

© 2017 г. С.В. ПОПОВ

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ЛИНИЙ ТОКА ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ, ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ В СУБГЛЯЦИАЛЬНОЙ ГЕОМОРФОЛОГИИ И МОДЕЛИРОВАНИИ ЭКЗАРАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ (НА ПРИМЕРЕ РАЙОНА ЗЕМЛИ ПРИНЦЕССЫ ЕЛИЗАВЕТЫ, ВОСТОЧНАЯ АНТАРКТИДА)

ПМГРЭ, СПб, Ломоносов, Россия
e-mail: spopov67@yandex.ru

В работе приводится алгоритм формирования линий тока, применительно к поверхности, заданной в виде сеточной модели. Алгоритм основан на поиске оптимального пути при пошаговом перемещении материальной точки до тех пор, пока конфигурация окружающей поверхности и заданные параметры позволяют двигаться вниз. Важность линий тока для геоморфологической интерпретации особенно велика применительно к изучению полярных регионов. Совместный анализ подледного рельефа и линий тока ледника позволяет выявить области преимущественного развития экзарационных процессов, что демонстрируется на примере одного из районов Восточной Антарктиды. Применение линий тока является важным инструментом при создании эволюционных моделей денудации, что демонстрируется на ряде примеров.

Ключевые слова: линии тока, математическое моделирование, денудационные процессы, подледный рельеф.

Введение

Компьютерные построения уже давно вошли в нашу жизнь и по праву заняли достойное место в науках о Земле. В частности, моделирование геологических процессов позволяет лучше понять строение и эволюцию изучаемого региона. Это в той же степени касается и геоморфологических исследований, объектом которых является короткий (по геологическим меркам) период формирования современного лика Земли. В то время как эндогенные внутрипланетарные силы создают его рельефность в ходе вертикальных перемещений отдельных блоков, экзогенные денудационные процессы всячески пытаются их нивелировать. В плане оценки перспективности эволюционных моделей, первый фактор можно оценить в ретроспективе по результатам морфотектонического анализа [1–4]. Кроме того, новые технологии позволяют определять скорости современных вертикальных и горизонтальных движений земной коры с достаточно высокой точностью [5–7], что также может быть использовано. Денудационные процессы обусловлены силой гравитации. Это позволяет описывать их законами физики. Таким образом, вполне возможно создание моделей эволюции рельефа. Их достаточно много, и они описывают денудационные процессы для различных случаев [8–11]. Теоретически, решая обратную задачу, можно с известной долей уверенности восстановить рельеф, разрушенный в ходе денудации [12]. В качестве примера можно обратиться к работе [13]. В ней приводится реконструированная карта подледного рельефа района гор Гамбурцева (Восточная Антарктида) на эоцен.

Модели, представленные в перечисленных выше работах, достаточно сложны. В них входит множество различных параметров, значения которых не всегда очевидны. Это приводит к тому, что использование этих моделей ограничено хорошо изученной территорией. В большинстве случаев перед исследователем стоят менее амбициозные задачи. Таковыми, в частности, могут быть: (1) выяснение путей транспортировки продуктов денудации, (2) приблизительная оценка относительной скорости эрозионных процессов в соседних областях или (3) возможный вид эродированной поверхности с течением времени. Применительно к изучению подледного рельефа, полезно выяснить, экзогенные или эндогенные процессы преобладали в ходе его

формирования в недалеком прошлом. Ответ на эти вопросы можно получить в ходе анализа *линий тока* земной поверхности.

Алгоритм формирования линий тока

Методика ручного построения линий тока достаточно детально изложена в работах А.Н. Ласточкина, в частности в [14], а также в методическом пособии [15]. Первые компьютерные реализации были выполнены автором и применены с целью анализа подледного рельефа одного из районов Антарктиды [16]. Вместе с аналогичными построениями для всего континента, впоследствии они вошли в Геоморфологический атлас Антарктиды [17].

За истекшее время алгоритм был существенно переработан. Новый вариант вместо поиска *аналитического решения* основан на пошаговом перемещении материальной точки до тех пор, пока конфигурация окружающей поверхности и заданные параметры позволяют двигаться вниз. Указанный алгоритм вошел в состав специализированной программы *GMorpho*, предназначенной для расчета морфометрических характеристик поверхности, представленной в форме сеточной модели [18].

Применительно к программному исполнению алгоритм реализован следующим образом. Поверхность для формирования линий тока задается сеточной моделью, т.е. прямоугольной матрицей, в узлах которой располагаются некоторые значения высот z_{ij} . Каждый узел характеризуется прямоугольными координатами (x_i, y_j) , где i и j – номер столбца и строки соответственно. Расстояние между узлами по горизонтальной и вертикальной осям составляет dx и dy . Таким образом, вся поверхность состоит из фрагментов размерами $dx \times dy$, которая описывается функцией $F(x, y)$ вида $F(x, y) = A_{ij}x^2 + B_{ij}y^2 + C_{ij}xy + D_{ij}$. Ее коэффициенты могут быть найдены по значениям в соответствующих узлах, путем решения системы уравнений.

При формировании линии тока задается ее начало P_0 с координатами (x_0, y_0) , длина фрагмента dl и предельное значение разности высот предыдущей и текущей точек ΔZ_{lim} , которое определяет момент завершения линии. В программной реализации P_0 располагается в центре одной из ячеек сеточной модели. Затем определяется значение $z_0 = F(x_0, y_0)$. Далее вычисляются коэффициенты функции, описывающей поверхность, на которой располагается P_0 , и рассчитывается вектор направления нормали \vec{n}_0 к поверхности в P_0 . Он характеризуется азимутом φ_0 и углом наклона к горизонтальной плоскости θ_0 .

Вектор нормали \vec{n}_0 определяется с использованием методов аналитической геометрии [19]. Если известны коэффициенты функции $F(x, y)$, то направляющие косинусы могут быть вычислены по следующим соотношениям:

$$\cos Ax = \frac{Cy + A}{\xi}; \quad \cos Ay = \frac{Cx + B}{\xi}; \quad \cos Az = \frac{1}{\xi},$$

где $\xi = \sqrt{(Cy + A)^2 + (Cx + B)^2 + 1}$.

Азимут вычисляется как $\varphi = \arctan\left(\frac{\cos Ax}{\cos Ay}\right) + \pi$, а тангенс угла наклона к горизон-

тальной плоскости, как $\tan \theta = \frac{\sqrt{\cos^2 Ax + \cos^2 Ay}}{\cos^2 Az}$.

На следующем шаге из P_0 строится линия в точку P_1 . Ее координаты (x_1, y_1) рассчитываются исходя из φ_0 и длины отрезка dl . Если $z_1 = F(x_1, y_1)$ таково, что $z_1 < z_0$, то P_1 фиксируется, определяется вектор направления нормали \vec{n}_1 , и алгоритм повторяется. Если $z_1 > z_0$, то длина отрезка укорачивается в два раза и положение P_1 рассчитывается снова до тех пор, пока не будет соблюдено предыдущее условие. Процесс

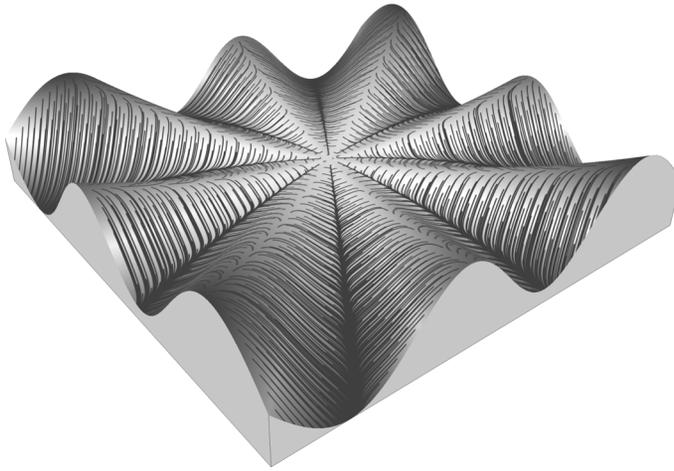


Рис. 1. Линии тока (показаны черным) для модельной поверхности

останавливается при $(z_i - z_{i+1}) < Z_{\text{lim}}$. В качестве иллюстрации вышеизложенного на рис. 1 представлен результат формирования линий тока для некоторой тестовой модельной поверхности.

Применение линий тока для анализа подледного рельефа

В качестве примера использования линий тока в геоморфологическом анализе, рассмотрим подледный рельеф района Земли Принцессы Елизаветы (Восточная Антарктида). Эти данные были получены в ходе комплексных аэрогеофизических исследований, выполненных в сезон 59-й Российской антарктической экспедиции (2013/14 гг.). На рис. 2 приведена карта подледного рельефа этой территории. На ней нанесены линии тока поверхности ледника, построенные на основе наиболее современных данных о высотах дневной поверхности Антарктиды [21]. Мощность ледникового покрова района исследований варьирует приблизительно от 600 м на СЗ, а также в области массива Браун, до 2500 м на ЮВ. Высоты дневной поверхности изменяются практически от уровня моря в СЗ части до 2000 м в южной [21]. Ее средний уклон составляет около половины градуса с генеральным направлением на север. Однако его величина не постоянна для различных участков и изменяется примерно от 10 угловых минут в южной части, до 3.5 градусов в северной – в районе побережья.

Согласно существующим представлениям, скорость течения ледника в этом районе, в целом, превосходит 100 м/год [22]. Таким образом, можно ожидать, что экзарационные процессы будут достаточно активны. Ввиду значительной мощности ледника и высокой скорости его течения, а также больших уклонов поверхности, *влияние подледного рельефа на направление генерального перемещения ледниковых масс не может быть определяющим*. Этот вывод является прямым следствием представлений о динамике покровных ледников [23]. Вышеизложенное, в свою очередь, означает, что области, которые характеризуются простираем отрицательных форм приблизительно вдоль линий тока ледника, вероятнее всего, в настоящее время формируются под преимущественным воздействием экзарационных процессов.

Обратимся к рис. 2. Проанализируем рельеф подледной поверхности и положение линий тока ледника. В южной части района работ располагается массив Браун. Для него характерны абсолютные высоты преимущественно в интервале от 200 до 1000 м, минимальные и максимальные отметки при этом составляют –400 и 1260 м соответственно; средняя высота – около 480 м. Рельеф характеризуется высокой степенью

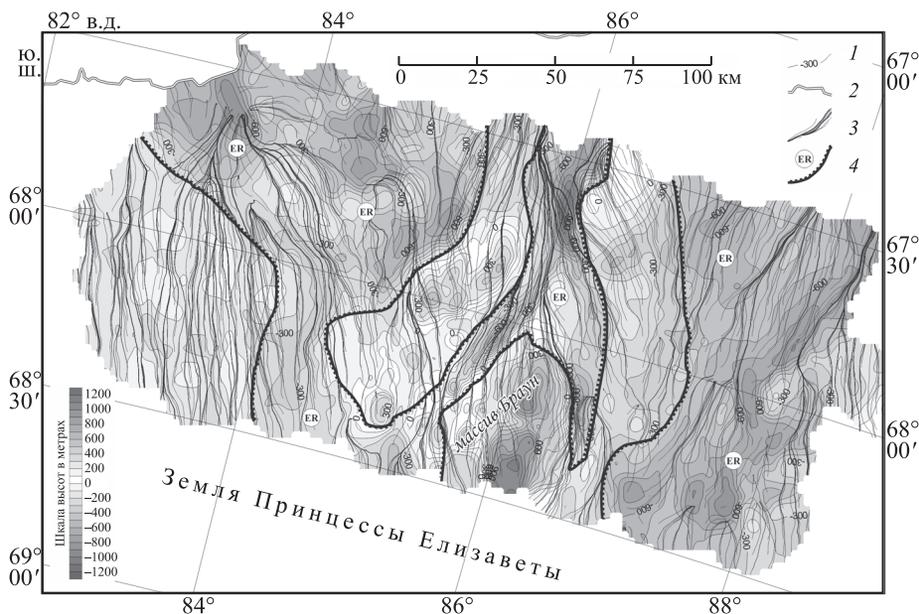


Рис. 2. Карта подледного рельефа района Земли Принцессы Елизаветы (Восточная Антарктида) 1 – изоhipsы подледного рельефа, м (сечение изолиний 100 м), 2 – береговая линия по [20], 3 – линии тока дневной поверхности [21], 4 – границы зон предполагаемого активного развития экзарационных процессов

расчлененности: для большей части перепады высот превышают 200 м. С востока и запада к нему примыкают долины, которые объединяются к северу от него и пересекают район работ в меридиональном направлении. Для них характерны абсолютные высоты преимущественно в интервале от -750 до -550 м; минимальные и максимальные высоты при этом составляют -960 и 58 м соответственно. В северной части долины расположен глубокий желоб меридионального простираия. Его размеры составляют примерно 27×6 км. Средняя высота достигает -885 м, минимальная -1270 м. Простираие линий тока ледника и линеаментов массива Браун различно. Это означает, что при формировании последнего, эндогенные процессы преобладали над экзогенными. При этом простираие тальвегов долин и линий тока ледника большей частью коррелирует между собой. Это в свою очередь указывает на то, что денудационные процессы явно преобладали над орогенными.

К востоку и к западу от массива Браун располагаются относительно небольшие поднятия. Первое из них довольно незначительное (высоты варьируют в среднем от -400 м до нуля), второе чуть выше (абсолютные отметки превышают 300 м). Насколько можно судить по рисунку, явная корреляция между простираием отрицательных форм подледной поверхности и направлением течения ледника не прослеживается.

Далее к востоку и западу подледная поверхность углубляется. Средние высоты составляют приблизительно -600 м и -300 м соответственно. При этом появляется видимая корреляция между простираием отрицательных форм рельефа и линиями тока ледника. Область, расположенная в юго-западной части района исследований, также характеризуется отсутствием выраженной корреляции между тальвегами долин и линиями тока ледника.

Результат вышеизложенных наблюдений отражен на рис. 2 в виде зон, в пределах которых экзарационные процессы, вероятнее всего, вносят значимый вклад в формирование современного подледного рельефа. Территория, расположенная вне их пределов, может рассматриваться как область, испытывающая вертикальные

тектонические движения в настоящее время либо затрагивавшаяся ими в относительно недалеком прошлом.

Применение линий тока в эволюционных моделях

Как отмечалось выше, в настоящее время имеется множество различных моделей, позволяющих прогнозировать изменение рельефа земной поверхности с течением времени [8–11]. Они, как правило, учитывают множество внешних факторов, влияющих на денудацию, такие, как скорость течения рек, климат и проч. На рис. 8 из работы [10] приведен результат моделирования процесса денудации при наличии и отсутствии гидросети. Различия достаточно значимые. Кроме того величина основного параметра – скорости денудации – варьирует в весьма широких пределах. Оценка для Антарктиды составляет от $1-2 \times 10^{-2}$ мм/год за период около 250 млн лет [13]. В обзорной работе [24] средние значения для континентов составляют 5–10 мм/год. По данным того же источника, в Альпах она составляет около 0.235 мм/год. Вместе с тем в других горных районах она превышает названную более, чем на порядок. Так для Новой Зеландии она варьирует от 0.8 мм/год (на равнинах) до 11 мм/год (в горах) [25]. Наименьшая скорость денудации измерена в Реюньоне и на Гавайских островах (3.5×10^{-3} мм/год и 11×10^{-3} мм/год соответственно) [24]. Таким образом, эта величина варьирует в весьма широких пределах. При этом следует учесть, что в горных районах продолжают процессы орогенеза, которые, согласно [24], могут составлять первые сантиметры в год, что сильно усложняет процесс учета параметров для моделирования.

Если требуется приблизительная оценка того, как будет осуществляться денудация, или имеются лишь общие соображения относительно интересующего района, то имеет смысл пользоваться упрощенными алгоритмами. В частности, это может быть полезным при изучении экзарационных процессов в Антарктиде и отдельных ее районов, таких как подледниковые озера Восток [26, 27] и Пионерское [28], или горы Гамбурцева.

Эти алгоритмы могут быть основаны на использовании линий тока земной поверхности, поскольку последние показывают пути транспортировки продуктов денудации и могут выглядеть следующим образом. По некоторому закону (например, от центра каждой ячейки сеточной модели) формируются линии тока. Снос осуществляется со всех четырех узлов, окружающих ее начало P_0 . Величина сноса пропорциональна тангенсу угла наклона в P_0 и разности высот поверхности в P_0 и в конечной точке P_n . Количество эродированного материала равномерно распределяется между узлами сеточной модели, окружающими P_n . Алгоритм может быть сколь угодно усложнен, в частности, путем учета уплотнения осадков, наличием гидросети или иным образом.

В качестве примера на рис. 3А показана модельная поверхность. Она представляет собой однородный блок (параллелепипед) высотой 1000 м, в основании которого лежит квадрат со сторонами 20 м. Поверхность подвергается денудации со скоростью 5 мм за цикл, который, в рамках модели, условно соответствует одному году. На секции Б того же рисунка показана динамика изменения профилей через 5, 10, 100, 200, 400 тыс. и 1 млн циклов (условных лет). Поверхность, сформировавшаяся через 1 млн циклов (условных лет), показана на рис. 3В.

Приведенные рисунки вполне согласуются с известными фактами: (1) крутая поверхность подвергается разрушению быстрее пологой и (2) скорость денудации возрастает с увеличением относительной высоты. Это подтверждает корректность модели в целом.

Совершенно аналогично можно восстановить эродированный рельеф, при наличии априорных представлений о мощности осадочных пород. Для этого нужно

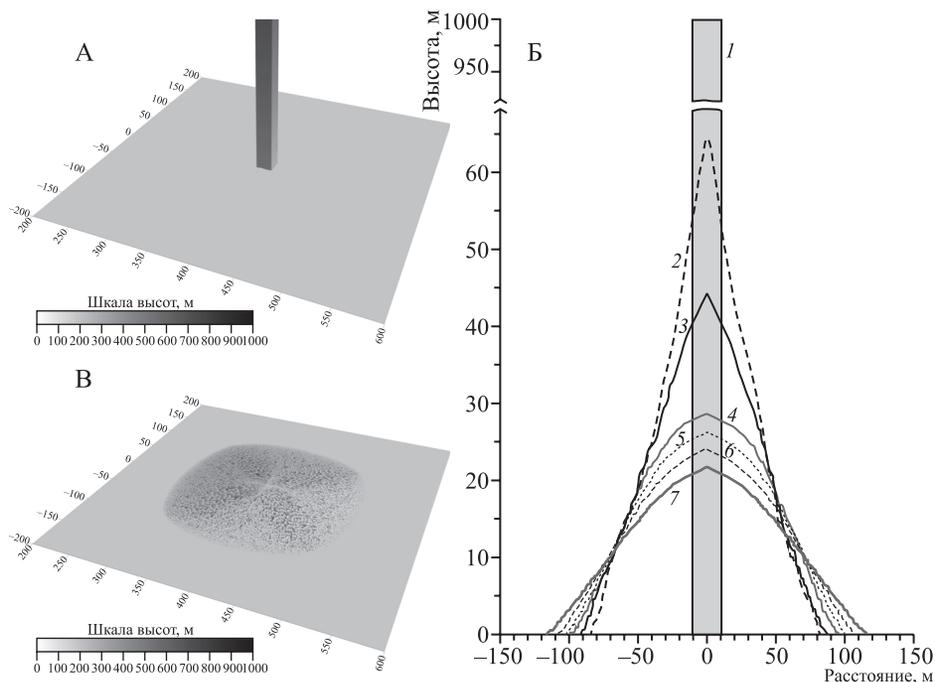


Рис. 3. Исходная модельная поверхность (А), изменение ее профиля в процессе денудации (Б) и поверхность денудации через 1 млн циклов (В)

Профили поверхности: 1 – исходной модельной; через интервал тыс. циклов: 2–5, 3–10, 4–100, 5–200, 6–400, 7–1 млн.

Положение профиля показано черной линией на секции А.

постепенно, шаг за шагом поднимать частицы снизу вверх по линиям тока, перестраивая последние после каждого цикла.

В завершении раздела на рис. 4А представлен рассмотренный выше подледный рельеф района Земли Принцессы Елизаветы (Восточная Антарктида). На секции Б того же рисунка показано последовательное изменение профиля подледной поверхности с течением времени – вплоть до 1 млн циклов (условных лет). При расчетах использовались те же параметры, что и в предыдущем примере. Наличие ледника не учитывалось. На последней секции рисунка приведена карта подледной поверхности после 1 млн циклов (условных лет) денудации. Сопоставление рисунков показывает, что при денудации этой, уже реальной поверхности, сохраняются указанные выше известные особенности протекания этого процесса.

Весьма показателен пример, демонстрирующий преимущества 3D-моделей. Анализируя профиль (рис. 4Б), нельзя не обратить внимание на тот факт, что нивелирование рельефа происходит как бы неравномерно. За 1 млн циклов продукты денудации практически уничтожили все долины, оставив выраженными лишь три: в районах 70-го, 130-го и 220-го км. При этом сравнение изначальной конфигурации долин не указывает на какие-либо “преимущества” последних. Однако если проанализировать исходную поверхность, то становится понятно, что указанные три долины являются более протяженными, особенно последняя, и более выраженными. Они так же, как и вся территория, подвергаются эрозии, но при этом в силу большей глубины способны транспортировать продукты денудации за пределы рассматриваемого региона. Это приводит к тому, что они сами накапливают их в гораздо меньшей степени. Тем не менее, если процесс денудации будет продолжаться и дальше, то рано или поздно

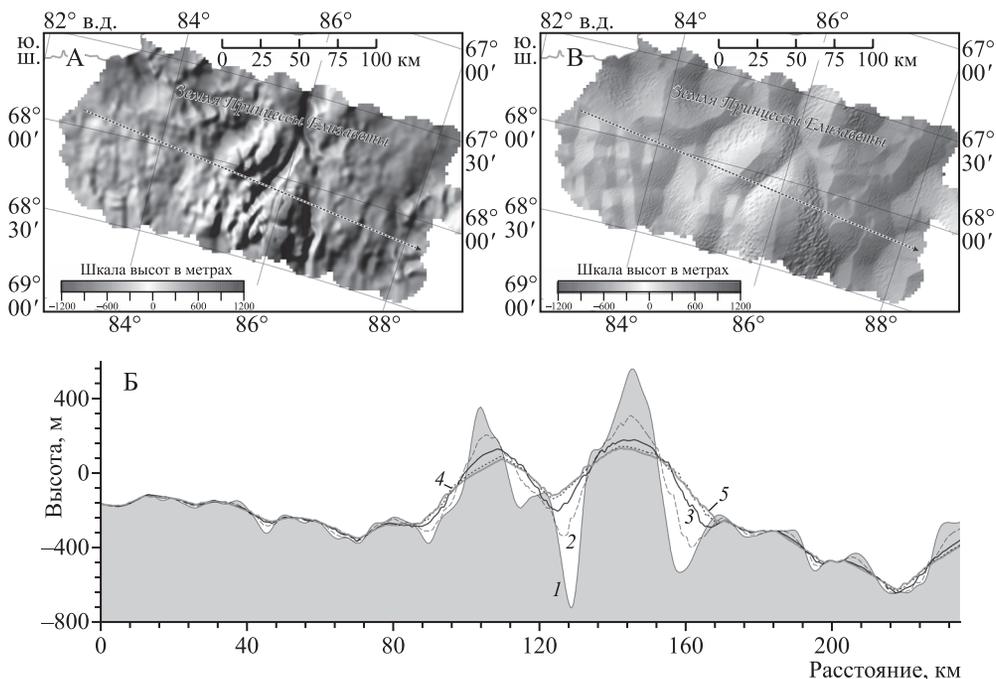


Рис. 4. Подледная поверхность района Земли Принцессы Елизаветы (Восточная Антарктида) (А), изменение ее профиля в процессе денудации (Б) и поверхность денудации через 1 млн циклов (В) Профили поверхности: 1 – исходной модельной; через интервал тыс. циклов: 2 – 100, 3 – 400, 4 – 800, 5 – 1 000

Положение профиля показано пунктирной линией на сечениях А и В

и эти долины будут постепенно нивелироваться. И на месте столь рельефной подледной поверхности в конечном итоге образуется пенеплен.

Заключение

Линии тока играют важную роль в геоморфологическом анализе изучаемой территории. Они помогают установить пути транспортировки продуктов денудации. Как следствие, использование линий тока становится весьма эффективным инструментом при построении эволюционных математических моделей рельефа. Кроме того, они могут оказать неоценимую помощь при анализе подледного рельефа, который, в силу понятных причин, недоступен для изучения классическими геоморфологическими методами.

Благодарности. Автор благодарит сотрудника ПМГРЭ О.Б. Соболеву за предоставление сеточной модели подледной поверхности на район Земли Принцессы Елизаветы.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 14-05-00234-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фердман Л.И. Метод изодеф и его тектоническая интерпретация в пределах Норильского района северо-запада сибирской платформы // Методы геоморфологических исследований. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1967. С. 69–79.
2. Философов В.П. Основы морфометрического метода поисков тектонических структур. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1975. 232 с.

3. Уфимцев Г.Ф. Морфотектоника Евразии. Иркутск: Изд-во Иркутского гос. ун-та, 2002. 494 с.
4. Симонов Ю.Г. Геоморфология. СПб.: Питер, 2005. 427 с.
5. Chen J., Yuan J., Guo C., Zhang Y., and Zhang P. Progress in technology for the 2005 height determination of Qomolangma Feng (Mt. Everest) // *Sci. China Ser. D. Science in China Press*. 2006. Vol. 49. No. 5. P. 531–538.
6. Konfal S.A., Wilson N., and Willis M. GPS surveys to detect active faulting in the Transantarctic Mountains, Antarctica / *Antarctica: A Keystone in a Changing World – Online Proceedings of the 10th ISAES / Cooper A.K., Raymond C.R. et al. (eds.)*. 2007. USGS Open-File Report 2007–1047. Extended Abstract 021. 4 p.
7. Riilke A. and Dietrich R. The SCAR GPS Campaigns in the context of global reference system realization and geodynamic research / *Antarctica: A Keystone in a Changing World – Online Proceedings of the 10th ISAES / Cooper A.K., Raymond C.R. et al. (eds.)*. 2007. USGS Open-File Report 2007–1047. Extended Abstract 146. 4 p.
8. Jamieson S.S.R., Hulton N.R.J., and Hagdorn M. Modelling landscape evolution under ice sheets // *Geomorphology*. 2008. Vol. 97. P. 91–108. doi:10.1016/j.geomorph.2007.02.047
9. Jamieson S.S.R., Sugden D.E., and Hulton N.R.J. The evolution of the subglacial landscape of Antarctica // *Earth Planet. Sci. Lett.* 2010. Vol. 293. P. 1–27. doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.epsl.2010.02.012
10. Egholm D.L., Pedersen V.K., Knudsen M.F., and Larsen N.K. Coupling the flow of ice, water, and sediment in a glacial landscape evolution model // *Geomorphology*. 2012. Vol. 141–142. P. 47–66. doi:10.1016/j.geomorph.2011.12.019
11. de Winter I.L., Storms J.E.A., and Overeem I. Numerical modeling of glacial sediment production and transport during deglaciation // *Geomorphology*. 2012. Vol. 167–168. P. 102–114. doi:10.1016/j.geomorph.2012.05.023
12. Peeters I., Rommens T., Verstraeten G., Govers G., van Rompaey A., Poesen J., and van Oost K. Reconstructing ancient topography through erosion modelling // *Geomorphology*. 2006. Vol. 78. P. 250–264. doi:10.1016/j.geomorph.2006.01.033
13. Cox S.E., Thomson S.N., Reiners P.W., Hemming S.R., and van de Flierdt T. Extremely low long-term erosion rates around the Gamburtsev Mountains in interior East Antarctica // *Geophys. Res. Lett.* 2010. Vol. 37. P. 1–5. doi:10.1029/2010GL045106
14. Ласточкин А.Н. Рельеф земной поверхности. Л.: Недра, 1991. 340 с.
15. Зинченко А.Г., Ласточкин А.Н. Методика геоморфологического картографирования шельфа и континентального склона Российской Федерации (применительно к задачам Госгеолкарты-1000). М.: ЗАО “Геоинформмарк”, 2001/ 38 с.
16. Ласточкин А.Н., Попов С.В. Методика выделения структурных линий в подледно-подводном рельефе Антарктики // *Геоморфология*. 2004. № 1. С. 34–43.
17. Геоморфологический атлас Антарктиды. СПб.: ЗАО “Карта”, 2011. 256 с.
18. Попов С.В. Программа для выполнения морфометрического анализа рельефа земной поверхности GMorpho // Программа для ЭВМ № 2016612714 с приоритетом от 11 января 2016 г. Зарегистрирована в Реестре программ для ЭВМ Российской Федерации 9 марта 2016 г.
19. Ильин В.А., Поздняк Э.Г. Аналитическая геометрия (серия “Курс высшей математики и математической физики”). М.: Наука, 1971. 232 с.
20. Antarctic Digital Database (ADD). Version 4.1. 2003. Scientific Committee on Antarctic Research, British Antarctic Survey, Cambridge.
21. Bamber J.L. and Griggs J.A. A new 1 km digital elevation model of the Antarctic derived from combined satellite radar and laser data – Part 1: Data and methods // *The Cryosphere*. 2009. Vol. 3. P. 101–111.
22. Rignot E., Mouginot J., and Scheuchl B. Ice flow of the Antarctic ice sheet // *Science*. 2011. Vol. 333. No. 6048. P. 1427–1430.
23. Патерсон У.С.Б. Физика ледников. Пер. с англ. М.: Мир, 1984. 472 с.
24. Harrison C.G.A. Rates of continental erosion and mountain building. *Geol. Rundsch.* 1994. Vol. 83. P. 431–447.
25. Inkpen R.J. and Stephenson W. Statistical analysis of the significance of site topography and erosion history on erosion rates on intertidal shore platforms, Kaikoura Peninsula, South Island, New Zealand // *Geomorphology*. 2006. Vol. 81. P. 18–28. doi:10.1016/j.geomorph.2006.03.004
26. Попов С.В., Лунёв П.И. Орография коренного рельефа района подледникового озера Восток (Восточная Антарктида) // *Геоморфология*. 2012. № 1. С. 81–92.
27. Попов С.В., Масолов В.Н., Лукин В.В., Попков А.М. Отечественные сейсмические, радиолокационные и сейсмологические исследования подледникового озера Восток // *Лед и снег*. 2012. № 4(120). С. 31–38.

28. Попов С.В., Попков А.М. Сейсморадиолокационные исследования района подледникового озера Пионерское, Восточная Антарктида // Криосфера Земли. 2015. Т. XIX. № 2. С. 107–113.

Поступила в редакцию
после доработки 10.05.2016

**FLOW-LINES COMPUTATION AND THEIR USE IN SUBGLACIAL GEOMORPHOLOGY
AND GLACIAL EROSION MODELING: THE PRINCESS ELIZABETH LAND (EAST
ANTARCTICA) CASE STUDY**

S.V. POPOV

*PMGRE, St.-Petersburg, Lomonosov, Russia
e-mail: spopov67@yandex.ru*

S u m m a r y

Algorithm is described for modeling of flow lines from a gridded elevation model. The algorithm is based on looking for the optimal way for a step-by-step downward moving. Vector (flow) lines are especially relevant in geomorphological studies of polar regions. Joint analysis of subglacial topography and ice flow lines allows revealing the areas of occurrence of glacial erosion. Vector (flow) lines provide an important mathematical tool in the development of evolutionary models of continental denudation. A number of examples are provided from one of the regions in the East Antarctica.

Keywords: Flow lines, mathematical modeling, denudation processes, subglacial topography.

DOI:10.15356/0435-4281-2017-1-46-54