МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ

Р. О. Смирнов
канд. экон. наук, доцент кафедры экономической кибернетики экономического факультета Санкт-Петербургского государственного университета

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫБОРА ПРОГРЕССИВНОЙ ШКАЛЫ ПОДОХОДНОГО НАЛОГА[1]

> Ни один государственный вопрос не требует такого мудрого и благоразумного рассмотрения, как вопрос о том, какую часть следует брать у подданных и какую часть оставлять им[2].
>
> *Ш. Монтескье (1689–1755 гг.)*

Введение

С 1 января 2001 г. в соответствии с изменениями, внесенными в Налоговый кодекс РФ, прогрессивный подоходный налог с физических лиц был заменен на пропорциональный налог на доходы физических лиц (НДФЛ)[3], предусматривающий налогообложение основных видов доходов граждан по единой ставке 13%[4]. Тем не менее в течение всего последующего периода в российской научной литературе не прекращалась полемика о системе подоходного налогообложения в РФ[5]. В основном полемика была сфокусирована на дилемме: пропорциональным или прогрессивным должен быть подоходный налог. Она не затрагивала фундаментальную проблему теории и практики прогрессивного подоходного налогообложения, состоящую в том, как обосновать выбор предельных ставок налога[6] и границы диапазонов (разрядов) налоговой шкалы, в каждом из которых действует определенная предельная ставка.

Кроме того, за прошедшие с момента перехода к фиксированной ставке НДФЛ годы на рассмотрение в Госдуму РФ многократно вносились законопроекты о введении прогрессивного НДФЛ[7]. Различия предлагаемых в законопроектах границ диапазонов и налоговых ставок, а также отсутствие убедительной аргументации их выбора подтверждают сложность обсуждаемой проблемы.

Актуальность проблемы обоснования указанных выше параметров прогрессивной шкалы подоходного налога обусловлена рядом причин. Во-первых, современная

---

[1] С 1 января 2001 г. в соответствии с гл. 23 Налогового кодекса РФ изменено название «подоходный налог с физических лиц» на «налог на доходы физических лиц», однако в статье используется общепринятый в теории термин «подоходный налог».

[2] Подробнее см.: (Монтескье, 1955, С. 337).

[3] Пропорциональный налог называют также «плоской шкалой НДФЛ».

[4] Для некоторых видов доходов установлены иные налоговые ставки. Подробнее см. в ст. 224 Налогового кодекса РФ.

[5] См., например, обоснование прогрессивной формы подоходного налога в работах (Грачев, 2011; Смирнов, Чистяков, 2002; Чичелев, 2007).

[6] Предельная ставка налога — ставка налога, взимаемая в определенном диапазоне налоговой шкалы.

[7] Один из последних законопроектов был внесен на рассмотрение в Госдуму фракцией «Справедливая Россия» в 2015 г. (законопроект № 851098-6, 2016).

теория оптимального подоходного налогообложения не дает исчерпывающего ответа ни на вопрос о том, как рассчитывать предельные ставки налога, ни на вопрос о том, как выбирать границы диапазонов их применения. Упомянутая теория стала бурно развиваться с начала 1970-х гг. после выхода в свет статьи будущего лауреата Нобелевской премии Дж. Миррлиса (Mirrlees, 1971). Несмотря на это, аналитические результаты в данной теории получены лишь в частных случаях при многих упрощающих предположениях и допущениях. При этом сами упрощающие предположения слабо мотивированы. Краткий аналитический обзор работ по этой проблеме см., например, в работе (Смирнов, 2009, с. 18–20). Во-вторых, практическая значимость решения указанной проблемы для российской системы подоходного налогообложения подтверждается тем, что в подавляющем большинстве развитых стран взимается именно прогрессивный подоходный налог.

Подход к решению обсуждаемой проблемы был предложен С. В. Чистяковым. Первоначально этот подход был описан применительно к выбору прогрессивной шкалы средних ставок налога на прибыль в виде вариационной модели (Смирнов, Чистяков, 1993). Несколько позже в рамках данного подхода была предложена система из двух экономико-математических моделей выбора прогрессивной шкалы подоходного налога (Чистяков, Ишханова, 1998). Первая (основная) модель представляет собой теоретико-игровую модель построения прогрессивной шкалы средних ставок подоходного налога[1] и является модификацией и развитием первоначальной вариационной модели. В модели впервые в теории оптимального подоходного налогообложения удалось в явном виде определить функцию, задающую оптимальную (по критерию максимизации налоговых поступлений в госбюджет) шкалу средних ставок подоходного налога.

Для практического использования данной теоретико-игровой модели была разработана методика выбора ее входных параметров (Смирнов, 2011). Методологические основы разработки интерактивной системы выбора входных параметров модели на основе данной методики, а также первая версия такой системы описаны в статье (Андерсен, Чистяков, 2013).

Однако применение модели затруднено тем, что построенную оптимальную шкалу средних ставок подоходного налога невозможно представить в виде таблицы (шкалы предельных ставок налога), которая обычно используется на практике.

Одним из возможных способов построения шкалы предельных ставок подоходного налога является решение задачи о наилучшем приближении оптимальной модельной шкалы средних ставок налога такими шкалами средних ставок, которые допускают привычное табличное представление. Сформулированная задача и представляет собой вторую (оптимизационную) модель рассматриваемого подхода.

Исследование оптимизационной модели построения шкалы предельных ставок подоходного налога является основной целью статьи.

Оптимизационная модель построения шкалы предельных ставок подоходного налога

Шкала предельных ставок подоходного налога является сложной прогрессией: каждая следующая повышенная предельная ставка взимается только

[1] Средняя (эффективная) ставка подоходного налога рассчитывается как отношение суммы уплачиваемого налога к размеру налогооблагаемого дохода (т.е. показывает долю дохода налогоплательщика, которая взимается в госбюджет).

с той части дохода налогоплательщика, которая попала в соответствующий диапазон шкалы.

В математической форме данная шкала представляет собой таблицу, которая состоит из заданного числа n строк — числа диапазонов совокупного дохода физического лица x, и трех столбцов, в первом из которых указаны границы этих диапазонов (a_i, $i = 0,..., n - 1$), во втором — значения предельных ставок налога (η_i, $i = 1, ..., n$), в третьем — правила вычисления суммы налога $T(x)$. Таким образом, шкалу предельных ставок подоходного налога задают $2n$ числовых параметра (табл. 1).

Таблица 1

Шкала предельных ставок подоходного налога

Границы диапазонов a_i	Предельная ставка налога η_i	Сумма налога $T(x)$
$a_0 < x \leqslant a_1$	η_1	$T(x) = \eta_1 (x - a_0)$
$a_1 < x \leqslant a_2$	η_2	$T(x) = \eta_2 (x - a_1) + \eta_1 (a_1 - a_0)$
...	...	...
$a_{n-2} < x \leqslant a_{n-1}$	η_{n-1}	$T(x) = \eta_{n-1}(x - a_{n-2}) + \sum_{j=1}^{n-2} \eta_j (a_j - a_{j-1})$
$a_{n-1} < x < +\infty$	η_n	$T(x) = \eta_n x$

Очевидно, что по табл. 1 можно построить функцию средних ставок подоходного налога $y(x)$, которая определяется по формуле

$$y(x) = \frac{T(x)}{x}. \tag{1}$$

Подставив в формулу (1) выражения для расчета суммы налога $T(x)$ из табл. 1, находим явный вид этой функции:

$$y(x) = \begin{cases} \eta_1 - \dfrac{a_0(\eta_1 - \eta_0)}{x}, & a_0 < x \le a_1, \\ \eta_2 - \dfrac{a_1(\eta_2 - \eta_1) - a_0(\eta_1 - \eta_0)}{x}, & a_1 < x \le a_2, \\ & \dots \\ \eta_k - \dfrac{\sum_{i=1}^{k} a_{i-1}(\eta_i - \eta_{i-1})}{x}, & a_{k-1} < x \le a_k, \\ & \dots \\ \eta_{n-1} - \dfrac{\sum_{i=1}^{n-1} a_{i-1}(\eta_i - \eta_{i-1})}{x}, & a_{n-2} < x \le a_{n-1}, \\ \eta_n, & a_{n-1} < x \le +\infty, \end{cases} \tag{2}$$

где $\eta_0 = 0$ — фиктивная ставка, введенная для единообразия описания средних ставок налога во всех диапазонах шкалы.

Из формулы (2) видно, что данная функция однозначно определяется $2n$ числовыми параметрами $a_0, a_1, ..., \eta_1, ..., \eta_n$, которые задают шкалу предельных ставок подоходного налога, т. е. $y(x) = y(x, a_0, a_1, ..., a_{n-1}, \eta_1, ..., \eta_n)$.

Очевидно, что границы диапазонов шкалы предельных ставок, $a_1, ..., a_{n-1}$ удовлетворяют условию

$$0 < a_0 < a_1 < ... < a_{n-1}. \tag{3}$$

Граница a_0 представляет собой необлагаемый налогом минимум дохода[1].

В мировой практике подоходного налогообложения обычно применяются прогрессивные шкалы, в которых предельные ставки $\eta_1, ..., \eta_n$ удовлетворяют ограничениям

$$0 < \eta_1 < ... < \eta_{n-1} < 1, 0 < \eta_n < 1. \tag{4}$$

Однако при этом предельная ставка η_n в последнем диапазоне может быть меньше η_{n-1}. Это объясняется тем, что в системах подоходного налога используются два типа шкал. В шкалах первого типа, которые, в частности, до перехода к пропорциональному подоходному налогу использовались в России, по ставке η_n в последнем диапазоне $(a_{n-1}, +\infty)$ облагается лишь часть дохода, превышающая a_{n-1}. В шкалах же второго типа по ставке η_n облагается весь доход x, если он больше, чем a_{n-1}. Таким образом, для шкал второго типа предельная ставка η_n в последнем диапазоне совпадает со средней ставкой в этом диапазоне. Шкалы второго типа использовались, например, в США (Стиглиц, 1997, с. 477).

В рамках рассматриваемого подхода моделируются шкалы второго типа (см. последнюю строку табл. 1).

Математически данное условие обеспечивает непрерывность функции средних ставок налога $y(x) = y(x, a_0, a_1, ..., a_{n-1}\ \eta_1, ..., \eta_n)$ вида (2) в точке a_{n-1}. Из табл. 1 нетрудно получить, что условие равенства предельной и средней ставок в последнем диапазоне $(a_{n-1},+\infty)$ имеет вид:

$$\eta_{n-1} - \frac{\sum_{i=1}^{n-1} a_{i-1}\left(\eta_i - \eta_{i-1}\right)}{a_{n-1}} = \eta_n.$$

Это условие удобнее записать в виде

$$a_{n-1}\left(\eta_n - \eta_{n-1}\right) + \sum_{i=1}^{n-1} a_{i-1}\left(\eta_i - \eta_{i-1}\right) = 0. \tag{5}$$

Кроме того, вне зависимости от выбора параметров $a_0, a_1, ..., a_{n-1}, \eta_1, ..., \eta_n$ функция $y(x) = y(x, a_0, a_1, ..., a_{n-1}, \eta_1, ..., \eta_n)$ вида (2) будет непрерывной на промежутке $[a_0, a_{n-1})$. А поскольку выполняется условие (5), то, следовательно, она непрерывна на всем промежутке $[a_0,+\infty)$.

Для того чтобы использовать функции, определяемые равенствами (2), в качестве допустимых приближений оптимальной шкалы средних ставок подоходного налога, полученной в основной (первой) теоретико-игровой модели, необходимо ограничить эти функции и, соответственно, определяющие их $2n$ параметра теми же условиями, которые накладывались на выбор оптимальной модельной шкалы (Чистяков, Ишханова, 1998, с. 4–14).

---

[1] Попутно отметим, что в РФ до 1 января 2012 г., в соответствии с п. 1 ст. 218 Налогового кодекса, необлагаемый налогом минимум дохода представлял собой один из стандартных налоговых вычетов по НДФЛ и составлял 400 руб. в месяц, но предоставлялся до того месяца, в котором доход налогоплательщика с начала года превысит 40 000 руб. (до 1 января 2009 г. предельный размер дохода был равен 20 000 руб.). Однако с 1 января 2012 г. упомянутый налоговый вычет был отменен.

Рассмотрим эти ограничения подробнее. Прогрессивная шкала средних ставок подоходного налога в основной модели задается в виде абсолютно непрерывной функции $y = y(x) \in (0,1)$, $x \in (0,+\infty)$, которая почти всюду на заданном отрезке $[x_-, x_+]$ удовлетворяет дифференциальным неравенствам

$$0 < \frac{dy}{dx} < \frac{1-y}{x} \tag{6}$$

и является постоянной на каждом из промежутков $(0, x_-]$ и $[x_+, +\infty)$, т. е.

$$y(x) = 0,\ \forall x \in (0, x_-], \tag{7}$$

$$y(x) = y_+,\ \forall x \in [x_+, +\infty), \tag{8}$$

где x — как и прежде, суммарный доход физического лица, x_- — необлагаемый налогом минимум дохода, а x_+ — пороговый уровень дохода, начиная с которого налог взимается по максимальной средней ставке y_+.

Левое из неравенств (6), как известно, является достаточным условием возрастания функции $y(x)$ на отрезке $[x_-, x_+]$, т. е. означает, что шкала является прогрессивной[1]. Правое из этих неравенств, как нетрудно видеть, гарантирует, что на том же промежутке возрастает и функция $D(x) = [1 - y(x)]x$, т. е. с ростом дохода x возрастает и часть дохода, остающаяся у налогоплательщика после уплаты налога, несмотря на рост средней ставки налога.

Далее в теоретико-игровой модели вместо условий (6) рассматривались более сильные условия, налагаемые на выбор функции $y = y(x) \in (0,1)$, $x \in (0,+\infty)$ на отрезке $[x_-, x_+]$:

$$\delta \frac{1-y}{x} \le \frac{dy}{dx} \le \sigma \frac{1-y}{x},\ (0 < \delta < \sigma < 1), \tag{9}$$

где экзогенные параметры δ и σ представляют собой, соответственно, минимальное и максимальное (на отрезке $[x_-, x_+]$) значение эластичности искомой налоговой шкалы $y_{opt}(x)$ по доходу x.

Переход к замкнутому множеству ограничений (9) от (6) обеспечивает существование доминирующей стратегии в обсуждаемой теоретико-игровой модели, т. е. оптимальной шкалы средних ставок подоходного налога $y_{opt}(x)$, которая имеет вид (Чистяков, Ишханова, 1998, с. 14–31):

$$y_{opt}(x) = \begin{cases} 0, & 0 \le x < x_- \\ 1 - \left(\dfrac{x_-}{x}\right)^{\sigma}, & x_- \le x < x_0, \\ 1 - (1 - y_+)\left(\dfrac{x_+}{x}\right)^{\delta}, & x_0 \le x \le x_+, \\ y_+, & x > x_+, \end{cases} \tag{10}$$

где

$$x_0 = \left((1 - y_+) \frac{x_+^{\ \delta}}{x_-^{\ \sigma}} \right)^{\frac{1}{\delta - \sigma}}. \tag{11}$$

[1] В теории подоходного налогообложения прогрессивным называется налог, средняя ставка которого возрастает при увеличении дохода. Впервые анализ измерения степени прогрессии был сделан в работе Р. Мюсгрейва и Т. Тина (Musgrave, Tun, 1948).

Искомая функция однозначно определяется пятью входными параметрами модели: x_-, x_+, y_+, δ и σ. Нетрудно видеть, что функция $y_{opt}(x)$ является непрерывной.

Объединяя ограничения порядка (3), (4) и краевые условия (7), (8), получим

$$x_- = a_0 < a_1 < \ldots < a_{n-1} = x_+,$$

$$0 = \eta_0 < \eta_1 < \ldots < \eta_{n-1} < 1,$$

$$\eta_n = y_+.$$

Вместо последних ограничений далее рассматривались следующие, более слабые ограничения:

$$x_- = a_0 \leqslant a_1 \leqslant \ldots \leqslant a_{n-1} = x_+, \tag{12}$$

$$0 = \eta_0 \leqslant \eta_1 \leqslant \ldots \leqslant \eta_{n-1} \leqslant 1, \tag{13}$$

$$\eta_n = y_+. \tag{14}$$

Переход к нестрогим неравенствам обусловлен тем, что к классу допустимых приближений предполагалось относить налоговые шкалы с не более чем n диапазонами, тогда как строгие неравенства задают шкалы предельных ставок, состоящие в точности из n диапазонов. Действительно, замена одного из соответствующих строгих неравенств, кроме неравенства $\eta_{n-1} < 1$, на равенство фактически приводит к уменьшению числа диапазонов на единицу. Замена строгого неравенства $\eta_{n-1} < 1$ на нестрогое $\eta_{n-1} \leqslant 1$ осуществлена с целью обеспечения замкнутости множества допустимых приближений.

Неявные ограничения (9) на выбор параметров $a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}, \eta_1, \ldots, \eta_n$ сводятся к следующей равносильной им системе явных ограничений (Чистяков, Ишханова, 1998, с. 33–37):

$$\sum_{i=1}^{k} a_{i-1}\left(\eta_i - \eta_{i-1}\right) \le \left[\left(1-\eta_k\right)a_{k-1} + \sum_{i=1}^{k} a_{i-1}\left(\eta_i - \eta_{i-1}\right)\right]\sigma, \tag{15}$$

$$\sum_{i=1}^{k} a_{i-1}\left(\eta_i - \eta_{i-1}\right) \ge \left[\left(1-\eta_k\right)a_{k} + \sum_{i=1}^{k} a_{i-1}\left(\eta_i - \eta_{i-1}\right)\right]\delta, \tag{16}$$

$$k = 1, 2, \ldots, n-1.$$

Итак, класс допустимых приближений K_n представляет собой множество всех функций $y(x)$ вида (2), для которых определяющие их параметры $a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}$, $\eta_1, \ldots, \eta_n$ удовлетворяют системе ограничений (5), (12)–(16).

Из определения класса допустимых приближений K_n следует, что каждая из функций $y(x) \in K_n$ отличается от функции $y_{opt}(x)$, определяемой по формулам (10) и (11), разве лишь только на интервале (x_-, x_+). Поэтому близость функций $y_{opt}(x)$ и $y(x) \in K_n$ можно оценивать с помощью той или иной метрики на множестве всех непрерывных на отрезке $[x_-, x_+]$ функций. Как отмечалось, функция $y_{opt}(x)$ и каждая из функций $y(x) \in K_n$ являются непрерывными во всей своей области определения, а следовательно, и на сегменте $[x_-, x_+]$.

Обозначив через $\mathrm{dist}(\cdot,\cdot)$ определенную метрику на соответствующем множестве непрерывных функций, получаем, что задача о наилучшем приближении функции $y_{opt}(x)$ элементами класса K_n формально описывается следующим образом: найти такую функцию $y_x(\cdot) \in K_n$, что

$$\mathrm{dist}\left(y_{opt}(\cdot), y_*(\cdot)\right) = \min_{y(\cdot)\in K_n} \mathrm{dist}\left(y_{opt}(\cdot), y(\cdot)\right). \tag{17}$$

В рамках исследуемого подхода предложены две часто используемые и наиболее обоснованные метрики.

Метрика пространства $C[x_-, x_+]$ (равномерная метрика):

$$\mathrm{dist}_1\left(y_{opt}(\cdot), y(\cdot)\right) = \max_{x\in[x_-,x_+]}\left| y_{opt}(x) - y(x)\right|. \tag{18}$$

В этом случае задача о наилучшем приближении (17) сводится к задаче математического программирования с негладкой целевой функцией.

Метрика пространства $L_2[x_-, x_+]$ (метрика гильбертова пространства):

$$\mathrm{dist}_2\left(y_{opt}(\cdot), y(\cdot)\right) = \left(\int_{x_-}^{x_+} \left[y_{opt}(x) - y(x)\right]^2 dx \right)^{1/2}. \tag{19}$$

В данном случае задача (17) сводится к задаче математического программирования с гладкой целевой функцией. Рассмотрим эту задачу.

Очевидно, что метрика (19) является некоторой функцией параметров a_0, a_1, ..., a_{n-1}, η_1, ..., η_n. В частности

$$\left[\mathrm{dist}_2\left(y_{opt}(\cdot), y(\cdot)\right)\right]^2 = g\left(a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}, \eta_1, \ldots, \eta_n\right).$$

Тогда задача (17), (19) сводится к следующей задаче математического программирования:

$$g(a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}, \eta_1, \ldots, \eta_n) \to \min, \tag{20}$$

$$x_- = a_0 \leqslant a_1 \leqslant \ldots \leqslant a_{n-2} \leqslant a_{n-1} = x_+, \tag{21}$$

$$0 = \eta_0 \leqslant \eta_1 \leqslant \ldots \leqslant \eta_{n-1} \leqslant 1, \tag{22}$$

$$\eta_n = y_+, \tag{23}$$

$$\sum_{i=1}^{k} a_{i-1}\left(\eta_i - \eta_{i-1}\right) \le [\left(1-\eta_k\right)a_{k-1} + \sum_{i=1}^{k} a_{i-1}\left(\eta_i - \eta_{i-1}\right)]\sigma, \tag{24}$$

$$\sum_{i=1}^{k} a_{i-1}\left(\eta_i - \eta_{i-1}\right) \ge [\left(1-\eta_k\right)a_{k} + \sum_{i=1}^{k} a_{i-1}\left(\eta_i - \eta_{i-1}\right)]\delta, \tag{25}$$

$$k = 1, 2, \ldots, n-1,$$

$$a_{n-1}\left(\eta_n - \eta_{n-1}\right) + \sum_{i=1}^{n-1} a_{i-1}\left(\eta_i - \eta_{i-1}\right) = 0. \tag{26}$$

Нетрудно видеть, что задача (20)–(26) относится к числу задач нелинейного программирования, так как ограничения (24)–(26) являются нелинейными. Поэтому возникает необходимость анализа данных ограничений и целевой функции.

Перейдем к исследованию задачи (20)–(26), которая и представляет собой оптимизационную модель построения шкалы предельных ставок подоходного налога.

Исследование оптимизационной модели построения шкалы предельных ставок подоходного налога

Прежде всего отметим, что в общем случае остается открытым вопрос о возможности с любой степенью точности приблизить оптимальную модельную шкалу средних ставок подоходного налога $y_{opt}(x)$ непрерывными функциями $y(x) \in K_n$ (Ишханова, 1999).

Более того, в общем случае открытым также является вопрос о совместности системы ограничений (21)–(26) в исследуемой задаче. Было доказано лишь достаточное условие ее совместности (Чистяков, Ишханова, 1998, с. 38–39).

Все эти проблемы предопределяют необходимость упрощения задачи (20)–(26).

Первое упрощение связано с тем, что в практике подоходного налогообложения границы диапазонов налоговой шкалы предельных ставок $a_0, a_1, ..., a_{n-1}$ устанавливаются в денежных единицах и, следовательно, являются целочисленными. Кроме того, эти границы можно фиксировать. Тогда задача (20)–(26) упрощается следующим образом:

$$g(\eta_1, ..., \eta_n) \to \min, \tag{27}$$

$$0 = \eta_0 \leqslant \eta_1 \leqslant ... \leqslant \eta_{n-1} \leqslant 1, \tag{28}$$

$$\eta_n = y_+, \tag{29}$$

$$\sum_{i=1}^{k} a_{i-1}\left(\eta_i - \eta_{i-1}\right) \le [\left(1-\eta_k\right)a_{k-1} + \sum_{i=1}^{k} a_{i-1}\left(\eta_i - \eta_{i-1}\right)]\sigma, \tag{30}$$

$$k = 1, 2, ..., n-1,$$

$$\sum_{i=1}^{k} a_{i-1}\left(\eta_i - \eta_{i-1}\right) \ge [\left(1-\eta_k\right)a_k + \sum_{i=1}^{k} a_{i-1}\left(\eta_i - \eta_{i-1}\right)]\delta, \tag{31}$$

$$k = 1, 2, ..., n-1,$$

$$a_{n-1}\left(\eta_n - \eta_{n-1}\right) + \sum_{i=1}^{n-1} a_{i-1}\left(\eta_i - \eta_{i-1}\right) = 0. \tag{32}$$

Как показано в (Чистяков, Ишханова, 1998, с. 42–44), задача (27)–(32) является задачей выпуклого квадратичного программирования. Там же был предложен алгоритм решения и исходной задачи (20)–(26). А именно, для каждого фиксированного набора параметров $a_0, a_1, ..., a_{n-1}$ предложено искать решение задачи (27)–(32), т. е. параметры $\eta_1, ..., \eta_n$, и определять значение целевой функции $< g(a_0, a_1, ..., a_{n-1}, \eta_1, ..., \eta_n)$ в задаче (20)–(26). Затем перебором параметров $a_0, a_1, ..., a_{n-1}$ находить тот набор искомых параметров $a_0, a_1, ..., a_{n-1}, \eta_1, ..., \eta_n$, который доставляет минимум этой целевой функции. Очевидно, что найденный набор представляет собой решение задачи (20)–(26). Здесь возникает задача разработки эффективных вычислительных алгоритмов перебора.

Второе упрощение исходной задачи (20)–(26) заключается в том, чтобы определять границы разрядов шкалы, т. е. параметры $a_0, a_1, ..., a_{n-1}$ из экономического смысла, тем самым фиксировать их и затем решать задачу (27)–(32). Именно данная модификация исходной задачи (20)–(26), на наш взгляд, представляет особый практический интерес и исследуется ниже.

Проблема заключается в том, что, несмотря на наличие численных методов решения класса задач выпуклого квадратичного программирования, сложность ограничений на эластичность (30) и (31) не позволяет гарантировать возможность с любой степенью точности приблизить оптимальную модельную шкалу $y_{opt}(x)$.

Однако в рассматриваемой задаче можно обосновать отказ от указанных ограничений, поскольку они в некотором роде являются избыточными. Обоснование основано на следствиях из двух сформулированных утверждений.

Утверждение 1. Если подоходный налог взимается в форме сложной прогрессии, то функция $D(x) = [1 - y(x)]x$ является возрастающей.

Доказательство данного утверждения мы опускаем в силу его тривиальности.

Следствие 1. Если выполняются условия (3) и (4), то функции $y(x)$ вида (2) удовлетворяют правому из ограничений (6).

Кроме того, очевидным является достаточное условие прогрессивности налога (в частности, подоходного).

Утверждение 2. Если возрастают предельные ставки налога $\eta_1, ..., \eta_{n-1}$, а ставка η_n равна средней ставке в последнем диапазоне шкалы $(a_{n-1},+\infty)$, то налог является прогрессивным, т. е. если выполняются условия (4) и (5), то функции $y(x)$ вида (2) удовлетворяют левому из ограничений (6).

Объединяя следствие 1 и утверждение 2, получаем следствие 2.

Следствие 2. Если выполняются условия (3), (4) и (5), то функции $y(x)$ вида (2) удовлетворяют ограничениям (6) основной модели на выбор оптимальной шкалы $y_{opt}(x)$.

Таким образом, в задаче (27)–(32) от ограничений на эластичность налоговой шкалы (30) и (31) можно отказаться, так как они являются, как отмечалось, явным видом ограничений (9). А переход к замкнутому множеству ограничений (9) от исходных ограничений (6) был сделан для нахождения точного решения в основной модели, т. е. оптимальной шкалы средних ставок подоходного налога $y_{opt}(x)$.

Итак третье упрощение исходной задачи (20)–(26) выглядит следующим образом:

$$g(\eta_1, ..., \eta_n) \to \min, \tag{33}$$

$$0 = \eta_0 \leqslant \eta_1 \leqslant ... \leqslant \eta_{n-1} \leqslant 1, \tag{34}$$

$$\eta_n = y_+, \tag{35}$$

$$a_{n-1}\left(\eta_n - \eta_{n-1}\right) + \sum_{i=1}^{n-1} a_{i-1}\left(\eta_i - \eta_{i-1}\right) = 0. \tag{36}$$

Модификация (33)–(36) исходной задачи (20)–(26) была решена нами при выбранных из экономического смысла границах диапазонов $(a_i,\ i = 0,..., n-1)$ для заданной оптимальной модельной шкалы $y_{opt}(x)$.

Экспериментальные расчеты параметров прогрессивной шкалы подоходного налога

Для осуществления экспериментальных расчетов прежде всего необходимо выбрать входные параметры оптимальной шкалы средних ставок подоходного налога $y_{opt}(x)$, а именно: x_-, x_+, y_+, δ и σ.

В соответствии с разработанной методикой (Смирнов, 2011) указанные параметры предлагается выбирать следующим образом.

Необлагаемый налогом минимум дохода x_- предлагается выбирать равным прожиточному минимуму, что соответствует мировой практике налогообложения.

Параметр x_+ $(x_+ > x_-)$, представляющий собой, как отмечалось, пороговый уровень дохода, начиная с которого налог взимается по максимальной средней ставке y_+, представляется обоснованным выбирать равным верхней границе доходов среднего класса.

Параметр y_+, с одной стороны, определяет степень прогрессии налоговой шкалы (скорость возрастания функции $y_{opt}(x)$), а с другой — отражает фискальные потребности бюджета. При этом в рамках модели параметр y_+ должен выбираться, исходя из ограничения

$$0 < y_+ < 1 - \frac{x_-}{x_+}. \tag{37}$$

Вместо входных параметров эластичности δ и σ, обоснованные рекомендации по выбору которых дать затруднительно, предложено выбирать производную от них пару параметров x_0 и y_0, первый из которых связан с параметрами эластичности уравнением (11), а второй представляет собой значение функции

$y_{opt}(x)$, определенной по формуле (10), в точке x_0, т. е. $y_0 = y_{opt}(x)$. Показано, что параметр y_0 должен выбираться исходя из ограничений

$$1-(1-y_+)^{\frac{\ln x_- - \ln x_0}{\ln x_- - \ln x_+}} < y_0 < \min\left\{y_+, 1-\frac{x_-}{x_0}\right\}. \quad (38)$$

Параметр x_0 предлагается выбирать как нижнюю границу доходов среднего класса.

Таким образом, отрезок $[x_0, x_+]$ задает диапазон доходов среднего класса. Тогда полуинтервал $[x_-, x_0)$ задает диапазон доходов малоимущих, а интервал $(x_+, +\infty)$ — диапазон доходов богатых. Границы диапазона доходов среднего класса наиболее обоснованно представляется выбирать пропорционально прожиточному минимуму, что соответствует подходу руководителя Всероссийского центра уровня жизни В. Н. Бобкова (Неравенство доходов и экономический рост: стратегии выхода из кризиса, 2014, с. 220–225).

Для численных расчетов в качестве нижней границы доходов среднего класса был взят доход, равный пяти прожиточным минимумам, а соответственно, в качестве верхней границы — доход, равный 20 прожиточным минимумам, т. е. $x_- = 5x_-$, $x_+ = 20x_-$. Максимальная средняя ставка подоходного налога была выбрана в размере $y_+ = 25\%$[1].

Тогда, подставив выбранные значения параметров в неравенства (38), получим, что выбор средней ставки налога y_0, по которой взимается подоходный налог с нижней границы доходов среднего класса, должен осуществляться, исходя из ограничений $14{,}3\% < y_0 < 25\%$. Отсюда находим минимально целое значение этой ставки $y_0 = 15\%$, которое и было взято для расчетов. Отметим, что условия (38) показывают взаимосвязь и ограничения на выбор входных параметров, задающих оптимальную шкалу средних ставок $y_{opt}(x)$. Подробнее о пределах допустимой корректировки параметров см. в (Андерсен, Чистяков, 2013).

Кроме того, диапазон доходов среднего класса был разделен на три равные части в соответствии с используемым в мировой практике делением среднего класса на три подкласса.

Итак, при проведении экспериментальных расчетов параметров прогрессивной шкалы предельных ставок подоходного налога были рассмотрены следующие значения границ диапазонов:

$$a_0 = x_-,\ a_1 = x_0 = 5x_-,\ a_2 = 10x_-,\ a_3 = 15x_-,\ a_4 = x_+ = 20x_-.$$

Расчеты осуществлены по данным российской статистики о величине прожиточного минимума (ПМ) за I кв. 2016 г. для трудоспособного населения в трех субъектах РФ: Москве, а также субъектах РФ с самым высоким и самым низким прожиточным минимумом — Ненецком автономном округе и Республике Мордовия (см. табл. 2–4)[2].

Поскольку прогрессивным налогом облагается совокупный годовой доход налогоплательщика, то месячный прожиточный минимум был умножен на 12.

Численное решение задачи (33)–(36) при выбранных значениях описанных выше параметров было получено с помощью математического пакета прикладных программ *Maple*.

Приведенные экспериментальные расчеты носят иллюстративный характер и призваны продемонстрировать возможности исследуемого подхода. При изменении

---

[1] Очевидно, что выбранное значение удовлетворяет ограничениям (37).

[2] В полученных таблицах для более компактного представления не приведен третий столбец с расчетом суммы налога.

параметров оптимальной шкалы средних ставок подоходного налога, очевидно, будут меняться и вычисляемые параметры шкалы предельных налоговых ставок.

Таблица 2

Прогрессивная шкала подоходного налога для Москвы (ПМ =17 130 руб.)

Границы диапазонов a_i, руб.	Предельная ставка налога η_i, %
$0 < x \leqslant 205\,560$	0
$205\,560 < x \leqslant 1\,027\,800$	16
$1\,027\,800 < x \leqslant 2\,055\,600$	27
$2\,055\,600 < x \leqslant 3\,083\,400$	29
$3\,083\,400 < x \leqslant 4\,111\,200$	32
$x > 4\,111\,200$	25

Таблица 3

Прогрессивная шкала подоходного налога для Ненецкого автономного округа (ПМ = 20 523 руб.)

Границы диапазонов a_i, руб.	Предельная ставка налога η_i, %
$0 < x \leqslant 246\,276$	0
$246\,276 < x \leqslant 1\,231\,380$	16
$1\,231\,380 < x \leqslant 2\,462\,760$	27
$2\,462\,760 < x \leqslant 3\,694\,140$	29
$3\,694\,140 < x \leqslant 4\,925\,520$	32
$x > 4\,925\,520$	25

Таблица 4

Прогрессивная шкала подоходного налога для Республики Мордовия (ПМ = 8475 руб.)

Границы диапазонов a_i, руб.	Предельная ставка налога η_i, %
$0 < x \leqslant 101\,700$	0
$101\,700 < x \leqslant 508\,500$	16
$508\,500 < x \leqslant 1\,017\,000$	27
$1\,017\,000 < x \leqslant 1\,525\,500$	29
$1\,525\,500 < x \leqslant 2\,034\,000$	32
$x > 2\,034\,000$	25

Еще раз обратим внимание, что в построенных прогрессивных шкалах подоходного налога (табл. 2–4) по предельной ставке в последнем диапазоне шкалы, равной 25%, облагается весь доход физического лица x, попавший в этот диапазон. При этом данная предельная ставка совпадает с максимальной средней ставкой налога для всей шкалы $y_+ = 25\%$.

Экономически условие равенства предельной и средней ставок в последнем диапазоне представляется наиболее обоснованным, поскольку его выполнение означает, что средняя ставка прогрессивного налога возрастает до своего наибольшего значения и далее остается неизменной при дальнейшем увеличении дохода налогоплательщика.

Проведенные экспериментальные расчеты позволяют сделать важный вывод о том, что в соответствии с исследуемым подходом прогрессивный подоходный налог не должен взиматься по единой шкале на всей территории России. Для каждого субъекта РФ должна рассчитываться своя шкала подоходного налога, поскольку границы диапазонов выбираются пропорционально прожиточному минимуму в данном субъекте. С другой стороны, предельные ставки, взимаемые в соответствующих диапазонах региональных налоговых шкал, одинаковы для всех субъектов РФ (см. табл. 2–4), что позволяет реализовать принцип равного налогового бремени в предлагаемой системе подоходного налога.

Заключение

Полученные в рамках исследуемого подхода результаты позволяют свести проблему непосредственного выбора предельных ставок подоходного налога и границ диапазонов налоговой шкалы к вопросу обоснования выбора пяти параметров оптимальной модельной шкалы средних ставок подоходного налога. При этом число данных параметров меньше числа параметров прогрессивной шкалы предельных ставок подоходного налога в случае более чем двух диапазонов ($2n > 5$ при числе диапазонов $n > 2$).

Система моделей, разработанная в рамках рассмотренного подхода, может быть использована для формирования системы прогрессивного подоходного налогообложения в России, основанной на единых правилах и вместе с тем учитывающей существенные региональные отличия покупательной способности национальной валюты.

Источники

Андерсен А. А., Чистяков С. В. Методологические основы разработки интерактивной системы построения шкалы ставок подоходного налога // Вестник С.-Петербургского университета. Сер. 10. 2013. Вып. 3. С. 9–19.

Грачев М. С. Формирование российской налоговой системы: проблемы эффективности и справедливости // Налоги и финансовое право. 2011. № 6. С. 165–170.

Законопроект № 851098-6 «О внесении изменений в главу 23 части второй Налогового кодекса Российской Федерации в части введения прогрессивной шкалы налога на доходы физических лиц». [Электронный ресурс]. URL: (http://asozd2.duma.gov.ru/main.nsf/(Spravka)?OpenAgent&RN=851098-6) (дата обращения: 13.07.2016).

Ишханова М. В. Математические модели построения налоговых шкал: дис. ... канд. физ.-мат. наук. СПб., 1999.

Монтескье Ш. Избранные произведения. М., 1955.

Неравенство доходов и экономический рост: стратегии выхода из кризиса / под ред. А. Бузгалина, Р. Трауб-Мерца, М. Воейкова. М., 2014.

Смирнов Р. О. Моделирование выбора параметров шкалы подоходного налога // Вестник С.-Петербургского университета. Сер. 5. 2011. Вып. 4. С. 141–148.

Смирнов Р. О. Моделирование инструментов бюджетно-налоговой политики государства. СПб., 2009.

Смирнов Р. О., Чистяков С. В. О ставках налогообложения как инструменте государственного регулирования // Экономика и математические методы. 1993. Т. 29. Вып. 2. С. 268–274.

Смирнов Р. О., Чистяков С. В. Подоходное налогообложение: теория и практика взимания // Вестник С.-Петербургского университета. Сер. 5: Экономика. 2002. Вып. 3. С. 61–66.

Стиглиц Дж. Ю. Экономика государственного сектора / пер. с англ. М., 1997.

Чистяков С. В., Ишханова М. В. Математические модели выбора налоговых шкал: учеб. пособие. СПб., 1998.

Чичелев М. Е. К вопросу об альтернативе плоской и прогрессивной шкал налогообложения доходов физических лиц // Финансовый вестник. 2007. № 17. С. 29–49.

Mirrlees J. A. An Exploration in the Theory of Optimum Income Taxation // Review of Economic Studies. 1971. № 38. P. 175–208.

Musgrave R. A., Tun T. Income Tax Progression 1929–1948 // Journal of Political Economy. 1948. Vol. 56. P. 498–514.