# О ВЛИЯНИИ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЁННОГО СОСТОЯНИЯ НА ТЕРМОАКУСТИЧЕСКИЙ СИГНАЛ В ТОКОПРОВОДЯЩИХ МАТЕРИАЛАХ

**Морозов Н. Ф.[1,2],Вавилов Д. С.[2], Индейцев Д. А.[2], Муратиков К. Л.[3], Семенов Б. Н.[1,2]**

[1] *Санкт-Петербургский государственный университет,*
[2] *Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург,*
[3] *Физико-технический интитут им. Иоффе , Санкт-Петербург*

Для описания и объяснения динамических термоупругих эффектов в проводниках при импульсном лазерном воздействии предложена двухкомпонентная модель, в соответствии с которой сплошная среда состоит из двух "взаимопроникающих континуумов в данном случае, кристаллической решетки и электронного газа.

## 1. Введение

В ранних работах [1], касающихся изучения генерации упругих деформаций и волн в твердых телах по термоупругому механизму, рассмотрена связанная задача термоупругости и в линейном приближении получены решения, описывающие временное и пространственное развитие деформаций в твердотельных объектах при импульсном лазерном воздействии. Разработанный в них подход основывается на макроскопическом рассмотрении тепловых, термоупругих и упругих процессов в материалах. Считается, что он одинаково применим как к диэлектрическим, так и к проводящим материалам. Однако экспериментальные исследования [2] показывают, что поведение акустического отклика от реальных металлов на импульсное лазерное воздействие наносекундной длительности носит более сложный характер, чем теоретически предсказываемый в [1].

Целью данной работы является выяснение возможной причины наблюдаемого расхождения экспериментальных и теоретических результатов для металлов. В качестве фактора, влияющего на акустический отклик металлических образцов при импульсном лазерном воздействии, в данной работе предлагается учесть присутствие в них дефектов различной природы. Известно, что в дефектных проводящих материалах наряду со свободными электронами могут присутствовать и локализованные электроны вблизи дефектов (андерсоновская локализация) [3].

В реальных металлах переход локализованных электронов из связанного состояния в свободное может происходить по нескольким механизмам: например, активационным образом при повышении температуры дефекта в результате поглощения энергии лазерного импульса, в результате разрыва связей между атомами решетки вблизи концентраторов напряжений, концов трещин, границ доменов и т.п. Появление дополнительных свободных электронов приводит к повышению давления в электронной подсистеме. Поскольку структура металлов состоит из решеточной и электронной подсистем, предлагается учитывать изменение давления в электронной подсистеме при расчете отклика решетки в процессах генерации и распространения акустических сигналов.

Для описания и объяснения новых динамических термоупругих эффектов в проводниках предлагается двухкомпонентная модель, в соответствии с которой сплошная среда состоит из двух "взаимопроникающих континуумов в данном случае решетка и электронный газ, основные уравнения которой имеют вид [4]:

$$-\nabla P_e = \rho_e \dot{\mathbf{v}}_s + \mathbf{Q}_{si}$$
$$\nabla \cdot \sigma_i = \rho_i \dot{\mathbf{v}}_i + \mathbf{Q}_{is} \tag{1}$$

Здесь $P_e$ и $\sigma_i$ - давление электронного газа и тензор напряжения Коши решетки, $\mathbf{Q}_{si} = -\mathbf{Q}_{is}$ - внутренние силы воздействия электронного газа и решетки, $\rho_e$, $\rho_i$ - плотность электронного газа и материала решетки.

В соответствии с традиционной термомеханикой связь напряжений и деформаций решетки определяется законом Дюгамеля -Неймана, обобщающим закон Гука на случай термоупругости.

Классическая термоупругость учитывает отличие динамического отклика разных материалов лишь через значения физических параметров. Однако в ряде экспериментальных работах (см., например, [2]) отмечается, что акустический отклик реальных металлов на импульсное лазерное воздействие наносекундной длительности имеет более сложный характер, чем теоретически предсказываемый в [1], что связано с динамикой внутренних степеней свободы (электронного газа), неучёт которых может привести к существенным отличиям в поведении материала от теоретических предсказаний.

Для более детального исследования этого вопроса несколько преобразуем систему уравнений (1), сложив первое и второе уравнения. В результате получим уравнение

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_i \mathbf{v_i} + \rho_i \mathbf{v_i}) = \nabla \cdot \sigma_i - \frac{m_e}{e}\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t}\,, \tag{2}$$

где $\sigma_\mathbf{m} = \sigma_\mathbf{i} - P_e \mathbf{E}$ - общий тензор напряжений складывается из тензора напряжений решётки $\sigma_\mathbf{i}$, определяемого законом Дюгамеля - Неймана, и давления электронного газа $P_e$ , $\mathbf{j} = n\,e\,\mathbf{v_r}$ , $e$ и $m_e$ - заряд и масса электрона, $\mathbf{v_r} = \mathbf{v_e} - \mathbf{v_i}$ - скорость движения электронов относительно решетки, $n$ - концентрация электронов, способных участвовать в движении относительно решетки.

Ограничимся рассмотрением ситуации лазерного воздействия на металл, приводящего к относительно небольшому повышению температуры, при котором полагаем $\vartheta_e = \vartheta_i = \vartheta$ и выполняется равенство деформаций решётки и электронного газа. Учитывая различия плотностей решетки и электронов, в левой части уравнения движения (2) можно пренебречь слагаемым с электронной плотностью и представить его в виде

$$\rho_i \frac{\partial \mathbf{v_i}}{\partial t} = \nabla \cdot \sigma_i \tag{3}$$

В соответствии с уравнением (3) для определения деформаций решетки необходимо знать распределение температуры и давления электронного газа в металле. В приближении свободных электронов для последнего справедливо следующее представление [4]

$$P_e = \frac{2}{5} n_e \varepsilon_F + \frac{\pi^2}{6} n_e \varepsilon_F \left(\frac{k\vartheta_e}{\varepsilon_F}\right)^2, \tag{4}$$

где $n_e$ - полная концентрация электронов, $\varepsilon_F$ - энергия Ферми, $k$ - постоянная Больцмана, $\vartheta_e$ - температура электронного газа.

В рамках линейной модели изменение давления может быть представлено в виде

$$\widetilde{P}_e = a\widetilde{n}_e + b\widetilde{\vartheta}_e, \tag{5}$$

где $\widetilde{\vartheta}_e = \vartheta_e - \vartheta_0$ и $\widetilde{n}_e$ - отклонения соответствующих величин от состояния равновесия,

$$a = \frac{2}{5}\varepsilon_F\left(1 + \frac{5\pi^2}{12}\left(\frac{k\vartheta_0}{\varepsilon_F}\right)^2\right), \qquad b = \frac{\pi^2}{3}\frac{n_0\varepsilon_F}{\vartheta_0}\left(\frac{k\vartheta_0}{\varepsilon_F}\right).$$

Тогда общее реологическое уравнение для среды с учётом равенства температур электронного газа и решётки запишется в виде

$$\sigma_i = 2\mu\,\varepsilon + \Big((\lambda + an_0)I_1(\varepsilon) - (3\lambda + 2\mu)\alpha_\vartheta + b)\widetilde{\vartheta}_i\Big)\,\mathbf{E}, \tag{6}$$

где $\varepsilon$ - тензор деформации, $I_1(\varepsilon)$ - его первый инвариант , $\lambda, \mu$ - коэффициенты Ламе, $\alpha_\vartheta$ - коэффициент температурного линейного расширения, $\widetilde{\vartheta}_i = \vartheta_i - \vartheta_0$ - изменение температуры кристаллической решётки относительно исходного равновесного состояния, $\mathbf{E}$ - единичный тензор.

В идеальном кристалле закон Дюгамеля- Неймана сохраняет свою форму с незначительными поправками на упругий модуль и коэффициент теплового линейного расширения. В неидеальном кристалле наличие дефектов различной природы приводит к тому, что электроны могут находиться не только в свободном, но и связанном (локализованном) состоянии [5]. Переход из одного состояние в другое, осуществляемый в результате действия температурных и деформационных полей может стать причиной изменения давления в электронном газе.

Система уравнений, описывающая баланс числа свободных и локализованных электронов, имеет вид

$$\begin{gathered}\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla\cdot(n_e\mathbf{v}_e) = -\alpha(I_1(\varepsilon),\vartheta)n_e + \beta(I_1(\varepsilon),\vartheta)n_{es}\\ \frac{\partial n_{es}}{\partial t} + \nabla\cdot(n_{es}\mathbf{v}_i) = \alpha(I_1(\varepsilon),\vartheta)n_e - \beta(I_1(\varepsilon),\vartheta)n_{es}\end{gathered} \tag{7}$$

Коэффициенты $\alpha(I_1(\varepsilon),\vartheta)$ и $\beta(I_1(\varepsilon),\vartheta)$ в (7) характеризуют взаимные переходы из одного состояния в другое.

Систему (7) можно представить в виде одного уравнения относительно $n_e$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla\cdot(n_e\mathbf{v}_e) + (\alpha(I_1(\varepsilon),\vartheta) + \beta(I_1(\varepsilon),\vartheta))n_e = \beta(I_1(\varepsilon),\vartheta)N \tag{8}$$

где $N = n_e + n_{es}$ – общая концентрация электронов, в линейном приближении удовлетворяющая уравнению

$$N = -N_0\nabla\cdot\mathbf{v}_e \tag{9}$$

$N_0$ – концентрация электронов в равновесном состоянии.

Наличие зон с локализованными электронами оказывает значительное влияние на форму акустического сигнала.

Покажем это на примере одномерной динамической задачи термоупругости о нагреве упругого полупространства лазерным импульсом длительностью $t_{imp}$ и амплитудой $J_0$.

Поток тепла на границе задаётся в виде

$$\chi \frac{\partial \vartheta}{\partial x}|_{x=0} = J_0 \left( H(t) - H(t - t_{imp}) \right) \tag{10}$$

где $\chi$ – коэффициент теплопроводности, $H(t)$ – функция Хевисайда.

С учётом сделанных предположений динамическое уравнение двухкомпонентной системы решётка - электронный газ при решении задачи о нагреве границы упругого полупространства имеет такой же вид, что и в классической проблеме термоупругости [1]

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} = \alpha_t \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \tag{11}$$

и единственное отличие заключается в граничном условии на свободной поверхности

$$\sigma|_{x=0} = P_e, \tag{12}$$

которое в силу соотношений (4) и (6) записывается в виде

$$\varepsilon|_{x=0} = \alpha_t \vartheta + \frac{2\widetilde{n}e\varepsilon_F}{5E}, \tag{13}$$

где $\widetilde{n}_e$ – изменение числа свободных электронов, $c_0$ – скорость звука, $E = \frac{\mu(3\lambda+2\mu)}{\lambda+\mu}$ – модуль Юнга, $\alpha_t = \frac{3\lambda+2\mu}{\lambda+2\mu}\alpha_\vartheta$. Полагаем, что $\alpha$ в уравнениях (8) является постоянной величиной, а $\beta = \beta(\varepsilon) = \beta_0 + \beta_1\varepsilon + o(\varepsilon)$ представляет собой монотонно возрастающую функцию от деформации, что обусловлено предположением, что растягивающие деформации, смещая энергетические уровни локализованных электронов, способствуют процессу их освобождения.

В исходном равновесном состоянии при температуре $\vartheta_0$ до момента приложения внешнего воздействия концентрации свободных и локализованных электронов соответственно равны

$$n_{e0} = \frac{\beta(\varepsilon_0)N_0}{\alpha + \beta(\varepsilon_0)}, \qquad n_{es0} = \frac{\alpha N_0}{\alpha + \beta(\varepsilon_0)} \tag{14}$$

$\varepsilon_0$ – предварительная деформация образца, вызванная искажением периодической структуры кристаллической решётки у поверхности. Решение возмущённого относительно стационарного режима уравнения (8) в линейном приближении и с учетом неравенства $\frac{n_{e0}\varepsilon_F}{E} \ll 1$ имеет вид

$$\overline{n}_e(\bar{t}) = B \int_0^{\bar{t}} \overline{\vartheta}(s) e^{-(1-\gamma)(\bar{t}-s)} ds \tag{15}$$

$$\tau_s = \frac{1}{\alpha + \beta_0},\ \bar{t} = \frac{t}{\tau_s},\ \overline{n}_e = \frac{\widetilde{n}_e}{n_{es0}},\quad \overline{\vartheta} = \frac{\vartheta}{\vartheta_0},\ B = \tau\beta_1\alpha_t\vartheta_0,\quad \gamma = \frac{2\beta_1 n_{es0} - \beta_0 N_0)\tau_s\varepsilon_F}{5E}$$

Представление для возмущения плотности числа электронов (15) определяет дополнительное давление электронного газа на решетку. В этом случае длинноволновая часть акустического импульса имеет вид

$$\varepsilon = B\int_0^{t-x/c_0} \vartheta(\xi)e^{-\frac{t-x/c_0-\xi}{\tau_s}}d\xi\,, \tag{16}$$

что соответствует экспериментальным результатам по определению термоакустического импульса в образцах из проводящих материалов [2]. Так как в параметры и входит значение функции и её производной в точке , то полученный результат означает, что как амплитуда так и длительность акустического сигнала зависят от предварительной деформации. Иными словами проявляется эффект памяти – динамический отклик материала "помнит"исходную конфигурацию [6].

## ЛИТЕРАТУРА

[1] *Даниловская В. И.* Об одной динамической задаче термоупругости //Прикл. мат. и мех. - 1952. - Т. 16. - №. 3. - С. 342-344.

[2] *Вовненко Н. В., Зимин Б. А., Судьенков Ю. В.* Экспериментальные исследования термоупругих напряжений в тепло-и нетеплопроводящих твердых телах при субмикросекундных длительностях лазерного нагрева //Журнал технической физики. - 2011. - Т. 81. - №. 6. - С. 56-62.

[3] *Эфрос А. Л.* Локализация электронов в неупорядоченных системах (переход Андерсона) //Успехи физических наук. - 1978. - Т. 126. - №. 9. - С. 41-65.

[4] *Морозов Н. Ф. и др.* О новой модели влияния электронного газа на термоакустику проводников при лазерном воздействии //Физическая мезомеханика. - 2018. - Т. 21. - №. 6.

[5] *Lebanon E., Müller M.* Memory effect in electron glasses: Theoretical analysis via a percolation approach //Physical Review B. - 2005. - V. 72. - №. 17. - P. 174202.

[6] *Муратиков К. Л., Глазов А. Л.* Теоретическое и экспериментальное исследование фотоакустического и электронно-акустического эффектов в твердых телах с внутренними напряжениями //Журнал технической физики. - 2000. - Т. 70. - №. 8. - С. 69-76.

**Morozov N. ; F., Vavilov D.; S., Indians D.; A., Muratikov K.; L., Semenov B. N.** *About the influence of a preliminary stressed condition on the thermal-acoustic signal in conducting materials.* To describe and explain the dynamic thermoelastic effects in conductors under pulsed laser irradiation, a two-component model is proposed, according to which a continuous medium consists of two “interpenetrating continua,” in this case, a crystal lattice and an electron gas.