

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЕЙ
УПРУГОСТИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ НА ОСНОВЕ
УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ**

Описание лабораторной работы

Санкт-Петербург

2020 г.

Оглавление

1. Введение	4
2. Основная часть	5
2.1 Виды деформаций твердого тела	5
2.2 Деформация растяжения и сжатия.....	7
Коэффициент Пуассона	7
2.3 Всестороннее растяжение и сжатие.	10
2.4 Деформация сдвига	11
2.5 Модули упругости, их взаимосвязь	12
3. Распространение ультразвуковых волн в изотропных твердых телах. Связь модулей упругости и скорости ультразвука	15
4. Лабораторная работа	18
4.1 Импульсно фазовый метод определения скорости ультразвука.....	18
4.2 Непрерывный интерференционный метод	20
5. Подготовка и характеристики образцов для измерений. Импульсно - фазовый метод (метод Вильямса – Лэмба и метод Болефа на отражение)	23
6. Цель работы	24
7. Порядок выполнения работы	25
8. Требования к отчету	26
9 . Литература	26

1. Введение

Разработка новых композитных материалов для практических применений требует знания таких характеристик как прочность, эластичность, долговечность, модули упругости, коэффициент Пуассона. Модуль упругости является одной из важнейших характеристик материала, и именно он принимается во внимание, если речь идет о выборе материалов для таких высокоответственных применений, как, например, производство лопастей ветряных мельниц, где длина изделия достигает 65 метров, а вес - 8 тонн. Примером разработки новых материалов может служить синтетическое волокно Кевлар, разработка 1965 –1970 г.г., торговое название арамид, обладающее высокой прочностью - в пять раз прочней стали, в 6 раз меньшей плотности ($\rho = 1,44103 \text{ кг / м}^3$, прочность на разрыв 3000МПа, модуль Юнга 100000 Мпа). Арамид состоит из бензольных колец, соединённых друг с другом через группу $-\text{NH}-\text{CO}-$, между водородными и кислородными отростками соседних молекул образуются прочные межмолекулярные связи, обеспечивающие высокую механическую прочность всего волокна.

В конце прошлого века физики смогли создать опытные образцы, и в дальнейшем разработали технологию получения нового моноатомного материала – графена, и обнаружили его уникальные механические свойства. В своих исследованиях прочности графена ученые применили методику АСМ. Они помещали пленку графена на подложку - кристаллическую пластину, с отверстиями диаметром от одного до полутора микрон, «давили» на незакрепленные частицы графена, расположенные над отверстиями с помощью алмазной иглы атомно-силового микроскопа, и оценивали, насколько сильно они деформируются. Оценки показали, что прочность графена на разрыв составляет 130 Гигопаскаль (для сравнения у стали эта величина равна 500 – 3000 Мегапаскаль).

В настоящем учебно-методическом пособии:

- введены основные понятия, характеризующие упругие свойства изотропных материалов;
- установлена взаимосвязь между различными видами модулей упругости;
- приведены формулы, позволяющие с большой точностью определить все модули упругости изотропных твердых тел на основе результатов измерений скоростей распространения продольных и сдвиговых ультразвуковых волн.

В заключительной части УМП описаны две методики измерений акустических свойств твердых образцов, приведены блок-схемы экспериментальных установок, даны рекомендации по проведению измерений и определению модулей упругости образцов алюминия и кварцевого стекла.

2. Основная часть

2.1 Виды деформаций твердого тела

Деформация твердого тела является результатом изменения под действием внешней силы взаимного расположения частиц, из которых тело состоит, и расстояний между ними. Деформация называется упругой, если она исчезает после прекращения действия вызвавшей ее силы, и пластической, если она сохраняется и после прекращения нагрузки. Все твердые тела могут быть деформированы и упруго, и пластически, в зависимости от величины приложенных сил. При достаточно малых напряжениях твердые тела деформируются упруго. Очевидно, что в деталях различного рода технических сооружений, машин и т. д., предназначенных для длительной и стабильной работы, допускаются только упругие деформации.

Упругая деформация. Когда к твердому телу приложены внешние силы и силы эти таковы, что различные части тела совершают различные движения, то частицы в кристалле смещаются одни относительно других. В этом и

состоит явление деформации тел. Так как при этом изменяются взаимное расположение частиц и их взаимные расстояния, то это приводит к изменению формы тела или его объема, или того и другого. Впрочем, деформация, связанная с изменением объема, возможна не только у твердых, но и у жидких и газообразных тел: расширение и сжатие и есть деформации с изменением объема. Изменения взаимного расположения частиц и их взаимных расстояний вызывают появление сил упругости, направленных так, что они как бы стремятся восстановить первоначальную форму и объем, а значит и первоначальную конфигурацию частиц. Силы эти действуют как внутри деформируемого тела, между его частями, так и на другие тела, соприкасающиеся с ними. Направлены эти силы против внешних сил, вызвавших движение частиц, и если тело в целом, несмотря на действие внешней силы, не получает при этом ускорения, то силы упругости уравнивают внешние силы, называемые нагрузкой. В этом случае деформации называются статическими. Соотношение между величиной деформации и силами, которые из-за нее возникают определяется законом Гука, который кратко может быть выражен так: сила упругости пропорциональна деформации. Чтобы выразить этот закон в количественной форме, нужно условиться о том, какими величинами характеризуются деформации и силы. Опыт показывает, что если в деформированном теле выделить некоторую произвольную поверхность, то деформация определяется не силой, действующей на эту поверхность, а отношением этой силы к площади поверхности. Это отношение P равно F/S , где F – сила, S – площадь поверхности, называется напряжением. Измеряется величина P в системе СИ в таких же единицах, как и давление, т.е. кг/м^2 , и имеет название Паскаль. Под словом «сила» в законе Гука мы и будем понимать напряжение. Если обозначить величину, характеризующую деформацию, буквой ε (для различных видов деформаций это будут различные величины), то закон Гука может быть записан в виде:

$$\frac{P}{\varepsilon} = \text{const} \quad (1)$$

Константа, равная отношению напряжения к величине деформации, называется модулем соответствующего вида упругой деформации (термин этот был введен Юнгом, придавшим закону Гука математическую форму). Деформации, которые может испытывать твердое тело под действием приложенной нагрузки, сводятся к двум основным видам, соответственно тому, что всякая сила, приложенная к поверхности тела, может быть разложена на две составляющие: одну—перпендикулярную к поверхности и другую—параллельную ей. Первая из них вызывает деформацию, называемую растяжением или сжатием. Этот вид деформации характеризуется тем, что изменяется объем, но не изменяется форма тела.

Вторая составляющая (параллельная поверхности) создает деформацию сдвига. При деформации сдвига изменяется форма тела, но не изменяется его объем. Если составляющая напряжения, параллельная поверхности, равна нулю, то будет происходить деформация чистого растяжения или сжатия. Если равна нулю нормальная составляющая напряжения, то деформация будет чистым сдвигом. Кроме рассмотренных основных видов деформаций часто встречаются и играют большую роль еще два вида деформаций: кручение и изгиб. Первая из них сводится к деформации сдвига, а вторая — к деформации растяжения и сжатия.

2.2 Деформация растяжения и сжатия

Коэффициент Пуассона

Одностороннее растяжение и сжатие. Пусть стержень цилиндрической формы длиной l и площадью поперечного сечения S подвергается действию силы F направленной параллельно его оси, как показано на рис. 1.

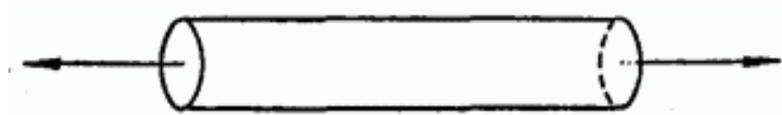


Рис.1

Под действием этой силы длина стержня увеличивается на некоторую величину Δl (если изменить направление сил на обратное, то длина не увеличивается, а уменьшается). Но это удлинение Δl не может быть принято за характеристику деформации. Ведь сила действует на каждую единицу длины стержня, поэтому общее удлинение будет зависеть от длины l и, таким образом, будет определяться не только действующим напряжением, но и первоначальной длиной образца.

В качестве величины деформации в данном случае необходимо избрать отношение удлинения Δl к длине l , которое уже от l не зависит. Это отношение называется относительным удлинением стержня. Пользуясь такой характеристикой деформации одностороннего растяжения (сжатие означает только изменение знака деформации при изменении направления силы), мы можем записать закон Гука в виде:

$$\Delta l/l = p/E, \quad \text{где } p = F/S. \quad (2)$$

Величина E называется модулем Юнга или модулем упругости, и является одной из основных характеристик упругих свойств твердого тела. Его размерность совпадает с размерностью давления. Уравнение (2) может быть записано в другом виде: $\Delta l/l = Kp$ где $K = 1/E$ (3)

Коэффициент K , равный обратной величине модуля Юнга, называется коэффициентом упругости (иногда его еще называют коэффициентом одностороннего растяжения). Из формулы (3) видно, что он численно равен относительному удлинению стержня, которое создается напряжением, равным единице. При одностороннем растяжении или сжатии изменяется не только длина стержня, но и его поперечные размеры, т. е. его радиус (при сжатии радиус увеличивается, при растяжении уменьшается).

Если эту деформацию характеризовать относительным изменением радиуса $\Delta r / r$, то можно написать:

$$\frac{p}{\Delta r / r} = M',$$

где M' есть коэффициент пропорциональности, который можно назвать модулем поперечного сжатия при продольном растяжении. Ясно, что между величинами $\Delta l / l$ и $\Delta r / r$ должна быть простая связь. Она выражается в том, что их отношение есть величина, постоянная для данного вещества:

$$\frac{\Delta r / r}{\Delta l / l} = \mu. \quad (4)$$

Постоянная μ равная отношению поперечного к продольному удлинению, называется коэффициентом Пуассона. Значение коэффициента Пуассона, очевидно, определяет изменение объема деформируемого образца.

Если бы объем тела не менялся при деформации, т. е. если бы изменение длины l образца компенсировалось соответствующим изменением радиуса r (для цилиндрического образца), то выполнялось бы равенство: $\mu = 1/2$.

Действительно, объем образца $V = \pi r^2 l$, где r - радиус цилиндра, l — его длина. Изменение объема $\Delta V = \pi(2 l r \Delta r + r^2 \Delta l)$.

Для того чтобы $\Delta V = 0$ необходимо, чтобы выполнялось $2 l r \Delta r = -r^2 \Delta l$

откуда $\frac{\Delta r}{r} = -\frac{1}{2} \frac{\Delta l}{l}$, т. е. $|\mu| = \frac{\Delta r / r}{\Delta l / l} = \frac{1}{2}$.

В действительности для всех веществ коэффициент Пуассона меньше $1/2$ и близок к $0,30$, т. е. объем тела при линейной деформации увеличивается (у пробки коэффициент Пуассона равен нулю).

2.3 Всестороннее растяжение и сжатие.

Этот вид деформации, по характеру своему не отличающийся от только что рассмотренного, возникает, когда сила, действующая на тело, распределена по всей его поверхности.

По тем же соображениям, которые были приведены раньше, в качестве величины деформации в данном случае нужно принять относительное изменение объема тела, т. е. величину $\Delta V/V$. По закону Гука мы можем поэтому написать:

$$B = \frac{pV}{\Delta V} . \quad (5)$$

Постоянная B представляет собой модуль всестороннего сжатия (или растяжения). Подобно модулю Юнга, этот модуль численно равен напряжению, изменяющему объем тела вдвое (иногда модуль B называют еще модулем_объемной деформации).

Напишем формулу (5) в виде: $\Delta V/V = \chi p$.

Коэффициент χ равный обратной величине модуля всестороннего сжатия B , называется коэффициентом всестороннего сжатия, или сжимаемостью. Ясно, что этот коэффициент для твердых тел очень мал (порядка $10^{-8} \text{ м}^2/\text{н}$). Всестороннее растяжение или сжатие можно, очевидно, рассматривать как результат сложения трех деформаций одностороннего растяжения или сжатия (если они малы).

В последнее время вырос интерес к материалам, имеющим отрицательный коэффициент Пуассона. Материалы, у которых коэффициент Пуассона μ отрицателен, называют ауксетиками (auxetics). В ауксетиках при сжатии образца в форме цилиндра наблюдается уменьшение радиуса, и для объяснения наблюдаемого эффекта привлекаются новые двумерные шарнироподобные модели их структуры [3-5].

2.4 Деформация сдвига

Этот вид деформации возникает под действием сил, приложенных к двум диагонально противоположным граням тела (рис. 2)

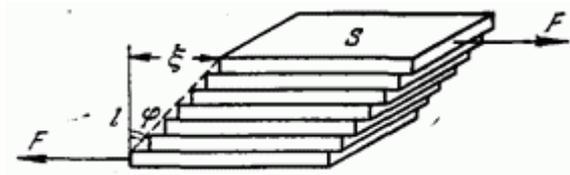


Рис. 2

Такая система сил вызывает смещение плоских слоев, параллельных направлению сил, друг относительно друга. Из рисунка видно, что при этом крайние грани смещаются на некоторое расстояние ξ . Если первоначальная длина образца равна l , то величина деформации может характеризоваться отношением ξ/l . Так как это отношение при малом l равно φ , где φ - угол сдвига плоскостей, то мерой деформации принимается именно этот угол. Закон Гука при этом виде деформации записывается в виде:

$$p/\varphi = G, \quad (6)$$

где p – напряжение.

Постоянная G называется модулем сдвига. Так же, как и другие модули упругих деформаций, G измеряется в единицах давления.

Величина, обратная модулю сдвига, называется коэффициентом сдвига. Он численно равен углу сдвига, вызываемому напряжением, равным единице, в то время как модуль сдвига равен напряжению, вызывающему сдвиг на угол, равный одному радиану.

Как уже отмечалось, деформация сдвига не сопровождается изменением объема деформируемого тела.

2.5 Модули упругости, их взаимосвязь

Модули упругости и сдвига, естественно, связаны друг с другом, поскольку они являются характеристиками в сущности одного процесса — перестройки атомов в решетке под действием внешней нагрузки. Можно найти соотношения, связывающие упругие модули, если рассмотреть общий случай действия произвольных сил на тело.

Пусть, например, к телу, имеющему форму куба, приложены произвольные силы. Каждую из них мы можем разложить на составляющие по трем осям координат. Напряжения, направленные по осям x, y, z обозначим через P_x, P_y и P_z . Каждое из них вызывает соответствующие относительные удлинения:

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\Delta l}{l}\right)_x &= \lambda_x, & \left(\frac{\Delta l}{l}\right)_y &= \lambda_y, & \left(\frac{\Delta l}{l}\right)_z &= \lambda_z; \\ \lambda_x &= \frac{P_x}{E}, & \lambda_y &= \frac{P_y}{E}, & \lambda_z &= \frac{P_z}{E}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Необходимо, однако, принять во внимание, что каждое удлинение вдоль оси сопровождается поперечным сжатием вдоль двух других. Так, удлинение λ_x сопровождается сжатием по оси y равным $\mu\lambda_x$ и по оси z равным $\mu\lambda_x$. Точно так же напряжение p_y вызывает не только удлинение λ_y но сжатие $\mu\lambda_y$ по оси z и сжатие $\mu\lambda_y$ по оси x .

Поэтому из выражений для удлинения по оси X нужно вычесть сжатия по соответствующим перпендикулярным осям. Тогда формулы для удлинений вдоль осей примут вид:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_x &= \frac{p_x}{E} - \mu\lambda_z - \mu\lambda_y = \frac{p_x - \mu(p_z + p_y)}{E}, \\ \lambda_y &= \frac{p_y}{E} - \mu\lambda_z - \mu\lambda_x = \frac{p_y - \mu(p_z + p_x)}{E}, \\ \lambda_z &= \frac{p_z}{E} - \mu\lambda_x - \mu\lambda_y = \frac{p_z - \mu(p_x + p_y)}{E}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Эти выражения дают в общем виде величины деформаций по осям x, y, z . Предположим теперь, что приложено всестороннее сжатие, т.е. $P_x = P_y = P_z = p$. Тогда выражение для $(\Delta l/l)_x$ примет вид:

$$\left(\frac{\Delta l}{l} \right)_x = \lambda_x = \frac{p - 2\mu p}{E} = (1 - 2\mu) \frac{p}{E}. \quad (9)$$

Аналогичные выражения можно записать для λ_y и λ_z . Значит, при всестороннем сжатии относительное удлинение вдоль одной из осей равно $(1 - 2\mu) p/E$, в то время как при одностороннем сжатии оно равно p/E (вдоль направления напряжения).

Из формул (8-9) легко получить выражение для относительного изменения объема при любых деформациях, и соотношение, устанавливающее связь между модулем объемной деформации V и модулем Юнга E .

Пусть деформации подвергается тело, имеющее форму прямоугольного параллелепипеда, с длинами ребер l_x, l_y и l_z . Объем его равен, очевидно, $l_x l_y l_z$. Под действием приложенных напряжений p_x, p_y и p_z объем тела изменится на величину:

$$\Delta V = \Delta (l_x l_y l_z) = l_y l_z \Delta l_x + l_z l_x \Delta l_y + l_x l_y \Delta l_z.$$

Относительное изменение объема будет в таком случае равно

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta l_x}{l_x} + \frac{\Delta l_y}{l_y} + \frac{\Delta l_z}{l_z}.$$

Пользуясь формулой (8), мы получим, что при всестороннем растяжении или сжатии, когда $P_x = P_y = P_z = p$ относительное изменение объема равно:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{3(1-2\mu)p}{E}.$$

Но, как мы знаем, $B = pV/\Delta V$. Следовательно, модуль объёмной деформации B связан с модулем Юнга E соотношением:

$$B = \frac{E}{3(1-2\mu)}, \quad (10)$$

см. формулу (3) в Таблице.

Деформация сдвига не сопровождается, как известно, изменением объема. Это значит, что при сдвиге

$$\frac{\Delta V}{V} = \lambda_x + \lambda_y + \lambda_z = 0.$$

Подставим в эту формулу вместо $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ их значения из формул (8). Тогда

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{p_x(1-2\mu) + p_y(1-2\mu) + p_z(1-2\mu)}{E} = 0,$$

или
$$p_x + p_y + p_z = 0. \quad (11)$$

Из уравнения (11) следует, что $p_x = -(p_y + p_z)$.

Подставив в (8) это выражение для p_x получим

$$\lambda_x = \frac{p_x + \mu p_x}{E} = \frac{1+\mu}{E} p_x. \quad (12)$$

Величина $\lambda_x = (\Delta l/l)_x$ представляет собой отношение смещения грани при сдвиге к длине этой грани. Оно, как легко видеть, равно половине угла сдвига (при малых смещениях), и характеризует деформацию сдвига, так что формулу (12) можно записать в виде:

$$\frac{\varphi}{2} = \frac{1+\mu}{E} p_x, \quad \text{и} \quad G = \frac{p_x}{\varphi} = \frac{E}{2(1+\mu)}. \quad (13)$$

Таким образом имеем $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ см. формулу (4) в таблице 1.

Подобными рассуждениями можно найти связь модулей E , V , G (формула 1), и модулей V, G и коэффициента Лапласа (формула 2) в таблице.

При этом необходимо иметь в виду, что соотношения (1)-(4), приведенные в таблице связывают изотермические характеристики. В то же время скорость продольной волны в уравнении (5) таблицы определяется адиабатическим модулем объемной упругости V_s , связанным с адиабатической сжимаемостью. Это обусловлено очень быстрым изменением плотности и локальной температуры в ультразвуковой волне относительно характерных времен тепловой релаксации, определяемым теплопроводностью. Отношение V_s / V определяется по формуле $V_s / V = (1 + \alpha \gamma T)$, где α – коэффициент объемного расширения, γ – параметр Грюнайзена, T – температура. Адиабатический модуль всестороннего сжатия превышает изотермический модуль в твердых телах обычно на 1-3%. В то же время адиабатический и изотермический модули сдвига совпадают.

3. Распространение ультразвуковых волн в изотропных твердых телах.

Связь модулей упругости и скорости ультразвука

Акустические методы находят широкое применение в физических исследованиях, в частности, они позволяют изучать разнообразные явления в твердых телах. Распространение ультразвуковых колебаний в веществе определяется его составом, структурой, типом связи и характером межчастичного взаимодействия на атомарном и/или молекулярном уровне. При этом акустические параметры, и в первую очередь скорость распространения ультразвука, тесно связаны с плотностью и упругими

свойствами вещества, и их измерение является важным средством исследования и контроля материалов и конструкций.

В газах и жидкостях могут распространяться только продольные ультразвуковые волны, при которых колебания частиц среды происходят в направлении распространения упругой волны. В изотропных твердых телах могут распространяться как продольные, так и поперечные волны, при которых колебания частиц происходят параллельно или перпендикулярно направлению распространения волны, соответственно. Для скорости распространения продольных волн принято обозначение c_l (от английского longitudinal), а для сдвиговых c_s (shear). В большинстве изотропных твердых тел c_l примерно в полтора раза больше c_s . Фактически продольная волна представляет собой волну сжатия и разряжения плотности, тогда как в поперечной волне локальные изменения плотности в первом порядке по амплитуде волны отсутствуют. В случае монокристалла в произвольном направлении могут распространяться три типа упругих волн с разными скоростями, причем волна с наименьшим углом между вектором поляризации и направлением распространения называется квазипродольной, а две другие – квазипоперечными. В твердых телах могут иметь место также и другие виды колебаний, в частности изгибные, крутильные и поверхностные волны.

При этом необходимо иметь в виду, что соотношения (1) - (4) связывают изотермические характеристики изотропного твердого тела. Для определения взаимосвязи модулей упругости и значений скорости продольных и сдвиговых ультразвуковых волн в упругой однородной среде необходимо провести совместное решение волнового уравнения и уравнений теории упругости с учетом результатов, приведенных в таблице (формулы 1 – 4). Такое рассмотрение приводит к формулам (5 – 7) таблицы, что позволяет на основе результатов измерения плотности тела, значений скорости продольных C_l и сдвиговых C_s волн определить все модули упругости E , ν , G и коэффициент Пуассона μ .

Таблица

Связь между модулями упругости однородного изотропного твердого тела и скоростями распространения продольных и сдвиговых волн

$E = \frac{9BG}{3B+G}$ <p>E – модуль Юнга</p>	(1)	$Bs + 4G/3 = \rho c_l^2$	(5)
$\mu = \frac{3B-2G}{2(3B+G)}$ <p>μ – коэффициент Пуассона</p>	(2)	$G = \rho c_s^2$	(6)
$B = \frac{E}{3(1-2\mu)}$ <p>B – модуль всестороннего сжатия</p>	(3)	$Bs = \rho(3c_l^2 - 4c_s^2)/3$	(7)
$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ <p>G – модуль сдвига</p>	(4)	<p>ρ - плотность тела, c_l - скорость продольных волн, c_s - скорость сдвиговых волн Bs – адиабатический модуль всестороннего сжатия</p>	

4. Лабораторная работа

4.1 Импульсно фазовый метод определения скорости ультразвука

Блок – схема экспериментальной установки для проведения измерений скорости распространения ультразвуковых волн импульсно-фазовым методом (Метод Вильямса - Лэмба) приведена на рис.3.

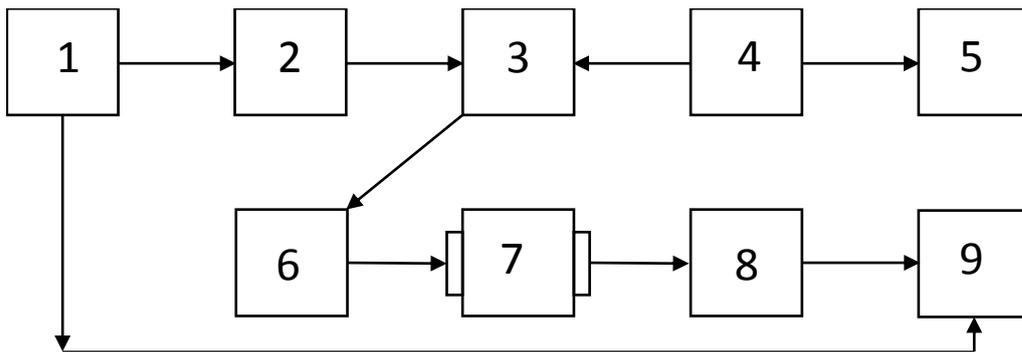


Рис . 3

1 – Генератор видеоимпульсов 1, 2 – генератор видеоимпульсов 2, 3 – модулятор, 4 – генератор непрерывных колебаний, 5 – частотомер, 6 – усилитель мощности, 7 – образец с пьезоэлектрическими преобразователями, 8 – усилитель УЗ – 29, 9 – осциллограф.

На рис. 4 для иллюстрации метода и работы установки в режиме нахождение показаны импульсы 1 и 2, прошедшие разные акустические пути в исследуемом образце.

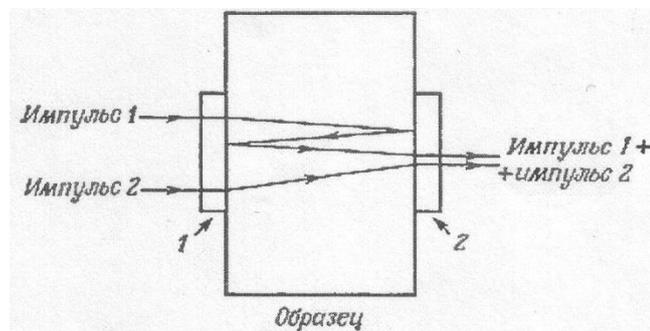


Рис.4

Импульс 1 проходит по образцу длиной l тройной путь равный $3l$, импульс 2 приходит одинарный путь l , при этом его запуск задержан на время $t = 2l/c$, где c – скорость соответствующей моды ультразвуковых колебаний (продольной или сдвиговой). Таким образом, на приемный преобразователь 2 импульсы 1 и 2 приходят одновременно, где интерферируют. Из-за разности акустических путей и влияния затухания ультразвука амплитуды импульсов могут слегка отличаться, и в генераторе 2 предусмотрена возможность регулировки амплитуды импульса 2 для достижения полной компенсации интерферирующих импульсов 1 и 2.

Сигналы 1 и 2 при равенстве амплитуд описываются формулами

$$y_2 = a \sin \omega t \quad y_1 = a \sin [\omega (t - 2\tau) + 2\varphi], \quad (14)$$

$\omega = 2\pi\nu$, ν – частота заполнения импульса, τ – величина задержки на время однократного прохождения звука по образцу, φ – фазовый угол при отражении звукового импульса от каждой из границ. Выходной сигнал на приемном преобразователе является суммой y_1 и y_2 .

$$y = y_1 + y_2 = 2a \sin [\omega (t - \tau) + \varphi] \cos (\omega \tau - \varphi) \quad \text{Величина } y = 0 \text{ при таких частотах, для которых } \cos (\omega_n \tau - \varphi_n) = 0, \text{ т.е. } \omega_n \tau - \varphi_n = (2n+1) \pi / 2, \quad (15)$$

$n = 0, 1, 2, 3, \dots$ Используя значения частот, при которых наблюдается полное гашение сигналов, можно определить время τ . Но для этого необходимо знать величины n и φ_n . Для их определения делается предположение, что величина φ линейно зависит от частоты ν вблизи ее значения ν_0 , соответствующего резонансу пьезоэлектрического преобразователя. При этом величиной акустической склейки пренебрегают, считая ее достаточно тонкой по сравнению с длиной ультразвуковой волны. При сделанных предположениях можно записать вблизи ν_0 $d\varphi / d\nu = -2\pi Z_T / Z_S \nu_0$, где Z_T и Z_S – акустические импедансы преобразователя и образца. В этом случае величина $\varphi_n = \pi [1 - 2 Z_T \times (\nu_n - \nu_0) / Z_S \times \nu_0]$ (16). По измеренным значениям ν_n и ν_{n+1} (частоты компенсаций сигналов 1 и 2) можно определить величину $\Delta \nu = \nu_{n+1} - \nu_n$. И из (16) определить связь величины n , соответствующей ν_n , и фазового угла φ_n .

Далее с учетом связи v_n и φ_n по формуле (15) следует рассчитать величину τ , и скорость звука c в образце по формуле $c = l / \tau$. (17)

4.2 Непрерывный интерференционный метод

На рис.5 показана блок-схема установки для реализации непрерывного интерферометрического метода для определения скорости ультразвука (метод Болефа на отражение).

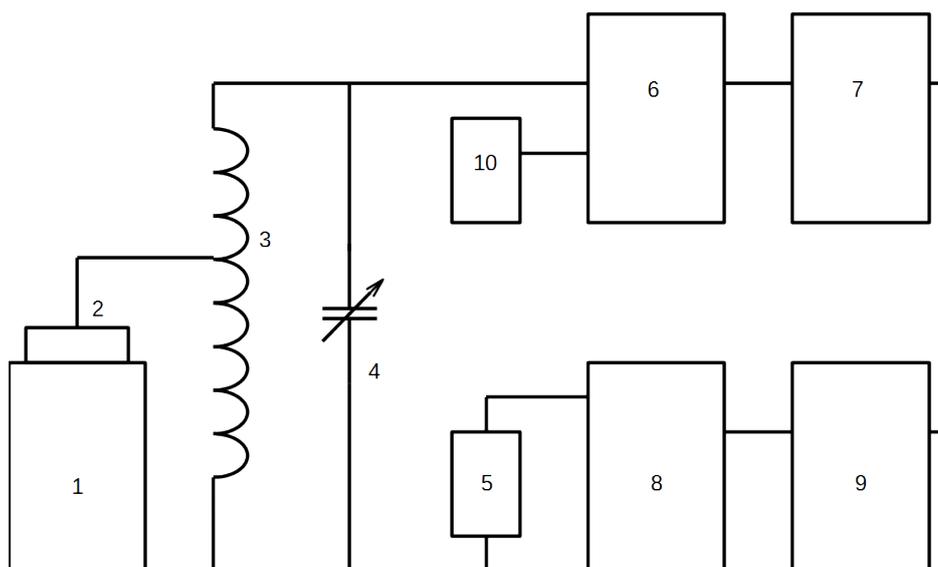


Рис.5

1 – образец, 2 – пьезоэлектрический преобразователь, 3 – высокочастотный трансформатор, 4,5 – переменный конденсатор и варикап для низкочастотной модуляции конденсатора и, соответственно, модуляции высокочастотного напряжения, вырабатываемого генератором 6, 7 – детектор и низкочастотный усилитель, 8 – генератор частоты модуляции, 9 – осциллограф, 10 – частотомер.

Метод Болефа относится к интерферометрическим методам фиксирования стоячих волн образующихся в твердом образце в результате многократных отражений. В образце с малым затуханием ультразвука возбуждается и регистрируется спектр частот, соответствующих механическому резонансу системы образец – склейка – пьезоэлектрический преобразователь. Для регистрации спектра частот высокочастотное напряжение генератора 6

модулируется по частоте генератором низких частот δ и варикапом 4-5. По расстоянию $\delta \nu$ между соседними максимумами (см. рис.6) можно определить скорость c ультразвуковых волн соответствующей поляризации по формуле

$$c = 2l_s \delta \nu (1 + \rho_t l_t / \rho_s l_s), \quad (18)$$

где ρ_s, ρ_t - соответственно плотности образца и материала пьезоэлектрического преобразователя, и l_s, l_t - соответственно их толщины. Эта формула справедлива при пренебрежении влиянием акустической склейки, что справедливо при толщине склейки $l_B \ll \lambda$ (λ - длина волны ультразвука). Точность измерения скорости данным методом увеличивается на порядок, если измерять величину частотного промежутка не между соседними максимумами $\delta \nu$, а между максимумом с номером m и номером $m+n$ и полученный результат поделить на n .

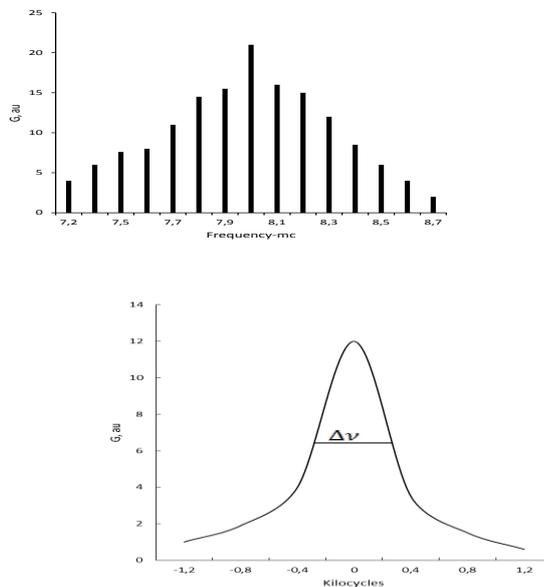


Рис.6

Наблюдение за положением одного пика механического резонанса по частоте при изменении температуры позволяет определить температурный коэффициент скорости $TKC = (\delta c)/c \delta T$. А ширина пика, измеренная на полувысоте (см. рис.6), позволяет определить коэффициент затухания ультразвука α .

Детальный анализ появления спектра частот, соответствующих установлению стоячих волн в системе образец – акустическая склейка – преобразователь был проделан в работе [5], в которой рассмотрена частотная зависимость акустического импеданса в такой системе (рис. 7).

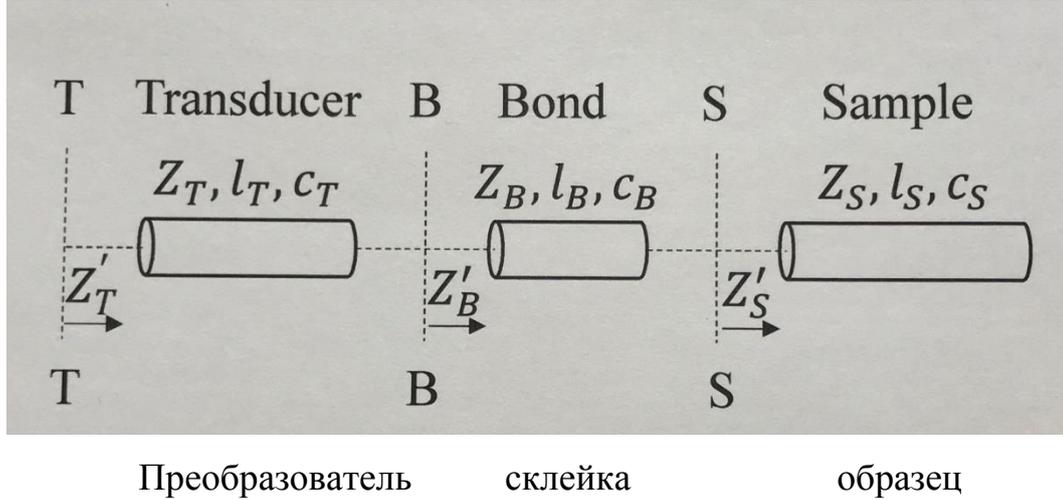


Рис.7

При этом учитывались законы отражения звуковой волны при прохождении на границе Т В и В S . В первом приближении в работе пренебрегали акустической склейкой в силу малой толщины l_B (1-2 мкм) по сравнению с толщиной образца l_S (2 см). В результате сделанных допущений импеданс преобразователя, нагруженного на образец можно представить в виде

$$Z'_T = \rho_T c_T \frac{j\rho_S c_S t g \theta_S + j\rho_T c_T t g \theta_T}{\rho_T c_T + \rho_S c_S t g \theta_S t g \theta_T} \quad (19)$$

Максимум импеданса достигается при равенстве нулю знаменателя в (19).

$$\rho_S c_S t g n_S \pi \left(\frac{v_S - v_C}{v_S} \right) + \rho_T c_T t g n_T \pi \left(\frac{v_T - v_C}{v_T} \right) = 0 \quad \text{Учитывая, что } \mathbf{v}_S = c_S / \lambda_S ,$$

$$v_T = c_T / \lambda_T \text{ можно записать } v_{S,n} = v_{C,n} - (\rho_T l_T / \rho_S l_S) (v_T - v_{C,n}) \text{ и}$$

$$v_{S,n+1} = v_{C,n+1} - (\rho_T l_T / \rho_S l_S) (v_T - v_{C,n+1}) , \text{ откуда для } \Delta \mathbf{v}_S \text{ имеем}$$

$$\Delta v_S = v_{S,n+1} - v_{S,n} = \delta v_C (1 + (\rho_T l_T / \rho_S l_S)) .$$

$$\Delta v_S = c_S / 2l_S ,$$

$$c_S = 2l_S \delta v_C [1 + (\rho_T l_T / \rho_S l_S)] , \quad (20)$$

$\delta\nu_c$ - относится к частотному промежутку между соседними максимумами системы преобразователь – образец, регистрируемыми в данном методе (см. рис . 6)

На рис.6 изображен спектр, наблюдаемый в системе пьезоэлектрический преобразователь – образец, и ниже один из максимумов спектра с полушириной $\Delta\nu$, по которой можно определить коэффициент затухания звука в образце, и оценить качество акустической склейки между образцом и пьезоэлектрическим преобразователем. Плохое качество склейки может приводить к двугорбости резонансной кривой, ее изрезанности, дополнительному уширению. Центральная частота спектра на рис.6 имеет значение около 8 МГц и соответствует резонансной частоте пьезоэлектрического преобразователя, полуширина $\Delta\nu \sim 8 - 12$ кгц.

5. Подготовка и характеристики образцов для измерений. Импульсно - фазовый метод (метод Вильямса - Лэмба)

Образец № 1. Материал алюминий, плотность $\rho_{ал.} = 2,7 \cdot 10^3$ кг / м³, форма – цилиндр, диаметр 30 мм, высота – 20 мм, плоско - параллельность торцов 2 мкм. На оба торца посредством акустической склейки приклеены тонкие пьезоэлектрические преобразователи из монокристалла LiNbO₃ среза Y+ 36° для возбуждения продольных колебаний с резонансной частотой 10 МГц, толщина преобразователей 0,36 мм, плотность $\rho_{LiNbO_3} = 4,7 \cdot 10^3$ кг/м³.

Образец № 2, материал алюминий и параметры те же, что и в образце №1, отличие в том, что на оба торца посредством акустической склейки приклеены тонкие пьезоэлектрические преобразователи из монокристалла LiNbO₃ среза Y+ 163° для возбуждения сдвиговых колебаний с резонансной частотой 10 МГц., толщина преобразователей 0,24 мм, ρ_{LiNbO_3} та же.

Образец № 3 выполнен из кварцевого стекла, имеет плотность $\rho_{ст.} = 2,2 \cdot 10^3$ кг / м³, форма – цилиндр с размерами как № 1 и № 2, на торцах укреплены пьезоэлектрические преобразователи для возбуждения и приема продольных ультразвуковых волн. Параметры преобразователя те же, что в образце № 1.

Образец № 4 также выполнен из кварцевого стекла той же формы и размера, что № 3. Различие – на торцах укреплены преобразователи для возбуждения и приема сдвиговых ультразвуковых волн. Толщина преобразователей 0,24 мм.

Метод Болефа (на отражение)

Образец № 5 подготовлен как образец №1 (материал алюминий) в 5.1, отличие - преобразователь для возбуждения и регистрации продольных колебаний приклеен только на один торец.

Образец № 6 подготовлен как образец № 2 (материал алюминий) в 5.1, отличие - преобразователь для возбуждения и регистрации сдвиговых колебаний приклеен только на один торец.

Образец № 7 подготовлен как образец №3 (материал кварцевое стекло) в 5.1, отличие - преобразователь для возбуждения и регистрации продольных колебаний приклеен только на один торец.

Образец № 8 подготовлен как образец №4 (материал кварцевое стекло) в 5.1, отличие - преобразователь для возбуждения и регистрации сдвиговых колебаний приклеен только на один торец.

Следует отметить, что точность определения скорости распространения ультразвуковых волн продольной и сдвиговой поляризации в обоих применяемых методах достигает 0,05%, что позволяет на основании формул (1 – 7) Таблицы определить значения всех модулей упругости с высокой точностью.

6. Цель работы

Проведение экспериментальных исследований по определению скорости продольных и сдвиговых ультразвуковых волн в образцах алюминия и кварцевого стекла и расчет модулей упругости в этих образцах.

7. Порядок выполнения работы

Перед началом проведения лабораторной работы студент должен детально ознакомиться с настоящим учебно-методическим пособием, блок-схемами применяемых экспериментальных установок, с описаниями входящих в них приборов, должен быть проинструктирован по правилам техники электробезопасности.

Перед включением приборов, входящих в состав экспериментальной установки с применением метода Вильямса – Лэмба, необходимо установить образец № 1 в специальный держатель и подсоединить высокочастотные кабели от разъемов в держателе образца с выходом усилителя мощности и с входом усилителя сигнала УЗ-29. Затем провести включение всех приборов, и на экране осциллографа должна появиться устойчивая картина двух разнесенных во времени импульсов. С помощью аттенюатора генератора импульсов 2 (см. рис. 3) выровнять амплитуды импульсов, прошедших через образец, и изменить время задержки запуска второго импульса по отношению к первому до полного наложения импульсов.

Далее плавно меняя частоту заполнения импульсов с помощью верньера генератора 4 добиться полного гашения наблюдаемых импульсов (см. формулу (15)). Значения частот ν_n полного гашения импульсов 1 и 2, измеренные частотомером 5, необходимо сохранить в памяти компьютера и использовать для определения фазового сдвига при отражении звуковой волны на границе преобразователь – образец (см. формулы 15 – 17). Полученные значения скоростей продольных и сдвиговых колебаний для образцов алюминия и кварцевого стекла записываются в память компьютера и применяются при расчете модулей упругости - см. формулы 1,2 и 6,7 таблицы, и при подготовке отчета. В такой же последовательности проводятся исследования для образцов № 2-4.

Перед началом работы на установке с применением метода Болефа на отражение необходимо укрепить образец № 5 с преобразователем в

специальный держатель и включить прибор E11-2, на базе которого выполнена экспериментальная установка. Плавным вращением верньера прибора, изменяющего величину емкости, и соответственно частоту генератора, добиться появления одного из максимумов спектра (см. рис. 6) точно в центре экрана осциллографа, а для точного измерения частоты генератора с помощью частотомера необходимо нажать кнопку отключения напряжения модуляции, подаваемого на варикап.

8. Требования к отчету

Отчет должен содержать:

- краткое описание актуальности проблемы;
- цель работы;
- экспериментальные результаты частот компенсаций импульсов на установке с применением метода Вильямса – Лэмба (для продольных и сдвиговых колебаний в образцах алюминия и кварцевого стекла), и измеренные значения частот максимумов на установке с применением метода Болефа на отражение;
- результаты определения скоростей продольных и сдвиговых ультразвуковых колебаний в образцах алюминия и кварцевого стекла;
- результаты расчетов модулей упругости B , G , E и коэффициента Пуассона с указанием погрешности измерений в тех же образцах.

9 . Литература

- 1.Р. Труэл, Ч.Эльбаум, Б.Чик Ультразвуковые методы в физике твердого тела. Мир, Москва, 1972. 307 с.
- 2.В. А. Шутилов. Основы физики ультразвука 1980. 274 с.

3. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С. Ауксетическая механика кристаллических материалов. Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2010. № 4. С. 43-62.
4. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С. Модули Юнга и коэффициенты Пуассона криволинейно анизотропных гексагональных и ромбоэдрических нанотрубок. Нанотрубки-ауксетики. Доклады Академии наук. 2013. Т. 452. № 3. С. 279
5. Berinskii I.E. Elastic networks to model auxetic properties of cellular materials. International Journal of Mechanical Sciences 115-116 (2016) 481–488.
6. Bolef D.I. and Menes M. Measurement of elastic constants of RbBr, RbJ, CsBr by an ultrasonic cw resonance technique. Journ. of Appl. Physics. 1960. 31. p.1010.
7. Акустические кристаллы, справочник под ред. М.П.Шаскольской, Москва, Наука, 1982, 473 с.