

ОЦЕНКА РАСХОДА ВОДЫ В ПРОЦЕССЕ РАЗВИТИЯ ПРОРЫВНОГО ПАВОДКА ЛЕДНИКОВЫХ И ПОДЛЕДНИКОВЫХ ВОДОЕМОВ

С.В. Попов^{1,2}, Г.В. Пряхина², А.С. Боронина²

¹Полярная морская геологоразведочная экспедиция (ПМГРЭ),
198412, Санкт-Петербург, Ломоносов, ул. Победы, 24, Россия

²Санкт-Петербургский государственный университет,
199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7-9, Россия; spopov67@yandex.ru

Рассмотрена математическая модель формирования гидрографа катастрофического паводка озер, в общем случае перекрытых ледником произвольной мощности. Она является развитием модели Ю.Б. Виноградова, созданной в 1976 г., но не потерявшей актуальности до настоящего времени. Внесенные в нее изменения позволяют описывать, в частности, процессы прорывов подледниковых и внутриледниковых водоемов. Преимуществом модели является использование батиметрических данных, что повышает точность моделирования. Оценка корректности построений выполнена для процесса прорыва внутриледникового водоема, образованного в районе ледника Долк (Восточная Антарктида) в 2017 г.

Математическое моделирование, прорывные паводки, подледниковые водоемы, опасные гидрологические явления

ESTIMATION OF THE WATER DISCHARGE DURING THE DEVELOPMENT OF THE GLACIAL AND SUBGLACIAL OUTBURST FLOODS

S.V. Popov^{1,2}, G.V. Pryakhina², A.S. Boronina²

¹Polar Marine Geosurvey Expedition (PMGE), 24, Pobeda str., Lomonosov, St. Petersburg, 198412, Russia

²St. Petersburg State University, 7-9, Universitetskaya emb., St. Petersburg, 199034, Russia; spopov67@yandex.ru

Discussed is the mathematical model of the formation of hydrograph of the catastrophic flood of lakes overlapped in general case by the glacier of the arbitrary thickness. This model is the further development of the Yu.B. Vinogradov's mathematical model created in 1976, which still has not lost its topicality. Some improvements to this model have resulted in descriptions of the evolution of outburst flooding of subglacial and interglacial water reservoirs. The using of the bathymetric data *eo ipso* increasing the accuracy of the modeling is the main advantage of the model. The assessment of the correctness of the modeling has been carried out for the process of the outburst of the interglacial reservoir in the Dalk Glacier, East Antarctica, in 2017.

Mathematical modeling, outburst floods, subglacial reservoirs, hazardous hydrological phenomena

ВВЕДЕНИЕ

По аналогии с концепцией В.М. Дэвиса [1962] об этапах развития гор, цикл жизни водоемов криосферы начинается с момента их образования, достижения стабильной фазы, после которой следует их деградация, вплоть до полного прекращения существования водного объекта. Часто последняя фаза сопровождается наступлением периода прорывов. Этот процесс – закономерное проявление динамики ледниковых и перигляциальных процессов. Прогнозировать прорывы озер крайне сложно, а применительно к внутриледниковым или подледниковым водоемам – практически невозможно. В первую очередь это связано с тем, что водные объекты, для которых характерны резкие сбросы вод, как правило, расположены в труднодоступных районах, где отсутствуют систематические наблюдения. Поэтому зачастую о характеристиках прорывных паводков приходится судить уже после катастрофических событий.

В связи с тем, что в большинстве случаев последствия прорывов ледниковых и подледниковых озер наносят значительный ущерб прилегающей территории и приводят к человеческим жертвам [Виноградов, 1977; Поповнин и др., 2003; Черномопец и др., 2003, 2007; Fowler, 1999; Richardson, Reynolds, 2000; Björnsson, 2002; Popov et al., 2017], вопрос об альтернативных способах получения необходимой информации крайне актуален. В качестве одного из них можно рассматривать физическое моделирование. Оно, безусловно, является наиболее точным и показательным, но чрезвычайно затратным и сложным с позиций организации и проведения. Примером могут служить эксперименты по формированию искусственных селей в естественном русле. Насколько известно авторам, первые попытки выполнялись под руководством С.П. Кавецкого [1957]. Наиболее значимые научные результаты были получены при масштабных



Рис. 1. Моделирование искусственного селевого потока в бассейне р. Чемолган.

а – плотина для создания водохранилища; *б* – спуск воды из водохранилища; *в* – сход селевого потока.

работах, выполненных 27.08.1972 г. и 19.08.1975 г. сотрудниками КазНИГМИ под руководством Ю.Б. Виноградова на уникальном селевом полигоне, созданном на р. Чемолган Карасайского района Алматинской области [Виноградов, 1976]. Они показаны в 19-минутном научно-исследовательском фильме “Слово о селевом потоке” Казахского научно-исследовательского гидрометеорологического института. Кадры из фильма приведены на рис. 1.

С развитием компьютерных технологий математическое моделирование стало еще одним альтернативным способом получения информации о протекании тех или иных природных явлений и процессов. Основы современных моделей катастрофического сброса озерной воды были заложены еще в 70-х гг. прошлого века. Одной из первых фундаментальных работ по данной тематике является публикация Дж. Ная [Nye, 1976]. В своей модели он использовал гидравлическую теорию, подробно изложенную в [Röthlisberger, 1972]. Исследованию стремительных сбросов вод на озерах, расположенных в горных районах, посвящено достаточно много научных работ. Применительно к

полярным регионам Земли эта тема получила наибольшее развитие после открытия подледникового озера Восток [Ridley et al., 1993; Kapitsa et al., 1996] и подледниковых паводков [Wingham et al., 2006]. В многочисленных статьях, в частности [Björnsson, 1992, 2002; Clarke, 2003; Evatt et al., 2006; Fowler, 2009; Pattyn, 2013], а также в монографии [Глазовский, Мачерет, 2014] представлен обзор современных моделей, в которых делается акцент на различных сторонах этого процесса, а также приводится их описание.

Математическая модель, предлагаемая в настоящей работе, является развитием более ранней, разработанной Ю.Б. Виноградовым [1976]. Ее основное достоинство заключается в том, что она, с одной стороны, сочетает в себе строгость физических законов, а с другой – включает начальные и граничные условия, которые могут быть получены в ходе натурных измерений. Из большинства существующих расчетных методик именно в этой модели используются данные и параметры, которые могут быть получены при выполнении полевых работ без вычислений по эмпирическим соотношениям. В основном эта модель использовалась

для расчетов прорывных паводков в горных районах [Гнездилов и др., 2007; Кидяева и др., 2018], тем не менее в настоящем исследовании показана ее применимость и для полярных регионов.

ОПИСАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Для оценки процессов, происходящих при катастрофических паводках подледниковых озер, возьмем за основу математическую модель Ю.Б. Виноградова [1976]. Рассмотрим водоем глубиной H_w , который перекрыт ледником мощностью H_r . Пусть при катастрофическом паводке в его придонной части образуется, в общем случае, наклонный канал стока площадью сечения ω . Рассмотрим перемещение бесконечно малого объема воды вдоль по тоннелю на расстояние l , соответствующее перепаду высот Δh (рис. 2).

В начальный момент времени бесконечно малый объем воды обладает некоторой потенциальной энергией E_p , которая по достижении конечного пункта преобразуется в кинетическую энергию движения воды, энергию, затраченную на нагревание потока и расходуемую на таяние ледяных стенок канала:

$$E_p = m_w \frac{v^2}{2} + c_w m_w \Delta t + \lambda V_i \rho_i, \quad (1)$$

где m_w – масса бесконечно малого объема воды; v – скорость его движения; c_w – удельная теплоемкость воды (4190 Дж/(кг·°С)); λ – удельная теплота плавления льда ($3.34 \cdot 10^5$ Дж/кг); V_i – объем растаявшего льда; ρ_i – его плотность (917 кг/м³) [Патерсон, 1984]; Δt – разность температур на выходе из тоннеля t_2 и в озере t_1 ($\Delta t = t_2 - t_1$). Здесь и далее размерности приведены в системе единиц СИ.

Потенциальная энергия E_p элементарного объема воды складывается из потенциальных энергий положения и давления. Первая величина связана с вертикальным перемещением элементарного объема воды на Δh , а вторая – с избыточным давлением, оказываемым вышележащим водным слоем и ледником. Чисто теоретически плотность ледниковой кровли и стенок канала могут быть различными, поэтому для потенциальной энергии давления введем обозначение ρ_r , вероятнее всего, $\rho_r = \rho_i$. Таким образом,

$$E_p = m_w g \Delta h + m_w g H_w + m_w g H_r \frac{\rho_r}{\rho_w}, \quad (2)$$

где ρ_w – плотность воды (1000 кг/м³); g – ускорение свободного падения (9.8 м/с²).

Приравняем (1) и (2) и, учитывая, что $m_w = Q \rho_w \Delta T$, выразим V_i как

$$V_i = \frac{Q \rho_w \Delta T}{\lambda \rho_i} \left[g \left(\Delta h + H_w + H_r \frac{\rho_r}{\rho_w} \right) - \frac{v^2}{2} - c_w \Delta t \right], \quad (3)$$

где Q – расход воды за интервал времени ΔT .

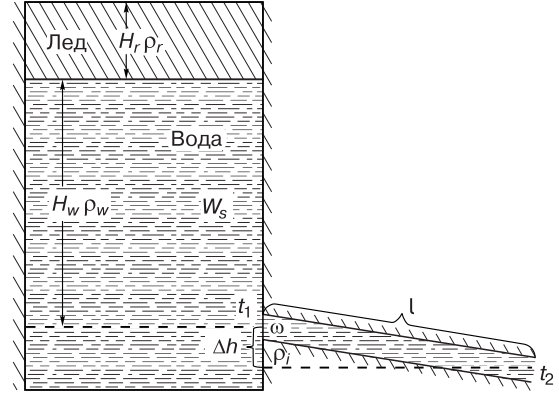


Рис. 2. Схематическая иллюстрация водоема и канала стока, рассматриваемых в модели.

ρ_w – плотность воды в озере; H_w – глубина озера (до середины наклонного канала); l – длина наклонного канала; Δh – перепад высот наклонного канала; ω – площадь сечения наклонного канала; t_1 , t_2 – температура на входе и выходе наклонного канала соответственно; ρ_i – плотность материала тоннеля; W_s – объем озера между кровлей и серединой канала; H_r – мощность кровли; ρ_r – плотность кровли, в общем случае не совпадающая с ρ_i .

Получим соотношение для изменения площади поперечного сечения канала $d\omega$, $d\omega = V_i/l$. Следуя Ю.Б. Виноградову [Виноградов, 1976, 1977; Виноградов, Виноградова, 2010], будем полагать, что $v \rightarrow 0$. Тогда

$$d\omega = \frac{\rho_w}{\lambda \rho_i} \left[g(\xi + H_w) - c_w \Delta t \right] dW, \quad \xi \equiv \Delta h + H_r \frac{\rho_r}{\rho_w}, \quad (4)$$

где $dW = Q \Delta T$ представляет собой рассматриваемый элементарный объем воды.

В своей модели Ю.Б. Виноградов предлагал выражать глубину водоема H_w через объем воды W степенной функцией вида $H_w = a W^m$ [Виноградов, 1976, 1977; Виноградов, Виноградова, 2010]. На рис. 3 приведены реальные зависимости $H_w = F(W)$, построенные для трех антарктических подледниковых водоемов, батиметрия которых изучена достаточно хорошо. Это озера Восток [Попов, Черноглазов, 2011], Конкордия [Thoma et al., 2009] и Элсуэрт [Ross et al., 2011], а также ряд водоемов, расположенных в районе отечественной станции Прогресс (холмы Ларсеманн, Восточная Антарктида).

Как следует из рис. 3, характер распределения для этих совершенно различных озер в целом схож. В этом смысле наличие функциональной зависимости $H_w = F(W)$ можно считать вполне обоснованным. Однако предложенная аппроксимация степенной функцией, которая также приводится для каждого озера, отражает ее не всегда адекватно (см. рис. 3).

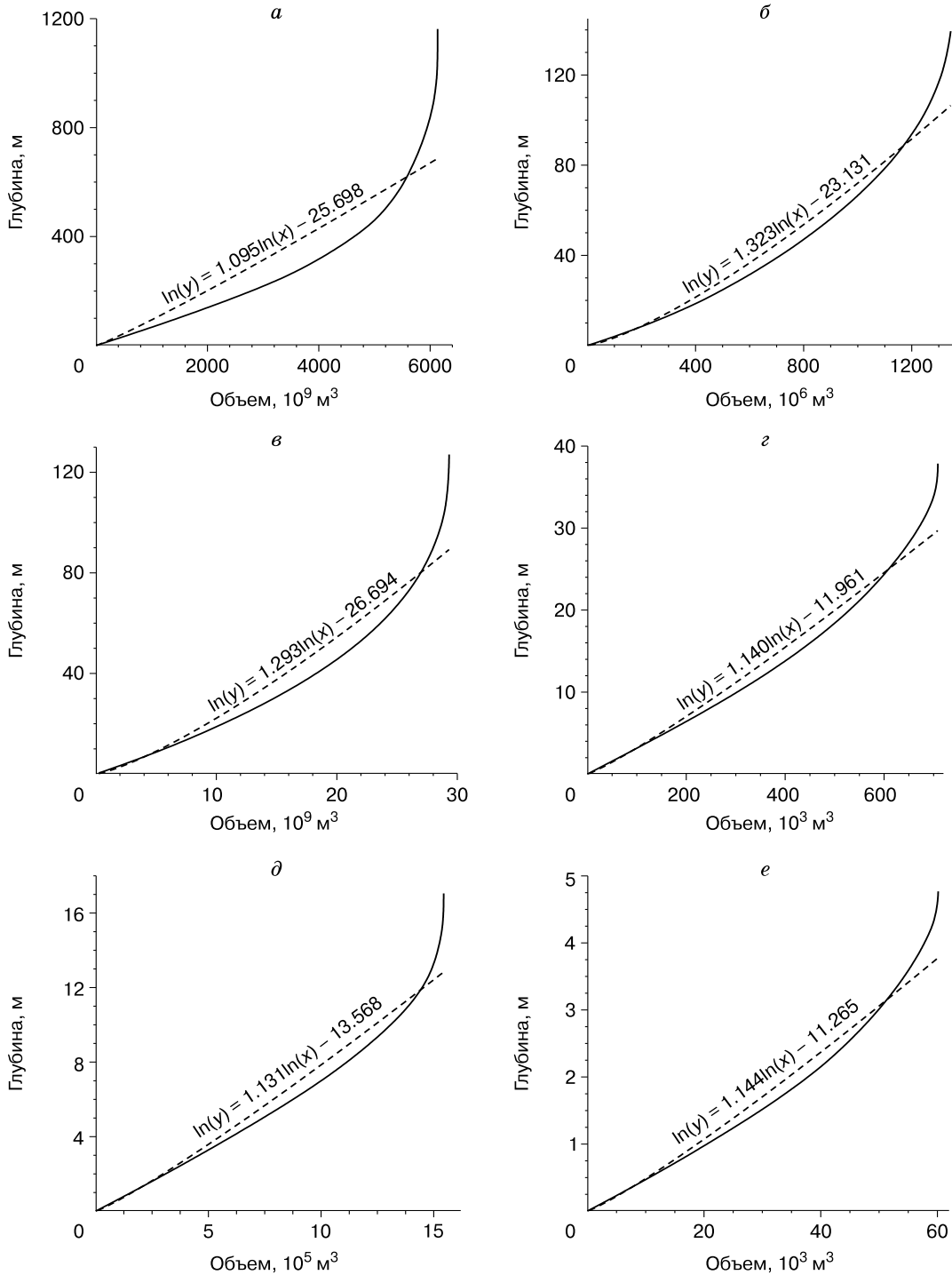


Рис. 3. Зависимость объема водной массы от глубины для озер Восток (а), Элсуэрт (б), Конкордия (в), внутриледникового водоема в леднике Долг (z), озер Скандретт (д) и Дискашн (е).

Штриховая линия – аппроксимация реальных данных степенной функцией.

Для получения более точных соотношений между ω и W проинтегрируем (4) с учетом сделанных замечаний при условиях, соответствующих началу прорыва и некоторому моменту времени T . Поскольку в начальный момент времени канал отсутствует, нижний предел интегрирования по площади его сечения $d\omega$ равен нулю. В данный момент времени объем воды в озере до глубины центра канала известен и равен W_s . Это верхний предел интегрирования по dW . Таким образом, имеем

$$\omega = \frac{\rho_w}{l\lambda\rho_i} \left[(g\xi - c_w \Delta t)(W_s - W) + g \int_W^{W_s} \mathbf{F}(W) dW \right]. \quad (5)$$

Обратимся к оставшемуся интегралу в правой части выражения (5). Он соответствует площади под кривой табличной функции $H_w = \mathbf{F}(W)$ в интервале между значениями W и W_s . Логично предположить, что наилучший в рамках рассматриваемой модели результат может быть достигнут при расчетах именно на реальных кривых, в качестве примера приведенных на рис. 3. Наиболее простой и точный способ достижения этого – численное интегрирование любым из известных методов. Авторы в расчетах использовали метод трапеций [Мочалов, Цукерман, 1982; Волков, 1987]. Результат численного интегрирования произвольной функции $H_w = \mathbf{F}(W)$ при некотором W обозначим через $\mathbf{S}(W)$, тогда с учетом способа ее вычисления соотношение (5) запишем в виде

$$\omega = \frac{\rho_w}{l\lambda\rho_i} \left[(g\xi - c_w \Delta t)(W_s - W) + \mathbf{S}(W)g \right]. \quad (6)$$

В работе [Виноградов, 1976, 1977] обосновывалось использование модели “короткой трубы”, что позволяло оценить расход

$$Q = \alpha \omega^{1.25} \sqrt{\mathbf{F}(W)},$$

где α – некоторый безразмерный эмпирический коэффициент.

Тогда соотношение (6) принимает вид

$$Q = \alpha \left\{ \frac{\rho_w}{l\lambda\rho_i} \left[(g\xi - c_w \Delta t)(W_s - W) + \mathbf{S}(W)g \right] \right\}^{1.25} \times \sqrt{\mathbf{F}(W)}. \quad (7)$$

Ориентировочная зависимость α от длины тоннеля l , полученная на основе данных натурных измерений, приведена в работе [Виноградов, Виноградова, 2010]. В интервале от 1.9 до 50 км она может быть аппроксимирована соотношением

$$\lg \alpha = -1.124 \lg l + 0.7289 \quad (8)$$

с точностью до 2 %, при этом l выражено в километрах. Для предельных значений (см. рисунок в [Виноградов, Виноградова, 2010]) имеем

$\lim_{l \rightarrow 0} \alpha(l) = 2.7$, $\lim_{l \rightarrow \infty} \alpha(l) = 0.07$. Опустив дальнейшие выкладки, приведем соотношение для разности температур воды в озере и тоннеле с учетом нового выражения для H_w :

$$t_1 - t_2 = -\Delta t = t_1 \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{4000\alpha^{0.30} l}{Q^{0.55} \rho_w c_w} \mathbf{F}(W)^{0.15} \right] \right\}. \quad (9)$$

Подставив (9) в (8), получим окончательный вид нашей модели

$$Q = \alpha \mathbf{F}(W)^{0.5} \left\{ \frac{\rho_w g}{l\lambda\rho_i} [(\xi + \varsigma)(W_s - W) + \mathbf{S}(W)] \right\}^{1.25},$$

$$\varsigma = t_1 \frac{c_w}{g} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{4000\alpha^{0.30} l}{Q^{0.55} \rho_w c_w} \mathbf{F}(W)^{0.15} \right] \right\}. \quad (10)$$

Решение этого уравнения нельзя получить аналитически, но поскольку (10) можно представить в виде $\mathbf{F}(Q, W) = 0$, оно решается численно, в частности, методом Ньютона [Волков, 1987]. Получим гидрограф, т. е. величину расхода Q с течением времени T . Эта задача также решается численно. Для этого разделим все количество вытекшей из озера воды W_s на J частей ($J \rightarrow \infty$), каждая объемом $\delta W = W_s/J$. Тогда j -му объему $W_j = j\delta W$, согласно (10), соответствует расход Q_j . Кроме того, количество воды δW , соответствующее этому расходу, прошло через поперечное сечение тоннеля за время $\delta T_j = \delta W/Q_j$. Общее время T_j с момента прорыва озера составляет

$$T_j = \sum_{i=0}^j \frac{\delta W}{Q_i} \quad (0 \leq j \leq J), \quad W_s = \sum_{i=0}^J \delta W. \quad (11)$$

Выражения (10) и (11) пригодны для составления компьютерной программы расчета искомого гидрографа, которая и была подготовлена в рамках исследования [Программа..., 2018].

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОРЫВОВ ЛЕДНИКОВЫХ И ПОДЛЕДНИКОВЫХ ОЗЕР

Для оценки корректности представленной выше модели рассмотрим процесс прорыва внутриледникового водоема, образованного в районе ледника Долк, Восточная Антарктида [Popov et al., 2017]. По данным тахеометрической и георадарной съемок, объем озера составляет $708\,690\text{ м}^3$ [Боронина и др., 2018]. Водоем характеризуется округлой формой, береговая линия изрезана не сильно, склоны преимущественно крутые, порой отвесные, линейные размеры 188×250 м, средняя глубина составляет около 27 м [Боронина и др., 2018; Попов и др., 2018]. Согласно предварительным предположениям, водный объект располагается внутри ледника и при формировании прорыва в его придонной части образуется наклонный

канал стока длиной 1134 м, что соответствует расстоянию от границы озера до барьера ледника. Перепад высот на участке между входом в тоннель и выходом из него составляет 764 м, согласно аэрогеофизическим данным [Попов, Поздеев, 2002; Попов, Киселев, 2018]. Серия расчетов гидрографа прорывного паводка проведена для ряда случаев. Первый построен для реальной ситуации, когда мощность ледникового покрова над озером составляла 0 м, т. е. количество льда незначительное, сопоставимое с его полным отсутствием (рис. 4, кривая 1). Остальные гидрографы построены для гипотетической ситуации, когда мощность перекрывающей водоем кровли составляет 1, 2 и 3 км соответственно (см. рис. 4, кривые 2–4). Температура воды в водоеме для всех расчетных случаев принята равной 0 °С, исходя из того, что он перекрыт либо мощным ледником, либо незначительным слоем сезонного льда, т. е. озерная вода находится при температуре фазового перехода (ее зависимость от давления не учитывалась). Плотность перемычки, через которую происходит прорыв, составляет 910 кг/м³ [Патерсон, 1984]. Эмпирический параметр α определялся расчетным путем, исходя из длины тоннеля l , по соотношению (8).

Как показали модельные расчеты, время от начала истечения воды до наступления пика паводка увеличивается по мере уменьшения мощности ледникового покрова над озером. Наибольшая величина расхода из всех рассматриваемых сценариев прорыва отмечается в четвертом случае при мощности ледника 3 км. Максимум стока достигается через 1 ч 48 мин с момента начала истечения и составляет около 920 м³/с. После прохождения пика интенсивность потока резко уменьшается и уже спустя 1 ч 54 мин истечение полностью прекращается.

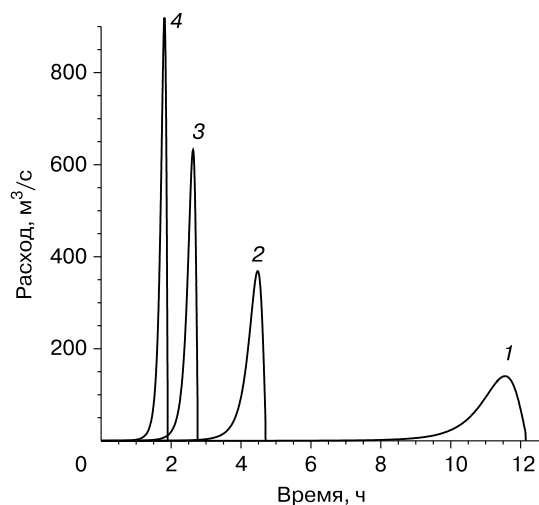


Рис. 4. Модельные гидрографы прорыва озера при различных мощностях ледника над ним:

1 – 0 км; 2 – 1 км; 3 – 2 км; 4 – 3 км.

Аналогичная ситуация наблюдается и при промежуточных мощностях ледника над озером. Форма гидрографа сохраняет свою асимметричность: пологий подъем и резкий спад. Однако значения максимальных расходов становятся меньше – около 630 и 370 м³/с при мощности ледника 2 и 1 км соответственно. Время их наступления также увеличивается по мере уменьшения мощности ледника. Так, наибольший расход при прорыве водоема, над которым расположено 2 км льда, наступает через 2 ч 38 мин, а в случае 1 км льда – через 4 ч 28 мин. Такая же закономерность характерна и для периода спада расхода после его максимального значения. Во втором расчетном случае (мощность ледника 2 км) оно составляет 8 мин после максимального значения, а в третьем (мощность 1 км) – около 15 мин.

Несколько иная ситуация наблюдается в случае отсутствия ледникового покрова над озером. Гидрограф также характеризуется отрицательной асимметрией с пологим подъемом, однако спад становится менее резким. Расход воды достигает своего максимального значения (141 м³/с) через 11 ч 27 мин от начала прорыва, а полное прекращение стока происходит через 12 ч 9 мин от начала истечения. Различие в расходах вполне объяснимо, если иметь в виду, что в первом случае действует избыточное давление, составляющее примерно 270 атм. Рассмотренную модель можно применять также и для случая прорыва озера через снежно-ледовую и полностью снежную перемычку, изменив соответствующие значения λ и ρ_i в соотношении (10).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из представленных результатов можно заключить, что использование адаптированной модели Ю.Б. Виноградова вполне пригодно для расчетов гидрографов паводков, образующихся при прорывах как ледниковых, так и внутри- и подледниковых водоемов. При этом появляется возможность оценить характер изменения расходов паводка с течением времени, его максимальную величину и общее время прохождения, т. е. количественно описать этот процесс. Кроме того, для случая, когда канал стока принимается расположенным не в придонной части водоема, можно оценить объем паводка. Модель также позволяет рассчитать гидрограф на произвольном расстоянии от очага формирования прорыва. Помимо этого важным аспектом является то, что рассчитанный гидрограф не только имеет научную и прикладную значимость, но, что немаловажно, позволяет использовать полученные данные в качестве корректных начальных условий для моделей затопления территорий и прогнозирования распространения волн катастрофических паводков.

Авторы благодарят своих коллег, сотрудника кафедры гидрологии суши СПбГУ Т.А. Виноградову за рекомендации и ценные замечания.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-05-00421).

Литература

- Боронина А.С., Попов С.В., Пряхина Г.В.** Моделирование подледниковых паводков на примере катастрофического прорыва водоема в леднике Долк (полуостров Брокнес, Восточная Антарктида) // Сб. докл. Междунар. науч. конф. "Третьи Виноградовские чтения. Грани гидрологии" (Санкт-Петербург, 28–30 марта 2018 г.). СПб., 2018, с. 854–859.
- Виноградов Ю.Б.** Метод расчета гидрографа паводка при прорыве подпруженного ледником озера // Селевые потоки, 1976, № 1, с. 138–153.
- Виноградов Ю.Б.** Гляциальные прорывные паводки и селевые потоки. Л., Гидрометеиздат, 1977, 154 с.
- Виноградов Ю.Б.** Математическое моделирование в гидрологии / Ю.Б. Виноградов, Т.А. Виноградова. М., Академия, 2010, 304 с.
- Волков Е.А.** Численные методы. М., Наука, 1987, 248 с.
- Глазовский А.Ф.** Вода в ледниках. Методы и результаты геофизических и дистанционных исследований / А.Ф. Глазовский, Ю.Я. Мачерет. М., ГЕОС, 2014, 527 с.
- Гнездилов Ю.А., Иващенко Е.Н., Красных Н.Ю.** Оценка гипотетического прорыва озера Башкара // Сб. науч. тр. ОАО "Севкавгипроводхоз". Пятигорск, 2007, вып. 17, с. 123–145.
- Дэвис В.М.** Геоморфологические очерки. М., Изд-во иностр. лит., 1962, 455 с.
- Кавецкий С.П.** Об искусственном воспроизведении селей в природных условиях // Селевые потоки и меры борьбы с ними. М., 1957, с. 200–205.
- Кидяева В.М., Петраков Д.А., Крыленко И.Н. и др.** Опыт моделирования прорыва Башкаринских озер // Геориск, 2018, т. XII, № 2, с. 38–46.
- Мочалов В.П., Цукерман И.Г.** Методы расчета гидрографов паводков при прорыве горных озер // Селевые потоки, 1982, № 6, с. 34–50.
- Патерсон У.С.Б.** Физика ледников: Пер. с англ. М., Мир, 1984, 472 с.
- Попов С.В., Боронина А.С., Пряхина Г.В. и др.** Прорывы ледниковых и подледниковых озер в районе холмов Ларсеманн (Восточная Антарктида) в 2017–2018 гг. // Геориск, 2018, т. XII, № 3, с. 56–67.
- Попов С.В., Киселев А.В.** Отечественные аэрогеофизические исследования на землях Мак-Робертсона, Принцессы Елизаветы и Вильгельма II, Восточная Антарктида // Криосфера Земли, 2018, т. XXII, № 1, с. 3–13.
- Попов С.В., Поздеев В.С.** Ледниковый покров и коренной рельеф района гор Принс-Чарльз (Восточная Антарктида) // Материалы гляциол. исслед., 2002, вып. 93, с. 205–214.
- Попов С.В., Черноглазов Ю.Б.** Подледниковое озеро Восток, Восточная Антарктида: береговая линия и окружающие водоемы // Лед и снег, 2011, № 1 (113), с. 13–24.
- Поповнин В.В., Петраков Д.А., Тутубалина О.В., Черноморец С.С.** Гляциальная катастрофа 2002 года в Северной Осетии // Криосфера Земли, 2003, т. VII, № 1, с. 3–17.
- Программа для расчета объема прорывного паводка и оценочного прогноза развития опасных гидрологических явлений (WDischarge) / Попов С.В., Пряхина Г.В., Боронина А.С.** Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2018660896; приоритет от 08.06.2018; зарегистр. в Реестре программ для ЭВМ РФ 29.08.2018.
- Черноморец С.С., Петраков Д.А., Тутубалина О.В. и др.** Прорыв ледникового озера на северо-восточном склоне Эльбруса 11 августа 2006 г.: прогноз, событие и последствия // Материалы гляциол. исслед., 2007, вып. 102, с. 225–229.
- Черноморец С.С., Тутубалина О.В., Алейников А.А.** Новые селеопасные озера края ледника Башкара на Центральном Кавказе // Материалы гляциол. исслед., 2003, вып. 95, с. 153–160.
- Björnsson H.** Jökulhlaups in Iceland: prediction, characteristics and simulation // Ann. Glaciol., 1992, vol. 16, p. 95–106, DOI: 10.3198/1992Aog16-1-95-106.
- Björnsson H.** Subglacial lakes and jökulhlaups in Iceland // Glob. Planet. Change, 2002, vol. 35, No. 3–4, p. 255–271, DOI: 10.1016/S0921-8181(02)00130-3.
- Clarke G.K.C.** Hydraulics of subglacial outburst floods: New insights from the Spring-Hutter formulation // J. Glaciol., 2003, vol. 49, No. 165, p. 299–314, DOI: 10.3189/172756503781830728.
- Evatt G.W., Fowler A.C., Clark C.D., Hulton N.R.J.** Subglacial floods beneath ice sheets // Philos. Trans. A. Math. Phys. Eng. Sci., 2006, vol. 364, No. 1844, p. 1769–1794, DOI: 10.1098/rsta.2006.1798.
- Fowler A.C.** Breaking the seal at Grímsvötn, Iceland // J. Glaciol., 1999, vol. 45, p. 506–516.
- Fowler A.C.** Dynamics of subglacial floods // Proc. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci., 2009, vol. 465, No. 2106, p. 1809–1828, DOI: 10.1098/rspa.2008.0488.
- Kapitsa A.P., Ridley J.K., Robin G.Q. et al.** A large deep freshwater lake beneath the ice of central East Antarctica // Nature, 1996, vol. 381, p. 684–686.
- Nye J.F.** Water flow in glaciers: jökulhlaups, tunnels, and veins // J. Glaciol., 1976, vol. 17, No. 76, p. 181–207.
- Pattyn F.** Antarctic subglacial lake discharges // Antarctic Subglacial Aquatic Environ., Amer. Geophys. Union, 2013, p. 27–44, DOI: 10.1002/9781118670354.ch3.
- Popov S.V., Pryakhin S.S., Bliakharskiĭ D.P. et al.** Vast ice depression in Dălk Glacier, East Antarctica // Ice and Snow, 2017, vol. 57, No. 3, p. 427–432.
- Richardson S.D., Reynolds J.M.** An overview of glacial hazards in the Himalayas // Quatern. Intern., 2000, vol. 65–66, p. 31–47.
- Ridley J.K., Cudlip W., Laxon W.** Identification of subglacial lakes using ERS-1 radar altimeter // J. Glaciol., 1993, vol. 73, No. 133, p. 625–634.
- Ross N., Siegert M.J., Rivera A. et al.** Ellsworth Subglacial Lake, West Antarctica: a review of its history and recent field campaigns // Antarctic Subglacial Aquatic Environ., Amer. Geophys. Union, 2011, p. 221–234.
- Röthlisberger H.** Water pressure in intra- and subglacial channels // J. Glaciol., 1972, vol. 11, No. 62, p. 177–203.
- Thoma M., Filina I., Grosfeld K., Mayer C.** Modelling flow and accreted ice in subglacial Lake Concordia, Antarctica // Earth Planet. Sci. Lett., 2009, vol. 286, p. 278–284.
- Wingham D.J., Siegert M.J., Shepherd A., Muir A.S.** Rapid discharge connects Antarctic subglacial lakes // Nature, 2006, vol. 440, No. 7087, p. 1033–1036, DOI: 10.1038/nature04660.

References

Boronina A.S., Popov S.V., Pryakhina G.V. Mathematical modelling of the subglacial floods illustrated with the catastrophic outburst reservoir at the Dălk Glacier (Broknes Peninsula, East

- Antarctica). In: Proc. of the Intern. Sci. Conf. "Third Vinogradov conference. Facets of hydrology" (Saint Petersburg, March 28–30, 2018), St. Petersburg, 2018, p. 854–859.
- Vinogradov Yu.B. The method for calculating the flood hydrograph during the break of a lake dammed with glacier. Selevye potoki [Mudflows], 1976, No. 1, p. 138–153 (in Russian).
- Vinogradov Yu.B. Glyatsialnye proryvnye pavodki i selevye potoki [Glacial outburst floods and mudslides]. Leningrad, Gidrometeoizdat, 1977, 154 p. (in Russian).
- Vinogradov Yu.B., Vinogradova T.A. Matematicheskoe modelirovanie v gidrologii [Mathematical modeling in hydrology]. Moscow, Akademiya, 2010, 304 p. (in Russian).
- Volkov E.A. Chislennyye metody [Numerical methods]. Moscow, Nauka, 1987, 248 p. (in Russian).
- Glazovsky A.F., Macheret Yu.Ya. Voda v lednikakh. Metody i rezultaty geofizicheskikh i distantsionnykh metodov [Water in glaciers. Methods and results of geophysical and remote sensing studies]. Moscow, GEOS, 2014, 528 p. (in Russian).
- Gnezdilov Y.A., Ivashchenko E.N., Krasnykh N.Y. Estimation of the hypothetical outburst of Bashkara Lake. In: Proc. of the North Caucasian Engineering and Design Institute for Water Industry and Land Reclamation (Sevkavgiptovodhoz). Pyatigorsk, 2007, issue 17, p. 123–145.
- Davis W.M. Geomorfologicheskie ocherki [Geomorphological Essays]. Moscow, Izd-vo inostrannoi literatury, 1962, 455 p. (in Russian).
- Kaveckij S.P. On the artificial creation of mudflows in natural conditions. In: Mudflows and their Control Measures. Moscow, 1957, p. 200–205 (in Russian).
- Kidyaeva V.M., Petrakov D.A., Krylenko I.N. et al. An experience of modelling the Bashkara lakes outburst. Georisk, 2018, No. 2, p. 38–46 (in Russian).
- Mochalov V.P., Tsukerman I.G. Methods for calculating flood hydrographs at the outburst of mountain lakes. Selevye potoki [Mudflows], 1982, No. 6, p. 34–50 (in Russian).
- Paterson W.S.B. The Physics of Glaciers: 2nd ed. Oxford, Pergamon Press, 1981, 380 p.
- Popov S.V., Boronina A.S., Pryakhina G.V. et al. Breakthroughs of glacial and subglacial lakes at the Larsemann Hills (East Antarctica) in 2017–2018. Georisk, 2018, No. 3, p. 56–67 (in Russian).
- Popov S.V., Kiselev A.V. Russian airborne geophysical investigations of Mac. Robertson, Princess Elizabeth and Wilhelm II Lands, East Antarctica. Earth's Cryosphere, 2018, vol. XXII, No. 1, p. 3–12.
- Popov S.V., Pozdeev V.S. Ice sheet and bedrock terrain in the Prince Charles Mountains area (Eastern Antarctica). Materialy Glyatsiol. Issled. [Data of Glaciological Studies], 2002, issue 93, p. 205–214 (in Russian).
- Popov S.V., Chernoglazov Yu.B. Subglacial lake Vostok, East Antarctica: shoreline and surrounding water bodies. Led i Sneg [Ice and Snow], 2011, No. 1 (113), p. 13–24 (in Russian).
- Popov V.V., Petrakov D.A., Tutubalina O.V., Chernomorets S.S. The 2002 glacial catastrophe in North Ossetia. Kriosfera Zemli [Earth's Cryosphere], 2003, vol. VII, No. 1, p. 3–17 (in Russian).
- Popov S.V., Pryakhina G.V., Boronina A.S. Programma dlya raschyota ob'yoma proryvnogo pavodka i otsenochnoy prognoza razvitiya opasnykh gidrologicheskikh yavlenij (WDischarge) [Program for estimation the volume of breakthrough floods and the estimated forecast of the development of dangerous hydrological phenomena (WDischarge)]. Certificate of state registration of computer programs No. 2018660896; priority of June 08, 2018. Registered in the Register of Computer Programs of the Russian Federation on August 29, 2018.
- Chernomorets S.S., Petrakov D.A., Tutubalina O.V. et al. The outburst of a glacier lake on the north-eastern slope of Mount Elbrus on August 11, 2006: the forecast, event and after-effects. Materialy Glyatsiol. Issled. [Data of Glaciological Studies], 2007, issue 102, p. 211–215 (in Russian).
- Chernomorets S.S., Tutubalina O.V., Aleinikov A.A. New hazardous lakes near the edge of Bashkara Glacier in Central Caucasus. Materialy Glyatsiol. Issled. [Data of Glaciological Studies], 2003, issue 95, p. 153–160 (in Russian).
- Björnsson H. Jökulhlaups in Iceland: prediction, characteristics and simulation. Ann. Glaciol., 1992, vol. 16, p. 95–106.
- Björnsson H. Subglacial lakes and jökulhlaups in Iceland. Glob. Planet. Change, 2002, vol. 35, No. 3–4, p. 255–271.
- Clarke G.K.C. Hydraulics of subglacial outburst floods: New insights from the Spring-Hutter formulation. J. Glaciol., 2003, vol. 49, No. 165, p. 299–314, DOI: 10.3189/172756503781830728.
- Evatt G.W., Fowler A.C., Clark C.D., Hulton N.R.J. Subglacial floods beneath ice sheets. Philos. Trans. A. Math. Phys. Eng. Sci., 2006, vol. 364, No. 1844, p. 1769–1794.
- Fowler A.C. Breaking the seal at Grímsvötn, Iceland. J. Glaciol., 1999, vol. 45, p. 506–516.
- Fowler A.C. Dynamics of subglacial floods. Proc. R. Soc. A. Math. Phys. Eng. Sci., 2009, vol. 465, No. 2106, p. 1809–1828.
- Kapitsa A.P., Ridley J.K., Robin G.Q. et al. A large deep freshwater lake beneath the ice of central East Antarctica. Nature, 1996, vol. 381, p. 684–686.
- Nye J.F. Water flow in glaciers: jökulhlaups, tunnels, and veins. J. Glaciol., 1976, vol. 17, No. 76, p. 181–207.
- Pattyn F. Antarctic subglacial lake discharges. In: Antarctic Subglacial Aquatic Environments. American Geophysical Union, 2013, p. 27–44, DOI: 10.1002/9781118670354.ch3.
- Popov S.V., Pryakhin S.S., Bliakharskii D.P. et al. Vast ice depression in Dalk Glacier, East Antarctica. Sneg i Led [Ice and Snow], 2017, vol. 57, No. 3, p. 427–432.
- Richardson S.D., Reynolds J.M. An overview of glacial hazards in the Himalayas. Quatern. Intern., 2000, vol. 65–66, p. 31–47.
- Ridley J.K., Cudlip W., Laxon W. Identification of subglacial lakes using ERS-1 radar altimeter. J. Glaciol., 1993, vol. 73, No. 133, p. 625–634.
- Ross N., Siegert M.J., Rivera A. et al. Ellsworth Subglacial Lake, West Antarctica: a review of its history and recent field campaigns. Antarctic Subglacial Aquatic Environments, American Geophysical Union, 2011, p. 221–234.
- Röthlisberger H. Water pressure in intra- and subglacial channels. J. Glaciol., 1972, vol. 11, No. 62, p. 177–203.
- Thoma M., Filina I., Grosfeld K., Mayer C. Modelling flow and accreted ice in subglacial Lake Concordia, Antarctica. Earth Planet. Sci. Lett., 2009, vol. 286, p. 278–284.
- Wingham D.J., Siegert M.J., Shepherd A., Muir A.S. Rapid discharge connects Antarctic subglacial lakes. Nature, 2006, vol. 440, No. 7087, p. 1033–1036, DOI: 10.1038/nature04660.

*Поступила в редакцию 11 июня 2018 г.,
после доработки – 27 ноября 2018 г.,
принята к публикации 12 декабря 2018 г.*