассеяния молекул и кристаллов. М. : Наука, 1969. 576 с.
3. Zhang J., et al. Laser cooling of a semiconductor by 40 kelvin // *Nature*. 2013. V. 493. P. 504–508.
4. Gazizov A.R., Salakhov M.K., Kharintsev S.S. Tip-modified Raman tensor of a porphine molecule // *J Raman Spectrosc.* 2020. V. 51. P. 442–451.
5. Schöche S., et al. Optical properties of graphene oxide and reduced graphene oxide determined by spectroscopic ellipsometry // *Appl. Surf. Sci.* 2017. V. 421. P. 778–782.
6. Lindell I.V., Sten J. C.-E., Kleinman R. E. Low-frequency image theory for the dielectric sphere // *J. Electromagnet. Wave.* 1994. V. 8. P. 295–313.
7. Sonnich Mortensen O., Koningstein J.A. Electronic Raman effect. II. // *J. Chem. Phys.* 1968. V. 48. P. 3971–3977.

# ОПТИМИЗАЦИЯ СХЕМЫ КАЛИБРОВКИ ПЕРЕСТРАИВАЕМОГО ЛАЗЕРА НА ОСНОВЕ ЧАСТОТНОЙ ГРЕБЕНКИ

Р.Р. Галиев, Н.М. Кондратьев, В.Е. Лобанов, И.А. Биленко

Российский квантовый центр, 121205, г. Москва, Территория Инновационного Центра «Сколково», Большой бульвар, д. 30, стр. 1.  
e-mail: ramzil.galiev@gmail.com

Широкополосная спектроскопия, сочетающая точность частотных гребенок на основе волоконного лазера, широко используется для различных прецизионных приложений [1-3]. Схема лазера с непрерывной частотной модуляцией, откалиброванного опорной гребенкой, обеспечивает широкополосную и быструю спектроскопию с полосой пропускания более 4 ТГц при скорости сканирования до 1 ТГц/с и разрешении более 1 МГц [1]. Схема широко применялась в экспериментах, но детальной теоретической модели, позволяющей повысить ее точность, не существует. Кроме того, в рассматриваемой схеме частотная гребенка на основе волоконного лазера может быть заменена частотными гребенками Керра, генерируемыми в компактном резонаторе на моде шепчущей галереи (МШГ) [4].

В данной работе мы подробно анализируем схему калибровки перестраиваемого лазера частотной гребенкой и исследуем точность измерения частоты лазера. В этой схеме момент времени, когда частота перестраиваемого лазера совпадает с частотой линии опорной частотной гребенки, детектируют путем фильтрации сигнала гетеродина между частотой гребенки и перестраиваемого лазера узкополосным фильтром. В данной работе мы проанализировали зависимость точности измерения мгновенной частоты от скорости развертки частоты, параметров полосы пропускания фильтра, фазового шума лазера и опорной частотной гребенки. В этой работе мы представляем оптимальное соотношение скорости перестройки частоты и ширины полосы фильтра для разных типов фазового шума и узкополосного фильтра, обеспечивающего наивысшую точность калибровки частоты.

На схеме калибровки лазера сигналы биения опорной частотной гребенки и перестраиваемого лазера детектируются на фотодетекторе. Сигнал фотодетектора пропускается через узкополосный фильтр. Узкополосный фильтр отфильтровывает высокочастотный сигнал фототока. Поскольку полоса пропускания фильтра меньше межмодового расстояния частотной гребенки, входной сигнал фильтра можно рассматривать как сигнал биения частоты перестраиваемого лазера и ближайшей линии гребенки. Описанный подход упрощает численный анализ.

Отфильтрованный узкополосным фильтром сигнал биения перестраиваемого лазера и линии гребенки можно представить в виде свертки сигнала биения и импульсной характеристики фильтра:

$$P(t) = P_0 \left| \int_0^T g(\tilde{t}) \exp [i \pi v (t - \tilde{t})^2 [i 2 \pi \phi(\tilde{t} + t) d \tilde{t} ] \right|,$$

где  $g(\tilde{t})$  - импульсная характеристика фильтра,  $\exp [i \pi v (t - \tilde{t})^2]$  - сигнал биения перестраиваемого лазера и линии гребенки,  $v$  - скорость развертки частоты лазера,  $2 \pi \phi(\tilde{t} + t)$  - фазовый шум линии гребенки и частоты лазера. В модели учитывался фликкер и белый шум со следующей спектральной плотностью фазового  $S_\phi(f)$  и частотного шума  $S_\nu(f)$  соответственно:

$$S_\phi(f) = \frac{h_0}{f^2} + \frac{h_1}{f^3}, S_\nu(f) = h_0 + \frac{h_1}{f}.$$

Результаты численного моделирования отфильтрованного сигнала биения представлены на рис.1., где время для репрезентативности нормировано на скорость

развертки лазера и ширину фильтра  $\xi = \frac{vt}{B}$ . Для калибровки лазера опорной частотной гребенкой необходимо точно детектировать момент времени, когда частота перестраиваемого лазера совпадает с линией опорной частотной гребенки, что соответствует  $\xi = 0$  (рис. 1). К сожалению, в эксперименте данный момент нельзя точно детектировать, так как из-за фазового шума линии гребенки и частоты лазера сигнал биения искажается (рис. 1). В данной работе мы рассмотрели два метода оценки нулевого значения  $\xi$ : метод максимального значения  $\xi_{P_{max}}$  и метод центра масс  $\xi_c$ :

$$\xi_{P_{max}} = \operatorname{argmax}[P(\xi)],$$

$$\xi_c = \frac{\int_{\xi_{P_{max}} - \Delta\xi_R}^{\xi_{P_{max}} + \Delta\xi_R} \xi P(\xi) d\xi}{\int_{\xi_{P_{max}} - \Delta\xi_R}^{\xi_{P_{max}} + \Delta\xi_R} P(\xi) d\xi},$$

где  $\Delta \xi_R = 20$  - пределы интегрирования (рис. 1). Пределы интегрирования подбираются так, чтобы захватить всю область отфильтрованного сигнала.

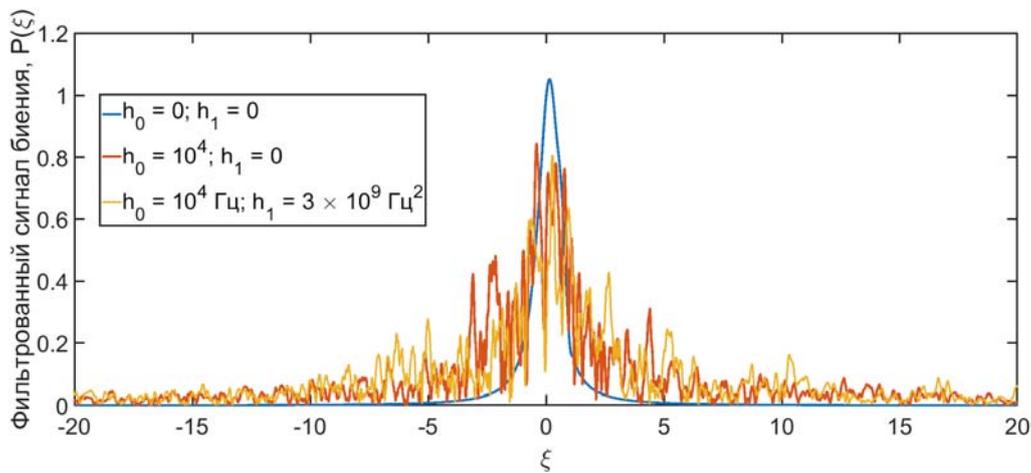


Рис. 1. Огибающая отфильтрованного гетеродинного сигнала лазера и частотной гребенки с разным уровнем фазового шума.

Для сравнения двух методов оценки мы численно сгенерировали  $N = 1000$  сигналов биения. Для каждого сигнала были просчитаны обе оценки  $\xi_{P_{max}}$  и  $\xi_c$ . Результаты оценок представлены в виде гистограммы на рис. 2, где левая панель есть оценка методом максимального значения и правая панель - оценка методом центра масс. Оказалось, что девиация ошибки оценки методом центра масс меньше по сравнению с девиацией ошибки оценки методом максимального значения (рис.2).

Для подбора оптимальных параметров схемы калибровки лазера была построена зависимость девиации ошибки оценки  $\xi_{P_{max}}$  и  $\xi_c$  от ширины узкополосного фильтра для разных уровней частотных шумов (рис. 3, 4). На рис. 4 построена зависимость девиации ошибки, рассчитанной для фиксированного значения скорости развертки частоты лазера и различных значений полосового фильтра. Для расчета девиации ошибки было проведено численное моделирование 1000 реализаций сигнала для каждого значения ширины полосы фильтра. Доверительные интервалы отклонения ошибок калибровки рассчитывались методом “складного ножа”. Оказалось, что подход центра масс демонстрирует меньшее значение отклонения ошибки на всем диапазоне (рис. 3). Численный анализ показал, что девиация ошибки пропорциональна квадратному корню ширины фильтра. Минимально допустимый уровень ширины пропускающего полосового фильтра можно оценить с помощью ограничения, согласно

которому время, необходимое ноте биений для прохождения полосового фильтра, должно быть меньше, чем время отклика фильтра. Из-за данного ограничения девиация ошибки выходит на плато при малых значениях ширины полосы пропускания фильтра (рис.3, 4).

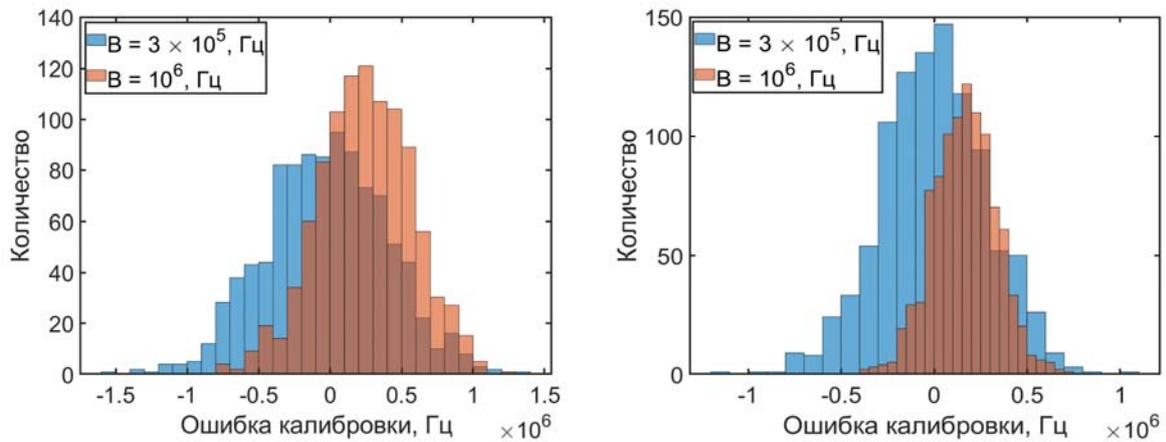


Рис. 2. Распределение максимального отфильтрованного сигнала биения лазера и частотной гребенки с различной полосой пропускания фильтра (слева); распределение центра масс отфильтрованного сигнала биения лазера и частотной гребенки с различной шириной полосы фильтра (справа).

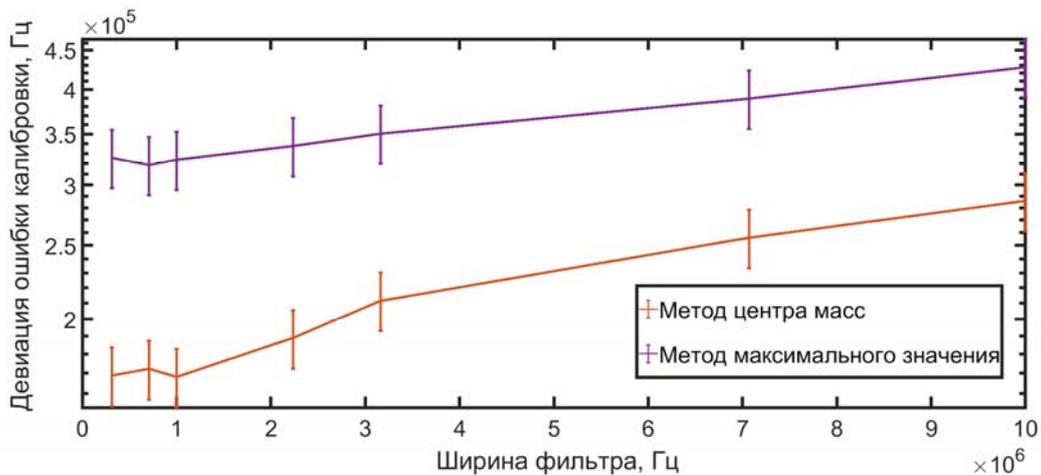


Рис. 3. Девиация ошибки калибровки при фиксированном значении скорости перестройки частоты лазера  $\nu = 3 \times 10^{11}$  Гц/с и частотного шума  $h_0 = 10^4$  Гц,  $h_1 = 3 \times 10^9$  Гц<sup>2</sup>. Оранжевая линия соответствует методу центра масс, а пурпурная линия - методу максимального значения.

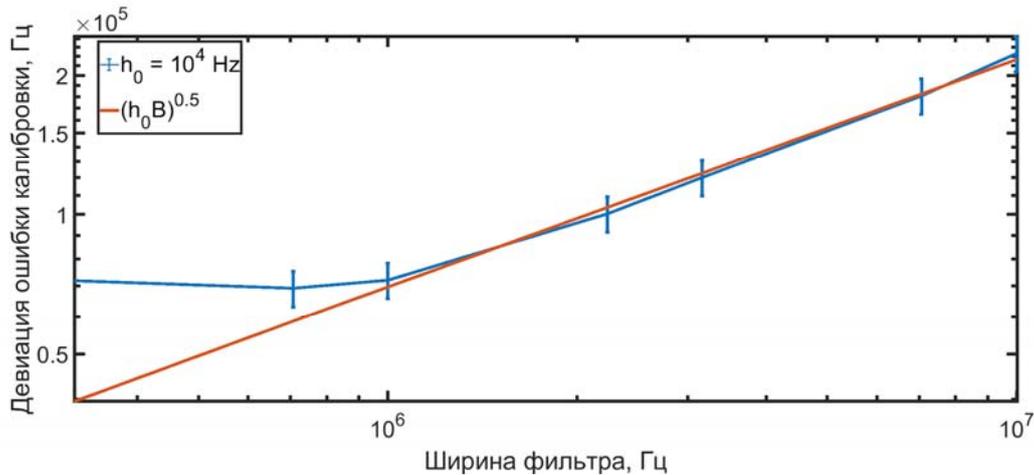


Рис.4. Синяя линия - девиация ошибки калибровки для фиксированного значения скорости развертки частоты  $\nu = 3 \times 10^{11}$  Гц/с и белого частотного шума  $h_0 = 10^4$  Гц. Оранжевая линия означает аппроксимацию  $\sqrt{h_0 B}$ .

Таким образом, нами подробно проанализированы два подхода измерения частоты перестраиваемого лазера схемой фильтрации сигнала биения лазера с опорной частотной гребенкой. Для определения девиации ошибки калибровки рассматриваемых подходов были построены графики распределения рассчитанной частоты для каждого подхода. Оказалось, что подход центра масс более точен, чем подход максимального значения. Для поиска оптимальных параметров схемы была рассчитана зависимость девиации ошибки калибровки от ширины полосы фильтра. Мы обнаружили, что отклонение погрешности калибровочной частоты пропорционально  $\sqrt{h_0 B}$  в случае белого частотного шума. Например, для значений  $h_0 = 10^4$  Гц,  $h_1 = 3 \times 10^9$  Гц<sup>2</sup> и  $\nu = 3 \times 10^{11}$  Гц/с оптимальная ширина полосы фильтра составляет около 1 МГц. Минимальный уровень полосы пропускания полосового фильтра можно оценить с помощью ограничения, согласно которому время, необходимое сигналу биения для прохождения полосового фильтра, должно быть больше времени отклика фильтра. Для данной скорости развертки и частотного шума было обнаружено, что влияние фликкер-шума незначительно по сравнению с белым шумом из-за малого времени интегрирования.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ (проект 20-12-00344).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Del'Haye et al. Frequency comb assisted diode laser spectroscopy for measurement of microcavity dispersion. *Nature Photonics*, 2009. Vol. 3. P. 529-533.
2. E. Bauman et al. Comb-calibrated frequency-modulated continuous-wave ladar for absolute distance measurements. *Opt. Lett.* 2013. Vol.38. P. 2026-2028.
3. J. Dale et al. Multi-channel absolute distance measurement system with sub ppm-accuracy and 20 m range using frequency scanning interferometry and gas absorption cells. *Opt. Express*. 2014. Vol.20. P. 24869-24893.
4. G.N. Pavlov et al, Narrow-linewidth lasing and soliton Kerr microcombs with ordinary laser diodes. *Nat. Phot.* 2018. Vol. 12. P. 694-698.

# МОДИФИКАЦИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОНА С СОБСТВЕННЫМ ПОЛЕМ ИЗЛУЧЕНИЯ В ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛАХ С БОЛЬШИМ ОПТИЧЕСКИМ КОНТРАСТОМ

Р.Х. Гайнутдинов<sup>1,2</sup>, А.И. Гарифуллин<sup>1</sup>, М.А. Хамадеев<sup>1,2</sup>, М.Х. Салахов<sup>2,1</sup>

<sup>1</sup>Казанский федеральный университет, 420008, Казань, ул. Кремлевская, 18

<sup>2</sup>Академия наук Республики Татарстан, 420111, Казань, ул. Баумана, 20

e-mail: adel-garifullin@mail.ru

## 1. Введение

Фотонные кристаллы (ФК), образованные периодическим расположением в пространственных направлениях двух и более диэлектриков с различными показателями преломления, представляют большой интерес для фотоники и квантовых технологий благодаря возможности управления в широком спектральном диапазоне такими оптическими характеристиками и свойствами, как дисперсионные соотношения, ширина фотонной запрещенной зоны, плотность состояний [1]. ФК являются перспективной средой для наблюдения и исследования квантово-электродинамических эффектов как управление спонтанным излучением атомов, квантовых точек, кубитов, помещенных в периодическую структуру ФК [2], усиление квантовой интерференции и создание темных состояний [3], управление массой электрона [4].

В работе [4] был предсказан эффект, заключающийся в том, что сильная модификация электромагнитного взаимодействия в полостях ФК приводит к изменению электромагнитной массы помещенных в них электронов. Согласно принципу Крамерса, физически наблюдаемая масса электрона  $m_e$  представляется в виде суммы механической или затравочной массы  $m_0$  и электромагнитной массы  $m_{em}$ , которая формируется благодаря взаимодействию электрона с собственным полем излучения. Электромагнитная масса не измерима в эксперименте в связи с неперенормируемой ультрафиолетовой расходимостью [5]. Модификация электромагнитного взаимодействия в среде ФК приводит к поправке  $\delta m_{pc}$  электромагнитной массы  $m_{em}$ , которая не наблюдается в свободном пространстве. Данная поправка  $\delta m_{pc}$  является конечной величиной и может быть рассчитана. Отличительной особенностью вклада  $\delta m_{pc}$  является его зависимость от направления импульса электрона в ФК, и данная зависимость приводит к значительному сдвигу уровней энергии атомов, помещенных в полость периодической структуры, сопоставимому по величине с обычными атомными переходами.

Имея возможность управления уровнями энергий атомов, мы можем управлять их энергией ионизации. В связи с этим целью данной работы было исследование поправок к энергии ионизации атомов водорода, щелочных и щелочноземельных металлов, помещенных в полости одномерного фотонного кристалла. Мы показываем, как изменяется поправка к энергии ионизации данных атомов от оптической контрастности одномерного ФК. В качестве оптически плотных слоев фотонного кристалла взят метаматериал, состоящий из золотых наночастиц с диэлектрической матрицей на основе  $\text{HfO}_2$  [6, 7]. Расчет дисперсионных соотношений проводился численно по методу матриц перехода (ТММ) [8], расчет электромагнитного поля осуществлялся с применением метода плоских волн (PWE) [1].

## 2. Результаты и их обсуждение

В связи с модификацией взаимодействия заряженной частицы с собственным полем излучения вклад в энергию электрона в ФК будет отличаться от вклада в случае вакуума. Это проявляется в изменении массы электрона и сдвиге энергетических уровней изолированного атома в среде фотонного кристалла [4]. Наблюдаемой поправки (1) соответствует оператор, зависящий от импульса электрона  $\mathbf{p}$ :

$$\begin{aligned} \delta m_{pc}(\hat{\mathbf{I}}_p) &= \Delta m_{em}^{pc}(\hat{\mathbf{I}}_p) - \Delta m_{em} = \\ &= \frac{\alpha}{\pi^2} \left[ \sum_n \int_{FBZ} \frac{d^3\mathbf{k}}{\omega_{kn}^2} \sum_{\mathbf{G}} |\hat{\mathbf{I}}_p \cdot \mathbf{E}_{kn}(\mathbf{G})|^2 - \int \frac{d^3\mathbf{k}}{2k^2} \sum_{\lambda=1}^2 |\hat{\mathbf{I}}_p \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{\lambda}(\mathbf{k})|^2 \right], \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\mathbf{I}_p$  – оператор направления импульса электрона,  $\alpha$  – постоянная тонкой структуры,  $\omega_{kn}(\mathbf{k})$  – дисперсионные соотношения, определяющие связь энергии фотона с его импульсом в рассматриваемой среде,  $\mathbf{E}_{kn}(\mathbf{G})$  – вектор электрической компоненты блоховского фотона,  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\lambda}(\mathbf{k})$  – единичный вектор поляризации электрического поля в вакууме, суммирование в ряд по плоским волнам выполняется по семейству векторов обратной решетки  $\mathbf{G} = N_1\mathbf{b}_1 + N_2\mathbf{b}_2 + N_3\mathbf{b}_3$ , интегрирование в обратном пространстве осуществляется в первой зоне Бриллюэна (FBZ) [8].

Рассмотрим процесс ионизации, определяемый переходом внешнего, валентного электрона, атома водорода, щелочных и щелочноземельных металлов, помещенных в полости одномерного фотонного кристалла. Нижнее состояние является основным состоянием атома ( $S$ -состояние), верхнее состояние является свободным состоянием. Разница между энергиями этих состояний определяет энергию связи электрона. В случае среды ФК энергия связи зависит от направления импульса свободного электрона  $\mathbf{p}$ , при этом данная энергия влияет на конфигурации связей в молекулах. Однако первоначально среда ФК влияет на энергию ионизации атомов, которая определяется как минимальная энергия, необходимая для отрыва электрона из атома и его перемещения на бесконечность. Тогда поправка к энергии ионизации принимает вид:

$$\delta E_{ion}^{pc} = \delta m_{pc}^{min} - \delta m_{pc}^{l,m}, \quad (2)$$

где  $\delta m_{pc}^{min}$  – минимальная поправка к массе свободного электрона, определяемая выражением (1), второе слагаемое есть поправка к массе атомарного электрона в  $s$ -состоянии

$$\delta m_{pc}^{l,m} = \langle \Psi | \delta m_{pc}(\hat{\mathbf{I}}_p) | \Psi \rangle = \langle l, m_l | \delta m_{pc}(\hat{\mathbf{I}}_p) | l, m_l \rangle.$$

Для случая атома водорода, щелочных и щелочноземельных металлов  $l = 0$ ,  $m_l = 0$ . Таким образом, поправка к энергии ионизации может быть представлена в виде [9]:

$$\delta E_{ion}^{pc} = -\frac{2\alpha}{3\pi} \sum_{n,G} \left[ \int k_p dk_p \int_{FBZ} dk_z \left( \frac{|E_{kn1}(G)|^2}{\omega_{kn1}^2} \cdot \frac{k_{Gz}^2 - 2k_p^2}{k_p^2 + k_{Gz}^2} + \frac{|E_{kn2}(G)|^2}{\omega_{kn2}^2} \right) \right], \quad (3)$$

где интегрирование в обратном пространстве выполняется в цилиндрической симметрии одномерного ФК,  $E_{kn\lambda}(G)$  – поперечные компоненты электрического поля ( $\lambda = 1, 2$ ),  $k_{Gz} = k_z + G$ .

Функции дисперсии оптически плотных слоев одномерного ФК – слоев метаматериала, состоящего из золотых наночастиц с диэлектрической матрицей на основе  $\text{HfO}_2$  [6, 7], представлена на рис. 1. Рассчитанные по данным функциям поправки к энергии ионизации атомов представлены на рис. 2.

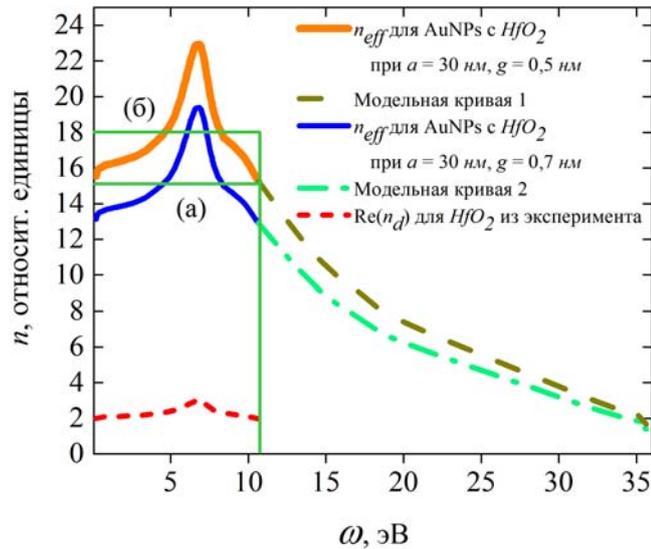


Рис. 1. Функции дисперсии  $n_{eff}(\omega)$  для метаматериала, состоящего из ансамбля наночастиц золота (AuNPs), покрытого  $HfO_2$  (толстая сплошная оранжевая и голубая линии). Зависимости получены из экспериментальной кривой ( $n_d(\omega) \approx \sqrt{\epsilon_d(\omega)}$  для  $HfO_2$ ) (красная штриховая кривая) [7] с использованием модели эффективной среды, при которой  $n_{eff}(\omega) = [(a/g)\epsilon_d(\omega)]^{1/2}$  [6],  $a = 30$  нм,  $g = 0,7$  нм (толстая сплошная оранжевая линия) и  $a = 30$  нм,  $g = 0,5$  нм (толстая сплошная голубая линия). Оставшиеся части кривых были продолжены таким образом, что при высоких энергиях фотонов  $n_{eff} \rightarrow 1$  (коричневая пунктирная и зеленая штрих-пунктирная линии). Средние значения показателя преломления (а)  $n_{eff} = 15$  и (б)  $n_{eff} = 18$  даны для первой и второй спектральных линий при максимальной частоте фотонов  $\omega_{kn}^{max} = 10,65$  эВ.

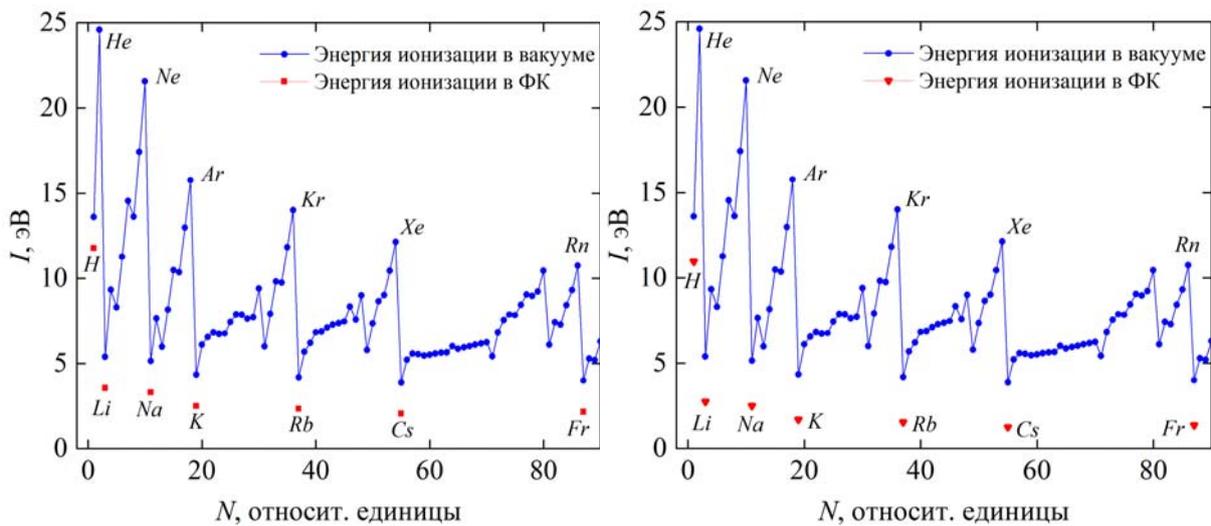


Рис. 2. Сравнение энергии ионизации атома водорода, щелочных и щелочноземельных металлов для случая вакуума (синие точки) и среды ФК (красные квадраты и треугольники) на основе метаматериала с  $a = 30$  нм,  $g = 0,7$  нм (квадраты) и  $a = 30$  нм,  $g = 0,5$  нм (треугольники). Поправка к энергии ионизации равна  $\delta E_{ion1}^{pc} = -1,82$  эВ (квадраты) и  $\delta E_{ion2}^{pc} = -2,64$  эВ (треугольники).

### 3. Выводы

Мы показали, что модификация взаимодействия атома, помещенного в вакуумные полости фотонного кристалла, с собственным полем излучения приводит к значительному изменению его энергии ионизации. Абсолютная величина поправки к энергии ионизации значительно возрастает вместе с увеличением показателя преломления оптически плотных слоев фотонного кристалла. Вместе с этим исследуемый эффект значительно усиливается и является контролируемым при использовании в качестве таких слоев метаматериалов с высоким показателем преломления. Контроль геометрических и оптических параметров метаматериала может позволить контролировать химические реакции, которые значительно зависят от энергии ионизации взаимодействующих атомов.

### Литература

1. Sakoda K. Optical Properties of Photonic Crystals // Springer. 2001. P. 213.
2. Wang W. et al. Enhanced quantum dots spontaneous emission with metamaterial perfect absorbers // Appl. Phys. Lett. 2019. V. 114. P. 021103.
3. Song G., Xu J., Yang Y. Quantum interference between Zeeman levels near structures made of left-handed materials and matched zero-index metamaterials // Phys. Rev. A. 2014. V. 89. P. 053830.
4. Gainutdinov R.Kh., Khamadeev M.A., Salakhov M.Kh. Electron rest mass and energy levels of atoms in the photonic crystal medium // Phys. Rev. A. 2012. V. 85. 053836(1-7).
5. Bjorken, J. D., Drell, S. D. Relativistic quantum mechanics // McGraw-Hill. 1965. P. 178.
6. Chung K. et al. Optical effective media with independent control of permittivity and permeability based on conductive particles // Appl. Phys. Lett. 2016. V. 109. P. 021114.
7. Franta D., Nečas D., Ohlídal I. Universal dispersion model for characterization of optical thin films over a wide spectral range: application to hafnia // Appl. Opt. 2015. V. 54. P. 9108-9119.
8. Skorobogatiy M., Yang J. Fundamentals of Photonic Crystal Guiding // Cambridge Univ. Press. 2009. P. 72.
9. Gainutdinov R. K. et al. Ionization energy of atoms in photonic crystals // arXiv preprint arXiv:1912.05336. 2019. P. 1-13.

# УПРАВЛЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИМИ ОПЕРАЦИЯМИ В ОПТИЧЕСКОЙ ЭХО-ГОЛОГРАФИИ ВНЕШНИМИ ПРОСТРАНСТВЕННО НЕОДНОРОДНЫМИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ ПОЛЯМИ

Г.И. Гарнаева, Л.А. Нефедьев, Э.И. Низамова

*Казанский (Приволжский) федеральный университет,  
г. Казань, ул. Кремлевская, 16а*

e-mail: guzka-1@yandex.ru, nefediev@yandex.ru, enizamova@yandex.ru

## 1. Введение

Использование стимулированных эхо-голограмм позволяет записывать, воспроизводить и преобразовывать изображения. Так как сами изображения представляют собой множества точек, то для их преобразования подходят логические операции с множествами.

Оптимальные варианты фильтрации и преобразования изображений связаны с многоимпульсным возбуждением резонансной среды. Наиболее эффективной является запись информации в режиме аккумулированной долгоживущей эхо-голограммы (АДЭГ). В этом случае на резонансную среду воздействует последовательность нескольких пар возбуждающих лазерных импульсов. Каждая такая пара вместе со считывающим импульсом вызывает в один и тот же момент времени генерацию отклика долгоживущего фотонного эха (ДФЭ). Таким образом, сигнал АДЭГ, генерируемый резонансной средой после воздействия  $N$  пар возбуждающих импульсов и одного считывающего импульса, представляет собой суперпозицию сигналов ДФЭ. В работе рассмотрена реализация ряда логических операций над изображениями с использованием АДЭГ. Для управления этими логическими операциями наиболее перспективным является эффект "запираания" эхо-голографической информации, что означает создание таких условий, при которых записанная информация не может проявиться в виде отклика резонансной среды, что может быть осуществлено путём нарушения частотно-временной корреляции неоднородного уширения резонансной линии на различных временных интервалах. Частотно-временная корреляция неоднородно уширенной линии резонансного перехода связана с жёстким соответствием отдельных монокромат линии на различных временных интервалах. Каждая монокромата неоднородно уширенной линии образуется совокупностью атомов (молекул, ионов), находящихся в одинаковых условиях, но распределённых в объёме образца случайным образом. Т.е. речь идёт об обратимом разрушении фазовой памяти резонансной среды с возможностью её восстановления. Такого эффекта можно достичь путём воздействия на резонансную среду на различных временных интервалах различными пространственно-неоднородными внешними возмущениями, приводящими к случайным сдвигам или расщеплениям исходных монокромат неоднородно уширенной линии.

Отметим, что в работе [1] был теоретически предсказан и экспериментально подтверждён эффект запираания ДФЭ в кристалле  $\text{LaF}_3:\text{Pr}^{3+}$  (переход  $^3H_4 - ^3P_0$ ,  $\lambda=477,7$  нм) при воздействии на временном интервале между первым и вторым лазерными импульсами неоднородного электрического поля. В работе [2] была исследована эффективность подавления отклика стимулированного фотонного эха (СФЭ) при различных схемах воздействия на резонансную среду пространственно неоднородных электрических полей.

## 2. Основные уравнения

На рис.1 приведена последовательность возбуждающих импульсов, используемая при реализации логических операций симметрическая разность, объединения множеств и логических операций, являющихся их суперпозицией при наличии внешних пространственно-неоднородных электрических полей.

Так как отклик АДЭГ является суперпозицией откликов ДЭГ (долгоживущих эхо-голограмм) от  $N$  пар импульсов со считывающим импульсом, то вклад в него от каждой пары возбуждающих импульсов становится разным (зависящим от величины градиентов внешних пространственно неоднородных электрических полей и их взаимной ориентации), что даёт возможность управления логическими операциями с использованием АДЭГ.

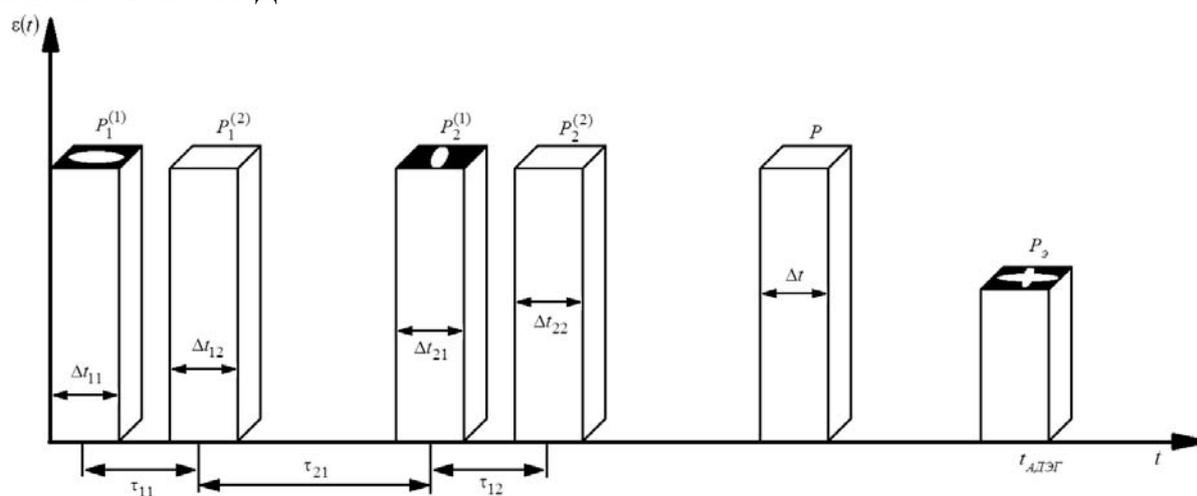


Рис.1. Последовательность возбуждающих импульсов и импульсов пространственно-неоднородных электрических полей при формировании откликов АДЭГ.

$$\Delta t_{1i} = \Delta t_{2i} = \Delta t, \quad \tau_{11} = \tau_{12} = \tau_1, \quad \tau_2 \approx \tau_{21} + \tau_{22} + 2\tau_1.$$

Запишем напряженность электрического поля  $\eta$ -го возбуждающего лазерного импульса, прошедшего через соответствующий транспарант, в виде

$$E_{\eta}(\mathbf{r}, t) = U_{\eta}(\mathbf{r})e^{i\omega t} + \text{к.с.}, \quad (0 \leq t \leq \Delta t_{\eta}) \quad (1)$$

где  $\Delta t_{\eta}$  - длительность  $\eta$ -го возбуждающего лазерного импульса, а  $U_{\eta}(\mathbf{r})$  описывает пространственную структуру  $\eta$ -го возбуждающего лазерного импульса.

Изображение на транспаранте будем рассматривать как совокупность точек с радиус-векторами  $\mathbf{r}_n$ . Каждая такая точка излучает сферическую волну. Совокупность волн в месте нахождения  $j$ -го оптического центра в образце с радиус-вектором  $\mathbf{r}_{0j}$  дает величину возмущения резонансного перехода оптического центра. Тогда напряженность электрического поля объектного лазерного импульса в точке  $\mathbf{r}_{0j}$  можно записать как разложение по сферическим волнам:

$$E_j = \sum_n A_{nj} \frac{e^{ik^{(j)}_n(\mathbf{r}_{0j} - \mathbf{r}_n) - i\omega t + i\varphi_n}}{|\mathbf{r}_{0j} - \mathbf{r}_n|}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{k}_n^{(j)} = \frac{\omega}{c} \mathbf{n}_n$ ,  $\mathbf{n}_n = \frac{\mathbf{r}_{0j} - \mathbf{r}_n}{|\mathbf{r}_{0j} - \mathbf{r}_n|}$ ,  $\varphi_n$  – начальные фазы сферических волн, причем  $e^{\{i\varphi_n\}}$

можно включить в комплексные амплитуды  $A_{nj}$ . Если  $|\mathbf{r}_{0j} - \mathbf{r}_n|$  значительно больше размеров образца, то разложение (2) по сферическим волнам переходит в разложение по плоским волнам:  $E_j = \sum_n \varepsilon_n e^{i\mathbf{k}_n \mathbf{r}_{0j} - i\omega t}$ , где  $\varepsilon_n$  – амплитуды напряженности электрического поля плоских волн от отдельных точек объекта.

Поскольку один из каждой пары возбуждающих лазерных импульсов является носителем изображения, то пространственный фазовый синхронизм при формировании отклика АДЭГ будет иметь вид  $\mathbf{k}_{en}^{(j)} = -\mathbf{k}_{1n'}^{(j)} + \mathbf{k}_{2n''}^{(j)} + \mathbf{k}_{3n'''}^{(j)}$ , где  $\mathbf{k}_{in}^{(j)}$  – волновые векторы плоских волн пространственного разложения волновых фронтов объектных лазерных импульсов для каждой  $j$ -ой пары.

Необходимо отметить, что только те компоненты разложения поля отклика будут существовать, для которых оказываются ненулевыми значения амплитуд разложения полей возбуждающих импульсов, соответствующие направлениям волновых векторов. Импульсы, не несущие изображений, должны формироваться транспарантами с матовой структурой для создания достаточного набора плоских (сферических) волн, необходимых для выполнения пространственного фазового синхронизма.

Аналогично работе [3] пространственная структура отклика АДЭГ определится выражением

$$E_{A\Phi\Xi} \sim \sum_{j=1}^n \mathbf{E}_j(t, \mathbf{R}) e^{(i\Delta\varphi_j)}$$

$$E_j \approx \frac{1}{V} \sum_{n', n'', n'''} \int dV \int_{-\infty}^{\infty} g(\Delta) d\Delta \sin \theta_1^{(j)} \sin \theta_2^{(j)} \sin \theta_3^{(j)} \times$$

$$\times \frac{\varepsilon_{1n'}^{*(j)} \varepsilon_{2n''}^{(j)} \varepsilon_{3n'''}^{(j)}}{\left| \sum_{n'} \varepsilon_{1n'}^{*(j)} e^{-i\mathbf{k}_{1n'}^{(j)} \mathbf{r}} \right| \left| \sum_{n''} \varepsilon_{2n''}^{(j)} e^{i\mathbf{k}_{2n''}^{(j)} \mathbf{r}} \right| \left| \sum_{n'''} \varepsilon_{3n'''}^{(j)} e^{-i\mathbf{k}_{3n'''}^{(j)} \mathbf{r}} \right|} e^{-i(\mathbf{k}_{0n}^{(j)} + \mathbf{k}_{1n'}^{(j)} - \mathbf{k}_{2n''}^{(j)} - \mathbf{k}_{3n'''}^{(j)}) \mathbf{r}} \times$$

$$\exp\left\{ \left[ \tau_1 f_j(\Delta, \mathbf{r}) - (t - \tau_1 - \tau_2) f(\Delta, \mathbf{r}) \right] \right\}, \quad (3)$$

где  $\theta_1^{(j)}$ ,  $\theta_2^{(j)}$  – площадь первого и второго импульсов в  $j$ -ой паре,  $\theta_3$  – площадь считывающего импульса,  $V$  – объем возбуждаемой части образца,  $g(\Delta)$  – распределение оптических центров по частотам,  $\Delta = \omega - \Omega_0$ ,  $\omega$  – частота лазерного излучения,  $\Omega_0$  – частота резонансного перехода,  $\varepsilon_{in}^{(j)}$  – амплитуды напряженности электрических полей плоских волн пространственного разложения волновых фронтов объектных лазерных импульсов в каждой  $j$ -ой паре,  $\Delta\varphi_j$  – фаза  $j$ -ой пары,  $f_\eta(\Delta, \mathbf{r}) = \Delta + \chi_\eta(\mathbf{r})$ ,  $\chi_\eta(\mathbf{r})$  – дополнительный частотный сдвиг оптического центра на временном интервале  $\tau_\eta$ .

в случае линейного эффекта Штарка:  $\chi(\mathbf{r}) = C_{sh}(E_i + \nabla E \cdot \mathbf{r})$ ,

в случае квадратичного эффекта Штарка:  $\chi(\mathbf{r}) = C_{sh}(E_i + \nabla E \cdot \mathbf{r})^2$ ,  $C_{sh}$  – штарковский коэффициент,  $E_i$  – напряжённость электрического поля при  $\mathbf{r} = 0$ .

### 3. Управление логическими операциями с изображениями пространственно-неоднородными электрическими полями

Для иллюстрации осуществления логических операций и управления ими в режиме АДЭГ в качестве множеств  $A$  и  $B$  взяты транспаранты с изображениями в виде регионов (прозрачных эллипсов).

Численный расчет отклика АДЭГ, используя выражения (3), будет содержать изображение, которое формируется из изображений, заложенных в возбуждающие лазерные импульсы, в зависимости от величин градиентов пространственно неоднородных электрических полей, что приводит к реализации соответствующих логических операций.

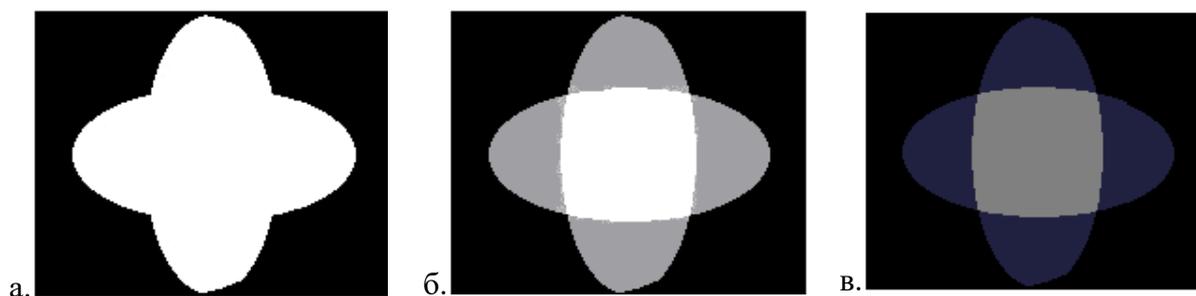


Рис. 2. Изображение в отклике АДЭГ ( $E_1=E_2=E_3=0$ ) при: а.  $E=0$ , б.  $E=64\text{В/см}^2$ , в.  $E=123\text{В/см}^2$

Полученные отклики в режиме АДЭГ содержат изображения, являющиеся результатом логических операций объединения множеств при нулевых градиентах внешних пространственно-неоднородных электрических полей и симметрической разности при достаточной величине градиента после считывающего импульса. При других значениях величин градиентов наблюдается суперпозиция этих логических операций.

### Литература

1. Калачев А.А., Нефедьев Л.А., Зуйков В.А., Самарцев В.В. Запирание долгоживущего фотонного эха в присутствии неоднородного электрического поля // Оптика и спектроскопия. 1998. Т. 84, №5. С. 811-815.
2. Nefediev L.A., Khakimzyanova G.I. The correlation of inhomogeneous broadening and the efficiency of data locking in optical echo processors // Optics and Spectroscopy. 2005. Т. 98, №1. С. 35-39.
3. Нефедьев Л.А., Гарнаева (Хакимзянова) Г.И. Эффект «запирания» сигналов фотонного эха при многоканальной записи информации // Оптика и спектроскопия. 2008. Т. 105, №6. С.1007-1012.

# УПРАВЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНОЙ ОБРАТНОЙ ВОЛНЫ В СЛУЧАЕ ЗАТЯГИВАНИЯ ЛАЗЕРНОГО ДИОДА НА МИКРОРЕЗОНАТОР С МОДАМИ ШЕПЧУЩЕЙ ГАЛЕРЕИ

И.К. Горелов<sup>1</sup>, А.Е. Шитиков<sup>2</sup>, И.А. Биленко<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>МГУ им. М.В.Ломоносова, физический факультет, 119991

<sup>2</sup>Российский квантовый центр, 121205

e-mail: ilia19981@yandex.ru

## 1. Введение

Эффект затягивания на высокочастотный резонатор является ключевым компонентом различных современных фотонных приложений, в том числе компактных лазеров с узкой шириной линии и компактных источников оптических частотных гребенок. Обратное рассеяние Рэлея в оптических микрорезонаторах с модами шепчущей галереи (МШГ) обеспечивает пассивную частотно-селективную оптическую обратную связь с лазерным диодом, что приводит к значительному подавлению фазового шума лазерного излучения и уменьшению ширины линии лазера [1, 2]. Увеличение величины обратного рассеяния позволяет получить больший диапазон затягивания и коэффициент стабилизации, поэтому представляется крайне актуальной задачей [3]. В работе проанализировано экспериментально влияние внешнего зеркала на спектральные характеристики лазерного диода в режиме затягивания. Показано, что применение внешнего зеркала приводит к уширению диапазона затягивания в режиме перегруженной связи, при этом линия лазера остается узкой около 1 кГц.

## 2. Эксперимент

Лазер с распределенной обратной связью мощностью до 1.5 мВт используется в качестве накачки. Лазер установлен на высокоточной трехкоординатной подаче с пьезоэлементами, которые позволяют контролировать расстояние между лазером и резонатором. Моды шепчущей галереи возбуждаются призмным элементом связи. Резонатор МШГ был изготовлен из фторида магния, имеет диаметр 4 мм. Резонатор установлен на трехкоординатную подачу, расстояние между резонатором и элементом связи контролируется с шагом 27 нм. Прошедшее через резонатор излучение делится на светоделительном кубе в равных долях - часть на посеребренное зеркало (порт 2), а вторая часть заводится в одномодовое оптическое волокно (порт 1) (рис. 1). Отразившееся от зеркала лазерное излучение контролируется на пространственном детекторе с большой чувствительной областью (порт 3), а также попадает обратно в систему микрорезонатор - лазер по тому же оптическому пути, благодаря чему усиливается обратное рассеяние в лазер.

В первой части эксперимента исследовалась ширина диапазона затягивания при нагружении с открытым и перекрытым портом 2 с помощью пространственного детектора, который был переставлен в порт 1. Нагружение микрорезонатора увеличивалось при приближении резонатора к элементу связи вплоть до касания, зависимость представлена на рис. 2. Видно, что при приближении к элементу связи ширина затягивания с зеркалом (зеленым) в несколько раз превосходит затягивание без зеркала (желтым). Уширение диапазона затягивания связано с увеличением обратного рассеяния.

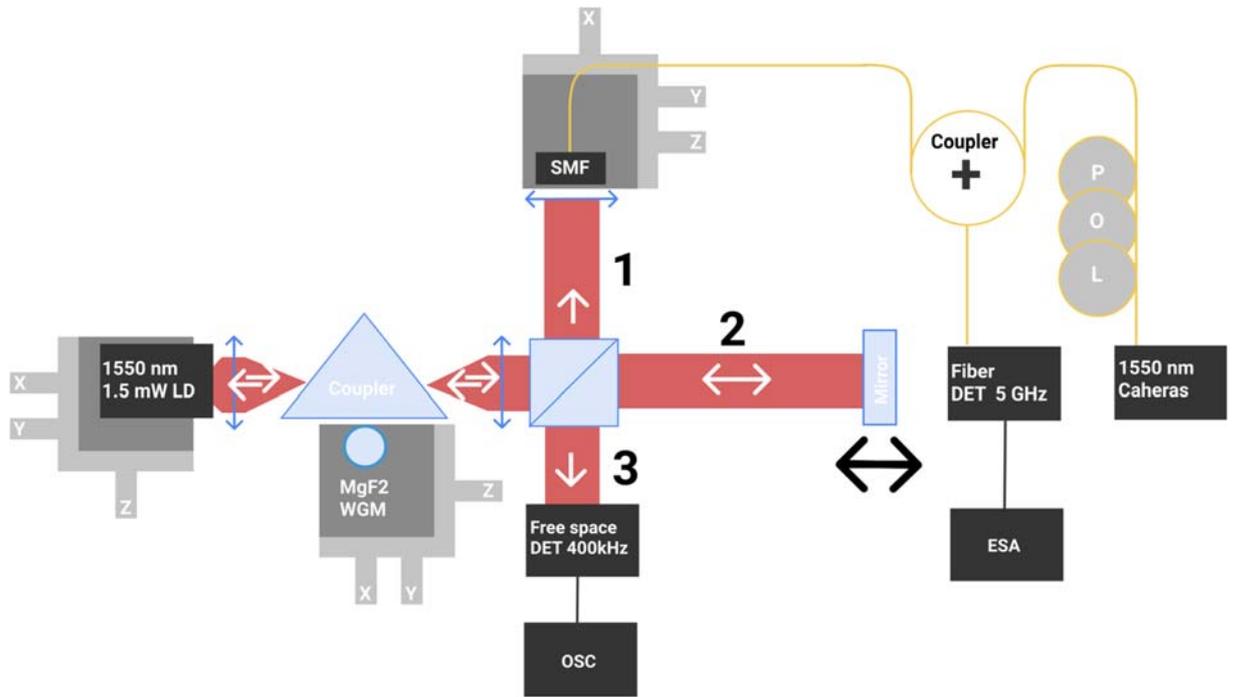


Рис. 1. Схема экспериментальной установки. Возбуждение МШГ мод осуществляется с помощью призмного элемента связи.

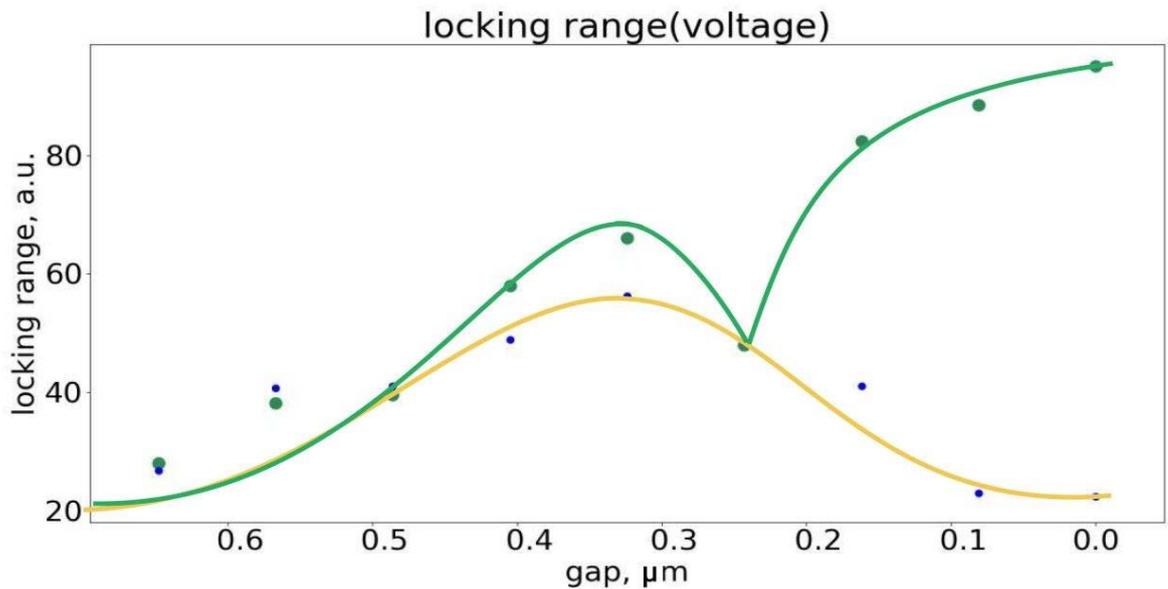


Рис. 2. Диапазон затягивания от зазора между призмой и микрорезонатором. Зеленые точки – экспериментальные данные для случая увеличенной обратной связи с открытым портом 2. Синие точки – экспериментальные данные без внешнего зеркала, с перекрытым портом 2. Желтым изображена теоретическая зависимость ширины диапазона затягивания от зазора согласно формуле 1. Зеленым изображена качественная зависимость диапазона затягивания с внешним зеркалом.

Теоретическая зависимость ширины затягивания от зазора может быть получена, используя выражение для стационарной кривой перестройки для нулевой фазы  $\psi_0 =$

0[1]. Можно получить следующее выражение для частотного диапазона затягивания  $\delta w_{lock}$  и для внутренней ширины:

$$\delta w_{lock} \approx 3\sqrt{3}\gamma \frac{K_{mc}}{K_m^2} K_{do} \quad (1)$$

Здесь  $\gamma$  – коэффициент связи прямой и обратной волны,  $K_{do}$  – эффективный коэффициент связи выходного зеркала лазера,  $K_m = K_{mc} + K_{mi}$  – ширина линии микрорезонатора,  $K_{mi}$  определяется собственными потерями,  $K_{mc}$  определяется потерями на связь. Соответствующие значения собственной добротности и нагруженной:

$$Q_m = \frac{\omega}{K_m}, \quad Q_{int} = \frac{\omega}{K_{mi}}, \quad (2)$$

где  $\omega$  – частота лазера накачки. В то время как зависимость  $K_{mc}$  от величины зазора может быть получена из [4]:

$$K_{mc} = \frac{\omega}{2} \left( \frac{n^2-1}{n} ka \right)^{-3/2} \exp\{-2kd\sqrt{n^2-1}\} \begin{cases} \left( \frac{\pi}{1+\sqrt{n^2-1}} \right)^{-1/2}, & p = 0. \\ (2p\pi^2)^{-1/2}, & p > 0 \end{cases} \quad (3)$$

где  $n$  – показатель преломления элемента связи микрорезонатора,  $a$  – радиус микрорезонатора,  $k$  – волновой вектор накачки,  $d$  – зазор между элементом связи и микрорезонатором,  $p$  – вертикальный индекс МШГ.

Для анализа спектральных характеристик лазерного излучения в режиме затягивания с внешним зеркалом исследовался сигнал биений с референтным лазером с помощью волоконного детектора с полосой 5 ГГц. Была измерена ширина линии лазера с зеркалом и без него. Результаты представлены на рис. 3. Зазор между резонатором и элементом связи составлял 150 нм. Ширина линии лазера при аппроксимации распределением Лоренца составляет 1 кГц, величина характерная для затянутого лазера. Было отмечено, что несмотря на узкую линию лазер становится менее стабильным, что является следствием перегруженности резонатора.

Аппроксимация распределением Лоренца для определения мгновенной ширины линии осуществляется по точкам, расположенным по бокам от центра. Центральные точки не являются репрезентативными в таком случае из-за быстроосциллирующих по сравнению с временем измерения изменений частоты.

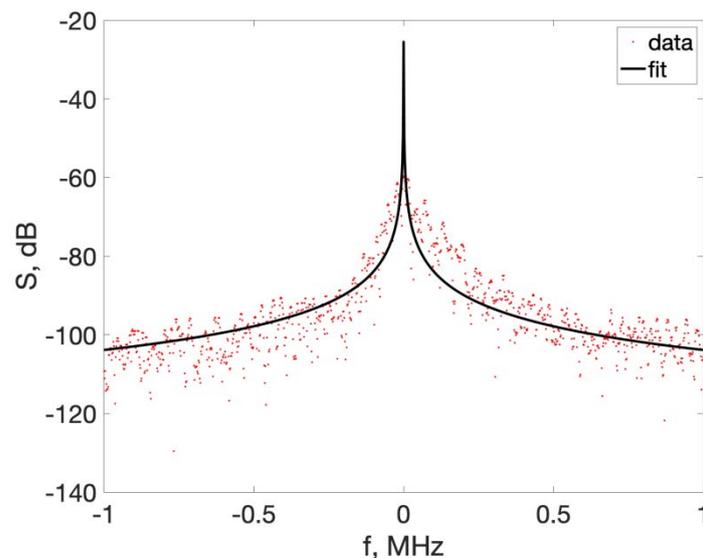


Рис. 3. Ширина линии сигнала биений лазера в режиме затягивания с увеличенным обратным рассеянием и референсным лазером. Аппроксимация выполнена распределением Лоренца, ширина линии составляет 1 кГц.

### 3. Заключение

В работе исследовано влияние внешнего зеркала на затягивание лазерного диода на микрорезонатор. Показано, что такой способ приводит к уширению в более чем два раза диапазона затягивания в режиме перегруженной связи. Анализ сигнала биений лазера с увеличенной обратной связью с референсным лазером показал, что линия генерации остается узкой, несмотря на перегруженный микрорезонатор. Однако частота лазерного излучения при этом становится менее стабильной, что может являться следствием перегруженности. Эффект уширения диапазона затягивания может быть полезен для создания лазерных источников нового типа на основе затягивания.

### Литература

1. Kondratiev N. M. et al. Self-injection locking of a laser diode to a high-Q WGM microresonator // *Optics Express*. 2017. Т. 25, №. 23. С. 28167-28178.
2. Galiev R. R. et al. Spectrum collapse, narrow linewidth, and Bogatov effect in diode lasers locked to high-Q optical microresonators // *Optics Express*. 2018. Т. 26, №. 23. С. 30509-30522.
3. Galiev R. R. et al. Optimization of Laser Stabilization via Self-Injection Locking to a Whispering-Gallery-Mode microresonator // *Physical Review Applied*. 2020. Т. 14, №. 1. С. 014036.
4. Микрорезонаторы с гигантской добротностью / М.Л. Городецкий. М., 2011. 415 с.

# МАГНИТООПТИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В ВЫСОКОДОБРОТНЫХ МИКРОРЕЗОНАТОРАХ С МОДАМИ ШЕПЧУЩЕЙ ГАЛЕРЕИ С БОЛЬШОЙ ПОСТОЯННОЙ ВЕРДЕ

А.Н. Данилин, Г.Д. Слиньков, К.Н. Миньков, И.А. Биленко

*Российский квантовый центр, 143026 Сколково, Россия*

e-mail: a.danilin@rqc.ru

## 1. Аннотация

Мы исследовали магнитооптическое взаимодействие в микрорезонаторе с модами шепчущей галереи (РШГ), изготовленном из материала, обладающего выраженным эффектом Фарадея с рекордной добротностью ( $Q = 1.45 \times 10^8$ ), достигнутой для таких материалов.

Мы экспериментально измерили амплитуду отклонения собственных частот под действием внешнего магнитного поля и продемонстрировали поворот плоскости поляризации светового пучка. Была разработана аналитическая модель для произвольных геометрий магнитного поля в магнитооптических двулучепреломляющих РШГ.

## 2. Введение

Беспрецедентные свойства микрорезонаторов с модами шепчущей галереи (РШГ) [1-6], включая их исключительную добротность и чрезвычайно малый объем мод, определили их использование во многих современных приложениях, таких как фотоника, нелинейная оптика и прецизионные измерения [7]. РШГ широко используются для реализации эффективных сенсоров акустических колебаний [8], температуры [9], механической деформации [10], оптических гироскопов [12] и даже систем обнаружения одиночных атомов [13]. В то же время РШГ из чувствительных к магнитному полю материалов изучены гораздо меньше.

В этой работе исследуем возможность использования магнитооптических эффектов для управления собственными частотами РШГ и их использования в качестве модуляторов и сенсоров магнитного поля. Тербий-галлиевый-гранат ( $Tb_3Ga_5O_{12}$ , ТГГ) был выбран в качестве материала для РШГ по двум причинам. Во-первых, он обладает ярко выраженным магнитооптическим эффектом (эффектом Фарадея), обладая рекордной постоянной Верде  $-134$  рад/(Т·м) на длине волны 632 нм. Во-вторых, ТГГ имеет низкие потери в материале  $\alpha < 0.001$  на той же длине волны), что является многообещающим фактором для создания высокодобротного РШГ. Например, в железо-иттриевом гранате (ЖИГ)  $\alpha$  имеет порядок величины  $\sim 0.1$ , что ограничивает возможности этого широко используемого магнитооптического материала.

В этом исследовании мы предсказали и экспериментально наблюдали наличие модуляции собственной частоты, вызванной эффектом Фарадея. Кроме того, мы реализовали систему контроля поляризации с двумя элементами связи и подтвердили, что плоскость поляризации претерпевает поворот, зависящий от траектории света относительно магнитного поля (при условии обнуления этого поворота за полный проход света по периметру резонатора).

### 3. Модель

Эффект Фарадея обычно рассматривается в коллинеарной геометрии, когда свет движется вдоль силовых линий магнитного поля (рис. 1а). Можно показать, что спектр пропускания системы, содержащей РШГ и элемент связи, может быть легко получен с использованием рекуррентной формулы  $\mathbf{E}_{j+1} = a\widehat{M}_r\mathbf{E}_j$ , где вектор Джонса  $\mathbf{E}_j$  описывает состояние света через  $j$  оборотов в резонаторе,  $\widehat{M}_r$  – матрица Джонса за полный оборот света.

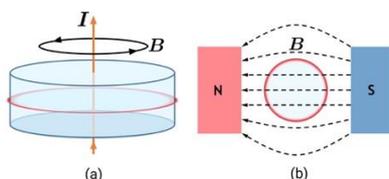


Рис. 1. Возможные геометрии взаимодействия света и магнитного поля в РШГ (оптический путь показан красным). (а) коллинеарная, магнитное поле  $\mathbf{B}$ , создаваемое током  $\mathbf{I}$ , совмещено с волновым вектором в любой заданной точке на пути света; (б) Поперечное магнитное поле одномерно в любой точке на пути света.

Выходной вектор Джонса  $\mathbf{E}_{out}$  на заданной длине волны и для заданной конфигурации магнитного поля может быть вычислен путем суммирования  $\mathbf{E}_j$ , прошедших через резонатор один, два, три и так далее раз. Разбив окружность резонатора на  $N \sim 10^5$  малых секторов, мы можем получить матрицу Джонса для полного оборота света  $\widehat{M}_r$  путём перемножения матриц  $\widehat{M}(\theta_j)$ :  $\widehat{M}_r = \lim_{N \rightarrow \infty} \prod_{j=1}^N \widehat{M}(\theta_j) = \lim_{N \rightarrow \infty} \prod_{j=1}^N \widehat{M}\left(\frac{2\pi j}{N}\right)$ , где  $\theta_j$  – угол между волновым вектором и вектором магнитного поля в каждом из секторов,  $\widehat{M}(\theta_j)$  – матрица Джонса для  $j$ -го сектора. Зная матрицу Джонса, легко получить спектр пропускания, по форме которого легко рассчитать положение резонансного пика.

### 4. Экспериментальные результаты

Добротность РШГ диаметром 2.85 мм, изготовленного из TGG, была оценена как  $1.45 \times 10^8$  для ТЕ-мод, которая может считаться рекордной среди материалов с высокой постоянной Верде. Схема экспериментальной установки дана на рис. 2.

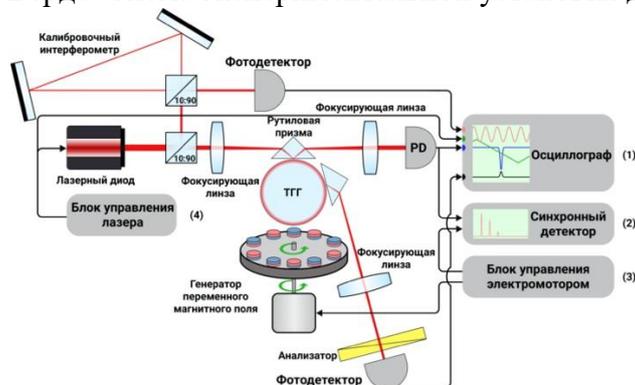


Рис. 2. Экспериментальная установка. (1) - осциллограф для выходного сигнала РШГ от двух различных элементов связи, для сигнала развертки длины волны источника тока лазера и от калибровочного интерферометра (2) – синхронный детектор, (3) – блок управления электродвигателем, обеспечивающий фиксированную частоту вращения генератора магнитного поля, (4) блок управления лазера с внешним резонатором.

Результирующая амплитуда модуляции частоты показана в зависимости от величины магнитного поля на рис. 3а. Экспериментальные данные (точки) хорошо соответствуют теоретическим результатам (черная пунктирная линия). Максимальная амплитуда модуляции частоты 1.6 МГц была достигнута при 1100 Гаусс. Динамические измерения проводились в диапазоне частот воздействия от 20 до 40 Гц.

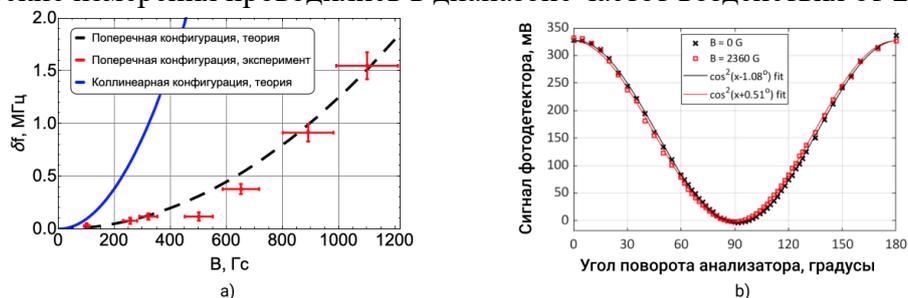


Рис. 3. а) Амплитуда частотной модуляции собственной моды РШГ, измеренная на второй гармонике воздействия магнитного поля. Численно рассчитанная резонансная частота поперечной конфигурации отображена пунктирной линией. Очевиден квадратичный характер амплитуды модуляции. б) Экспериментально измеренная выходная интенсивность в зависимости от угла поворота анализатора со второго элемента связи. Виден закон Малюса при приложении магнитного поля и без него. Наблюдается поворот поляризации на  $1.59^\circ$ .

Теоретические расчёты показывают, что поворот поляризации за полный оборот должен быть равен нулю. Экспериментально было проверено, что вращения плоскости поляризации (смещение ТЕ- и ТМ-мод) не наблюдалось. Точность этих измерений оценивается в  $\sim 0.01^\circ$ .

Чтобы исследовать состояние поляризации в некоторой промежуточной точке, был размещён дополнительный элемент связи - алмазная призма. Поворот поляризации выходного пучка из второй призмы измерялся изменением угла анализатора. Результат такого измерения показан на рис. 3б. Величина поворота плоскости поляризации, полученная на участке светового пути между двумя призмами, является разницей между положениями оси  $x$  кривых  $\cos^2$  и равна  $1.59^\circ$  относительно начального состояния. Расчет, выполненный с использованием формализма матриц Джонса, дает нам поворот  $1.53^\circ$ , что хорошо согласуется с экспериментальными результатами.

## 5. Обсуждение

Мы продемонстрировали рекордную добротность  $Q = 1.45 \times 10^8$  для РШГ из ТГГ, имеющего наибольшую постоянную Верде в видимом диапазоне. Мы изучили амплитуду модуляции собственных частот, индуцированную гармоническим низкочастотным поперечным однородным магнитным полем, оказавшуюся пропорциональной квадрату величины магнитного поля. Результирующая амплитуда модуляции частоты не зависит от величины добротности  $Q$ , но, тем не менее, высокая добротность позволяет повысить точность измерений. Для описания положения собственных частот была разработана модель, основанная на формализме матриц Джонса. Результаты расчетов хорошо согласуются с полученными экспериментальными данными. Чтобы еще раз подтвердить, что наблюдаемый сдвиг вызван именно эффектом Фарадея, мы измерили непосредственно поворот поляризации в различных точках окружности резонатора, вызванный статическим магнитным полем. Стоит отметить, что разработанная модель применима для произвольных геометрий магнитного поля. Коллинеарная геометрия взаимодействия (рис.1а) привлекательна почти десятикратным увеличением амплитуды модуляции собственной частоты по сравнению с поперечной геометрией (рис.1б) при той же

напряженности магнитного поля, как это можно понять из рис. 3а. С другой стороны, такая реализация, основанная на токе, пропущенном через отверстие в резонаторе [13], неизбежно приводит к нежелательному нагреву. Как датчик слабого магнитного поля, РШГ из ТГГ, очевидно, уступает многим другим устройствам. Тем не менее, РШГ из ТГГ имеет свои преимущества, такие как возможность обнаружения более высокочастотного поля (ограниченного только временем релаксации оптической моды - в нашем случае около 3 МГц) и отсутствие насыщения на любой достижимой напряженности магнитного поля. Нет сомнений в том, что возможное использование взаимодействия между семействами мод ТЕ и ТМ через высокочастотное переменное магнитное поле в резонаторах РШГ, изготовленных из материалов с эффектом Фарадея, заслуживает дальнейшего изучения.

### Благодарности

Работа поддержана Российским научным фондом (проект 20-12-00344). Постоянная Верде для использованных образцов ТГГ измерена в Центре коллективного пользования ВНИИОФИ (ВНИИОФИ ЦКП). Авторы благодарят А.Е. Шитикова и В.Е. Лобанова за полезные дискуссии.

### Литература

1. Braginsky V. B., Gorodetsky M. L., Ilchenko V. S. Quality-factor and nonlinear properties of optical whispering-gallery modes // *Physics letters A*. 1989. Т. 137, № 7-8. С. 393-397.
2. Grudinin I. S. et al. Ultra high Q crystalline microcavities // *Optics Communications*. 2006. Т. 265, № 1. С. 33-38.
3. Ward J., Benson O. WGM microresonators: sensing, lasing and fundamental optics with microspheres // *Laser & Photonics Reviews*. 2011. Т. 5, № 4. С. 553-570.
4. Strekalov D. V. et al. Nonlinear and quantum optics with whispering gallery resonators // *Journal of Optics*. 2016. Т. 18, № 12. С. 123002.
5. Matsko A. B., Ilchenko V. S. Optical resonators with whispering-gallery modes-part I: basics // *IEEE Journal of selected topics in quantum electronics*. 2006. Т. 12, № 1. С. 3-14.
6. Ilchenko V. S., Matsko A. B. Optical resonators with whispering-gallery modes-part II: applications // *IEEE Journal of selected topics in quantum electronics*. 2006. Т. 12, № 1. – С. 15-32.
7. Savchenkov A. A. et al. Kiloherz optical resonances in dielectric crystal cavities // *Physical Review A*. 2004. Т. 70, № 5. С. 051804.
8. Bogatyrev V. A. et al. Change in the spectrum of optical whispering-gallery modes in a quasi-cylindrical microresonator caused by an acoustic pressure pulse // *Quantum electronics*. 2002. Т. 32, № 6. С. 471.
9. Guan G., Arnold S., Otugen M. V. Temperature measurements using a microoptical sensor based on whispering gallery modes // *AIAA journal*. 2006. Т. 44, №10. С. 2385-2389.
10. Huston A. L., Eversole J. D. Strain-sensitive elastic scattering from cylinders // *Optics letters*. 1993. Т. 18, №. 13. С. 1104-1106.
11. Armenise M. N. et al. Modeling and design of a novel miniaturized integrated optical sensor for gyroscope systems // *Journal of lightwave technology*. 2001. Т. 19, №10. С. 1476-1494.

12. Rosenblit M. et al. Single-atom detection using whispering-gallery modes of microdisk resonators //Physical Review A. 2004. T. 70, № 5. C. 053808.
13. Vincent S. et al. Thermally tunable whispering-gallery mode cavities for magneto-optics //Applied Physics Letters. 2020. T. 116, № 16. C. 161110.

# ОПТИЧЕСКАЯ КВАНТОВАЯ ПАМЯТЬ НА КРЕМНИЙ-ВАКАНСИОННЫХ ЦЕНТРАХ ОКРАСКИ В АЛМАЗЕ

А.И. Закиров<sup>1,2</sup>, А.Д. Бережной<sup>2</sup>, А.А. Калачёв<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Казанский (Приволжский) федеральный университет, Институт физики,  
Кремлевская 16а, Казань 420111

<sup>2</sup>Казанский физико-технический институт им. Е.К. Завойского, Сибирский тракт 10/7, 420029  
e-mail: amirizakirov@gmail.com

## 1. Введение

Оптическая квантовая память, которая представляет собой управляемую оптическую линию задержки для квантовых состояний электромагнитного поля, является важным элементом систем квантовой оптической обработки информации [1]. В частности, устройства квантовой памяти необходимы для реализации дальнедействующей квантовой связи на основе квантовых повторителей, что является актуальной темой экспериментальных исследований [2, 3]. При этом в качестве носителей информации предлагаются различные материалы, среди которых большой интерес вызывают центры окраски в алмазе [4]. Наиболее изученными из них являются отрицательно заряженные азот-вакансионные центры (NV-центры), которые демонстрируют большие времена когерентности при комнатной температуре [5]. Однако NV-центры имеют слабую бесфононную линию и спектрально нестабильные оптические переходы. Перспективной альтернативой являются отрицательно заряженные кремний-вакансионные центры (SiV-центры), которые имеют яркую (~70% от всей линии) бесфононную линию и высокую спектральную стабильность [6].

Недавно в работе [7] была разработана теоретическая модель, описывающая запись и воспроизведение слабых световых импульсов посредством нерезонансного рамановского поглощения и испускания фотонов в ансамбле SiV-центров. Однако при этом не исследовалась возможность приложения магнитного поля к кристаллу. Целью настоящей работы является обобщение модели, предложенной в работе [7], для описания квантовой памяти на ансамбле отрицательно заряженных кремний-вакансионных центров окраски в алмазе в присутствии внешнего магнитного поля.

## 2. Модель

Общая схема квантовой памяти на основе рамановского взаимодействия двух полей с ансамблем оптически активных центров, помещенных в резонатор, показана на рис.1. В отсутствие внешнего магнитного поля или механического напряжения структура энергетических уровней SiV-центров состоит из основного (GS) и возбуждённого (ES) состояний, каждое из которых расщепляется на два подуровня с частотным интервалом  $\Delta_{GS} = 48$  ГГц и  $\Delta_{ES} = 259$  ГГц. Предположим, что ось  $[1\ 1\ 1]$  центров окраски ориентирована вдоль оси  $z$  и направлена перпендикулярно оси резонатора, слабое сигнальное поле (записываемые однофотонные импульсы) действует на переходе  $|1\rangle - |3\rangle$  и поляризовано вдоль оси  $z$ , в то время как сильное контрольное поле действует на переходе  $|2\rangle - |3\rangle$  и поляризовано перпендикулярно этой оси. Расчет собственных состояний центров окраски, исходя из гамильтониана, предложенного в работе [8], позволяет определить дипольные моменты оптических переходов  $|1\rangle - |3\rangle$  и  $|2\rangle - |3\rangle$ , образующих основную  $\Lambda$ -схему (рис. 1). Поскольку дипольные моменты оказываются не ортогональными друг другу,

контрольное поле частотой  $\omega_c$  действует на обоих оптических переходах. В результате комбинационное взаимодействие происходит не только с сигнальным полем частотой  $\omega_s$ , но и с холостым полем частотой  $\omega_i$ , что соответствует еще одной  $\Lambda$ -схеме переходов, наличие которой приводит к нежелательному процессу четырёхволнового смешения и создаёт шум, который может помешать реализации рамановской квантовой памяти [7]. Следует отметить, что без внешнего магнитного поля каждый из уровней энергии двукратно вырожден, так что всего получается четыре  $\Lambda$ -схемы, каждая из которых сохраняет ориентацию спина. Наконец, учет верхнего состояния  $|4\rangle$  увеличивает число  $\Lambda$ -схем еще в два раза. При наложении магнитного поля вдоль оси  $z$   $\Lambda$ -схемы для разных ориентаций спинов перестают быть эквивалентными, однако их можно рассматривать независимо, поскольку в такой системе отсутствуют переходы с переворотом спина [8].

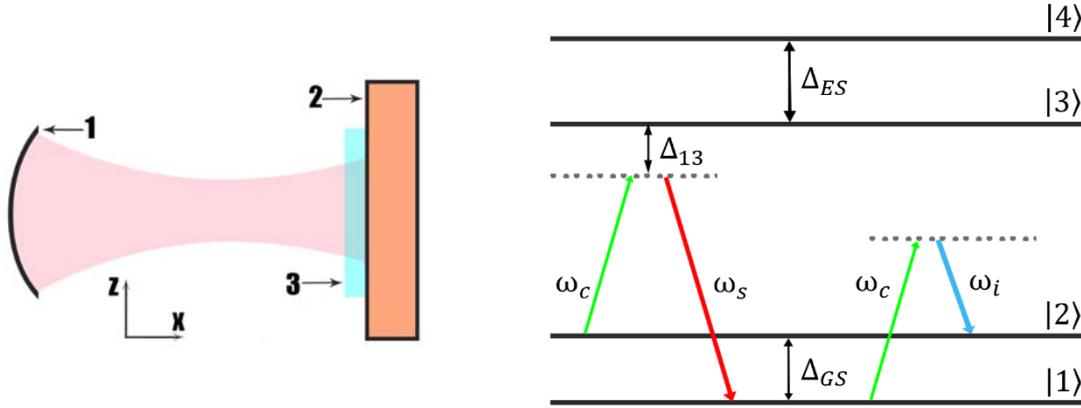


Рис. 1. Слева - общая схема рамановской квантовой памяти на основе ансамбля взаимодействующих с полем центров окраски в резонаторе: 1 - высокоотражающее зеркало, 2 - входное/выходное зеркало; 3 - алмазная пластина. Справа - схема энергетических уровней SiV-центров в отсутствии магнитного поля

Для теоретического описания квантовой памяти была применена модель, разработанная в [7], которая основана на уравнениях Гейзенберга-Ланжевена для операторов атомных переходов и операторов поля. В приближении вращающейся волны гамильтониан системы принимает вид:

$$H = -\hbar \sum_{j=\downarrow,\uparrow} \{ \Omega_{32}^j \sigma_{32}^j e^{-i\omega^j t} + \Omega_{41}^j \sigma_{41}^j e^{-i\omega^j t} + \Omega_{31}^j \sigma_{31}^j e^{-i\omega^j t} + \Omega_{42}^j \sigma_{42}^j e^{-i\omega^j t} + g_{31}^j \sigma_{31}^j a + g_{42}^j \sigma_{42}^j a + g_{31}^j \sigma_{31}^j b + g_{42}^j \sigma_{42}^j b + g_{32}^j \sigma_{32}^j a + g_{41}^j \sigma_{41}^j a + g_{32}^j \sigma_{32}^j b + g_{41}^j \sigma_{41}^j b \} + \text{к. с.}, \quad (2)$$

где  $a = A \exp(-i\omega_s t)$  и  $b = B \exp(-i\omega_i t)$  – операторы уничтожения фотонов сигнального и холостого поля соответственно;  $\sigma_{mn}^j = P_{mn}^j \exp(i\omega_{mn}^j t)$  – операторы атомных переходов между состояниями  $m, n = \{1, 2, 3, 4\}$ ;  $A$  и  $B$  – медленно меняющиеся амплитуды сигнального и холостого поля,  $g_{mn}^j = d_{mn}^j \sqrt{\omega^j / 2\hbar \epsilon_0 V}$  – константа взаимодействия оптических центров с электромагнитным полем на переходе  $|m\rangle \rightarrow |n\rangle$ , имеющем дипольный момент перехода  $d_{mn}^j$ ,  $\Omega_{mn}^j$  – частота Раби. Индекс  $j$  нумерует ориентацию спинов (вдоль магнитного поля  $|\uparrow\rangle$  или против  $|\downarrow\rangle$ ).

Для расчета амплитуды светового сигнала, выходящего из резонатора, необходимо решить систему уравнений Гейзенберга-Ланжевена:

$$-i\hbar \frac{d}{dt} P_{mn}^j = (\gamma_{mn} + \Delta_{mn}^j) P_{mn}^j + [H, P_{mn}^j], \quad (3a)$$

$$-i\hbar \frac{d}{dt} A = \kappa A + \sqrt{2\kappa} A_{in} + \frac{i}{\hbar} [H, A], \quad (3б)$$

$$-i\hbar \frac{d}{dt} B = \kappa B + \sqrt{2\kappa} B_{in} + \frac{i}{\hbar} [H, B], \quad (3в)$$

где  $m = \{1,2\}; n = \{2,3,4\}; j = \{\downarrow, \uparrow\}; m \neq n$ ,  $\gamma_{mn}$  - скорость релаксации между соответствующими состояниями;  $2\kappa$  - постоянная затухания резонатора,  $\Delta_{13} = \omega_{13} - \omega_s$  - однофотонная отстройка (рис. 1). Наконец, решив систему дифференциальных уравнений (3) для амплитуды поля резонатора  $A(t)$ , можно записать амплитуду сигнального поля на выходе из резонатора  $A_{out}(t) = \sqrt{2\kappa}A(t) - A_{in}(t)$ , где входящий сигнал  $A_{in}(t)$  является гауссовым импульсом, нормированным на единицу  $\int |A_{in}(t)|^2 dt = 1$ , что соответствует однофотонному состоянию.

Квантовая память характеризуется эффективностью  $\eta$  и соотношением сигнал/шум SNR, которые рассчитываются следующим образом:

$$\eta = \frac{\int |A_{out}(t)|^2 dt}{\int |A_{in}(t)|^2 dt}, \quad SNR = \frac{\int |A_{out}(t)|^2 dt}{\int |A_{noise}(t)|^2 dt}, \quad (4)$$

где  $A_{noise}(t)$  - это амплитуда шума, который рассчитывается как выходное поле, создаваемое контрольным полем в отсутствии входного импульса ( $A_{in}(t) = 0$ ).

### 3. Квантовая память на SiV<sup>-</sup> центрах окраски в алмазе

Результаты записи и воспроизведения однофотонных импульсов в случае нулевого магнитного поля и магнитного поля, равного 7 Тл, приведены на рис. 2. В каждом случае рассматривался ансамбль из ~2600 SiV-центров, имплантированных в тонкую (~1 мкм) алмазную пластину, расположенную в фокальной плоскости высокоотражающего зеркала. Скорости релаксации полагались равными:  $\gamma_{13} = \gamma_{14} = \gamma_{23} = \gamma_{24} = 130$  МГц;  $\gamma_{12} = 6$  МГц. Константа взаимодействия центров окраски с полем на переходе  $|1\rangle - |3\rangle$  полагалась равной  $g_{13} = 0.49$  ГГц. Параметры, используемые при моделировании квантовой памяти в случае отсутствия магнитного поля ( $B = 0$  Тл), имели следующие значения: длина резонатора 600 мкм, коэффициент отражения входного зеркала 0.88, длительность однофотонного импульса 170 пс, амплитуда контрольного поля  $\Omega_{32} = 474$  ГГц. В магнитном поле  $B = 7$  Тл расщепления для состояний с противоположной ориентацией спина становятся равными  $\Delta_{GS}(\downarrow) = 72$  ГГц,  $\Delta_{ES}(\downarrow) = 282$  ГГц;  $\Delta_{GS}(\uparrow) = 40$  ГГц,  $\Delta_{ES}(\uparrow) = 244$  ГГц. При этом длина резонатора полагалась равной 1000 мкм, коэффициент отражения зеркала 0.93, длительность однофотонного импульса 220 пс, амплитуда контрольного поля  $\Omega_{32} = 173$  ГГц.

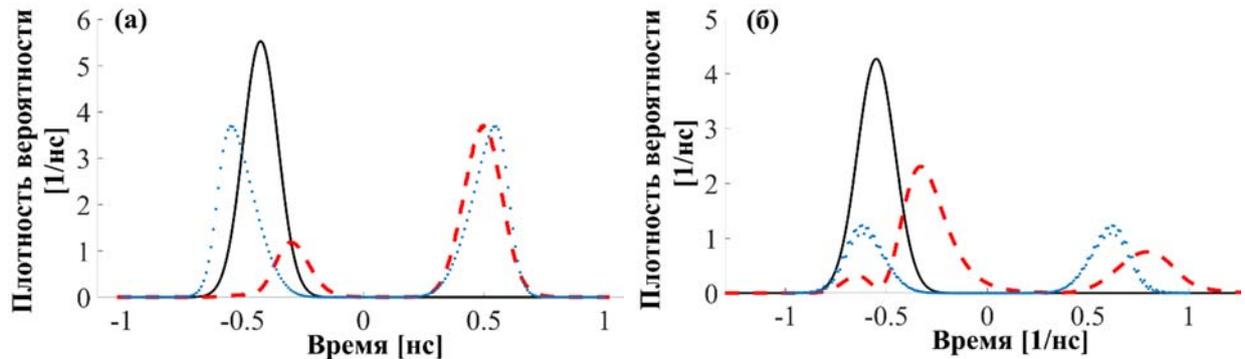


Рис. 2. Амплитуды входного (сплошная линия) и выходного (пунктирная линия) импульса сигнального поля в отсутствии магнитного поля (а) и в магнитном поле величины 7 Тл.

Амплитуда шума обозначена точками.

В результате без внешнего магнитного поля эффективность квантовой памяти  $\eta$  получилась равной 72%, при этом  $SNR \approx 1.1$ . В присутствии магнитного поля  $B = 7$  Тл при том же уровне  $SNR$  эффективность квантовой памяти падает до 28%.

#### 4. Заключение

Таким образом, в настоящей работе предложено обобщение теоретической модели, развитой в работе [7], для описания записи и считывания слабых световых импульсов посредством нерезонансного рамановского взаимодействия в ансамбле восьмиуровневых оптических центров, на случай внешнего магнитного поля. С помощью новой модели проанализировано соотношение сигнал/шум на выходе оптической квантовой памяти в ансамбле SiV-центров окраски в алмазе. Численные результаты показывают возможность реализации квантовой памяти с эффективностью  $\sim 72\%$  с соотношением сигнал/шум больше единицы. Включение магнитного поля приводит к снижению эффективности за счёт ухудшения параметров одной из  $\Lambda$ -схем.

Работа выполнена при финансовой поддержке Правительства РФ (мегагрант 14.W03.31.0028).

#### Литература

1. Kok, P. Linear optical quantum computing with photonic qubits / P. Kok, W. J. Munro, K. Nemoto, T. C. Ralph, J. P. Dowling and G. J. Milburn // *Rev. Mod. Phys.* 2007. Vol. 79. P. 135.
2. Bhaskar, M.K. Experimental demonstration of memory-enhanced quantum communication / M.K. Bhaskar, R. Riedinger, B. Machielse, D.S. Levonian, C.T. Nguyen, E.N. Knall, H. Park, D. Englund, M. Lončar, D.D. Sukachev, M.D. Lukin // *Nature*. 2020. V. 580. P. 60
3. Yu, Y. Entanglement of two quantum memories via fibres over dozens of kilometres / Y. Yu, F. Ma, X.-Y. Luo, B. Jing, P.-F. Sun, R.-Z. Fang, C.-W. Yang, H. Liu, M.-Y. Zheng, X.-P. Xie, W.-J. Zhang, L.-X. You, Z. Wang, T.-Y. Chen, Q. Zhang, X.-H. Bao, J.-W. Pan // *Nature*. 2020. V. 578. P. 240.
4. Atatüre, M. Material platforms for spin-based photonic quantum technologies / M. Atatüre, D. Englund, N. Vamivakas, S.-Y. Lee, J. Wrachtrup // *Nature Reviews Materials*. – 2018. – V.3. – P. 38.
5. Balasubramanian, G. Ultralong spin coherence time in isotopically engineered diamond / G. Balasubramanian, P. Neumann, D. Twitchen, M. Markham, R. Kolesov, N. Mizuochi, J. Isoya, J. Achard, J. Beck, J. Tissler, V. Jacques, P.R. Hemmer, F. Jelezko, J. Wrachtrup // *Nature Materials*. 2009. V. 8. P. 383.
6. Becker J N and Becher C 2017 Coherence Properties and Quantum Control of Silicon Vacancy Color Centers in Diamond *Physica Status Solidi (a)* 214 1700586
7. Kalachev A. et al. Raman quantum memory based on an ensemble of silicon-vacancy centers in diamond // *Laser Physics*. 2019. T. 29. №. 10. C. 104001.
8. Hepp, C. Electronic Structure of the Silicon Vacancy Color Center in Diamond / C. Hepp, T. Muller, V. Waselowski [et al.] // *Physical review letters*. 2014. Vol. 112. P. 39-44.

# ВЛИЯНИЕ ТЕПЛООВОГО ДВИЖЕНИЯ И ДИФРАКЦИИ НА ХРАНЕНИЕ СЖАТОГО СВЕТА В КВАНТОВОЙ ПАМЯТИ

Э.Р. Зинатуллин, К.С. Тихонов, Т.Ю. Голубева, Ю.М. Голубев

*Санкт-Петербургский государственный университет,  
199034 Россия, Санкт-Петербург, Университетская набережная 7/9  
e-mail: e.r.zinatullin@mail.ru*

## 1. Введение

Наиболее перспективными носителями информации в квантовой оптике и квантовой теории информации являются световые импульсы. Для передачи и хранения квантовой информации, светового сигнала используется квантовая память. В ее основе лежит принцип переноса квантово-статистических свойств света на “долгоживущие” степени свободы другой физической системы. В качестве такой системы чаще всего выступает ансамбль атомов.

Квантовая память является неотъемлемым элементом многих разрабатываемых информационных и телекоммуникационных приложений. Например, она может использоваться при создании детерминированных источников одиночных фотонов, квантовых повторителей, а также выступать в роли элемента квантовых вычислительных логических цепей [1].

При построении теоретических моделей квантовой памяти обычно используется приближение холодных атомов [2]. В этом приближении все атомы ансамбля, с которыми взаимодействуют световые импульсы, считаются неподвижными или их движением можно пренебречь. Это позволяет существенно упростить математическое описание происходящих физических процессов. Но на практике получение ансамбля холодных атомов сопряжено со значительными трудностями, и поэтому при экспериментальной реализации протоколов квантовой памяти широко применяются тепловые атомные ансамбли [3]. Однако влияние теплового движения атомов может оказаться губительным для информации, записанной в такую ячейку.

В нашей работе мы рассмотрим протокол многомодовой быстрой резонансной квантовой памяти и исследуем, какое влияние окажут тепловое движение атомов и дифракция на импульс квадратурно-сжатого света, записанного в ячейку.

## 2. Модель памяти

Протокол многомодовой быстрой резонансной квантовой памяти основан на резонансном взаимодействии коротких импульсов сигнального и управляющего полей с тепловым ансамблем атомов, имеющих  $\Lambda$ -конфигурацию энергетических уровней [4]. При этом сигнальное поле, несущее в себе информацию, мы будем рассматривать как квантовое, а управляющее – как классическое. Для удобства расчетов атомный ансамбль будем считать бесконечным плоским слоем.

Полный цикл памяти, схема которого представлена на рис. 1, включает в себя три этапа: запись, хранение и считывание. Сразу отметим, что процессы взаимодействия световых полей с атомами являются короткими, и мы можем не рассматривать тепловое движение на этапах записи и считывания.

На этапе записи оба импульса одновременно подаются на вход ячейки памяти. При этом в результате двухфотонного процесса образуется долгоживущая спиновая когерентность между нижними энергетическими уровнями, на которую

“отпечатываются” квантово-статистические свойства сигнального поля. Затем за длительное время хранения происходит “размытие” образовавшейся на этапе записи когерентности, вызванное тепловым движением атомов ансамбля.

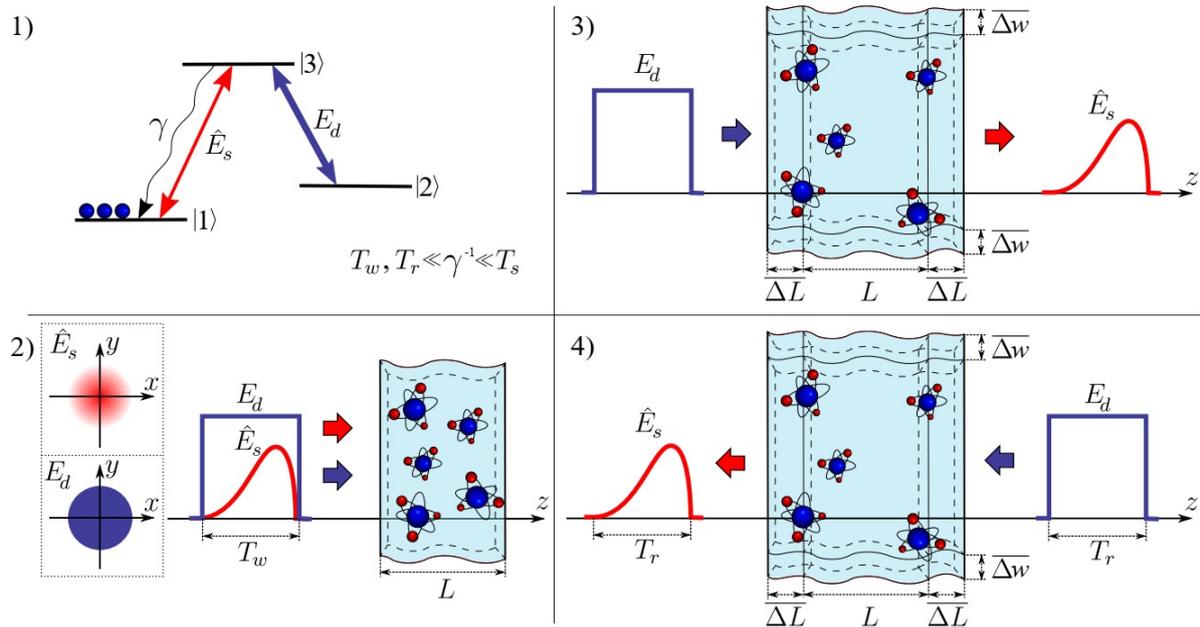


Рис. 1. Схематическое изображение цикла памяти: 1) схема энергетических уровней атома с действующими сигнальным  $E_s$  и управляющим  $E_d$  полями, 2) запись, 3) прямое считывание, 4) обратное считывание. На вставке поперечный профиль полей: управляющее поле – плоская волна; сигнальное поле – гауссов пучок.

Считывание сигнального импульса может производиться двумя различными способами: при прямом считывании импульс управляющего поля подается на тот же вход ячейки памяти, что и при записи; при обратном считывании импульс подается на противоположный вход ячейки памяти. В обоих случаях при взаимодействии с импульсом сильного управляющего поля происходит восстановление сигнального поля, которое несет в себе квантово-статистические свойства входного сигнала, но характеристика памяти для прямого и обратного считывания и особенность протекающих процессов сильно отличаются. Так, в работе [4] было показано, что обратное считывание гораздо эффективнее прямого. Однако при обратном считывании из-за эффекта дифракции возникает перемешивание квадратур между разными модами, что может привести к разрушению квантового состояния записанного импульса.

Для решения нашей задачи мы построили систему уравнений Гейзенберга, описывающую физические процессы, протекающие на этапах записи и считывания, и, решив ее, получили интегральное преобразование, связывающее поле на входе в ячейку памяти с полем на ее выходе. Затем мы нашли собственные моды ядра этого интегрального преобразования (мод памяти), на языке которых мы и будем обсуждать наш протокол памяти. Детальное обсуждение процессов взаимодействия света и вещества в рассматриваемой конфигурации можно найти в работе [5].

### 3. Сохранение квадратурно-сжатого света

Сначала мы исследовали одномодовый режим работы памяти, когда в ячейку памяти записывается одна из собственных мод памяти для неподвижного ансамбля атомов, квадратуры которой будут сжаты. В качестве процедуры измерения мы взяли

балансное гомодинное детектирование и следили за фототоком на нулевой частоте (рис. 2).

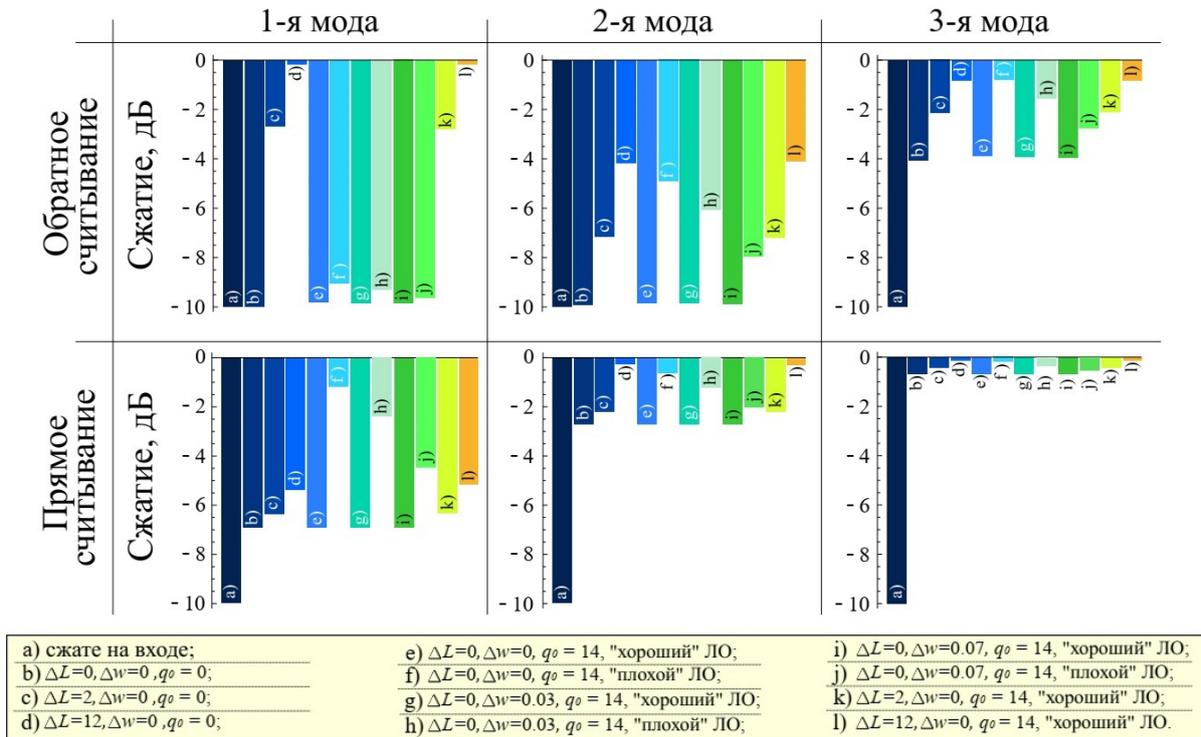


Рис. 2. Степень сжатия сигнального поля с профилем одной из собственных функций на входе в ячейку памяти (а) и на выходе из нее (b - l) при различных параметрах. Выбор оптимального локального осциллятора обозначен как "хороший" ЛО, неоптимального – как "плохой" ЛО.

Мы выяснили, что продольное тепловое движение оказывает сильное влияние на сжатие мод, сохраненных в ячейке памяти. Лучше всего сохраняются моды, для которых когерентность, образующаяся в среде, имеет наименьшее число узлов. Сжатие этих мод остается на хорошем уровне даже при средних смещениях атомов порядка длины ячейки. В случае, когда дифракционным множителем уже нельзя пренебречь, правильный подбор локального осциллятора позволяет полностью избавиться от вклада растянутой квадратуры в наблюдаемые величины. Поэтому основной вклад в ухудшение сжатия вносит продольное тепловое движение.

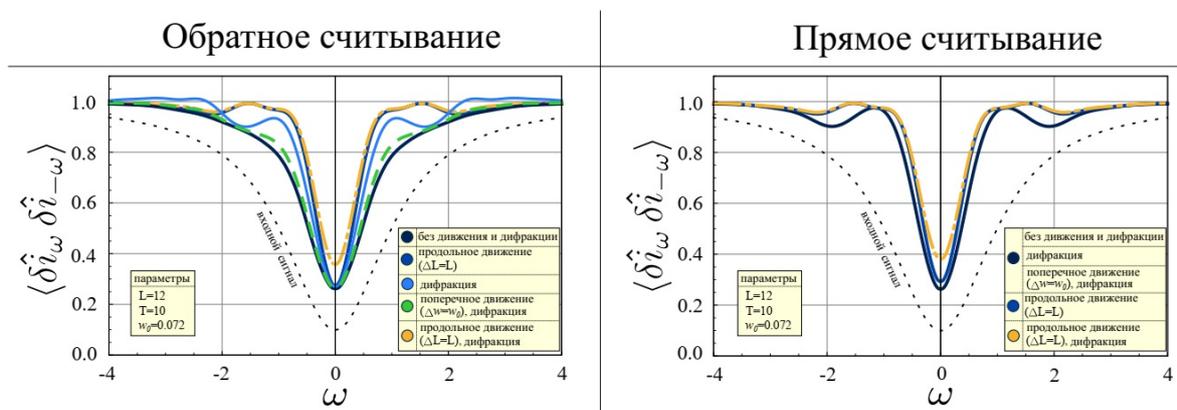


Рис. 3. Спектр сжатия сигнального поля от субпуассоновского лазера при различных параметрах.

Затем мы рассмотрели, как в нашей модели памяти сохраняется импульс широкополосного квадратурно-сжатого света от субпуассоновского лазера с захватом фазы [6]. Но в этом случае нас интересовало сжатие во всем диапазоне частот (рис. 3).

#### 4. Заключение

При работе в одномодовом режиме правильный подбор локального осциллятора при измерении позволяет полностью избавиться от примеси растянутой квадратуры. Для сжатых мод наиболее разрушительным является продольное тепловое движение, а поперечное тепловое движение не оказывает какого-либо негативного эффекта. Тем не менее, существуют моды, сжатие которых хорошо сохраняется даже при сравнительно большом среднем смещении атомов. Кроме того, зная среднее смещение атомов, можно подобрать временной профиль моды, обеспечивающий оптимальное сохранение сжатия.

Также мы можем сделать вывод, что даже при сравнительно большом среднем смещении атомов внутри ячейки квантовой памяти степень сжатия широкополосного импульса останется на достаточно высоком уровне, но ширина спектра уменьшается. При этом исключить влияние дифракции полностью нельзя, и ее присутствие ведет к ухудшению сжатия за счет подмешивания растянутой квадратуры.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 18-02-00648а и 19-02-00204а)

#### Литература

1. C. Simon, et al. Quantum memories // *Eur. Phys. J. D.* 2010. Vol. 58. P. 1–22.
2. A.V. Gorshkov, A. Andre, M.D. Lukin, and A.S. Sorensen. Photon storage in  $\Lambda$ -type optically dense atomic media. I-III. // *Phys. Rev. A.* 2007. Vol. 76. P. 033804
3. A. Nicolas, L. Veissier, L. Giner, E. Giacobino, D. Maxein and J. Laurat. A quantum memory for orbital angular momentum photonic qubits // *Nature Photon.* 2014. Vol. 8. P. 234–238.
4. T. Golubeva, Yu. Golubev, O. Mishina, A. Bramati, J. Laurat, and E. Giacobino. High speed spatially multimode  $\Lambda$ -type atomic memory with arbitrary frequency detuning // *Eur. Phys. J. D.* 2012. Vol. 66. P. 275.
5. E.R. Zinatullin, K.S. Tikhonov, T.Yu Golubeva, and Yu.M. Golubev. The effect of diffraction on a pulse of squeezed light in the protocol of a multimode resonant quantum memory based on a thermal atomic ensemble // *Optics and Spectroscopy* 2020. Vol. 128(9). P. 1458–1474.
6. Golubev Yu., Golubeva T., Ivanov D. Broadband squeezed light from phase-locked singlemode sub-poissonian lasers // *Phys. Rev. A.* 2008. Vol. 77. P. 052316.

# ИССЛЕДОВАНИЕ КВАНТОВОЙ МАТЕРИНСКОЙ ПЛАТЫ НА ОХЛАЖДЕННЫХ АТОМАХ Cs

**К. А. Золина<sup>1,2</sup>, Н. С. Перминов<sup>1,3</sup>, С. А. Моисеев<sup>1,3</sup>**

<sup>1</sup>Казанский квантовый центр, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева, Казань, ул. Карла Маркса д. 10, 420111

<sup>2</sup>Казанский федеральный университет, Институт физики,  
Казань, ул. Кремлёвская д.16а, 420008

<sup>3</sup>Казанский физико-технический институт им. Е.К. Завойского ФИЦ Казанский научный центр РАН, Казань, ул. Сибирский тракт д. 10/7, 420029

e-mail: karina86220@mail.ru

## 1. Введение

Квантовая память, которая имеет возможность отображать, сохранять и позже извлекать квантовое состояние света из материи, является важным приложением для квантовых информационных технологий [1]. Для реализации эффективной квантовой памяти требуется достаточно сильное и обратимое взаимодействие световых/микроволновых кубитов со многими долгоживущими квантовыми системами [1]. Было предложено множество вариантов для взаимодействия кубитов с квантовыми системами, в частности, кубиты могут взаимодействовать с NV-центрами в алмазе [2], редкоземельными ионами в неорганических кристаллах [3] и квантовыми точками [4]. При таком подходе наилучшая реализация управляемой передачи кубита между удаленными узлами обеспечивала квантовую эффективность до 92% [5, 6], в то время как для практических квантовых компьютеров требуется не менее 99,9%. В работе представлена модель квантовой памяти на основе системы взаимодействующих высокочастотных резонаторов, связанных с двухуровневыми атомами. Система резонаторов представляет собой шестиугольные отверстия на фотонно-кристаллической платформе [7] с охлажденными атомами Cs внутри [8, 9]. Также на охлажденных атомах в фотонном кристалле могут быть изучены возможность управления направлением спонтанного излучения, взаимодействие атомов друг с другом и прочие чисто квантовые эффекты.

Для многих практических и теоретических задач важным параметром является групповая скорость и групповая задержка излучения. В работе рассматривается влияние групповой задержки на взаимодействие охлажденных атомов в одномерном массиве отверстий в пластине SiN. Для достижения этой цели были получены аналитические выражения для поля в системе с двумя и четырьмя атомами.

## 2. Аналитические выражения для мод состояний спинов в платформе с новой геометрией элемента и расчёт характерных частот

Здесь мы рассматриваем взаимодействие охлажденных атомов в одномерном массиве из шестиугольных отверстий в пластине SiN, схематично изображенных на рис.1.

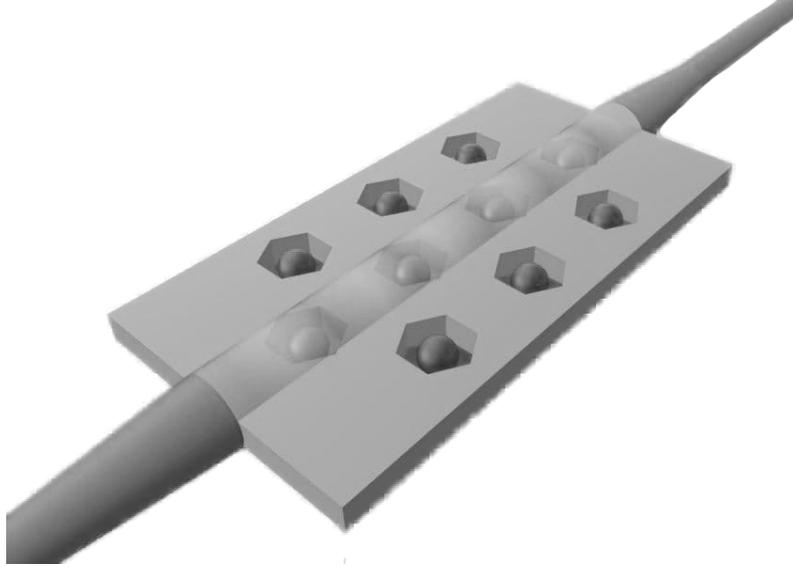


Рис. 1. Схематическое изображение рассматриваемой платформы с четырьмя атомами Cs.

Сначала нами были получены аналитические выражения для спиновых мод  $x_n$  в случае двух атомов. Мы использовали описание взаимодействия между спинами по аналогии с работой [11]:

$$[p + i\Delta n + \gamma]x_n(p) + \sum_m \Gamma_m e^{(ik_0 - p/c)z_{|n-m|}} x_m(p)/2 = c_n, \quad (1)$$

где  $n$  – порядковый номер моды атомного спина,  $m$  – количество спинов,  $\Delta$  – спектральное расстояние между частотами соседних спинов,  $\gamma$  – постоянная распада,  $\omega_0 \tau_m / k_0 = z_m$  – пространственная координата  $n$ -го спина в резонаторе,  $c_n$  – начальные условия спиновой населенности,  $p = -i\omega$ ,  $\Gamma_m = 2\pi e^{-i\omega_0 \tau_m} g_m^2 / c$ ,  $g$  – константа взаимодействия,  $x_m(p) = \int_0^\infty dt e^{-pt} \beta_m(t)$  – преобразование Лапласа (связь с полной модой спиновой населенности  $e^{-\omega_0 t} \beta_m(t)$  во временном представлении). В случае двух спинов и начальных условий вида  $\{c_n\} = \{-i; +i\}$  уравнение (1) примет вид:

$$\begin{cases} (-i\omega - i)x_1 + gx_1 + ge^{i\omega\tau}x_2 = -i \\ (-i\omega + i)x_2 + gx_2 + ge^{i\omega\tau}x_1 = i \end{cases} \quad (2)$$

Матрица алгебраической системы уравнений (2) имеет вид:

$$M = \begin{vmatrix} -i\omega - i + g & ge^{i\omega\tau} \\ ge^{i\omega\tau} & -i\omega + i + g \end{vmatrix} \quad (3)$$

Определитель такой матрицы равен:

$$Det = \omega^2 + g^2(e^{i\omega\tau})^2 + 2ig\omega - 1 - g^2, \quad (4)$$

Для приближенного нахождения собственных частот  $\omega$  требуется разложить члены (4) в ряд по  $\tau$

$$Det = \omega^2 + 2ig\omega - 1 + 2ig^2\omega\tau - 2g^2\omega^2\tau^2, \quad (5)$$

откуда имеем

$$w_1 = \frac{ig^2\tau + ig + \sqrt{-g^4\tau^2 - 2g^3\tau - 2g^2\tau^2 - g^2 + 1}}{2g^2\tau^2 - 1} \quad (6)$$

$$w_2 = \frac{-ig^2\tau - ig + \sqrt{-g^4\tau^2 - 2g^3\tau - 2g^2\tau^2 - g^2 + 1}}{2g^2\tau^2 - 1} \quad (7)$$

Необходимая для памяти и процессинга обратимая динамика поля в платформе [10] достигается для подобных многочастичных систем в точке, где вырождаются (сливаются) собственные частоты (рис. 2).

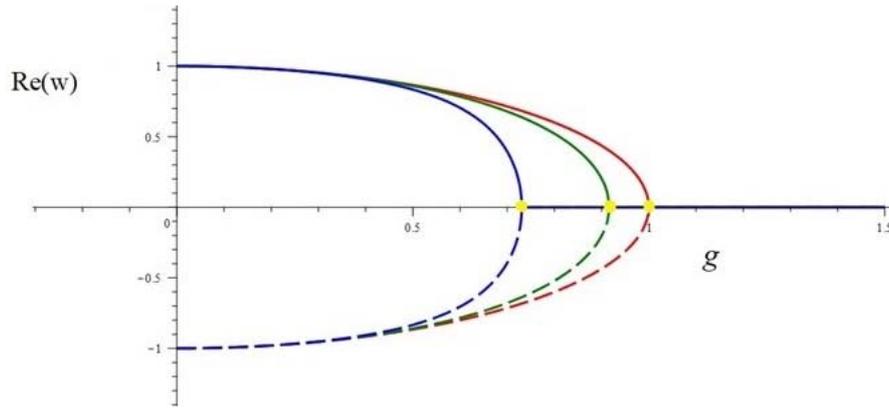


Рис. 2. Графики зависимости реальной части собственных частот гибридной системы для разных расстояний между атомами ( $\tau = \{0, 1/10 \cdot g, 1/2 \cdot g\}$ , где  $\tau$  – расстояние между спинами). Видно, что точка слияния линий, отвечающая обратимой динамике системы, достигается при разных значениях константы связи  $g$  между атомом и резонатором.

Для рассматриваемого случая 4 атомов уравнения для спиновых мод имеют вид:

$$\begin{cases} \left(-i\omega - \frac{3i}{2}\right)x_1 + gx_1 + ge^{i\omega\tau}x_2 + ge^{2i\omega\tau}x_3 + ge^{3i\omega\tau}x_4 = i, \\ \left(-i\omega - \frac{i}{2}\right)x_2 + gx_2 + ge^{i\omega\tau}x_1 + ge^{i\omega\tau}x_3 + ge^{2i\omega\tau}x_4 = -i, \\ \left(-i\omega + \frac{i}{2}\right)x_3 + gx_3 + ge^{2i\omega\tau}x_1 + ge^{i\omega\tau}x_2 + ge^{i\omega\tau}x_4 = i, \\ \left(-i\omega + \frac{3i}{2}\right)x_4 + gx_4 + ge^{3i\omega\tau}x_1 + ge^{2i\omega\tau}x_2 + ge^{i\omega\tau}x_3 = -i. \end{cases}$$

где  $c_n = \exp\{i \cdot \varphi_n\}$ ,  $\varphi_n = \pi/2 + \pi \cdot n$ ,  $\Delta=1$ , а константу  $\gamma$  опускаем для оценочных расчётов ( $\gamma=0$ ). Расчёт зависимости  $\text{Re}(w_n)$  от взаимодействия  $g$  и времени  $\tau$ , за которое электромагнитная волна проходит между соседними спинами через данную выше систему уравнений для случая 4 атомов, представлен на рис. 3.

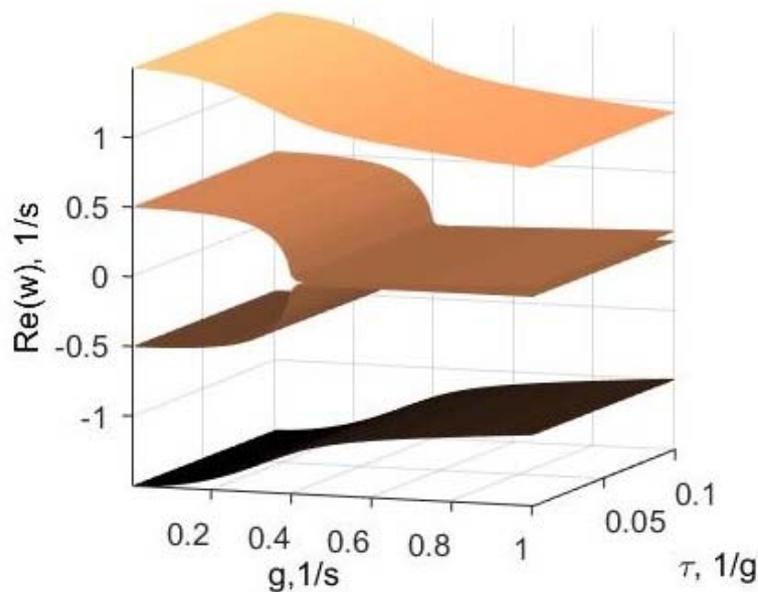


Рис. 3. Зависимость  $\text{Re}(w_n)$  от взаимодействия  $g$  и времени  $\tau$ , отвечающего прохождению электромагнитной волны между соседними спинами.

### 3. Результаты и выводы

Предложена модель квантовой памяти на основе фотонно-кристаллической платформы с охлаждёнными атомами цезия внутри. Сделаны численные расчеты критических параметров для константы связи  $g$  между атомами и резонаторами, необходимые для получения обратимой динамики поля в системе и отвечающие эффективному хранению квантовой информации.

Работа поддержана грантом Правительства Российской Федерации, проект №14.Z50.31.0040, 17 февраля 2017 г.

### Литература

1. Colloquium: Strongly interacting photons in one-dimensional continuum / Roy D., Wilson C.M., Firstenberg O. // *Reviews of Modern Physics*. 2017. Т. 89, № 2. С. 021001.
2. Repetitive readout of a single electronic spin via quantum logic with nuclear spin ancillae / Jiang L. et al. // *Science*. 2009. Т. 326, № 5950. С. 267-272.
3. Optically addressable nuclear spins in a solid with a six-hour coherence time / Zhong M. et al. // *Nature*. 2015. Т. 517. № 7533. С. 177-180.
4. Semiconductor quantum computation / Zhang X. et al. // *National Science Review*. 2019. Т. 6, № 1. С. 32-54.
5. Highly efficient optical quantum memory with long coherence time in cold atoms / Cho Y.W. et al. // *Optica*. 2016. Т. 3. № 1. С. 100-107.
6. Highly efficient coherent optical memory based on electromagnetically induced transparency [Text]/ Hsiao Y.F. et al. // *Physical review letters*. 2018. Т. 120, № 18. С. 183602.
7. Двумерный гексагональный фотонный кристалл с новой геометрией элемента / Горбацевич А. А. и др. // *Краткие сообщения по физике Физического института им. П.Н. Лебедева РАН*. 2014. Т. 41, № 6.
8. Measurement of an electron's electric dipole moment using Cs atoms trapped in optical lattices / Chin C. et al. // *Physical Review A*. 2001. Т. 63, № 3. С. 033401.
9. Two-dimensional photonic crystals for engineering atom–light interactions / Yu S. P. et al. // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 2019. Т. 116, № 26. С. 12743-12751.
10. Programmable quantum motherboard for logical qubits / Perminov N.S., Tarankova D.Y., Moiseev S.A. // *Laser Physics*. 2019. Т. 29, № 12. С. 124016.
11. Multiresonator quantum memory / Moiseev S.A. et al. // *Physical Review A*. 2017. Т. 95, № 1. С. 012338.

# ВЛИЯНИЕ КОНСТАНТЫ СВЯЗИ МЕЖДУ ДВУХУРОВНЕВОЙ СИСТЕМОЙ И ФОТОНОМ В ВОЛНОВОДЕ НА АМПЛИТУДУ РАССЕЯНИЯ ОДНОФОТОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

**А.В. Корюкин**

*Казанский федеральный университет, Институт физики  
420008, Казань, улица Кремлевская 16а  
Академия наук Республики Татарстан,  
420111, Казань, улица Баумана 20  
e-mail: Artem.Koryukin@kpfu.ru*

## 1. Введение

Квантовые вычисления и компьютеры в настоящее время являются одними из наиболее перспективных и интересных областей исследования. Они имеют многообещающий потенциал в различных областях применения, таких как поиск новых лекарств, химических соединений и нейронауке. На данный момент квантовые компьютеры используются для оптимизации, решения финансовых задач и симуляции физических систем. Например, для моделирования субъединицы LN-II B850 в *Rhodobacter sphaeroides* с помощью связанных волноводных решеток. Это фиолетовая фотосинтетическая бактерия, которая живет в темных условиях и развила эффективность сбора света почти 100% [1]. Технологии квантовых компьютеров используются, например, в сверхчувствительных магнитных датчиках для нейроинтерфейсов. Кубиты – это основа квантовых компьютеров. Кубиты могут быть изготовлены с использованием различных технологий, таких как сверхпроводимость, ионы в ловушках, фотоны, дефекты в алмазе, поляритоны, полупроводники и топологические. Все они объединены наличием двух состояний в суперпозиции. Это основная особенность работы квантовых компьютеров и их основное отличие от классических компьютеров. Например, это ток, который может протекать в противоположных направлениях вдоль контура сверхпроводника, или ортогональные поляризации фотона [2]. Так же гибридные схемы и комбинированные технологии имеют большие возможности. Например, фотоны могут быть не только носителями суперпозиционных состояний, но и использоваться для управления или удержания кубитов в других цепях. Также структуры любой из этих технологий могут быть использованы в качестве некоторых элементов в схемах других технологий. Например, фотонный кристалл был использован для улучшения сверхпроводящей схемы. Также фотонный кристалл использовался для настройки статистики фотонов. Распределенный брэгговский отражатель уже широко используется в качестве резонатора в кубитах. Именно поэтому фотоны представляют такой огромный интерес как с точки зрения повышения эффективности различных схем, так и в качестве базовой технологии для квантовых компьютеров для вычисления или передачи данных [3]. И еще одно преимущество – это реализация на чипе [4]. Кубиты характеризуются временем жизни системы, то есть релаксацией к основному состоянию, и временем когерентности, то есть временем до нарушения суперпозиции состояний. Таким образом, одной из основных задач является увеличение этих времен по отношению ко времени операций, выполняемых кубитами, или времени выполнения вентилей на этих кубитах. Кроме того, основными задачами являются совершенствование управлениями кубитами и получение информации о состоянии самого кубита.

В этой статье рассмотрим рождение фотона и его рассеяние в волноводе. Целью данной работы является изучение влияния взаимодействия фотонной среды и источником фотонов на амплитуду рассеяния фотонов. Это может быть использовано для улучшения управления кубитами на основе фотонов, а также для других схем. В качестве источника мы рассмотрели двухуровневую систему. Это может быть, например, искусственный атом. Схема двухуровневая система - фотонный резонатор является одной из основных. В качестве резонатора был выбран волновод. Это перспективная технология, которая уже широко используется [1, 5-7]. Таким образом, данная задача представляет интерес для широкого круга исследований и технологий.

## 2. Результаты

Была рассчитана амплитуда рассеяния однофотонного излучения как функция времени, используя код [8] на QuTiP [9-11]. Это библиотека программного обеспечения для вычислительной физики с открытым исходным кодом, предназначенная для моделирования квантовых систем, в частности открытых квантовых систем [9]. Существуют примеры, полезные для расчета фотонных систем с помощью этого программного обеспечения. В них рассматриваются различные фотонные системы [6, 12-15].

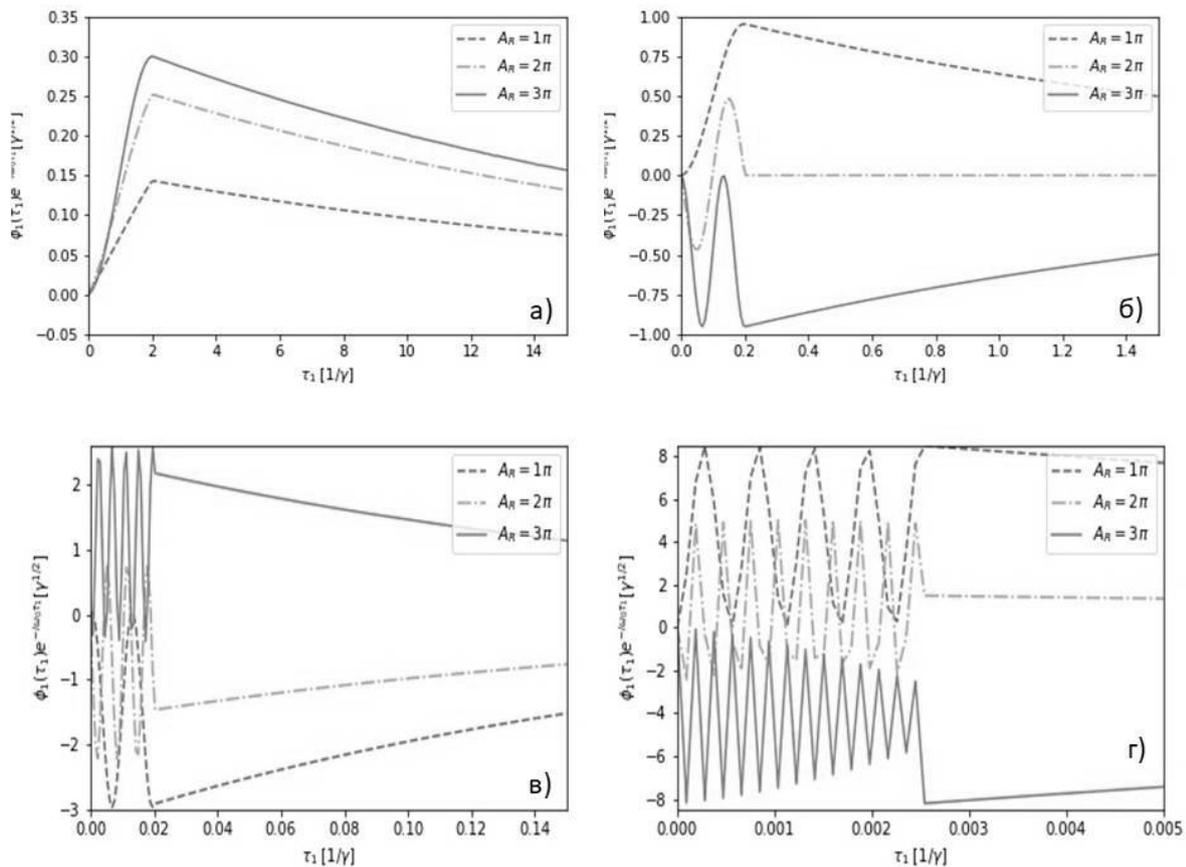


Рис. 1. Огибающие однофотонных амплитуд для различных значений импульса при различных значениях постоянной связи а)  $\gamma=0.1$  б)  $\gamma=1$  в)  $\gamma=10$  г)  $\gamma=80$ .

Получены огибающие однофотонных амплитуд для различных значений импульсов, таких как  $1\pi$ ,  $2\pi$  и  $3\pi$ . Частота лазера составляла  $20\pi$ . Длительность

импульса составила  $\frac{0.2}{\gamma}$ . Диапазон изменения константы взаимодействия составлял с 0,1 до 80. Амплитуда рассеяния однофотонного излучения в зависимости от времени при различных значениях константы взаимодействия показана на рис. 1. Как видно из рисунка, число колебаний увеличивается при увеличении константы связи между двухуровневой системой и волноводом, как показано на рис. 2.

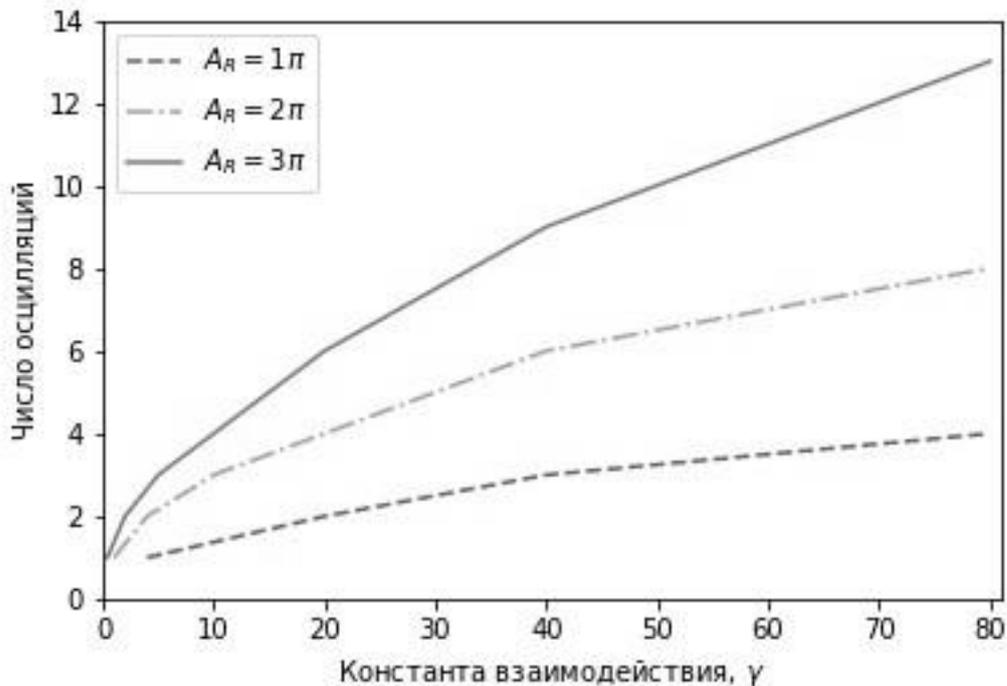


Рис. 2. Зависимость числа рассеивающих колебаний от константы взаимодействия между двухуровневой системой и волноводом.

С одной стороны, это можно интерпретировать как удержание фотона в такой системе. Амплитуду рассеяния можно рассматривать как периодическую систему кодирования информации. Получены два уровня с минимальной и максимальной амплитудами рассеяния. Число колебаний можно регулировать с помощью постоянной взаимодействия. Это система управления. С другой стороны, для кодирования информации нам могут понадобиться только два первых противоположных пика. Мы можем провести аналогию с осциллятором, который использует только два уровня. Взаимодействие с ними других уровней – это физическая основа декогеренции. Поэтому не исключено, что слишком сильное взаимодействие может повредить такой системе, а если взаимодействие слабое, то уровни не будут наблюдаться.

### 3. Заключение

Огибающая амплитуды однофотонного рассеяния может быть изменена путем настройки константы взаимодействия между двухуровневой системой и волноводом. Усиление взаимодействия между системой и волноводом увеличивает величину рассеивающих колебаний. Это можно интерпретировать так, что фотон не покидает систему атом-волновод и испытывает постоянное рассеяние. Константа взаимодействия может быть использована для управления свойствами однофотонного кубита.

Кубитные состояния можно интерпретировать как состояние с минимальной амплитудой рассеяния фотонов и состояние с максимальной амплитудой рассеяния

фотонов. Вся огибающая будет находиться в состоянии суперпозиции. Мы настраиваем время внешнего импульса и таким образом устанавливаем состояние суперпозиции кубита. Он находится между двумя противоположными состояниями фотона.

В будущем нам нужно найти решение для следующих задач: предел константы взаимодействия для кодирования информации и системы, полезность системы с множественными рассеяниями для кодирования информации, полезность осцилляций для квантовых вычислений и возможности считывания информации из такой системы.

## Литература

1. Biggerstaf N. On Integrated Photonic Quantum Simulations. The University of Queensland, 2014. 176 p.
2. O'Brien J., Furusawa A., Vuckovic J. Photonic quantum technologies // Nature Photonics. 2009. V. 3. P. 229.
3. Slussarenko S., Pryde G. J. Photonic quantum information processing: A concise review // Applied Physics Reviews. 2019. V. 6. P. 041303.
4. Wang J., Bonneau D., Villa M., Silverstone J.W., Santagati R., Miki S., Yamashita T., Fujiwara M., Sasaki M., Terai H., Tanner M. G., Natarajan C. M., Hadfield R. H., O'Brien J. L., Thompson M. G. Chip-to-chip quantum photonic interconnect by path-polarization interconversion // Optica. 2016. V. 3. P. 407-413.
5. Sultanov A., Greenberg Y., Mutsenik E., Pitsun D., Il'ichev E. Universal Tool for Single-Photon Circuits: Quantum Router Design // Materials. 2020. V. 13. P. 319.
6. Fischer K. Scattering into One-Dimensional Waveguides from a Coherently-Driven Quantum-Optical System // Quantum. 2018. V. 2. P. 69.
7. Dinç F., Ercan I. Single photon two-level atom interactions in 1-D dielectric waveguide: quantum mechanical formalism and applications // Opt Quant Electron. 2018. V. 50. P. 390.
8. GitHub [Электронный ресурс]. URL: <https://github.com/qutip/qutip-notebooks/blob/master/examples/temporal-photon-scattering.ipynb>
9. QuTiP [сайт]. URL: <http://qutip.org/>
10. Johansson J. R., Nation P. D., Nori F. QuTiP: An open-source Python framework for the dynamics of open quantum systems // Comp. Phys. Comm. 2012. V. 183. P. 1760-1772.
11. Johansson J. R., Nation P. D., Nori F. QuTiP 2: A Python framework for the dynamics of open quantum systems // Comp. Phys. Comm. 2013. V. 184. P. 1234.
12. Gleyzes S., Kuhr S., Guerlin C. Quantum jumps of light recording the birth and death of a photon in a cavity // Nature. 2007. V. 446. P. 297-300.
13. Hanschke L. Quantum Dot Single-Photon Sources with Ultra-Low Multi-Photon Probability // npj Quantum Information. 2018. V. 4. P. 1.
14. Fischer K., Trivedi R., Lukin. D. Particle Emission from Open Quantum Systems // Physical Review A. 2018. V. 98. P. 2.
15. Fischer K. Scattering into One-Dimensional Waveguides from a Coherently-Driven Quantum-Optical System // Quantum. 2018. V. 2. P. 69.

# ПЕРЕНОРМИРОВКА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КВАНТОВОЙ ТОЧКИ С ФОНОННЫМ РЕЗЕРВУАРОМ

Л.Я. Набиева, Р.Х. Гайнутдинов, А.И. Гарифуллин, А.А. Мутыгуллина

*Казанский федеральный университет  
(420008, Казань, ул. Кремлевская, 18)  
e-mail: lilya.nabieva.97@mail.ru*

## 1. Введение

Практическая реализация однофотонных источников для квантовых вычислений сталкивается с проблемой потери информации как следствие разрушения состояния кубита за счет взаимодействия с окружающей средой, влияние которой необходимо учитывать [1-3]. В общем случае это взаимодействие является достаточно сильным и описывается различными методами. Значительный вклад во взаимодействие кубита и среды также вносят квантовые флуктуации, в которых степени свободы окружения проявляются в виртуальном состоянии. Решение этих проблем требует развития не только экспериментальных, но и теоретических методов. Некоторые, на первый взгляд, формальные задачи могут требовать более тщательного подхода. Проблемы, связанные с ультрафиолетовыми расходимостями, возникающие в квантовой теории поля, решаются в квантовой электродинамике путем перенормировки. Как мы показываем, теория перенормировок важна не только для устранения расходимостей, но и для понимания природы процессов, влияющих на собственно-энергетическую функцию системы. Рассматривается влияние низкоэнергетических фононов на собственно-энергетическую функцию квантовой точки, а также показывается, что перенормировка вершинной функции и оператора Грина позволяет с большей точностью описывать процессы квантовых флуктуаций.

## 2. Метод

Взаимодействие между веществом и электромагнитным полем является одним из наиболее фундаментальных процессов, происходящих в природе. Это взаимодействие исследуется в квантовой электродинамике (КЭД), область исследования которой важна как для атомной физики, так и для квантовой оптики. Эффективность квантовой электродинамики определяется ее возможностью описывать эволюционные процессы квантовых систем во времени, не используя теорию возмущений, и оставаться свободной от бесконечностей (ультрафиолетовых расходимостей), используя приемы перенормировок. Для того чтобы определить роль эффектов квантовой электродинамики при взаимодействии экситона одиночной квантовой точки с окружающими низкоэнергетическими фононами резервуара, необходимо выйти за рамки теории возмущений. Как это было продемонстрировано в [4], такую возможность дает обобщенное динамическое уравнение [5], которое получено из фундаментальных принципов квантовой физики. Причем, когда динамику системы генерирует мгновенное взаимодействие, это уравнение равнозначно уравнению Шредингера. Кроме того, формализм обобщенной квантовой динамики ОКД позволяет эффективно описывать нелокальные во времени взаимодействия систем, что проявляют себя в зависимости собственно-энергетической функции системы от энергетического параметра эволюции системы. Квантовые флуктуации в исследуемых системах являются примером нелокальных во времени взаимодействий. Об этом свидетельствует

флуктуационно-диссипационная теорема [6]. Эти флуктуации проявляют себя в собственно-энергетических функциях состояний квантовой точки, которые определяют поправки к энергиям уровней квантовых точек и к спектрам их излучения [7].

Обобщенное динамическое уравнение для собственно-энергетической функции  $C_m(z)$ , определяющей вклад от процессов квантовых флуктуаций для состояния  $|m\rangle$  системы, имеет вид

$$\frac{dC_m(z)}{dz} = -\langle m | M(z) (\tilde{G}_0(z))^2 M(z) | m \rangle, \langle m | m \rangle = 1, \quad (1)$$

где оператор Грина  $\tilde{G}_0(z)$  описывает эволюцию системы, когда частицы распространяются свободно, а  $M(z)$  - оператор взаимодействия частиц друг с другом. Решая дифференциальное уравнение (1), можно получить выражение для собственно-энергетической функции, рассматривая взаимодействие квантовой системы  $|x\rangle$  с частицами резервуара  $|\mu\rangle$ , сопровождающееся рождением (уничтожением) виртуальных частиц  $|\nu\rangle$ ,

$$C_{x,\mu}(z) = \sum_{\nu} \sum_{\mu} \frac{\langle x, \mu | M(z) | x, \mu, \nu \rangle \langle x, \mu, \nu | M(z) | x, \mu \rangle}{z - E_x - C_x(z)}. \quad (2)$$

### 3. Перенормировка оператора Грина и вершинной функции

Представим  $C_x(z)$  в виде

$$C_x(z) = (z - E_x) \chi_1 + \tilde{C}_x(z), \quad (3)$$

где  $\chi_1$  первая производная собственно-энергетической функции. Пренебрегая  $\tilde{C}_x(z)$  и подставляя (3) в (2), получаем

$$C_{x,\mu}(z) = \sum_{\nu} \sum_{\mu} \frac{\langle x, \mu | M(z) | x, \mu, \nu \rangle \langle x, \mu, \nu | M(z) | x, \mu \rangle}{Z_2^2 (z - E_x)}. \quad (4)$$

где  $Z_2 = (1 - \chi_1)^{1/2}$ . Множитель  $Z_2$  можно рассматривать как константу, перенормирующую оператор Грина экситона, связанный с внешними линиями. Далее рассмотрим перенормировку экситон-фононного взаимодействия и определим константу перенормировки вершинной функции  $Z_1$ . В общем случае вклады от лестничных диаграмм могут быть представлены как

$$M_{\varphi}^L(z) = H_{\varphi} + \sum_{n=1} H_{\varphi} (\tilde{G}_0(z) H_{\varphi})^n. \quad (5)$$

Взаимодействие в системе квантовая точка – резервуар низкоэнергетических фононов генерируется гамильтонианом модели независимых бозонов

$$H_{\varphi} = H_I = \sum_{\mathbf{q}} \omega_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}}^{\dagger} b_{\mathbf{q}} + \sum_{\mathbf{q}} g_{\mathbf{x}}^{\mathbf{q}} (b_{\mathbf{q}} + b_{\mathbf{q}}^{\dagger}) |x\rangle \langle x|. \quad (6)$$

Здесь  $b_q^\dagger(b_q)$  - оператор рождения (уничтожения) фононов с энергией  $\omega_q$  и волновым вектором  $q$ , кет-вектор  $|x\rangle$  определяет состояние квантовой точки, а  $g_x^q$  - деформационный потенциал связи. Рассматривая петли с одним гамильтонианом взаимодействия, приходим к

$$\langle x | H_{qr} | x, q \rangle + \langle x | M(E_x + i0) \tilde{G}_0(E_x + \omega_q + i0) H_{qr} \tilde{G}_0(E_x - \omega_q + i0) M(E_x + i0) | x \rangle. \quad (7)$$

В пределе  $q \rightarrow 0$  уравнение (7) сводится к переформированной константе электрон-фононной связи

$$g_x + g_x \sum_{\mu} P_{\mu} \langle x; \mu | M(E_x + i0) \tilde{G}_0^2(E_x + i0) M(E_x + i0) | x; \mu \rangle \equiv g_x Z_1^2. \quad (8)$$

Заметим, что второе слагаемой левой части уравнения содержит результат обобщенного динамического уравнения для  $C_m(z)$ . В таком случае можно записать

$$g_x \left( 1 - \left. \frac{dC_x(z)}{dz} \right|_{z=E_x} \right) = g_x Z_2^2. \quad (9)$$

Из выражений (8) и (9) следует, что константы перенормировки равны:  $Z_1 = Z_2$ . Таким образом, вершину  $\Gamma_x(z, q)$  можно записать как

$$\Gamma_x(z, q) = g_x Z_1^2 + \Lambda_{ren}(z, q), \quad (10)$$

где  $\Lambda_{ren}(z, q) = \Lambda(z, q) - \Lambda(z, 0)$  и

$$\Lambda(z, q) = \sum_{\mu} \sum_q \frac{\langle x; \mu | M(z) | x; \mu, q_1 \rangle \langle x; \mu | H_{ep} | x; \mu, q_2 \rangle \langle x; \mu, q_1 | M(z) | x; \mu \rangle}{(z - E_x - \omega_{q_1})(z - E_x - \omega_{q_1} - \omega_q)}. \quad (11)$$

Усредняем по степеням свободы  $\mu$  резервуара и переходя от суммы к интегрированию по внутренним волновым векторам  $q_1$ , получаем выражение для вершинной функции

$$\Lambda(z, q) = \frac{S_{HR}}{\omega_b^2} \int_0^{\infty} \omega_{q_1}^3 e^{\left(\frac{\omega_{q_1}^2}{2\omega_b^2}\right)} \times \left( \frac{1 + n(q_1)}{(z - E_x - \omega_{q_1})(z - E_x - \omega_{q_1} - \omega_q)} + \frac{n(q_1)}{(z - E_x + \omega_{q_1})(z - E_x + \omega_{q_1} + \omega_q)} \right) d\omega_{q_1}. \quad (12)$$

Учитывая формулу (10), равенство перенормировочных констант и усредняя по степеням свободы резервуара, сводим выражение для собственно-энергетической функции к виду

$$C_x(z) = \frac{S_{HR}}{\omega_b^2} \int_0^{\infty} \omega_q^3 e^{\left(\frac{\omega_q^2}{2\omega_b^2}\right)} \times \left\{ \frac{1 + n(q)}{z - E_x - \omega_q} + \frac{n(q)}{z - E_x + \omega_q} \right\} \times [\Lambda_{ren}(z, q)]^2 d\omega_q. \quad (13)$$

На рис. 1 показана зависимость производной собственно-энергетической функции в точке  $z = E_x$  от параметра Хуана-Риса и температуры с учетом поправки от перенормировки вершинной функции и оператора Грина.

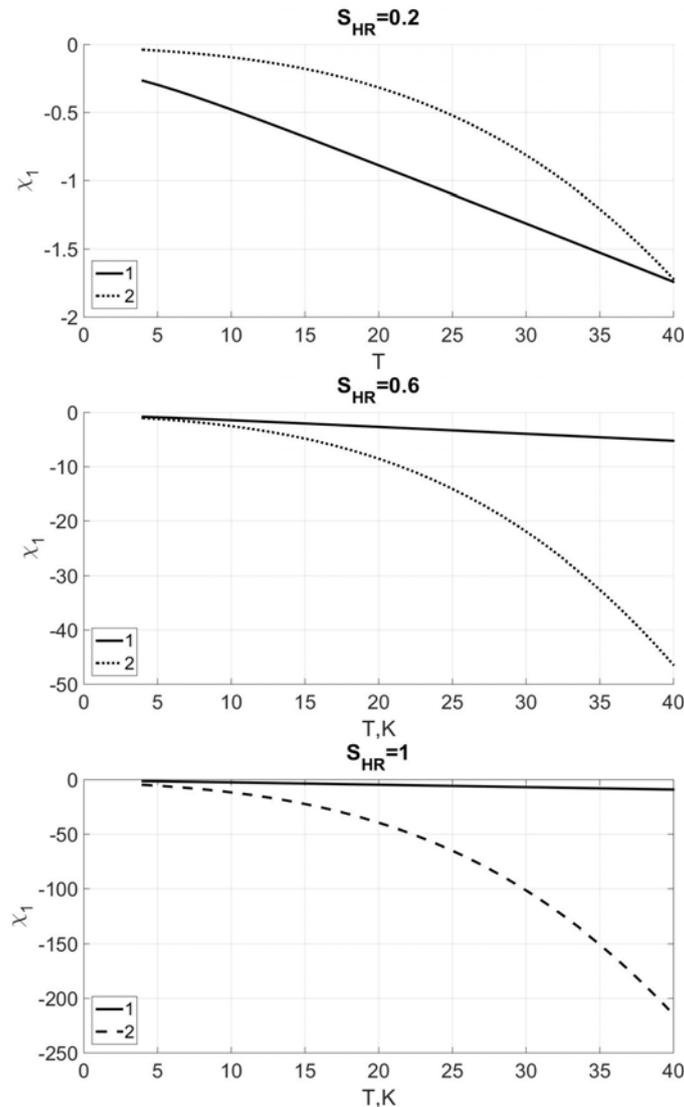


Рис. 1. Производная собственно-энергетической функции по теории возмущений (1) и за ее пределами (2).

#### 4. Заключение

Проведенный анализ двух подходов выявил необходимость учета перенормировки взаимодействия квантовой точки с резервуаром акустических фононов за пределами теории возмущений. Зависимость процессов, дающих вклад в собственно-энергетическую функцию экситона от энергии, означает, что здесь проявляются немарковские эффекты, другими словами, нелокальность во времени взаимодействия кубита с резервуаром.

## Литература

1. Ramsay A. J., Gopal A. V., Gauger E. M., Nazir A., Lovett B. W., Fox A. M., Skolnick M. S., Damping of exciton rabi rotations by acoustic phonons in optically excited InGaAs/GaAs quantum dots // *Phys. Rev. Lett.*, 2010. V.104. № 1. P. 017402.
2. Langbein W., Borri P., Woggon U., Stavarache V., Reuter D., Wieck A. D., Radiatively limited dephasing in InAs quantum dots // *Phys. Rev. B*, 2004. V.70. № 3. P. 033301.
3. Besombes L., Kheng K., Marsal L., Mariette H., Acoustic phonon broadening mechanism in single quantum dot emission // *Phys. Rev. B*, 2001. V.63. № 15. P. 0155307.
4. Gainutdinov R. Kh., Mutygullina A. A., Scheid W. Effects of nonlocality in time of interactions of an atom with its surroundings on the broadening of spectral lines of atoms // *Phys. Lett. A*. 2002. V. 306. P. 1-9.
5. Gainutdinov R. Kh. Nonlocal interactions and quantum dynamics // *J. Phys. A: Math. Gen.*, 1999. V. 32. P. 5957-5677.
6. YiJing Yan. Quantum Fokker-Planck theory in a non-Gaussian-Markovian medium // *Phys. Rev. A.*, 1998. V.58. № 4. P. 2721.
7. Calic M., Gallo P., Felici M., Atlasov K.A., Dwir B., Rudra A., Biasiol G., Sorba L., Tarel G., Savona V, Kapon E. Phonon-Mediated Coupling of InGaAs/GaAs Quantum-Dot Excitons to Photonic Crystal Cavities // *Phys. Rev. Lett.*, 2011. V. 106. P. 227-402.

# ПРЕИМУЩЕСТВО РАДИАЛЬНОГО ЧИСЛА ЛАГЕРР-ГАУССОВЫХ МОД В ЗАДАЧАХ КВАНТОВОЙ ИНФОРМАТИКИ

Д.Д. Решетников, А.С. Лосев

*Санкт-Петербургский государственный университет,  
Россия, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб. 7/9  
e-mail: d.d.reshetnikov@gmail.com*

## 1. Введение

Использование света как средства для передачи информации имеет свои преимущества: высокая скорость распространения, наличие источников, покрывающих весь оптический диапазон электромагнитных волн, и невзаимодействие разных мод при их пересечении и совместном распространении. В то же время последний пункт играет негативную роль, когда речь заходит об обработке информации: напрямую использовать один световой пучок для преобразования другого невозможно. Но, как известно, проблема решается посредством взаимодействия излучения и вещества. Так, например, если речь идет об управлении квантовыми состояниями света, то одним из вариантов может служить квантовая память как способ не только сохранить, но и контролируемо изменить записанное в ячейку памяти квантовое состояние [1].

Изменение квантового состояния света подразумевает изменение информации, закодированной в данном состоянии. В свою очередь кодирование информации может проводиться как с помощью дискретных, так и непрерывных переменных. Наиболее распространенный путь для дискретных переменных – это использование поляризационных состояний света. Однако он дает ограничение на размерность гильбертова пространства состояний, равную двум. То есть однофотонные импульсы в этом случае представляют собой кубиты. Переход к алгебре векторов состояний, принадлежащих пространству более высокой размерности, позволяет расширить арсенал протоколов квантовых вычислений [2]. В этой связи становится понятным наличие широкого спектра работ теоретического и экспериментального характера, связанных с пучками лагерра-гауссовых мод [3-4]. У таких мод основной дискретной величиной, определяющей состояние поля, является азимутальное число («индекс», «заряд»)  $\ell$  функции Лагерра-Гаусса (Л-Г). Набор Л-Г мод, различающихся между собой по азимутальному числу, является бесконечным, но при этом полным и ортонормированным. Таким образом, возможен переход от кубитов к кудитам. На сегодняшний день предложено несколько способов генерировать пучки с различным значением  $\ell$  [5]. Однако в силу того, что азимутальное число является собственным значением оператора орбитального углового момента  $-i\hbar \partial/\partial\phi$ , идентификация значения  $\ell$  при детектировании пучка остается вполне успешно разрешимой задачей только для ограниченного набора азимутальных чисел.

На этом фоне второе число, характеризующее Л-Г функцию – радиальное число  $p$ , кажется несколько не востребованным, что вполне объяснимо, так как его физический смысл не имеет такого же простого понимания, как для  $\ell$  [6]. Здесь, опираясь на исследования [6, 7], мы показываем, что при определенной конфигурации пучка эксперимент по детектированию квантовых состояний, различающихся радиальным числом, может оказаться более эффективным даже для больших значений  $p$ , нежели детектирование состояний на основе азимутального числа.

## 2. Лагерр-гауссовы функции

Лагерр-гауссова функция является решением волнового уравнения в параксиальном приближении

$$LG_{p\ell}(r, \phi, z) = \frac{C_{p\ell}}{\omega_0} \left(r^{\frac{1}{2}} \delta_z\right)^{|\ell|} L_p^{|\ell|}[r\delta_z] e^{-\frac{1}{2}r\delta_z} \left(1 - i\frac{z}{z_R}\right) e^{i\ell\phi} e^{-i(2p+|\ell|+1)\arctg\left(\frac{z}{z_R}\right)}. \quad (1)$$

Здесь мы использовали несколько подстановок:

$$r = \frac{2\rho^2}{\omega_0^2}, \quad \delta_z = 1 - \frac{z}{R_z}, \quad \text{где } \rho, \phi, z \text{ – координаты цилиндрической системы координат, } \omega_0$$

– радиус перетяжки,  $R_z = \frac{z^2 + z_R^2}{z}$  – радиус кривизны пучка,  $z_R = \frac{k\omega_0^2}{2}$  – радиус Рэлея,

$C_{p\ell} = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+|\ell|)!}}$  – нормировочный множитель,  $p \in \mathbb{N}_0$  – радиальное число,  $\ell \in \mathbb{Z}$  – азимутальное число.

В области перетяжки ( $z = 0$ ) Л-Г функция принимает более простой вид

$$LG_{0,p\ell}(r, \phi) = \frac{C_{p\ell}}{\omega_0} r^{\frac{1}{2}|\ell|} L_p^{|\ell|}[r] e^{-\frac{1}{2}r} e^{i\ell\phi}. \quad (2)$$

На рис. 1А приведены поперечные профили Л-Г пучка в области перетяжки для различных значений азимутального  $\ell$  и радиального  $p$  чисел.

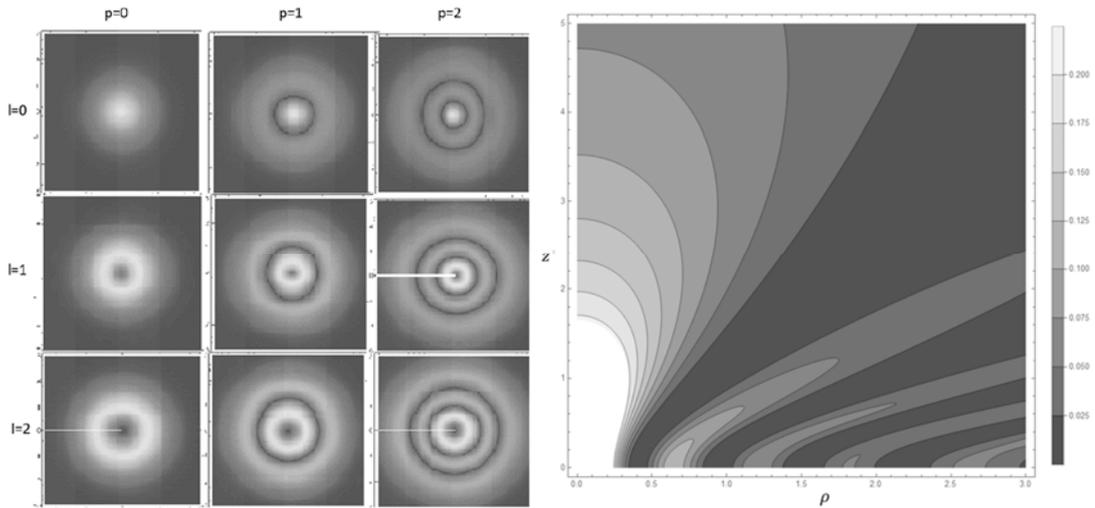


Рис. 1. А. Поперечный профиль лагерр-гауссовых пучков для различных  $\ell$  и  $p$  при  $z = 0$ .  
Б. Длина вектора Пойнтинга как функции  $\rho$  и  $z$  при некотором значении  $\phi$ .

Видно, что значение  $p$  совпадает с числом темных колец, то есть минимумов интенсивности в поперечной плоскости пучка. Для максимумов число колец также равно  $p$  при любых  $\ell$ , исключая  $\ell = 0$  (в случае  $\ell = 0$  число колец совпадает с  $p + 1$ ). В свою очередь изменение  $\ell$  при фиксированном  $p$  приводит лишь к уширению светлых колец. Значение  $\ell$  соответствует значению орбитального углового момента пучка в поперечной плоскости. То есть, следя за фазой при обходе в поперечной плоскости вокруг оси распространения пучка  $z$ , азимутальное число будет совпадать с тем, сколько раз фаза изменится от 0 до  $2\pi$ . Таким образом, экспериментальные методики по определению значения  $\ell$  завязаны на отслеживание упомянутой фазы, что приводит в конечном итоге к ограничению на значение азимутального числа. Следовательно, это ограничение и для размерности гильбертова пространства состояний, определяемых числом  $\ell$ . Использование же радиального числа, на первый взгляд, должно быть лишено этого недостатка, так как требует от детектирующей

установки только CCD камеру. Основным препятствием становится ее разрешающая способность.

## 2. Вектор Пойнтинга лаггерр-гауссова пучка

Негативным моментом для работы с квантовыми состояниями Л-Г мод, различающимися по числу  $p$ , является увеличение радиуса светлых колец, а также их уширение и сужение при распространении пучка по  $z$  от перетяжки. Действительно, на рис. 1Б представлен контурный график модуля вектора Пойнтинга  $|\vec{S}(\rho, z)|$  как функции двух координат  $\rho$  и  $z$ :

$$|\vec{S}(\rho, z)| = \sqrt{S_\rho^2(\rho, z) + S_\phi^2(\rho, z) + S_z^2(\rho, z)}. \quad (3)$$

Зависимость от  $\phi$  уходит, так как вектор Пойнтинга прямо пропорционален квадрату модуля Л-Г функции, а  $\phi$  туда входит только как чисто мнимый аргумент экспоненты (1). Другими словами, зависимость от  $\phi$  отсутствует в силу осевой симметрии вектора Пойнтинга в поперечной плоскости.

$$S_\rho = \frac{\omega_z k \rho z}{R_z^2 + z^2} |LG_{pl}(\rho, \phi, z)|^2, \quad (4)$$

$$S_\phi = \frac{\omega_z l}{\rho} |LG_{pl}(\rho, \phi, z)|^2 - \frac{1}{2} \omega_z \frac{\partial}{\partial \rho} |LG_{pl}(\rho, \phi, z)|^2, \quad (5)$$

$$S_z = \omega_z k |LG_{pl}(\rho, \phi, z)|^2, \quad (6)$$

где  $\omega_z = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_R^2}}$  – радиус пучка в точке  $z$ .

Хорошо видно, что с увеличением  $z$  срезы колец интенсивности (модуля вектора Пойнтинга) для произвольного  $\phi$  начинают сдвигаться по радиусу  $\rho$  в сторону периферии, испытывая уширения и сужения. То есть происходит постепенное перераспределение энергии к крайним кольцам. Проведенный численный анализ показал, что расплывание пучка в поперечной плоскости начинает резко возрастать с ростом радиального числа  $p$ . Таким образом, использование радиальных чисел для задания квантового состояния становится целесообразным только в том случае, когда уширение пучка будет крайне мало при увеличении  $z$ .

Данное требование может быть выполнено при следующей конфигурации пучка

$$z_{max} \ll \omega_0^2, \quad z_{max} \ll z_R \ll R_z, \quad (7)$$

где  $z_{max}$  – максимальное по модулю значение  $|z|$ , при котором при выполнении условий (7) пучок можно считать не уширенным. Действительно, выполнение условий (7) позволяет привести выражение (1) к виду, соответствующему Л-Г модам в области перетяжки, то есть в точности к выражению (2).

## 3. Оператор радиального числа лаггерр-гауссовой функции

Как и для азимутального числа, набор Л-Г мод (1), различающихся по  $p$ , является бесконечным, полным и ортонормированным. Важным аспектом для их использования в задачах квантовой информатики является наличие ясного физического смысла радиальных чисел. В работах [6, 7] эту проблему попытались решить путем введения оператора  $\hat{P}_z$ , собственными функциями которого являются Л-Г моды, а собственными значениями – радиальные числа  $p$ :

$$\hat{P}_z LG_{p\ell} = p LG_{p\ell}. \quad (8)$$

Данный оператор состоит из четырех слагаемых

$$\hat{P}_z = -\frac{\omega_z^2}{8} \nabla_t^2 + \frac{i}{2} \frac{z}{z_R} \frac{\partial}{\partial r} r - \frac{L_z}{2} + \frac{1}{2} (r - 1) \quad (9)$$

и может быть представлен в виде

$$\hat{P}_z = \hat{P}_{z=0} + \hat{Z}, \quad (10)$$

$$\hat{P}_{z=0} = \frac{1}{2} \left( -\frac{\omega_0^2}{4} \nabla_t^2 - \hat{L}_z + \left( \frac{r}{2} - 1 \right) \right), \quad (11)$$

$$\hat{Z} = -\frac{\omega_0^2}{8} \frac{z^2}{z_R^2} \nabla_t^2 + \frac{i}{2} \frac{z}{z_R} \frac{\partial}{\partial r} r. \quad (12)$$

Здесь  $\nabla_t^2$  – оператор Лапласа в поперечной плоскости в цилиндрической системе координат. Оператор  $\hat{P}_z$  является эрмитовым, следовательно, радиальное число Л-Г моды является физически измеримой величиной.

Теперь, применяя условие (7), легко убедиться, что  $\hat{Z} = 0$ , а  $\hat{P}_z = \hat{P}_{z=0}$ . Тогда выражение (8) принимает вид

$$\hat{P}_{z=0} LG_{0,p\ell} = p LG_{0,p\ell}, \quad (13)$$

что является также верным равенством [6].

В продолжении трактовки оператора  $\hat{P}_{z=0}$ , предложенной в [6], отметим, что первое и последнее слагаемые связаны с изменением амплитуды и уширением пучка в области перетяжки по радиусу, а второе отвечает за набег фазы.

#### 4. Выводы

Так как величина  $p$  является наблюдаемой, то существует принципиальная возможность использовать ее в качестве базисной переменной в квантово-информационных протоколах. При соблюдении условий (7) квантовые состояния, определяемые радиальным числом, будут устойчиво различимы на длине  $2z_{max}$ , даже при больших  $p$ . Это позволит перейти в задачах квантовой информатики от кубитов к кудитам с размерностью  $p$ . Кроме того, наличие протяженной области  $2z_{max}$  с постоянным поперечным профилем пучка позволят надеяться на успешное решение задачи по управлению состояниями Л-Г мод, зависящих от  $p$ , с помощью ячеек квантовой памяти.

Эта работа была поддержана РФФИ (гранты № 19-02-00204а, № 18-02-00648а).

#### Литература

1. Vashukevich E.A., Golubeva T.Yu., Golubev Yu. M. Conversion and storage of modes with orbital angular momentum in a quantum memory scheme // Phys. Rev. A. 2020. V. 101. P. 033830.
2. Niu M.Y., Chuang I.L., and Shapiro J.H. Qudit-Basis Universal Quantum Computation Using  $\chi^{(2)}$  Interactions // Phys. Rev. Lett. 2018. V. 120. P. 160502.
3. Абрамочкин Е.Г., Волостников В.Г. Спиральные пучки света // УФН. 2004. Т. 174. С. 1273.
4. Pellatz N.P. The orbital angular momentum of light // Honor Thesis. Whitman College. 2014. P. 37.
5. Mirhosseini M., Magaña-Loaiza O.S., Chen Ch., Rodenburg B., Malik M., Boyd R.W. Rapid generation of light beams carrying orbital angular momentum // Optics Express. 2013. V. 21. P. 30196.
6. Plick W.N., Krenn M. Physical meaning of the radial index of Laguerre-Gauss beams // Phys. Rev. A. 2015. V. 92. P. 063841.
7. Plick W.N., Lapkiewicz R., Ramelow S., Zeilinger A. The Forgotten Quantum Number: A short note on the radial modes of Laguerre-Gauss beams // arXiv:1306.6517 [quant-ph].

# ЭКСИТОННАЯ КОГЕРЕНТНОСТЬ В СЛОЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ КВАНТОВЫХ ТОЧЕК CdSe/CdS/ZnS ПРИ НЕПРЕРЫВНОМ ЛАЗЕРНОМ ВОЗБУЖДЕНИИ И ДВУХКВАНТОВЫЕ ЭКСИТОННЫЕ ТРАНЗИЕНТ-ГОЛОГРАММЫ

В.В. Самарцев, Т.Г. Митрофанова

Казанский физико-технический институт им. Е.К. Завойского – обособленное структурное  
подразделение ФИЦ КазНЦ РАН, Казань 420029, ул. Сибирский тракт, д.10/7  
e-mail: dr\_samartsev39@mail.ru

## 1. Введение

Полупроводниковые квантовые точки (ПКТ) находят всё большее применение в квантовой оптике [1]. На авторов данной статьи наибольшее впечатление произвели работы экспериментальной группы из Института спектроскопии РАН (Москва, Троицк) с двухоболочечными ПКТ CdSe/CdS/ZnS (пр-во QD-Light, Россия) размером 3-7 нм [2-8]. Отметим, что эти квантовые точки были выращены методом коллоидного синтеза так, что излучающее ядро CdSe оказалось окружено двумя оболочками из CdS и ZnS, улучшающими фотостабильность и квантовый выход ПКТ. Согласно [9], при возбуждении таких ПКТ лазерным излучением на длине волны 580 нм, соответствующей максимуму экситонного поглощения, время необратимой релаксации при температуре 10 К составляет 0,75 пс.

Квантовые точки типа CdSe/CdS/ZnS характеризуются дискретным набором энергетических состояний, подобно атомам, из-за чего их нередко называют «искусственными атомами», а размеры таких ПКТ практически совпадают с размерами экситонов Ванье-Мотта [10] (см. также монографии [11, 12]). Поэтому нами было сделано предположение об экситонной природе наблюдавшихся в [6-9] когерентных явлений [13, 14]. Новизна данного теоретического рассмотрения состоит в том, что рабочими объектами являются экситоны ПКТ, а не примесные центры. На этих объектах мы сначала обсудим возможность возбуждения вынужденной экситонной индукции (ВЭИ), а затем проанализируем возможность записи и считывания двухквантовых экситонных транзиент-голограмм.

## 2. Вынужденная экситонная индукция

В этом разделе мы следуем работе [15], в которой записаны гейзенберговские уравнения движения компонент вектора экситонной электрической поляризации при непрерывном лазерном возбуждении, а также их решения. Затем было получено выражение для интенсивности ВЭИ в единицу телесного угла  $\Delta\Omega$  в направлении волнового вектора возбуждения  $\vec{\gamma}$  :

$$\Delta I_{\text{ВЭИ}} \sim \frac{N_{\kappa}^2}{8V^2} d_f^2 E_0^2 T_2^2 \frac{(1 + \Delta\omega_{\kappa}^2 T_2^2)}{A^2} \Delta\Omega,$$

где  $N_{\kappa}$  – число «рабочих» экситонов с волновым вектором  $\vec{\gamma}$ ,  $V$  – объем квантовой точки,  $\vec{d}_f$  – электрический дипольный момент резонансного перехода,  $E_0$  – амплитуда электрического поля световой возбуждающей волны,  $T_2$  – время поперечной релаксации,  $\Delta\omega_{\kappa}$  – расфазировка,  $A = 1 + \Delta\omega_{\kappa}^2 T_2^2 + d_f^2 E_0^2 T_1 T_2$ . Исследование  $\Delta I_{\text{ВЭИ}}$  на экстремум

показывает, что при  $\Delta\omega_{1,2} = \pm \frac{1}{T_2} \sqrt{|d_f^2 E_0^2 T_1 T_2 - 1|}$  существуют два максимума, равных  $(\frac{N_k^2}{8V^2}) d_f^2 (\frac{T_2}{T_1})$ , где  $T_1$  – время продольной релаксации. Обсудим, как меняется спектр экситонного поглощения (излучения) ПКТ при учете отличия статистики экситонов от бозонной в случае взаимодействия экситонов, например, с одной ветвью оптических колебаний  $\Omega$  (без учета дисперсии). Следуя [16], получаем

$$\begin{aligned} \partial(\vec{k}, t) = 2\pi N^{-1} \sum_{\vec{q}} (\xi\Omega)^2 \{ [\langle V_q \rangle - \langle N_{k+q} \rangle + \frac{2}{N} \sum_k \langle N_k \rangle] \cdot \delta(\hbar\omega - E_{k+q} + \hbar\Omega) + \\ + [1 + \langle V_q \rangle + \langle N_{k+q} \rangle - \frac{2}{N} \sum_k \langle N_k \rangle] \cdot \delta(\hbar\omega - E_{k+q} - \hbar\Omega) \}, \end{aligned}$$

где  $\langle V_q \rangle$  и  $\langle N_k \rangle$  – средние значения фононов с волновым вектором  $\vec{q}$  и числа экситонов с волновым вектором  $\vec{k}$ ,  $\xi$  – параметр связи электронного и колебательного возбуждений,  $\vec{k}$  и  $\omega$  – волновой вектор и частота лазерного возбуждения,  $N$  – число ПКТ.

Итак, в результате лазерного воздействия поднимается температура ПКТ и возникают фононы, взаимодействие экситонов с которыми вызывает уширение спектральных линий и изменение формулы для  $\Delta I_{ВЭИ}$ . Разумеется, этот вопрос еще потребует своего детального рассмотрения.

### 3. Экситонная транзистент-голография на ПКТ CdSe/CdS/ZnS

Обсудим возможность и условия возбуждения двухквантовых транзистент-голограмм на ПКТ, следуя А.К. Ребане с коллегами [17]. Возбуждение экситонов в ПКТ выполняется в двухквантовом режиме двумя лазерными пучками пикосекундной длительности, один из которых – объектный, а другой – референтный. В качестве когерентных откликов, несущих голографический волновой фронт, мы выбрали коррелированные сигналы световой индукции (FID – free induction decay), вслед за работой [18]. Процесс формирования такого волнового фронта рассмотрен в [19]. Длина волны возбуждения ПКТ CdSe/CdS/ZnS должна быть 1160 нм.

Согласно [18] электрическое поле возбужденных в двухквантовом режиме коррелированных сигналов свободной индукции (FID) в приближении малых импульсных площадей может быть записано в виде:

$$\vec{E}_{FID}(t) = E_0^2 \hbar^{-1} \Delta t Q \Phi_{FID} \text{th}^2 \frac{\hbar\omega}{2k_B T} f \sum_j^N \left[ e^{-i(\vec{k}_{FID} - \vec{k}_1 + \vec{k}_2) \vec{r}_j} + e^{-i(\vec{k}_{FID} - \vec{k}_2 + \vec{k}_1) \vec{r}_j} \right],$$

где  $\vec{E}_0$  – амплитуда электрического поля,  $\Delta t$  – длительность возбуждающих импульсов,  $Q$  – параметр двухквантового возбуждения,  $\Phi_{FID}$  – форм-фактор формы FID,  $\omega$  – частота возбуждения,  $k_B$  – параметр Больцмана,  $T$  – рабочая температура,  $f \approx 1$  – параметр, регулирующий размерность,  $N$  – число участвующих экситонов, угол между волновыми векторами  $\vec{k}_1$  и  $\vec{k}_2$  равен  $60^\circ$ .

При формировании двухквантовых коррелированных транзистент-голограмм (correlated transient holograms – СТН) один из возбуждающих пучков является объектным и имеет неплоский волновой фронт:

$$\vec{E}_1(\vec{r}_j, t) = \sum_{\eta=1}^m \vec{E}_{0_\eta}^{(1)} \exp\{i[\omega t - \vec{k}_1 \vec{r}_j - \varphi_1(\vec{r})]\},$$

(где  $\vec{E}_{0\eta}^{(1)}$ ,  $\omega$  и  $\varphi_1(\vec{r})$  – амплитуда электрического поля, частота возбуждения и фаза объектной волны) и, согласно правил транзиент-голографии, его электрическое поле должно быть разложено в ряд Фурье по плоским волнам. Второй пучок – референтный, с плоским волновым фронтом

$$\vec{E}_2(\vec{r}_j, t) = \vec{E}_0^{(2)} \exp\{i[\omega t - \vec{k}_2 \vec{r}_j - \varphi_2(\vec{r})]\},$$

и не требует разложения. Здесь  $\vec{E}_0^{(2)}$  – амплитуда электрического поля,  $\omega$  – частота возбуждения,  $\varphi_2(\vec{r})$  – фаза референтной волны. Параметры  $\varphi_1(\vec{r})$  и  $\varphi_2(\vec{r})$  определяют волновые фронты соответствующих пучков.

Согласно [19] электрическое поле двухквантовой коррелированной транзиент-голограммы имеет вид:

$$\begin{aligned} \vec{E}_{СТН}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}) \times \\ \times \{ \exp[-i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2 - \vec{k}_{СТН})\vec{r} - \omega(t - \Delta t) - (\varphi_{СТН}(\vec{r}) - \varphi_1(\vec{r}) + \varphi_2(\vec{r}))] + \\ + \exp[-i(\vec{k}_2 - \vec{k}_1 - \vec{k}_{СТН})\vec{r} - \omega(t - \Delta t) - (\varphi_{СТН}(\vec{r}) - \varphi_2(\vec{r}) + \varphi_1(\vec{r}))] \}, \end{aligned}$$

где  $\vec{E}_0(\vec{r}) = E_0^{(1)} E_0^{(2)} \hbar^{-1} \Delta t Q \Phi_{СТН} \text{th}^2 \frac{\hbar \omega}{2k_B T} f e^{-(t-\Delta t)/T_2}$ ,  $T_2$  – время фазовой релаксации. Видно, что коррелированные сигналы экситонной свободной индукции (EFID1 и EFID2) распространяются во взаимно противоположных направлениях:

$$\vec{k}_{EFID1} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2 \text{ и } \vec{k}_{EFID2} = \vec{k}_2 - \vec{k}_1$$

и имеют обращенные волновые фронты:

$$\varphi_{СТН1}(\vec{r}) = \varphi_1(\vec{r}) \text{ и } \varphi_{СТН2}(\vec{r}) = -\varphi_1(\vec{r}).$$

### 3. Заключение

Выше была показана возможность записи и считывания двухквантовых экситонных транзиент-голограмм. Возникает вопрос о природе экситонов ПКТ CdSe/CdS/ZnS, о которых идет речь в работах [7-9]. Если бы речь шла о свободных экситонах Ванье-Мотта, то время необратимой релаксации  $T_2$  составляло бы 5 фс [20]. В нашем случае  $T_2$  экситонов равно 1 пикосекунде, т.е. мы имеем дело с локализованными экситонами Ванье-Мотта. Поэтому и теория таких транзиент-голограмм на ансамбле экситонов такая же, что и у примесных центров [21] (см. также монографию [22]). Заметим, что лазерное возбуждение и съём когерентных откликов с плоских пленочных образцов удобно вести с помощью призм полного внутреннего отражения [23].

### Литература

1. Bera D., Qian L., Tseng T.K., Holloway P.H. Quantum dots and their multimodal applications: a review // Materials. 2010. V. 3. P. 2260-2345.

2. Магарян К.А., Михайлов М.А., Каримуллин К.Р. и др. Температурная зависимость спектров люминесценции жидкокристаллических нанокомпозитов с квантовыми точками CdSe // Изв. РАН. Сер. физ. 2014. Т. 78. № 12. С. 1629-1634.
3. Karimullin K.R., Mikhailov M.A., Georgieva M.G. et al. Analysis of the temperature dependence of the luminescence spectra of liquid-crystal nanocomposites with a cadmium selenide quantum dots // Jour. of Phys. Conf. ser. 2018. V. 951. P. 012011.
4. Магарян К.А., Каримуллин К.Р., Васильева И.А., Наумов А.В. Анализ температурной зависимости спектров экситонной люминесценции квантовых точек селенида кадмия, выращенных в жидкокристаллической матрице // Опт. и спектроск. 2019. Т. 126. № 1. С. 50-52.
5. Каримуллин К.Р., Князев М.В., Вайнер Ю.Г., Наумов А.В. Люминесцентный визуализатор для точного сведения лазерных лучей в спектроскопии фотонного эха, четырехволнового смешения и смежных техниках // Опт. и спектроск. 2013. Т. 114. № 6. С. 943-947.
6. Каримуллин К.Р., Аржанов А.И., Наумов А.В. Изготовление и оптические характеристики нанокомпозитов с полупроводниковыми коллоидными квантовыми точками // Изв. РАН. Сер. физ. 2017. Т. 81. № 12. С. 1581-1586.
7. Karimullin K.R., Knyazev M.V., Arzhanov A.I. et al. Photon echo in the ensemble of semiconductor quantum dots spread on a glass substrate // Jour. of Phys. Conf. ser. 2017. V. 859. P. 012010.
8. Аржанов А.И., Каримуллин К.Р., Наумов А.В. Некогерентное фотонное эхо в неоднородном ансамбле полупроводниковых коллоидных квантовых точек при низких температурах // Кр. сооб. по физ. ФИАН. 2018. Т. 45. № 3. С. 39-44.
9. Каримуллин К.Р., Аржанов А.И., Наумов А.В. Двухимпульсное некогерентное фотонное эхо в тонком слое квантовых точек CdSe/CdS/ZnS при криогенной температуре // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 11. С. 1620-1623.
10. Ikezawa M., Nairs S., Masumoto Y. et al. Photon echo study of excitons and excitonic complexes in self-assembled quantum dots // J. of Lumin. 2007. V. 122-123. P. 730-734.
11. Новотный Л., Хехт Б. Основы нанооптики. М.: Физматлит, 2009. 482 с.
12. Осадько И.С. Флуктуирующая флюоресценция наночастиц. М.: Физматлит, 2011. 309 с.
13. Самарцев В.В., Камалова Д.И., Митрофанова Т.Г. Теоретическое исследование возможности создания квантового вентиля и экситонной когерентности на полупроводниковых квантовых точках // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 12. С. 1738-1742.
14. Samartsev V.V., Mitrofanova T.G. Qubits based on the exciton degrees of freedom of semiconductor quantum dot // Jour. of Phys.: Conf. Ser. 2019. V. 1283. P.012012.
15. Самарцев В.В., Митрофанова Т.Г., Хасанов О.Х. Вынужденная экситонная индукция при непрерывном лазерном возбуждении ансамбля полупроводниковых квантовых точек // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 12. С. 1729-1730.
16. Копвиллем У.Х., Самарцев В.В., Шейбут Ю.Е. Эффекты сверхизлучения на экситонных уровнях // ФТТ. 1975. Т. 17. С.1868-1870.
17. Rebane A.K., Drobizhev M., Karotki A. Frequency-domain gratings by simultaneous absorption of two photons // Jour. of Lumin. 2002. V. 98. P. 341-353.
18. Leontiev A.V., Lobkov V.S., Mitrofanova T.G. et al. «Entangled» free-induction decay in CdS crystal under two-photon excitation by two crossed laser beams // Laser Phys. Lett. 2012. V. 9. P. 654-657.
19. Samartsev V.V., Leontiev A.V., Mitrofanova T.G. Femtosecond correlated transient holography in CdS crystal under two-quantum excitation // Jour. of Physics: Conf. Ser. 2016. V.714. P.012014.

20. Нолль Г., Зингер У., Шевель С.Г., Гёбель Э. Пикосекундное разрешённое во времени фотонное эхо в системе собственных возбуждений среды (смешанные кристаллы  $CdSe_xS_{1-x}$ ) // Письма ЖЭТФ. 1990. Т. 51. № 6. С. 361-364.
21. Nefediev L.A., Samartsev V.V. Optical echo-holography and information processing// Laser Phys. 1992. V. 2. P. 617-653.
22. Евсеев И.В., Рубцова Н.Н., Самарцев В.В. Когерентные переходные процессы в оптике. М.: Физматлит, 2009. 536 с.
23. Власов Р.А., Гадамский О.Н., Гадамская И.В., Самарцев В.В. Нелинейное отражение и преломление сверхкоротких импульсов света на поверхности резонансных сред и эффекты фазовой «памяти» // ЖЭТФ. 1986. Т. 90. № 6. С. 1938-1951.

# ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ В НАНОРАЗМЕРНЫХ ПЛЕНКАХ АМОРФНОГО УГЛЕРОДА МЕТОДОМ СПЕКТРОСКОПИИ ГИГАНТСКОГО КОМБИНАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ СВЕТА

С.В. Сапарина, С.С. Харинцев

*Институт физики КФУ, 420008, г. Казань, ул. Кремлевская, 16*  
[sveta.saparina@yandex.ru](mailto:sveta.saparina@yandex.ru)

## 1. Введение

Ультратонкие пленки из аморфного углерода, а также композитные материалы на их основе нашли широкое применение в высокочувствительных сенсорах, нанoeлектронике, оптоволоконных системах зондирования в нефтегазовой промышленности [1]. Однако важной проблемой, ограничивающей их повсеместное использование, является присущая материалу химическая неоднородность и структурная нестабильность при эксплуатации в условиях повышенных температур и давлений. В частности, в таких условиях герметичные свойства углеродных покрытий могут ухудшаться, что приводит к росту оптических потерь и неэффективности работы электронного устройства на основе таких материалов в целом. Поэтому на сегодняшний день становится актуальной задача по исследованию химических и морфологических свойств аморфных углеродных пленок с температурой.

Целью настоящей работы является наноспектроскопический анализ неупорядоченных проводящих покрытий. Для комплексного изучения поверхности углеродного покрытия мы также исследовали поведение электрического сопротивления тонких углеродных пленок с температурой.

## 2. Экспериментальная часть

В качестве исследуемых образцов мы использовали оптические волокна диаметром 125 мкм, покрытые углеродным слоем различной толщины – от 3 до 107 нм. Углеродное покрытие наносили химическим осаждением из паров газа-реагента – пропилена. Омические контакты с образцами были созданы с помощью гальванического осаждения меди на поверхности углеродного покрытия. Изменение сопротивления с температурой регистрировали с помощью вольтметра при реализации двухэлектродной схемы. Спектры комбинационного рассеяния регистрировали с использованием линейно поляризованного света с длиной волны 632.8 нм. Мощность лазера, использованная в наших спектроскопических экспериментах, составляла около 1 мВт/см<sup>2</sup>. Спектры комбинационного рассеяния регистрировались в спектральной области 150-2000 см<sup>-1</sup>. Время выдержки составило 30 секунд. Измерения гигантского комбинационного рассеяния света (ГКР) проводились с использованием конической золотой иглы с радиусом кривизны 25-35 нм. ГКР-карта 128 × 128 пикселей была зарегистрирована со временем экспозиции 10 мс на пиксель и шагом 15 нм.

### 3. Результаты и выводы

Поскольку сопротивление углеродной пленки отражает степень совершенства, ориентационный порядок, а также размеры нанокристаллов, то для изучения эволюции физико-химических свойств углеродных пленок с температурой мы провели исследование поведения электрического сопротивления углеродной пленки с температурой. Все электрические измерения проводились с образцами, толщина углеродного слоя которых составляла 12.2, 31 и 107 нм. При комнатной температуре линейное сопротивление  $R_0$  углеродных пленок оказалось равным 30.7, 13.3 и 3.8 кОм · см<sup>-1</sup> соответственно.

Относительное изменение сопротивления углеродной пленки при нагреве определялось по следующей формуле:

$$\varepsilon_R = \frac{R - R_0}{R_0} \cdot 100\% \quad (1)$$

Рис.1(а-в) показывает, что в интервале температур от 25 °С до 80 °С тонкие углеродные пленки демонстрируют полупроводниковое поведение. Однако выше температуры 80 °С мы видим почти линейную зависимость  $\varepsilon_R$  от  $T$  с отрицательным наклоном. Наклон может значительно изменяться и даже стать положительным при определенных температурах, как, например, наблюдалось для образца 31 нм (см. рис. 1(б)). При охлаждении углеродной пленки до комнатной температуры мы наблюдаем гистерезис, величина которого составляет примерно несколько процентов от начального сопротивления (рис. 1(а-в)). Удивительно, но гистерезис не наблюдается на втором цикле при подходе к 80 °С и обратно (второй цикл на рис. 1(а-в)), тогда как выход за пределы температурного порога снова показывает гистерезис (третий цикл на рис. 1(а-в)). Причем наблюдаемые эффекты более значительны для более толстых углеродных пленок.

Такое поведение можно объяснить либо перестройкой в системе доменов в аморфной пленке, либо возможным изменением химического состава покрытия. Однако гипотеза о перестройках внутри системы доменов аморфных пленок кажется несостоятельной, поскольку многократные циклы нагрева и охлаждения должны приводить к утрамбовке углеродного покрытия, что уменьшило бы электрическое сопротивление. Чтобы проверить приведенное выше утверждение, волокно с углеродным покрытием толщиной 31 нм было подвергнуто нагреву и охлаждению в условиях низкого вакуума (10 мбар). Важно отметить, что в последнем случае не наблюдалось гистерезиса сопротивления в зависимости от температуры. Многочисленные исследования взаимодействия графита с кислородом показали, что окисление становится эффективным при гораздо более высоких температурах, обычно превышающих 400 °С. Таким образом, мы далее приписываем наблюдаемые изменения взаимодействия между аморфной пленкой и водой, которая всегда присутствует в окружающем воздухе. Мы предполагаем, что частицы интеркалированной воды и частицы воды, прикрепленные к краевым участкам посредством водородных связей, высвобождаются из аморфных пленок при температуре выше 80°С. Некоторое количество воды способно к диссоциативному поглощению с образованием дополнительных функциональных групп на краевых дефектах. При охлаждении вода из окружающей среды постепенно сорбируется на функционализированных краевых атомах углерода. Известно, что присутствие молекул H<sub>2</sub>O вблизи графена увеличивает электрическое сопротивление из-за открытия запрещенной зоны на величину до 3.646 эВ [2]. При каждом повторяющемся цикле нагрева и охлаждения интеркалированная вода необратимо покидает аморфный кристалл. Как следует из рис. 1(а-в), этот эффект зависит от толщины покрытия: более толстые покрытия требуют более длительного

времени истощения интеркалированной воды. Это объясняется более интенсивной сорбцией воды кристаллами мельчайших размеров в случае покрытия 12 нм. С увеличением толщины средний размер кристаллов увеличивается, а сорбционная активность снижается. Это означает, что диапазон толщин 30-60 нм соответствует более медленному насыщению аморфных пленок водой. Этот результат хорошо согласуется с нашим предыдущим результатом [3], согласно которому степень кристалличности уменьшалась с увеличением толщины в диапазоне 30-60 нм.

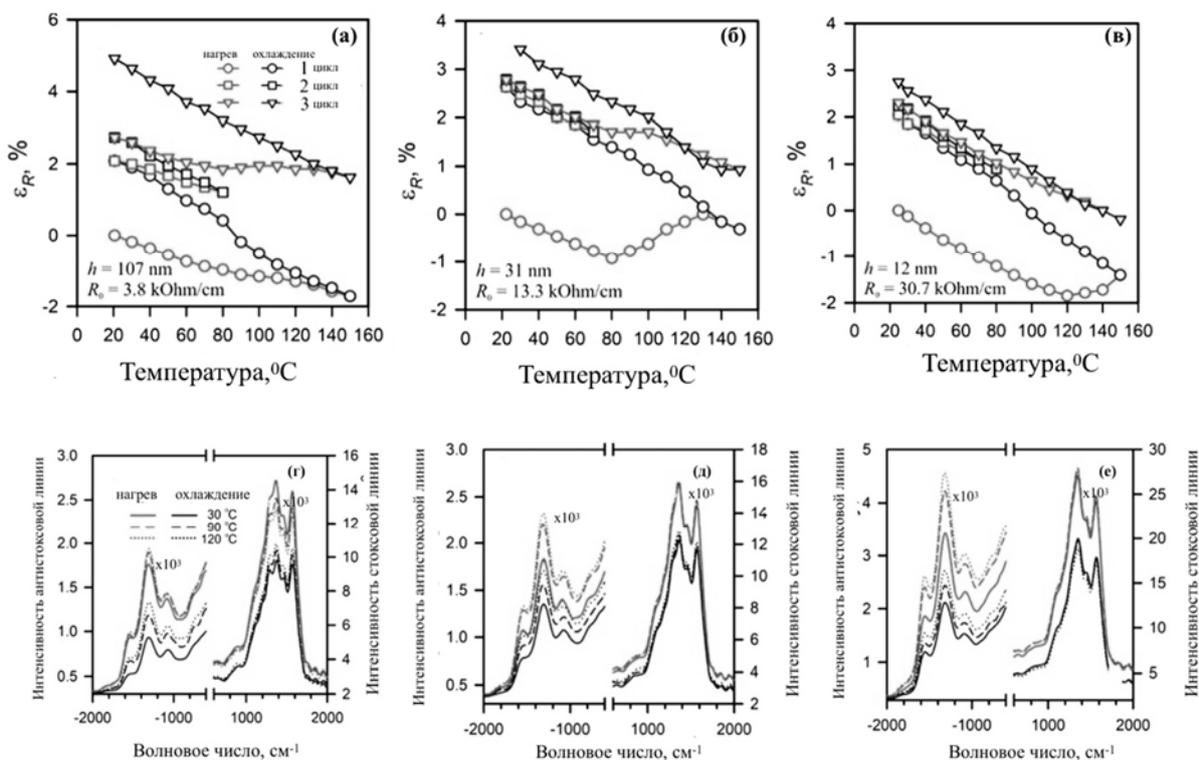


Рис. 1. (а-в) Зависимость относительного изменения сопротивления углеродных покрытий различной толщины от температуры в окружающем воздухе; (г-е) температурно-зависимые антистоксовы и стоксовы спектры комбинационного рассеяния, полученные для одних и тех же образцов

Также изменения в химическом составе аморфных пленок подтверждаются антистоксовым и стоксовым спектрами комбинационного рассеяния (КР), снятыми при температурах 30, 90 и 120 ° С, как показано на рис. 1.(г-е). Для удобства все спектры были сглажены методом регуляризованного разложения по сингулярным числам.

Мы разложили КР-спектр на семь отдельных компонент [4]: G-пик (при 1575  $\text{cm}^{-1}$ ), который обычно возникает из-за плоскостных колебаний  $sp^2$ -атомов углерода; D-пик (при 1360  $\text{cm}^{-1}$ ), относящийся к плоскостным и краевым дефектам; D'-пик (при 1620  $\text{cm}^{-1}$ ), связанный с появлением структурных или топологических дефектов; D''-пик (при 1130  $\text{cm}^{-1}$ ), который может быть отнесен к колебаниям  $sp^2$ - $sp^3$  связей или валентным колебаниям типа C-C и C=C ; D\*-пик (при 1470  $\text{cm}^{-1}$ ), возникающий из-за ковалентного присоединения кислорода (карбокислые группы) к краям графенового листа с образованием  $sp^2$ - $sp^3$  связей; две скрытые специфические полосы при 1260 и 1400  $\text{cm}^{-1}$  в дефектной области рамановских спектров, которые могут быть отнесены к функциональным группам C-ООН / C-ОН.

Мы наблюдаем усиление нового пика комбинационного рассеяния при 1260  $\text{cm}^{-1}$  в D-области КР-спектров с увеличением толщины пленки. При переходе через 150 °С

интенсивность спектров комбинационного рассеяния резко падает из-за изменения морфологии покрытия. Тщательное изучение спектров комбинационного рассеяния указывает на наличие температурного гистерезиса, наблюдаемого во время последовательных циклов нагрева и охлаждения. Как следует из рис. 1 (г-е), температура, определенная по формуле Больцмана, изменяется равномерно при нагревании, тогда как при охлаждении она спадает медленнее. Этот эффект вызван необратимым истощением интеркалированной воды и функционализацией краевых дефектов водой. При мягком термическом отжиге эта функционализация происходит равномерно по всему образцу.

Наличие частиц воды в составе углеродных пленок также было экспериментально подтверждено методом спектроскопии гигантского комбинационного рассеяния света (ГКР). На рис. 2 (б) представлен ГКР-спектр углеродного слоя толщиной 107 нм, который содержит широкополосный пик около  $3420\text{ см}^{-1}$ , обусловленный – ОН колебаниями [5]. Кроме того, ГКР-карта при  $3420\text{ см}^{-1}$  (показанная на рис.2а) демонстрирует обедненные и насыщенные водой участки углеродной пленки.

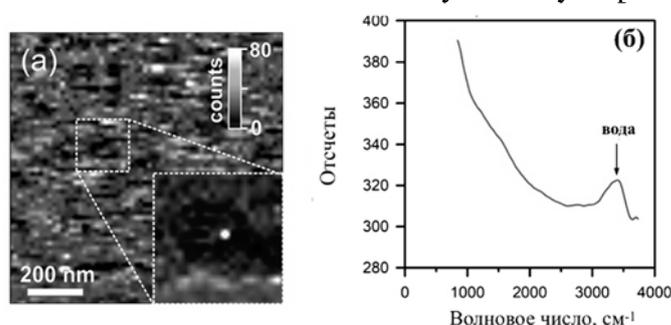


Рис. 2.(а) ГКР-карта покрытия углеродной пленки, толщиной 31 нм, при  $3420\text{ см}^{-1}$  (полоса валентных - ОН колебаний); (б) ГКР-спектр той же углеродной пленки при комнатной температуре в спектральном диапазоне  $2800\text{--}3700\text{ см}^{-1}$

Таким образом, мы делаем вывод, что краевые дефекты в углеродной пленке обычно закрепляются с водой посредством водородных связей.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-32-90086.

## Литература

1. Lemaire P.J., Lindholm E.A. Specialty Optical Fibers Handbook. Burlington: Elsevier Academic Press, 2007. P. 453–490.
2. Xu Z., et.al. Reversible Hydrophobic to Hydrophilic Transition in Graphene via Water Splitting Induced by UV Irradiation // Sci. Rep. 2014. V.4. P. 1–10.
3. Kharintsev S.S., Saparina S.V., Stolov A.A., Li J., Fishman A.I. Sensing Carbon Allotropes in Protective Coatings on Optical Fibers with Far- and Near-field Raman Spectroscopy and Microscopy // J. Raman Spectrosc. 2017. V.48. P. 1346–1355.
4. Sadezky A., et.al. Raman Micro Spectroscopy of Soot and Related Carbonaceous Materials: Spectral Analysis and Structural Information // Carbon. 2005. V.43. P. 1731–1742.
5. Xu, Z., et.al. Reversible Hydrophobic to Hydrophilic Transition in Graphene via Water Splitting Induced by UV Irradiation // Sci. Rep. 2014. V. 4. P. 1–10.

# РАСЧЕТ ЗОННОЙ СТРУКТУРЫ ОДНОМЕРНЫХ ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛОВ МЕТОДОМ ПЛОСКИХ ВОЛН И МЕТОДОМ МАТРИЦ РАСПРОСТРАНЕНИЯ

А.В. Сарафанникова<sup>1</sup>, А.И. Гарифуллин<sup>1</sup>, Р.Х. Гайнутдинов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Казанский федеральный университет, 420008, Казань, ул. Кремлевская, 18

<sup>2</sup>Академия наук Республики Татарстан, 420111, Казань, ул. Баумана, 20

e-mail: naska.sarafan450794@gmail.com

## 1. Введение

Одномерные фотонные кристаллы – материалы, обладающие множеством интересных свойств, которые находят практические применения в оптике, электронике и других областях. Например, их можно использовать в качестве светофильтров, так как они обладают узким спектром пропускания, что позволяет применять их для регистрации комбинационного рассеяния или в качестве плоских волноводов [1]. Отличительные свойства фотонных кристаллов обусловлены периодической модуляцией показателя преломления. При достаточно большом оптическом контрасте и большим количеством чередующихся слоев можно наблюдать такое явление, как запрещенная зона. Расположение и ширину запрещенных зон можно вычислить, рассчитав зонную структуру фотонного кристалла, а именно построив дисперсионные соотношения.

Ширина запрещенных зон в фотонных кристаллах зависит не только от оптического контраста, но и от толщины слоев, наличия дефектов и от угла падения излучения. Чтобы рассчитать дисперсионные соотношения при различных условиях, одного метода недостаточно. В данной работе будут рассматриваться бесконечно протяженные одномерные фотонные кристаллы [2].

Для расчета дисперсионных соотношений в фотонном кристалле при нормальном падении излучения будет использован метод плоских волн. Зонная структура, полученная при помощи этого метода, хорошо согласуется с экспериментальными данными. Однако делается допущение, что каждый слой фотонного кристалла однороден, а все границы раздела представляют собой параллельные плоскости. В этом методе используется теорема Блоха. При помощи нее необходимо разложить вектор напряженности магнитного поля по плоским волнам. Вычисляя различное количество компонент, можно получить различную точность и пронаблюдать запрещенные зоны в фотонном кристалле [3, 4]. При помощи этого метода возможно построить трехмерные графики дисперсионных соотношений, однако он требует больших вычислительных мощностей, поэтому мы будем рассматривать только компоненту  $k_z$ .

Чтобы рассмотреть падение света под некоторым углом, будет применен метод матриц распространения. При рассмотрении фотонного кристалла в методе матриц распространения учитываются все три компоненты волнового вектора. В книге [5] описывается вывод трансцендентного уравнения, с помощью которого вычислены дисперсионные соотношения в данной работе.

## 2. Расчет зонной структуры методом плоских волн

Для разложения вектора магнитной индукции по плоским волнам необходима периодическая функция, в роли которой выступит обратная диэлектрической проницаемости, разложенная в ряд Фурье:

$$\frac{1}{\varepsilon(z)} = \sum_{\mathbf{G}} \kappa(\mathbf{G}) e^{i\mathbf{G}z}. \quad (1)$$

Для удобства вычисления представляем ее четной. Величина, обратная диэлектрической проницаемости, зависит от направления  $z$ , так как рассматривается одномерный фотонный кристалл, где  $z$  – ось, направленная перпендикулярно плоскости слоев. Вектор обратной решетки  $\mathbf{G}$  принимает вид:

$$\mathbf{G} = N_1 \mathbf{g} = N_1 \frac{2\pi}{a+b} \mathbf{e}_z, \quad (2)$$

где  $a$  и  $b$  – толщина слоев в одномерном фотонном кристалле (рис. 1). В результате разложения получились следующие коэффициенты разложения функции, обратной диэлектрической проницаемости:

$$\kappa_0 = \left( \frac{a}{n_a^2} + \frac{b}{n_b^2} \right) \cdot \frac{1}{a+b}, \quad (3)$$

$$\kappa_n = \frac{1}{\pi n} \left( \frac{1}{n_b^2} - \frac{1}{n_a^2} \right) \cdot \sin \frac{n\pi a}{a+b}, \quad (4)$$

где  $n_a$  и  $n_b$  – диэлектрическая проницаемость слоев. Данные коэффициенты  $\kappa_n$  будут использованы для расчета компонент вектора магнитного поля. Решая уравнения Максвелла, мы воспользуемся двухкомпонентным разложением магнитного поля:

$$H_{kn}(z) = H_{kn}(0) e^{ikz} + H_{kn}(-g) e^{i(k-g)z} = H_0 e^{ikz} + H_{-1} e^{i(k-g)z} \quad (5)$$

Решая задачу на собственные функции и собственные значения (6, 7), мы получаем распределение компонент магнитного поля по волновым числам и дисперсионные соотношения  $\omega_n(k)$ :

$$\begin{cases} \kappa_0 H_0 k^2 + \kappa_1 H_{-1} k(k-g) = \left( \frac{\omega_n(k)}{c} \right)^2 H_0 \\ \kappa_0 H_{-1} (k-g)^2 + \kappa_1 H_0 k(k-g) = \left( \frac{\omega_n(k)}{c} \right)^2 H_{-1} \end{cases} \quad (6)$$

В случае двухкомпонентного разложения будем иметь две функции собственных значений  $\omega_1(k)$  и  $\omega_2(k)$ , соответствующих двум различным состояниям - зонам (рис. 1).

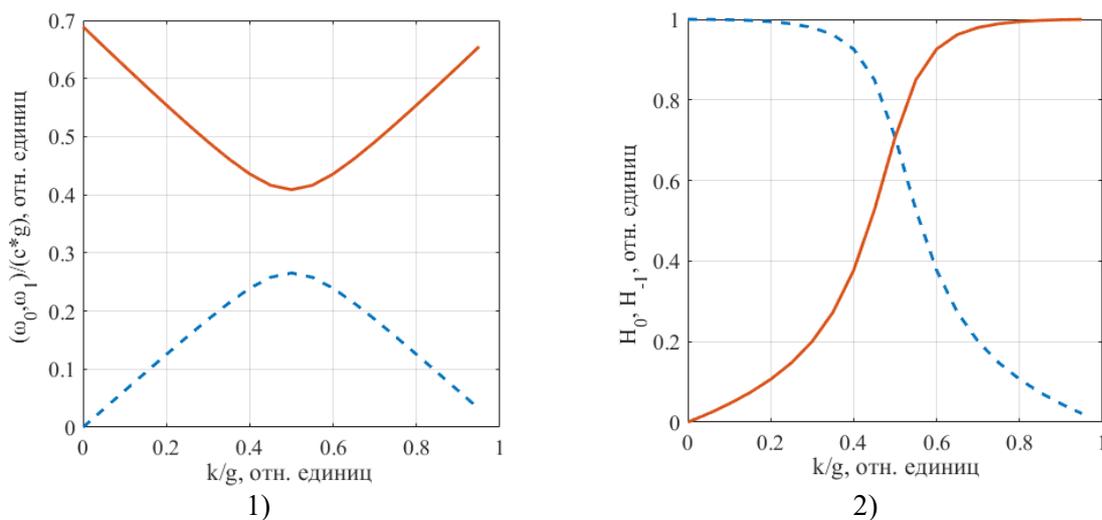


Рис. 1. Для одномерного фотонного кристалла с  $n_a=1$ ,  $n_b=2$  и толщиной слоев  $a=300$  нм,  $b=700$  нм соответственно: 1) дисперсионное соотношение в двухкомпонентном приближении; 2) соотношение между компонентами  $H_0$  и  $H_{-1}$  при двухкомпонентном приближении

Представляя магнитное поле в десятикомпонентном разложении

$$H_{kn}(z) = \sum_{m=-5}^4 H_m e^{i(k+m*g)z}, \quad (7)$$

мы подробнее описали распределение магнитного поля и получили решения  $\omega_n(k)$  для десяти собственных состояний в зонной диаграмме одномерного фотонного кристалла (рис. 2.).

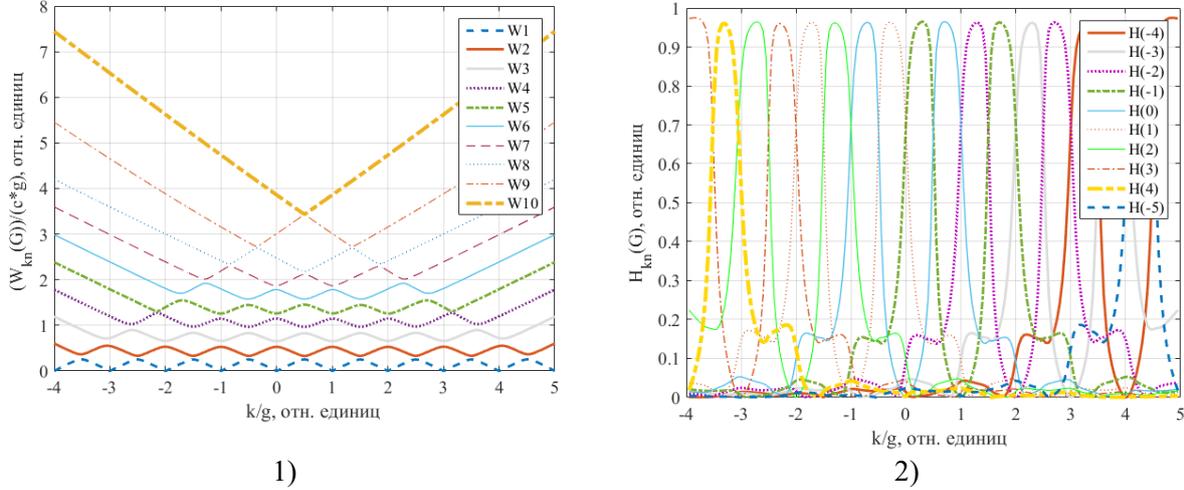


Рис. 2. Для одномерного фотонного кристалла с  $n_a=1$ ,  $n_b=2$  и толщиной слоев  $a=300$  нм,  $b=700$  нм соответственно: 1) дисперсионное соотношение в десятикомпонентном приближении; 2) соотношение между компонентами  $H_0$  и  $H_{-1}$  при десятикомпонентном приближении.

В распределении магнитных поля (рис. 1.2 и 2.2) можем отметить возникновение стоячих волн между попарными компонентами на границах зон Бриллюэна ( $k_z = \pm ng/2$ , где  $n$  – целое число), что приводит к образованию фотонных запрещенных зон при данных значениях  $k_z$  (рис. 1.1 и 2.1).

### 3. Расчет зонной структуры методом матриц распространения

Трансцендентное уравнение дисперсионных соотношений в одномерном фотонном кристалле имеет вид [5]:

$$\cos(k_z(a+b)) = \cos(\varphi_a) \cos(\varphi_b) - \xi^{\text{TE, TM}} \sin(\varphi_a) \sin(\varphi_b), \quad (8)$$

где  $\xi^{\text{TE, TM}} = \frac{1}{2}(r^{\text{TE, TM}} + r^{\text{TE, TM}^{-1}})$ ,  $r^{\text{TE}} = \frac{k_z^a}{k_z^b}$ ,  $r^{\text{TM}} = \frac{\varepsilon_b k_z^a}{\varepsilon_a k_z^b}$ ,  $\varphi_a = (k_z^a a)$ ,

$$\varphi_b = (k_z^b b), k_z^{n_a} = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_a - k_x^2}, k_z^{n_b} = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_b - k_x^2}.$$

В данной работе были рассмотрены два случая распространения света:

1. Свет падает на фотонный кристалл перпендикулярно его поверхности, дисперсионное соотношение зависит только от  $k_z$  компоненты волнового вектора  $\mathbf{k}$  (рис. 3. 1);
2. Свет падает под некоторым углом, в этом случае учитывается компонента  $k_x$  (рис. 3. 2).

На рис. 3, в случае нормального падения света, мы можем пронаблюдать запрещенные зоны. Для нормального падения приведен один график, потому что в этом случае ТЕ и ТМ поляризации не различимы. Во втором случае (рис. 4) при  $k_x = 10^5 \text{ м}^{-1}$  ширина запрещенных зон уменьшается, что согласуется с теорией [2, 5].

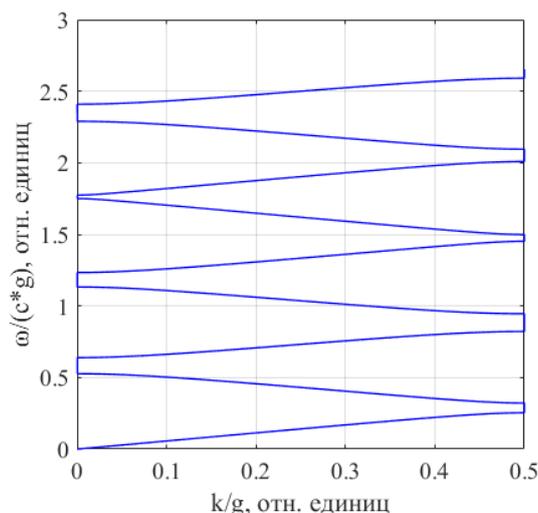


Рис. 3. Дисперсионное соотношение для излучения, падающего под углом  $0^\circ$  (к нормали поверхности раздела сред) для одномерного фотонного кристалла с  $n_a=1$ ,  $n_b=2$  и толщиной слоев  $a=300$  нм,  $b=700$  нм соответственно

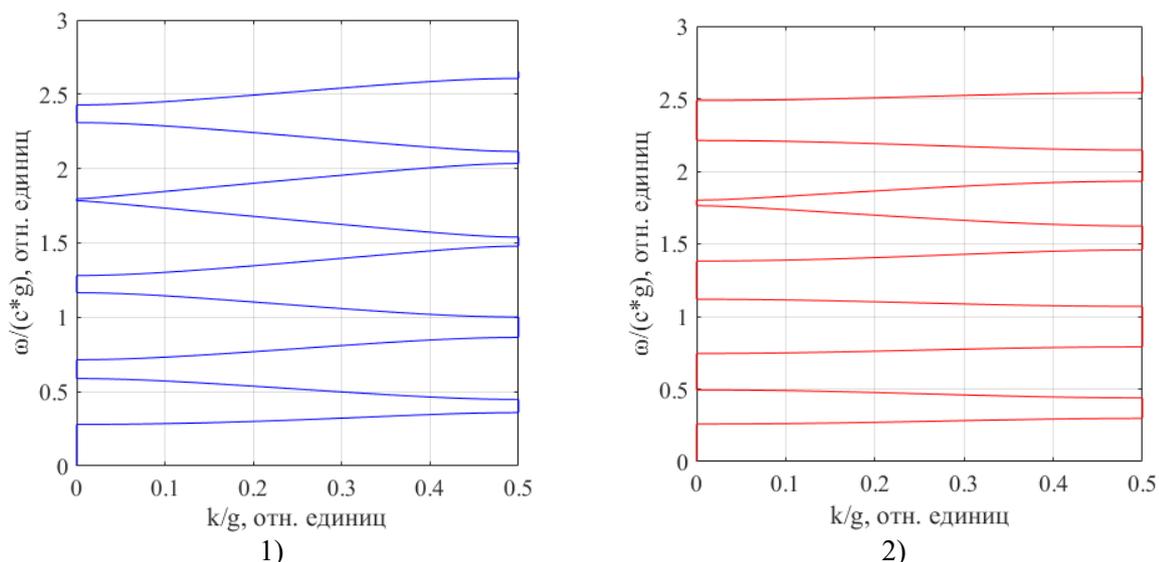


Рис. 4. Дисперсионное соотношение для излучения, падающего под некоторым углом и  $k_x=10^5 \text{ м}^{-1}$  для одномерного фотонного кристалла с  $n_a=1$ ,  $n_b=2$  и толщиной слоев  $a=300$  нм,  $b=700$  нм соответственно, 1) – для ТЕ поляризации, 2) – для ТМ поляризации

#### 4. Заключение

В ходе работы рассмотрены два метода для расчета дисперсионных соотношений, описаны условия их применения, а также ограничения этих методов. При помощи метода плоских волн получены дисперсионные соотношения в двух- и десятикомпонентном приближении, а также соотношения компонент магнитного поля в этом разложении. При помощи метода матриц распространения получены дисперсионные соотношения при различных углах падения излучения. Имея математическую модель построения дисперсионных соотношений при различных углах падения излучения, оптических контрастах и толщинах пленок, можно проектировать фотонные кристаллы под различные нужды, делая их идеальными светофильтрами и позволяя использовать для регистрации комбинационного рассеяния.

## Литература

1. Кособукин В.А. Фотонные кристаллы // Окно в Микромир, 2002. № 4. С. 4-9.
2. Белотелов В. И., Звездин А. К. Фотонные кристаллы и другие метаматериалы // А. К. Квант. 2006. №2. С.15-18.
3. Дегтяренко Н.Н., Каргин Н.И. Введение в физику и моделирование фотонных кристаллов Учебное пособие - Москва: МИФИ, 2012. 148 с.
4. Нурлигареев Д. Х., Сычугов В. А. Распространение света в одномерном фотонном кристалле: анализ методом функции Флоке–Блоха // Квантовая электроника. 2008. Т. 38, №. 5. С. 452-461.
5. Skorobogatiy M., Yang J. Fundamentals of photonic crystal guiding. Cambridge University Press, 2009.

# ПЕРЕСТРАИВАЕМЫЙ ГЕНЕРАТОР ОДИНОЧНЫХ ФОТОНОВ НА ОСНОВЕ ФОТОННО-КРИСТАЛЛИЧЕСКОГО ОПТИЧЕСКОГО ВОЛОКНА

Л.В. Силантьева<sup>a</sup>, М.А. Смирнов<sup>a</sup>, И.В. Федотов<sup>a,b,c,d,f</sup>, А.М. Смирнова<sup>a</sup>,  
С.А. Моисеев<sup>a</sup>, А.М. Желтиков<sup>a,b,c,d,e</sup>

<sup>a</sup> Казанский квантовый центр, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева, Казань 420111, Россия

<sup>b</sup> МГУ им. М. В. Ломоносова, 119992 Москва, Россия

<sup>c</sup> Department of Physics and Astronomy, Texas A&M University, College Station TX 77843, USA

<sup>d</sup> Российский квантовый центр, 143025 Сколково, Россия

<sup>e</sup> Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт», Москва 123182, Россия

<sup>f</sup> Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва 119049, Россия

e-mail: [lyudmila.silantieva@yandex.ru](mailto:lyudmila.silantieva@yandex.ru)

## 1. Введение

Фотонно-кристаллические волокна (ФК-волокна) являются одним из видов световодов, сердцевина которых имеет структуру с периодичным изменением показателя преломления [1]. Изменяя параметры этой структуры, можно управлять частотным профилем дисперсии собственных мод волокна [2,3]. На основе нелинейно-оптического эффекта спонтанного четырехволнового смешения в ФК-волокнах возможна эффективная генерация фотонных пар [4–8]. Фотонные пары и одиночные фотоны являются основными носителями информации в квантовых коммуникациях, что определяет высокий потенциал применения ФК-волокон в данной технологии.

Важной научной задачей является разработка доступных методик по управлению спектральными характеристиками генерируемых фотонных пар с помощью параметров возбуждающего поля. В данной работе представлены предварительные результаты численных расчётов зависимостей параметров сигнальных и холостых линий четырехволнового смешения от параметров возбуждающего излучения для ФК-волокна с нулевой дисперсией вблизи 1040 нм.

## 2. Методы расчетов

Четырехволновое смешение (ЧВС), рассматриваемое нами, является параметрическим процессом третьего порядка, то есть его свойства обусловлены восприимчивостью третьего порядка  $\chi_{ikjm}^{(3)}$ , следовательно, предполагается взаимодействие четырех оптических волн [1]. Мощная волна накачки с частотой  $\omega_1$  генерирует две симметрично расположенные боковые полосы с частотами  $\omega_3$  и  $\omega_4$ , сдвинутыми от частоты накачки на величину  $\Omega_S = \omega_1 - \omega_3 = \omega_4 - \omega_1$ , где для определенности  $\omega_3 < \omega_4$ . Низкочастотная и высокочастотная спектральные полосы ( $\omega_3$  и  $\omega_4$ ) называются соответственно стоксовой и антистоксовой компонентами, также их часто называют сигнальной и холостой волнами. Усиление сигнала имеет вид:

$$g = \sqrt{(\gamma P_0)^2 + \left(\frac{\kappa}{2}\right)^2} \quad (1)$$

Здесь  $\gamma$  – нелинейный коэффициент,  $\gamma = \frac{n_2 \omega}{c A_{eff}}$ ,  $P_0$  – мощность накачки, а  $\kappa$  – фазовая расстройка векторов.

$$\kappa = \Delta\beta + 2\gamma P_0 \quad (2)$$

Уравнение для фазовой расстройки векторов является условием согласования фаз и используется для прогнозирования частот боковых полос. Волновой вектор  $\Delta\beta$ , который описывает дисперсию групповых скоростей, представлен формулой:

$$\Delta\beta = 2\beta(\omega_p) - \beta(\omega_s) - \beta(\omega_i) \quad (3)$$

Максимальное усиление можно получить, когда  $\kappa = 0$ , что возможно, когда нелинейный фазовый сдвиг  $2\gamma P_0$  компенсирован отрицательным волновым вектором  $\Delta\beta$ .

$$\Delta\beta + 2\gamma P_0 = 0 \quad (4)$$

Это выражение с учётом выполнения закона сохранения энергии ( $\omega_s + \omega_i = 2\omega_p$ ) называют условием фазового согласования для процесса четырехволнового смешения или условием фазового синхронизма.

На практике удобно выразить выражение (4) в виде ряда Тейлора, представив частоты сигнальной и холостой волны в виде отстройки от частоты возбуждающего излучения, как  $\omega_{s,i} = \omega_p \pm \Omega$  («+» для сигнальной волны и «-» для холостой волны). Итоговое выражение в случае скалярного режима ЧВС будет иметь вид:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\beta_{2n}(\omega_p)\Omega^{2n}}{(2n)!} + 2\gamma P = 0 \quad (5)$$

Для расчетов волнового вектора можно пренебречь производными выше восьмого порядка, так как их вклад незначителен.

$$\Delta\beta = \frac{2\beta_2}{2!}\Omega^2 + \frac{2\beta_4}{4!}\Omega^4 + \frac{2\beta_6}{6!}\Omega^6 + \frac{2\beta_8}{8!}\Omega^8 \quad (6)$$

Наибольшее значение для расчетов имеет вторая производная волнового вектора:

$$\beta_2 = c_0 + c_1\omega + c_2\omega^2 + c_3\omega^3 + c_4\omega^4 + c_5\omega^5 + c_6\omega^6 \quad (7)$$

В общем случае коэффициент ненасыщенного усиления холостой волны за один проход через световод [9]:

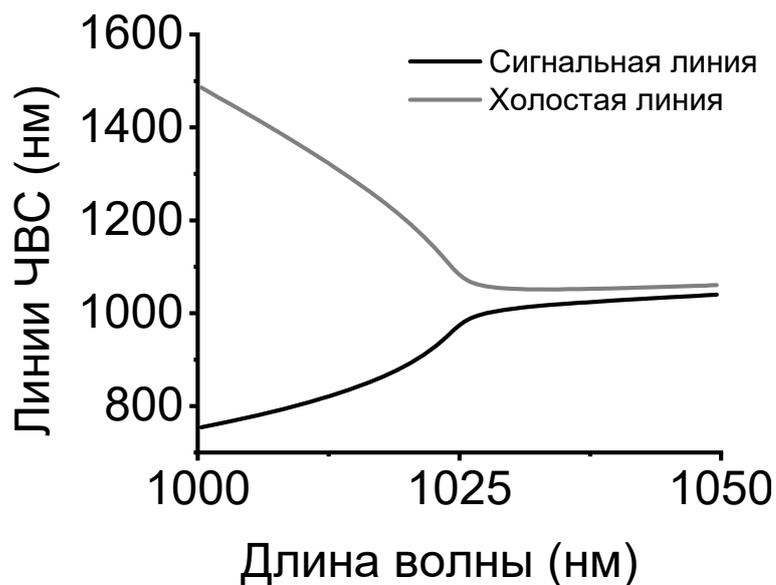
$$G_a = \frac{P_a}{P_{s0}} = \left(\frac{\gamma P_0}{g}\right)^2 \sinh^2 gL \quad (8)$$

Коэффициент ненасыщенного усиления сигнальной волны:  $G_s = 1 + G_a$ .

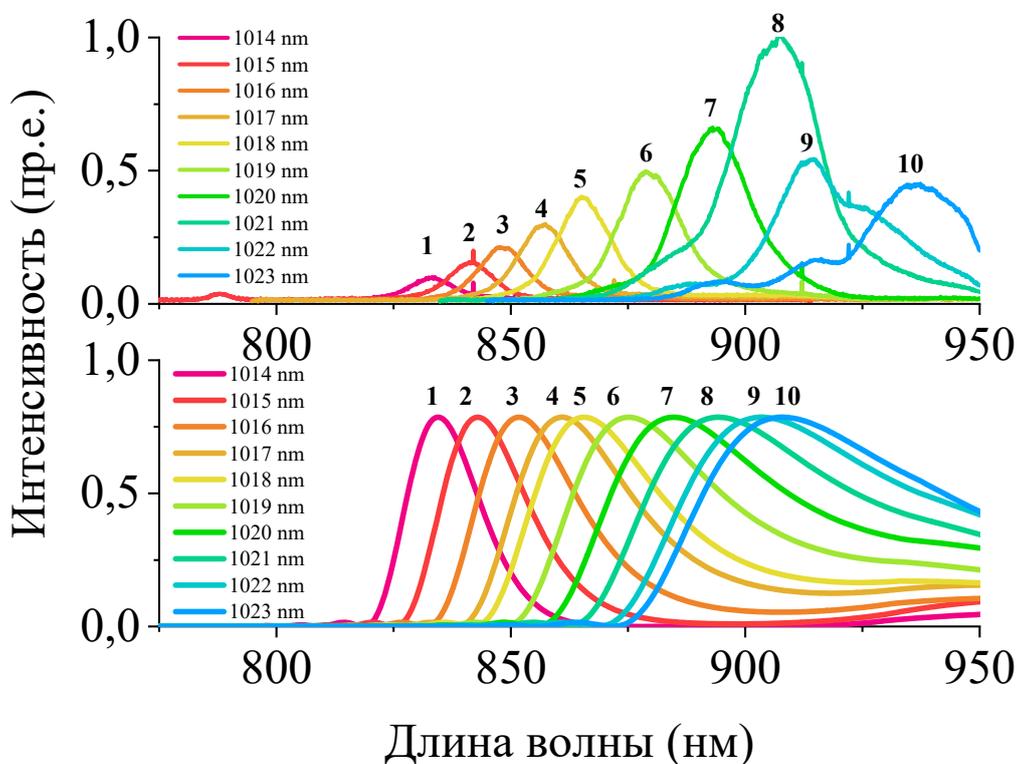
### 3. Результаты и их обсуждение

В данной работе численно исследовался МС-световод PC-SC-5.0-1040 (производства NKT Photonics). Это одномодовое нелинейное фотонно-кристаллическое волокно, которое имеет высокий коэффициент нелинейности и нуль дисперсии групповых скоростей вблизи 1040 нм. Были проведены симуляции спектров усиления скалярного режима генерации фотонных пар в волокне на частотах в окрестности разворота кривых фазового согласования. На основе значений коэффициентов выбранной дисперсионной кривой и получаемых для нее условий фазовых согласований было рассчитано спектральное усиление на различных частотах накачки МС-световода при разной мощности накачки волокна. Полученные результаты сравнили с экспериментальными данными.

Численные расчеты проводились в программе PTC Mathcad Prime 4.0. Расчёт проводился для скалярного режима ЧВС используемого МС-световода на основе выражений (1-8). Результаты экспериментов частично описаны в [8].



а)



б)

Рис. 1. Результаты расчётов для волокна с дисперсией вблизи 1040 нм: а) кривая фазового согласования ЧВС; б) сравнение расчётных (1500 Вт,  $\gamma = 11$  км/Вт) и экспериментальных спектров сигнальных линий ЧВС. Сверху – экспериментальные данные. Длина волны накачки: 1014 нм (1), 1015 нм (2), 1016 нм (3), 1017 нм (4), 1018 нм (5), 1019 нм (6), 1020 нм (7), 1021 нм (8), 1022 нм (9), 1023 нм (10).

Из графиков (рис.1б) видно, что результаты моделирования совпадают с экспериментальными данными для длин волн накачки до 1018 нм, однако при увеличении длины волны и приближении ее значения к длине волны нулевой дисперсии положение рассчитанных спектров смещается в сторону меньших длин волн. Сигнальная линия в расчётах, приближаясь к нулю дисперсии, сильно уширяется. За местоположение сигнальных линий отвечает дисперсия волокна, то есть, чем ближе

длина волны накачки к длине волны нулевой дисперсии, тем хуже выполняется условие фазового синхронизма. Это может быть объяснено тем, что длина волны накачки близка к длине волны, на которой происходит разворот кривой фазового согласования, а в этом месте кривой сигнальная и холостая линии почти совпадают, из-за этого их спектры начинают сливаться. На рис.16 холостые линии лежат симметрично сигнальным линиям справа от длины волны накачки в 950 нм.

#### 4. Выводы

Полученные в результате численных расчётов спектральные параметры сигнальных линий ЧВС показали хорошую согласованность с экспериментальными данными. Найденные в ходе расчётов параметры исследуемого волокна (дисперсия групповых скоростей, нелинейный коэффициент) могут позволить в дальнейшем получить информацию не только о спектральных, но и о квантовых свойствах генерируемых фотонных пар.

Исследование выполнено при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (госконтракт 14.Z50.31.0040, 17 февраля 2017 г.).

#### Литература

1. Agrawal G.P. Nonlinear Fiber Optics // Nonlinear Fiber Opt. 2006.
2. Dudley J.M., Genty G., Coen S. Supercontinuum generation in photonic crystal fiber // Rev. Mod. Phys. 2006. Vol. 78, № 4. P. 1135–1184.
3. Желтиков А.М. Микроструктурированные световоды для нового поколения волоконно-оптических источников и преобразователей световых импульсов // УФН. 2007. Vol. 7. P. 737–762.
4. Rarity J.G. et al. Photonic crystal fiber source of correlated photon pairs // Opt. Express. 2005. Vol. 13, № 2. P. 534.
5. Fulconis J. et al. Nonclassical Interference and Entanglement Generation Using a Photonic Crystal Fiber Pair Photon Source // Phys. Rev. Lett. 2007. Vol. 99, № 12. P. 120501.
6. McMillan A. et al. Four-Wave Mixing in Single-Mode Optical Fibers // Single-Photon Generation and Detection / ed. Migdall A. et al. Academic Press, 2013. Vol. 45. P. 411–465.
7. Petrov N.L. et al. Ultrahigh-contrast cross-polarized entangled photon pairs from a strongly birefringent photonic-crystal fiber // Appl. Phys. B Lasers Opt. 2019.
8. Petrovkin K.V. et al. Broadband quantum light on a fiber-optic platform: From biphotons and heralded single photons to bright squeezed vacuum // Laser Phys. Lett. 2019. Vol. 16, № 7.
9. Stolen R.H., Bjorkholm J.E. Parametric Amplification and Frequency Conversion in Optical Fibers // IEEE J. Quantum Electron. 1982. Vol. 18, № 7. P. 1062–1072.

# ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА NV-ЦЕНТРОВ В АЛМАЗЕ, УПРАВЛЯЕМЫЕ ИНФРАКРАСНЫМ ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

М.А. Смирнов<sup>a</sup>, И.В. Федотов<sup>a,b,c,d,f</sup>, С.А. Моисеев<sup>a</sup>, А.М. Желтиков<sup>a,b,c,d,e</sup>

<sup>a</sup> Казанский квантовый центр, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева, Казань 420111, Россия

<sup>b</sup> МГУ им. М. В. Ломоносова, 119992 Москва, Россия

<sup>c</sup> Department of Physics and Astronomy, Texas A&M University, College Station TX 77843, USA

<sup>d</sup> Российский квантовый центр, 143025 Сколково, Россия

<sup>e</sup> Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт», Москва 123182, Россия

<sup>f</sup> Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва 119049, Россия

e-mail: maxim@kazanqc.org

## 1. Введение

Центры окраски в кристалле алмаза являются крайне востребованным материалом для современных квантовых технологий [1-3]. Одно из перспективных применений – это использование их в качестве квантовых сенсоров в биомедицинских исследованиях [4-12]. Использование инфракрасных лазерных импульсов для возбуждения флуоресценции и управления параметрами центров окраски является крайне актуальным в таких исследованиях, поскольку инфракрасное излучение не оказывает столь разрушающее воздействие на биологические объекты, как лазерное излучение видимого диапазона, и не вызывает автолюминесценции [13,14]. Были проведены многочисленные эксперименты по изучению влияния инфракрасного импульсного лазерного излучения на оптические свойства центров окраски со структурой азот-вакансия (NV-центры). Полученные результаты показали возможности по возбуждению флуоресценции и управлению оптическими параметрами центров с помощью инфракрасных лазерных импульсов с высокой пиковой мощностью.

## 2. Экспериментальная установка

Были проведены многочисленные экспериментальные измерения на собранной в лаборатории установке, принципиальная схема которой представлена на рис.1. Для оптического возбуждения центров окраски использовались Ti:Sa импульсный лазер (Mira-HP, Coherent, 750-950 нм) и оптический параметрический осциллятор (ОРО, Coherent, 1000-1600 нм), которые совместно позволяли получать оптические импульсы в диапазоне от 750 до 1600 нм с частотой повторения 76 МГц и длительностью отдельного импульса ~ 220 фс. Для фокусировки возбуждающего излучения на поверхность образца использовался 40X объектив (40X, Olympus Plan Achromat Objective, 0.65 NA). Представленная экспериментальная установка позволяет оптически возбуждать исследуемый объект условно в двух режимах: одночастотном, при котором возбуждение осуществляется с помощью оптических импульсов с фиксированной длиной волны от одного из указанных лазеров; и двухчастотном, при котором возбуждение осуществляется с помощью оптических импульсов с разными длинами волн одновременно от обоих лазеров (рис.1). В двухчастотном режиме временной интервал между различными импульсами регулировался в диапазоне от 0 до нескольких пикосекунд с помощью автоматической линии задержки на основе шагового двигателя и ретрорефлектора, как показано на рисунке. Контроль над

положением возбуждаемой области исследуемого образца осуществлялся на основе изображения, получаемого на CCD-камере. Спектры люминесценции фиксировались в оптическом диапазоне от 200 до 1100 нм с помощью монохроматора (M266, Solar-LS) с установленной охлаждаемой камерой (Hamamatsu).

Для исследований, проводимых в одночастотном режиме возбуждения использовался алмазный образец размером 150 мкм с высоким содержанием NV-центров (~десятки ppm). Данный алмаз для закрепления на предметном столике плотно прижимался к нему с помощью покровного стекла, через которое и осуществлялось оптическое возбуждение.

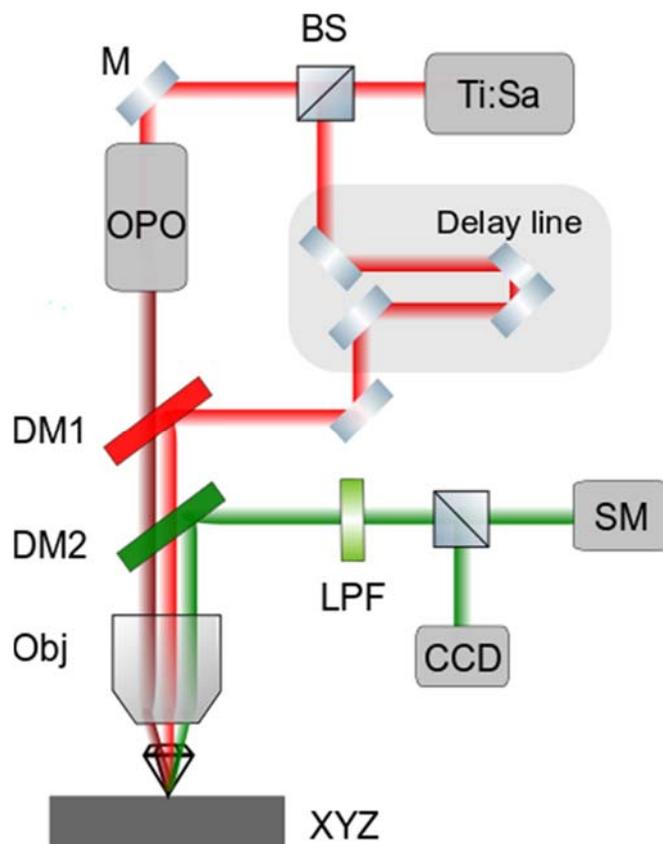


Рис. 1. Принципиальная оптическая схема экспериментальной установки для изучения многофотонного возбуждения NV-центров. На обозначены следующие оптические элементы: Ti:Sa – Ti:Sa лазер с синхронизацией мод (700-1000 нм); OPO – оптопараметрический осциллятор (1000-1500 нм); Delay line – линия задержки на основе ретрорефлектора и автоматизированной подвижки; DM1 – дихроичное зеркало на 950 нм; DM2 – дихроичное зеркало на 750 нм; LPF – длинноволновый фильтр на 800 нм; Obj – 40-кратный объектив (NA=0.6); XYZ – 3-х координатная подвижка; CCD – камера; SM – монохроматор-спектрометр. В случае использования OPO на длинах волн 1250 и 1300 нм, на выходе осциллятора дополнительно ставился фильтр FEL1200.

### 3. Результаты и их обсуждение

В ходе экспериментальных исследований наблюдалось возбуждение флуоресценции NV-центров на двух длинах волн вблизи 1050 нм и 808 нм. Возбуждение исследуемых центров окраски обусловлено двухфотонным поглощением возбуждающего инфракрасного излучения. Нормированные спектры флуоресценции представлены на рис.2а. На рисунке видно, что спектры отличаются в зависимости от

длины волны лазерного излучения. В случае одновременного возбуждения на двух длинах волн наблюдалось уменьшение флуоресцентного отклика, по сравнению с суммой мощности флуоресценции при раздельном возбуждении NV-центров (см. рис.2б). Прделанные предварительные оценки показывают, что наиболее вероятным механизмом, ответственным за наблюдаемый эффект, является стимулированное испускание фотонов под воздействием лазерного излучения на длине волны вблизи 808 нм.

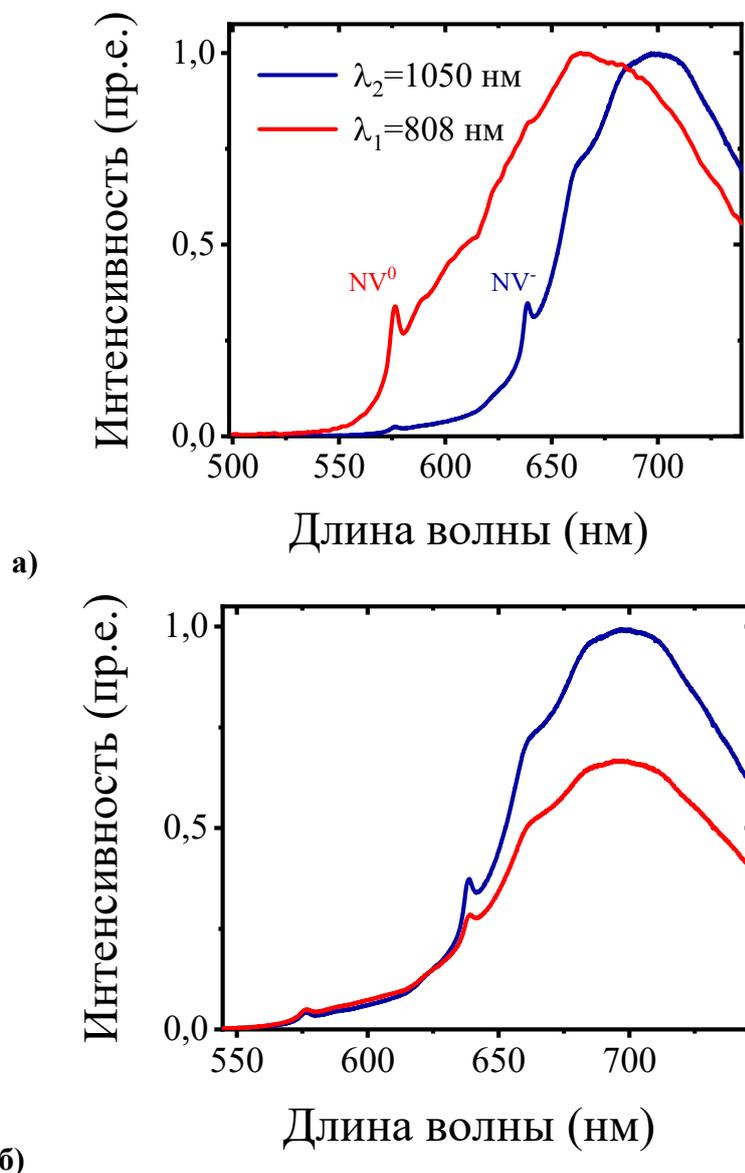


Рис. 2. Спектры фотолюминесценции NV-центров в алмазе при различных режимах двухчастотного возбуждения: а) Нормированные спектры фотолюминесценции NV-центров при одночастотном возбуждении лазерными импульсами с длиной волны  $\lambda = 808$  нм (красная кривая) и  $\lambda = 1050$  нм (синяя кривая); б) Спектр фотолюминесценции NV-центров при двухчастотном возбуждении лазерными импульсами с длиной волны  $\lambda = 808$  нм и  $\lambda = 1050$  нм (красная кривая); также для сравнения на рисунке представлен суммарный сигнал фотолюминесценции при одночастотном возбуждении лазерными импульсами на каждой из указанных длин волн по отдельности (синяя кривая). В данных измерениях средняя мощность возбуждающей накачки с  $\lambda = 1050$  нм составляла 75 мВт, средняя мощность возбуждающей накачки с  $\lambda = 808$  нм составляла 54 мВт.

#### 4. Выводы

Были проведены многочисленные эксперименты по изучению влияния инфракрасного импульсного лазерного излучения на оптические свойства центров окраски со структурой азот-вакансия (NV-центры). Была показана возможность двухфотонного возбуждения и последующего гашения флуоресценции с использованием только инфракрасного лазерного излучения. Полученные результаты могут быть полезны в биомедицинских исследованиях с использованием NV-центров в качестве квантовых сенсоров.

Исследование выполнено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 19-32-80029, 19-29-12062, 18-29-20031), а также Министерства науки и высшего образования РФ (госконтракт 14.Z50.31.0040, 17 февраля 2017 г.).

#### Литература

1. Childress L., Walsworth R., Lukin M. Atom-like crystal defects // *Physics Today*. 2014. Т. 67, № 10. С. 38.
2. Maze J. R. et al. Properties of nitrogen-vacancy centers in diamond: the group theoretic approach // *New Journal of Physics*. 2011. Т. 13, № 2. С. 025025.
3. Chu Y., Lukin M. D. Quantum optics with nitrogen-vacancy centers in diamond // *Quantum Optics and Nanophotonics*; Fabre, C., Sandoghdar, V., Treps, N., Cugliandolo, LF, Eds. 2015. С. 229-270.
4. Wu Y. et al. Diamond quantum devices in biology // *Angewandte Chemie International Edition*. 2016. Т. 55, № 23. С. 6586-6598.
5. Acosta V., Hemmer P. Nitrogen-vacancy centers: Physics and applications // *MRS bulletin*. 2013. Т. 38, №2. С. 127-130.
6. Jeske J. et al. Stimulated emission from nitrogen-vacancy centres in diamond // *Nature communications*. 2017. Т. 8, № 1. С. 1-8.
7. Maze J. R. et al. Nanoscale magnetic sensing with an individual electronic spin in diamond // *Nature*. 2008. Т. 455, №7213. С. 644-647.
8. Fan J. W. et al. Germanium-vacancy color center in diamond as a temperature sensor // *ACS Photonics*. 2018. Т. 5, № 3. С. 765-770.
9. Safronov N. A. et al. Microwave-induced thermogenetic activation of single cells // *Applied Physics Letters*. 2015. Т. 106, № 16. С. 163702.
10. Fedotov I. V. et al. Fiber-optic control and thermometry of single-cell thermosensation logic // *Scientific reports*. 2015. Т. 5. С. 15737.
11. Lanin A. A. et al. Fiber-optic electron-spin-resonance thermometry of single laser-activated neurons // *Optics Letters*. 2016. Т. 41, № 23. С. 5563-5566.
12. Ermakova Y. G. et al. Thermogenetic neurostimulation with single-cell resolution // *Nature communications*. 2017. Т. 8, № 1. С. 1-15.
13. Doronina-Amitonova L. V., Fedotov I. V., Zheltikov A. M. Ultrahigh-contrast imaging by temporally modulated stimulated emission depletion // *Optics letters*. 2015. Т. 40, № 5. С. 725-728.
14. Fedotov I. V., Zheltikov A. M. Background-free two-photon fluorescence readout via a three-photon charge-state modulation of nitrogen-vacancy centers in diamond // *Optics letters*. 2019. Т. 44, № 15. С. 3737-3740.

# ХАРАКТЕРИЗАЦИЯ ОДНОФОТОННЫХ ИСТОЧНИКОВ НА ОСНОВЕ ЦЕНТРОВ ОКРАСКИ В АЛМАЗАХ

М.Д. Тюгаев, А.Г. Шмелев, Д.О. Акатьев, А.А. Калачев

*Казанский (Приволжский) федеральный университет*  
MDTjugaev@stud.kpfu.ru

## 1. Введение

Создание твердотельных однофотонных источников света, способных по требованию излучать одиночные фотоны, крайне важно, как в области квантовой информатики [1], включая квантовую криптографию и распределенные квантовые вычисления, так и в области квантовой метрологии и квантовой сенсорики [2]. В качестве таких источников предлагается использовать полупроводниковые квантовые точки, нейтральные атомы и ионы в оптических ловушках, а также различные дефекты в кристаллических структурах [1]. Среди них большой интерес представляют центры окраски в алмазах. Они нашли применение в различных областях: от квантовой магнитометрии [3] и термометрии [4] до создания квантовой памяти [5], а однофотонные источники на основе этих центров отличаются стабильностью и могут работать при комнатной температуре [6].

Центр окраски в алмазе представляет собой дефект, состоящий из замещающего атома и вакансии. В настоящее время наиболее активно изучаются алмазы с дефектами азот–вакансия (NV–центр) и кремний–вакансия (SiV–центр), что обусловлено, в частности, возможностью их интеграции с диэлектрическими и плазмонными микро- и нанорезонаторами [6, 7]. Кроме того, большой интерес вызывают и наночастицы алмазов с одиночными центрами окраски [8].

Целью настоящей работы является экспериментальная характеристика однофотонных источников на основе центров окраски в алмазах и наноалмазах с помощью интерферометра Брауна-Твисса на основе конфокального микроскопа.

## 2. Описание экспериментальной установки

Для характеристики однофотонных источников на основе одиночных центров окраски в алмазах был собран и отъюстирован экспериментальный стенд. Этот стенд позволяет в стационарном режиме изучать спектры люминесценции объектов с субмикронным разрешением с помощью спектрометра на основе ПЗС-матрицы. Также имеется возможность изучать интенсивность люминесценции и корреляционные характеристики излучения образцов с субмикронным разрешением с помощью детекторов одиночных фотонов и интерферометра Брауна-Твисса. Схема установки приведена на рис. 1. Излучение диодного лазера (ДЛ) в виде пучка диаметром 3мм попадает на сканер, состоящий из двух перпендикулярных зеркальных гальванометров (гальво-сканер, ГС). Светоделитель (С) позволяет совмещать пучок излучения накачки и собранное объективом излучение с образца. Гальво-сканер совмещает точку образца, освещенную накачкой, с прецизионным отверстием на блоке регистрации. Перемещая точку, освещенную накачкой, по образцу с помощью гальво-сканера можно построить изображение исследуемого объекта.

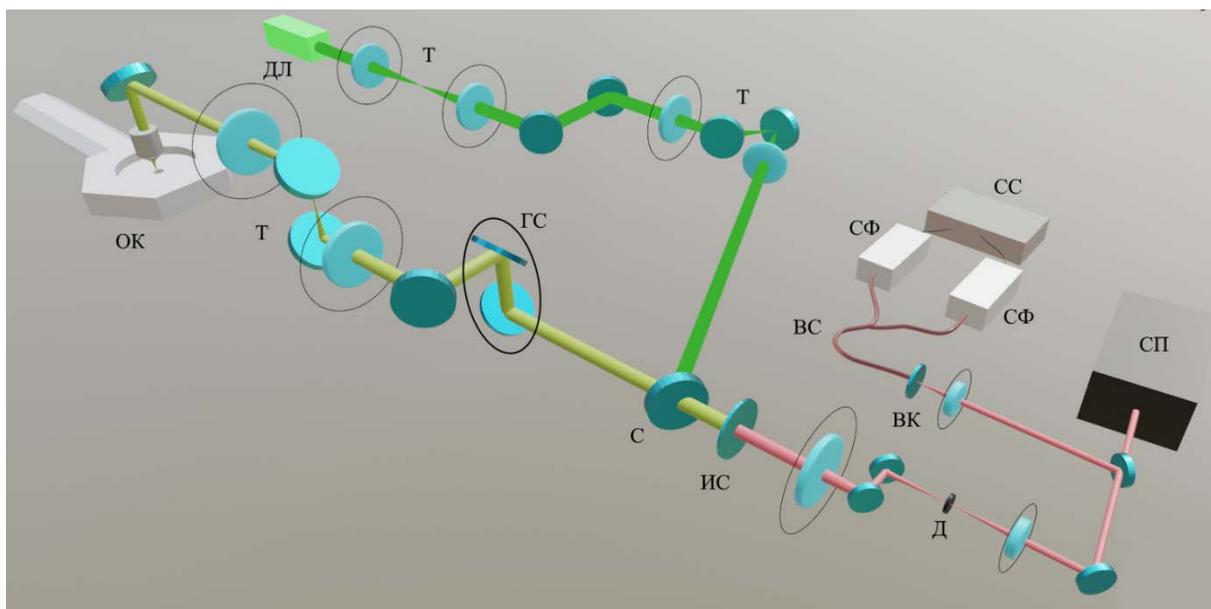


Рис. 1. Схема экспериментальной установки. ДЛ – диодный лазер 532 нм, Т – система телескопов, С – светоделитель, ГС – гальвосканер, ОК – оптический криостат, ИС – интерференционный светофильтр, Д – точечная диафрагма, СП – спектрометр, ВК – волоконный каплер, ВС – волоконный светоделитель 50/50, СФ – счетчик фотонов, СС – схема совпадений TimeTagger

Образец можно установить в оптическом криостате (ОК), закреплённый на трехкоординатном трансляционном держателе с микрометрическими актуаторами. Блок регистрации излучения состоит из входной диафрагмы (Д) — прецизионного калиброванного отверстия диаметром 50 мкм. Величина этого отверстия и диаметр пучка накачки на образце определяют, главным образом, разрешающую способность микроскопа. Полосовой интерференционный светофильтр (длина волны максимума поглощения 520 нм, ширина полосы поглощения 40 нм), расположенный перед системой регистрации, отсекает излучение накачки от излучения образца. Так как диафрагма является точечным источником, линза, расположенная далее, формирует параллельный пучок света. Этот параллельный пучок с помощью откидного зеркала может направляться либо в спектрометр (СП) либо в волоконный интерферометр Брауна-Твисса с помощью волоконного коллиматора. Спектрометр состоит из пропускающей дифракционную решетку (600 шт/мм) и ПЗС - камеры со встроенным охлаждением с помощью элемента Пельтье.

В интерферометре Брауна-Твисса излучение центров окраски после прохождения светоделителя детектируется на однофотонных детекторах Perkin Elmer с квантовой эффективностью около 60% в выбранном спектральном диапазоне ( $670 \pm 75$  нм) и скоростью темновых отсчетов 50 Гц. Электрические сигналы с однофотонных детекторов обрабатываются на схеме совпадений Swabian Instruments Time Tagger, По результатам детектирования отсчётов строится автокорреляционная функция.

### 3. Результаты экспериментов

Первый эксперимент был посвящен измерению автокорреляционной функции излучения SiV-центров в алмазе. Автокорреляционная функция характеризует степень «однофотонности» состояний, которые создает источник, и определяется следующим образом:

$$g^{(2)}(t) = \frac{\langle I(t)I(t+\tau) \rangle}{\langle I(\tau) \rangle^2}, \quad (1)$$

где  $I(t)$  - интенсивность импульса в момент времени  $t$ ,  $\tau$  - время задержки между импульсами на детекторах, а угловые скобки обозначают усреднение по времени. Источник является истинно однофотонным в случае, если  $g^{(2)}(0) = 0$ . Действительно, если на вход светоделителя падает однофотонный импульс, то он не делится пополам на светоделителе, а направляется в один из двух детекторов. При этом скорость счета совпадений при нулевой задержке обращается в ноль (будут наблюдаться только случайные совпадения темновых отсчетов детекторов). Если же на вход светоделителя падает больше, чем один фотон, тогда существует ненулевая вероятность того, что одновременно сработают оба детектора, что дает ненулевую скорость совпадений. Глубина измеряемого «провала» характеризует степень однофотонности источника.

Результат измерения представлен на рис. 2. В скорости счета совпадений при нулевой задержке наблюдается «провал» глубиной порядка 25%, что может соответствовать излучению от нескольких (порядка 3-5) центров кремний-вакансия.

Второй эксперимент был посвящен изучению NV-центров в наноалмазах. Коммерческие наноалмазы с NV-центрами были диспергированы в воде с помощью ультразвуковой ванны и стабилизированы поливинилацетатом. Капля с дисперсией наноалмазов помещалась на покровное стекло и высушивалась при непрерывном вращении (спин-коутинг) для равномерного распределения наноалмазов по покровному стеклу. Покровное стекло с наноалмазами помещалось в оптический криостат.

На рис. 3 представлено изображение исследуемого образца, где цветом показано количество отсчетов в единицу времени. Чтобы убедиться в том, что мы наблюдаем именно наноалмазы с NV-центрами, был получен спектр одного исследуемого объекта, показанный на рис. 3б. Исходя из полученного спектра, можно сказать, что мы имеем дело с  $NV^0$  и  $NV^-$  - центрами, имеющими бесфонные линии на 575 нм и 637 нм соответственно. При измерении скорости счета совпадений в схеме Брауна-Твисса не удалось обнаружить характерного провала, что говорит, скорее всего, о большом количестве центров окраски в исследуемых наночастицах.

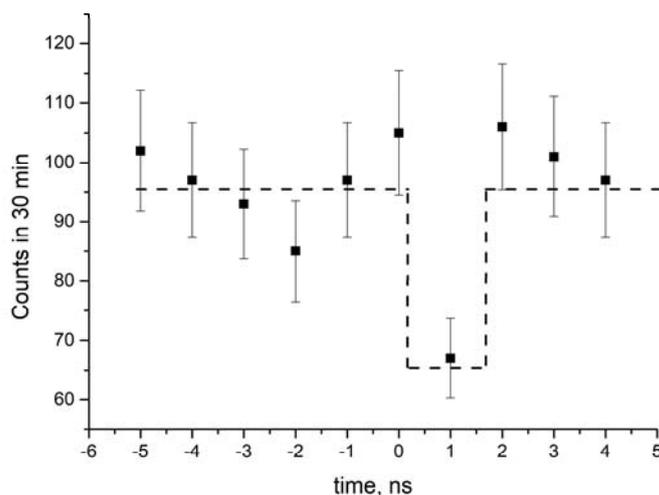


Рис. 2. Скорость совместных фотоотсчетов для исследуемого алмаза в зависимости от задержки между каналами интерферометра Брауна-Твисса. Время разрешения схемы совпадений 1 нс.

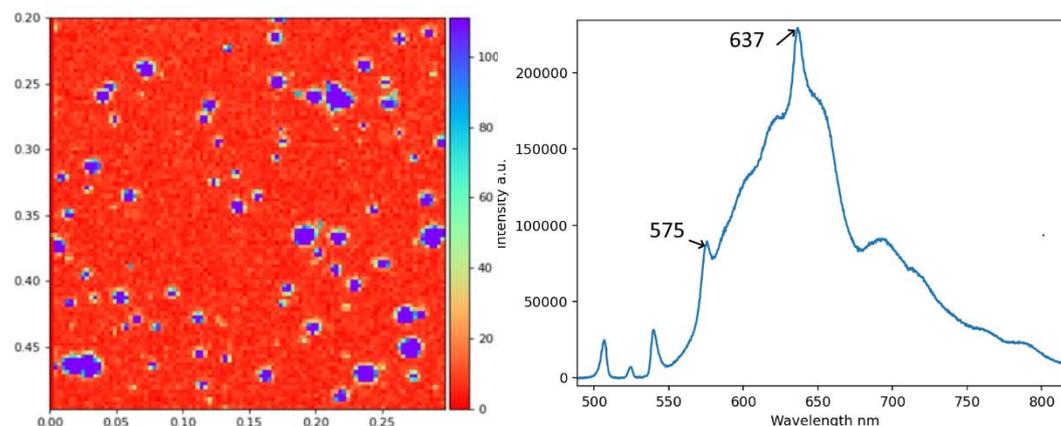


Рис. 3. Изображение наноалмазов на конфокальном микроскопе (а) и спектр исследуемого наноалмаза (б)

## 5. Заключение

Таким образом, в настоящей работе был собран и отъюстирован экспериментальный стенд, позволяющий изучать спектры люминесценции объектов с субмикронным разрешением, изучать интенсивность люминесценции и корреляционные характеристики излучения образцов с субмикронным разрешением с помощью детекторов одиночных фотонов и светоделителей. Был проведен эксперимент по изучению люминесцентных наноалмазов с азот-вакансионными центрами окраски, в ходе которого было получено изображение наноалмазов, диспергированных на покровное стекло, получены их спектральные характеристики и измерена скорость совместных отсчетов с одного наноалмаза.

## Литература

1. Aharonovich I., Englund D., Toth M. Solid-state single-photon emitters // *Nature Photonics*. 2016. Т. 10, № 10. С. 631-641.
2. Degen C. L., Reinhard F., Cappellaro P. Quantum sensing // *Reviews of modern physics*. 2017. Т. 89, № 3. С. 035002.
3. Rondin L. et al. Magnetometry with nitrogen-vacancy defects in diamond // *Reports on progress in physics*. 2014. Т. 77, № 5. С. 056503.
4. Nguyen C. T. et al. All-optical nanoscale thermometry with silicon-vacancy centers in diamond // *Applied Physics Letters*. 2018. Т. 112, № 20. С. 203102.
5. Fuchs G. D. et al. A quantum memory intrinsic to single nitrogen–vacancy centres in diamond // *Nature Physics*. 2011. Т. 7, № 10. С. 789-793.
6. Aharonovich I., Neu E. Diamond nanophotonics // *Advanced Optical Materials*. 2014. Т. 2, № 10. С. 911-928.
7. Chiang C. C. et al. A quantum plasmonic launcher for integrated ultrafast single-photon sources // *Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO)*. IEEE, 2020. С. 1-2.
8. Shilkin D. A. et al. Optical magnetism and fundamental modes of nanodiamonds // *ACS Photonics*. 2017. Т. 4, № 5. С. 1153-1158.

# ФОТОИНДУЦИРОВАННЫЙ НАГРЕВ ПОЛИМЕРНОЙ ПЛЕНКИ С ПОМОЩЬЮ ПЛАЗМОННОЙ TiN НАНОАНТЕННЫ

Е.А.Черных, С.С. Харинцев

*Казанский федеральный университет, Институт физики,  
420008, г. Казань, ул. Кремлевская, 16а  
e-mail: elenorchernykh@gmail.com*

## 1. Введение

Наночастицы (НЧ) благородных металлов за последние десятилетия вызвали большой интерес в нанофотонике благодаря их уникальным оптическим свойствам. В частности, золотые НЧ обладают резонансами, известными как локализованные поверхностные плазмоны, которые можно изменять от видимого до инфракрасного (ИК) диапазона частот. Эти плазмонные резонансы ответственны как за усиление рассеяния света, так и за повышенное поглощение света. Такое усиленное поглощение света, превращающее металлические наночастицы в идеальные наночастицы тепла, дистанционно управляемые светом, обеспечивают беспрецедентный способ управления тепловыми явлениями в наномасштабе. Этот факт делает их многообещающими кандидатами на роль оптических нагревателей, ключевым компонентом многих современных технологий, в которых оптическое преобразование энергии в тепловое необходимо, например, фототермическая терапия [1], сбор солнечной энергии [2], фотокатализ [3], фотодетекторы [4] и т.д.

Традиционно локализованные поверхностные плазмонные резонансы наноструктур Au и Ag используются для усиления взаимодействий света с веществом, таких как флуоресценция и комбинационное рассеяние света. Однако относительно низкие температуры плавления золота и серебра (около 1000°C) исключают использование последних в плазмонных и нанофотонных приложениях, требующих высоких температур, например, такие как магнитная запись с подогревом (HAMR) [5]. Нитрид титана (TiN) является одним из кандидатов альтернативного материала золота и серебра в плазмонных приложениях металлических наноструктур. Наноструктуры TiN демонстрируют большее сечение поглощения [6], чем Au и Ag при возбуждении локализованного поверхностного плазмонного резонанса и имеют гораздо более высокую тепловую стабильность благодаря тому, что TiN является тугоплавким материалом (температура плавления 2930°C). Все это делает TiN более привлекательным по сравнению с другими материалами для плазмонных приложений.

В нашей работе мы исследуем фотоиндуцированный нагрев TiN наночастицы и полимерной пленки ПММА с помощью моделирования в среде Lumerical (FDTD и DEVICE).

## 2. Моделирование

Моделирование для оценки температуры нагрева TiN наночастицы проводилось в два этапа с использованием программного обеспечения Lumerical. Первым этапом было моделирование и оценка мощности, поглощаемой TiN наночастицей при ее облучении монохроматичным светом, с помощью FDTD Lumerical (3D – приложение для решения уравнений Максвелла методом конечных разностей во временной области). Была построена трехмерная модель (рис.1а), где TiN наночастица представляет собой параллелепипед размером 200×200×50 нм, была помещена на кремниевую подложку

размером  $20 \times 20 \times 500$  мкм. Наноантенна освещалась гауссовым излучением (633 нм) р-поляризации с апертурой  $N.A.=0.9$ . Мощность падающего излучения составляла 16 мВт. Размеры области моделирования составляли  $1.2 \times 1.2 \times 1$  мкм. Углы наноантенны имеют угол закругления 5 нм, что дает возможность избежать сингулярности (так называемых «hot spots»). Точность моделирования определяется сеткой, которая составляла 1 нм. Моделирование проводилось для двух геометрий: 1) TiN наноантенна, расположенная на Si подложке, и 2) TiN, расположенный на Si подложке; обе геометрии покрыты полимерной пленкой ПММА (рис.1).

Вторым этапом было моделирование и оценка температуры нагрева TiN наноантенны и полимерной пленки с помощью DEVICE Lumerical (3D – приложение для решения уравнений теплопроводности методом конечных элементов). Здесь была построена аналогичная трехмерная модель (рис.1б) с идентичными размерами области моделирования. Значения теплопроводности и теплоемкости кремния, нитрида титана и полимера ПММА были взяты из библиотеки материалов Lumerical и составляли соответственно: 148 Вт/м·К и 711 Дж/кг·К; 29 Вт/м·К и 350 Дж/кг·К; 0,2 Вт/м·К и 1466 Дж/кг·К. Граничные условия были выбраны следующим образом: на нижней границе кремния была постоянная температура 300 К, между кремнием и нитридом титана, полимером и нитридом титана, а также между полимером и кремнием были наложены условия конвекции с коэффициентом конвекции 10 Вт/м<sup>2</sup>К.

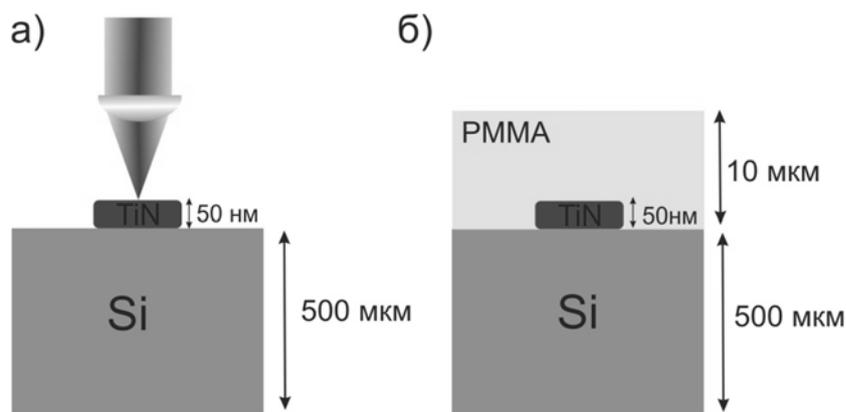


Рис.1. Геометрия эксперимента, моделируемая в FDTD и DEVICE.

### 3. Обсуждение

Общее выражение для поглощенной электромагнитной мощности  $P$  имеет вид:

$$P_{abs} = \frac{1}{2} \text{Re} \int J(r)E(r)dV, \quad (1)$$

где  $J(r)$  - плотность тока,  $E(r)$  - электрическое поле вне TiN, а интегрирование берется по объему наноантенны. Само тепловыделение в термоплазмонных структурах определяется джоулевым теплом, при этом плотность источника тепла ( $q$ ) задается как:

$$q = \vec{E} \cdot \vec{j}. \quad (2)$$

Нагрев вызывается омическими потерями и определяется электропроводностью  $\sigma$ , что дает  $J = \sigma E$ . Проводимость, в свою очередь, определяется мнимой частью диэлектрической проницаемости  $\sigma = \varepsilon_0 \omega \text{Im}(\varepsilon)$ , где  $\varepsilon_0$  и  $\omega$  – диэлектрическая функция среды и частота падающего света соответственно. Таким образом, проинтегрировав поглощенную мощность по объему наноантенны, уравнение (1) можно переписать как:

$$P_{abs} \sim E^2. \quad (3)$$

Из этой формулы следует, что чем сильнее электрическое поле внутри материала, тем выше потребляемая мощность. С другой стороны, поглощенную мощность можно выразить как функцию магнитного поля. Если напряженность электрического поля выразить через плотность тока и электропроводность, при этом воспользовавшись законом Ампера  $J = \nabla \times H$ , получим:

$$P_{abs} \sim H^2. \quad (4)$$

Пропорциональность уравнения (3) показывает, что усиление магнитного поля вокруг наноструктуры может значительно увеличить тепловыделение [7].

На рис. 2а и 2б изображена карта усиления электрического и магнитного полей TiN нанопластины без полимера (на воздухе), построенной на поверхности. Максимальное значение квадрата усиления электрического поля составляет  $11 \text{ В}^2/\text{м}^2$ , что говорит о том, что мы наблюдаем резонансное поглощение энергии. Квадрат усиления магнитного поля составляет  $20 \cdot 10^{-6} \text{ А}^2/\text{м}^2$ . Для получения профиля температуры в среде DEVICE решалось стационарное уравнение теплопроводности:

$$k \nabla^2 T(r) = -q(r) \quad (5)$$

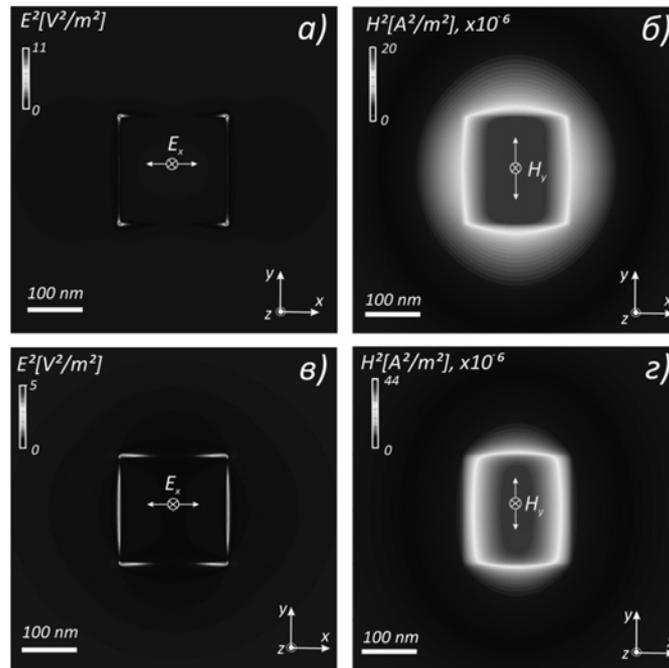


Рис.2. а) карта распределения усиления электрического поля  $E^2$  на поверхности TiN нанопластины; б) карта распределения усиления магнитного поля  $H^2$  на поверхности TiN нанопластины; в) карта распределения усиления электрического поля  $E^2$  на поверхности TiN нанопластины, покрытого полимерным слоем ПММА; г) карта распределения усиления магнитного поля  $H^2$  на поверхности TiN нанопластины, покрытого полимерным слоем ПММА.

На рис. 3а представлен профиль изменения температуры вдоль оси  $z$  системы TiN на Si подложке. Максимальное значение температуры достигается на верхней поверхности (50 нм) нитрида титана и составляет 497 К. Внутри нитрида титана температура падает по параболическому закону, в подложке же изменение температуры происходит по экспоненциальному закону, и температура выходит на плато при 450 К. В случае с полимером усиления электрического поля не происходит (рис. 2в), однако магнитное поле значительно возрастает и составляет  $44 \cdot 10^{-6}$  (рис. 2г). Согласно уравнению (4), поглощенная мощность должна увеличиться, а значит и температура будет расти, что мы наблюдаем на рис. 3б. Температура TiN в случае с полимером достигает максимальной температуры 930 К, подложка же выходит на

постоянное значение 790 К. Профиль температуры в полимере подчиняется гиперболическому закону и выходит на плато также при температуре 790 К.

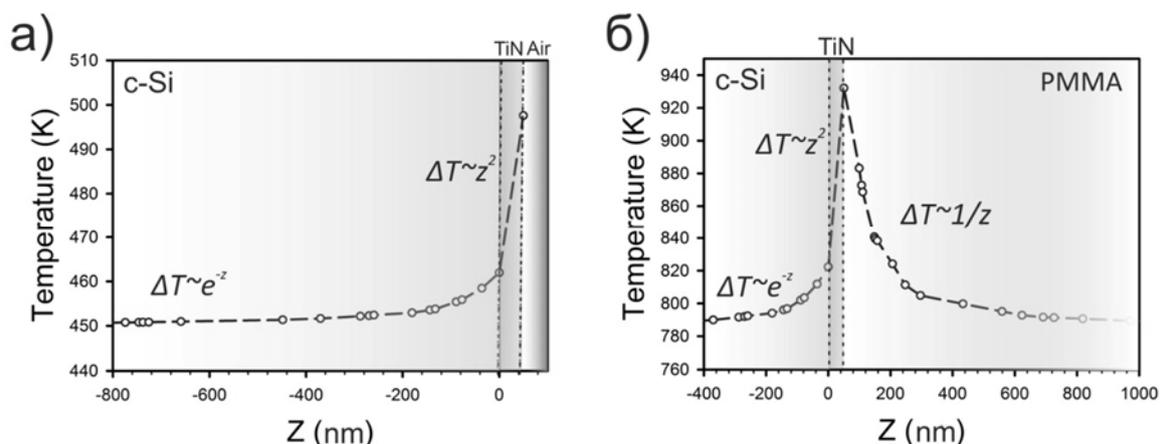


Рис. 3. а) Температурный профиль вдоль оси z системы TiN nanoантенны на Si подложке; б) Температурный профиль вдоль оси z системы TiN nanoантенны на Si подложке, покрытых слоем полимерной пленки ПММА.

Таким образом, в нашей работе был исследован нагрев TiN плазмонной nanoантенны на кремниевой подложке. Под действием монохроматического излучения 633 нм мощностью 16 мВт плазмонная nanoантенна может нагреваться на сотни градусов. В случае покрытия nanoантенны толстой полимерной ПММА пленкой максимальная температура нагрева TiN антенны возрастает в несколько раз, что объясняется существенной зависимостью поглощенной мощности от величины магнитного поля. Характеры профилей температур во всех слоях структуры представляют собой разные зависимости и подчиняются разным законам (в случае кремния-экспоненциальный закон, в нитриде титана-параболический, в полимере-гиперболический).

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №20-32-90090.

## Литература

1. Lim W.Q., Gao Z. Plasmonic nanoparticles in biomedicine // Nano Today. 2016. V. 11. P. 168–188.
2. Atwater H.A., Polman A. Plasmonics for improved photovoltaic devices // Nat. Mater. 2010. V. 9. P. 205–215.
3. Linic S., Christopher P., Ingram D.B. Plasmonic-metal nanostructures for efficient conversion of solar to chemical energy // Nat. Mater. 2011. V. 12. P. 911–921
4. Li W., Valentine J.G. Harvesting the loss: surface Plasmon-based hot electron photodetection // Nanophotonics. 2017. V. 6. P. 177–191.
5. Zhou N. [et al.] Plasmonic near-field transducer for heat-assisted magnetic recording // Nanophotonics. 2014. V. 3 P. 141–155.
6. Briggs J.A. [et al] Temperature-Dependent Optical Properties of Titanium Nitride // Appl. Phys. Lett. 2017. V. 110. P. 101901.
7. Coppens Z.J. [et al.] Probing and Controlling Photothermal Heat Generation in Plasmonic Nanostructures // Nano Letters. 2013. V.13. P. 1023–1028.

# ПРЕЦИЗИОННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ РАСЩЕПЛЕНИЯ ОПТИЧЕСКИХ ЛИНИЙ В КРИСТАЛЛАХ $\text{YLiF}_4:\text{Er}^{3+}$ , $\text{LuLiF}_4:\text{Er}^{3+}$ , $\text{Al}_2\text{O}_3:\text{Cr}^{3+}$ И $\text{Y}_2\text{SiO}_5:\text{Er}^{3+}$ ПО БИЕНИЯМ ФОРМЫ ФОТОННОГО ЭХА

В.Н. Лисин, А.М. Шегеда, В.В. Самарцев

*КФТИ – обособленное структурное подразделение ФИЦ КазНЦ РАН  
420029, г.Казань, ул.Сибирский тракт, 10/7  
shegedaam@gmail.com*

## 1. Введение

В предыдущих работах [1, 2] мы продемонстрировали метод оптической спектроскопии ультравысокого разрешения во временной области, который использует осцилляции интенсивности фотонного эха (ФЭ) в присутствии возмущения, расщепляющего оптические частоты переходов двух или более подгрупп ионов. Если в системе наблюдается эффект Зеемана, то ионные частоты переходов можно изменить посредством импульсного магнитного поля. Подавая короткие импульсы магнитного поля в промежутке времени между первым лазерным импульсом и сигналом эха, в образцах  $\text{YLiF}_4:\text{Er}^{3+}$  и  $\text{LuLiF}_4:\text{Er}^{3+}$  мы впервые наблюдали сильные осцилляции интенсивности эха в зависимости от площади магнитного импульса (МИ). Это позволило определить [1] значение  $g$ -фактора основного и возбужденного состояний эрбия при амплитуде магнитного поля порядка нескольких эрстед (первый минимум, в зависимости от поляризации, возникал в полях меньших  $1 \text{ Э}$ ), что на несколько порядков меньше поля ( $>10^3 \text{ Э}$ ), которое используется в электронном парамагнитном резонансе (ЭПР) и оптическом поглощении.

Физическая картина возникновения осцилляций сигнала эха достаточно понятна. Действие импульса слабого магнитного поля приводит к зеемановскому расщеплению частоты оптического перехода, которое не зависит от положения иона в неоднородной ширине линии, а только от спиновой проекции в основном состоянии и поляризации света. В этом случае, пока включен магнитный импульс (после первого или второго лазерных импульсов), меняются частоты оптического перехода и возникают группы прецессирующих с разной частотой дипольных моментов, формирующих сигнал эха. Поэтому, в зависимости от амплитуды и длительности МИ, к моменту возникновения сигнала эха суммарная разность фаз прецессирующих дипольных моментов может принимать значение от  $0$  до  $180^\circ$ , что и приводит к осцилляциям интенсивности ФЭ. Магнитный импульс может быть подан как после первого, так и после второго лазерного импульса. Отличие только в том, что сдвиг фазы дипольных моментов в этих случаях будет иметь разный знак. Поэтому, если МИ подается точно во время второго лазерного импульса, то интенсивность эха не меняется.

## 2. Биения формы фотонного эха в магнитном поле в образцах $\text{YLiF}_4:\text{Er}^{3+}$ и $\text{LuLiF}_4:\text{Er}^{3+}$

Рассмотрим случай, когда МИ включается во время появления эхо-отклика. Уровни энергии двух групп парамагнитных ионов  $\text{Er}^{3+}$  с проекцией спина в основном состоянии  $m = \pm 1/2$  сдвигаются в результате намагничивания на разные значения (см. рис.1)

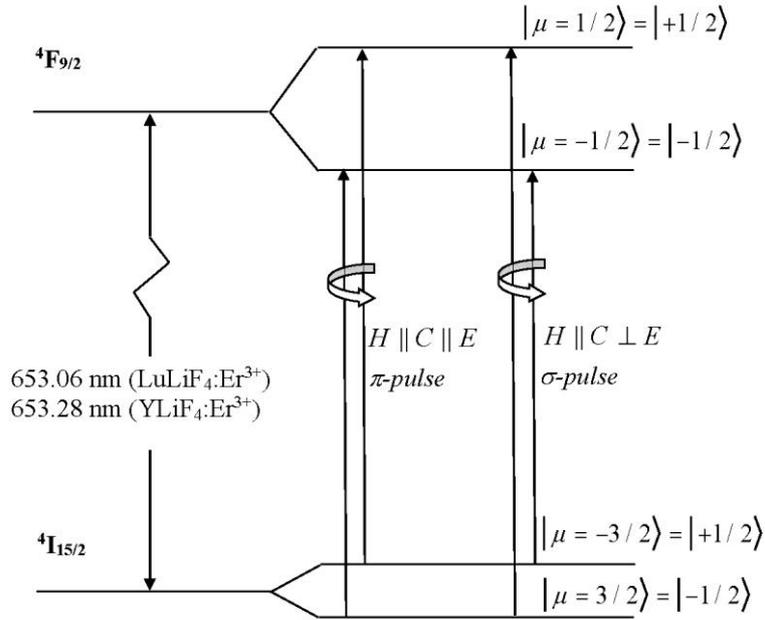


Рис. 1. Уровни энергии  $\text{Er}^{3+}$  в  $\text{YLiF}_4$  и  $\text{LuLiF}_4$  ( $H \parallel C$ ).  
 $E \parallel C$  –  $\pi$ -поляризация,  $E \perp C$  –  $\sigma$ - поляризация

$$\begin{aligned} \Delta E &= \beta H \langle \mu = \pm 3/2 | L_z + 2S_z | \mu = \pm 3/2 \rangle = \\ &= g(^4I_{15/2}) \beta H m, \quad m = \pm 1/2 \end{aligned} \quad (1)$$

и частота оптического перехода расщепляется

$$\begin{aligned} \delta\omega &= [g' \pm g] \beta H m / \hbar = \\ &= Z_{\sigma,\pi} m, \quad (\text{rad} / \text{s}) \\ Z_{\sigma,\pi} &= [g' \pm g] \beta H / \hbar. \\ g' &= g(^4F_{9/2}), \quad g = g(^4I_{15/2}). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $H$ - амплитуда магнитного поля, ориентированного вдоль кристаллической оси  $C$ ,  $\mu$  - кристаллическое квантовое число, характеризующее состояние иона  $\text{Er}^{3+}$  в кристаллическом поле,  $L_z$   $S_z$  – проекция на ось  $C$  полного орбитального и соответственно полного спинового момента иона  $\text{Er}^{3+}$ ,  $\beta$  – магнетон Бора,  $\hbar$  - постоянная Планка, плюс и минус знаки в выражении для зеемановского расщепления  $Z$  соответствуют переходам под действием  $\sigma$ - и  $\pi$ - поляризованного света.

Если амплитуда магнитного поля зависит от времени, а направление поля постоянно, то выражение для энергии (1) справедливо и для изменяющегося по амплитуде магнитного поля. При этом, зависящая от времени фаза, описывающая эволюцию во времени волновой функции состояния в магнитном поле, выражается в виде интеграла по времени от возмущения (1). Из (2) следует, что относительный фазовый сдвиг между группами оптически возбужденных диполей с проекцией спина в основном состоянии  $\pm 1/2$  во время действия импульса становится отличным от нуля и

зависит от значений  $g$ -факторов в основном и возбужденном состояниях, а также от амплитуды и длительности МИ в момент времени  $t$ :

$$\varphi(t) = \int_{t_0}^t Z(t') dt' = [g' \pm g] \beta / \hbar \int_{t_0}^t H(t') dt' \quad (3)$$

В (3)  $t_0$  – время начала действия магнитного импульса. Интенсивность фотонного эха меняется в зависимости от фазы:

$$I(t) = I_0(t)(1 + A \cos \phi(t)) / (1 + A), \quad (4)$$

где  $I_0(t)$  – интенсивность эха в отсутствие МИ,  $A$  – амплитуда осцилляций, зависящая от степени когерентности лазерных импульсов и постоянного магнитного поля.

Поэтому, пока длится МИ, фазовый сдвиг  $\varphi(t)$  меняется, что и приводит к биениям формы сигнала ФЭ.

Если МИ имеет прямоугольную форму, т.е., амплитуда  $H(t) = H_0 = \text{const.}$ , то, зная период этих биений для лазерных импульсов разной поляризации и амплитуду  $H_0$  магнитного импульса, можно получить простые выражения для нахождения значений  $g$ -факторов.

Для  $\sigma$ -поляризации лазерных импульсов:

$$(g' + g) = 2\pi\hbar / \beta H_0 \tau_\sigma, \quad (5)$$

для  $\pi$ -поляризации лазерных импульсов:

$$(g' - g) = 2\pi\hbar / \beta H_0 \tau_\pi. \quad (6)$$

Здесь  $\tau_\sigma$  и  $\tau_\pi$  – временные интервалы между двумя соседними минимумами в сигнале эха для лазерных импульсов соответствующей поляризации.

Таким образом, чтобы определить значения  $g$ -факторов в основном и возбужденном состояниях, достаточно получить всего две осциллограммы с биениями сигнала ФЭ для  $\sigma$ - и  $\pi$ -поляризаций лазерных импульсов. Кроме того, если мы точно знаем, например, из данных ЭПР, величину  $g$ -фактора в основном состоянии, то для определения  $g$ -фактора в возбужденном состоянии знать величину  $H_0$  вообще нет необходимости. Для этого достаточно измерить периоды биений для двух поляризаций при одном и том же значении  $H_0$ , поскольку из (5) и (6) получаем:

$$g' = g(\tau_\pi + \tau_\sigma) / (\tau_\pi - \tau_\sigma). \quad (7)$$

### 3. Эксперимент

Условия эксперимента подробно описаны в [1], поэтому укажем только основные моменты. Фотонное эхо в  $\text{LuLiF}_4:\text{Er}^{3+}$  и  $\text{YLiF}_4:\text{Er}^{3+}$  возбуждалось на переходе  ${}^4I_{15/2} \leftrightarrow {}^4F_{9/2}$  иона  $\text{Er}^{3+}$  при температуре 2 К. Для возбуждения использовался импульсный перестраиваемый по частоте лазер на красителе (оксазин 17). Длительность импульсов составляла 15 нс, спектральная ширина на половине высоты  $0.15 \text{ \AA} \approx 9 \text{ ГГц}$ . Длина волны изучаемого перехода составляла  $\lambda = 6530,6 \text{ \AA}$  для  $\text{LiLuF}_4:\text{Er}^{3+}$  и  $\lambda = 6532,8 \text{ \AA}$  для  $\text{LiYF}_4:\text{Er}^{3+}$ . Эхо возбуждалось в обращенном режиме, когда эхо-отклик наблюдается в направлении, противоположном первому импульсу.

Поляризация лазерных импульсов устанавливалась либо параллельно оси  $C$  ( $\pi$ -поляризация), либо перпендикулярно оси  $C$  ( $\sigma$ -поляризация).

Исследуемый образец помещался в соленоид, состоящий из двух соосных катушек по 6 витков каждая. Между катушками был зазор 1 мм, в который заводилось сфокусированное излучение первого и второго лазерных импульсов. Внутренний диаметр соленоида для образца  $\text{LuLiF}_4:\text{Er}^{3+}$  был равен 5.4 мм, а для образца  $\text{YLiF}_4:\text{Er}^{3+}$  - 6.4 мм. Магнитное поле в зазоре между катушками рассчитывалось с использованием закона Био-Савара.

На соленоид синхронно с лазерными импульсами подавались импульсы тока, формируемые генератором на лавинных транзисторах.

Сигналы ФЭ детектировались фотоумножителем и подавались на цифровой осциллограф Tektronix TDS 2022. Управление всеми экспериментальными измерениями было реализовано в среде LabVIEW.

В первых экспериментах, в которых мы наблюдали биения формы ФЭ, мы убедились, что точность этого метода существенно выше метода определения  $g$ -факторов по осцилляциям интенсивности эха. Однако, если форма МИ отличается от прямоугольной, необходимо абсолютно точно знать время прихода МИ относительно сигнала эха. Наличие линий задержки и разных кабелей, по которым распространялись оптические и электрические импульсы, позволяло сделать это только приблизительно. Поэтому в работе [2] некоторая погрешность была связана с тем, что мы считали импульс прямоугольным и на эхо-отклике усредняли значение периода биений (см. рис.2 и рис.3):

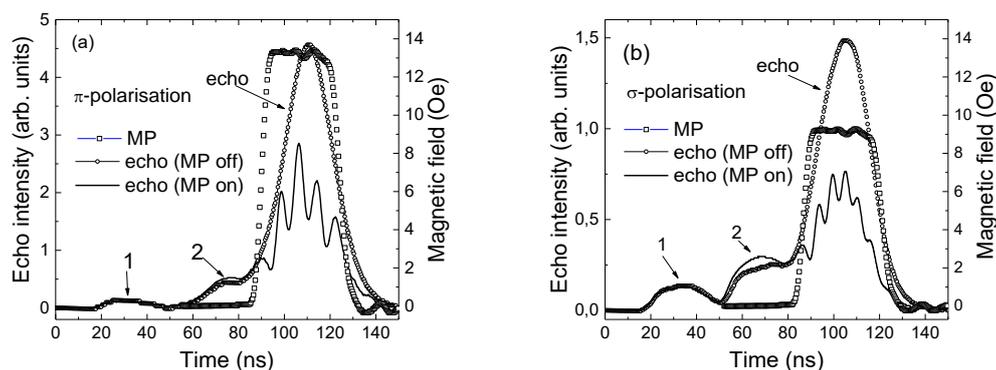


Рис.2. Осциллограммы сигналов ФЭ в образце  $\text{LuLiF}_4:\text{Er}^{3+}$  без МИ и биения формы сигнала ФЭ при включении импульсного магнитного поля. (a) -  $\pi$ -поляризация, (b) -  $\sigma$ -поляризация лазерных импульсов.

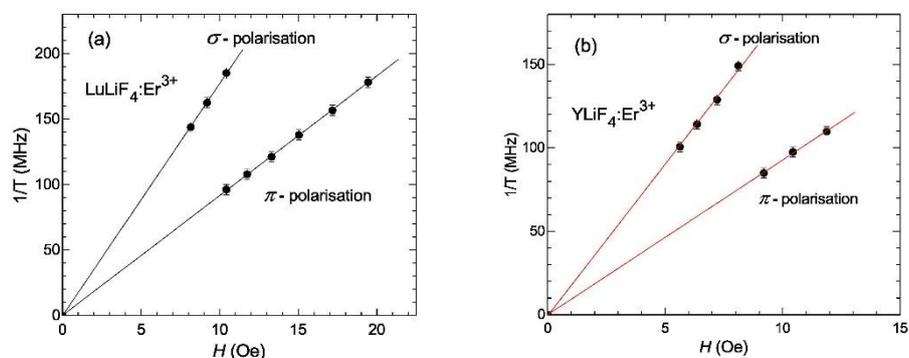


Рис.3. Зависимость частоты биений сигнала ФЭ от величины импульсного магнитного поля  $H$ . (a)  $\text{LuLiF}_4:\text{Er}^{3+}$  (0.1 wt.%). (b)  $\text{YLiF}_4:\text{Er}^{3+}$  (0.1 wt.%).  $T$  – период биений.

Результаты измерений, приведенные на рис.3, позволили нам определить следующие величины:

$$\begin{array}{ll} \text{LuLiF}_4 : \text{Er}^{3+} & \text{YLiF}_4 : \text{Er}^{3+} \\ \partial(1/T_\sigma) / \partial H = 17.716 (\text{MHz} / \text{Oe}), & \partial(1/T_\sigma) / \partial H = 18.069 (\text{MHz} / \text{Oe}), \\ \partial(1/T_\pi) / \partial H = 9.156 (\text{MHz} / \text{Oe}), & \partial(1/T_\pi) / \partial H = 9.274 (\text{MHz} / \text{Oe}), \end{array}$$

Отсюда для величины g-фактора в основном и возбужденном состоянии, учитывая (3, 5, 6), находим:

$$\begin{array}{ll} \text{LuLiF}_4 : \text{Er}^{3+} & \text{YLiF}_4 : \text{Er}^{3+} \\ g = g(^4I_{15/2}) = 3.06 & g = g(^4I_{15/2}) = 3.14 \\ g' = g(^4F_{9/2}) = 9.60 & g' = g(^4F_{9/2}) = 9.76 \end{array}$$

Найденные значения g-факторов в основном состоянии очень близки или совпадают (для  $\text{YLiF}_4:\text{Er}^{3+}$ ) с данными ЭПР. Значение  $g'$ , полученное нами для  $\text{YLiF}_4:\text{Er}^{3+}$ , хорошо согласуется с известными литературными данными, например, в [3]  $g' = 9.84 \pm 0.25$ . Значение  $g' = 10.27$  для  $\text{LuLiF}_4:\text{Er}^{3+}$ , впервые полученное нами методом осцилляций [1], является оценочным и связано, в первую очередь, с погрешностью в определении площади МИ. Метод биений дает более точное значение, поскольку, при известном значении g-фактора в основном состоянии, он не зависит от точности определения амплитуды МИ, как видно из (7).

Важно отметить, что фактически метод фотонного эха, позволяет регистрировать сдвиги частот меньше 100 МГц при спектральной ширине лазерных импульсов  $\sim 9$  ГГц.

#### 4. Биения формы фотонного эха в электрическом поле в образцах $\text{Al}_2\text{O}_3:\text{Cr}^{3+}$ и $\text{Y}_2\text{SiO}_5:\text{Er}^{3+}$

Одной из задач спектроскопии является, например, определение такого параметра, как штарковский сдвиг. Важно знать, на какую величину сдвигаются уровни энергии в электрическом поле. В стандартных оптических экспериментах для этого требуются поля напряженностью  $E \sim 100 \pm 1000$  кВ/см.

Фотонное эхо позволяет определить штарковские коэффициенты в полях слабее на несколько порядков. Необходимым условием для этого является наличие неэквивалентных положений эхо-активных ионов в решетке кристалла.

Тогда в электрическом поле  $E$  для двух неэквивалентных ионов сдвиг  $\delta\nu$  частоты оптической линии будет различаться на величину

$$\delta\nu = \pm Z/2, \quad Z = 2\partial\nu/\partial E \cdot E, \quad (8)$$

где  $Z$  - расщепление оптической линии.

Как и в случае магнитного поля, в электрическом поле под действием лазерных импульсов возникает разность фаз прецессирующих дипольных моментов, зависящая от длительности и амплитуды электрического поля:

$$\varphi(t) = 2\pi \cdot 2\partial\nu / \partial E \cdot \int_{t_0}^t E(t') dt' \quad (9)$$

Одними из первых таких работ, где при включении электрических импульсов (ЭИ) в промежутке между лазерными импульсами наблюдались осцилляции интенсивности ФЭ, были работы [4, 5], в которых были определены псевдо-штарковские коэффициенты  $\partial\nu/\partial E$  в  $YAlO_3:Er^{3+}$  и  $YAlO_3:Eu^{3+}$ .

Однако биений формы сигнала ФЭ никто не наблюдал. Как мы убедились выше на примере с МИ, метод биений обладает высокой точностью и позволяет получить результат по одной осциллограмме.

Ниже, на примере образцов  $Al_2O_3:Cr^{3+}$  и  $Y_2SiO_5:Er^{3+}$ , мы покажем, как можно определить величину  $\partial\nu/\partial E$  по биениям формы сигнала ФЭ. Общим для этих образцов является то, что атомы Al в решетке корунда и атомы Y в ортосиликате иттрия находятся в двух неэквивалентных положениях. Поэтому замещающие их ионы  $Cr^{3+}$  в рубине и ионы  $Er^{3+}$  в  $Y_2SiO_5$  тоже находятся в неэквивалентных положениях. В этом случае и в рубине, и в ортосиликате иттрия образуются две группы эхо-активных ионов, у которых сдвиги частот оптических переходов в электрическом поле будут различаться.

Как проводились эксперименты с рубином. В нашем распоряжении были образцы рубина с изотопами  $^{53}Cr$  и  $^{52}Cr$  и эксперимент ставился следующим образом. Образцы зажимались между двумя медными дисками в центре которых было отверстие диаметром 1 мм. Через это отверстие заводилось сфокусированное излучение лазерных импульсов, формирующих эхо на переходе  $^4A_2 \leftrightarrow ^2E$ . Ось C кристаллов была перпендикулярна плоскости дисков, измерения проводились при температуре 2К. В момент формирования эхо-отклика на диски подавался прямоугольный электрический импульс (ЭИ) амплитудой до 200 В и длительностью 34 нс. Амплитуда импульса менялась ступенчатым аттенюатором с шагом 1 дБ. Величина электрического поля в образце в области пересечения первого и второго лазерных импульсов рассчитывалась в программе Comsol. Для нашей геометрии конденсатора расчет дал величину, близкую к обычному выражению  $E=V/d$ , где  $V$  – напряжение на конденсаторе,  $d$  – зазор между пластинами. Результаты действия ЭИ на форму сигнала эха и полученные значения  $\partial\nu/\partial E$  для разных изотопов хрома в рубине приведены на рис. 4.

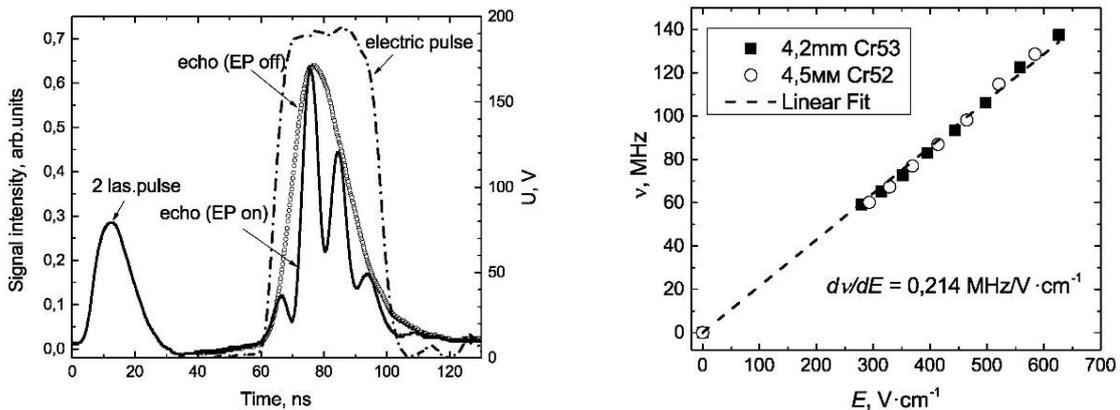


Рис.4. Слева - осциллограммы сигналов ФЭ в при включенном ЭИ амплитудой 290 В (наблюдаются сильные биения интенсивности ФЭ) и без ЭИ. Справа – величина  $\partial\nu/\partial E$  для образцов рубина разной толщины с разными изотопами хрома.

Таким образом, из биений формы ФЭ при разных амплитудах ЭИ с учетом (8) и (9), мы получили  $\partial\nu/\partial E = 0,214 \text{ MHz} \cdot V^{-1} \cdot cm$  для  $^{53}Cr$  и  $^{52}Cr$  [6]. Эти результаты находятся в хорошем согласии с известными литературными данными, где штарковский сдвиг определялся стандартным способом по спектру поглощения в электрическом поле, например, в [7]  $\partial\nu/\partial E = 0.220 \pm 0.016 \text{ MHz} \cdot V^{-1} \cdot cm$ .

Что касается образца ортосиликата иттрия, то в литературе не было данных о величине  $\partial\nu/\partial E$ . Однако было хорошо известно, что ионы иттрия занимают в решетке два неэквивалентных положения под небольшим углом к оси  $b$ . В этом образце мы наблюдали ФЭ на переходе  ${}^4I_{15/2} \leftrightarrow {}^4F_{9/2}$  иона эрбия при  $\lambda=657,88$  нм и температуре 2К. Чтобы выяснить влияние ЭИ на амплитуду и форму сигнала ФЭ, эксперимент ставился следующим образом. Образец толщиной  $d=1,30$  мм помещался в конденсатор так, что ось  $b$  образца была перпендикулярна пластинам и лазерным импульсам, т.е.  $b \perp E \perp k_1, k_2$ . На пластины подавались импульсы напряжения амплитудой до 200 В. В случае, когда ЭИ включался в промежутке времени от первого лазерного импульса до сигнала эха, наблюдались осцилляции интенсивности ФЭ, но амплитуда этого импульса была недостаточной для наблюдения биений формы эхо-отклика. Необходимы были наносекундные импульсы амплитудой  $V > 200$ В. Поэтому по схеме Аркадьева-Маркса был собран генератор с импульсами до 600 В при  $U_{пит} = 260$  В. К сожалению, хотя биения ФЭ хорошо наблюдались, форма импульсов сильно отличалась от прямоугольной, что затрудняло точное определение  $\partial\nu/\partial E$  по периоду биений, поскольку временной интервал между двумя соседними минимумами менялся (из уравнения (9) видно, что он определяется действующей в этот момент площадью ЭИ).

В этом случае оказалось очень полезно с учетом (9) выполнить симуляцию действия ЭИ на форму сигнала ФЭ. Изменяя в процессе симуляции время включения ЭИ, можно легко добиться точного совпадения первого минимума с экспериментом, а корректируя амплитуду ЭИ, получить точное совпадение с экспериментом всех остальных минимумов. Учитывая, что все сигналы были оцифрованы, это не составило никаких проблем. В результате, как и следовало ожидать, площади ЭИ между двумя соседними минимумами совпали с хорошей точностью. Это позволило однозначно определить величину  $\partial\nu/\partial E$ .

Результаты приведены на рис.5.

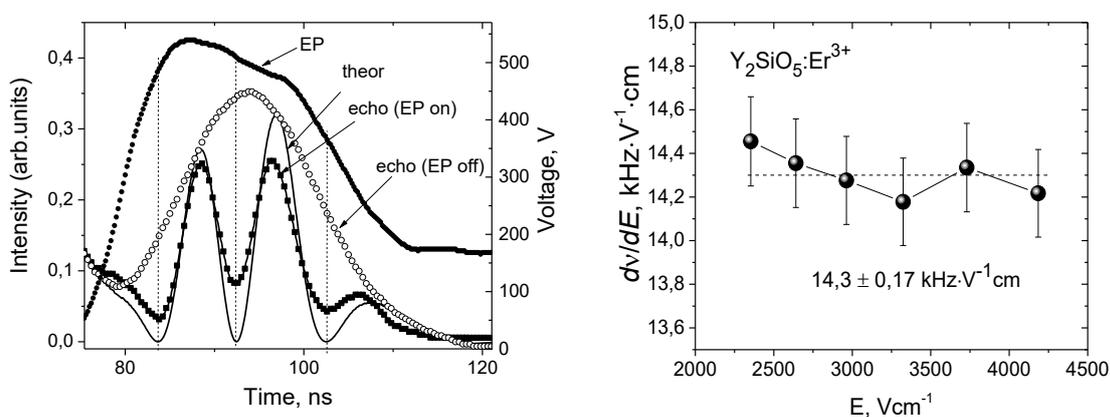


Рис.5. Слева - осциллограммы сигналов ФЭ в при включенном ЭИ амплитудой 540 В (наблюдаются сильные биения интенсивности ФЭ) и без ЭИ. Сплошной линией показана симуляция действия ЭИ на ФЭ. Справа – величина  $\partial\nu/\partial E$ , полученная с учетом площади ЭИ, вызывающего изменение фазы биений на  $2\pi$ .

Таким образом, по наличию биений сигнала ФЭ в импульсном электрическом поле разной величины мы определили [8] коэффициент штарковского сдвига в кристалле  $Y_2SiO_5:Er^{3+}$  0,005%:

$$\partial\nu/\partial E = 14,3 \pm 0,17 \text{ kHz} \cdot \text{V}^{-1} \text{ cm} .$$

Необходимая для этого амплитуда электрического поля на несколько порядков меньше, чем в стационарном случае, когда  $\partial\nu/\partial E$  определяется по сдвигу частоты оптического перехода в постоянном электрическом поле.

Работа была поддержана грантом РФФИ 20-02-00545а.

### Литература.

1. Lisin V.N., Shegeda A.M. Modulation of the shape of the photon echo pulse by a pulsed magnetic field: Zeeman splitting in  $\text{LiLuF}_4:\text{Er}^{3+}$  and  $\text{LiYF}_4:\text{Er}^{3+}$  // JETP Lett. 2012. Vol. 96. P. 328.
2. Lisin V.N., Shegeda A.M., Samartsev V.V. The application of the weak magnetic field pulse to measure g-factors of ground and excited optical states by a photon echo method // Laser Phys. Lett. 2015. Vol.12. 025701.
3. Sattler J.P., Nemaich J. Electron-Paramagnetic-Resonance Spectra of  $\text{Nd}^{3+}$ ,  $\text{Dy}^{3+}$ ,  $\text{Er}^{3+}$  and  $\text{Yb}^{3+}$  in Lithium Yttrium Fluoride // Phys. Rev. B. 1971. Vol. 4. No. 1.
4. Wang Y., Meltzer R. Modulation of photon-echo intensities by electric fields: Pseudo-Stark splittings in alexandrite and  $\text{YAlO}_3:\text{Er}^{3+}$  // Phys. Rev. B. 1992. Vol. 45. P. 10119.
5. Meixner A.J., Jefferson C.M., Macfarlane R.M. Measurement of the Stark effect with subhomogeneous linewidth resolution in  $\text{Eu}^{3+}:\text{YAlO}_3$  with the use of photon-echo modulation // Phys. Rev. B. 1992. Vol. 46. P. 5912.
6. Lisin V.N., Shegeda A.M., Samartsev V.V. The application of weak electric field pulses to measure the pseudo-Stark split by photon echo beating // Laser Phys. Lett. 2016. Vol. 13. P. 075202.
7. Szabo A., Kroll M. Stark-induced optical transients in ruby // Opt. Lett. 1978. Vol. 2. Issue 1. P. 10.
8. Lisin V. N., Shegeda A.M., Samartsev V.V., Kutovoi S.A. and Zavartsev Yu. D. Stark shift in  $\text{Y}_2\text{SiO}_5:\text{Er}^{3+}$  by the photon echo beating method // Laser Phys. 2019. Vol. 29. P. 015702.

*Электронное научное издание  
сетевого распространения*

**«КОГЕРЕНТНАЯ ОПТИКА  
И ОПТИЧЕСКАЯ СПЕКТРОСКОПИЯ»  
И  
«КВАНТОВАЯ ИНФОРМАТИКА  
И КВАНТОВЫЕ СЕНСОРЫ НА ОСНОВЕ  
АЛМАЗОВ»**

**XXIV Объединенная международная  
молодежная научная школа**

**Казань, 10–11 декабря 2020 г.**

**Сборник статей  
Вып. XXIV**

Подписано к использованию 18.02.2021.  
Формат 60×84 1/16. Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 7,2  
Заказ 141/2.

Издательство Казанского университета

420008, г. Казань, ул. Профессора Нухина, 1/37  
тел. (843) 233-73-59, 233-73-28