

ЭМИССИЯ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧНЫХ ПРОТОНОВ И ФОТОНОВ В СТОЛКНОВЕНИЯХ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ ПОДХОДЕ С НЕРАВНОВЕСНЫМ УРАВНЕНИЕМ СОСТОЯНИЯ

© 2020 г. А. Т. Дьяченко^{1),2)*}, И. А. Митропольский²⁾

Поступила в редакцию 25.12.2019 г.; после доработки 25.12.2019 г.; принята к публикации 25.12.2019 г.

При описании динамики столкновения тяжелых ионов средних и промежуточных энергий используется гидродинамический подход с неравновесным уравнением состояния. В развитие этого подхода с включением эффектов ядерной вязкости и введением поправки на микроканоническое распределение вычислены двойные дифференциальные сечения испускания протонов и фотонов при столкновениях различных ядер, которые находятся в согласии с имеющимися экспериментальными данными по эмиссии высокоэнергетических частиц, включая кумулятивную область спектра. В рамках такого подхода удалось воспроизвести высокоимпульсные распределения протонов в реакции $^{12}\text{C} + ^9\text{Be} \rightarrow p + X$ при энергии ионов ^{12}C 300, 600, 950 и 2000 МэВ/нуклон, а также энергетические спектры жестких фотонов для реакции $^{12}\text{C} + ^9\text{Be} \rightarrow \gamma + X$ при энергии ионов ^{12}C 2.0 и 3.2 ГэВ/нуклон.

DOI: 10.31857/S004400272004008X

1. ВВЕДЕНИЕ

К настоящему времени техника расчетов столкновений тяжелых ионов достигла весьма высокого уровня. Наряду с молекулярной динамикой и решением динамического уравнения Больцмана эффективным методом описания взаимодействия тяжелых ионов при средних и промежуточных энергиях является ядерная гидродинамика (см., например, [1–6]). В [1] при средних энергиях ионов используется равновесное уравнение состояния (EOS), предполагающее установление в системе локального термодинамического равновесия. В области энергий строящегося в ОИЯИ (Дубна) ускорительного комплекса “НИКА” было дано успешное описание экспериментальных данных в рамках одножидкостной релятивистской гидродинамики [2]. При высоких энергиях используются двухжидкостная [3] и трехжидкостная [4] релятивистские гидродинамики с учетом отклонения функции распределения от локально равновесной. В [5, 6] для энергий ускорителя “НИКА” предложено использовать гибридную модель, которая включает в себя быструю неравновесную кинетическую стадию и последующее описание динамики ядерно-ядерного столкновения на основе

равновесной релятивистской гидродинамики идеальной жидкости. В наших работах [7–12] было показано, что локальное термодинамическое равновесие в процессе столкновений тяжелых ионов устанавливается не сразу, поскольку на стадии сжатия важна неравновесная компонента функции распределения, приводящая к формированию бесстолкновительной ударной волны, аналогично бесстолкновительным ударным волнам в расчетах по зависящему от времени методу Хартри–Фока (TDHF) [13].

Динамика процесса столкновения тяжелых ионов предполагает использование неравновесного уравнения состояния с учетом эффектов ядерной вязкости [7–12]. Это позволило нам описать энергетические спектры протонов, пионов и легких фрагментов при столкновении различных ядер в диапазоне средних энергий [10–12], за исключением высокоэнергетических “хвостов” спектров протонов, полученных в [14], которые не воспроизводятся вблизи кинематического предела спектра. При использовании нами большого канонического ансамбля для функции распределения испускаемых протонов эти “хвосты” получают более жесткими. В данной работе нам удалось введением поправки на микроканоническое распределение в высокоэнергетической части спектра воспроизвести экспериментальные данные [14] без нарушения согласия с другими данными. Кроме того, нам удалось получить в согласии с экспериментом высокоимпульсные распределения протонов как в реакции $^{12}\text{C} + ^9\text{Be} \rightarrow p + X$ при энергии ионов ^{12}C 300, 600

¹⁾Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Санкт-Петербург, Россия.

²⁾НИЦ “Курчатовский институт” — ПИЯФ, Гатчина, Россия.

*E-mail: dyachenko_a@mail.ru

и 950 МэВ/нуклон, так и дополнительно к [15] при энергии 2.0 ГэВ/нуклон под углом наблюдения 3.5° [16], которые относятся к кумулятивной области и скорее качественно описываются “молекулярной динамикой” и другими каскадными моделями. Наконец, мы описали энергетические спектры жестких фотонов, образующихся в реакции $^{12}\text{C} + ^9\text{Be} \rightarrow \gamma + X$ при энергии ионов углерода 2.0 и 3.2 ГэВ/нуклон [17]. Эти реакции экспериментально изучались на ускорителе ИТЭФ. При описании экспериментальных данных мы упростили расчеты, рассматривая гидродинамическую эволюцию выделенной области локального нагрева hot spot, что приближает наш подход к моделям файерболла и файерстрика [18, 19], позволившим в первом приближении описать выходы высокоэнергетических и странных частиц.

2. УРАВНЕНИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ПОДХОДА

Для нахождения нуклонной функции распределения $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$, (где $\mathbf{r}(x_1, x_2, x_3)$ — пространственная координата, $\mathbf{p}(p_1, p_2, p_3)$ — импульс, t — время) при промежуточных энергиях сталкивающихся тяжелых ионов мы используем кинетическое уравнение [10–12]:

$$\frac{df}{dt} = \frac{f_0 - f}{\tau}, \quad (1)$$

где $f_0(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ — локально равновесная функция распределения, τ — время релаксации.

Уравнение (1) должно решаться совместно с уравнениями гидродинамики, следующими из (1) взятием моментов с весом 1, \mathbf{p} , \mathbf{p}^2 в импульсном пространстве для нахождения функции распределения $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$, а также плотности $\rho(\mathbf{r}, t) = g \int f \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3}$, температуры $T(\mathbf{r}, t)$ и плотности i -й компоненты импульса $m\rho v_i(\mathbf{r}, t) = g \int p_i f \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3}$, определяющих локально равновесную функцию распределения $f_0(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$. Плотность внутренней энергии $e = e_{\text{kin}} + e_{\text{int}}$ и тензор давления $P_{ij} = P_{\text{kin},ij} + P_{\text{int}}\delta_{ij}$, входящие в уравнения гидродинамики, являются суммой кинетических членов и членов взаимодействия.

Здесь кинетические члены $e_{\text{kin}}(\mathbf{r}, t)$, $P_{\text{kin},ij}(\mathbf{r}, t)$ и вектор плотности теплового потока $Q_i(\mathbf{r}, t)$ выражаются через функцию распределения $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$, индексы $i, j = 1, 2, 3$, δ_{ij} — символ Кронекера, \hbar — постоянная Планка, $g = 4$ — спин-изоспиновый

фактор. Члены взаимодействия для плотности энергии e_{int} и давления P_{int} соответственно равны

$$e_{\text{int}} = \int_0^\rho W(\rho) d\rho, \quad P_{\text{int}} = \rho^2 \frac{d(e_{\text{int}}/\rho)}{d\rho}. \quad (2)$$

Входящий в члены взаимодействия самосогласованный потенциал $W(\rho)$ задается также, как это делается в случае зависящих от плотности ρ эффективных сил типа сил Скирма:

$$W(\rho) = \alpha\rho + \beta\rho^\chi, \quad (3)$$

где три параметра $\alpha(\alpha < 0)$, $\beta(\beta > 0)$ и $\chi(\chi > 1)$ определяются заданием значений равновесной плотности $\rho_0 = 0.145 \text{ Фм}^{-3}$, энергии связи $E_b = -16 \text{ МэВ}$ и модуля сжатия $K = 210 \text{ МэВ}$. Время релаксации здесь выбрано в традиционной форме $\tau = \lambda/v_T$ [10], где длина свободного пробега нуклонов $\lambda = 1/\sigma\rho$, $\sigma \approx 40 \text{ мбн}$ — элементарное полное нуклон-нуклонное сечение, ρ — нуклонная плотность, v_T — средняя скорость теплового движения нуклонов. При низких энергиях для выбранной формы τ его численное значение близко к значению, полученному для жидкости Ферми [20]. При высоких энергиях нужно вместо сечения σ , вообще говоря, подставлять транспортное сечение σ_T , что увеличивает величину τ . При больших временах релаксации можно использовать уравнения неравновесной длиннопробежной гидродинамики в приближении локальной плотности [9] (см. также [21]).

Решение уравнения (1) можно упростить, если искать функцию распределения в виде

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = f_1 q + f_0(1 - q), \quad (4)$$

где $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ соответствует состоянию с деформированной ферми-поверхностью, $q(\mathbf{r}, t)$ ($0 \leq q \leq 1$) — релаксационный фактор, находящийся из кинетического уравнения с помощью взятия момента с весом $p_{\parallel}^2 - p_{\perp}^2$, определяющего степень анизотропии функции распределения в импульсном пространстве [7–12] (p_{\parallel} и p_{\perp} — продольная и поперечная составляющие импульса соответственно). При $q = 0$ получаем уравнения равновесной гидродинамики, а при $q = 1$ — уравнения неравновесной длиннопробежной гидродинамики. Это приводит к необходимости использовать в качестве кинетической части тензора давления

$$P_{\text{kin},ij} = P_{(\text{kin},1)ij} q + P_{(\text{kin},0)}(1 - q)\delta_{ij}, \quad (5)$$

где $P_{(\text{kin},1)ij}$ — неравновесный анизотропный тензор давления, соответствующий деформированной ферми-поверхности, которая выбирается в форме ферми-эллипсоида, деформированного с зависящим от плотности $\rho(\mathbf{r}, t)$ параметром деформации

и размытого в продольном направлении с температурным параметром $T_1(\mathbf{r}, t)$; $P_{(\text{kin},0)}\delta_{ij}$ — изотропный тензор давления, соответствующий локальному термодинамическому равновесию. Кинетические члены $P_{(\text{kin},1)ij}$ и $P_{(\text{kin},0)}$, включенные в давление, и кинетический член e_{kin} , входящий в плотность энергии e , определяются тепловым и фермидвижением нуклонов. В процессе релаксации сохраняются нуклонная плотность $\rho(\mathbf{r}, t)$, плотность импульса $m\rho(\mathbf{r}, t)\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ и плотность энергии e , а температуру $T_1(\mathbf{r}, t)$ можно найти через температуру $T(\mathbf{r}, t)$ для локально равновесной функции распределения $f_0(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$, поскольку в процессе релаксации сохраняется плотность энергии. В результате получается замкнутая система уравнений для нахождения плотности $\rho(\mathbf{r}, t)$, поля скоростей $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$, поля температур $T(\mathbf{r}, t)$ и релаксационного фактора $q(\mathbf{r}, t)$, позволяющая найти функцию распределения $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$.

3. ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ СТАДИЯ

После выделения области локального нагрева hot spot — области перекрытия сталкивающихся ядер, нами анализируются стадии сжатия, расширения и разлета вещества в процессе столкновений тяжелых ионов. На стадии сжатия формируются бесстолкновительные ударные волны с изменяющимся фронтом [8–12], аналогичные ударным волнам по методу TDHF. Учет вязкости на стадии сжатия не существен в рассматриваемой области энергий из-за значительной степени сжатия и большой величины числа Рейнольдса, поэтому в выражениях для давления (5) и плотности энергии e_{kin} отсутствуют дисперсионные члены и размытием ударно-волнового фронта можно пренебречь. В качестве иллюстрации на рис. 1 приведена зависимость максимальной степени сжатия ρ/ρ_0 hot spot от энергии столкновения в системе равных скоростей сталкивающихся ядер E_0 для случая вычисляемого нами релаксационного фактора q (сплошная кривая), для случая, когда $q = 0$ (штриховая), и для случая, когда $q = 1$ (штрихпунктирная). Эта зависимость практически не зависит от состава сталкивающихся ядер, поскольку рассматривается взаимодействие областей перекрытия сталкивающихся ядер.

На стадии расширения [8–12] по достижении ударной волной границ hot spot происходит расширение первоначально сжатой системы, которое описывается с учетом ядерной вязкости, найденной нами в релаксационном τ -приближении [12]. Расширение hot spot происходит в соответствии с уравнениями гидродинамики, записанными в сферической системе координат. После интегрирования уравнений по объему hot spot

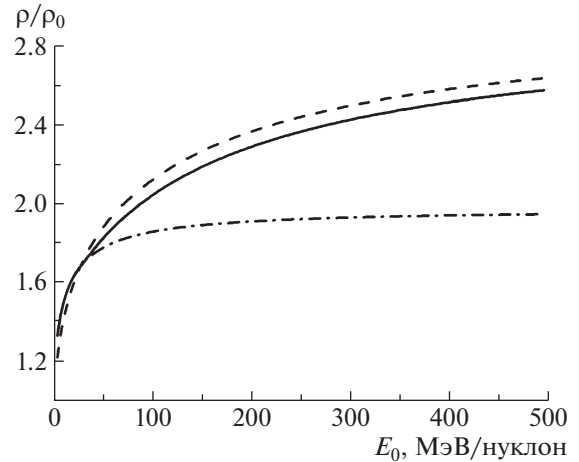


Рис. 1. Зависимость ρ/ρ_0 hot spot от E_0 в системе равных скоростей сталкивающихся ядер для вычисленного нами релаксационного фактора q (сплошная кривая), для $q = 0$ (штриховая) и для $q = 1$ (штрихпунктирная).

[12] получается система обыкновенных интегродифференциальных уравнений, которая решается численно.

Подставляя выражение для $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ из уравнения (1) через $f_0(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ с учетом уравнений гидродинамики, находим поправки к кинетическим членам плотности энергии e_{kin} и давления P_{kin} :

$$e_{\text{kin}} = e_{(\text{kin},0)} - \tau \frac{4}{3} \left(e_{(\text{kin},0)} + \frac{5}{4} e_F \right) \frac{\partial v}{\partial r} = \quad (6)$$

$$= e_{(\text{kin},0)} - \frac{3}{2} \eta \frac{\partial v}{\partial r},$$

$$P_{\text{kin}} = P_{(\text{kin},0)} - \tau \frac{4}{3} \left(P_{(\text{kin},0)} + \frac{5}{6} e_F \right) \frac{\partial v}{\partial r} = \quad (7)$$

$$= P_{(\text{kin},0)} - \eta \frac{\partial v}{\partial r},$$

где $e_{(\text{kin},0)} = e_F + I$, $P_{(\text{kin},0)} = \frac{2}{3} e_{(\text{kin},0)}$ — равновесные кинетические части плотности энергии и давления, e_F — фермиевская часть плотности энергии, I — тепловая, т.е. зависящая от температуры T , часть плотности энергии, $\eta = \frac{4}{3} \left(P_{(\text{kin},0)} + \frac{5}{6} e_F \right) \tau$ — коэффициент вязкости.

Следующие поправочные члены оказываются на порядок меньше, и они не учитываются. Тепловой поток $Q = 0$. В пределе идеального бoльцмановского газа выражения (6), (7) для радиального движения среды вместе с выражением для коэффициента вязкости совпадают с формулами, полученными в [22].

В рассматриваемом диапазоне энергий на стадии расширения коэффициент вязкости η доста-

точно велик (число Рейнольдса $Re = \frac{m\rho v l}{\eta} \leq 1$).

Это уменьшает скорость разлета hot spot и увеличивает его температуру. По достижении расширяющейся ядерной системой критической плотности (плотности замораживания) ρ^* , определяемой из условия $\frac{dP_{\text{int}}}{d\rho} = \rho \frac{dW}{d\rho} = 0$, происходит формирование вторичных частиц (нуклонов, фрагментов, пионов) и их разлет.

4. ДВОЙНОЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ СЕЧЕНИЕ ИСПУСКАНИЯ ПРОТОНОВ. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

Двойное дифференциальное сечение испускания протонов в реакции $A + B \rightarrow p + X$ имеет вид (b — параметр удара)

$$\frac{d^2\sigma}{dEd\Omega} = \frac{2\pi}{(2\pi\hbar)^3} \int G(b) b db \times \quad (8)$$

$$\times \int d\mathbf{r} \gamma(E - \mathbf{p}\mathbf{v}) p f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t),$$

где функция распределения испускаемых протонов в пренебрежении неравновесной компонентой на стадии замораживания

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \quad (9)$$

$$= g \left[\exp \left(\frac{\gamma(E - \mathbf{p}\mathbf{v} - \mu) + T\delta}{T} \right) + 1 \right]^{-1}.$$

В (9) спиновый фактор $g = 2$, $E = \sqrt{p^2 + m^2}$, $\gamma = 1/\sqrt{1 - \mathbf{v}^2}$ и \mathbf{p} — полная энергия, Лоренц-фактор и импульс протонов соответственно, Ω — телесный угол, $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ — поле скоростей, $G(b)$ — фактор, учитывающий, что сечение образования hot spot всегда больше геометрического. Действительно, $G(b) = \sigma_t/\sigma_0$, где $\sigma_t = \pi \langle R_b \rangle^2$ — полное сечение образования hot spot, $\langle R_b \rangle$ — средний радиус взаимодействия перекрывающихся частей сталкивающихся ядер, σ_0 — геометрическое сечение перекрывающихся частей. Наконец, $\mu = \mu_T + m$ — химический потенциал, который находится из сохранения в среднем числа частиц для большого канонического ансамбля, T — температура, δ — поправка на микроканоническое распределение, которая для кинетической энергии $\varepsilon = E - m > E_1$ равна

$$\delta = \left[-M \ln \left(1 - \frac{\gamma(E - \mathbf{p}\mathbf{v}) - m}{MT} \right) - \quad (10)$$

$$- \frac{\gamma(E - \mathbf{p}\mathbf{v}) - m}{T} \right],$$

где $M = 3N/2$, N — число нуклонов в термостате, E_1 ($E_1 \gg T$) — энергия, которая близка к энергии термостата, т.е. близка к кинематическому пределу для энергии системы. Нами выбиралось также значение энергии E_2 ($E_2 < E_1$), когда функция распределения спадает на порядок по сравнению с ее максимумом. При $\varepsilon < E_2$ поправка δ полагалась равной нулю. В промежутке энергий $E_2 < \varepsilon < E_1$ поправка находилась линейной интерполяцией между нулем и числом, определяемым выражением (10). Здесь поправка δ найдена для больцмановского предела идеального газа, поскольку отклонения от большого канонического распределения ферми-газа проявляются на “хвостах” энергетических спектров, когда ферми-распределение совпадает с больцмановским пределом.

Вероятность микроканонического распределения для рассматриваемой системы в пределе больцмановского предела идеального газа имеет вид

$$W_\varepsilon = C_M \left(1 - \frac{\varepsilon}{E_T} \right)^M = \quad (11)$$

$$= C_M \exp \left(M \ln \left(1 - \frac{\varepsilon}{E_T} \right) \right),$$

где ε — кинетическая энергия системы, $E_T = MT$ — энергия термостата, C_M — нормировочный множитель [23, 24]. В результате в пределе большого числа частиц N при $M = \frac{3}{2}N \rightarrow \infty$ выражение (11) переходит в большое каноническое распределение

$$W_{0\varepsilon} = C_M \exp \left(-\frac{\varepsilon}{T} \right). \quad (12)$$

Тем самым, на хвостах энергетических распределений с помощью (11) мы можем найти поправку к микроканоническому распределению (10), которое изменяет привычное распределение Ферми–Дирака, хорошо описывающее систему вдали от хвостов спектра протонов. При этом в формулах (9), (10) учтено, что энергия системы пересчитывается в соответствии с преобразованиями Лоренца. Величина энергии в распределении (9) отсчитывается от значения самосогласованного среднего поля с учетом поверхностной энергии, поскольку нуклоны “запираются” средним полем.

Кроме вклада (8) в сечение от испускания протонов из hot spot нами учитывался также вклад от слияния неперекрывающихся частей сталкивающихся ядер — “спектаторов”. Это позволило нам провести сравнение с имеющимися экспериментальными данными.

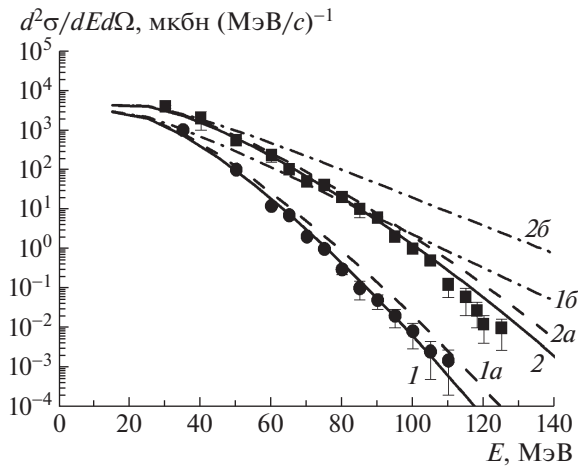


Рис. 2. Расчетные (сплошные кривые) и экспериментальные (точки из [14]) энергетические спектры протонов, испускаемых в реакции $^{16}\text{O} + ^{27}\text{Al} \rightarrow p + X$ под углом 30° при энергии ионов ^{16}O 207 МэВ (кривая 1 и \bullet — экспериментальные точки, $\langle T_h \rangle$ равна 8.3 МэВ, химический потенциал $\langle \mu_T \rangle \approx 32.9$ МэВ) и 310 МэВ (кривая 2 и \blacksquare — экспериментальные точки, $\langle T_h \rangle \approx 10$ МэВ, $\langle \mu_T \rangle \approx 31.2$ МэВ, средний радиус hot spot $\langle R_h \rangle \approx 2$ Фм). Кривые: штриховые 1a и 2a — расчеты для равновесного уравнения состояния с $q = 0$, штрихпунктирные 1b и 2b — расчеты без поправки на микроканоническое распределение.

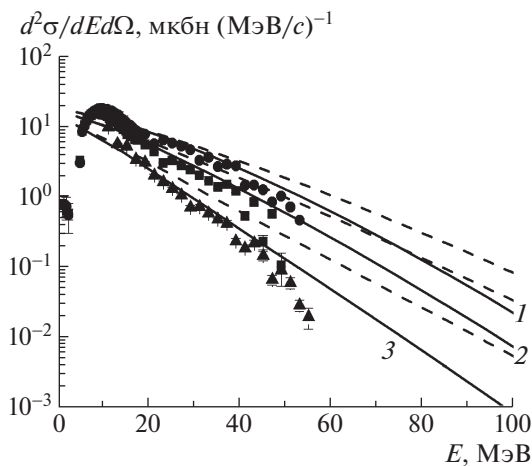


Рис. 3. Вычисленные с неравновесным уравнением состояния (сплошные кривые) и экспериментальные (точки из [25]) энергетические спектры протонов, испускаемых в реакции $^{14}\text{N} + ^{124}\text{Sn} \rightarrow p + X$ при энергии ионов ^{14}N 32 МэВ/нуклон под углами 45° (кривая 1 и \bullet — экспериментальные точки), 62° (кривая 2 и \blacksquare — экспериментальные точки) и 90° (кривая 3 и \blacktriangle — экспериментальные точки); $\langle T_h \rangle \approx 11.4$ МэВ, $\langle \mu_T \rangle \approx 30$ МэВ, $\langle R_h \rangle \approx 3$ Фм. Штриховые кривые — расчеты без поправки на микроканоническое распределение.

Сравнение вычисленных энергетических спектров протонов, испускаемых в реакции $^{16}\text{O} + ^{27}\text{Al} \rightarrow p + X$ под углом 30° при энергии ионов ^{16}O 207 МэВ (~ 12 МэВ/нуклон) (кривые 1) и 310 МэВ (~ 19 МэВ/нуклон) (кривые 2), с экспериментальными данными представлено на рис. 2. Наш расчет описывает данные [14] (до сих пор необъясненные) с учетом введенной поправки на микроканоническое распределение. Без учета этой поправки спектры оказываются более жесткими. Соответствующие такому варианту расчета штрихпунктирные кривые 1b и 2b идут заметно выше экспериментальных точек. Рассчитанные спектры, соответствующие неравновесному уравнению состояния (сплошные кривые), лучше согласуются с экспериментальными данными. Согласие с экспериментом достигнуто для неравновесного уравнения состояния с выбранным модулем сжатия $K = 210$ МэВ и без нарушения согласия с другими данными: для $E = 207$ МэВ средняя температура hot spot $\langle T_h \rangle$ равна 8.3 МэВ, химический потенциал $\langle \mu_T \rangle \approx 32.9$ МэВ, для $E = 310$ МэВ $\langle T_h \rangle \approx 10$ МэВ, $\langle \mu_T \rangle \approx 31.2$ МэВ, средний радиус hot spot $\langle R_h \rangle \approx 2$ Фм.

На рис. 3 приведены энергетические спектры протонов, испускаемых в реакции $^{14}\text{N} + ^{124}\text{Sn} \rightarrow p + X$ под углами 45° (кривая 1), 62° (кривая 2) и 90° (кривая 3) при энергии ионов ^{14}N 32 МэВ/нуклон. Рассчитанные спектры, соответствующие неравновесному уравнению состояния с учетом поправки на микроканоническое распределение (сплошные кривые), лучше согласуются с экспериментальными данными [25], чем спектры, вычисленные без учета этой поправки, которые идут систематически выше экспериментальных точек. Для этой реакции $\langle T_h \rangle \approx 11.4$ МэВ, $\langle \mu_T \rangle \approx 30$ МэВ, $\langle R_h \rangle \approx 3$ Фм. На концах экспериментальные спектры протонов несколько “срезаны”, что не воспроизводится в наших расчетах.

На рис. 4–7 приведены импульсные спектры протонов, испускаемых в реакции $^{12}\text{C} + ^9\text{Be} \rightarrow p + X$ под углом 3.5° при энергии ионов ^{12}C 300 МэВ/нуклон (рис. 4, при $\langle T_h \rangle \approx 35.9$ МэВ, $\langle \mu_T \rangle \approx -7$ МэВ, $\langle R_h \rangle \approx 2$ Фм), 600 МэВ/нуклон (рис. 5), 950 МэВ/нуклон (рис. 6) и 2 ГэВ/нуклон (рис. 7). Экспериментальные данные [16] отмечены точками. Кривые: 1 — наш расчет с учетом поправки на микроканоническое распределение, 2 — без учета этой поправки; результаты расчетов по транспортным кодам [16]: 3 — каскадная модель [26], 4 — транспортная модель кварк-глюонных струн [27], 5 — модель квантовой молекулярной динамики (QMD), встроенной в монтекарловский пакет GEANT4 [28]. Как видно из этих рисунков, в кумулятивной области спектра наш

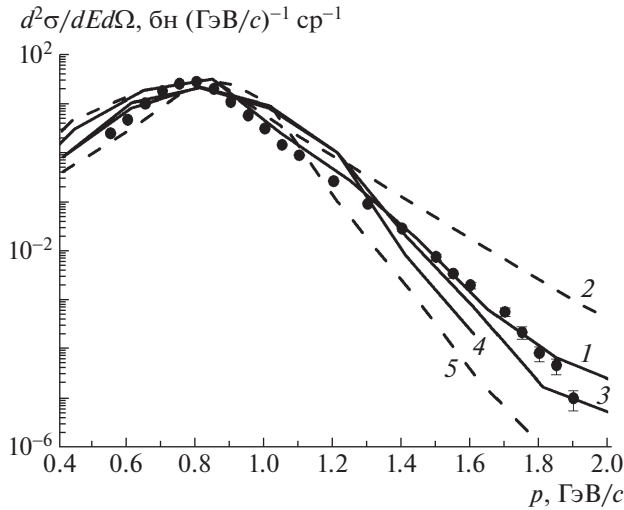


Рис. 4. Распределения протонов по лабораторному импульсу в реакции $^{12}\text{C} + ^9\text{Be} \rightarrow p + X$, испускаемых под углом 3.5° при энергии ^{12}C 300 МэВ/нуклон. Кривые: 1 — наш расчет с поправкой на микроканоническое распределение; 2 — наш расчет без учета этой поправки; 3, 4, 5 — результаты расчетов по транспортным кодам [16]; 3 — каскадная модель [26], 4 — транспортная модель кварк-глюонных струн [27], 5 — модель квантовой молекулярной динамики (QMD), встроенной в монте-карловский пакет GEANT4 [28]. Точки — экспериментальные данные из [16].

расчет согласуется с экспериментальными данными [16], в отличие от транспортных подходов.

Спад сечений на пять порядков по величине воспроизводится в нашем подходе не хуже монте-карловских транспортных кодов. Причем некоторые каскадные расчеты заметно недооценивают экспериментальные данные в высоко-импульсной

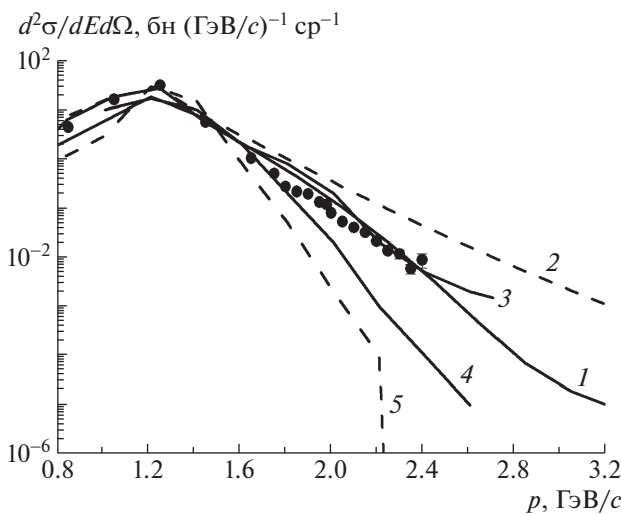


Рис. 5. То же, что на рис. 4, при энергии ионов ^{12}C 600 МэВ/нуклон и $\langle T_h \rangle \approx 54.9$ МэВ, $\langle \mu_T \rangle \approx -51.2$ МэВ.

области. Однако в области малых импульсов при энергиях 950 МэВ/нуклон и 2 ГэВ/нуклон наш расчет несколько недооценивает экспериментальные данные, что может быть связано с вкладом от протонов, образующихся в результате фрагментации ^{12}C . Поправка на микроканоническое распределение проявляется в высокоимпульсной области распределений протонов. Мы пересчитали результаты, приведенные в [15], корректно учитывая релятивистское движение системы равных скоростей сталкивающихся ядер, в которой анализируется временная эволюция hot spot, поэтому температуры испускаемых протонов оказались выше.

5. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СПЕКТРЫ ЖЕСТКИХ ФОТОНОВ

Нам удалось воспроизвести также данные другого эксперимента [17] по энергетическим спектрам жестких фотонов, испускаемых в реакции $^{12}\text{C} + ^9\text{Be} \rightarrow \gamma + X$ при энергиях ядер ^{12}C , равных 2.0 и 3.2 ГэВ/нуклон.

Для описания испускания прямых фотонов можно использовать выражения (8) и (9), где в качестве функции распределения фотонов использовать функцию (9), положив везде массу фотонов и химический потенциал μ равными нулю, поскольку число фотонов не задано. Кроме того, для фотонов $g = 2$, а 1 в выражении (9) нужно заменить на -1 , поскольку фотоны являются бозонами.

В выходы фотонов, кроме прямых, дают вклад фотоны от распада π^0 -мезонов $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$. Для определения выхода π^0 -мезонов необходимо, заменив в формуле (9) массу m на массу пионов m_π ,

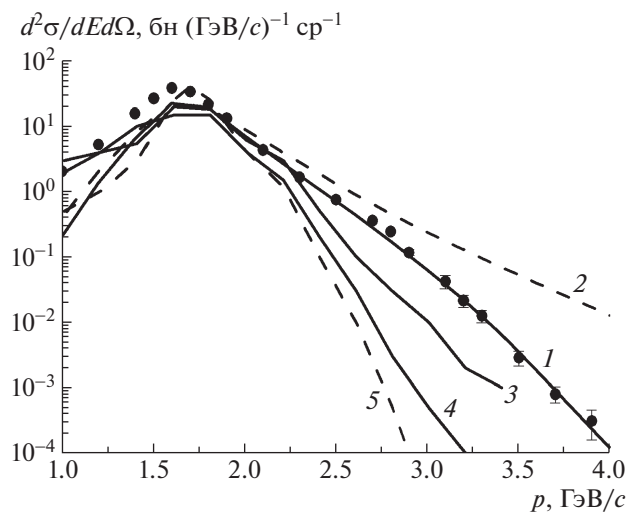


Рис. 6. То же, что на рис. 4, при энергии ионов ^{12}C 950 МэВ/нуклон и $\langle T_h \rangle \approx 70$ МэВ, $\langle \mu_T \rangle \approx -93$ МэВ.

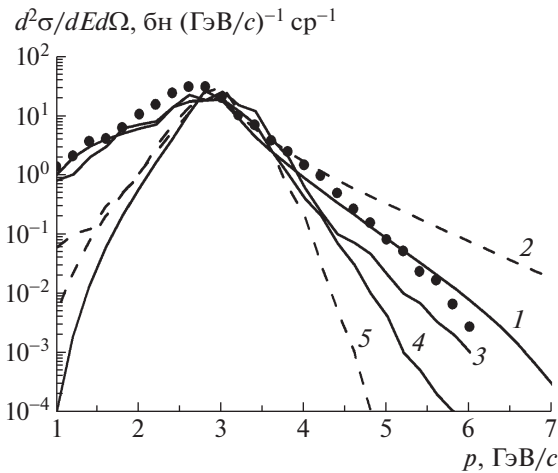


Рис. 7. То же, что на рис. 4, при энергии ионов ^{12}C 2.0 ГэВ/нуклон и $\langle T_h \rangle \approx 92$ МэВ, $\langle \mu_T \rangle \approx -172$ МэВ.

химический потенциал положить равным нулю, g приравнять 1 и снова в формуле (9) 1 заменить на -1 . В сечение рождения π^0 -мезонов помимо тепловых π^0 вносит также вклад канал распада $\Delta \rightarrow p + \pi^0$, который мы включили в рассмотрение аналогично [3, 29]. Спектр распадных фотонов при этом получается сверткой энергетического спектра π^0 с распределением фотонов dN по энергиям в $dE_{\text{лаб.сист.}}$.

Действительно [30, 31], в системе покоя пиона фотоны распределены изотропно по направлениям $dN = d\Omega^*/4\pi = 1/2 |d \cos \theta^*|$. Энергия фотона $E_{\text{лаб.сист.}}$ связана с величинами E^* и \mathbf{p}^* , относящимися к системе покоя пиона соотношением (v_π — скорость пиона, $|\mathbf{p}^*| = p^* = E^*$ — модуль импульса фотона в системе покоя пиона):

$$E = \frac{E^* + p^* v_\pi \cos \theta^*}{\sqrt{1 - v_\pi^2}}. \quad (13)$$

Выражая $|d \cos \theta^*|$ через dE , получим нормированное на единицу распределение (для каждого из двух фотонов):

$$dN = \frac{1}{2v_\pi p^*} \sqrt{1 - v_\pi^2} dE. \quad (14)$$

Распределение (14) не зависит от энергии фотона в лабораторной системе. Энергия фотона E согласно (13) изменяется в пределах от $E = \frac{E^* - p^* v_\pi}{\sqrt{1 - v_\pi^2}}$ до $E = \frac{E^* + p^* v_\pi}{\sqrt{1 - v_\pi^2}}$, что позволяет выразить отсюда пределы изменения энергии пиона $E_\pi = m_\pi / \sqrt{1 - v_\pi^2}$. Поправка на микроканоническое распределение для фотонов и пионов была включена в рассмотрение аналогично рассмотренному выше случаю для протонов.

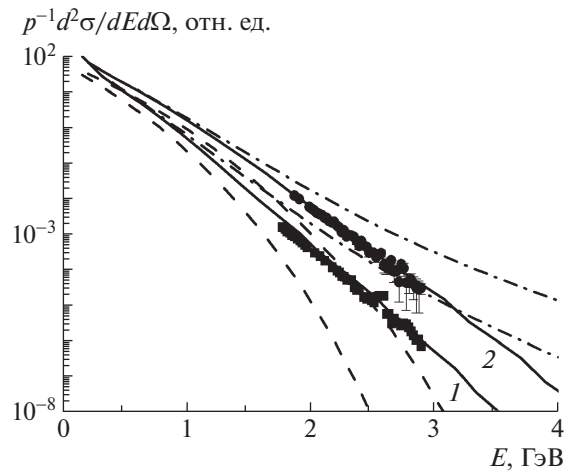


Рис. 8. Расчетные (сплошные кривые) и экспериментальные (точки из [17]) энергетические спектры фотонов, испускаемых в реакции $^{12}\text{C} + ^9\text{Be} \rightarrow \gamma + X$ под углом 38° при энергии ионов ^{12}C 2.0 ГэВ/нуклон (кривые 1 и \blacksquare — экспериментальные точки, $\langle T_h \rangle \approx 92$ МэВ, $\langle \mu_T \rangle \approx -172$ МэВ) и 3.2 ГэВ/нуклон (кривые 2 и \bullet — экспериментальные точки, $\langle T_h \rangle \approx 120$ МэВ, $\langle \mu_T \rangle \approx -255$ МэВ). Кривые: штриховые — наш расчет с учетом только прямых фотонов, штрихпунктирные — наш расчет без поправки на микроканоническое распределение.

В качестве иллюстрации на рис. 8 приведены спектры кумулятивных фотонов, испускаемых под углом 38° при энергиях 2.0 ГэВ/нуклон и 3.2 ГэВ/нуклон (экспериментальные точки из [17] и сплошные кривые 1, 2). Для $E = 2.0$ ГэВ/нуклон ($\langle T_h \rangle \approx 92$ МэВ, $\langle \mu_T \rangle \approx -172$ МэВ, для $E = 3.2$ ГэВ/нуклон ($\langle T_h \rangle \approx 120$ МэВ, $\langle \mu_T \rangle \approx -255$ МэВ). Экспериментальные спектры [17] (они даны в относительных единицах и поэтому “привязаны” к расчетным кривым) согласуются с нашими расчетами. В случае включения только прямых фотонов (штриховые кривые) расчетный спектр оказывается мягче экспериментального (расчетные кривые идут ниже точек), а с учетом вклада от распада π^0 он описывает кумулятивную область спектра. Если пренебречь поправкой на микроканоническое распределение (штрихпунктирные кривые), то вычисленный спектр оказывается жестче экспериментального.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в настоящей работе в рамках простой модели получила дальнейшее развитие идея использования при описании столкновений тяжелых ионов гидродинамического подхода с неравновесным уравнением состояния. С теми же

фиксированными параметрами уравнения состояния, как и в предыдущих работах [10–12], посвященных описанию дифференциальных сечений образования протонов, пионов и легких фрагментов, описаны высокоимпульсные спектры протонов, испускаемых в столкновениях тяжелых ионов в широком диапазоне энергий, а также энергетические спектры жестких фотонов, включая кумулятивную область спектра.

Новым по сравнению с предыдущими работами явилось включение в рассмотрение эффектов ядерной вязкости, найденной нами в релаксационном τ -приближении для кинетического уравнения, а также поправки на микроканоническое распределение, проявляющейся в области высокоэнергетических “хвостов” спектров протонов и фотонов. При промежуточных энергиях в кумулятивной области импульсных спектров протонов и энергетических спектров фотонов важен учет испускания протонов из образующегося hot spot и их испускания в результате слияния неперекрывающихся областей сталкивающихся ядер. Это может объяснить аппроксимацию экспериментальных данных двумя экспонентами со своими температурами, проведенную в [16]. Следует отметить, что остается вопрос о правомерности использования макроскопических параметров к легким системам. Но в нашем случае среднее число частиц в hot spot $N \sim 10$, и дисперсия $\sim 1/\sqrt{N} \ll 1$ не столь велика. Поправка на микроканоническое распределение улучшает описание эксперимента. “Плечо” в кумулятивной области спектра протонов воспроизводится в нашем подходе и, как видно, иногда оно воспроизводится в транспортных каскадных кодах. Возможно, такое согласие связано с перерасеянием пионов, как было получено в [32].

Авторы благодарны В.В. Вечернину, В.Н. Коваленко, В.Ю. Петрову, М.Б. Жалову и А.В. Ставинскому за полезные обсуждения, а также В.В. Куликову за предоставление экспериментальных данных [16].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. H. Stöcker and W. Greiner, Phys. Rep. **137**, 277 (1986).
2. A. V. Merdeev, L. M. Satarov, and I. N. Mishustin, Phys. Rev. C **84**, 014907 (2011).
3. И. Н. Мишустин, В. Н. Русских, Л. М. Сатаров, ЯФ **54**, 429 (1991) [Sov. J. Nucl. Phys. **54**, 260 (1991)].
4. Yu. V. Ivanov, V. N. Russkikh, and V. D. Toneev, Phys. Rev. C **73**, 044904 (2006).
5. А. С. Хворостухин, В. Д. Тонеев, Письма в ЭЧАЯ **14**, 22 (2017) [Phys. Part. Nucl. Lett. **14**, 9 (2017)].
6. А. С. Хворостухин, В. Д. Тонеев, ЯФ **80**, 161 (2017) [Phys. At. Nucl. **80**, 285 (2017)].
7. А. Т. Дьяченко, ЯФ **57**, 2006 (1994) [Phys. At. Nucl. **57**, 1930 (1994)].
8. А. Т. Дьяченко, К. А. Гриднев, Изв. РАН. Сер. физ. **77**, 943 (2013) [Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **77**, 857 (2013)].
9. А. Т. D'yachenko, K. A. Gridnev, and W. Greiner, J. Phys. G **40**, 085101 (2013).
10. А. Т. Дьяченко, И. А. Митропольский, Изв. РАН. Сер. физ. **80**, 1004 (2016) [Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **80**, 916 (2016)].
11. А. Т. Дьяченко, И. А. Митропольский, Изв. РАН. Сер. физ. **81**, 1720 (2017) [Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **81**, 1521 (2017)].
12. А. Т. Дьяченко, И. А. Митропольский, в сб.: Памяти К. А. Гриднева. К 80-летию со дня рождения (НИИ “Курчатовский институт”—ПИЯФ, Гатчина, 2018), с. 63.
13. P. Bonche, S. Koonin, and J. W. Negele, Phys. Rev. C **13**, 1226 (1976).
14. S. I. Gogolev, M. I. Gostkin, S. I. Merzlyakov, K. O. Oganessian, E. A. Pasyuk, S. Yu. Porokhovay, R. Woski, M. P. Ivanov, I. P. Kuznetsov, Yu. Ts. Oganessian, Yu. E. Penionzhkevich, and Yu. G. Sobolev, in *Proceedings of the International School—Seminar on Heavy Ion Physics, Vol. 2, Dubna, 1993*, Ed. by Yu. Ts. Oganessian et al. (JINR, Dubna, E7-93-274, 1993), p. 66.
15. А. Т. D'yachenko and I. A. Mitropolsky, EPJ Web Conf. **204**, 03018 (2019).
16. Б. М. Абрамов, П. Н. Алексеев, Ю. А. Бородин, С. А. Булычев, И. А. Духовской, А. П. Крутенкова, В. В. Куликов, М. А. Мартемьянов, М. А. Мацюк, С. Г. Машник, Е. Н. Турдакина, А. И. Ханов, ЯФ **78**, 403 (2015) [Phys. At. Nucl. **78**, 373 (2015)].
17. И. Г. Алексеев, А. А. Голубев, В. С. Горячев, Г. Б. Дзюбенко, А. Г. Долголенко, Н. М. Жигарева, С. М. Киселев, К. Р. Михайлов, Е. А. Морозова, П. А. Полозов, М. С. Прокудин, Д. В. Романов, Д. Н. Свирида, А. В. Ставинский, В. Л. Столин, Г. Б. Шарков, ЯФ **78**, 995 (2015) [Phys. At. Nucl. **78**, 936 (2015)].
18. G. D. Westfall, J. Gosset, P. J. Johansen, A. M. Poskanzer, W. G. Meyer, H. H. Gutbrod, A. Sandoval, and R. Stock, Phys. Rev. Lett. **37**, 1202 (1976).
19. К. К. Гудима, В. Д. Тонеев, ЯФ **42**, 645 (1985) [Sov. J. Nucl. Phys. **42**, 409 (1985)].
20. G. Bertsch, Z. Phys. A **289**, 103 (1978).
21. В. М. Коломиец, в сб.: *Коллективная ядерная динамика*, под ред. Р. В. Джолоса (Наука, Ленинград, 1990), с. 67.
22. К. Хуанг, *Статистическая механика* (Мир, Москва, 1966).
23. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика, ч. 1* (Наука, Москва, 1976).
24. А. И. Ансельм, *Основы статистической физики и термодинамики* (Наука, Москва, 1973).
25. V. V. Avdeichikov, A. I. Bogdanov, O. V. Lozhkin, Yu. A. Murin, M. Berg, I. Carlen, R. Eimer, B. Jakobsson, V. Noren, J. P. Bondorf, K. Sneppen, J. Nyberg, L. Westerberg, M. Guttormsen, E. Olberg, T. F. Thorsteinsen, and G. Lovhoiden (SHIC-Collab.), in *Proceedings of the International*

- School—Seminar on Heavy Ion, Physics, Vol. 2, Dubna, 1993*, Ed. by Yu. Ts. Oganessian *et al.* (JINR, Dubna, E7-93-274, 1993), p. 238.
26. A. V. Dementev and N. M. Sobolevsky, *Nucl. Tracks Radiat. Meas.* **30**, 553 (1999).
 27. S. G. Mashnik, K. K. Gudima, R. E. Prael, A. J. Sierk, M. I. Baznat, and N. V. Mokhov, LA-UR-08-2931 (Los Alamos, 2008); arXiv: 0805.0751 [nucl-th].
 28. T. Koi, D. H. Wright, G. Folger, V. Ivanchenko, M. Kossov, N. Starkov, A. Heikkinen, P. Truscott, F. Lei, and H. P. Wellisch, *AIP Conf. Proc.* **896**, 21 (2007).
 29. A. T. D'yachenko and V. N. Baryshnikov, in *Proceedings of the Baldin ISHEPP XIX, Vol. 2, Dubna, 2008*, Ed. by A. N. Sissakian *et al.* (JINR, Dubna, 2008), p. 234.
 30. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля* (Наука, Москва, 1976).
 31. В. И. Гольданский, Ю. П. Никитин, И. Л. Розенталь, *Кинематические методы в физике высоких энергий* (Наука, Москва, 1987).
 32. М. А. Браун, В. В. Вечернин, *ЯФ* **43**, 1579 (1986) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **43**, 1016 (1986)].

EMISSION OF HIGH ENERGY PROTONS AND PHOTONS IN HEAVY ION COLLISIONS IN THE HYDRODYNAMIC APPROACH WITH A NON-EQUILIBRIUM EQUATION OF STATE

A. T. D'yachenko^{1),2)}, I. A. Mitropolsky²⁾

¹⁾ *Emperor Alexander I Petersburg State Transport University, St. Petersburg, Russia*

²⁾ *National Research Centre "Kurchatov Institute" — PNPI, Gatchina, Russia*

A hydrodynamic approach with a non-equilibrium equation of state is used to describe the collisions of heavy ions at medium and intermediate energies. In the development of this approach, with the inclusion of nuclear viscosity effects and the introduction of an amendment to the microcanonical distribution, the double-differential cross sections of proton and photon emission in collisions of different nuclei are calculated, which are in agreement with the available experimental data on the emission of high-energy particles, including the cumulative spectral region. We were able to reproduce the high-momentum proton distributions in the $^{12}\text{C} + ^9\text{Be} \rightarrow p + X$ reaction at the 300, 600, 950, and 2000 MeV/nucleon energies of ^{12}C ions, as well as the hard photon energy spectra in the $^{12}\text{C} + ^9\text{Be} \rightarrow \gamma + X$ reaction at 2.0 and 3.2 GeV/nucleon energies of carbon ions.