13-я МУЛЬТИКОНФЕРЕНЦИЯ
ПО ПРОБЛЕМАМ УПРАВЛЕНИЯ

6–8 октября 2020 г.
ГНЦ РФ АО «КОНЦЕРН «ЦНИИ «ЭЛЕКТРОПРИБОР»
Санкт-Петербург

МУЛЬТИКОНФЕРЕНЦИЯ ВКЛЮЧАЕТ В СЕБЯ ПЯТЬ КОНФЕРЕНЦИЙ, ОБЪЕДИНЕННЫХ ОДНОЙ ИДЕЕЙ:

- XXXII КОНФЕРЕНЦИЯ ПАМЯТИ ВЫДАЮЩЕГОСЯ КОНСТРУКТОРА ГИРОСКОПИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ Н.Н.ОСТРЯКОВА
- «ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В УПРАВЛЕНИИ» (ИТУ-2020)
- «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ» (МТУиП-2020)
- «УПРАВЛЕНИЕ В АЭРОКОСМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ» (УАКС-2020) ИМЕНИ АКАДЕМИКА Е.А.МИКРИНА
- «УПРАВЛЕНИЕ В МОРСКИХ СИСТЕМАХ» (УМС-2020)

МАТЕРИАЛЫ КОНФЕРЕНЦИИ «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ» (МТУиП-2020)

7–8 ОКТЯБРЯ

Санкт-Петербург
2020

УДК 681.51

Материалы конференции «Математическая теория управления и ее приложения». СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2020. 380 с.

В настоящий сборник вошли тексты докладов, состоявшихся на конференции "Математическая теория управления и ее приложения" (МТУиП-2020). Доклады секции 6 и ряд докладов XXXII конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова были объединены в приглашенную секцию "Наблюдатели и фильтры", которая прошла как совместное заседание этих конференций. Тексты докладов секции "Наблюдатели и фильтры" размещены в сборнике XXXII конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова.

Тексты публикуются в авторской редакции.

ISBN 978-5-91995-074-5

ОРГАНИЗАТОРЫ КОНФЕРЕНЦИИ

- САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ТЕРРИТОРИАЛЬНАЯ ГРУППА РОССИЙСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО КОМИТЕТА ПО АВТОМАТИЧЕСКОМУ УПРАВЛЕНИЮ
- ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РФ АО «КОНЦЕРН «ЦНИИ «ЭЛЕКТРОПРИБОР»
- САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ИНСТИТУТ ИНФОРМАТИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ РАН
- САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМЕНИ В.И.УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
- УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
- САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО
- САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ
- ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОВЕДЕНИЯ РАН
- ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ ИМ. В.А.ТРАПЕЗНИКОВА РАН
- ВОЕННЫЙ УЧЕБНО-НАУЧНЫЙ ЦЕНТР ВМФ «ВОЕННО-МОРСКАЯ АКАДЕМИЯ ИМЕНИ АДМИРАЛА ФЛОТА СОВЕТСКОГО СОЮЗА Н.Г.КУЗНЕЦОВА»
- ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ АВИАЦИОННЫХ СИСТЕМ («ГОСНИИАС»)
- РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКАЯ КОРПОРАЦИЯ «ЭНЕРГИЯ» ИМЕНИ С.П.КОРОЛЁВА
- АО «НАУЧНО-ПРОИЗВОДСТВЕННОЕ ОБЪЕДИНЕНИЕ СПЕЦИАЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ»

ПРИ ПОДДЕРЖКЕ:

- ОТДЕЛЕНИЯ ЭНЕРГЕТИКИ, МАШИНОСТРОЕНИЯ, МЕХАНИКИ И ПРОЦЕССОВ УПРАВЛЕНИЯ РАН
- МЕЖДУНАРОДНОЙ ОБЩЕСТВЕННОЙ ОРГАНИЗАЦИИ «АКАДЕМИЯ НАВИГАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ»
- РОССИЙСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО КОМИТЕТА ПО АВТОМАТИЧЕСКОМУ УПРАВЛЕНИЮ
- ЖУРНАЛА «ГИРОСКОПИЯ И НАВИГАЦИЯ»
- ЖУРНАЛА «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ»

Председатель Президиума

13-Й МУЛЬТИКОНФЕРЕНЦИИ ПО ПРОБЛЕМАМ УПРАВЛЕНИЯ
ГЕНЕРАЛЬНЫЙ ДИРЕКТОР АО «КОНЦЕРН «ЦНИИ «ЭЛЕКТРОПРИБОР»
АКАДЕМИК РАН **В.Г.ПЕШЕХОНОВ**

XXXII КОНФЕРЕНЦИЯ ПАМЯТИ Н.Н.ОСТРЯКОВА

Председатель программного комитета
академик РАН **В.Г. Пешехонов**

Заместители председателя программного комитета:
член-корреспондент РАН **О.А. Степанов**
к.т.н. **А.В. Соколов**

КОНФЕРЕНЦИЯ
«МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ
И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ» (МТУиП-2020)

Сопредседатели программного комитета:
член-корреспондент РАН **Д.А. Новиков**
д.ф.-м.н., проф. **Н.В. Кузнецов**

КОНФЕРЕНЦИЯ
«ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В УПРАВЛЕНИИ» (ИТУ-2020)

Сопредседатели программного комитета:
член-корреспондент РАН **В.Н. Васильев**
д.т.н., проф. **В.Н. Шелудько**
член-корреспондент РАН **Р.М. Юсупов**

КОНФЕРЕНЦИЯ
«УПРАВЛЕНИЕ В АЭРОКОСМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ» (УАКС–2020)

Сопредседатели программного комитета:
академик РАН **С.Ю. Желтов**
член-корреспондент РАН **В.А. Соловьев**
член-корреспондент РАН **М.В. Сильников**

КОНФЕРЕНЦИЯ
«УПРАВЛЕНИЕ В МОРСКИХ СИСТЕМАХ» (УМС-2020)

Сопредседатели программного комитета:
академик РАН **Е.И. Якушенко**
академик РАН **С.Н. Васильев**
член-корреспондент РАН **А.Ф. Щербатюк**

СОДЕРЖАНИЕ

КОНФЕРЕНЦИЯ «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ» (МТУиП-2020)

Секция 1
АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ. ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

М.В. Хлебников, Б.Т. Поляк, П.С. Щербаков
Построение разреженной обратной связи в линейных системах управления 11

Б.Ы. Аширбаев
Решение задачи аналитического конструирования регулятора для стационарной дискретной системы с малым шагом 16

Д. Добриборщ, С.А. Колюбин, А.А. Бобцов
Управление параметрически неопределенными линейными системами по дискретным измерениям выходной переменной использованием наблюдателя с высоким коэффициентом усиления 20

С .И. Гулюкина, В.А. Уткин
Задача слежения с учетом ограничений на фазовые переменные управления. Метод расширения пространства состояний 24

Р.О. Оморов
Топологическая грубость и бифуркации синергетических систем 28

А.А. Галяев, П.В. Лысенко, В.П. Яхно
Об оптимальных траекториях подвижного объекта с неравномерной индикатрисой излучения 31

С.М. Хрящев
Один подход к нахождению моментов переключений управлений для одного класса полисистем в дискретном времени 35

Е.Л. Еремин, Л.В. Никифорова, Е.А. Шеленок
Комбинированная система для неопределенного неаффинного объекта с запаздыванием по управлению на множестве состояний функционирования 38

А.Н. Кириллов, А.С. Иванова
Периодическое управление вольтерровской системой, сохраняющее ее структуру 42

О.Д. Суздалев, А.В. Пашенко, Д.Н. Герасимов, В.О. Никифоров
Управление по выходу параметрически неопределенным нелинейным объектом с нарушением условий согласования 46

Е.И. Веремей
О синтезе стабилизирующих управлений на базе принципа оптимального демпфирования 50

И.Н. Барабанов, В.Н. Тхай
Связи-управления для стабилизации колебания в механических системах 53

Е.А. Крупенников
К решению задач динамической реконструкции с помощью вспомогательных задач вариационного исчисления 56

Е.А. Сердечная
Синтез модального управления в следящих системах с дифференцирующим наблюдателем 60

Е.А. Сердечная
Решение проблемы Брокетта на основе робастной стабилизации 63

В.А. Бойченко
Спектральный метод анализа линейных дискретных систем управления 67

А.В. Таволжанский
Обеспечение точности модального управления в системах с многокомпонентными воздействиями 71

В.Н. Буков, А.В. Данеев, В.Н. Сизых
Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов по неклассическим функционалам качества 74

Р.А. Севостьянов
Визуальное позиционирование мобильного робота с учетом запаздывания ... 77

Б.Г. Ильясов, Г.А. Саитова, А.В. Елизарова
Исследование устойчивости цифровой многосвязной системы автоматического управления ... 80

Т.А. Алексеева, Т.Н. Мокаев, Ю.А. Польщикова
Новокейнсианская модель в непрерывном времени: оптимальное управление при различных режимах взаимодействия фискальной и монетарной политик ... 83

В.А. Глазунов, Г.С. Филиппов, Ю.В. Родионов, А.Н. Сухоставский
Тренды развития структурных элементов подводных роботизированных мультиагентных комплексов ... 87

А.Я. Красинский, А.В. Ни, А.А. Юлдашев
Об одном методе моделирования динамики манипуляторов параллельным соединением звеньев как систем геометрическими связями ... 91

Секция 2
ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОЕ, СЕТЕВОЕ, ГРУППОВОЕ И КООПЕРАТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

Д.Ю. Максимов
Управление группой роботов с помощью резидуальной логики ... 95

И.В. Бычков, А.Л. Казаков, М.Л. Жарков
Система моделирования работы железнодорожных станций на основе сетей массового обслуживания ... 99

И.В. Бычков, А.Г. Феоктистов, Р.О. Костромин, С.А. Горский
Алгоритм перераспределения облачных ресурсов на основе кооперативного поведения агентов ... 102

И.В. Бычков, А.Ю. Юрин
Метод и средства протитипирования компонентов интеллектных систем на основе трансформаций ... 105

М.Ю. Кензин, И.В. Бычков, Н.Н. Максимкин
Стратегии экстренного оповещения для распределенных групп мобильных роботов при выполнении поисково-обследовательских миссий ... 108

А.Ю. Исхаков, М.В. Мамченко
Исследование уязвимостей и точек отказа в сценариях группового управления беспилотными транспортными средствами ... 112

И.В. Бычков, С.А. Ульянов, Н.В. Нагул, А.В. Давыдов, М.Ю. Кензин, Н.Н. Максимкин
Событийная система управления группой роботов для реализации динамических многоцелевых миссий ... 117

Д.Н. Федянин
Обмен информацией автономными мобильными агентами при поиске в условиях ограниченной дальности связи ... 121

В.А. Батурин, **В.Н. Сизых**
Приближенные методы решения задачи оптимального управления на сети операторов ... 124

А.А. Толстихин
Роевой подход к решению задачи обследования нестационарного физического поля группой автономных роботов ... 127

А.Н. Сергеенко
Алгоритм отслеживания распределенной сетью мобильных сенсоров траекторий множества объектов ... 130

Э.В. Мельник, **А.Б. Клименко**, **В.В. Коробкин**
Организация отказоустойчивого управления в группах мобильных устройств ... 133

О.В. Блинова
Моделирование и исследование взаимодействия мобильных узлов связи с ограниченным количеством подвижных точек доступа ... 136

А.В. Давыдов, А.А. Ларионов, Н.В. Нагул
Применение исчисления позитивно-образованных формул для решения задачи неблокирующего супервизорного управления дискретно-событийными системами ... 139

Р.П. Агаев
Асимптотическое поведение многоагентных систем второго порядка ... 143

Секция 3
ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМАМИ МЕЖДИСЦИПЛИНАРНОЙ ПРИРОДЫ

А.А. Ченцов, А.Г. Ченцов, А.Н. Сесекин
Оптимальная маршрутизация в задаче с ограничениями и функциями затрат, зависящими от списка заданий 147

В.Д. Секерин, А.Е. Горохова, И.А. Зайцев, Т.С. Зайцева
Метод оценки инновационной деятельности предприятия в условиях цифровой экономики 151

А.А. Чечина, Н.Г. Чурбанова , М.А. Трапезникова
Модель транспортных потоков на основе теории клеточных автоматов для решения задач управления движением на городских дорожных сетях 154

Д.А. Губанов, А.Г. Чхартишвили
О понятии информационного сообщества в социальной сети 158

Н.Н. Унанян
Разработка бионического протеза кисти руки с интеллектуальным управлением 162

М.Г. Широбоков
Методы обучения с подкреплением в задачах управления движением космических аппаратов 165

Д.Г. Арсеньев, Д.Е. Баскаков, В.П. Шкодырев
Иерархическая кластеризация: алгоритмы и результаты 167

Н.А. Бабушкина
Эффективные стратегии управления введением противоопухолевых вакцин: математическое моделирование 172

А.А. Кузьменко
Использование форсированного скользящего режима для управления синхронным двигателем с постоянными магнитами 176

Е.Н. Обухова
Управление электропневматической системой противодавлением с применением аналитического конструирования агрегированных регуляторов 182

А.А. Широкий, А.С. Исаков, В.В. Новочадов
Модель управления аридными растительными сообществами 186

Г.Л. Эпштейн
Задачи автоматического управления ветроэлектрическими установками и ветроэлектростанциями 190

Ф.Т. Алескеров, А.Н. Резяпова, В.И. Якуба
Влияние стран в международной миграции 195

С.А. Дубовик
Синтез «второй сигнальной системы» регулятора на основе принципа больших уклонений 198

И.П. Болодурина, Л.С. Забродина
Сравнительный анализ алгоритмов оптимизации нейросетевого решения задач оптимального управления со смешанными ограничениями 202

В.С. Кулабухов
Математическая теория анализа и синтеза систем управления на основе общего принципа изоморфизма 206

В.А. Тайницкий, Е.А. Губар, Д.Н. Федянин, И.В. Петров
Оптимальное управление в мультивирусной модели с учетом влияния информации 211

Секция 4
ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

Р.В. Мещеряков, В.К. Сарьян
Индивидуализированная услуга по управления спасением абонентов информационно-управляющей системы при возникновении чрезвычайных ситуаций как пример управления системой междисциплинарной природ 214

В.Н. Подопригора, Д.Е. Селиверстов, В.В. Завадский, К.Д. Русаков
Разработка архитектуры цифровой платформы тарифного регулирования федеральной антимонопольной службы российской федерации с использованием современных средств интеллектуализации управления 218

А.А. Лазарев, Н.А. Правдивец, Е.М. Гришин, С.А. Галахов
Генерация примеров задачи теории расписаний для одного прибора,оценка их сложности и мера неразрешимости 221

А.А. Лазарев, Д.В. Лемтюжникова
Полиномы Лагранжа и Чебышева для задач теории расписаний 224

А.А. Балабанов, В.В. Кунев
Криптографическая защита цифровой информации в частотной и спектральной областях на основе алгоритмов форматного анализа (Ч.1. Основы теории) 228

А.А. Кулинич
Подход поддержки принятия решений на основе извлечения информации из интернета 234

К.С. Ульянов, Ю.С. Федосенко, А.В. Шеянов
Управление двухстадийным обслуживанием потока объектов 237

Г.А. Зверкина
Об одном обобщении марковски модулированных пуассоновских процессов 241

Э.К. Калимулина
Управление отказами в некоторых классах сетей массового обслуживания 244

В.С. Выхованец
Понятийные модели представления и обработки знаний 246

Секция 5
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИГР И ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ

М.И. Гераськин, Е.П. Ростова
Оптимизация тарифов страхования и утилизации загрязнений при управлении промышленными рисками 249

М.И. Гераськин
Моделирование равновесий олигополии при нелинейных функциях спроса и издержек агентов нефтяного рынка России 252

Д.А. Новиков
Принцип декомпозиции в задачах управления организационно-техническими системами 256

Е.Я. Рубинович
Дифференциальная игра поочередного преследования трех целей двумя преследователями с критерием типа «Время» 260

Д.А. Косян, Л.А. Петросян
Характеристическая функция для кооперативных игр на гиперграфе 263

Е.З. Мохонько
Оптимум по салейтеру в многокритериальной дифференциальной задаче принятия решений при неопределенности 265

И.М. Орлов, С.Ш. Кумачева
Иерархическая модель коррупции: теоретико-игровой подход 269

А.Л. Гриних, Л.А. Петросян
Вектор Шепли для стохастической дилеммы заключённого n-лиц 272

Секция 6
НАБЛЮДАТЕЛИ И ФИЛЬТРЫ

Совместное заседание XXXII конференции памяти
выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н.Острякова
конференции «Математическая теория управления и ее приложения»
(МТУиП-2020)

Секция 7 (приглашенная)
НАУЧНЫЕ ШКОЛЫ В.А. ЯКУБОВИЧА И Г.А. ЛЕОНОВА: 50 ЛЕТ КАФЕДРЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ КИБЕРНЕТИКИ

Б.Р. Андриевский, Ю.С. Зайцева
Оптимизация контура управления пилотируемого летательного аппарата по тангажу 276

М.М. Аникушин
Квадратичные функционалы Ляпунова в теории устойчивости, теории колебаний и теории инерциальных многообразий 280

И.М. Буркин, Н.В. Кузнецов, Т.Н. Мокаев
Метод «перехода в пространство производных»: анализ, синтез и управление колебаниями 284

Н.В. Кузнецов, М.Ю. Лобачев, М.В. Юлдашев, Р.В. Юлдашев
Анализ границ глобальной устойчивости в системах фазовой автоподстройки частоты типа 2 287

Т.А. Алексеева, И. Зелинка, Т.Н. Мокаев, Ю.А. Польщикова
Прогнозирование и управление в модели перекрывающихся поколений 289

Н.В. Кузнецов, М.В. Юлдашев, Р.В. Юлдашев, М.Ю. Лобачев, С.И. Вольский, Д.А. Сорокин
Автоподстройка инверторов в электрических сетях: диапазон захвата и проскальзывание циклов 293

Е.Д. Акимова, Н.В. Кузнецов, Р.Н. Мокаев, И.М. Бойко
Анализ глобальной устойчивости и колебаний в разрывных системах Лурье: частотные методы устойчивости, гармонический баланс, годограф Цыпкина 296

В.Б. Смирнова, А.В. Проскурников, Н.В. Утина
Развитие прямого метода Ляпунова в применении к системам синхронизации 300

А.Н. Чурилов, Э.Р. Салахова
Колебания в нейроэндокринной системе: модель регуляции, основанная на использовании событий 303

А.Л. Фрадков
К пятидесятилетию кафедры теоретической кибернетики СПбГУ 305

Н.В. Кузнецов
Геннадий Алексеевич Леонов и его научная школа 313

М.М. Шумафов
Метод Леонова нестационарной стабилизации в теории линейных систем управления 316

О.Н. Граничин
Рекуррентное оценивание и адаптивная фильтрация: научные школы В.Н. Фомина и А.Е. Барабанова 320

А.С. Матвеев, А.Ю. Погромский
Теория управления при ограничениях на битовую скорость передачи данных: краткий обзор 323

Секция 8
УПРАВЛЕНИЕ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

К.Д. Во, А.А. Бобцов
Алгоритм управления линейным нестационарным объектом на базе методов параметрической идентификации 325

С.И. Колесникова
Два алгоритма нелинейной адаптации в условиях неопределенности 329

Р.О. Оморов
Робастность интервальных динамических систем 333

Д.Х. Имаев, Р.И. Смирнов, М.Ю. Шестопалов, С.В. Квашнин
Оптимальное размещение компонентов систем управления в поле интенсивных физических воздействий 336

А.Ю. Кустов, В.Н. Тимин, А.В. Юрченков
Условие ограниченности анизотропийной нормы стационарной системы с мультипликативными шумами 340

А.И. Маликов
Оценивание состояния и стабилизация непрерывно-дискретных систем с неопределенными возмущениями 343

А.А. Замышляева, Е.В. Бычков, О.Н. Цыпленкова, Г.А. Свиридюк
Об одной математической модели измерительного устройства второго порядка........ 347

К.В. Васючкова, О.В. Гаврилова, Н.А. Манакова, Г.А. Свиридюк
Задача оптимального измерения для полулинейной дескрипторной системы с условием Шоултера – Сидорова........ 350

А.И. Глущенко, В.А. Петров, К.А. Ласточкин
О влиянии коэффициента скорости адаптации на сходимость в градиентных схемах идентификации........ 353

С.А. Загребина, Н.Н. Соловьёва, Н.С. Гончаров
Описание математической модели измерительного устройства методами квазинормированных пространств........ 357

А.Н. Жирабок, А.В. Зуев
Идентификация дефектов в датчиках нелинейных технических систем........ 361

А.Л. Шестаков, А.В. Келлер
Метод оптимального динамического измерения с использованием цифрового фильтра скользящей средней........ 365

А.В. Келлер, М. А. Сагадеева
Сходимость сплайн-метода решения задачи оптимального динамического измерения........ 369

А.А. Галяев, А.С. Самохин, М.А. Самохина
О задаче оптимальной расстановки обнаружителей на плоскости........ 372

А.Л. Шестаков, С.А. Загребина, М.А. Сагадеева
Метод построения численных приближений оптимального динамического измерения, искаженного инерционностью, резонансами и деградацией измерительного устройства........ 376

А.Л. ГРИНИХ, Л.А. ПЕТРОСЯН
(Санкт-Петербургский государственный университет)

ВЕКТОР ШЕПЛИ ДЛЯ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ДИЛЕММЫ ЗАКЛЮЧЁННОГО n-ЛИЦ

В работе рассматривается динамическая постановка игры типа «дилемма заключённого n-лиц». Статическая игра, разыгрываемая на каждом шаге этой игры зависит от стратегий, выбранных игроками на предыдущем шаге. Для данной постановки найден вектор Шепли. Представленная работа является продолжением результатов, опубликованных ранее в статье Гриних А. Л. «Stochastic n-person Prisoner's Dilemma: the Time-Consistency of Core and Shapley Value» (2019).

Введение. Постановку «дилеммы заключённого» для n игроков впервые рассмотрел Г. Гамбургер в статье «N-person prisoner's dilemma» (1973), однако, функции выигрыша игроков в ней были заданы в неявном виде. Дальнейшие работы, рассматривающие данную игру, исследовали её в такой же постановке. В данной работе будет использоваться функция выигрыша, рассмотренная ранее в статье Гриних А. Л. «Stochastic n-person Prisoner's Dilemma: the Time-Consistency of Core and Shapley Value» (2019).

Рассматривается стохастическая постановка игры типа «дилемма заключённого n-лиц». Данная игра представляет собой конфликт интересов n заключённых, каждый из которых находится под следствием за соучастие в общем преступлении. Игроки обладают информацией об участии каждого из остальных членов организованной преступной группы. Суд готов учесть признательные показания каждого из членов группы тем самым сократив срок отбывания наказания задержанным, который будет готов сотрудничать со следствием. Однако, эти показания помогут доказать факт участия в преступления остальных членов группы, так что каждый «сознавшийся» увеличивает срок заключения всех задержанных.

Набор игроков представлен множеством N, мощность которого равна $|N| = n$. Многошаговая игра заключается в разыгрывании на каждом шаге игр типа «дилеммы заключённого n-лиц», где коэффициенты модели зависят от стратегий игроков, разыгранных на предыдущем шаге. В данной интерпретации на каждом этапе игры соблюдены условия классической постановки задачи:

- каждый из игроков имеет две возможные чистые стратегии x_i: «кооперироваться» (далее – стратегия «C_i») и «отклоняться» (далее – стратегия «D_i»), $x_i \in \{C_i, D_i\}$;
- равновесие по Нэшу в чистых стратегиях в одношаговой игре достигается только при выборе каждым из игроков стратегии D_i, что не даёт Парето-оптимального исхода;
- выигрыши каждого из игроков $h_i^{\gamma_j}(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$ на каждом шаге игры выше в случае выбора всеми игроками стратегии «C_i», чем при выборе каждым из них стратегии «D_i»;
- стратегия «D_i» строго доминирует стратегию «C_i» у всех игроков $i \in N$.

Постановка задачи. Строится статическая игра типа «дилемма заключённого» n-лиц, γ_j. Множество игроков в данной игре задано, как N, мощность которого равна n. Каждый из игроков имеет две доступные чистые стратегии $x_i \in \{C, D\}, \forall i \in N$. Пусть x – количество игроков, выбравших стратегию C. Тогда функция выигрыша i-го игрока, $h_i^{\gamma_j}(x_1, \dots, x_n)$, в статической игре $\gamma_j \in \{\gamma_1; \gamma_2\}$ будет иметь вид:

$$h_i^{\gamma_j}(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} \mathrm{C}_i^{\gamma_j}(x) = a_1^{\gamma_j}x + b_1^{\gamma_j}, \ if\ x_i = C \\ D_i^{\gamma_j}(x) = a_2^{\gamma_j}x + b_2^{\gamma_j}, \ if\ x_i = D \end{cases} \quad (1)$$

Построим динамическую игру Γ_K, в которой то, какая игра будет сыграна на следующем этапе, зависит от стратегий игроков, выбранных на предыдущем этапе. На каждом из K этапов разыгрывается одна из двух возможных игр $\gamma 1$ или $\gamma 2$, каждая из которых удовлетворяет статической модели «дилеммы заключённого n лиц», причём последовательность этих игр зависит от профиля стратегий, разыгранного на предыдущем этапе, следующим образом:

Разыгрывается статическая игра γ_1, если на предыдущем этапе игры $(n-x) \geq x$, то есть количество игроков, выбравших стратегию «молчать» не превысило количество игроков, выбравших стратегию «предать»;

Разыгрывается статическая игра γ_2, если на предыдущем этапе игры $(n-x) < x$, а, значит, количество игроков, выбравших стратегию «молчать» превысило количество игроков, выбравших стратегию «предать».

В данном случае, функция выигрыша игрока $H_i^{\Gamma_K}(z_1, \ldots, z_K)$ в динамической игре Γ_K будет являться суммой выигрышей данного игрока на каждом из этапов динамической игры. Построим вектор Шепли для различных вариантов данной игры.

Вектор Шепли. Пусть в игре Γ_K найдены стратегии, максимизирующие сумму выигрышей всех игроков, $\overline{X} = (\overline{X}_1, \ldots, \overline{X}_n)$. Тогда путь $\overline{\mathrm{z}} = (\overline{\mathrm{z}}_1, \ldots, \overline{z}_K)$, реализованный данной ситуацией $(\overline{X}_1, \ldots, \overline{X}_n)$, будем называть кооперативной траекторией игры Γ_K:

$$\max_{z_1,\ldots,z_K} \sum_{i=1}^{n} H_i^{\Gamma_K}(z_1, \ldots, z_K) = \sum_{i=1}^{n} H_i^{\Gamma_K}(\overline{z}). \tag{2}$$

При заданных условиях развития динамической игры Γ_K, возможны три варианта оптимальной траектории игры:

- На всех этапах игры разыгрывается игра γ_1;
- На первом этапе игры разыгрывается игра γ_1, а на втором и далее разыгрывается игра γ_2;
- На всех нечётных этапах игры разыгрывается игра γ_1, а на всех чётных - γ_2.

Случай 1. Оптимальные количества кооперирующихся игроков для статических игр γ_1 и γ_2 определим, как $\overline{x}_{\gamma_1}$ и $\overline{x}_{\gamma_1}$, соответственно.

1. В случаях, если $a_1^{\gamma_j} \geq a_2^{\gamma_j}$ или $\frac{a_2^{\gamma_j} n + b_1^{\gamma_j} - b_2^{\gamma_j}}{2a_2^{\gamma_j} - 2a_1^{\gamma_j}} \geq n$, $\overline{x}_{\gamma_j} = \left[\frac{a_2^{\gamma_j} n + b_1^{\gamma_j} - b_2^{\gamma_j}}{2a_2^{\gamma_j} - 2a_1^{\gamma_j}}\right]$;
2. В противном случае, $\overline{x}_{\gamma_j} = n$.

Если $0 < \overline{x}_{\gamma_1} \leq \frac{n}{2}$ и $V^{\gamma_1} > V^{\gamma_2}$, то на всех этапах кооперативной траектории будет разыгрываться игра γ_1, причём количество игроков, выбирающих стратегию C, составит $\left[\frac{a_2^{\gamma_1} n + b_1^{\gamma_1} - b_2^{\gamma_1}}{2a_2^{\gamma_1} - 2a_1^{\gamma_1}}\right]$.
В таком случае, вектор Шепли будет равен:

$$Sh_i(V^{\Gamma_K}) = K\left(a_1^{\gamma_1}\frac{\overline{x}_{\gamma_1}^2}{n} + b_1^{\gamma_1}\frac{\overline{x}_{\gamma_1}}{n} + a_2^{\gamma_1}\left(1 - \frac{\overline{x}_{\gamma_1}}{n}\right)\overline{x}_{\gamma_1} + b_2^{\gamma_1}\left(1 - \frac{\overline{x}_{\gamma_1}}{n}\right)\right). \tag{3}$$

В рассматриваемом случае $\overline{x}_{\gamma_1}$игроков на первом шаге кооперативной траектории игры получат:

$$C_i(\overline{x}_{\gamma_1}) = a_1^{\gamma_j}\overline{x}_{\gamma_1} + b_1^{\gamma_j}, \tag{4}$$

а остальные игроки:

$$D_i(\overline{x}_{\gamma_1}) = a_2^{\gamma_j}\overline{x}_{\gamma_1} + b_2^{\gamma_j} \tag{5}$$

Значение вектора Шепли оставшейся части игры Γ_{K-1} для каждого из игроков будет равно:

$$Sh_i(V^{\Gamma_{K-1}}) = (K-1)\left(a_1^{\gamma_1}\frac{\overline{x}_{\gamma_1}^2}{n} + b_1^{\gamma_1}\frac{\overline{x}_{\gamma_1}}{n} + a_2^{\gamma_1}\left(1 - \frac{\overline{x}_{\gamma_1}}{n}\right)\overline{x}_{\gamma_1} + b_2^{\gamma_1}\left(1 - \frac{\overline{x}_{\gamma_1}}{n}\right)\right). \tag{6}$$

Определение: Конечный набор векторов $\beta = (\beta^1, \ldots, \beta^i, \ldots, \beta^n)$ называется *процедурой распределения дележа* в Γ_K для дележа $d(\Gamma_K) = (d_1(\Gamma_K), \ldots, d_n(\Gamma_K))$, если $d_i(\Gamma_K) = \sum_{z=0}^{K-1} \beta_{K-z}^i$, где $\beta^i = (\beta_1^i, \ldots, \beta_z^i, \ldots, \beta_K^i)$.

Определение: Решение $D(\Gamma_K)$ называется *сильно динамически устойчивым* в Γ_K, если:
$D(\Gamma_{K-1}) \neq \emptyset$;
Для каждого дележа из $D(\Gamma_K)$ существует процедура распределения дележа, такая что:

$$\beta = (\beta_1, \ldots, \beta_j, \ldots, \beta_K)\colon \mathrm{D}(\Gamma_K) \supset \sum_{j=1}^{z} \beta_j \oplus D(\Gamma_{K-z}). \tag{7}$$

В нашем случае, вектор Шепли будет динамически неустойчивым, поскольку:

$$Sh_i(V^{\Gamma_{K-1}}) + C_i(\overline{x}_{\gamma_1}) \neq Sh_i(V^{\Gamma_K}); \tag{8}$$

$$Sh_i(V^{\Gamma_{K-1}}) + D_i(\overline{x}_{\gamma_1}) \neq Sh_i(V^{\Gamma_K}). \tag{9}$$

Введём следующую процедуру распределения дележа такую, чтобы добиться динамической устойчивости модели:

$$\beta_i^z = Sh_i(V^{\gamma_1}), \qquad (10)$$

т.е на каждом шаге игры каждый из игроков получает значение вектора Шепли для одношаговой игры.

$$z \cdot Sh_i(V^{\gamma_1}) + Sh_i\left(V^{\Gamma_{K-z}}\right) = z \cdot Sh_i(V^{\gamma_1}) + (\mathrm{K} - \mathrm{z}) \cdot Sh_i(V^{\gamma_1}) = K \cdot Sh_i(V^{\gamma_1}) = Sh_i\left(V^{\Gamma_K}\right) \qquad (11)$$

Следовательно, данное распределение дележа будет сильно динамически устойчивым.

Пример. Рассмотрим пример, в котором выполняются условия $0 < \bar{x}_{\gamma_1} \leq \frac{n}{2}$ и $V^{\gamma_1} > V^{\gamma_2}$. Игра разыгрывается на пяти шагах, K =5. Пусть выигрыши игроков в играх γ_1 и γ_2 заданы следующими функциями:

$$h_i^{\gamma_1}(x_1, \ \dots, \ x_4) = \begin{cases} \mathrm{C}_\mathrm{i}^{\gamma_1}(x) = 1\,500x, \ if \ x_i = C \\ D_\mathrm{i}^{\gamma_1}(x) = 3\,500x + 5\,000, \ if \ x_i = D \end{cases}$$

$$h_i^{\gamma_2}(x_1, \ \dots, \ x_4) = \begin{cases} \mathrm{C}_\mathrm{i}^{\gamma_2}(x) = 1\,700x + 500, \ if \ x_i = C \\ D_\mathrm{i}^{\gamma_2}(x) = 1\,400x + 5\,000, \ if \ x_i = D \end{cases}$$

Тогда, можно рассмотреть сумму выигрышей игроков на каждом из возможных статических этапах игры при различных комбинациях игроков, выбравших стратегию молчать, то есть при различных значениях x (см. Таблица 1).

Таблица 1.

Суммарный выигрыш всех игроков для каждой из статических игр γ_1 и γ_2.

x	0	1	2	3	4
$\sum_{i \in N} h_i^{\gamma_1}$	20 000	27 000	30 000	29 000	24 000
$\sum_{i \in N} h_i^{\gamma_2}$	20 000	21 400	23 400	26 000	29 200

$$Sh_i\left(V^{\Gamma_K}\right) = \frac{30\,000K}{4} = 7\,500\ K = 37\,500.$$

$$Sh_i\left(V^{\Gamma_K}\right) = \frac{30\,000K}{4} = 7\,500\ K = 7\,500 \cdot 5 = 37\,500.$$

В рассматриваемом примере:

- $Sh_i(V^{\gamma_1}) = 7\,500 = \beta_z^i$ - процедура распределения дележа;
- $\mathrm{C}_\mathrm{i}^{\gamma_1}\left(\bar{x}_{\gamma_1}\right) = 1\,500 \cdot 2 = 3\,000$;
- $\mathrm{D}_\mathrm{i}^{\gamma_1}\left(\bar{x}_{\gamma_1}\right) = 3\,500 \cdot 2 + 5\,000 = 12\,000$;

Так как $Sh_i(V^{\gamma_1}) \neq \mathrm{C}_\mathrm{i}^{\gamma_1}\left(\bar{x}_{\gamma_1}\right)$, $Sh_i(V^{\gamma_1}) \neq \mathrm{D}_\mathrm{i}^{\gamma_1}\left(\bar{x}_{\gamma_1}\right)$, то $Sh_i(V^{\gamma_1}) \neq h_i\left(\bar{x}_{\gamma_1}\right)$. Следовательно, вектор Шепли для всей динамической игры не является сильно динамически устойчивым, в то время, как вектор Шепли для каждой из статических игр, разыгрываемых на различных этапах игры является процедурой распределения дележа в соответствие с данным принципом оптимальности.

Случай 2. Если $\frac{n}{2} < \bar{x}_{\gamma_1}, \frac{n}{2} < \bar{x}_{\gamma_2}$ и $V^{\gamma_1} < V^{\gamma_2}$, то на первом этапе будет разыграна игра γ_1, а на всех остальных этапах кооперативной траектории будет разыгрываться игра γ_2. В таком случае, вектор Шепли будет равен:

$$Sh_i\left(V^{\Gamma_K}\right) = \left(a_1^{\gamma_1}\frac{\bar{x}_{\gamma_1}^2}{n} + b_1^{\gamma_1}\frac{\bar{x}_{\gamma_1}}{n} + a_2^{\gamma_1}\left(1 - \frac{\bar{x}_{\gamma_1}}{n}\right)\bar{x}_{\gamma_1} + b_2^{\gamma_1}\left(1 - \frac{\bar{x}_{\gamma_1}}{n}\right)\right) + (K-1)\left(a_1^{\gamma_2}\frac{\bar{x}_{\gamma_2}^2}{n} + b_1^{\gamma_2}\frac{\bar{x}_{\gamma_2}}{n} + a_2^{\gamma_2}\left(1 - \frac{\bar{x}_{\gamma_2}}{n}\right)\bar{x}_{\gamma_2} + b_2^{\gamma_2}\left(1 - \frac{\bar{x}_{\gamma_2}}{n}\right)\right). \qquad (12)$$

Заключение. Для данной постановки задачи был найден вектор Шепли при различных комбинациях коэффициентов модели. Приведен пример нахождения конкретных значений для игры данного типа с тремя игроками.

Исследование выполнено за счет гранта РНФ (проект № 17-11-01079)

ЛИТЕРАТУРА

1. Grinikh A. L. Stochastic n-person prisoner’s dilemma: the time-consistency of core and Shapley value // Contributions to Game theory and Management, 2019. No XII. P. 151-158.
2. Hamburger H. N-person prisoner’s dilemma // Journal of Mathematical Sociology. 1973. No 3. P. 27–48.
3. Straffin P. D. Game Theory and Strategy. Washington: The Mathematical Association of America, 1993. 244 p.

A.L.Grinikh, L.A.Petrosyan (Saint Petersburg State University). **Shapley value for stochastic n-person prisoner’s dilemma**

Abstract. Stochastic n-person prisoner’s dilemma includes a number of static games that are realized corresponding of players' previous strategies. The Shapley value was found for this statement. This work is a continuation of the results published earlier in the article by Grinich A. L. " Stochastic n-person Prisoner's Dilemma: the Time-Consistency of Core and Shapley Value».