

Санкт – Петербургский Государственный Университет

**Н.В. Наумова, Д.Н. Иванов**

*РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ  
ТЕОРИИ УПРУГОСТИ  
И ГИДРОДИНАМИКИ  
В ПАКЕТЕ ANSYS*

*Учебное пособие*

Издательство С.-Петербургского Университета  
2012

ББК 22.251  
НЗ4

Р е ц е н з е н т ы: зав. каф. теоретической и прикладной  
механики СПбГУ, проф. П.Е. Товстик,

зав. каф. гидроупругости СПбГУ,  
проф. Б.А. Ершов

*Печатается по постановлению  
Редакционно-издательского совета  
С.-Петербургского государственного университета*

Наумова Н.В., Иванов Д.Н.  
НЗ4 Решение задач теории упругости и гидродинамики в пакете  
ANSYS: Учебное пособие. — СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та,  
2012. — 99 с.

Основу учебного пособия составляет курс специального семинара по методу конечных элементов, который проводится авторами на кафедре теоретической и прикладной механики математико-механического факультета СПбГУ. В пособии содержится краткое изложение метода конечных элементов и рассматриваются различные способы работы в пакете **Ansys**. Множество представленных примеров дает возможность самостоятельно ознакомиться с пакетом **Ansys** и овладеть техникой работы в нем.

Предназначено для студентов старших курсов отделения прикладной математики и механики математико-механического факультета, аспирантов и преподавателей соответствующих специальностей.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ.  
Грант 10-01-00244.

ББК 22.251

© Н.В. Наумова,  
Д.Н. Иванов, 2012  
© С.-Петербургский  
государственный  
университет, 2012

## Глава 1

### Введение в метод конечных элементов

Метод конечных элементов представляет собой эффективный численный метод решения инженерных и физических задач. Основная идея метода конечных элементов состоит в том, что любую непрерывную величину, такую как температура, давление, перемещение, можно аппроксимировать дискретной моделью, которая строится на множестве кусочно-непрерывных функций, определенных на конечном числе подобластей. Эти кусочно-непрерывные функции определяются с помощью значений непрерывной величины в конечном числе точек рассматриваемой области. В общем случае непрерывная величина заранее неизвестна, и нужно определить значение этой величины в некоторых внутренних точках области. При построении дискретной модели непрерывной величины поступают следующим образом:

- В рассматриваемой области фиксируется конечное число точек. Эти точки называются узловыми точками или просто узлами.
- Значение непрерывной величины в каждой узловой точке считается переменной, которая должна быть определена.
- Область определения непрерывной величины разбивается на конечное число подобластей, называемых элементами. Эти элементы имеют общие узловые точки и в совокупности аппроксимируют форму области.
- Непрерывная величина аппроксимируется на каждом элементе полиномом (1, 2, 3 степени), который определяется с помощью узловых значений этой величины.

Для каждого элемента определяется свой полином, но полиномы подбираются таким образом, чтобы сохранялась непрерывность величины вдоль границ элемента. Если в качестве неизвестной непрерывной величины взять, например, некоторое распределение температуры  $T(x)$  в стержне заданной длины, то узловые значения  $T(x)$  должны быть подобраны таким образом, чтобы обеспечивалось

наилучшее приближение к истинному распределению температуры. Это обеспечивается путем минимизации некоторой величины, связанной с физической сущностью задачи. Если рассматривается задача распространения тепла, то минимизируется функционал, связанный с соответствующим дифференциальным уравнением. Процесс минимизации сводится к решению систем линейных алгебраических уравнений относительно узловых значений  $T(x)$ .

### 1.1. Пример аналитического расчета напряжений и деформаций в ступенчатом стержне

Рассмотрим конкретный пример по исследованию напряжений и деформаций в ступенчатом стержне при осевой нагрузке методом конечных элементов. Проведем все операции по составлению векторов напряжений, деформаций и матрицы жесткости, которые создаются в пакете ANSYS при обработке наших программ. На рис. 1.1 показан ступенчатый стержень, составленный из стержня 1 длиной  $l^{(1)}$ , площадью поперечного сечения  $A^{(1)}$  и модулем Юнга  $E^{(1)}$  и стержня 2 длиной  $l^{(2)}$ , площадью поперечного сечения  $A^{(2)}$  и модулем Юнга  $E^{(2)}$ . На левом конце стержня 1 (точка 1) - жесткая заделка. На линии сопряжения стержней (точка 2) стержни жестко соединены, а на правом свободном конце стержня 2 (точка 3) приложена растягивающая сила  $P_3$ . В дальнейших численных расчетах значения  $l^{(e)}$ ,  $A^{(e)}$ ,  $E^{(e)}$  были следующими:  $l^{(1)} = l^{(2)} = 10$  см,  $A^{(1)} = 2$  см<sup>2</sup>,  $A^{(2)} = 1$  см<sup>2</sup>,  $E^{(1)} = E^{(2)} = 2 \cdot 10^6$  кг/см<sup>2</sup>,  $P_3 = 1$  Н. Разобьем данную конструкцию на два элемента, как показано на рис. 1. Элемент с номером 1 будет соответствовать стержню 1, а элемент с номером 2 будет соответствовать стержню 2. Пусть в любой точке элементов присутствуют только осевые перемещения. Введем всего три узла и осевые перемещения узлов обозначим  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$ ,  $\Phi_3$ . Это будут неизвестные величины, которые нам предстоит определить.

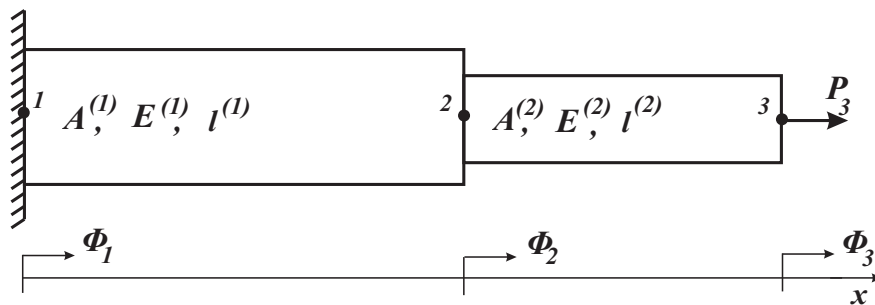


Рис. 1.1. Вид ступенчатого стержня сбоку. Направление смещений  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$ ,  $\Phi_3$  для узлов с соответствующими номерами.

Предположим, что осевое перемещение является линейной функцией  $x$ , т. е.

$\Phi(x) = a + b \cdot x$ . Если перемещения концов при  $x = 0$  и  $x = l^{(e)}$  равны соответственно  $\Phi_i^{(e)}$  и  $\Phi_{i+1}^{(e)}$ , то  $a = \Phi_i^{(e)}$ , а  $b = (\Phi_{i+1}^{(e)} - \Phi_i^{(e)}) / l^{(e)}$ , следовательно,  $\Phi(x) = \Phi_i^{(e)} + x \cdot (\Phi_{i+1}^{(e)} - \Phi_i^{(e)}) / l^{(e)}$ . Верхний индекс  $(e)$  обозначает номер элемента, нижний индекс  $i$  — номер соответствующего узла.

Потенциальная энергия стержня при осевой деформации равна  $\Pi = \Pi^{(1)} + \Pi^{(2)} - W$ . Здесь  $\Pi^{(e)}$  — энергия деформации  $(e)$ -го элемента, а  $W$  — работа внешних сил. Энергия деформации  $\Pi^{(e)}$  может быть выражена через напряжения  $\sigma^{(e)}$  и деформации  $\varepsilon^{(e)}$  соответствующего элемента

$$\Pi^{(e)} = A^{(e)} \cdot \int_0^{l^{(e)}} \frac{1}{2} \sigma^{(e)} \varepsilon^{(e)} dx = \frac{A^{(e)} E^{(e)}}{2} \cdot \int_0^{l^{(e)}} (\varepsilon^{(e)})^2 dx.$$

Деформации  $\varepsilon^{(e)}$ , в свою очередь, могут быть выражены через функцию  $\Phi(x)$ :

$$\varepsilon^{(e)} = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\Phi_{i+1}^{(e)} - \Phi_i^{(e)}}{l^{(e)}}.$$

И потенциальная энергия элемента после всех подстановок примет вид

$$\Pi^{(e)} = \frac{A^{(e)} E^{(e)}}{2l^{(e)}} (\Phi_1^{(e)^2} + \Phi_2^{(e)^2} - 2 \cdot \Phi_1^{(e)} \cdot \Phi_2^{(e)}).$$

Или в матричной форме, которая используется в пакете ANSYS,

$$\Pi^{(e)} = \frac{1}{2} \Phi^{(e)} [K^{(e)}] \Phi^{(e)}.$$

Здесь  $\Phi^{(e)}$  — вектор узловых перемещений элемента  $(e)$ . Если  $e = 1$  (первый элемент), то  $\Phi^{(1)} = (\Phi_1, \Phi_2)$ . Если  $e = 2$  (второй элемент), то  $\Phi^{(2)} = (\Phi_2, \Phi_3)$ .

Матрицу  $[K^{(e)}]$  называют матрицей жесткости элемента, в данном примере она имеет следующий вид:

$$[K^{(e)}] = \frac{A^{(e)} E^{(e)}}{l^{(e)}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Работа внешних сил в общем случае может быть представлена в виде

$$W = \Phi_1 \cdot P_1 + \Phi_2 \cdot P_2 + \Phi_3 \cdot P_3,$$

где  $P_i$  — сила, приложенная в направлении перемещения  $\Phi_i$ . В нашем примере  $P_1$  — неизвестная реакция в узле 1,  $P_2$  — реакция в узле 2 ( $P_2 = 0$ ),  $P_3 = 1$ .

Если стержень находится в равновесии под действием нагрузки  $P = (P_1, P_2, P_3)$ , то согласно принципу минимума потенциальной энергии

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \Phi_i} = 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

Это уравнение может быть записано  $\sum_{e=1}^3 \left( [K^{(e)}] \cdot \Phi^{(e)} - P^{(e)} \right) = 0$  или в матричном виде  $[K] \cdot \Phi - P$ , где  $K$  — глобальная матрица жесткости,  $\Phi$  — глобальный вектор перемещений,  $P$  — глобальный вектор нагрузок. В данном примере

$$[K] = 2 \cdot 10^5 \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} P_1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решая эту алгебраическую систему, получим, что перемещение узла 2:  $\Phi_2 = 0.25 \cdot 10^{-5}$  см, а перемещение узла 3:  $\Phi_3 = 0.75 \cdot 10^{-5}$  см. Теперь могут быть найдены деформации и напряжения для каждого элемента стержня:

$$\varepsilon^{(1)} = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{l^{(1)}} = 0.25 \cdot 10^{-6}, \quad \sigma^{(1)} = E^{(1)} \cdot \varepsilon^{(1)} = 0.5 \text{ кг/см}^2,$$

$$\varepsilon^{(2)} = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\Phi_3 - \Phi_2}{l^{(2)}} = 0.50 \cdot 10^{-6}, \quad \sigma^{(2)} = E^{(2)} \cdot \varepsilon^{(2)} = 1 \text{ кг/см}^2.$$

Представленный выше пример ступенчатого стержня и расчеты методом конечных элементов по определению деформаций и напряжений, возникающих в стержне при действии продольной растягивающей силы, наглядно демонстрируют применение определенного набора достаточно громоздких формул, объем которых возрастает с увеличением количества элементов исследуемой конструкции. В связи с этим обстоятельством, целесообразно использовать пакеты прикладных программ с методом конечных элементов, которые не только значительно облегчают работу, но и уменьшают процент арифметических ошибок.

## 1.2. Вывод уравнений метода конечных элементов

Метод конечных элементов (МКЭ) является одним из численных методов, который удобно реализовывать на современных ЭВМ с помощью специальных пакетов прикладных программ. На кафедре теоретической и прикладной механики математико-механического факультета СПбГУ предпочтение отдается изучению пакета **ANSYS**, поэтому дальнейшее изложение материала касается именно этого программного комплекса. В пакете **ANSYS** рассматриваемая конструкция моделируется близким по форме телом со свойствами материала присущими исходному телу. Далее модель разбивается на малые, но конечные элементы, которые, в свою очередь, задаются узлами. Каждый элемент обладает конечным числом степеней свободы и определенными физическими и геометрическими свойствами (например, Модуль Юнга и толщина). Набор свойств каждого элемента совпадает со свойствами исследуемого тела или его детали. В каждом элементе аппроксимируются определенные функции, характерные для данной задачи. В частном случае это могут быть смещения. Для аппроксимации величины внутри малой области удобно использовать простейшие функции (полиномы 1, 2, 3 степени).

Коэффициенты полиномов определяются из значений функций в узлах, таким образом, чтобы сохранялась непрерывность величины вдоль границ элемента и обеспечивалось наилучшее приближение к истинному распределению этой величины. Если рассматривается задача распространения тепла, то минимизируется функционал, связанный с соответствующим дифференциальным уравнением. Процесс минимизации сводится к решению систем линейных алгебраических уравнений относительно узловых значений температуры.

Преимущество метода конечных элементов заключается в том, что с помощью него можно решить широкий класс задач, в том числе те, которые не решаются аналитически.

Рассмотрим метод конечных элементов на примере плоского треугольного элемента. Введем декартову систему координат  $OXY$  (рис. 1.2). Все перемещения будем считать линейными функциями координат

$$u(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y, \quad (I.1)$$

$$v(x, y) = \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y, \quad (I.2)$$

где  $u$  и  $v$  смещения по осям  $OX$  и  $OY$  соответственно.

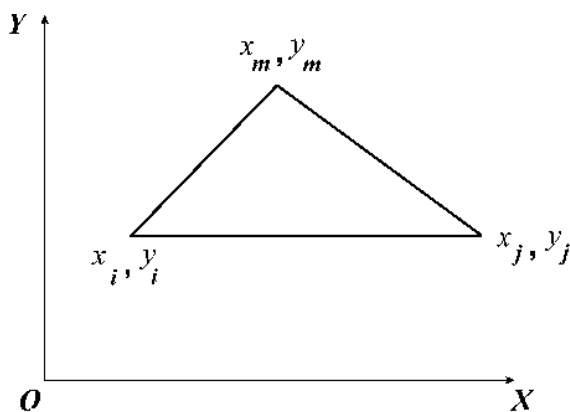


Рис. 1.2. Треугольный конечный элемент при решении плоской задачи.

Неизвестные коэффициенты  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_6$  могут быть выражены через смещения узлов с номерами  $i, j, m$ . Применяя равенство (I.1) для узлов с номерами  $i, j, m$ , получаем систему уравнений для  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ , которую выпишем в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_m & y_m \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_i \\ u_j \\ u_m \end{pmatrix}. \quad (I.3)$$

Подставляя найденные параметры  $\alpha_i$  в (I.1), получаем для  $u(x, y)$  следующее выражение:

$$u = \frac{1}{2F} [(y_{jm}(x - x_m) - x_{jm}(y - y_m))u_i + (y_{mi}(x - x_i) - x_{mi}(y - y_i))u_j + (-y_{ji}(x - x_j) - x_{ji}(y - y_j))u_m]. \quad (\text{I.4})$$

Аналогично определяется  $v(x, y)$ :

$$v = \frac{1}{2F} [(y_{jm}(x - x_m) - x_{jm}(y - y_m))v_i + (y_{mi}(x - x_i) - x_{mi}(y - y_j))v_j + (-y_{ji}(x - x_j) - x_{ji}(y - y_j))v_m], \quad (\text{I.5})$$

где  $2F = x_{jm}y_{mi} - x_{mi}y_{jm}$ ,  $x_{ij} = x_i - x_j$ ,  $y_{ij} = y_i - y_j$ .

В матричной форме уравнения (I.4) и (I.5) будут иметь такой вид:

$$\{u_n\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \{[\Phi_i], [\Phi_j], [\Phi_m]\} \begin{Bmatrix} U_i \\ U_j \\ U_m \end{Bmatrix}, \quad (\text{I.6})$$

$$\text{где } [\Phi_i] = f_i(x, y) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad U_i = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix}, \text{ а} \quad (\text{I.7})$$

$$f_i = \frac{1}{2F} [(y_{jm}(x - x_m) - x_{jm}(y - y_m))].$$

В более компактной форме зависимость (I.6) можно записать следующим образом:

$$\{u_n\} = [\Phi] \{U_n^\mathcal{E}\}, \quad \text{где } U_n^\mathcal{E} = \begin{Bmatrix} U_i \\ U_j \\ U_m \end{Bmatrix}. \quad (\text{I.8})$$

Верхний индекс "Э" показывает, что данное обозначение введено для одного элемента. Используя равенства (I.4) и (I.5), находим, согласно [1] и [4], компоненты деформаций и перемещений:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{du}{dx} = \frac{1}{2F} (y_{jm}u_i + y_{mi}u_j - y_{ji}u_m), \\ \varepsilon_y &= \frac{dv}{dy} = \frac{1}{2F} (-x_{jm}v_i + x_{mi}v_j - x_{ji}v_m), \\ \gamma_{xy} &= \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = \frac{1}{2F} (-x_{jm}u_i - x_{mi}u_j + \\ &+ x_{ji}u_m + y_{jm}v_i + y_{mi}v_j - y_{ji}v_m) \end{aligned} \quad (\text{I.9})$$

В матричной форме равенства (I.9) могут быть записаны в следующем виде:

$$\{\varepsilon_n\} = D\{U_n\}, \quad (\text{I.10})$$

$$\text{где } \{\varepsilon\} = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}\}^T, \quad U_n = \{u_i, v_i, u_j, v_j, u_m, v_m\}^T,$$



$$[D] = \frac{1}{2F} \begin{bmatrix} y_{jm} & 0 & y_{mi} & 0 & -y_{ji} & 0 \\ 0 & -x_{jm} & 0 & -x_{mi} & 0 & x_{ji} \\ -x_{jm} & y_{jm} & -x_{mi} & y_{mi} & x_{ji} & -y_{ji} \end{bmatrix}. \quad (\text{I.11})$$

Для дальнейших расчетов матрицу  $D$  удобно представить в виде

$$[D] = [D_i, D_j, D_m]. \quad (\text{I.12})$$

Далее нам понадобятся соотношения теории упругости [1] для плоской задачи, связывающие напряжения и деформации:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_x + \mu\varepsilon_y) - \frac{E}{1-\mu}\alpha T, \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_y + \mu\varepsilon_x) - \frac{E}{1-\mu}\alpha T, \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\nu)}\gamma_{xy}. \end{aligned} \quad (\text{I.13})$$

Уравнения (I.13) также выпишем в матричной форме:

$$\{\sigma\} = [A] (\{\varepsilon\} - \{\alpha T\}), \quad (\text{I.14})$$

где матрица

$$[A] = \frac{E}{1-\mu^2} \begin{Bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{Bmatrix}, \quad \{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}, \quad (\text{I.15})$$

а вектор температурной деформации

$$\{\alpha T\} = \alpha T \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (\text{I.16})$$

Подставляя (I.10) в (I.14), получаем

$$\{\sigma\} = [A] \left( [D] \{U_n^{\exists}\} - \{\alpha T\} \right). \quad (\text{I.17})$$

Все вышеприведенные выкладки были выписаны для одного элемента. Чтобы найти матрицу жесткости для всего тела, составленного из  $N$  элементов, необходимо применить принцип возможных перемещений, из которого следует  $\delta\Pi = 0$ . Здесь  $\Pi$  – потенциальная энергия всего тела, составленного из  $N$  элементов:

$$\Pi = \sum_{k=1}^N \Pi_k - W,$$

где  $\Pi_k$  – энергия деформации  $k$ -го элемента:

$$\Pi_k = \iint_V \{\varepsilon_k\}^T \{\sigma_k\} dV, \quad (\text{I.18})$$

$$W = \iiint_{V_k} \{u_k\}^T \{F\} dV + \iint_{S_k} \{u_k\}^T \{p_k\} dS. \quad (\text{I.19})$$

В выражении (I.19) первое слагаемое представляет собой работу объемных (массовых) сил, а второе работу внешних сил на возможных перемещениях.

### 1.3. Формирование матрицы жесткости для двух сопряженных треугольных элементов

Предположим, что объемные силы отсутствуют, а температурный коэффициент  $\alpha = 0$ . Тогда из формул (I.9) и (I.10) следует

$$\begin{aligned} \{\delta\varepsilon_k\} &= [D_k] \{\delta U_k^\vartheta\}, & \{\delta\varepsilon_k\}^T &= \{\delta U_k^\vartheta\}^T [D_k]^T, \\ \{\delta u_k\} &= [\Phi_k] \{\delta U_k^\vartheta\}, & \{\delta u_k\}^T &= \{\delta U_k^\vartheta\}^T [\Phi_k]^T. \end{aligned} \quad (\text{I.20})$$

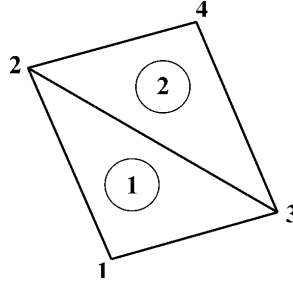


Рис. 1.3. Сопряженные треугольные элементы.

Равенства (I.18), (I.19), с учетом (I.20), дают нам

$$\sum_{k=1}^2 \{\delta U_k\}^T \left( \iiint_{V_k} [D_k] [A] [D_k] dV U_k - \iint_{S_k} [\Phi_k]^T \{p\} dS \right) = 0. \quad (\text{I.21})$$

В основном вариационном уравнении (I.21) треугольный элемент (рис. 1.3) представлен матрицей жесткости

$$[K]^k = \iiint_V [D_k]^T [A] [D_k] dV. \quad (\text{I.22})$$

В развернутой форме получим

$$[K]^k = \begin{bmatrix} [K_{ii}] & [K_{ij}] & [K_{ij}] \\ [K_{ji}] & [K_{jj}] & [K_{jm}] \\ [K_{mi}] & [K_{mj}] & [K_{mm}] \end{bmatrix}, \quad (\text{I.23})$$

где квадратные матрицы  $[K_{ij}]$  и т.д. — блоки  $k$ -го элемента имеют вид

$$[K_{ij}] = \iiint_V [D_i]^T [A] [D_j] dV. \quad (\text{I.24})$$

Если элемент примыкает к внешней поверхности тела ( $S_k \in S$ ), то распределенная нагрузка дает следующий вектор статически эквивалентных узловых усилий:

$$\{Q^{(k)}\} = \iint_S [\Phi_k]^T \{p\} dS. \quad (\text{I.25})$$

С учетом (I.23) и (I.24) уравнение (I.25) примет вид

$$\sum_{k=1}^2 \{\delta U_k^{\mathfrak{A}T}\} ([K^{(k)}] \{U_k^{\mathfrak{A}}\} - Q^{(k)}) = 0, \quad (\text{I.26})$$

или в развернутом виде

$$\begin{aligned} & \delta U_1^T \left( [K_{11}^{(1)}] \{U_1\} + [K_{12}^{(1)}] \{U_2\} + [K_{13}^{(1)}] \{U_3\} - \{Q_1^{(1)}\} \right) + \\ & \delta U_2^T \left( [K_{21}^{(1)}] \{U_1\} + [K_{22}^{(1)}] \{U_2\} + [K_{23}^{(1)}] \{U_3\} - \{Q_2^{(1)}\} \right) + \\ & \delta U_3^T \left( [K_{31}^{(1)}] \{U_1\} + [K_{32}^{(1)}] \{U_2\} + [K_{33}^{(1)}] \{U_3\} - \{Q_3^{(1)}\} \right) + \\ & \delta U_2^T \left( [K_{22}^{(2)}] \{U_2\} + [K_{23}^{(2)}] \{U_3\} + [K_{24}^{(2)}] \{U_4\} - \{Q_2^{(2)}\} \right) + \\ & \delta U_3^T \left( [K_{32}^{(2)}] \{U_2\} + [K_{33}^{(2)}] \{U_3\} + [K_{34}^{(2)}] \{U_4\} - \{Q_3^{(2)}\} \right) + \\ & \delta U_4^T \left( [K_{42}^{(2)}] \{U_2\} + [K_{43}^{(2)}] \{U_3\} + [K_{44}^{(2)}] \{U_4\} - \{Q_4^{(2)}\} \right) = 0. \end{aligned} \quad (\text{I.27})$$

Сгруппируем слагаемые при вариации смещения каждого узла и, учитывая то, что вариации могут быть совершенно произвольными, получим систему алгебраических уравнений для определения  $U_1, U_2, U_3, U_4$ :

$$\begin{aligned} & [K_{11}^{(1)}] \{U_1\} + [K_{12}^{(1)}] \{U_2\} + [K_{13}^{(1)}] \{U_3\} - \{Q_1\} = 0, \\ & [K_{21}^{(1)}] \{U_1\} + \left( [K_{22}^{(1)}] + [K_{22}^{(2)}] \right) \{U_2\} + \left( [K_{23}^{(1)}] + [K_{23}^{(2)}] \right) \{U_3\} + \\ & + [K_{24}^{(2)}] \{U_4\} - \{Q_2\} = 0, \\ & [K_{31}^{(1)}] \{U_1\} + \left( [K_{32}^{(1)}] + [K_{32}^{(2)}] \right) \{U_2\} + \left( [K_{33}^{(1)}] + [K_{33}^{(2)}] \right) \{U_3\} + \\ & + [K_{34}^{(2)}] \{U_4\} - \{Q_3\} = 0, \\ & [K_{42}^{(2)}] \{U_2\} + [K_{43}^{(2)}] \{U_3\} + [K_{44}^{(2)}] \{U_4\} - \{Q_4\} = 0, \end{aligned} \quad (\text{I.28})$$

где  $\{Q_i\}$  — вектор усилий, действующих на узел  $i$  со стороны всех примыкающих к нему узлов.

Уравнения (I.28) можно записать в матричной форме:

$$[K] \{U\} = \{Q\}, \quad (\text{I.29})$$

где векторы узловых смещений  $\{U\}$  и усилий  $\{Q\}$  равны

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{Bmatrix}, \quad \{Q\} = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \end{Bmatrix}. \quad (\text{I.30})$$

Записанное в общем виде уравнение (I.29) является основным разрешающим уравнением метода конечных элементов. Матрица  $K$  называется матрицей жесткости конструкции.

Такие пакеты прикладных программ как **ANSYS** позволяют автоматизировать проведенную выше работу, тем более, что с ростом числа элементов, порядок системы (I.29) также растет. Пользователю готовых пакетов прикладных программ остается лишь задать тип разбиения конструкции на элементы, а также ее параметры. В расчетном комплексе **ANSYS** реализовано более 200 типов конечных элементов. Каждый тип конечного элемента предназначен для определенного вида расчета. Каждый тип элемента имеет набор степеней свободы, составляющих первичные узловые неизвестные, определяемые в ходе расчета. Таковыми могут являться перемещения, повороты, температуры, давления и т. д. Вторичные (производные) результаты, такие как напряжения, поток тепла и т. д., вычисляются на основе этих расчетных степеней свободы. Степени свободы не указываются в узлах пользователем в явном виде, а подразумеваются типом элемента, связанного с узлами. Поэтому при любом расчете в комплексе **ANSYS** выбор типов элементов является операцией высшего приоритета.

#### 1.4. Способы решения задач в пакете **ANSYS**

Задачи в пакете **ANSYS** можно решать как в интерактивном режиме, так и создавать собственные программы. Первый способ заключается в том, что мы используем различные средства интерфейса для ввода данных и создания рассматриваемой модели, после чего запускаем решение задачи. Во втором способе пользователь сам пишет программу. Этот способ является более удобным, тем более, что не все команды, которые можно задать в программе, встречаются в меню, например, оператор цикла. В процессе работы с **ANSYS** можно комбинировать эти два способа. При работе с **Help** в конце описания синтаксиса каждой команды указаны также пути получения ее из меню. Одна и та же команда может быть расположена в разных меню в зависимости от рассматриваемой задачи. Данное пособие предполагает использование пакета **ANSYS 13.0**, но могут быть использованы и другие версии этого пакета.

## Глава 2

# Структура программных модулей ANSYS

Программный комплекс ANSYS является наиболее универсальным и доступным инженерным решением, обеспечивающим быструю разработку изделия в виртуальной среде с учетом комплексных и связанных решений — с высокой степенью надежности проектов. Новые возможности ANSYS позволяют сократить процесс проектирования, создавать инновационные продукты с экономией финансовых и временных ресурсов, уменьшить расходы на проведение экспериментов.

Программный комплекс ANSYS обеспечивает широкие возможности анализа, позволяющие клиентам получать полные динамические характеристики проекта: от частотных характеристик до поведения нелинейных сложных систем. Спектр решений ANSYS чрезвычайно широк, программные продукты охватывают расчет напряженно-деформированного состояния, анализ гидродинамических процессов, теплообмена, электромагнетизма.

### 2.1. ANSYS Workbench

В основе ANSYS находится расчетная платформа ANSYS Workbench, гибкая и универсальная среда для компьютерного моделирования, позволяющая пользователям легко настраивать, визуализировать и контролировать процесс расчетов. В ANSYS Workbench инженеры могут легко анализировать множество вариантов, оптимизировать проекты с учетом различных физических явлений. ANSYS Workbench включает несколько специализированных модулей для работы с геометрией, генерации расчетной сетки, решения задач оптимизации, такие как ANSYS DesignModeler, ANSYS Meshing и ANSYS DesignXplorer.

- **ANSYS DesignModeler** — специализированный модуль ANSYS Workbench для работы с импортированной геометрией из сторонних CAD – комплексов. Позволяет исправлять дефекты в геометрии, упрощать геометрическую модель или создавать расчетную модель с нуля.

- **ANSYS Meshing** представляет собой многофункциональный сеточный процессор на основе платформы ANSYS Workbench. Модуль позволяет генерировать высококачественные расчетные сетки в автоматическом режиме для различных приложений (расчетов напряженно-деформированного состояния, гидрогазодинамического анализа и пр.)
- **ANSYS DesignXplorer** является модулем параметрической оптимизации, интегрированным в расчетную платформу ANSYS Workbench.

## 2.2. Механика деформируемого твердого тела

Одной из основных задач при проектировании изделий является обеспечение прочности и надежности изделия при эксплуатационных нагрузках. Компания **ANSYS** представляет широкий спектр решений для расчета напряженно-деформированного состояния конструкций, динамического анализа, оценки температурного состояния узлов и выполнения связанных расчетов. Эти возможности в разной мере представлены в следующих комплексах:

- **ANSYS Multiphysics**

Многодисциплинарное моделирование встречается во многих приложениях, например, в биомедицине (волнообразные колебания эластичных стенок артерий), в авиастроении (флаттер), строительстве (ветровые и волновые нагрузки на сооружения), трубопроводном транспорте (гидравлический удар и вибрации), электронике (электроупругость, термоэлектричество и пьезо-эффекты). ANSYS Multiphysics — это наиболее полная комплектация расчетного комплекса ANSYS, позволяющая объединить задачи теплообмена, гидрогазодинамики, электромагнетизма и механики деформируемого твердого тела в одну комплексную многодисциплинарную задачу.

- **ANSYS Mechanical**

ANSYS Mechanical позволяет решать широкий спектр задач механики деформируемого твердого тела с учетом нелинейных свойств материалов, пластичности и контактного взаимодействия. Кроме того, комплекс позволяет решать задачи линейной и нелинейной динамики, теплообмена, акустики, а также выполнять связанный анализ.

- **ANSYS Structural**

Комплекс ANSYS Structural содержит все возможности ANSYS Mechanical, за исключением тех, которые относятся к решению задач теплообмена.

- **ANSYS Professional**

Комплекс ANSYS Professional содержит большинство возможностей ANSYS Mechanical, но обладает ограниченными функциями при решении задач с нелинейностями.

### 2.3. Вычислительная гидродинамика

Для решения задач вычислительной гидродинамики (Computational Fluid Dynamic — CFD) компания ANSYS предлагает два пакета **ANSYS CFX** и **ANSYS FLUENT**. Оба пакета содержат расширенный набор моделей турбулентности, решателей, библиотеку материалов (жидкость, газ). Комплексы позволяют моделировать течения жидкости в объектах с подвижными границами (клапаны, поршни), а также в связке с ANSYS Mechanical/Structural решать задачи взаимодействия жидкости и твердого тела.

### 2.4. Электромагнетизм и проектирование электронных устройств

Электромагнитные решения представлены четырьмя продуктами: ANSYS Emag, ANSYS Multiphysics, Maxwell и HFSS. Каждый из продуктов ориентирован на тот или иной сегмент рынка электронных устройств и электронных изделий, от мощных силовых трансформаторов до устройств типа МЭМС.

- **ANSYS Emag** ориентирован на решение задач низкочастотных электронных приложений, например, расчет микроэлектромеханических устройств (МЭМС), электродвигателей, реле и соленоидов. Расчетные возможности комплекса могут быть объединены с ANSYS Mechanical для решения связанных задач.
- **Maxwell** — специализированный программный комплекс для моделирования электромагнитных полей. Используется при проектировании таких устройств, как электромоторы, переключатели, трансформаторы и др.
- **HFSS** предназначен для расчета трехмерных электромагнитных полей, анализа электромагнитной совместимости устройств, построения частотно-зависимой модели схем распределения питания и др.

### 2.5. Быстропротекающие высоконелинейные динамические процессы

Для моделирования быстропротекающих процессов и решения задач с большими деформациями и напряжениями с использованием явных методов, компания ANSYS предлагает программные продукты ANSYS AUTODYN и ANSYS LS-DYNA.

- **ANSYS AUTODYN** — один из лучших программных комплексов для расчетов задач динамики конструкций, нестационарных течений, моделирования поведения материалов и др. Комплекс получил большую популярность при расчете задач из области физики взрывов, а также определении отклика конструкций на ударно-волновое воздействие.

- **ANSYS LS-DYNA** — программный комплекс для анализа высоконелинейных динамических процессов. Типичные приложения ANSYS LS-DYNA: задачи ударостойкости конструкций при больших деформациях, скоростях деформаций и разрушении материалов (при столкновении автомобилей, при обработке металлов давлением и др.), задачи взрыва и ударно-волнового нагружения конструкций, задачи геомеханики и деформирования материалов со сложным физико-химическим поведением.

В программных продуктах **ANSYS** реализован специализированный язык APDL (ANSYS Parametric Design Language) — язык написания командных сценариев, который может использоваться для автоматизации типовых задач или построения моделей на основе параметров (переменных). APDL также охватывает широкий диапазон возможностей, таких как повторение команд, вызов макросов, применение логических ветвлений, циклов, а также операций со скалярными данными, векторами и матрицами.

APDL — скриптовый (подобный FORTRAN) язык программирования в традиционном графическом интерфейсе ANSYS Mechanical APDL (ранее — PREP7).

Язык APDL позволяет полностью создать расчетную модель (включая создание параметрической геометрической модели) в виде исполняемой программы или макроса.

Традиционная схема расчета задач механики деформируемого твердого тела имеет вид: "входной файл — решатель — постпроцессор"

Входной файл можно создать тремя способами:

1. В традиционном графическом интерфейсе ANSYS Mechanical APDL в результате использования GUI (Graphical Users Interface) создается входной файл (\*.log).
2. В графическом интерфейсе расчетного модуля Workbench Mechanical в результате использования GUI также создается входной файл для решателя, и далее в пакетном режиме *batch* запускается решатель ANSYS
3. Использование любого текстового редактора, в котором на языке ANSYS Parametric Design Language (APDL) можно написать все действия и запустить этот файл из графического интерфейса или в пакетном режиме решателя *batch*.

Пользователь также может комбинировать все указанные действия: загружать текстовые макросы на APDL в традиционном графическом интерфейсе ANSYS Mechanical APDL с помощью команды *read input file*, либо копирования текста в командную строку из буфера обмена.

Можно использовать объекты *Commands*, содержащие команды на языке APDL. Для этого их необходимо вставить в дерево проекта расчетного модуля Workbench Mechanical.



## Глава 3

### Работа в интерактивном режиме Grafical Users Interface (GUI method)

#### 3.1. Изгиб стержня под действием точечной нагрузки

В этой работе необходимо найти прогиб стержня под действием точечной нагрузки, приложенной к одному из концов стержня. Второй конец стержня жестко закреплён.

Величина точечной поперечной силы 300 Н. Длина стержня 1 м, а поперечное сечение представляет собой квадрат с размерами  $0.02 \times 0.02$  м. Модуль Юнга  $2.07 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>, коэффициент Пуассона 0.3.

Сначала задаются два узла с номерами 1 и 11 (тем самым стержень разбивается на 10 элементов), по ним строится прямая линия, задающая ось стержня.

*Задание исходного набора параметров*

**Utility Menu > Parameters > Scalar Parameters.**

В появившемся окне ввести имена и значения параметров (после набора каждого параметра нажимается *Accept*):

Young=2.07e11	Модуль Юнга
h=0.02	Сторона поперечного сечения
S=h*h	Площадь поперечного сечения
J=S*h*h/12	Момент инерции поперечного сечения

*Тип элемента и задание констант\**

**Main Menu > Preprocessor > Element Type > Add > Structural Beam > 2D Elastic 3 > Ok > Close**

**Main Menu > Preprocessor > Real Constants > Add**  
Real Constant Set No. > 1  
Cross Section Area > S  
Area moment of inertia > J  
Total beam height > h  
**Ok , Close**

*Задание свойств материала*

**Main Menu > Preprocessor > Material Props > Material Models > Structural > Linear > Elastic > Isotropic**  
EX > Young (модуль Юнга )  
PRXY > 0.3 (коэффициент Пуассона)  
**Ok** > закрываем окно Define Material Model Behavior.

*Определение координат узлов*

**Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Nodes > In Active CS**  
NODE Node Number > 1 > Apply  
(По умолчанию координаты узла будут: 0,0,0)  
NODE Node Number > 11  
X,Y,Z, Location in active CS > 0, 1, 0, **Ok**

**Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Nodes > Fill between Nds**

Щелчком мыши выделяем первый и одиннадцатый узлы, **Ok**. Появляется диалоговое окно, в котором по умолчанию содержится следующая информация:

NODE1, NODE2 Fill between nodes > 1 11  
NFILL Number of nodes to fill > 9  
SPACE > 1  
ITIME No. of fill operations > 1  
INC Node number increment > 1, **Ok**

---

\*К сожалению, в **ANSYS 13** в данном разделе у пользователя нет возможности выполнить этот пункт так, как здесь написано, поэтому заменим описанные выше действия их командным аналогом, а именно, введем в командную строку следующие команды и нажмем *enter*:

**ET, 1, beam3**  
**R, 1, S, J, h**

#### *Определение типа элементов*

**Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Elements > Auto Numbered > Thru Nodes**

Выделяем первый и второй узлы, **Ok**

**Main Menu > Preprocessor > Modeling > Copy > Elements > Auto Numbered > Pick All**

ITIME Total number of copies > 10, **Ok**

#### *Задание типа анализа и условий закрепления*

**Main Menu > Solution > Unabridged Menu > Analysis Type > New Analysis > Ok**

Соглашаемся со статическим анализом **Static**

**Main Menu > Solution > Analysis Type > Analysis Options**

Stress stiffness or prestress > Prestress ON > **Ok**

**Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Structural > Displacement > On Nodes**

Выделяем первый узел, **Ok**

Lab2 DOFs to be constrained > All DOF

VALUE Displacement value > 0 > **Ok**

**Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Structural > Force / Moment > On Nodes**

Выделяем одиннадцатый узел, **Ok**

Lab Direction of Force/mom > FX

VALUE Of Force/Moment > 300

**Main Menu > Solution > Solve > Current LS > Ok.**

После завершения вычислений появляется надпись *Solution is done* и нужно закрыть все диалоговые окна **STATUS command** и **Solve Current Load Step**.

#### *Просмотр результатов*

Под действием приложенной поперечной силы свободный конец стержня отклонится на 0.036 м (см. рис. 3.1). Для того чтобы вывести на экран величину и форму прогиба, необходимо проделать следующие действия:

**Main Menu > General PostProc > Plot Results > Contour Plot > Nodal Solution > DOF Solution > X – component of displacement > Ok.**

**Utility Menu > List > Results > Nodal Solution > DOF Solution > X – component of displacement > Ok.**



**Рис. 3.1.** Изгиб стержня под действием горизонтальной точечной нагрузки.

### 3.2. Напряжения в цилиндрическом стержне

Рассмотрим сплошной цилиндрический стержень, жестко закрепленный на одном конце. На втором конце стержня прикладывается точечная поперечная сила и исследуются напряжения, возникающие в данном стержне под действием указанной силы. В этой работе используется совершенно другой способ задания стержня в виде сплошного цилиндра. Свойства материала стержня остаются такими же, как и в предыдущей задаче:

Young=2.07e11 (модуль Юнга);  
 nu=0.3 (коэффициент Пуассона);  
 r=0.05 (радиус поперечного сечения стержня);  
 el=8\*r\*atan(1)/10 (наименьший размер элемента).

**Main Menu > Preprocessor > Element Type > Add > Structural Solid > solid 95** (вводится вручную).

**Main Menu > Preprocessor > Material Props > Material Models > Structural** (двойной щелчок мыши) **> Linear > Elastic > Isotropic**

EX > Young  
 PRXY > nu

*Формирование цилиндра*

**Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Volumes > Cylinder > Solid Cylinder**

WP X > 0  
 WP Y > 0

Radius > r  
Depth > 1, **Ok**

Далее необходимо определить точку на одном из торцов цилиндра, к которой будет приложена сила.

**Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Keypoints > Hard PT on area > Hard PT by coordinates**

Выделяем торец в плоскости  $z = 1$  и нажимаем **Ok**  
X,Y,Z coordinates > 0,0,1

*Разбиение на элементы*

**Main Menu > Preprocessor > Meshing > Mesh Tool > Size Control > Lines > Set > Pick All**

SIZE Element edge length > el

**Main Menu > Preprocessor > Meshing > Mesh Tool > Mesh > Volumes > Shape > Tet > Free > Pick All**

*Перенумерация узлов и элементов*

**Main Menu > Preprocessor > NumberingCtrls > Merge Items**

Label Type of item to be merge > Nodes

**Main Menu > Preprocessor > NumberingCtrls > Merge Items**

Label Type of item to be merge > Elements

*Граничные условия*

**Main Menu > Preprocessor > Loads > Define Loads > Apply > Structural > Displacement > On Areas**

Выделяем торец в плоскости  $z = 0$  и нажимаем **Ok**.

Lab2 DOFs to be constrained > All DOF

VALUE Displacement value > 0 > **Ok**

**Main Menu > Preprocessor > Loads > Define Loads > Apply > Structural > Force/Moment > On Keypoints**

Указать мышкой, к какой точке следует приложить силу, и нажать **Ok**

Lab Direction of Force/Moment on Keypoints > FX

Apply as > Constant value

VALUE Force/Moment value > 1000

*Тип анализа и решение*

**Main Menu > Solution > Analysis Type > New Analysis**

Выбираем **Static**.

**Main Menu > Solution > Solve > Current LS > Ok.**

*Просмотр результатов*

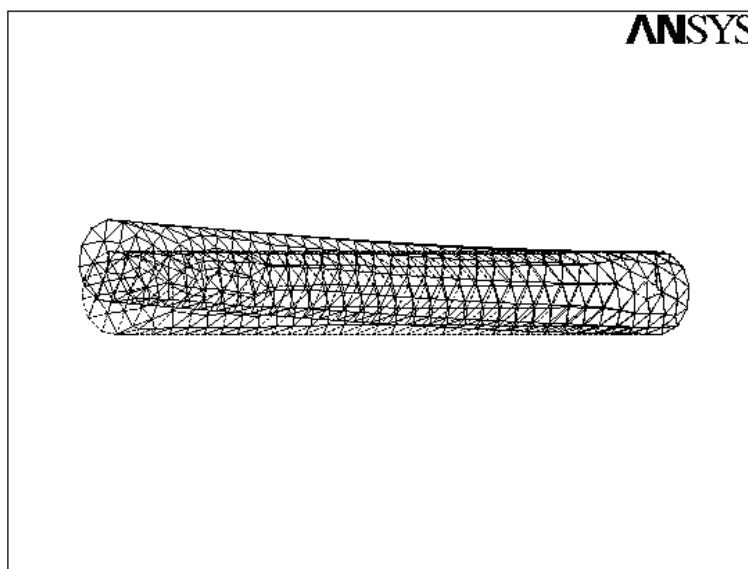
**Main Menu > General PostProc > Plot Results > Contour Plot > Nodal Solution > DOF Solution > Z – component of displacement > Ok.**

Деформированный и недеформированный стержни показаны на рис. 3.2. Также можно использовать другие возможности визуализации, например:

**Utility Menu > PlotCtrls > Pan, Zoom, Rotate > Front > Close.**

*Запись log-файла базы данных*

**Utility Menu > File > Write DB Log File > Write Database Log to > cyl\_sterjen.log, Ok.**



**Рис. 3.2.** Недеформированный и деформированный стержни под действием точечной поперечной силы.

### **3.3. Исследование частот и форм поперечных колебаний балки**

В этом пункте рассматриваются свободные поперечные колебания балки [15], с условиями жесткой заделки на обоих концах. Производится расчет частот и вывод на экран форм колебаний. Задание скалярных параметров и тип конечных элементов осуществляется аналогично задаче 3.1. Небольшие изменения нужно

произвести в блоке свойств материала, здесь добавляется плотность материала **DENS = 7.8e3**.

*Задание типа анализа и условий закрепления*

**Main Menu > Solution > Unabridged Menu > Analysis Type > New Analysis > Ok**

Выбираем **Modal**.

**Main Menu > Solution > Analysis Type > Analysis Options**

Выбираем **Block Lanczos**.

No. of modes to extract > 6

NMODE No. of modes to expand > 6, **Ok, Ok**.

**Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Structural > Displacement > On Nodes**

Выделяем первый и одиннадцатый узлы, **Ok**.

Lab2 DOFs to be constrained > All DOF

VALUE Displacement value > 0 > **Ok**

*Решение*

**Main Menu > Solution > Solve > Current LS > Ok**

*Просмотр результатов*

- Вывод на экран значений собственных частот:

**Main Menu > General Postproc > Results Summary.**

Точное значение для определения низшей частоты колебаний жестко заделанной по краям балки легко получается из работы [4] и имеет вид

$$\omega = 22.37 \frac{l^2}{2\pi} \sqrt{\frac{EJ}{\rho S}},$$

где  $l$  – длина балки,  $E$  – модуль Юнга,  $I$  – момент инерции,  $S$  – площадь поперечного сечения,  $\rho$  – плотность материала. Низшая частота колебаний рассматриваемой балки, получаемая в пакете **Ansys** равна 105.887 Гц, что отличается от точного значения на 0.015%.

- Вывести на экран первую собственную форму можно следующим образом:

**Main Menu > General Postproc > Read Results > First Set.**

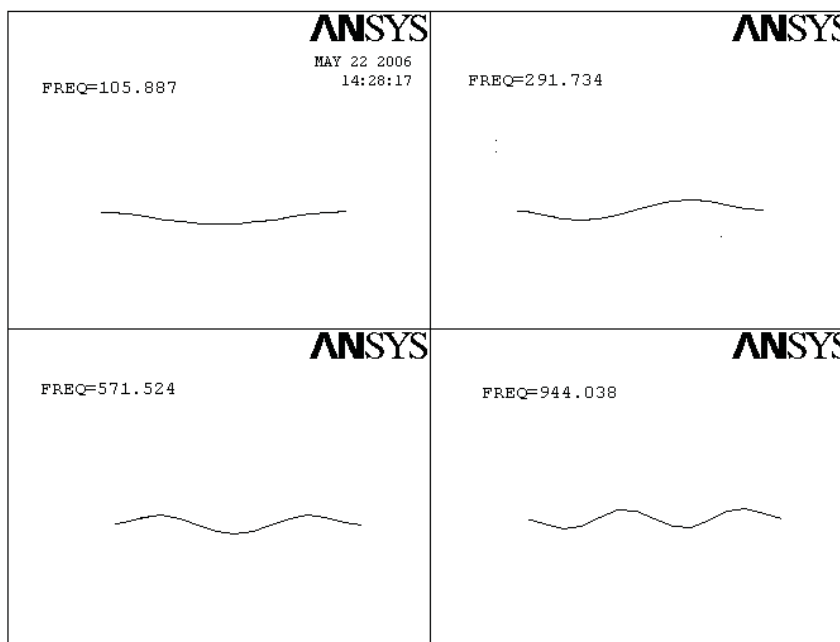
Для того чтобы просмотреть следующую (или предыдущую) форму колебаний, надо выбрать

**Main Menu > General Postproc > Read Result > Next Set (Previous Set).**

Можно сразу перейти на нужную форму колебаний:

**Main Menu > General PostProc > Read Result > By Pick**, а затем  
**Main Menu > General PostProc > Plot Results > Contour Plot > Nodal  
Solution > DOF Solution > Z – component of displacement > Ok.**

На рис. 3.3 представлены первые четыре формы колебаний жестко закрепленной на концах балки.



**Рис. 3.3.** Первые четыре формы колебаний жестко закрепленной на концах балки.

### 3.4. Квадратная пластина под действием нормального внешнего давления. Свободные колебания квадратной пластины

Рассматривается квадратная пластина с размерами  $1 \times 1$  м. Исходные параметры пластины, свойства материалов определяются в начале работы.

*Задание исходного набора параметров*

**Utility Menu > Parameters > Scalar Parameters.**

В появившемся окне ввести имена и значения параметров (после набора каждого параметра нажимается **Accept**):



YOUNG=2.07E11  
THICK=0.02  
DENSITY=7800, **Close**.

*Задание типа и свойств элементов*

**Main Menu > Preprocessor > Element Type > Add > Structural Shell > 63 > Ok > Close.**

**Main Menu > Preprocessor > Real Constants > Add**  
Shell Thickness at node I TK (I) > THICK  
Shell Thickness at node J TK (J) > THICK  
Shell Thickness at node K TK (K) > THICK  
Shell Thickness at node L TK (L) > THICK, **Ok , Close.**

*Задание свойств материала*

**Main Menu > Preprocessor > Material Props > Material Models > Structural** (двойной щелчок мыши) **> Linear > Elastic > Isotropic**  
EX > YOUNG (модуль Юнга)  
PRXY > 0.3 (коэффициент Пуассона)  
**Main Menu > Preprocessor > Material Props > Material Models > Structural > Nonlinear >**  
DENS > DENSITY (плотность материала), **Ok**  
Закрываем окно Define Material Model Behavior.

*Построение квадратной области*

**Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Areas > Rectangle > By Dimensions**  
X1 , X2 > 0, 1  
Y1, Y2 > 0, 1, **Ok**

*Разбиение на элементы*

**Main Menu > Preprocessor > Meshing > Mesh Tool > Size Controls > Lines > Set > Pick All**  
NDIV No. Of element divisions > 40, **Ok**  
**Main Menu > Preprocessor > Meshing > Mesh Tool > Mesh > Areas > Shape > Quad > Free > Mesh > Pick All**

*Условия закрепления и приложение внешнего давления*

**Main Menu > Preprocessor > Loads > Define Loads > Apply > Structural > Displacement > On Lines**

Выделяем мышкой все пограничные стороны, **Ok**  
 Lab2 DOFs to be constrained > All DOF  
 VALUE Displacement value > 0 > **Ok**  
**Main Menu > Preprocessor > Loads > Define Loads > Apply > Structural**  
**> Pressure > On Areas > Pick All**  
 Apply PRES on areas as a > constant value  
 VALUE Load PRES value, > -100  
 LKEY Load key, usually face no. > 1

*Решение*

**Solution > Analysis Type > New Analysis > Static**  
**Main Menu > Solution > Solve > Current LS > Ok**

*Просмотр результатов*

**Main Menu > General PostProc > Plot Results > Contour Plot > Nodal**  
**Solution > DOF Solution > Z – component of displacement > Ok.**

Результатом выполнения этого пункта является рис. 3.4.

В табл. 1 приводятся максимальные значения прогиба данной пластины, разбитой на различное количество элементов. Точное значение величины прогиба, представленное в третьем столбце таблицы, получено в работе [1]:

$$w_{max} = 0.00126 \frac{qa^4}{D}, \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)},$$

где  $q$  — величина нагрузки,  $a$  — сторона пластины,  $\nu$  — коэффициент Пуассона,  $E$  — модуль упругости,  $h$  — толщина пластины.

Можно заметить, что с увеличением разбиения квадратной пластины на большее количество элементов, точность полученного результата возрастает. Однако при достаточно мелкой сетке, т.е. при очень большом количестве элементов, происходит рост относительной погрешности. Это связано с увеличением размеров расчетных матриц, что приводит к накоплению ошибок на каждом вычислительном этапе.

*Исследование свободных колебаний пластины*

Для того чтобы получить частоты и формы колебаний, необходимо убрать внешнее давление, приложенное ранее, и запустить новый тип анализа.

**Solution > Define Loads > Delete > Structural > Pressure > On Areas**

LKEY Load, usually face no. > 1

**Solution > Analysis Type > New Analysis**

Таблица 1

Число элементов	Макс. прогиб, м (Ansys)	Точное решение, м	Относит. погр., %
16(4 × 4)	0.90054e-06	0.83087e-06	7.7365
25(5 × 5)	0.7637e-06		8.7953
36(6 × 6)	0.8660e-06		4.0577
49(7 × 7)	0.85225e-06		2.5087
81(9 × 9)	0.81268e-06		2.2382
100(10 × 10)	0.84579e-06		1.7641
121(11 × 11)	0.81982e-06		1.3478
144(12 × 12)	0.84229e-06		1.3559
169(13 × 13)	0.81544e-06		0.8410
400(20 × 20)	0.83721e-06		0.7573
1600(40 × 40)	0.83509e-06		0.5054

Выбираем модальный анализ — "Modal".

**Solution > Analysis Type > Analysis Options**

Выбираем "Block Lanczos".

No. of modes to extract > 6

No. of modes to expand > 6 **Ok**

В появившемся окне **Lanczos Modal Analysis** тоже нажимаем **Ok**.

**Main Menu > Solution > Solve > Current LS > Ok**

Далее мы приводим табл. 2, иллюстрирующую влияние количества разбиений квадратной пластины на собственные частоты колебаний. В работе [6] была получена точная формула для определения значения низшей частоты колебаний квадратной пластины

$$\omega = \frac{35.6}{2\pi} \sqrt{\frac{Eh^2}{12a^4\rho(1-\nu^2)}}$$

где  $a$  — сторона пластины,  $\nu$  — коэффициент Пуассона,  $E$  — модуль упругости,  $\rho$  — плотность материала,  $h$  — толщина пластины.

Как уже отмечалось выше, с увеличением разбиения квадратной пластины на большее количество элементов точность полученных результатов возрастает.

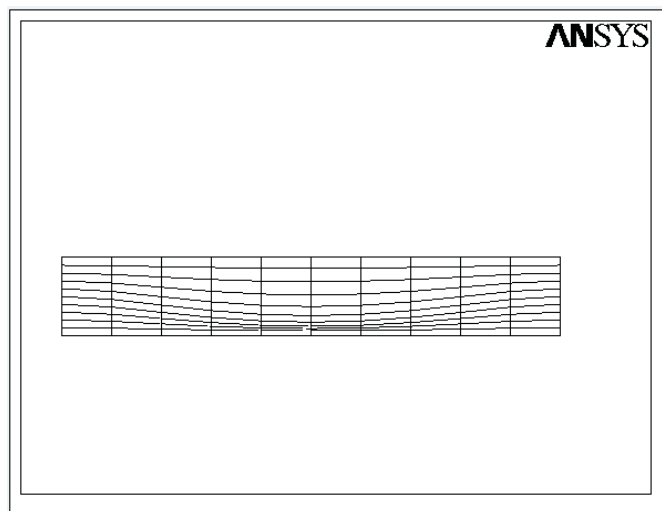
*Изображение деформированной пластины*

**Main Menu > General Postproc > Read Result > By Pick**, выбрать необходимый для просмотра результат, а затем

**Main Menu > General PostProc > Plot Results > Contour Plot > Nodal Solution > DOF Solution > Z – component of displacement > Ok.**

**Utility Menu > Plot Ctrls > Pan, Zoom, Rotate > Front/Iso > Close.**

*Запись log-файла базы данных*



**Рис. 3.4.** Прогиб квадратной пластины под действием нормального давления.

Utility Menu > File > Write DB Log File > Write Database Log to > square.log, Ok.

### 3.5. Круглая пластина под действием распределенного внешнего давления

В этой работе поверхность круглой пластины создается командой **Circle** с заданием координат центра окружности и ее радиуса. Пластина жестко заделывается по окружности. Радиус пластины 1 м, а свойства материала и величина внешнего давления, прикладываемого к поверхности пластины, указаны в соответствующих разделах этой работы.

Задание скалярных параметров, свойств материала и тип элементов осуществляется также, как и в предыдущих примерах.

*Построение круговой области и разбиение на элементы*

Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Areas > Circle > Annulus

WP X > 0

WP Y > 0

Rad-1 > r, Ok

Таблица 2

Число элементов	Мин. частота, Гц (Ansys)	Точное решение, Гц	Относит. погр., %
16(4 × 4)	172.32	176.66	1.995
25(5 × 5)	174.15		1.439
36(6 × 6)	175.35		0.744
49(7 × 7)	176.14		0.293
64(8 × 8)	176.68		0.014
81(9 × 9)	177.06		0.229
100(10 × 10)	177.34		0.386
121(11 × 11)	177.54		0.498
144(12 × 12)	177.70		0.588
169(13 × 13)	177.83		0.660
400(20 × 20)	178.25		1.044
1600(40 × 40)	178.49		1.028

**Main Menu > Preprocessor > Meshing > Size Cntrl > Manual Size > Global > Size**

SIZE Element edge length > r/20

**Main Menu > Preprocessor > Meshing > Mesh > Areas > Free > Pick All**

*Задание граничных условий*

**Main Menu > Preprocessor > Loads > Define Loads > Apply > Structural > Displacement > On Lines**

Выделяем мышкой четыре дуги, образующие окружность, нажимаем **Ok** и в появившемся окне выбираем строку ALL DOF (All degrees of freedom), что означает закрепление всех степеней свободы.

Lab2 DOFs to be constrained > All DOF

VALUE Displacement value > 0 > **Ok**

**Main Menu > Preprocessor > Loads > Define Loads > Apply > Structural > Pressure > On Areas**

Apply PRES on areas as a > constant value

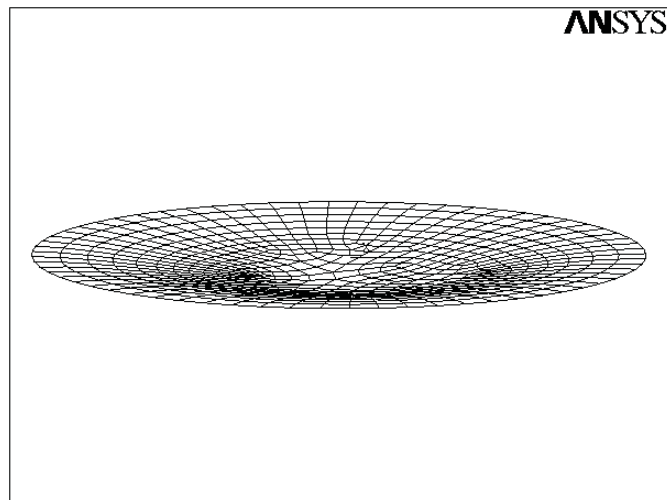
VALUE Load PRES value, > 1000

*Тип анализа и решение*

**Solution > Analysis Type > New Analysis > "Static"**

**Main Menu > Solution > Solve > Current LS > Ok.**

*Просмотр результатов*



**Рис. 3.5.** Прогиб круглой пластины под действием нормального давления.

**Main Menu > General PostProc > Plot Results > Contour Plot > Nodal Solution > DOF Solution > Z – component of displacement > Ok.**

На рис. 3.5 показана деформация жестко закрепленной по краю круглой пластины, находящейся под действием равномерного внешнего давления.

### **3.6. Свободные колебания круглой пластины**

Поверхность пластины и разбиение на элементы задаются так же, как и в предыдущем разделе. Параметры пластины, свойства материала остаются прежними. В этой работе определяются частоты и формы собственных колебаний.

*Задание типа анализа и запуск решения*

**Solution > Analysis Type > New Analysis**

Выбираем модальный анализ — "Modal".

**Solution > Analysis Type > Analysis Options**

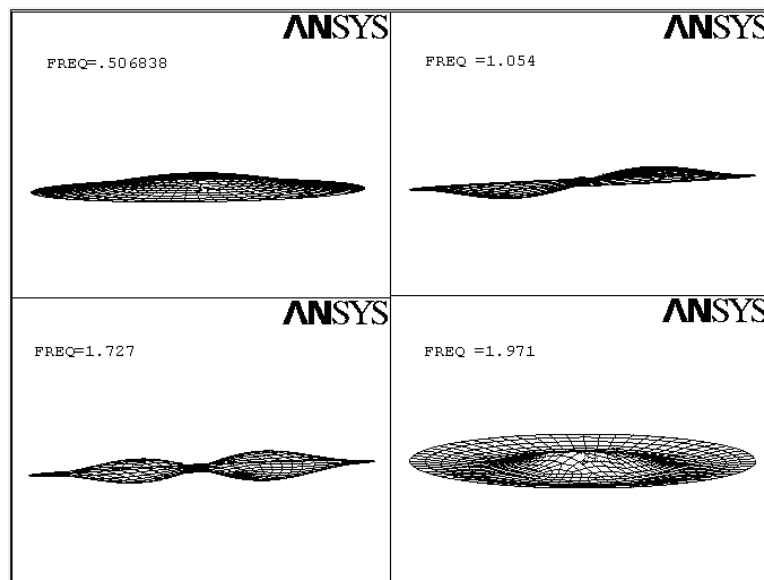
Выбираем "Block Lanczos".

No. of modes to extract > 6

No. of modes to expand > 6 **Ok**

В появившемся окне "Lanczos Modal Analysis" нажимаем **Ok**

**Main Menu > Solution > Solve > Current LS > Ok**



**Рис. 3.6.** Формы собственных колебаний круглой пластины.

*Просмотр результатов*

**Main Menu > General Postproc > Read Result > By Pick**, выбрать необходимый для просмотра результат, а затем

**Main Menu > General PostProc > Plot Results > Contour Plot > Nodal Solution > DOF Solution > Z – component of displacement > Ok.**

На рис. 3.6 показаны четыре формы собственных колебаний круглой пластины жестко закрепленной по краю. Можно вывести на экран величину прогиба каждого узла:

**Utility Menu > List > Results > Nodal Solution.**

**3.7. Колебания прямоугольной пластины с круглым отверстием в центре**

В этой работе создается квадратная пластина размерами 1 x 1 м. Исходные параметры пластины, свойства материалов определяются в начале работы. Жесткое закрепление задается только на двух противоположных сторонах квадрата.

*Задание исходного набора параметров для построения модели*

**Utility Menu > Parameters > Scalar Parameters >**

В появившемся окне ввести имена и значения параметров (после набора каждого параметра нажимается **Accept**):

YOUNG=70E9 (70 ГПа или  $70 \cdot 10^9$  Н/м<sup>2</sup>)

THICKN=0.0001 (1 миллиметр)

DENSITY=2.7E3 (2700 кг/м<sup>3</sup>), **Close**.

*Задание типа и свойств элементов*

**Main Menu > Preprocessor > Element Type > Add > Structural Shell > shell63 > Ok > Close.**

**Main Menu > Preprocessor > Real Constants > Add**

Shell Thickness at node I TK (I) > THICKN

Shell Thickness at node J TK (J) > THICKN

Shell Thickness at node K TK (K) > THICKN

Shell Thickness at node L TK (L) > THICKN, **Ok, Close.**

*Задание свойств материала*

**Main Menu > Preprocessor > Material Props > Material Models > Structural > Linear > Elastic > Isotropic**

EX > YOUNG (модуль Юнга)

PRXY > 0.3 (коэффициент Пуассона)

**Main Menu > Preprocessor > Material Props > Material Models > Structural > Nonlinear > DENSITY**

DENS > DENSITY (плотность материала), **Ok.**

Закрываем окно Define Material Model Behavior.

*Построение квадратной области*

**Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Areas > Rectangle > By Dimensions**

X1, X2 > -0.5 0.5

Y1, Y2 > -0.5 0.5, **Ok.**

*Построение круглого отверстия*

**Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Areas > Circle > By Dimensions >**

Radius > 0.2, **Ok.**

*Удаление из квадратной области круглой. Создание круглого отверстия*

**Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Booleans > Subtract > Areas >**



Щелкнуть на квадрат, затем - на **Ok** в левом нижнем окне. Щелкнуть на круг, затем - на **Next** в верхнем окне. И, наконец, - на **Ok** в левом нижнем окне.

#### *Разбиение на элементы*

**Main Menu > Preprocessor > Mesh Tool > Size Control > Lines > Set > Pick All > NDIV No. Of element divisions -> 40, Ok.**

**Main Menu > Preprocessor > Mesh Tool > Mesh > Areas < Shape > Quad > Mesher > Mapped > Mesh > Pick all > Close.**

#### *Задание условий закрепления*

**Main Menu > Preprocessor > Loads > Define Loads > Apply > Displacement > On Lines >**

Щелкните на верхний и нижний концы пластины > **Ok.**

#### *Решение*

**Main Menu > Solution > New Analysis > Modal > Ok.**

**Main Menu > Solution > Analysis Options >**

Method > Block Lanczos

No. Of modes to extract > 5

No. Of modes to expand > 5, **Ok.**

Во всех последующих возникающих окнах нажимать **Ok.**

**Main Menu > Solution > Solve > Current LS > Ok.**

#### *Изображение деформированной пластины*

**Main Menu > General Postproc > Read Result > By Pick**, выбрать необходимый для просмотра результат, а затем

**Main Menu > General PostProc > Plot Results > Contour Plot > Nodal Solution > DOF Solution > Z – component of displacement > Ok.**

**Utility Menu > Plot Ctrls > Pan, Zoom, Rotate > Front/Iso > Close.**

#### *Запись log-файла базы данных*

**Utility Menu > File > Write DB Log File > Write Database Log to > square-circle.log, Ok.**

На рис. 3.7 показано распределение деформаций на элементах пластины в процессе колебаний при условии, что верхний и нижний края пластины были жестко закреплены.

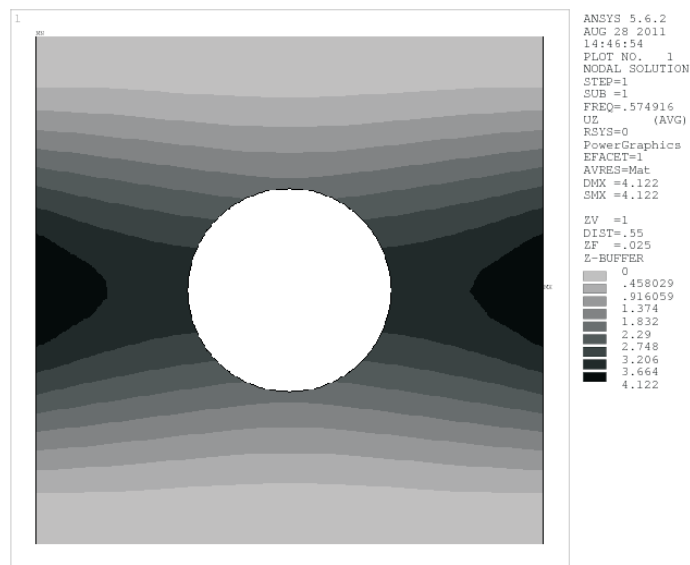


Рис. 3.7. Распределение деформаций на элементах пластины в процессе колебаний.

### 3.8. Изгиб пружины под действием силы тяжести

В этой работе\* создается балочная модель пружины и исследуются деформации построенной модели под действием силы тяжести (рис. 3.9).

*Создание двух вспомогательных ключевых точек*

**Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Keypoints > In Active CS.**

В полях ввода появившегося диалогового окна вводим номер ключевой точки (поле **NPT**) и значения соответствующих данной точке координат\* (поля **X**, **Y**, **Z**).

Keypoint > 1 >  $x = 0$ ,  $y = 0$   $z = 0$  > Apply,  
 Keypoint > 2 >  $x = 1$ ,  $y = 1.5$   $z = 0.03$  > **Ok.**

*Создание окружности*

На первом этапе создаются две вспомогательные окружности — основания пружины. Сначала строим окружность с центром в начале координат (первая ключевая точка).

\* Данная работа представлена в книге [19] *Чигарев А.В., Кравчук А.С., Смалюк А.Ф.* ANSYS для инженеров. М., 2004. 511 с.

\* Команда **K**, 1, x, y, z

чевая точка) и радиусом 0.003\*.

**Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Lines > Arcs > By Cent & Radius.**

В появившемся окне **Arc By Center & Radius** вводим **0,0,0**, нажимаем *Apply*, а затем вводим значение радиуса окружности **0.003**. Окружность должна делиться на четыре сектора. Поэтому нужно указать, что угловая мера дуги равна **360°** и прорисовать **4** дуги.

*Включение нумерации и отображение ключевых точек\**

**Utility Menu > PlotCtrls > Numbering > Keypoints number,**  
**Utility Menu > Plot > Keypoints.**

*Копирование окружности*

Самым простым способом создания второй окружности является копирование созданной на предыдущем шаге окружности со смещением по оси **OZ** на расстояние **DZ = 0.03 m**.

**Main Menu > Preprocessor > Modeling > Copy > Lines.**

Выделяем окружность, нажимаем **OK**, в появившемся окне в первой строке (**Number of copies**) указываем количество копий, включая исходную окружность — **2**. В строке **Z-offset in active CS** — **0.03**.

После выполнения этой команды удобно посмотреть результаты построений в изометрии или подключить динамическую моду:

**Utility Menu > PlotCtrls > Pan, Zoom, Rotate > Iso.**

*Рисование вспомогательных прямых линий*

Отображаем на экране ключевые точки. Парно соединяем прямыми линиями противоположащие ключевые точки, принадлежащие окружностям.

**Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Lines > Straight Line.**

Левой кнопкой мыши последовательно отмечаем по две точки (начало и конец создаваемой прямой линии):

Line 9 Keypoints > 3 > 7,  
Line 10 Keypoints > 4 > 8,  
Line 11 Keypoints > 5 > 9,  
Line 12 Keypoints > 6 > 10, **Ok**.

Закрываем окно **Create Straight Lines**.

*Деление построенных прямых линий*

---

\* Команда **CIRCLE**, 1, 0.003, , , 360,4

\* **KPLOT**, ALL

Отключаем нумерацию точек. Отображаем номера линий. Делим прямую линию **Line 9** на **5** отрезков\*, а остальные построенные линии **L10, L11, L12** разбиваем на **20** равных отрезков.

**Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Booleans > Divide > Line into N Ln's.**

При использовании указанного пункта меню появляется окно выбора **Divide Line into N Lines**. В этом случае:

- Указываем линию, которая должна быть разделена на **N** отрезков.
- Нажимаем кнопку **Ok** или **Apply**.
- В появившемся окне **Divide Line into N Lines** указываем количество делений, на которые должна быть разделена выбранная линия (поле **NDIV**).
- В выпадающем меню (список **KEEP**) указываем параметр, определяющий, что исходная линия должна быть преобразована в данное количество линий.

*Переход в глобальную цилиндрическую систему координат*

Пружина представляет собой спираль, поэтому наиболее удобно создавать линии подобной формы с использованием не декартовой, а цилиндрической системы координат. Переходим в глобальную цилиндрическую систему координат. Для этого используем последовательно два пункта меню:

**Utility Menu > WorkPlane > Change Display Cs to > Global Cylindrical, Utility Menu > Plot > Replot.**

После выполнения этой команды удобно посмотреть результаты построений в следующем виде:

**Utility Menu > PlotCtrls > Pan, Zoom, Rotate > Right.**

Для удобства дальнейшей работы необходимо увеличить картинку.

*Построение витков пружины при помощи сплайна*

Отображаем на экране ключевые точки. Пружину будем рисовать как сплайн, проходящий через несколько ключевых точек, заданных на вспомогательных линиях между окружностями. Сплайн начинается в ключевых точках **3** или **7** и отклоняется от начальной окружности в направлении оси **OZ** каждый раз на одно деление (в нашем случае 1/20). Например, если сплайн начинается в точке **3**, то следующие ключевые точки будут: **15, 35, 55, 11, 19, 39, 59, 12, 23, 43, 63, 13, 27, 47, 67, 14, 31, 51, 71, 7**.

**Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Lines > Splines > Spline thru KPs.**

---

\* Команда **LDIV, 9, , , 5, 0**

При использовании указанного пункта меню появляется окно выбора **B-Spline**. В этом случае следует выбрать в строгом порядке их соединения ключевые точки, через которые должен проходить сплайн\* и нажать **Ok**.

#### *Удаление вспомогательных линий*

Сначала отключаем нумерацию ключевых точек и отображаем на экране номера линий:

**Utility Menu > PlotCtrls > Numbering > Lines number,**

**Utility Menu > Plot Lines,** а затем удаляем вспомогательные линии:

**Main Menu > Preprocessor > Modeling > Delete > Lines Only.**

Выделяем мышью необходимые линии: **Line 9, Line 10, Line 11, Line 12** и нажимаем **Ok**. Напомним, что перечисленные выше линии состоят из множества отрезков, которые надо последовательно выделить и удалить.

#### *Переход обратно в глобальную декартову систему координат*

**Utility Menu > WorkPlane > Change Display Cs to > Global Cartesian,**

**Utility Menu > Plot > Replot.**

Не забывайте после каждого выполненного пункта сохранять программный код !

#### *Запись log-файла базы данных*

**Utility Menu > File > Write DB Log File > Write Database Log to > spring.log, Ok.**

После выполнения перечисленных команд удобно посмотреть результаты построений в изометрии:

**Utility Menu > PlotCtrls > Pan, Zoom, Rotate > Iso.**

#### *Определение типа решаемой задачи*

**Main Menu > Preferences > Structural > Ok.**

#### *Определение свойств материала*

**Main Menu > Preprocessor > Material Props > Material Models.**

- В окне **Define Material Model Behavior** выбираем **Structural > Linear > Elastic > Isotropic.**

---

\*Команда **BSPLIN**, Р. При использовании команды появляется окно выбора **B-Spline** и последовательность действий такая же, как при вызове соответствующих пунктов меню.

- Вводим требуемые значения упругих постоянных (модуля упругости **EX = 2.1E11** и коэффициента Пуассона **PRXY = 0.3**) и нажимаем **Ok**.
- Зададим плотность материала:  
В окне **Define Material Model Behavior** выбираем **Structural > Nonlinear > Density**.  
В появившемся окне **Density for Material Number 1** вводим значение плотности стали **DENS = 14E3** и нажимаем **Ok**.
- Закрываем окно **Define Material Model Behavior**.
- Записываем свойства созданного материала (качественной углеродистой конструкционной стали) в отдельный файл:  
**Main Menu > Preprocessor > Material Props > Write to File**.  
Выбираем логический диск, директорию и указываем имя, с которым необходимо сохранить файл, например **material.mp\***

*Выбор типа элемента разбиения*

**Main Menu > Preprocessor > Element Type > Add > Structural Beam > 3D 3 node 189 > Ok > Close.**

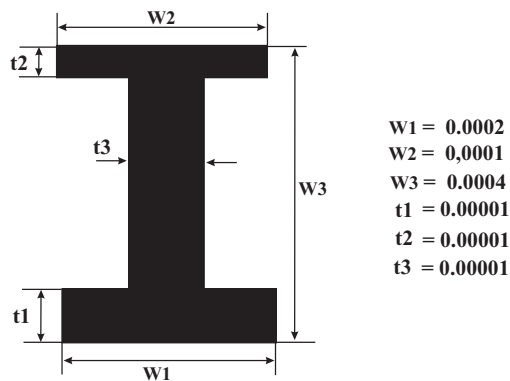
*Выбор поперечного сечения балочных элементов*

**Main Menu > Preprocessor > Sections > Beam > Common Sections.**

- В первой секции окна **Beam Tool** указываем номер **1**, в выпадающем списке **Sub Type** определяем форму поперечного сечения балки: выберем двутавровое.
- Во второй секции окна **Beam Tool** оставляем установки "по умолчанию": **Centroid**.
- В третьей секции окна **Beam Tool** определяем значение параметров сечения в соответствии с чертежом (рис. 3.8).
- Во четвертой секции окна **Beam Tool** устанавливаем уровень качества разбиения **3**.

---

\*При использовании в других примерах данной модели линейного изотропного материала, следует воспользоваться пунктом меню:  
**Main Menu > Preprocessor > Material Props > Read from File.**



**Рис. 3.8.** Поперечное сечение и размеры двутавра.

- Для просмотра эскиза поперечного сечения в пятой секции окна **Beam Tool** нажимаем кнопку **Preview**. После этого в основном окне появится эскиз профиля\* двутаврового сечения.
- Для просмотра разбиения поперечного сечения в пятой секции окна **Beam Tool** нажимаем кнопку **Meshview**. После этого в основном окне появится эскиз конечно-элементного разбиения поперечного сечения. Нажимаем кнопку **Ok**.

*Включение нумерации и отображение линий\**

**Utility Menu > PlotCtrls > Numbering > Line number,**  
**Utility Menu > Plot > Lines.**

*Построение разбиения балочными элементами*

- Вызываем **Main Menu > Preprocessor > MeshTool**.
- В третьей секции **Size Controls** окна **MeshTool** нажимаем **Lines Set**.
- С помощью появившегося окна **Mesh Lines** сначала выбираем сплайн и вводим количество разбиений **70**. Нажимаем кнопку **Ok**.
- Затем опять в разделе **Size Controls** окна **MeshTool** нажимаем **Lines Set**.
- С помощью появившегося окна **Mesh Lines** выбираем оставшиеся линии и вводим количество разбиений **20**. Нажимаем кнопку **Ok**.

\*Профиль построенного сечения можно также увидеть, воспользовавшись пунктом меню: **Main Menu > Preprocessor > Sections > Beam > Plot Section**. И указать номер сечения, которое необходимо посмотреть (в нашем случае все балки одинакового сечения **1**).

\*Команда **LPLLOT, All**

- Нажимаем кнопку **Mesh**.
- С помощью появившегося окна **Mesh Lines** необходимо указать все линии, или выбрать **Pick All**.

Не забывайте после каждого выполненного пункта сохранять программный код !

*Запись log-файла базы данных*

**Utility Menu > File > Write DB Log File > Write Database Log to > spring.log, Ok.**

*Переход обратно в глобальную декартову систему координат*

**Utility Menu > WorkPlane > Change Display Cs to > Global Cartesian, Utility Menu > Plot > Replot.**

*Введение ограничений и нагрузок*

- Отображаем линии и их номера.
- Задаем условия жесткой заделки на линиях **L1, L2, L3, L4**:  
**Main Menu > Preprocessor > Loads > Apply > Structural > Displacement > On Lines**. Выбираем линии, нажимаем кнопку **Ok**.
- В появившемся окне выбираем **ALL DOF**, что соответствует закреплению всех степеней свободы на указанной линии,  
Lab2 DOFs to be constrained > All DOF  
VALUE Displacement value > 0 > **Ok**.

Сила тяжести\* определяется в ANSYS величиной и направлением ускорения свободного падения. Масса исследуемого тела вычисляется автоматически по заданной плотности и объему конструкции. Предположим, что сила тяжести действует в направлении оси *OZ*.

- **Main Menu > Preprocessor > Loads > Define Loads > Apply > Structural > Inertia > Gravity > Global**.  
В появившемся окне **Apply Gravitational Acceleration** в поле с меткой **ACELZ** вводим значение **9.8** м/с<sup>2</sup>.
- Нажимаем кнопку **Ok**.

---

\*Команда **ACEL**, , , 9.8



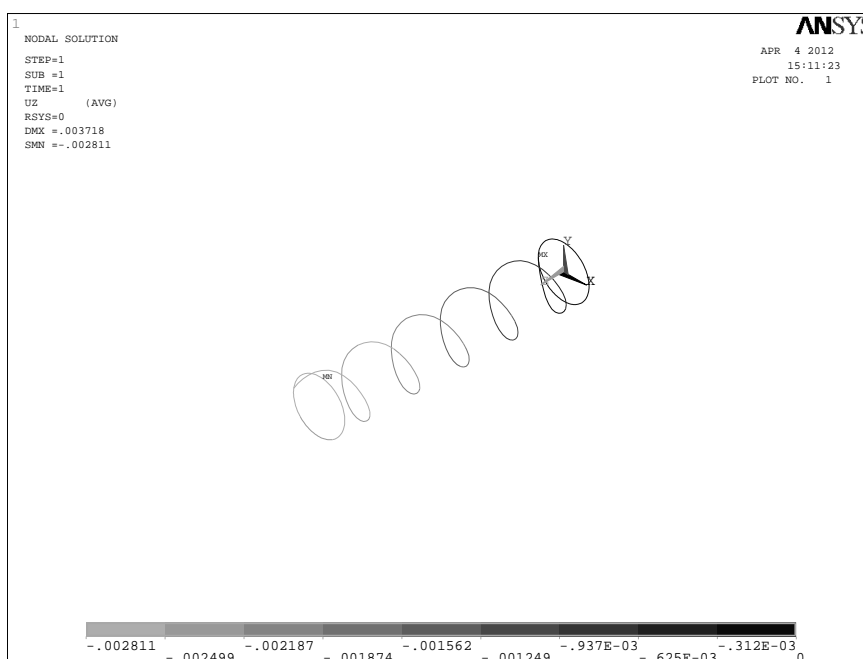
*Решение задачи*

Main Menu > Solution > Solve > Current LS > Ok.

*Просмотр результатов*

Main Menu > General PostProc > Plot Results > Contour Plot > Nodal Solution > DOF Solution > Z – component of displacement > Ok.

Utility Menu > Plot Ctrls > Pan, Zoom, Rotate > Iso > Close.



**Рис. 3.9.** Деформация пружины под действием силы тяжести.

## Глава 4

### Программирование в пакете Ansys

Как уже отмечалось ранее, пользователь пакета **Ansys** может сам создавать программы, в которых нужно последовательно перечислить команды для достижения необходимого результата. Текст программы может быть написан в любом редакторе и сохранен с расширением `log` или `dat`. Для запуска программы нужно войти в пакет **ANSYS Mechanical APDL > Utility Menu > File > Read input from...**, после чего выбрать соответствующий файл. Если программа не содержит ошибок, то после ее выполнения появится сообщение **Solution is done**, что говорит об успешном выполнении программы. Далее нужно закрыть все диалоговые окна и просмотреть результаты в **MainMenu > GeneralPostProc**.

Далее мы приведем несколько программ, для того чтобы продемонстрировать различные приемы решения идентичных задач. В теле программы текст, который идет после знака `!"` является комментарием и **ANSYS** его игнорирует.

Расчет любой задачи в пакете **ANSYS** условно можно разбить на следующие этапы:

1. Любая программа в пакете **ANSYS** начинается со входа в препроцессор посредством команды `/prep7`.

Далее идет постановка задачи. Создается модель, т. е. строится поверхность или объем. Для задания геометрии в пакете **ANSYS** есть множество способов. Затем задается тип элемента разбиения модели, его свойства. После создания модели и разбиения ее на элементы необходимо задать граничные условия.

2. Выбор исследования или тип анализа. С помощью команды `/solu` заходим в решатель. Там мы задаем тип анализа и дополнительную информацию о количестве собственных частот, если поставлена задача о колебаниях, а также метод расчета. Этот блок завершается командами `solve` и `finish`. Первая команда нужна для запуска решения, вторая для выхода из решателя.

Несколько слов надо сказать о, так называемых, процессорах, которые используются в каждой программе, составленной в пакете **Ansys**.

Все команды в пакете **Ansys**, согласно функциональным назначениям, сгруппированы по определенным процессорам. Большинство команд, как правило, выполняются только в определенном процессоре. Например, команда задания типа элемента верна только в **/prep7**. Но есть и команды, которые верны в любом процессоре. Граничные условия можно задавать как в **/prep7**, так и в **/solu**. При работе с **Help** в конце описания каждой команды это указывается. Выход из любого процессора осуществляется командой **finish**.

#### 4.1. Свободные колебания стержня

Представленная ниже программа делает расчет первых 10 частот и соответствующих им форм колебаний стержня со следующими параметрами: плотность материала  $\rho = 73 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , модуль Юнга  $E = 2.07 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$ , коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ , сторона поперечного сечения  $h = 0.02 \text{ м}$ , площадь поперечного сечения  $S \text{ м}^2$ , момент инерции площади поперечного сечения  $J \text{ м}^4$ , длина стержня  $l = 10 \text{ м}$ .

```

/PREP7
/TITLE, Vibration of beam
h=0.02
S=h*h
J=S*h*h/12
ET,1,BEAM3
R,1,S,J,h
MP,EX,1,2.07e11
MP,NUXY,1,0.3
MP,DENS,1,73E3
K,1 ! Задаем точку с номером 1 и координатами (0,0,0) по умолчанию
K,2,10 ! Задаем точку с номером 2 и координатами (10,0,0)
L,1,2 ! Проводим прямую линию по точкам 1 и 2
ESIZE,,40 ! Разбиваем ее на 40 элементов
LMESH,1
NSEL,S,LOC,X,0 ! Выделяем узел с абсциссой x=0
D,ALL,UY ! На выделенный узел накладываем ограничение на смещение в
направлении оси Y
NSEL,S,LOC,X,10 ! Выделяем узел с абсциссой x=10
D,ALL,UX,,,,UY ! Накладываем ограничение на смещение в направлении
осей OX и OY
NSEL,ALL
FINISH
/SOLU

```

**ANTYPE, MODAL** ! Модальный анализ (т. е. определение частот и форм колебаний)  
**MODOPT, SUBS,10** ! Метод Subspace iteration,  
**SOLVE**  
**FINISH**

После завершения выполнения программы для того чтобы посмотреть значения первых десяти частот, нужно войти в главное меню

**Main Menu > General Postproc > Results Summary.**

#### 4.2. Устойчивость стержня под действием осевой нагрузки

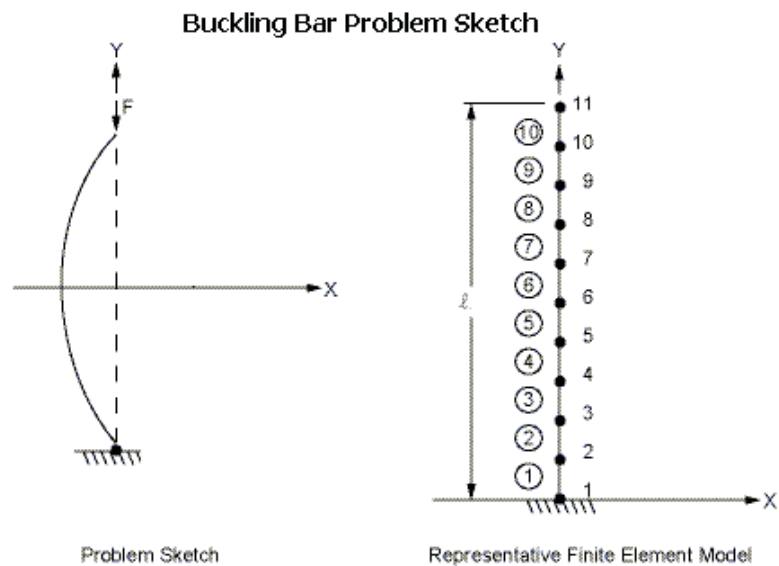
В этой задаче определяется критическая нагрузка, действующая на стержень с модулем Юнга  $E = 2.07 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>, коэффициентом Пуассона  $\nu = 0.3$ , стороной поперечного сечения  $h = 0.02$  м, площадью поперечного сечения  $S$  м<sup>2</sup>, моментом инерции площади поперечного сечения  $J$  м<sup>4</sup>, длиной  $l = 100$  м. Эти параметры вводятся в начале программы. Первый из них задается командой **MP**, а другие командой **R**, где **MP** — Material Properties (свойства материала), **R** — real constants (действительные постоянные параметры).

```
/PREP7  
/TITLE, BUCKLING OF A BAR UNDER AXEAL LOAD  
Young=2.07e11 ! Модуль Юнга  
nu=0.3 ! Коэффициент Пуассона  
h=0.02 ! Сторона поперечного сечения  
S=h*h ! Площадь поперечного сечения  
J=S*h*h/12 ! Момент инерции поперечного сечения  
ET,1,BEAM3 ! Стержневой элемент  
R,1,S,J,h ! Площадь, момент и сторона поперечного сечения  
MP,EX,1,Young ! Определение свойств материала  
MP,NUXY,1,nu  
N,1 ! Задаем узел с номером 1 и координатами (0,0,0) по умолчанию  
N,11,,100 ! Задаем узел с номером 11 и координатами (0,100,0)  
FILL  
E,1,2  
EGEN,10,1,1  
FINISH  
/SOLU  
ANTYPE,STATIC ! Статический анализ  
PSTRES,ON ! Подключаем вычисление напряжений  
D,1,ALL ! Жесткая заделка в узле с номером 1
```

```

F,11,FY,-1 ! Единичная нагрузка на незакрепленном конце
SOLVE
FINISH
/SOLU
ANTYPE,BUCKLE ! Исследование устойчивости
BUCOPT,REDUC,1 ! Используется метод Householder для определения
первой критической нагрузки
MXPAND,1
M,2,UX,11,1 ! Эта команда показывает направление смещения узлов со 2 по
11 включительно
SOLVE
FINISH
/POST1
SET,FIRST
PLDISP,1 ! Выводим на экран 1 форму потери устойчивости (рис. 4.1)
FINISH

```



**Рис. 4.1.** Прогиб стержня под действием осевой нагрузки.

### 4.3. Системы координат

В предыдущих примерах координаты точек и узлов по умолчанию задавались в глобальной декартовой системе координат. Однако при моделировании сложных объектов бывает удобнее вводить локальные системы координат. Они могут определяться местоположением ее центра и углами поворота координатных осей по отношению к неподвижным декартовым координатам. Координаты узлов и точек в таком случае могут быть заданы относительно одной из локальных систем. Кроме того, **Ansys** позволяет задавать наряду с декартовыми системами координат определенные виды криволинейных систем.

Как только мы задаем очередную локальную систему координат, она автоматически становится активной, т. е. все координаты узлов и точек будут задаваться именно в этой системе координат. Если же мы хотим активировать одну из ранее определенных систем или один из видов глобальной системы, надо воспользоваться командой **csys, kcn**, где **kcn** — номер ссылки на ранее определенную систему ( $>10$ ).

Под **kcn** для глобальной системы зарезервированы следующие номера: 0 — для декартовой системы, 1 — для цилиндрической, 2 — для сферической и 4 — для рабочей плоскости.

Одна из команд, вводящая локальную систему координат, выглядит так:

**local,kcn,kcs,xc,yc,zc,thxy,thyz,thzx,par1,par2**, где **kcn** — произвольный номер ссылки, который в дальнейшем будет определять эту систему в команде **csys** (он должен быть не меньше 10), **kcs** — определяет тип координатной системы:

**0** или **cart** — декартова;

**1** или **cylin** — цилиндрическая (основанием цилиндра может быть круг или эллипс);

**2** или **sphe** — сферическая;

**3** или **toro** — тороидальная;

**thxy** — первый поворот вокруг оси  $z$   
( $Oxyz \rightarrow Ox_1y_1z_1, Oz_1 = Oz$ );

**thyz** — второй поворот вокруг оси  $x$   
( $Ox_1y_1z_1 \rightarrow Ox_2y_2z_2, Ox_2 = Ox_1$ );

**thzx** — третий поворот вокруг оси  $y$   
( $Ox_2y_2z_2 \rightarrow Ox_3y_3z_3, Oy_3 = Oy_2$ );

**xc, yc, zc** — координаты центра новой системы, которые задаются в глобальной декартовой системе, **par1** используется для цилиндрической, сферической или тороидальной систем: при **kcs** = 1 или 2 **par1** =  $y/x$ ; при **kcs** = 3 **par1** — наибольший радиус тора, **par2** используется для сферической системы (**par2** =  $z/x$ ).

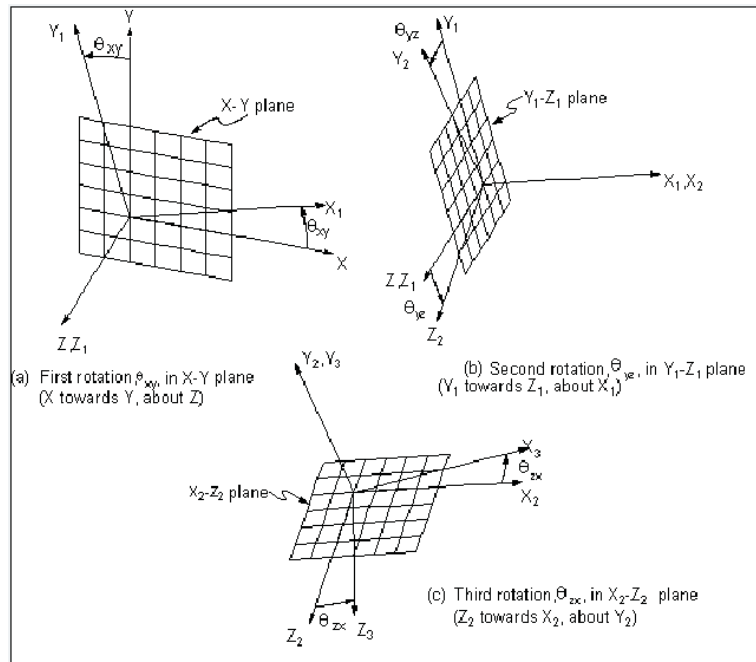


Рис. 4.2. Связь между системами координат и углами поворота.

Команда **local** задает локальную систему координат точно так же, как и **local**. Отличие этой команды от команды **local** состоит в том, что центр новой системы задается в активной системе координат.

Координаты центра, а также узлов и точек в разных системах координат задаются в следующем порядке:  $x, y, z$  — в декартовой системе,  $R, \theta, Z$  — в цилиндрической системе,  $R, \theta, \varphi$  — в сферической системе и  $R, \theta, \varphi$  — в тороидальной (см. рис. 4.3).

Кроме локальных и глобальных систем координат, определяющих локальную геометрию объектов, существует еще и узловая система координат, которая позволяет задать граничные условия в конкретном узле. Узловая система координат для каждого узла своя и не распространяется на всю конструкцию или на ее часть.

Каждый узел имеет свою собственную систему координат, которая по умолчанию параллельна глобальной (независимо от того, в какой активной системе узел был определен). Оси узловой координатной системы определяют направления и плоскости, в которых узел может двигаться или свободно вращаться при наложении на него связей.

Один из способов задать узел — использовать команду **n**, от английского слова

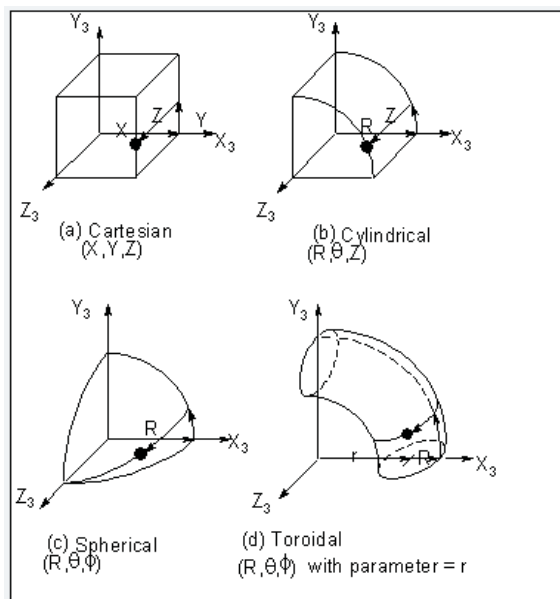


Рис. 4.3. Связь между декартовыми и криволинейными системами координат.

"node" (узел):

**n,k,x,y,z,thxy,thyz,thzx,**

где **k** — номер узла, **x,y,z** — его координаты, а **thxy,thyz,thzx** — углы поворота узловой системы (рис. 4.2).

#### 4.4. Задание граничных условий

Для того чтобы задать какие-либо граничные условия на определенном узле (или совокупности узлов), то его (их) нужно предварительно выделить. Сделать это можно следующим образом:

**nset,s,node,,nmin,nmax,inc,**

где **s** означает, что выделяется новое множество узлов, **node** говорит о том, что сейчас мы будем выделять номера узлов, **nmin** и **nmax** — номера первого и последнего узлов, **inc** — шаг нумерации узлов. Пусть в данном случае у нас один узел, поэтому **nmin = nmax**.

Ограничения в узле задаются с помощью меток: **ux, uy, uz, rotx, roty, rotz**, где первые три означают закрепление перемещений по соответствующим осям, а остальные три — закрепление вращений вокруг соответствующих осей, которые, как было сказано выше, определяются в узловой системе координат. Если мы хотим ввести условия шарнирного опирания на одном из концов стержня,



расположенного вдоль оси  $OX$ , то сначала выделяем узлы, а дальше возможны варианты:

а) Конец шарнирно закреплен:

**d,all,ux,,,,,uy**, где **all** — только что выделенные узлы, а **ux** и **uy** — ограничения на смещения по направлениям осей  $OX$  и  $OY$ .

б) Конец вращается и перемещается вдоль оси  $OX$  (так называемый, "цилиндрический шарнир"):

**d,all,uy,,,,,**

В этом случае мы накладываем ограничение только по оси  $OY$ :

Следующая программа демонстрирует использование команд, о которых мы рассказывали в этом разделе.

#### 4.5. Колебания сопряженных стержней

Рассматриваются колебания сопряженных стержней при скользящей заделке на двух концах (рис. 4.4). В данном случае это означает, что концы стержней не могут вращаться и двигаются только по направляющим, параллельным осям стержней.

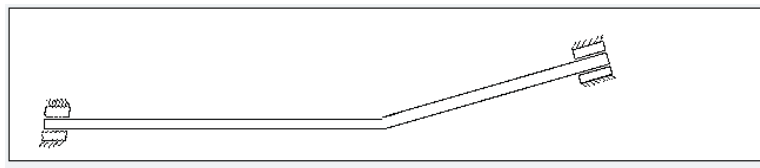


Рис. 4.4. Сопряженные стержни при скользящей заделке на двух концах.

```
/PREP7
h=0.02
S=h*h
J=S*h*h/12
ET,1,BEAM3
R,1,S,J,h
MP,EX,1,2.07e11
MP,NUXY,1,0.3
MP,DENS,1,73E3
l1=240 ! Длина первого стержня
n1=40
l2=120 ! Длина второго стержня
n2=20
beta=45
```

```

n,1,0,0,0,0,0,0
n,2,l1/n1,0,0,0,0,0
ngen,n1,1,2,2,1,l1/n1,0,0
clocal,11,0,l1,0,0,beta,0,0
ngen,n2+1,1,n1+1,n1+1,1,l2/n2,0,0
n,n1+n2+1,l2,0,0,beta,0,0
e,1,2 egen,n1+n2,1,1,1,1
nsel,s,node,,1,1,1
d,all, uy,,,,rotz
nsel,s,node,,n1+1*(n2+1),n1+1*(n2+1),1
d,all, uy,,,,rotz
NSEL,ALL
finish
/solu
ANTYPE,MODAL ! Определение частот и форм колебаний.
MODOPT,SUBS,5, ! Метод Subspace iteration, выводится 5 форм и частот
колебаний.
mxpand,5,
SOLVE
finish
/post1
set,next
/dscale,1,
pldisp,0
prnsol,u

```

#### 4.6. Статический анализ цилиндрической оболочки

В этой работе рассматривается цилиндрическая оболочка, имеющая длину 5 метров, радиус - 1 м, толщину - 0.1 м, модуль Юнга -  $1000 \text{ Н/м}^2$ , коэффициент Пуассона - 0.1. Эти скалярные параметры оболочки определяются обычно в начале программы. Затем создается поверхность рассматриваемой оболочки, разбивается на элементы, задаются граничные условия жесткой заделки на краях. К поверхности оболочки прикладывается равномерное внешнее давление величиной -  $500 \text{ Н/м}^2$ . В самой программе вводится давление со знаком «минус», чтобы подчеркнуть, что оно внешнее, а не внутреннее. Далее запускается решение поставленной задачи и в завершении расчетов - просмотр результатов работы. Эти действия выполняются аналогично предыдущим работам. Ниже предлагается возможный вариант программы для статического анализа цилиндрической оболочки.

```

/PREP7 ! Начало любой программы в ANSYS
/TITLE, Cylindrical shell under external pressure
ANTYPE,STATIC ! Статический анализ
height = 5 ! Длина оболочки
radius = 1 ! Радиус основания оболочки
thicknes = 0.1 ! Толщина оболочки
exx = 1000 ! Модуль Юнга
nyu = 0.1 ! Коэффициент Пуассона
elemen =0.05 ! Длина элемента разбиения
ET,1,SHELL63,,1 ! Тип элемента
R,1,thicknes ! Real constants (толщина оболочки)
MP,EX,1,exx ! Material properties (модуль Юнга)
MP,NUXY,1,nyu ! Material properties (коэффициент Пуассона)
K,1,radius,0,0 ! Keypoints (Построение точек)
K,2,radius,0,height
K,3,0,0,0
K,4,0,0,height
L,1,2 ! Lines (Построение линии по точкам 1 и 2)
AROTAT,1,,,,,3,4,360,4 ! Построение поверхности путем вращения линии 1
! вокруг оси, определяемой точками 3 и 4,
! на угол 360, с построением 4 сегментов
ESIZE,elemen ! Задание длины каждого элемента
AMESH,1,4, ! Разбиение поверхности на элементы
NUMMRG,NODE ! Перенумеровка всех узлов
LSEL,S,LINE,,6,12,2 ! Выделить линии с 6 по 12 с шагом 2
DL,ALL,,ALL,0 ! Закрепить указанные выше линии
LSEL,A,LINE,,5,11,2 ! Выделить линии с 5 по 11 с шагом 2
DL,ALL,,ALL,0 ! Закрепить указанные выше линии
LSEL,ALL

```

*Задание внешнего давления, действующего на поверхность оболочки*

**Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Pressure > On Areas.**  
Щелкните на четыре фрагмента, образующие поверхность данной цилиндрической оболочки, нажмите **Ok** и введите величину внешнего давления **-500**.

*Решение*

**Main Menu > Solution > New Analysis > Static > Ok.**  
**Main Menu > Solution > Solve > Current LS > Ok.**

*Просмотр результатов*

**Main Menu > General PostProc > Plot Results > Contour Plot >**

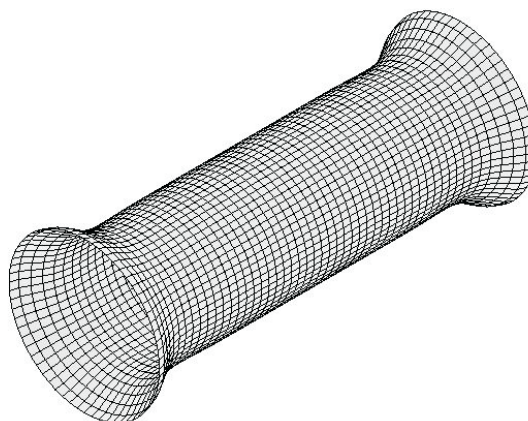
**Deformed Shape > Ok.**

**Utility Menu > PlotCtrls > Pan, Zoom, Rotate > Iso > Close.**

*Запись log-файла базы данных*

**Utility Menu > File > Write DB Log File > Write Database Log to > shell.lgw, Ok.**

На рис. 4.5 показан прогиб оболочки под действием равномерного внешнего давления, при условии, что оба края оболочки были жестко закреплены.



**Рис. 4.5.** Деформация цилиндрической оболочки под действием равномерного внешнего давления, при условии, что оба края оболочки жестко закреплены.

#### 4.7. Циклы и операторы условного перехода

Циклы применяются для многократного повторения некоторых команд с пошаговым изменением определенных параметров. Цикл можно задать, например, следующим образом:

```
*do, i, mini, maxi, inc
```

! Далее идет блок каких-либо команд;

```
*enddo,
```

здесь **i** меняется от **mini** до **maxi** с шагом **inc**.

Также цикл можно задать командой **\*repeat**, которая должна идти сразу после оператора, который мы хотим повторить несколько раз. Ее синтаксис будет таким:

```
*repeat, ntot, vinc1, vinc2, ... vinc11,
```

где **ntot** — это число повторений предыдущей команды, включая и ее саму, а **vinc1, . . . , vinc11** — это шаг, с которым изменяется каждый из ее параметров.

В примере, приведенном ниже, задается элемент в узлах 1 и 2 и генерируется 5 раз, включая и сам элемент. Параметры первой команды изменяются с шагом 1.

```
e,1,2  
*repeat,5,1,1
```

В пакете **Ansys** есть еще одно очень удобное средство для контроля входящей и выходящей информации — условные операторы. В простейшем случае условный оператор выглядит следующим образом:

```
*if, val1,eq,val2, then  
! Далее идет командный блок  
*endif .
```

Здесь блок команд, заключенный между операторами **\*if** и **\*endif**, выполняется при условии  $val1 = val2$ . Знак равенства задается опцией **eq**. Вместо нее могут быть и другие:

```
lt ( v11 < v12)      gt (v11 > v13)      ne (v11 ≠ v12)  
le (v11 ≤ v14)      ge (v11 ≥ v15)  
ablt ( |v11| ≤ |v16|)  abgt(|v11| ≥ |v17|)
```

Если необходимо организовать более двух вариантов исполнения программы, то можно предложить следующую схему:

```
*if, v11,eq,v12,then  
! Далее идет командный блок  
*elseif, v11,eq,v13  
! Далее идет командный блок  
*elseif, v11,eq,v14  
! Далее идет командный блок  
*else  
! Далее идет командный блок  
*endif.
```

В этой конструкции выполняется только один блок в зависимости от значения величины **v11**. Ниже приведена программа, в которой используются эти операторы.

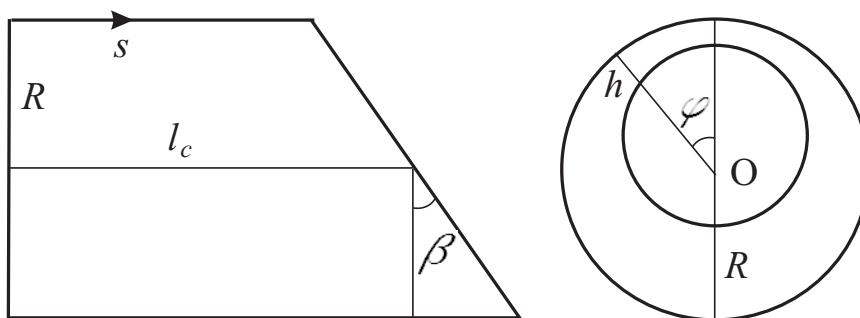
#### 4.8. Цилиндрическая оболочка переменной толщины со скошенным краем

Здесь рассматривается круглая цилиндрическая оболочка с кососрезанным краем (рис. 4.6) и переменной толщиной [18]. Оболочка берется с модулем Юнга  $e_{xx} = 1.93 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>, коэффициентом Пуассона  $\nu_{xy} = 0.3$  и плотностью материала  $\rho_0 = 7860$  кг/м<sup>3</sup>.

Длина осевой линии оболочки  $height = 3$ , угол среза  $\beta = 45^\circ$ , а ее толщина меняется по закону

$$th = th0 \cdot (1 + gm(1 + \sin((2((i - 1/2)pi/n))))).$$

Тип анализа обуславливается заданием величины **sl** в начале программы. Если **sl** = 0, то исследуется задача об устойчивости рассматриваемой оболочки под действием равномерного внешнего давления, если **sl** = 1, то рассчитываются частоты и формы собственных колебаний.



**Рис. 4.6.** Продольное и поперечное сечения оболочки.

На рис. 4.7 представлена первая форма колебаний рассматриваемой оболочки. Отметим, что формы колебаний локализируются вблизи наиболее слабой образующей цилиндрической оболочки. Ниже приводится листинг программы.

```

/PREP7
/TITLE, Cylindricall shell with slanted edge for eta=1.3
n=50 ! Число разбиений вдоль окружности
m=50 ! Число разбиений вдоль образующей
et,1,shell63
/units,si
beta=45 ! Угол наклона
exx=1.93e11 ! Модуль Юнга
nuх=0.3 ! Коэффициент Пуассона
ro=7860 ! Плотность материала
th0=0.001
eta=1.3
sl=1 ! Расчет частот и форм колебаний

```

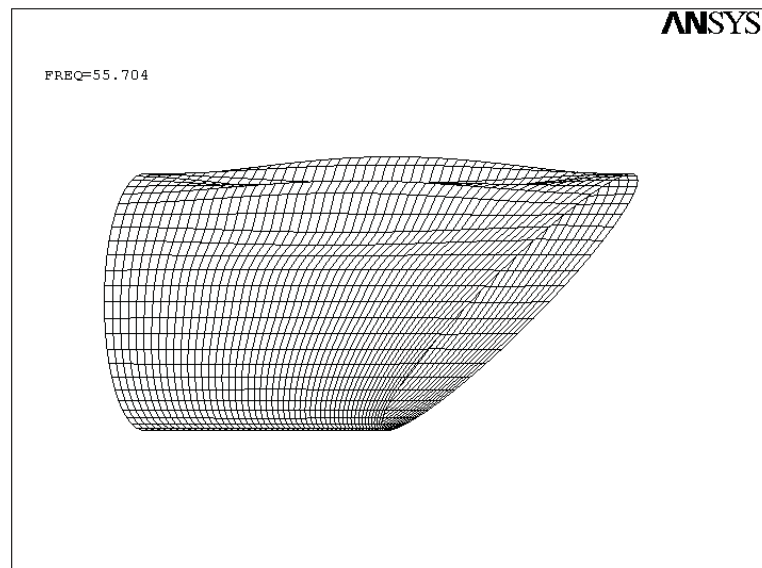


Рис. 4.7. Форма колебаний кососрезанной цилиндрической оболочки

```

gm=(eta-1)/2
pi=4*atan(1) !3.1415926
height=3 ! Длина оболочки
Задаем цикл для генерации локальных систем и узлов.
*do,i,1,m+1,1
eps=1/cos(pi*beta*(i-1)/(180*m))
*if,beta,ne,0,then ! (beta не 0)
local,11+i,1,0,0,height/sin(pi*beta/180)*sin(pi*beta*(i-1)/(180*m)),0,beta*(i-1)/m,0,eps
*else,
local,11+i,1,0,0,height*(i-1)/m,0,0,0
*endif
*if,i,ne,m+1,then
k,(i-1)*n+1,1,0,0
nkpt,n*(i-1)+1,n*(i-1)+1 !
ngen,n,1,n*(i-1)+1,n*(i-1)+1,1,0,360/n,0
*else, ! На этом краю мы задаем граничные условия, поэтому
здесь все узлы поворачиваем на beta градусов
( граничные условия задаются в узловой системе координат)
n,(i-1)*n+1,1,0,0,0,beta,0
ngen,n,1,n*(i-1)+1,n*(i-1)+1,1,0,360/n,0

```

```

*endif
*enddo
Создаем элементы
*do,i,1,n,1
*do,j,1,m,1
th=th0*(1+gm*(1+sin((2*((i-1)/2)*pi/n))) )
ne=i+n*(j-1)
MP,EX,1,exx
MP,NUXY,1,nyx
MP,DENS,1,ro
r,ne,th
type,1
real,ne
*if,i,lt,n,then ! (i<n)
e,i+(j-1)*n,i+1+(j-1)*n,i+1+j*n,i+j*n
*else
e,j*n,1+(j-1)*n,1+n*j,(j+1)*n
*endif
*enddo
*enddo
NSEL,S,node,,1,n,1 ! Выделяем узлы
d,all,uy, ! Задаем условия шарнирного опирания при скользящей заделке
d,all,ux
nSEL,s,node,,n*m+1,n*(m+1),1
d,all,uy,
d,all,ux,
nset,all
finish
*if,s1,eq,0,then
/SOLUTION
ANTYPE,STATIC ! Статический анализ
PSTRES,ON ! Подключаем расчет напряжений
sf,all,pres,-1, ! Задаем коэффициент нормального давления
Solve
Finish
/solution
ANTYPE, BUCKLE ! Исследование устойчивости с выводом первой формы
потери устойчивости
BUCOPT, subsp, 6 ! Метод Subspace
MXPAND,6,
M,n+1,all,m*n,1 Направления смещений и вращений узлов с n+1 по m*n
включительно, all — означает все степени свободы

```



```

FINISH
*else
/solution
antype, modal
modopt, subsp,10
solve
finish
*endif
/post1
set,first
/dscale,1,
pldisp,0
prnsol,u
finish

```

В работе [18] проведены исследования частот и форм собственных колебаний кососрезанной цилиндрической оболочки переменной толщины, а также приведены результаты вычислений критического давления для такой оболочки.

В табл. 3 представлены значения критического давления для оболочки со следующими параметрами  $R = 1$  м,  $l_c = 3$ ,  $h_0 = 0.001$ ,  $\beta = 45^\circ$ ,  $\nu = 0.3$ ,  $E = 1.93 \cdot 10^{11}$  Па,  $\eta = h_m/h_0$ ,  $h_0 = h(0) = 1 - r - e$ ,  $h_m = h(\pi) = 1 - r + e$ , где  $e$  — расстояние между центрами кругов.

Таблица 3

$\eta$	Критическое давление, Па	
	Асимптотика	МКЭ (ANSYS)
1.10	2858	2857
1.30	4143	4084
1.45	4354	4351
3.00	4988	4989
4.00	5238	5201
5.00	5454	5375

В табл. 4 показаны величины собственных частот для кососрезанной цилиндрической оболочки переменной толщины. Плотность материала оболочки  $\rho = 7860$  кг/м<sup>3</sup>, а остальные параметры такие же, как в задаче устойчивости оболочки. Как видно из табл. 3 и табл. 4 относительная погрешность асимптотических результатов по сравнению с численными составляет 1.5% в задаче устойчивости и менее 8% в задаче колебаний.

Таблица 4

$\eta$	Собственные частоты, $s^{-1}$	
	Асимптотика	МКЭ (ANSYS)
1.0	24.833	24.144
2.0	34.715	33.123
4.0	48.585	45.082
5.0	49.666	47.625

#### 4.9. Исследование деформаций на поверхности глазной оболочки под действием равномерного внешнего давления.

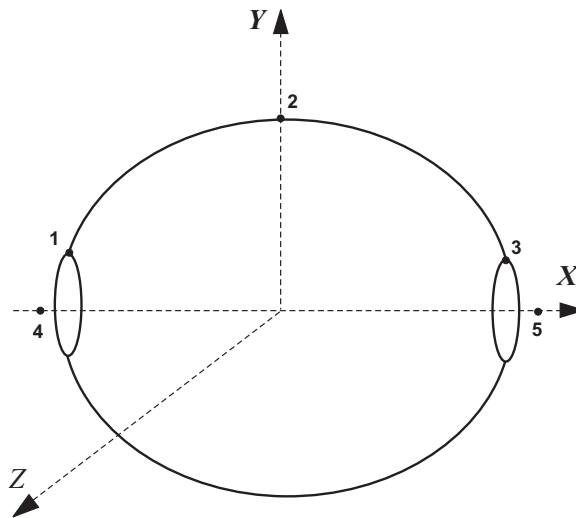


Рис. 4.8. Сферическая оболочка.

В последнее время проводится много исследований, посвященных биомеханике глаза и применению теории оболочек в офтальмологии. Поэтому мы предлагаем студентам провести самостоятельную работу в этой области на основе уже полученных знаний по работе в пакете ANSYS. Нужно будет проделать следующие этапы:

1. Нарисовать точки 1, 2, 3, 4, 5 (см. рис. 4.8). Координаты точек 1 и 3 вычислить самостоятельно, учитывая смещение от края вдоль оси  $OX$  на  $0.05 \cdot r$ . Отметим, что точки 1, 2, 3 должны принадлежать одной окружности, поэтому при подсчете их координат необходимо учитывать, что они должны

удовлетворять уравнению окружности  $x^2 + y^2 = r^2$ . Точки 4 и 5 задают ось  $OX$ .

2. Изобразить дугу окружности, проходящую через точки 1, 2, 3.
3. Изобразить оболочку глаза, полученную вращением построенной дуги вокруг прямой, задаваемой точками 4 и 5.
4. На линиях среза задать граничные условия жесткого закрепления.
5. Примерный план программы в пакете ANSYS:

```
/PREP7  
/TITLE, Glazz  
ANTYPE,Static  
thicknes = 0.0001      ! Толщина склеры  
exx=31.3E6            ! Модуль Юнга  
nyu=0.45              ! Коэффициент Пуассона  
radius=0.012          ! Радиус глаза  
mass=0.007            ! Масса глаза  
dens= ?               ! Плотность рассчитать в ANSYS, зная массу и радиус шара.  
elemlen=0.001        ! Длина элемента в разбиении  
ET,1,SHELL63,,1  
R,1,thicknes  
MP,EX,1,exx  
MP,NUXY,1,nyu  
MP,DENS,1,dens  
K,1,                  ! Команда для задания координат точек  
LARC,                ! Построение дуги окружности по точкам 1, 2, 3  
AROTAT,             ! Построение сферической оболочки путем вращения линии  
ESIZE,elemlen  
AMESH,1,4  
NUMMRG,NODE
```

6. Далее необходимо приложить к построенной поверхности равномерное внешнее (или внутреннее) давление, задать условия закрепления и вывести на экран деформированную глазную оболочку.

7. Прокомментировать полученные результаты.

#### 4.10. Сопряженные оболочки

В данной программе рассматриваются две оболочки, сопряженные по параллели. Конструкции такого типа широко используются в современной технике, в авиа - и ракетостроении. Одна из оболочек имеет цилиндрическую поверхность,

другая - коническую. Ниже приводится листинг программы. Свойства материала, высоты оболочек, радиусы оснований, толщина задаются в начале программы.

```

/PREP7                                ! Начало любой программы в ANSYS
/TITLE,                                CONNECTED SHELLS
height1 = 0.4                          ! Высота цилиндрической оболочки
height2 = 0.4                          ! Высота конической оболочки
height = height1+height2               ! Общая длина конструкции
radius1 = 0.2                          ! Радиус основания цилиндрической оболочки
radius2 = 0.01                         ! Радиус основания конической оболочки
thicknes = 0.00143                    ! Толщина оболочек
exx = 2.06E11                          ! Модуль Юнга
nyu = 0.3                              ! Коэффициент Пуассона
dens = 7860                            ! Плотность материала
elemlen = 0.02                        ! Длина элемента разбиения
ET,1,SHELL63,,1                       ! Тип элемента
R,1,thicknes                          ! Real constants (толщина оболочки)
MP,EX,1,exx                           ! Material properties (модуль Юнга)
MP,NUXY,1,nyu                         ! Material properties (коэффициент Пуассона)
MP,DENS,1,dens                        ! Material properties (плотность материала)
K,1,0,0,0                              ! Keypoints (Построение точек)
K,2,0,0,height1
K,3,2*radius1,0,height
CIRCLE,1,radius1,                      ! Построение окружностей — оснований оболочек
CIRCLE,2,radius1,
CIRCLE,3,radius2,
ASKIN,1,5                              ! Задание поверхностей оболочек
ASKIN,2,6
ASKIN,3,7
ASKIN,4,8
ASKIN,5,9
ASKIN,6,10
ASKIN,7,11
ASKIN,8,12
ESIZE,elemlen                         ! Задание длины каждого элемента
AMESH,1,8,                             ! Разбиение поверхности на элементы
NUMMRG,NODE                           ! Перенумеровка всех узлов
LSEL,S,LINE,,1,4,1                   ! Выделить линии с 1 по 4 с шагом 1
DL,ALL,,ALL,0                        ! Закрепить указанные выше линии
LSEL,S,LINE,,9,12,1                 ! Выделить линии с 9 по 12 с шагом 1
DL,ALL,,ALL,0                        ! Закрепить указанные выше линии
LSEL,ALL

```

Эта программа считывается в ANSYS, а затем выбирается вид исследований (колебания или устойчивость под действием внешнего или внутреннего давления) и запускается решение задачи. Просмотр результатов выполняется аналогично предыдущим работам. Ниже представлена одна из форм колебаний сопряженных оболочек. Как видно из рис. 4.9 деформации затрагивают поверхность только конической оболочки вблизи наиболее длинной образующей конуса. Поверхность цилиндрической оболочки остается недеформированной. Можно подобрать параметры оболочек таким образом, что формы колебаний будут затрагивать только цилиндрическую поверхность или одновременно обе оболочки.

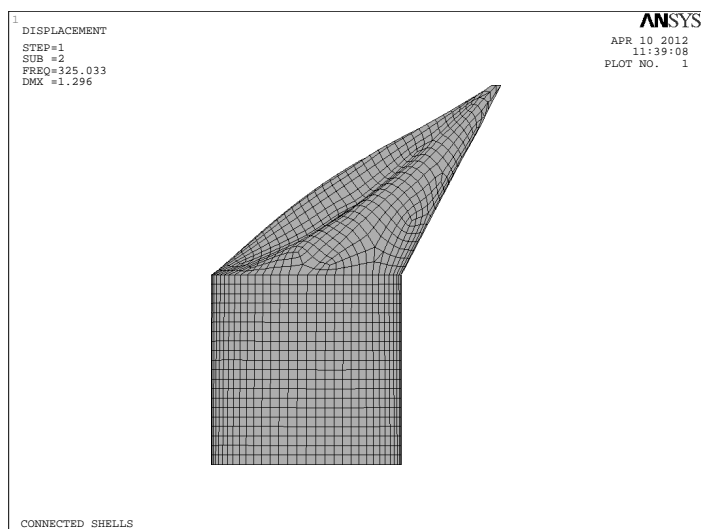


Рис. 4.9. Одна из форм колебаний сопряженных оболочек.

#### 4.11. Массивы

Иногда данные удобно хранить в упорядоченном виде, для этого существуют массивы. В **Ansys** предусмотрено много способов задания массивов. Одна из команд, которая вводит массив, имеет вид

**\*dim, Par, Type, IMAX, JMAX, KMAX, Var1, Var2, Var3**, где **Par** — имя массива, **Type** — один из следующих трех видов: **array**, **char** или **table**. Сами данные вводятся в массив посредством разных команд, в частности, с помощью команды **\*set**:

```
*set, par, value, val2, val3, val4, val5, val6, val7, val8, val9, val10,
```

где **par** — имя массива, **value,.....val10** — величины, которые вводятся, начиная с некоторого номера. Например, если мы хотим задать числовой массив с именем **A** и размерностью 3 на 3, надо написать:

```
*dim,A,array,3,3.
```

Чтобы ввести сами числа в массив, надо воспользоваться командой

```
*set, A(1,1),2.3, 5, 7.6,
```

что будет равносильно операциям присваивания:

```
A(1,1) = 2.3, A(2,1) = 5, A(3,1) = 7.6.
```

Для ввода остальных чисел, надо воспользоваться той же командой еще два раза, в каждой из которых будет стоять **A(1,2)**, **A(1,3)** соответственно. Первый индекс (номер строки) так же будет меняться от 1 до 3.

Вместо команды **\*set** можно использовать такую запись

```
A(1,1) = 2.3, 5, 7.6.
```

#### 4.12. Макросы

При написании основной программы иногда бывает необходимо повторить некоторые последовательности действий несколько раз, но с разными параметрами. Для этого в пакете **Ansys** предусмотрена возможность создавать макросы или, иначе, их называют подпрограммами, как в любом языке программирования. В данном пакете макросы можно создавать разными способами, в том числе писать программы и сохранять их в отдельных файлах. В **Ansys** эти файлы имеют расширение **mac**. Возможность создавать макросы существенно облегчает написание основной программы, в которой эти макросы при необходимости вызываются.

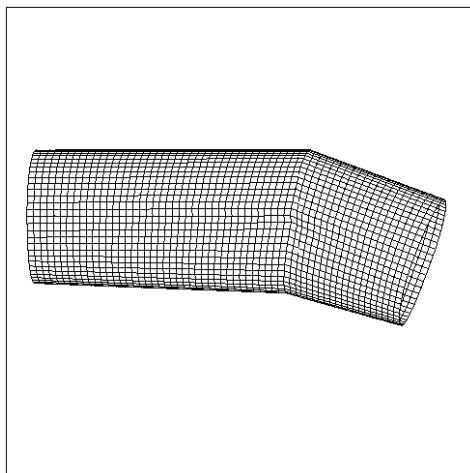
#### 4.13. Колебания цилиндрических оболочек сопряженных под углом

В качестве примера приведем программу по исследованию колебаний сопряженных под углом цилиндрических оболочек (рис. 4.10). В ней два раза вызывается макрос для создания узлов.

Длина осевой линии одной оболочки 0.8 м, а длина осевой линии второй оболочки 1.6 м.

Общие физические и геометрические параметры двух оболочек таковы: модуль Юнга  $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$ , плотность  $\rho = 7860 \text{ кг/м}^3$ , коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ , толщина оболочек  $h = 0.00001 \text{ м}$ .

```
/PREP7  
/TITLE, Vibration of connected cylindrical shell
```



**Рис. 4.10.** Сопряженные цилиндрические оболочки.

```

n=120 ! Число элементов вдоль окружности
m1=80 ! Число элементов по образующей первой
m2=40 ! и второй оболочки
et,1,shell63
/units, si
beta=0.01 ! Угол наклона
exx=2e11 ! Модуль Юнга
nuх=0.3 ! Коэффициент Пуассона
ro=7860 ! Плотность материала
th0=0.00001 ! Толщина оболочек
R=0.20
l1=4*R
l2=2*R
pi=4*atan(1)
R,1,th0
MP, EX,1,exx
MP, NUXY,1,nyu
mp,dens,1,ro
local,12,1,0,0,0,0,0,0,1
n,1,R,0,0,0,0,0
ngen,n,1,1,1,1,0,360/n,0
local,13,1,0,0,l1,0,beta,0,1/cos(beta*pi/180),
n, 1+m1*n,R,0,0,0,0,0,
ngen,n,1,1+m1*n,1+(0+m1)*n,1,0,360/n,0,

```

```

clocal,14,1,0,0,0,beta,0,1
clocal,15,1,0,0,12,0,0,0,1
n, 1+(m1+m2)*n,R,0,0,0,2*beta,0,
ngen,n,1,1+(m1+m2)*n,1+(m1+m2)*n,1,0,360/n,0,
/psymb,cs,1
csys,0
*ulib, nod, mac, полный путь к файлу ! Использование библиотеки
макросов (файла с именем nod.mac)
*use, nd,n,m1,0 ! Макрос для создания узлов первой оболочки
*use, nd,n,m2,m1 ! Макрос для создания узлов второй оболочки
m=m1+m2
e,1,2,n+2,n+1, egen,n-1,1,1,1,1
egen,m,n,1,n-1,1,
e,n,1,n+1,2*n,
egen,m,n,(n-1)*m+1,(n-1)*m+1,1,
NSEL,S,node,,1,n,1 !
D,ALL,ux,,,,,uy
nSEL,s,node,,n*m+1,n*(m+1),1
D,ALL,ux,,,,,uy
nset,all
/solution
antype,modal
modopt,subsp,7
outres,all,7
solve
finish
/post1
set ,
first
/dscale,1,
pldisp,6
prnsol,u
finish

```

Файл, в котором записан макрос **nd** имеет имя **nod.mac** и содержит следующий текст:

```

nd
*do, k,1,arg1,1
*do, i,1, arg2-1, 1
ndx=nx(k+arg1*arg3)+(nx(k+arg1*(arg2+arg3))-
nx(k+arg1*arg3))/arg2*i

```



```

ndy=ny(k+arg1*arg3)+(ny(k+arg1*(arg2+arg3))-
ny(k+arg1*arg3))/arg2*i
ndz=nz(k+arg1*arg3)+(nz(k+arg1*(arg2+arg3))-
nz(k+arg1*arg3))/arg2*i
n, k+(arg3+i)*arg1,ndx,ndy,ndz
*enddo
*enddo

```

Аргументы **arg1**, **arg2**, **arg3** подставляются в **\*use,...,arg1, arg2, arg3**. В вышеприведенном макросе функции **nx(k)**, **ny(k)**, **nz(k)** являются координатами узла с номером *k*. Файл с расширением **.mac**, содержащий несколько макросов выглядит следующим образом.

```

имя первого макроса
! Далее идет блок команд
/eof
имя второго макроса
! Далее идет блок команд
/eof
имя n-го макроса
! Далее идет блок команд
/eof

```

#### 4.14. Свободные колебания и устойчивость трехслойной пластины под действием торцевой нагрузки

Рассматривается прямоугольная пластина (рис. 4.11), длиной 3 м и шириной 1 м, состоящая из трех слоев [6]. Толщина *h* каждого слоя, а также набор свойств каждого материала ( $\rho$  — плотность,  $E$  — модуль Юнга,  $\nu$  — коэффициент Пуассона) указаны в табл. 5. Деформация трехслойной пластины при действии торцевой нагрузки изображена на рис. 4.13.

Таблица 5

Номер слоя	<i>h</i> , м	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$E$ , кг/м <sup>2</sup>	$\nu$
1	0.001	$2 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^{10}$	0.3
2	0.002	$2 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^{10}$	0.3
3	0.003	$8 \cdot 10^3$	$4 \cdot 10^{10}$	0.3

Чтобы пользователь мог лучше разобраться в этой и последующих программах, сделаем некоторые пояснения.

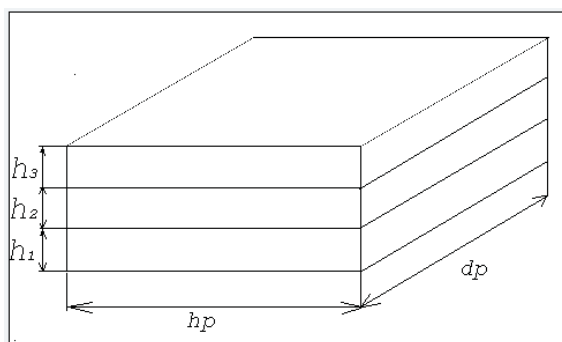


Рис. 4.11. Трехслойная пластина.

Многослойные оболочки строятся на элементах типа **shell99** или **shell91**. Чтобы отделить один слой от другого, при определении констант, задаются номера ссылок, которые потом используются в команде **mat**. Определенному номеру сопоставляется соответствующий набор свойств материала. Номера слоев следуют по возрастанию в том порядке, в котором задаются константы и, соответствующие им, номера ссылок. Сам многослойный элемент, как показано на рис. 4.12, однозначно определяется заданием следующих величин:

**E, I, J, K, L, M, N, O, P,**

где **E** — команда, задающая элемент, а **I, J, ... P** — номера узлов, по которым строится данный элемент.

Наряду с четырехугольным элементом в **Ansys** существует еще треугольный, который так же задается задается восемью узлами, три из которых совпадают. Узел выбирается в одной из вершин треугольника. Если это узел **O** (рис. 4.12), тогда элемент будет задаваться так:

**E, J, O, O, I, N, O, P, M** (сравните с предыдущей командой).

Следует обратить внимание на порядок задания узлов относительно выбранного узла. Если мы тот же элемент зададим, например, таким образом:

**E, I, J, O, O, M, N, O, P,** то **Ansys** выдаст сообщение об ошибке. Если смотреть сверху на элемент, построенный на узлах против часовой стрелки, то слои будут нумероваться снизу вверх (рис. 4.12). Чтобы задать свойства изотропного материала по каждому элементу, необходимо учесть направления осей локальной системы координат, ориентированной в каждом элементе отдельно, причем ее центр должен находиться в узле, с которого мы начинаем задавать элемент (сравните задание невырожденного элемента на рис. 4.12).

Это касается не только многослойных, но и однослойных элементов, (например, элементов типа **shell63**, которые уже использовались ранее), а свойства материала предполагались одинаковыми по всем направлениям. Ориентация координатных осей в элементе **shell63** останется такой же, как и в **shell99** при отсутствии

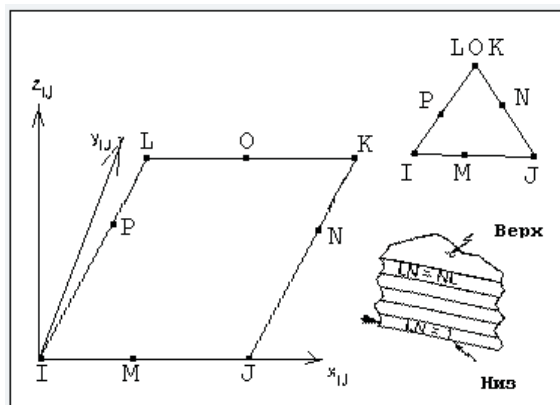


Рис. 4.12. Многослойный элемент и его связь с собственной системой координат.

срединых узлов, а центр координатной системы должен находиться в узле, с которого начинает создаваться элемент. При этом узлы, составляющие элемент, перечисляются в направлении против часовой стрелки. Чтобы убедиться в том, что набор свойств материала по каждому слою задан правильно, надо выбрать **Utility Menu > List > Properties > layer data...**, после чего появится диалоговое окно, где пользователь может указать информацию, которую необходимо вывести на экран, (например, плотность материала, модуль Юнга и т. д.).

```

/prep7
/units, si ! Система единиц Си
dp=3 !
hp=1 !
h1=0.001 ! Толщина 1 слоя
h2=0.002 ! Толщина 2 слоя
h3=0.003 ! Толщина 3 слоя
sl=0 ! sl=0 соответствует колебаниям, sl=1 — устойчивости
rectg,-dp/2,dp/2,-hp/2,hp/2,
lsel,s,loc,y,hp/2
lsel,a,loc,y,-hp/2
u_pr=30
lesize,all,,u_pr
allsel
lsel,s,loc,y,-hp/2,hp/2
u_t=30
lsel,s,loc,x,dp/2
lsel,a,loc,x,-dp/2
lesize,all,,u_pr

```

```

/pnum,node,1
et,1,shell99,
amesh,all
keyopt,1,2,0 ! То есть толщина постоянная
r,1,3 ! Задаем 3 слоя
rmore,
rmore,1,,h1,2,,h2,
rmore,3,,h3
mat,1
mp,dens,1,2e3
mp,nuxy,1,0.3
mp,ex,1,2e10
mat,2
mp,dens,2,2e3
mp,nuxy,2,0.3
mp,ex,2,2e10
mat,3
mp,dens,3,8e3
mp,nuxy,3,0.3
mp,ex,3, 8e10
nsel,s,loc,x,dp/2 ! Выделение узлов на одной из сторон пластины
d,all,all ! Жесткое закрепление выделенных узлов
nsel,s,loc,x,-dp/2 ! Выделение узлов на противоположной стороне пластины
F,all,Fx,1 ! Приложение силы к выделенным ранее узлам
nsel,inve
m,all,all,
nsel,all
finish
*if,s1,eq,0,then
/SOLU
ANTYPE,STATIC ! Статический анализ
PSTRES,ON ! Вычисление начального напряженно-деформированного
состояния
solve
FINISH
*else
/solu
ANTYPE, BUCKLE ! Исследование устойчивости
BUCOPT, subsp, 10 ! Метод Subspace iteration
MXPAND,10
FINISH
/solution

```

```
antype,modal
modopt,subsp,10 ! Вычислить 10 частот и форм колебаний
subsp,10
solve
finish
/post1
set, first
/dscale,1,
pldisp,6
prnsol,u
finish
*endif
```

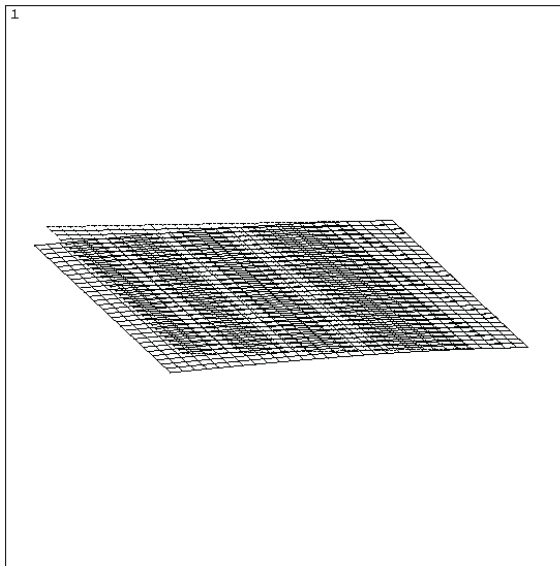


Рис. 4.13. Деформация трехслойной пластины при действии торцевой нагрузки.

## Глава 5

### Совместное использование методов GUI и Command

#### 5.1. Расчет частот и форм собственных колебаний крыла планера

Команда	Описание команды	Путь выполнения команды
/prep7	Начать работу в препроцессоре	
et,1,plane42	<ul style="list-style-type: none"><li>• Выбрать из библиотеки тип элемента;</li><li>• 1 — номер типа элемента;</li><li>• plane42 — название элемента в библиотеке.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Main Menu &gt; Preprocessor &gt; Element Type &gt; Add &gt; Structural &gt; Solid &gt; Quad 4node 42 &gt; Apply</li></ul>
et,2,solid45	<ul style="list-style-type: none"><li>• Выбрать из библиотеки тип элемента;</li><li>• 2 — номер типа элемента;</li><li>• solid45 — название элемента в библиотеке.</li></ul>	Structural > Solid > Brick 8node 45 > Ok > Close
mp,ex,1,38000	<ul style="list-style-type: none"><li>• Задать свойства материала;</li><li>• ex — модуль Юнга;</li><li>• 1 — номер материала;</li><li>• 38000 — величина модуля Юнга.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Main Menu &gt; Preprocessor &gt; Material Props &gt; Constant &gt; Isotropic &gt; 1 &gt; Ok &gt; Young's modulus EX &gt; 38000 &gt;</li></ul>
mp,nuxu,1,0.3	<ul style="list-style-type: none"><li>• Задать свойства материала;</li><li>• nuxu — коэффициент Пуассона;</li><li>• 1 — номер материала;</li><li>• 0.33 — величина коэффициента.</li></ul>	Poisson's ratio PRXY > 0.3 >

<b>Команда</b>	<b>Описание команды</b>	<b>Путь выполнения команды</b>
mp,dens,1,1e-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Задать свойства материала;</li> <li>• dens — плотность;</li> <li>• 1 — номер материала;</li> <li>• 1e-3 — величина плотности.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Main Menu &gt; Preprocessor &gt; Material Props &gt; Nonlinear &gt; Density DENS &gt; 1e-3 &gt; Ok</li> </ul>
k,1,0,0,0	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Задать точку;</li> <li>• 1 — номер точки;</li> <li>• 0,0,0 — координаты точки.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Main Menu &gt; Preprocessor &gt; Create &gt; Keypoints &gt; In Active CS &gt; ... &gt; Apply</li> </ul>
k,2,2,0,0	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Задать точку;</li> <li>• 2 — номер точки;</li> <li>• 2,0,0 — координаты точки.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Keypoint number &gt; 2 &gt; X, Y, Z Location in active CS &gt; 2,0,0 &gt; Apply</li> </ul>
k,3,2.3,0.2,0	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Задать точку;</li> <li>• 3 — номер точки;</li> <li>• 2.3,0.2,0 — координаты точки.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Keypoint number &gt; 3 &gt; X, Y, Z Location in active CS &gt; 2.3,0.2,0 &gt; Apply</li> </ul>
k,4,1.9,0.45,0	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Задать точку;</li> <li>• 4 — номер точки;</li> <li>• 1.9,0.45,0 — координаты точки.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Keypoint number &gt; 4 &gt; X, Y, Z Location in active CS &gt; 1.9,0.45,0 &gt; Apply</li> </ul>
k,5,1,0.25,0	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Задать точку;</li> <li>• 5 — номер точки;</li> <li>• 1,0.25,0 — координаты точки.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Keypoint number &gt; 5 &gt; X, Y, Z Location in active CS &gt; 1,0.25,0 &gt; Apply</li> </ul>
lstr,1,2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Построить прямую линию по двум точкам в глобальной системе координат;</li> <li>• 1 — начальная точка;</li> <li>• 2 — конечная точка.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Main Menu &gt; Preprocessor &gt; Create &gt; Straight Line &gt; Выбрать мышью точки 1 и 2 &gt; Apply</li> </ul>
lstr,5,1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Построить прямую линию по двум точкам в глобальной системе координат;</li> <li>• 5 — начальная точка;</li> <li>• 1 — конечная точка.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Main Menu &gt; Preprocessor &gt; Create &gt; Straight Line &gt; Выбрать мышью точки 5 и 1 &gt; Ok</li> </ul>
bsplin,2,3,4,5,, -1,0,0, -1,-0.25,0	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Построить сплайн по точкам;</li> <li>• 2,3,4,5,, — номера точек;</li> <li>• -1,0,0 — координаты вектора, направленного по касательной к сплайну в начальной точке.</li> <li>• -1,-0.25,0 — координаты вектора, направленного по касательной к сплайну в конечной точке.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Main Menu &gt; Preprocessor &gt; Create &gt; Splines &gt; With Options &gt; Spline thru KPs &gt; Выбрать мышью точки 2, 3, 4, 5 &gt; Ok &gt; Start tangent &gt; -1,0,0 &gt; Ending tangent &gt; -1,-0.25,0 &gt; Ok</li> </ul>

Команда	Описание команды	Путь выполнения команды
al,1,3,2,	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Сгенерировать плоскую фигуру, ограниченную линиями;</li> <li>• 1,3,2 — номера линий (указываются последовательно так, чтобы сформировался замкнутый контур);</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Main Menu &gt; Preprocessor &gt; Create &gt; Areas &gt; Arbitrary &gt; By Lines &gt; Выбрать мышью линии &gt; Ok</li> </ul>
esize,0.05	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Задать величину элементов;</li> <li>• 0.05 — длина элемента вдоль линии – границы разбиваемой площади;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Main Menu &gt; Preprocessor &gt; Meshing &gt; Size Cntrl &gt; Manual Size &gt; Global &gt; Size [Size Element edge length &gt; 0.05 &gt; Ok]</li> </ul>
amesh,1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Сгенерировать узлы и разбить плоские объекты на элементы;</li> <li>• 1 — генерировать сетку в плоской фигуре под номером 1.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Main Menu &gt; Preprocessor &gt; Meshing &gt; Mesh &gt; Areas &gt; Free &gt; Выбрать плоскую фигуру мышью &gt; Ok</li> </ul>
esize,,10	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Задать число разбиений по ребру для генерации объемной сетки;</li> <li>• 10 — число разбиений вдоль направляющей линии.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Main Menu &gt; Preprocessor &gt; Meshing &gt; Size Cntrl &gt; Global &gt; Size &gt; No of Element division &gt; 10 &gt; Ok</li> </ul>
type,2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Выбрать элемент из списка;</li> <li>• 2 — номер элемента (объемный).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Main Menu &gt; Preprocessor &gt; Modeling &gt; Create &gt; Elements &gt; Elem Attributes &gt; Element type number &gt; 2 Solid45 &gt; Ok</li> </ul>
vext,all,,,10	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Создать дополнительный объем вытягиванием поверхности;</li> <li>• all,, — все поверхностные элементы;</li> <li>• ,,10 — вытягивание вдоль оси Z, количество разбиений 10.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Main Menu &gt; Preprocessor &gt; Operate &gt; Extrude/Sweep &gt; By X, Y, Z Offset &gt; Выбрать мышью поверхность &gt; Ok &gt; Offset for extrusion &gt; 0 &gt; 0 &gt; 10 &gt; Ok</li> </ul>
/view,,1,1,1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Задать направление просмотра;</li> <li>• ,, — по умолчанию команда применяется к окну с номером 1;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utility Menu &gt; PlotCtrls &gt; View Settings &gt; View Direction [XV, YV, ZV Coords of view point &gt; 1, 1, 1 &gt; Ok]</li> </ul>



Команда	Описание команды	Путь выполнения команды
/ang,1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Задать поворот изображения;</li> <li>• „ — команда применяется к окну с номером 1. По умолчанию вертикальной становится ось Y.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utility Menu &gt; PlotCtrls &gt; Pan - Zoom - Rotate</li> </ul>
/rep	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Повторить предыдущую команду.</li> </ul>	Команда не может быть выполнена из меню.
eplot	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Показать на экране сетку.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utility Menu &gt; Plot &gt; Elements</li> </ul>
finish	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Закончить работу в препроцессоре.</li> </ul>	Выполнять не обязательно.
/solu	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Начать работу в процессоре.</li> </ul>	
antype, modal	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Определить тип анализа;</li> <li>• modal — частотный.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Main Menu &gt; Solution &gt; Analysis Type &gt; New analysis &gt; Modal &gt; Ok</li> </ul>
modopt,lanb,5	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Задать опции частотного анализа;</li> <li>• lanb — метод Ланцоша;</li> <li>• 5 — число определяемых мод.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Main Menu &gt; Solution &gt; Analysis Options &gt; Mode extraction method &gt; Lanczos &gt; No of modes to extract &gt; 5 &gt; Ok &gt; Ok</li> </ul>
esel,u,type,,1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Задать выбор элементов;</li> <li>• u — исключить из выбранных;</li> <li>• type — исключить элементы по номеру типа;</li> <li>• „1 — исключить элементы типа 1 (плоские).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utility Menu &gt; Select &gt; Entities &gt; Elements &gt; By attributes &gt; Elem type num Min, Max, Inc &gt; 1 &gt; Unselect &gt; Apply</li> </ul>
nset,s,loc,z,0	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Задать выбор узлов;</li> <li>• s — новый выбор;</li> <li>• loc — по положению в активной системе координат;</li> <li>• z — по координате z;</li> <li>• 0 — выбрать узлы с координатой z=0.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utility Menu &gt; Select &gt; Entities &gt; Nodes &gt; By location &gt; Z coordinates &gt; Reselect &gt; Min, Max &gt; 0 &gt; Ok</li> </ul>

Команда	Описание команды	Путь выполнения команды
d,all,all	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Закрепить крыло планера (ограничить степени свободы в узлах);</li> <li>• all — во всех выбранных узлах;</li> <li>• all — присвоить нулевые значения всем возможным смещениям.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Main Menu &gt; Solution &gt; Loads &gt; Apply &gt; Structural &gt; Displacement &gt; On Nodes &gt; Pick all &gt; DOFs to be constrained &gt; All DOF &gt; Ok</li> </ul>
nselect,all	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Выбрать узлы;</li> <li>• all — все узлы.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utility Menu &gt; Select &gt; Entities &gt; Nodes &gt; By Num/Pick &gt; Reselect &gt; Ok &gt; Pick all</li> </ul>
mxpand,5	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Задать число извлекаемых мод для записи в файл расчетных материалов;</li> <li>• 5 — число мод.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Main Menu &gt; Solution &gt; Analysis Options &gt; NMODE No of modes to extract &gt; 5 &gt; Ok &gt; Ok</li> </ul>

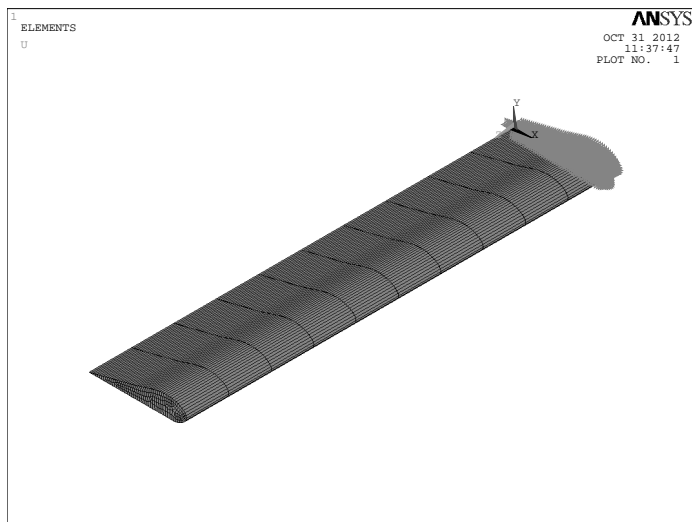
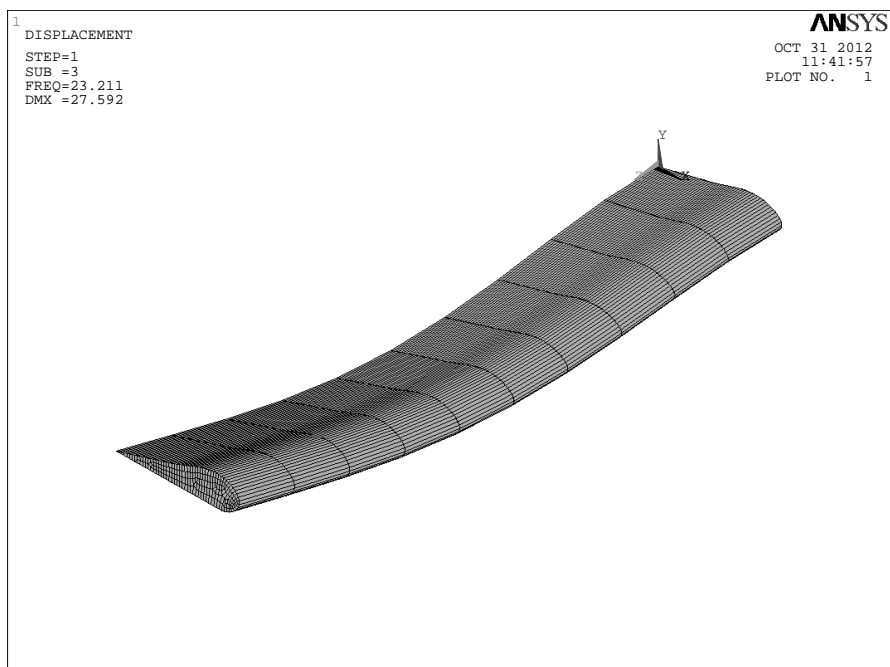


Рис. 5.1. Крыло планера с заданными граничными условиями.

Команда	Описание команды	Путь выполнения команды
solve	<ul style="list-style-type: none"> <li>Начать вычисления.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Main Menu &gt; Solution &gt; Solve &gt; Current LS &gt; OK</li> </ul>
finish	<ul style="list-style-type: none"> <li>Закончить работу в препроцессоре</li> </ul>	Выполнять не обязательно
/post1	<ul style="list-style-type: none"> <li>Начать работу в постпроцессоре</li> </ul>	
set,list,2	<ul style="list-style-type: none"> <li>Определить, какие данные следует прочитать из файла результатов;</li> <li>list — суммарные данные на каждом шаге нагружения;</li> <li>2 — а также заголовки и комментарии, если они есть.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Main Menu &gt; General Postproc &gt; Read Results &gt; By Load Step &gt; Substep number &gt; 5 &gt; Ok</li> </ul>
set,first	<ul style="list-style-type: none"> <li>Определить, какие данные следует прочитать из файла результатов;</li> <li>first — прочитать результаты вычисления первой моды.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Main Menu &gt; General Postproc &gt; Read Results &gt; First Set &gt;</li> </ul>
pldisp, 0	<ul style="list-style-type: none"> <li>Показать на экране деформированную конструкцию;</li> <li>0 — только деформированную форму.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Main Menu &gt; General Postproc &gt; Plot Results &gt; Deformed Shape &gt; Items to be plotted &gt; Def shape only &gt; Ok</li> </ul>
anmode,10,0.5	<ul style="list-style-type: none"> <li>Вывести на экран анимированные колебания;</li> <li>10 — число кадров;</li> <li>0.5 — продолжительность просмотра каждого кадра в секундах.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Utility Menu &gt; PlotCtrls &gt; Animate &gt; Mode shape &gt; No of frames to create &gt; 10 &gt; Time delay &gt; 0.5 &gt; Ok</li> </ul>
set,next	<ul style="list-style-type: none"> <li>Определить, какие данные следует прочитать из файла результатов;</li> <li>next — прочитать результаты вычисления следующей моды.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Main Menu &gt; General Postproc &gt; Read Results &gt; Next Set &gt;</li> </ul>
pldisp, 0	<ul style="list-style-type: none"> <li>Показать на экране деформированную конструкцию;</li> <li>0 — только деформированную форму.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Main Menu &gt; General Postproc &gt; Plot Results &gt; Deformed Shape &gt; Items to be plotted &gt; Def shape only &gt; Ok</li> </ul>

Команда	Описание команды	Путь выполнения команды
anmode,10,0.5	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Вывести на экран анимированные колебания;</li> <li>• 10 — число кадров;</li> <li>• 0.5 - продолжительность просмотра каждого кадра в секундах.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utility Menu &gt; PlotCtrls &gt; Animate &gt; Mode shape &gt; No of frames to create &gt; 10 &gt; Time delay &gt; 0.5 &gt; Ok</li> </ul>
finish	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Закончить работу в препроцессоре</li> </ul>	Выполнять не обязательно



**Рис. 5.2.** Третья форма колебаний крыла планера.

## Глава 6

### Вычислительная гидродинамика

#### 6.1. Симметричное обтекание уступа потоком вязкой несжимаемой жидкости

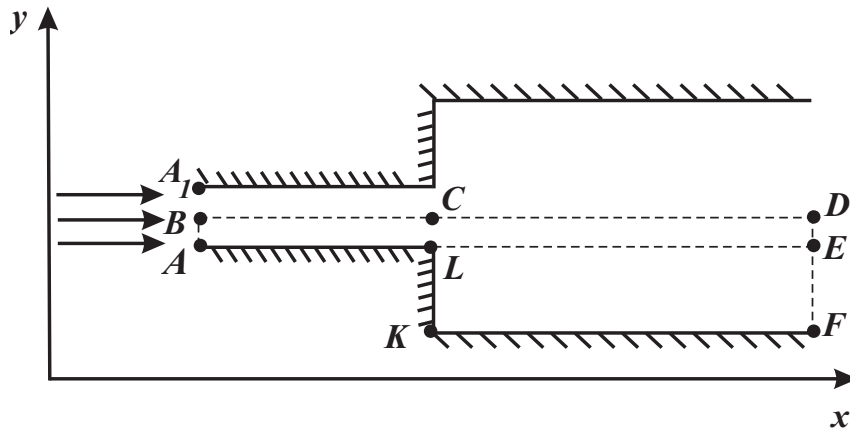


Рис. 6.1. Продольное сечение симметричного расширяющегося канала.

Рассматривается плоская симметричная задача обтекания абсолютно твердого выступа потоком жидкости\*. Геометрия продольного сечения (см. рис. 6.1) задается характерными точками  $A$ ,  $B$ ,  $D$ ,  $F$ ,  $K$ ,  $L$ . Твердая стенка — выступ  $ALKF$ .

На вход канала  $ABA_1$  при стандартных атмосферных условиях подается воздух со скоростью  $V_x = 10$  м/с,  $V_y = 0$  м/с. Среда предполагается несжимаемой,

\*Данная работа представлена в книге [20] *Шабаров В.В.* Гидрогазодинамические задачи // Применение системы ANSYS к решению задач механики сплошной среды. Практическое руководство. 2006. с. 139 — 153.

режим течения – турбулентным, массовыми силами пренебрегаем. Граничными условиями для системы транспортных уравнений являются:

- Условия на входе:  $V_x = 10$  м/с,  $V_y = 0$  м/с на **AB**;
- Условия симметрии:  $V_y = 0$  м/с на **BCD**;
- Условия прилипания:  $V_x = 0$  м/с,  $V_y = 0$  м/с на **ALKF**;
- Условия на выходной границе: давление  $p = 0$  Н/м<sup>2</sup> на **DEF**.

*Выбор пакета программ гидрогазодинамики*

**Main Menu > Preference > FLOTTRAN CFD > Ok.**

*Определение типа конечного элемента*

**Main Menu > Preprocessor > Element Type > Add > 2D Flotran 141\* > Ok > Close.**

*Создание расчетной области*

1. Ввод характерных точек.

**Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Keypoints > In Active CS.**

В выпадающей таблице **Create Keypoints In Active Coordinate Systems** последовательно вводятся номера и координаты (в метрах) точек **A, B, D, E, F, K, L**:

- |                |              |            |           |              |
|----------------|--------------|------------|-----------|--------------|
| (т. <b>A</b> ) | Keypoint > 1 | > $x = 1,$ | $y = 1$   | > Apply,     |
| (т. <b>B</b> ) | Keypoint > 2 | > $x = 1,$ | $y = 1.5$ | > Apply,     |
| (т. <b>C</b> ) | Keypoint > 3 | > $x = 2,$ | $y = 1.5$ | > Apply,     |
| (т. <b>D</b> ) | Keypoint > 4 | > $x = 9,$ | $y = 1.5$ | > Apply,     |
| (т. <b>E</b> ) | Keypoint > 5 | > $x = 9,$ | $y = 1$   | > Apply,     |
| (т. <b>F</b> ) | Keypoint > 6 | > $x = 9,$ | $y = 0.9$ | > Apply,     |
| (т. <b>K</b> ) | Keypoint > 7 | > $x = 2,$ | $y = 0.9$ | > Apply,     |
| (т. <b>L</b> ) | Keypoint > 8 | > $x = 2,$ | $y = 1$   | > <b>Ok.</b> |

Отображаем на экран номера точек:

---

\*Элемент FLOTTRAN 141 используется для решения 2D – задач. По умолчанию считается, что задача плоская, а система координат – декартова. Для решения плоских задач в полярной системе координат или осесимметричных задач следует в окне *Element Types* использовать кнопку *OPTIONS* и выбрать в окне *Element coordinate system* соответствующую систему координат. Все дальнейшее решение задачи, включая задание граничных условий, будет происходить в выбранной системе.

**Utility Menu > PlotCtrls > Numbering > Keypoints number,**  
**Utility Menu > Plot Keypoints.**

2. Создание и отрисовка линий.

**Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Lines > Straight Line.**

Левой кнопкой мыши последовательно отмечаем по две точки (начало и конец создаваемой прямой линии):

Line 1 Keypoints > 1 > 2,  
Line 2 Keypoints > 8 > 3,  
Line 3 Keypoints > 5 > 4,  
Line 4 Keypoints > 1 > 8,  
Line 5 Keypoints > 2 > 3,  
Line 6 Keypoints > 3 > 4,  
Line 7 Keypoints > 8 > 5,  
Line 8 Keypoints > 7 > 6,  
Line 9 Keypoints > 7 > 8,  
Line 10 Keypoints > 6 > 5.

Закрываем окно **Create Straight Lines, Ok**. Указанная последовательность начала и конца линии связана с удобством дальнейших действий по построению упорядоченной неоднородной сетки.

Отображаем на экран номера линий:

**Utility Menu > PlotCtrls > Numbering > Line number,**  
**Utility Menu > Plot Lines.**

3. Создание и отрисовка площадей.

**Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Areas > Arbitrary > By Lines.**

Левой кнопкой мыши последовательно указываем линии, ограничивающие площадь:

Area 1 Lines > 1 > 5 > 2 > 4,  
Area 2 Lines > 2 > 6 > 3 > 7,  
Area 3 Lines > 7 > 10 > 8 > 9.

Закрываем окно **Create Area by Lines, Ok**. Расчетная область создана.

*Построение конечно-элементной сетки*

Перед построением сетки отобразим линии и их номера на экране (см. п. 2). Далее проводим разбиение этих линий.

**Main Menu > Preprocessor > Meshing > Size Ctrls > Manual > Size > Lines > Picked Lines.**

Левой кнопкой мыши отмечаем линии, нажимаем **Ok**. В появившемся окне **Element Sizes** в таблицу вводим количество делений указанных линий **NDIV** (*No. of element divisions*), а также число, характеризующее неравномерность разбиений указанных линий **SPACE** (*Spacing ratio*)\*:

Lines	1, 2, 3	7, 8	4, 5	10	6	9
<b>NDIV</b> <i>No. of element divisions</i>	10	80	10	10	80	10
<b>SPACE</b> <i>Spacing ratio</i>	1	10	0.1	0.1	10	10

Строим упорядоченную конечно-элементную сетку:

**Main Menu > Preprocessor > Meshing > MeshTools > Areas > Mapped > 3 or 4 sided > Pick All.**

Таким образом, расчетная область разбита на 1700 элементов, общее количество узлов 1811. Эта информация получена из следующего раздела:

**Utility Menu > List > Elements > Nodes + Attributes**, а также **List > Nodes**.

*Задание модели течения жидкости*

**Main Menu > Preprocessor > Flotran Set Up > Solution Options.**

В диалоговой панели **Flotran Solution Options** выбираются следующие опции:

<i>Steady State</i>	стационарное течение,
<i>Adiabatic</i>	течение с постоянной полной энтальпией,
<i>Turbulent</i>	режим течения турбулентный,
<i>Incompressible</i>	жидкость несжимаемая.

*Выбор алгоритма решения*

**Main Menu > Preprocessor > Flotran Set Up > Algorithm Ctrl.**

В диалоговой панели **Algorithm Control** выбираем алгоритм *Simplen*\*.

*Управление прерыванием задачи, выводом результатов на экран и в выходной файл (\*.rfl)*

---

\* Величина **SPACE** определяет степень и направление сгущения точек, которыми делится указанная линия. По умолчанию разбиение линий равномерное (**SPACE** = 1). Если **SPACE** > 1, то точки, которыми разбивается линия, сгущаются к ее началу; если 0 < **SPACE** < 1, то точки сгущаются к концу линии. Если -1 < **SPACE** < 0, то сгущение точек задается к середине линии, при **SPACE** < -1 точки одинаково сгущаются как к началу, так и к концу линии.

\* Алгоритм *Simplen* реализует проекционный метод решения уравнений динамики жидкости в варианте, разработанном группой Патанкара, и обладает улучшенными показателями сходимости по сравнению с другими вариантами алгоритмов семейства *Simple*.



**Main Menu > Preprocessor > Flotran Set Up > Execution Ctrl.**

В открывшейся диалоговой панели **Steady State Control Setting** следует задать число глобальных итераций **EXEC** = 1000 и число итераций, через которое пополняется выходной файл, **SUMF** = 50. При необходимости в этой диалоговой панели можно задать дополнительные критерии прерывания. В решаемой задаче пять неизвестных функций:  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $p$ ,  $\kappa$ , и  $\varepsilon$ . Если в процессе решения для всех этих функций будут выполнены условия

$$\frac{\sum_{i=1}^N |\varphi_i^k - \varphi_i^{k-1}|}{\sum_{i=1}^N |\varphi_i^k|} \leq Term_\varphi,$$

то решение задачи будет остановлено. В данной формуле  $N$  — общее число узлов,  $\varphi = \{V_x, V_y, p, \kappa, \varepsilon\}$ ,  $Term_\varphi$  — задаваемая в соответствующих строках таблицы **Termination Criteria** панели **Steady State Control Setting** точность решения задачи по каждой искомой функции.

*Задание свойств жидкости*

**Main Menu > Preprocessor > Flotran Set Up > Fluid Properties.**

В соответствии с поставленной задачей физические свойства жидкости (или воздуха) считаем неизменными. Оставляем предложенные по умолчанию условия в таблице **Fluid Properties** и нажимаем **Ok**. Вводим в соответствующих колонках появившегося диалогового окна значение плотности воздуха (*density*)  $\rho = 1.225$  кг/м<sup>3</sup> и динамической вязкости (*viscosity*)  $\mu = 0.0000181$  Н·с/м<sup>2</sup>.

*Задание граничных условий*

**Main Menu > Preprocessor > Loads > Define Loads > Apply > Fluid CFD > Velocity > On Lines.**

- Левой кнопкой мыши указываем входную границу — **Line 1, Ok**. В диалоговом окне вводим  $V_x = 10$ ,  $V_y = 0$ . В поле **Apply to endpoints** (приложить и в границах линии) ставим **Yes** и нажимаем **Ok**.

Зададим граничные условия на других линиях:

- На линиях **4, 8, 9** (твердая стенка) задаем условия прилипания:  $V_x = 0$ ,  $V_y = 0$ .
- На линиях **5, 6** задаем условие симметрии:  $V_y = 0$ . При задании условий симметрии поле для  $V_x$  оставляем свободным — значение горизонтальной составляющей скорости на этой линии будут определяться решением задачи.

- Задаем граничное условие на выходной границе:

**Fluid CFD > Pressure DOF > On Lines.**

Левой кнопкой мыши указываем выходную границу расчетной области — линии **3, 10** и нажимаем **Ok**. В появившемся диалоговом окне **Apply Pres on lines** в поле **Pres Pressure Value** вводим **0** (избыточное давление на выходной границе), далее **Ok**.

Граничные условия для неизвестных функций  $\kappa - \varepsilon$  модели формируются по умолчанию автоматически.

*Решение*

**Main Menu > Solution > Run Flotran.**

Процесс решения задачи отображается в окне вывода ANSYS.

*Просмотр результатов*

**Main Menu > General Postproc > Read Results > Last Set.**

- Построение векторного поля скоростей

**Main Menu > General Postproc > Plot Results > Vector Plot > Predefined > Ok.**

В графическом окне ANSYS можно представить интересующий фрагмент расчетной области в увеличенном масштабе с помощью команды

**Utility Menu > PlotCtrls > Pan, Zoom, Rotate > Box Zoom.**

Указать мышью, не отпуская ее левой кнопки, нужный фрагмент области.

- Построение и отображение линий тока

**Main Menu > General Postproc > Plot Results > Flow Trace.**

Это меню позволяет построить и отобразить линии тока, проходящие через заданные точки расчетной области.

С помощью команды **Defl Trace Pt** в диалоговом окне вводятся абсциссы и, через запятую, ординаты точек, через которые будут проходить линии тока. После ввода координат каждой точки — *Apply*, затем ввод координат следующей точки и т. д., затем **Ok**. Либо прямо на экране указать точки, через которые следует провести линии тока.

Для отображения линий тока **Plot Results > Plot Flow Trace.**

- Оперативный запрос численных результатов в узлах

**Main Menu > General Postproc > Query Results > Subgrid Solution.**

Открываем окно **Query Subgrid Solution Data** и выбираем идентификатор интересующей переменной, затем **Ok**. Курсором указываем узел и нажимаем левую кнопку мыши: на экране высвечивается численное значение указанной переменной в этом узле.

- Анимация

Для создания анимационной картины движения частиц вдоль линий тока используем

**Utility Menu > Plot Ctrls > Animate > Particle Flow.**

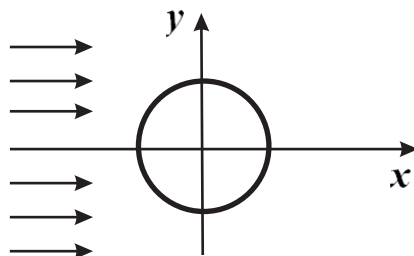
В открывшейся диалоговой панели необходимо задать:

<i>No. of frames to create</i>	— количество кадров, из которых состоит анимационная картина,
<i>Time delay</i>	— время задержки между кадрами в процессе анимации,
<i>Particle Spacing factor</i>	— опция, используемая для определения расстояния между соседними частицами на линии тока,
<i>Particle Size factor</i>	— поперечный размер частиц на экране (если 0, то вместо частиц будет линия),
<i>Particle Length fraction</i>	— переменная, используемая для определения доли линии тока, занимаемой частицами (чем меньше эта величина, тем меньше продольный размер частиц на экране),
<i>Maxloop Max number of loops</i>	— целая величина, ограничивающая число оборотов частиц вокруг ядер вихрей (используется для удобства визуализации в районе ядра вихря),
<i>Item to be contoured along trace</i>	— указатель функции ( $V_x$ , $V_y$ , $p$ , и т. д.), численные значения которой визуализируются цветами вдоль линии тока.

## 6.2. Обтекание шара потоком вязкой несжимаемой жидкости. Задача Стокса.

Задачу об обтекании абсолютно твердого шара вязкой несжимаемой жидкостью (см. рис. 6.2) впервые решил Стокс в 1851 г. [16], для этого он использовал приближенный метод, который заключается в пренебрежении в основных уравнениях движения инерционными членами и внешними силами. В работах [8], [10] приведено решение такой задачи в случае, когда сфера является абсолютно жесткой, т.е. деформации поверхности не рассматриваются, и движение жидкости осуществляется при малых числах Рейнольдса. В статье [13] исследована задача о деформации тонкой упругой сферической оболочки под влиянием неравномерного внешнего давления, действующего со стороны потока вязкой несжимаемой жидкости. Получены приближенные выражения для компонентов перемещений. Приведено сравнение аналитических и численных результатов, выполненных в

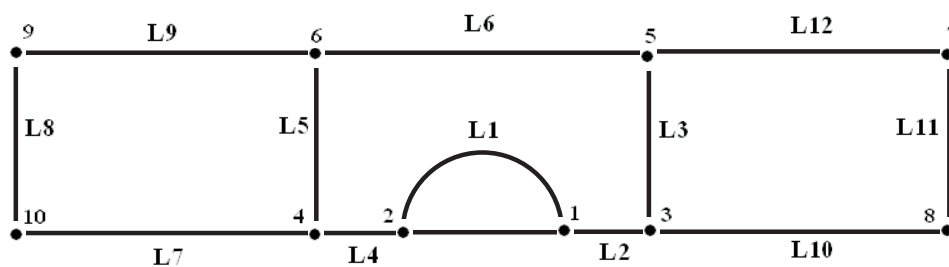
пакете ANSYS на основе предлагаемой ниже программы. Вследствие осевой симметрии задачи для моделирования в пакете ANSYS достаточно рассмотреть полупространство.



**Рис. 6.2.** Продольное сечение задачи: шар, обтекаемый потоком вязкой несжимаемой жидкости.

Геометрия продольного сечения (см. рис. 6.3) задается характерными точками 1 – 10. Линия **L1** – полуокружность (твердая стенка). На вход (линия **L8**) подается жидкость со скоростью  $V_x = 0.3$  м/с,  $V_y = 0$  м/с. Среда предполагается несжимаемой, режим течения – турбулентным, массовыми силами пренебрегаем. Граничными условиями для системы транспортных уравнений являются:

- Условия на входе:  $V_x = 0.3$  м/с,  $V_y = 0$  м/с на линии **L8**;
- Условия симметрии:  $V_y = 0$  м/с на на линиях **L7**, **L4**, **L2**, **L10**;
- Условия прилипания:  $V_x = 0$  м/с,  $V_y = 0$  м/с на линии **L1**;
- Условия на выходной границе: давление  $p = 0$  Н/м<sup>2</sup> на на линии **L11**.



**Рис. 6.3.** Геометрия расчетной модели.

Создание расчетной области представлено ниже в виде программного кода:

```
/PREP7           ! Начало любой программы в ANSYS
/TITLE,          Sphera in viscous fluid
ET,1,FLUID141    ! или, можно записать короче: ET,1,141
denw=1.e2        ! Плотность жидкости
visw=1.          ! Вязкость жидкости
velocity=0.3     ! Скорость набегающего потока
radius = 0.5     ! Радиус сферы
a=3              ! Размеры расчетной области
b=2
c=9
```

В пакете ANSYS возможны различные варианты построения полуокружности, один из которых состоит в предварительном построении полукруга и последующем удалении его площади:

**Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Areas > Circle > Partial Annulus.**

Левой кнопкой мыши открываем окно **Part Annular Circ Area**, в котором указываем абсциссу и ординату центра полуокружности, **Rad** — радиус, **Theta** — центральный угол полуокружности в градусах — **180**, нажимаем **Ok**. Затем удаляем площадь полукруга:

**Main Menu > Preprocessor > Modeling > Delete > Areas Only** и указываем левой кнопкой мыши на полукруг, нажимаем **Ok**.

Далее **Utility Menu > Plot > Multi-Plots**.

Также рекомендуется удалить и нижнюю границу полуокружности:

**Main Menu > Preprocessor > Modeling > Delete > Line and Below**

и указываем левой кнопкой мыши на радиусы нижней границы, нажимаем **Ok**.

Далее приводится программный код, который соответствует предложенным выше действиям метода GUI.

```
CYL4,0,0,radius,180, ,           ! Рисуем дугу окружности
ADELE,1
GPLOT
FLST,2,2,4,ORDE,2
FITEM,2,2
FITEM,2,-3
LDELE,P51X, , ,1
NUMMRG,ALL, , , ,LOW           ! Перенумерация точек и линий
NUMCMP,ALL
```

Далее вводим дополнительные точки, определяющие границы ближней области течения, создаем границы и саму область.

```

k,3,a,0,0      ! Вводим дополнительные точки
k,4,-a,0,0
k,5,a,b,0
k,6,-a,b,0
k,7,c,b,0
k,8,c,0,0
k,9,-c,b,0
k,10,-c,0,0

L,1,3          ! Строим прямые линии
L,3,5
L,2,4
L,4,6
L,5,6
L,4,10
L,10,9
L,9,6
L,3,8
L,8,7
L,7,5
/TRIAD,OFF    ! Отключаем вывод на экран координатной системы
/REPLOT

```

Создание и отрисовка площадей выполняется аналогично предыдущей задаче.

Не забывайте после каждого выполненного пункта сохранять программный код !

**Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Areas > Arbitrary > By Lines.**

Левой кнопкой мыши последовательно указываем линии, ограничивающие площадь

```

Area 1 Lines > 5 > 7 > 8 > 9,
Area 2 Lines > 1 > 4 > 5 > 6 > 3 > 2,
Area 3 Lines > 3 > 12 > 11 > 10.

```

Закрываем окно **Create Area by Lines, Ok.**

Перед построением сетки отобразим линии и их номера на экране. Далее проводим разбиение этих линий.

**Main Menu > Preprocessor > Meshing > Size Ctrls > Manual > Size > Lines > Picked Lines.**

Lines	3, 5, 8, 11	7, 9, 10, 12	2	4	1, 6
<b>NDIV</b> <i>No. of element divisions</i>	15	35	20	20	20
<b>SPACE</b> <i>Spacing ratio</i>	1	1	10	10	1.

Затем нужно выполнить следующие действия:

1. Построить упорядоченную конечно - элементную сетку.
2. Задать модель течения и свойства жидкости.
3. Задать граничные условия.
4. Запустить решение задачи.
5. Выполнить просмотр результатов.

Для наглядности визуализации отобразим симметричную относительно плоскости  $Y = 0$  часть течения:

**Utility Menu > Plot Ctrl's > Style > Symmetry Expansion > Periodic > Cyclic Symmetry > Reflect about XZ.**

### **6.3. Моделирование циркуляции кровеносных потоков при различных патологиях кровеносных сосудов**

Самостоятельная работа студентов основана на комбинации предыдущих двух работ. Необходимо смоделировать фрагмент кровеносного сосуда либо с расширяющейся стенкой, либо, наоборот, сужающийся. Такие патологии кровеносных сосудов возможны при аневризмах или стенозах кровеносных сосудов.

Аневризма (греч. *aneurysma* расширение) — расширение просвета кровеносного сосуда или полости сердца вследствие патологических изменений их стенок или аномалии развития. Причиной могут служить врожденные или приобретенные дефекты средней оболочки сосудов. Аневризма может иметь форму ограниченно выпячивания сосудистой стенки или равномерно увеличенного просвета сосуда на определенном участке

Компрессионный стеноз чревного ствола — заболевание, обусловленное экстравазальным сдавлением чревного ствола брюшной аорты срединной дугообразной связкой диафрагмы, ножками диафрагмы или нейрофиброзной тканью чревного сплетения.

Постарайтесь самостоятельно смоделировать процесс, изображенный на рис. 6.4.

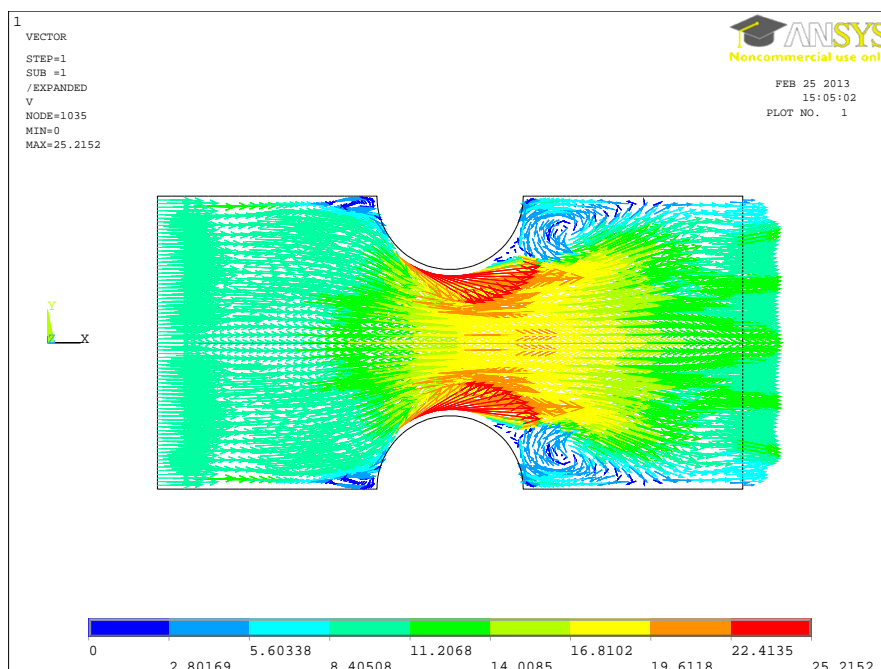


Рис. 6.4. Распределение скоростей кровеносного потока при стенозе сосуда.

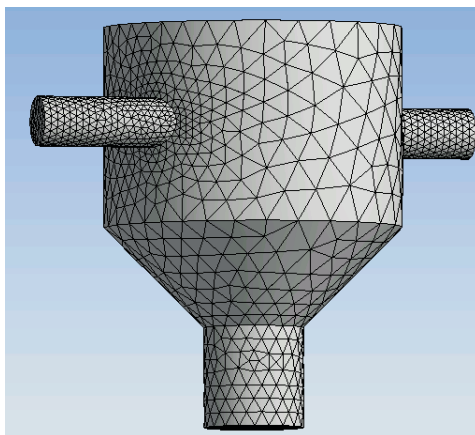
#### 6.4. Моделирование жидкостного потока в химическом миксере

Рассматривается трехмерная задача об исследовании жидкостных потоков в химическом миксере\*. Химический миксер (рис. 6.5) состоит из двух тангенциально подводящих патрубков, конического объемного тела и одного вертикально расположенного сливного патрубка.

1. Запускаем **Start > ANSYS > Workbench**.
2. В дереве панелей выбираем закладку **Fluid Flow CFX**, нажимаем на нее (или перетаскиваем ее в правое поле — окно **Project Schematic**).
3. Для того, чтобы следить за появлением новых файлов, возникающих во время работы, нажмем **View > Files**.

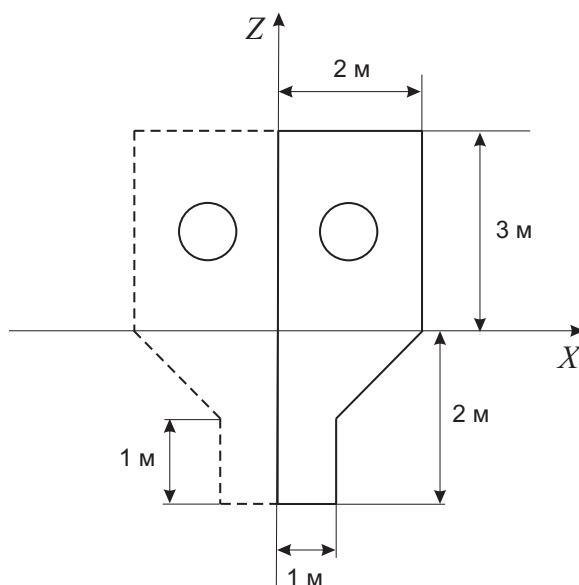
\*Процедура использования эскизов (Sketches) в **ANSYS Design Modeler** для создания твердотельной трехмерной CAD – модели и создание расчетной сетки химического миксера подробно представлена на сайте [www.ansys.msk.ru](http://www.ansys.msk.ru) в разделе "Видео-уроки".





**Рис. 6.5.** Сеточная модель химического миксера.

4. В появившемся меню выбираем закладку **Geometry**. Запускается **Design Modeler**. В открывшемся меню оставляем систему единиц в метрах и нажимаем **Ok**.
5. Для моделирования тела вращения создадим эскиз (**Sketch**) в плоскости **ZX**. Нажимаем на **ZX Plane**
6. Далее нажимаем на иконку с изображением человека, смотрящего на плоскость.
7. В дереве проекта **Tree Outline** закрываем закладку **Modeling** и открываем закладку **Sketching**.
8. В появившемся окне **Sketching Toolboxes** выбираем закладку **Setting** и устанавливаем фоновую сетку:
  - Нажимаем **Grid** и устанавливаем галочки в окошках **Show in 2D** и **Snap**.
  - Нажимаем **Major Grid Spacing** и вводим значение **1 м**.
  - Нажимаем **Minor Steps per Major** и вводим значение **2**.
  - Нажимаем **Zoom**.
9. Выбираем закладку **Draw > Polyline** и рисуем контур – скелет миксера (рис. 6.6), завершив действие нажатием правой кнопкой мыши **Close End** и **Generate**.
10. Строим поверхность вращения: **Utility Menu > Revolve**, сначала нажимаем на ось вращения **OZ** на рисунке, а затем на **Apply** в левом нижнем



**Рис. 6.6.** Контур – скелет химического миксера.

окне **Details of Revolve** и снова нажимаем **Generate**. После выполнения этой команды удобно посмотреть результаты построений в изометрии.

11. Скроем объемный вид, оставим только контур миксера:  
**Utility Menu > View > Wireframe.**
12. Создаем первый патрубок:
  - В том же плане **ZX Plane** создаем второй эскиз (Sketch2). Нажимаем на иконку **New Sketch** в верхней графической строке.
  - В дереве проекта выбираем **Sketch2**, нажимаем закладку **Sketching**.
  - Выбираем закладку **Draw > Circle** и рисуем окружность с радиусом  $R = 0.5$  м и координатами центра  $x = 1$ ,  $z = 1$ , завершив действие нажатием **Generate**.
  - Перейдем в изометрию и нажмем на клавишу **Extrude** в верхней графической строке.
  - Выполним вытяжку круга перпендикулярно плану **ZX Plane** на 5 метров. В левом нижнем окне **Details of Extrude** устанавливаем следующие значения:

Base Object: **Sketch2**  
Extent Type: **Fixed**,  
Direction: **Normal**,  
PD1, Depth: **5**.

- Нажимаем **Generate**.

13. Выведем на экран объемный вид конструкции:

**Utility Menu > View > Shaded Exterior.**

14. Второй патрубок должен располагаться симметрично относительно оси **OX** и иметь координаты центра окружности  $x = 1$ ,  $z = -1$  и радиус  $R = 0.5$  м. Для этого:

- Скроем объемный вид, оставим только контур миксера:

**Utility Menu > View > Wireframe.**

- В том же плане **ZX Plane** создаем третий эскиз (Sketch3). Нажимаем на иконку **New Sketch** в верхней графической строке.

- В дереве проекта выбираем **Sketch3**, нажимаем закладку **Sketching**.

- Выбираем закладку **Draw > Circle** и рисуем окружность, завершив действие нажатием **Generate**.

- Нажмем на клавишу **Extrude** в верхней графической строке.

- Выполним вытяжку круга перпендикулярно плану **ZX Plane** на 5 метров. В окне **Details of Extrude** устанавливаем следующие значения:

Base Object: **Sketch3**  
Extent Type: **Fixed**,  
Direction: **Reversed**,  
PD1, Depth: **5**.

- Нажимаем **Generate**.

- Выведем на экран объемный вид конструкции:

**Utility Menu > View > Shaded Exterior.**

15. Закрываем раздел **Design Modeler**. В появившемся меню выбираем закладку **Mesh**.

16. В дереве проекта нажимаем на **Mesh > Generate Mesh**. Запускается автоматическая генерация сетки. Убедившись в том, что автоматически сгенерированная сетка не является регулярной, делаем улучшение качества сеточного разбиения, для этого нажимаем на **Mesh > Insert > Method > MultiZone**. В левом нижнем окне **Details of Mesh** устанавливаем **Free Mesh Type > Tetra**.

17. На панели инструментов выбираем **Body** и выделяем всю построенную область.
18. Не выходя за пределы выделенной поверхности, правой кнопкой мышки открываем контекстное меню, в котором находим **Create Name Selection** и вводим название *Fluid* для нашей области.
19. На панели инструментов выбираем **Surface**, выделяем плоскость первого входного отверстия, **Create Name Selection** и вводим название *In1* для первого входного отверстия.
20. Аналогично выделяем плоскость второго входного отверстия и называем ее *In2*.
21. Такие же действия надо повторить для плоскости выходного отверстия и назвать *Out*.
22. Закрываем раздел **Mesh**.
23. В плане задачи осуществляем **Mesh > Update**.
24. Переходим в следующий раздел **Setup**. (*Двойным щелчком мыши*).
25. Предполагается, что в нашей задаче существует некоторый установившийся режим течения, поэтому мы выбираем **Analyse type > Stady State > Ok**.
26. В разделе **Default Domain** в закладке **Basic Settings** в первой строке **Location** выбираем *Fluid*, в строке **Material** — *Water*.
27. В закладке **Fluid Models** в блоке **Heat Transfer** выбираем **Options > Thermal Energy**. Нажимаем **Ok**.
28. На панели инструментов выбираем **Boundary**.  
Вводим название *Inlet1*. Нажимаем **Ok**.  
**Basic Settings:** *Location* — *In1*.  
**Boundary Detailes:** *Normal Speed* — 2 m/sec  
*Temperature* — 315 K.  
Нажимаем **Ok**.
29. На панели инструментов выбираем **Boundary**.  
Вводим название *Inlet2*. Нажимаем **Ok**.  
**Basic Settings:** *Location* — *In2*.  
**Boundary Detailes:** *Normal Speed* — 2 m/sec  
*Temperature* — 285 K.  
Нажимаем **Ok**.

30. На панели инструментов выбираем **Boundary**.  
Вводим название *Outlet*. Нажимаем **Ok**.  
**Basic Settings:** *Location* — *Out*.  
**Boundary Details:** *Relative Pressure* — 0 Pa  
*Pressure Profile Blend* — 0.05.  
Нажимаем **Ok**.
31. В дереве проекта в разделе **Solver Control > Basics Settings**. Выбираем схему **Upwind**. В разделе **Convergence Control > Min Iterations > Число итераций** — **100**. Ставим галочку у полосы **Conservation Target** — 1%.  
Нажимаем **Ok**.
32. Переходим в следующий раздел **Solution**. (*Двойным щелчком мыши*).
33. В **Initial Options** выбираем *Initial Conditions*. Запускаем на счет (**Start Run**).
34. Переходим в следующий раздел **Results**.
35. На панели инструментов выбираем **Locations > Plane**. Нажимаем **Ok**.
36. В появившемся окне выбираем **YZ Plane** и ставим смещение по координате  $x = 1$  м.
37. На панели инструментов выбираем **Contour**. Нажимаем **Ok**.
38. Для того, чтобы посмотреть распределение температур в указанном сечении миксера, выбираем **Location > Plane 1** и **Variable > Temperature**.  
Нажимаем **Apply** и просматриваем результаты, повернув рисунок.
39. Для вывода на экран линий тока необходимо на панели инструментов выбрать **Streamline** и нажать **Ok**.
40. В появившемся окне нажимаем **StartFrom** и выделяем два входа жидкости: **Inlet1** и **Inlet2**. Затем **Apply**.
41. В закладке **Color** выбираем **Mode > Variable > Temperature > Apply**.
42. Для запуска анимационного режима выбираем **Tools > Animation**, выбираем **Streamline** и выделяем **Plane 1**. Затем **Ok**.

## Глава 7

# Моделирование твердых тел в модуле Workbench

### 7.1. Построение твердотельной модели с помощью команды **Extrusion**

В этом разделе мы покажем возможности команды **Extrusion\*** (выдавливание). Для этого мы создадим плоский рисунок (**Sketch**) L – образной формы, как показано на рис. 7.1, и "выдавим" из него объемное твердое тело (рис. 7.2).

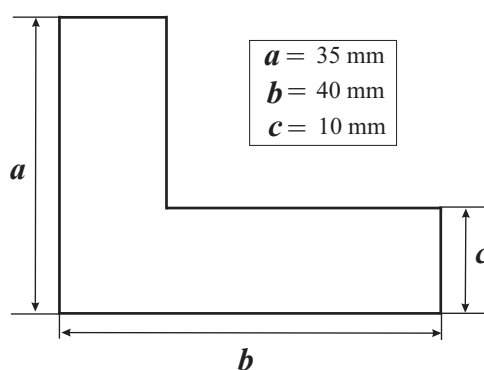


Рис. 7.1. Сечение детали L -shape.

1. Запустите **ANSYS Workbench**.
2. Далее в меню **Toolbox** найдите строку **Geometry**. Перетащите ее в правое окно **Project Schematic**. Дважды кликнув на **Geometry**, входим в раздел **Design Modeler**.

---

\*Данная работа представлена в книге [9] *Kent L. Lawrence* Structural and Thermal Analysis using the ANSYS Workbench Release 13 Environment. SDC Publications. USA. 2010.

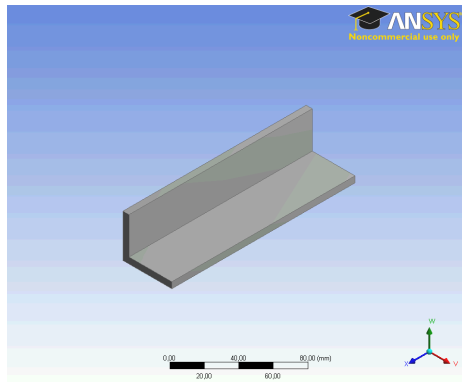


Рис. 7.2. Деталь L - shape - extrude.

3. Выберите миллиметр за единицу длины. Затем **Ok**.
4. В окне **Tree Outline** выберите **XYPlane**. Затем кликните на иконку **Look at Face/Plane** с изображением головы человека на панели инструментов.
5. Выберите закладку **Sketching**. Затем **Draw > Line**.
6. Нажимая на левую кнопку мыши в начале и конце линии, постройте необходимый рисунок.
  - Используйте дополнительные инструменты для того, чтобы изобразить точно вертикальные (**V**) или горизонтальные (**H**) линии. Для этого выберите **Sketching > Constraints > Horizontal** и левой кнопкой мыши сделайте, например, верхнюю линию горизонтальной.
  - Постарайтесь нарисовать линии заданного конкретного размера. Для этого используйте опции **Sketching > Dimensions > General**. Нажмите на левую кнопку мыши и, не отпуская ее, переместите обозначение размера в удобное местоположение.
  - Заметьте, что верхняя горизонтальная линия имеет такую же длину, как правая вертикальная. Чтобы удовлетворить этому условию, выберите **Sketching > Constraints > Equal length** и щелкните левой кнопкой мыши на указанные линии.
  - Прделайте процедуру с расстановкой размеров для всех линий рисунка. Текущие величины размеров находятся в нижнем левом окне **Details View > Details of Sketch1**. Здесь же можно отредактировать все необходимые величины. Для этого нажмите левой кнопкой мыши на конкретную величину и введите желаемое значение.

- Если вам нужно что-либо изменить или удалить, то можно выполнить **Undo** или **Delete**.
  - После завершения рисунка нажмите на иконку **Generate** на панели инструментов.
7. Выполните **Modeling > Sketch1 > Extrude** для "выдавливания" L – сечения вдоль оси *Z*. Глубина процедуры "выдавливания" показана в нижнем левом окне **Details View > Details of Extrude1 > Depth**. В нашем примере **Depth = 100 mm**.
  8. Нажмите на иконку **Generate** на панели инструментов.
  9. Посмотрите на рисунок в изометрии **Right click > View > Isometric** или нажмите на среднюю кнопку мыши и вращайте объект.
  10. Сохраните свою работу **File > Save Project > L – shape1.\***.

## 7.2. Построение твердотельной модели с помощью команды **Revolve**

В этом разделе мы возьмем за основу рис. 7.1, созданный в предыдущей работе, и применим к нему процедуру вращения вокруг оси *Y*. В результате получим новое твердое тело (рис. 7.3).

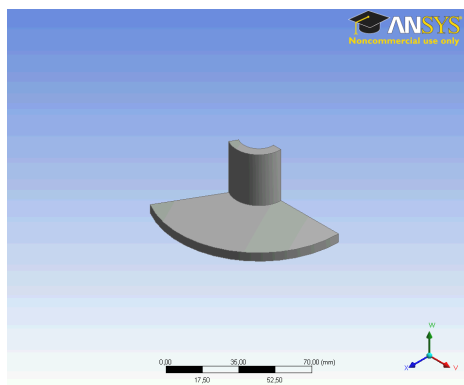


Рис. 7.3. Деталь L - shape - revolve.

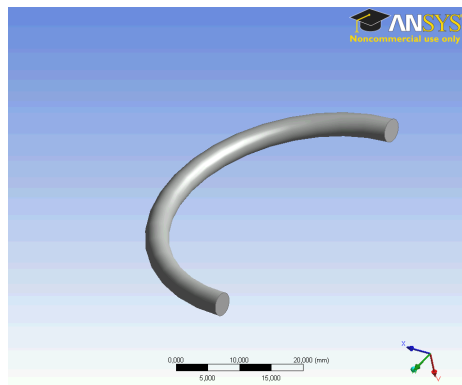
1. Запустите **Workbench** и откройте файл **L – shape.\***.
2. Удалите **Extrude1** из дерева проекта (**Tree Outline**) и сохраните данную работу с новым именем, например, **L – shape2.\***.



- 3.левой кнопкой мышки нажмите на **Sketch1** в дереве проекта, а затем на иконки **Display Plane** и **Look at Face/Plane**.
4. Нажмите на иконку **Generate** на панели инструментов.
5. Выполните команду **Revolve**, нажав на одноименную иконку.
6. В окне **Details View > Details of Revolve1** нажмите на
  - **Axis** и выберите ось *Y*, а затем **Apply**;
  - **Angle** и введите величину угла поворота, например, **120 deg**.
7. Нажмите на иконку **Generate** на панели инструментов. Получено тело вращения.
8. Сохраните свою работу **File > Save Project > L – shape2.\***.

### 7.3. Построение твердотельной модели с помощью команды **Sweep**

В этой работе мы построим круг и вытянем его вдоль некоторой дуги (рис. 7.4), чтобы проиллюстрировать третий вид моделирования твердых тел с помощью команды **Sweep**.



**Рис. 7.4.** Построение твердотельной модели с помощью команды **Sweep**.

1. Запустите **Design Modeler** и нарисуйте круг диаметра 4 мм в плоскости *XU*.
2. Сохраните данную работу с новым именем, например, **Sweep.\***.

3. Нарисуем путь, вдоль которого будет "выдавливаться" круговое поперечное сечение, чтобы получить в результате объемное твердое тело. Для этого в окне **Tree Outline** выберете **YZPlane**. Затем кликните на иконку **Look at Face/Plane** с изображением головы человека на панели инструментов.
4. Выберите закладку **Sketching**. Затем **Draw > Arc by 3 Points**.
5. Нажимая на левую кнопку мыши в начале и конце линии, постройте полу-круг радиуса **20 мм**.
6. Нажмите на иконку **Generate** на панели инструментов.
7. Выполните команду **Sweep**, нажав на одноименную иконку.
8. В дереве проекта **Tree Outline** нажмите на **Sketch1**, затем в окне **Details View > Details of Sweep1** нажмите на
  - **Profile** и проверьте, чтобы там было написано **Sketch1**, а затем **Apply**;
9. В дереве проекта **Tree Outline** нажмите на **Sketch2**, затем в окне **Details View > Details of Sweep1** нажмите на
  - **Path** и проверьте, чтобы там было написано **Sketch2**, а затем **Apply**;
10. Нажмите на иконку **Generate** на панели инструментов.
11. Сохраните свою работу **File > Save Project > Sweep.\***.

#### 7.4. Построение отверстий в твердотельных моделях

В этом разделе мы возьмем за основу деталь, изображенную на рис. 7.2, сделаем в ней цилиндрическое отверстие, а затем добавим закругление на внутренний угол и срежем фаску на одном из ребер. В результате получим новое твердое тело (рис. 7.5).

1. Запустите **Workbench** и загрузите файл с готовой геометрией (рис. 7.2).
2. Выберите **Selection Filter: Model Faces (3D)**, нажав на одноименную иконку на панели инструментов и выделите левой кнопкой мыши поверхность, на которой будет находиться отверстие.
3. В верхнем меню выберите **Create > New Plane**.
4. Нажмите на иконку **Generate** на панели инструментов.
5. Выберите **Plane4** в дереве проекта **Tree Outline**, а затем на иконку **Look at Face/Plane**.

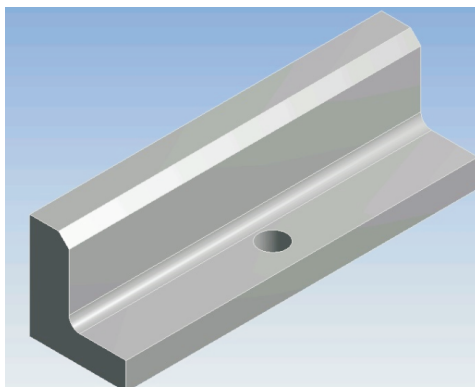


Рис. 7.5. Деталь L - shape - chamfer.

6. Нарисуем круг: **Sketching > Draw > Circle**.  
В окне **Details View** проконтролируйте раздел **Dimensions**:
  - диаметр отверстия 10 мм;
  - расположение по центру, относительно длины детали, и на расстоянии 8 мм от центра круга до края детали.
7. Выполните **Modeling > Sketch2 > Extrude**.
8. В окне **Details of Extrude**:
  - в разделе **Operate** выберите **Cut Material**;
  - в разделе **Extent Type** выберите **Through All**.
9. Нажмите на иконку **Generate** на панели инструментов. Отверстие создано.
10. Сохраните свою работу **File > Save Project > L – shape4.\***.
11. Для создания скругления на внутреннем угле выберите **Selection Filter: Edges**, нажав на одноименную иконку на панели инструментов и выделите левой кнопкой внутреннее ребро детали.
12. В верхнем меню выберите **Create > Fixed Radius Blend**.
13. В окне **Details View > Geometry > Apply**.
14. Нажмите на иконку **Generate** на панели инструментов. Скругление создано.

15. Для создания среза фаски на внешнем ребре детали выберите **Selection Filter: Edges**, нажав на одноименную иконку на панели инструментов и выделите левой кнопкой одно из внешних ребер детали.
16. В верхнем меню выберите **Create > Chamfer**.
17. В окне **Details of Chamfer > Geometry > Apply**.
18. Нажмите на иконку **Generate** на панели инструментов. Фаска срезана.

## Литература

1. *Атанацкович Т., Гуран А.* Лекции по теории упругости. СПб., 2003.
2. *Басов К.А.* ANSYS в примерах и задачах, Компьютер Пресс, Москва, 2002.
3. *Bathe K.J.* Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1984.
4. *Биргер И.А. Мавлютов Р.Р.* Сопротивление материалов. М., 1994.
5. *Гольденвейзер А.Л., Лидский В.Б., Товстик П.Е.*, Свободные колебания тонких упругих оболочек. М., 1979.
6. *Григолюк Э.И. Мамай В.И.* Нелинейное деформирование тонкостенных конструкций. М., 1997.
7. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике. М., 1975. 473 с.
8. *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.Е.* Теоретическая гидромеханика. т. 2. М., 1963.
9. *Kent L. Lawrence* Structural and Thermal Analysis using the ANSYS Workbench Release 13 Environment. SDC Publications. USA. 2010.
10. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. т. 4. М., 1988.
11. *Наумова Н.В.* Расчет стержневых и оболочечных конструкций методом конечных элементов в пакетах ADINA и ANSYS. Учебное пособие. СПб., 2004.
12. *Наумова Н.В., Иванов Д.Н.* Исследование статических деформаций, колебаний и устойчивости конструкций в пакете ANSYS. Учебное пособие. СПб., 2007.
13. *Наумова Н.В., Ершов Б.А., Иванов Д.Н.* Деформация упругой сферической оболочки, закрепленной по экватору, в потоке вязкой несжимаемой жидкости. // Вестник СПбГУ, Сер. 1. Вып. 3. СПб., 2011, с. 124 — 130.
14. *Огородникова О.М.* Введение в компьютерный конструкционный анализ. Учебно - методическое пособие. Екатеринбург, 2001.
15. *Постнов В.А., Суслов В.П.* Строительная механика корабля и теория упругости: Л., 1987.
16. *Stokes G.G.* On the effect of the internal friction of fluid on the motion of pendulums. Math. and Phys. Papers, 3, 1851.
17. *Rao S.S.* The Finite Element Method in Engineering, Pergamon Press, Oxford, England, 1989.

18. *Filippov S.B., Ivanov D.N., Naumova N.V.* Free vibrations and buckling of thin cylindrical shell of variable thickness with curvelinear edge // Technische Mechanik. Band 25. Heft 1. 2005. S. 1 — 8.
19. *Чигарев А.В., Кравчук А.С., Смалюк А.Ф.* ANSYS для инженеров. М., 2004. 511 с.
20. *Шабаров В.В.* Газодинамические задачи // Применение системы ANSYS к решению задач механики сплошной среды. Практическое руководство. Нижний Новгород., 2006. с. 139 — 153.
21. Каталог программных продуктов ANSYS 2009-2010 // CADFEM ANSYS.

## Оглавление

<b>1</b>	<b>Введение в метод конечных элементов</b>	<b>3</b>
1.1.	Пример аналитического расчета напряжений и деформаций в ступенчатом стержне . . . . .	4
1.2.	Вывод уравнений метода конечных элементов . . . . .	6
1.3.	Формирование матрицы жесткости для двух сопряженных треугольных элементов . . . . .	10
1.4.	Способы решения задач в пакете ANSYS . . . . .	12
<b>2</b>	<b>Структура программных модулей ANSYS</b>	<b>13</b>
2.1.	ANSYS Workbench . . . . .	13
2.2.	Механика деформируемого твердого тела . . . . .	14
2.3.	Вычислительная гидродинамика . . . . .	15
2.4.	Электромагнетизм и проектирование электронных устройств . . . . .	15
2.5.	Быстропротекающие высоконелинейные динамические процессы . . . . .	15
<b>3</b>	<b>Работа в интерактивном режиме Grafical Users Interface (GUI method)</b>	<b>17</b>
3.1.	Изгиб стержня под действием точечной нагрузки . . . . .	17
3.2.	Напряжения в цилиндрическом стержне . . . . .	20
3.3.	Исследование частот и форм поперечных колебаний балки . . . . .	22
3.4.	Квадратная пластина под действием нормального внешнего давления. Свободные колебания квадратной пластины . . . . .	24
3.5.	Круглая пластина под действием распределенного внешнего давления . . . . .	28
3.6.	Свободные колебания круглой пластины . . . . .	30
3.7.	Колебания прямоугольной пластины с круглым отверстием в центре	31
3.8.	Изгиб пружины под действием силы тяжести . . . . .	34
<b>4</b>	<b>Программирование в пакете Ansys</b>	<b>42</b>
4.1.	Свободные колебания стержня . . . . .	43
4.2.	Устойчивость стержня под действием осевой нагрузки . . . . .	44
4.3.	Системы координат . . . . .	46
4.4.	Задание граничных условий . . . . .	48
4.5.	Колебания сопряженных стержней . . . . .	49
4.6.	Статический анализ цилиндрической оболочки . . . . .	50
4.7.	Циклы и операторы условного перехода . . . . .	52

4.8.	Цилиндрическая оболочка переменной толщины со скошенным краем . . . . .	53
4.9.	Исследование деформаций на поверхности глазной оболочки под действием равномерного внешнего давления. . . . .	58
4.10.	Сопряженные оболочки . . . . .	59
4.11.	Массивы . . . . .	61
4.12.	Макросы . . . . .	62
4.13.	Колебания цилиндрических оболочек сопряженных под углом . . . . .	62
4.14.	Свободные колебания и устойчивость трехслойной пластины под действием торцевой нагрузки . . . . .	65
<b>5</b>	<b>Совместное использование методов GUI и Command</b>	<b>70</b>
5.1.	Расчет частот и форм собственных колебаний крыла планера . . . .	70
<b>6</b>	<b>Вычислительная гидродинамика</b>	<b>77</b>
6.1.	Симметричное обтекание уступа потоком вязкой несжимаемой жидкости . . . . .	77
6.2.	Обтекание шара потоком вязкой несжимаемой жидкости. Задача Стокса. . . . .	83
6.3.	Моделирование циркуляции кровеносных потоков при различных патологиях кровеносных сосудов . . . . .	87
6.4.	Моделирование жидкостного потока в химическом миксере . . . .	88
<b>7</b>	<b>Моделирование твердых тел в модуле Workbench</b>	<b>94</b>
7.1.	Построение твердотельной модели с помощью команды <b>Extrusion</b> . . . . .	94
7.2.	Построение твердотельной модели с помощью команды <b>Revolve</b> . . . . .	96
7.3.	Построение твердотельной модели с помощью команды <b>Sweep</b> . . . . .	97
7.4.	Построение отверстий в твердотельных моделях . . . . .	98
	Указатель литературы . . . . .	101



Учебное издание

*Наталья Владимировна Наумова*  
*Денис Николаевич Иванов*

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ  
ТЕОРИИ УПРУГОСТИ  
И ГИДРОДИНАМИКИ  
В ПАКЕТЕ ANSYS**

Учебное пособие

Зав. редакцией *Г.И. Чердниченко*  
Редактор *Ф.С. Бастиян*  
Техн. редактор *Л.Н. Иванова*  
Обложка *Н.В. Наумовой*

Подписано в печать с оригинала-макета 25.10.2012  
Ф-т 60×84/16. Печать офсетная. Усл. печ. л. 3,49.  
Уч.-изд. л. 3,48. Тираж 90 экз. Заказ N

РОПИ С.-Петербургского государственного университета.  
199034, С.-Петербург, Университетская наб., 7/9.

Типография Издательства СПбГУ.  
199061, С.-Петербург, Средний пр., 41.

Предназначено для учебного процесса. Не подлежит продаже.