

# Тонкая структура и коллективность уровней пигми-дипольного резонанса в $^{208}\text{Pb}$ в самосогласованной модели

Н. А. Люторович<sup>+</sup>, В. И. Целяев<sup>+</sup>, О. И. Ачаковский\*, С. П. Камерджиев<sup>×1)</sup>

<sup>+</sup>С.-Петербургский государственный университет, 199034, Санкт-Петербург, Россия

\*ГНЦ РФ Физико-энергетический институт им. А.И. Лейпунского, 249033 Обнинск, Россия

<sup>×</sup>Национальный исследовательский центр “Курчатовский Институт”, 123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 22 марта 2018 г.

В рамках нового полностью самосогласованного микроскопического подхода, основанного на методе энергетического функционала плотности, рассчитана тонкая структура пигми-дипольного резонанса в  $^{208}\text{Pb}$ , т.е. энергии и приведенные вероятности  $E1$  переходов для состояний с энергией меньше 10 МэВ. Подход включает приближении случайных фаз, квазичастично-фононное взаимодействие и полностью учитывает одночастичный континуум. Результаты расчета сравниваются с имеющимися экспериментами с высоким экспериментальным разрешением. Получено хорошее согласие с экспериментальными интегральными характеристиками пигми-дипольного резонанса в области выше 5.7 МэВ. Рассмотрен количественный вклад остаточных спин-спиновых сил и показано, что их вклад может быть значительным как на малых, так и на больших интервалах энергии. Коллективность  $1^-$  состояний в  $^{208}\text{Pb}$  проанализирована с помощью недавно предложенного нового критерия коллективности.

DOI: 10.7868/S0370274X18110012

**1. Введение.** Широкая область электрических дипольных возбуждений ядер вблизи энергии отделения нуклона, так называемый пигми-дипольный резонанс (ПДР), продолжает оставаться объектом активных экспериментальных и теоретических исследований в физике низких энергий. Из многочисленных ядер, ПДР которых изучался в различных экспериментах довольно подробно, повышенный интерес в последнее время проявляется к дважды-магнитному  $^{208}\text{Pb}$  (см. [1–4]). Общая физическая причина этого состоит в том, что из-за относительной простоты одночастичного и коллективного спектров это сферическое ядро всегда являлось полигоном для экспериментальных и теоретических исследований. Большую роль здесь сыграла работа [2], в которой методом  $(\gamma, \gamma')$  с хорошим экспериментальным разрешением были определены энергии и приведенные вероятности возбуждения  $1^-$  уровней до энергии 8 МэВ. Эти результаты были недавно подтверждены и дополнены новыми данными, полученными методом неупругого рассеяния поляризованных протонов [3, 4], что представляется весьма существенным в связи с дискуссией о недостатках метода  $(\gamma, \gamma')$  для ядра  $^{120}\text{Sn}$  [5].

Среди теоретических методов описания ПДР (их обзор можно найти в работах [1, 6]) наиболее широко используются в настоящее время микроскопические подходы, основанные на приближении случайных фаз (“random phase approximation” – RPA), в частности, расширенные варианты RPA, в которых учитываются эффекты квазичастично-фононного взаимодействия (КФВ). К подходам этого типа относятся квазичастично-фононная модель ядра [7], приближение временной блокировки (“time blocking approximation” – TBA, [8–11]), релятивистская версия ТВА (“relativistic TBA” – RTBA [12]) и модель частично-вибрационной связи [13]. В работе [2] приведены результаты расчета характеристик ПДР в  $^{208}\text{Pb}$  в рамках квазичастично-фононной модели, которые показали в целом хорошее согласие с экспериментальными данными, полученными в [2]. Однако, эти расчеты были несамосогласованными и содержали подгоночные параметры. Описание данных [4] в рамках многочастичной модели оболочек [14] тоже оказалось достаточно хорошим, но в этих расчетах также использовались подгоночные процедуры для одночастичных уровней и из-за вычислительных трудностей модельное пространство было сильно ограничено.

Важным и необходимым шагом в направлении более последовательного теоретического описания

<sup>1)</sup>e-mail: kamerdzhev\_sp@nrcki.ru

ПДР является применение самосогласованных вариантов RPA [15–19] и его расширений (см. [20, 21]). Поскольку самосогласованные модели не содержат свободных параметров, согласие с экспериментом для возбужденных состояний в них, как правило, оказывается хуже, чем в несамосогласованных. Например, в первых полностью самосогласованных расчетах ПДР в  $^{208}\text{Pb}$  [15], выполненных в рамках релятивистского RPA, было получено большое превышение теоретической величины интегральной силы  $E1$  возбуждений в энергетической области ПДР над ее экспериментальным значением. Такое же превышение получено в расчетах, выполненных в рамках RTBA (см. [3, 4, 20]), что, по-видимому, является следствием свойств использованных в этих расчетах эффективных сил (см. [6]). Основная проблема, возникающая в задаче описания ПДР в  $^{208}\text{Pb}$  почти во всех самосогласованных моделях, состоит в дефиците  $E1$  силы при энергиях возбуждения меньших 6 МэВ, при которых в экспериментах наблюдается около 30 % интегральной силы ПДР (см. [4]). Проблема описания интегральных характеристик ПДР в  $^{208}\text{Pb}$  и его тонкой структуры в самосогласованном подходе остается, таким образом, до сих пор открытой.

Представляется поэтому целесообразным выполнить расчеты  $E1$  возбуждений в энергетической области ПДР в ядре  $^{208}\text{Pb}$  в рамках недавно развитого для ядер без спаривания полностью самосогласованного варианта TBA (*continuum TBA – CTBA*, [10, 11]), в котором, кроме эффектов КФВ, полностью учитывается одночастичный континуум на уровне RPA. Это является основной целью настоящей работы. Ранее в нашей работе [22] мы применили этот метод для объяснения экспериментальных результатов, полученных “методом Осло” [23] для радиационной силовой функции в  $^{208}\text{Pb}$ . В соответствии с экспериментальными данными в расчетах использовался параметр сглаживания  $\Delta = 200$  кэВ и было получено достаточно разумное описание экспериментальных данных [23] для  $E1$  радиационной силовой функции в интервале 5–7.5 МэВ. В отличие от работы [22], в настоящей работе рассчитываются все  $1^-$  уровни  $^{208}\text{Pb}$  и силовые функции  $E1$  возбуждений в этом ядре в интервале 0–10 МэВ с параметрами сглаживания  $\Delta = 1$  и 10 кэВ.

Второй целью работы является изучение влияния так называемых остаточных спин-спиновых сил (ОССС) на свойства низколежащих  $1^-$  уровней. Эти силы учитываются нами самосогласованно и без введения новых параметров. Такой вопрос возникает в самосогласованных моделях, основанных на энерге-

тическом функционале плотности (ЭФП) Скирма, в том случае, когда предполагается, что этот функционал параметризуется безотносительно к какому-либо двух- или трех-частичному взаимодействию. В таком функционале остается несколько свободных параметров, не связанных с другими параметрами условиями глобальных симметрий и не влияющих на свойства основных состояний реперных ядер, по которым эти параметры обычно подгоняются (подробнее см. [24, 25]). ОССС возникают в остаточном взаимодействии именно из тех членов ЭФП Скирма, параметры которых остаются неопределенными, если на матричные элементы остаточного взаимодействия не накладывается никаких дополнительных условий.

Третьей целью работы является анализ колективности  $1^-$  состояний в энергетической области ПДР. Этот вопрос изучался в ряде работ (см., например, [16–18, 20, 21, 26, 27]), результаты которых не позволяют, однако, сделать однозначного вывода о степени колективности указанных состояний. В данной работе мы анализируем их колективность с помощью нового критерия, предложенного в [28].

**2. Модель.** Основной моделью, использованной в наших расчетах, является самосогласованное СТВА. Подробное описание этой модели и детали расчетной схемы даны в работах [11, 28, 29]. Одним из важных элементов СТВА является метод вычитания [30], который устраняет двойной учет вкладов КФВ и гарантирует стабильность решений модельных уравнений. Фононный базис СТВА, т.е. набор фононов, входящих в конфигурации  $1p1h \otimes phonon$  (учитываемых во всех наших моделях с КФВ, начиная с работ [31, 8]), формируется на основе критерия колективности, сформулированного в [28]. Параметром колективности в этом критерии является величина  $\langle V \rangle / E$ , где  $\langle V \rangle$  – среднее значение оператора остаточного взаимодействия  $V$  в фононном состоянии,  $E$  – энергия этого состояния. Значения  $\langle V \rangle$  и  $E$  рассчитываются в дискретном приближении случайных фаз (*discrete RPA – DRPA*), т.е. в RPA, в котором континуум дискретизируется путем наложения нулевых граничных условий на одночастичные волновые функции при некотором значении радиуса  $r = R_b$ . Согласно данному критерию, состояние считается колективным, если для него  $|\langle V \rangle / E| > v_{\min}$ , где  $v_{\min}$  – некоторое заданное число. В [28] было показано, что оптимальным для сил Скирма является значение  $v_{\min} = 0.05$ , которое и было использовано в представленных далее расчетах.

В расчетах нами использовалась параметризация ЭФП Скирма SV-bas [25], которая дает хорошее описание гигантского дипольного резонанса в  $^{208}\text{Pb}$  в

ТВА (см. [11, 28] и рис. 2 настоящей работы), так что представляется вполне естественным попытаться применить основанные на этой параметризации модели в области ПДР. В дальнейшем мы рассматриваем два варианта этой параметризации: SV-bas<sub>0</sub>, в которой ОССС отсутствуют (положены равными нулю те параметры функционала, которые генерируют спин-спиновые силы в остаточном взаимодействии; подробнее см. [29]), и SV-bas<sub>1</sub>, в которой ОССС присутствуют в форме компонент обычных антисимметризованных сил Скирма. Подчеркнем, что среднее поле и, следовательно, одночастичный базис в  $^{208}\text{Pb}$  одинаковы в обоих этих параметризациях.

На рисунке 1 показаны силовые функции  $E1$  возбуждений в области ПДР в  $^{208}\text{Pb}$ , рассчитанные с си-

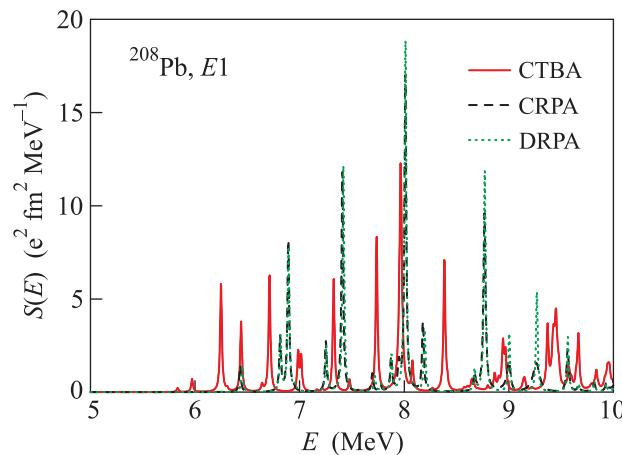


Рис. 1. (Цветной онлайн) Силовые функции  $E1$  возбуждений в  $^{208}\text{Pb}$ , рассчитанные в рамках СТВА (сплошная красная линия), CRPA (штриховая черная линия) и DRPA (пунктирная зеленая линия). Расчеты выполнены с силами Скирма SV-bas<sub>0</sub> и параметром энергетического усреднения  $\Delta = 10$  кэВ

лами SV-bas<sub>0</sub> в рамках трех моделей: СТВА, CRPA (RPA с учетом одночастичного континуума) и DRPA (с  $R_b = 18$  фм). Как видно из этого рисунка, вклад КФВ, включенный в СТВА, приводит к сдвигу вниз  $1^-$  уровней в области ПДР по отношению к их положению в CRPA и DRPA (в среднем на 240 кэВ) и к обогащению спектра за счет эффекта фрагментации. Сравнение силовых функций CRPA и DRPA показывает, что эффект континуума в этой энергетической области в  $^{208}\text{Pb}$  (для параметра сглаживания  $\Delta = 10$  кэВ) невелик и становится заметным, лишь когда энергия возбуждения на 1.5 МэВ превышает энергию отделения нейтрона (7.58 МэВ в этих расчетах).

С целью изучения влияния ОССС на свойства  $E1$  возбуждений нами были рассчитаны в СТВА распределения силы этих возбуждений в широком (0–30 МэВ) и узком (5–10 МэВ) энергетических интервалах с двумя параметризациями (SV-bas<sub>0</sub> и SV-bas<sub>1</sub>) и двумя значениями параметра сглаживания ( $\Delta = 400$  кэВ для широкого интервала и  $\Delta = 1$  кэВ для узкого). Результаты представлены на рис. 2 и 3. Заметный сдвиг вниз распределений, полученных с

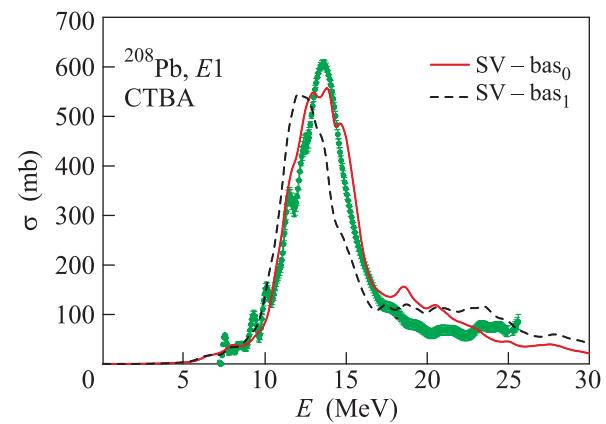


Рис. 2. (Цветной онлайн) Сечение фотопоглощения в  $^{208}\text{Pb}$ , рассчитанное в рамках СТВА с силами Скирма SV-bas<sub>0</sub> (сплошная красная линия) и SV-bas<sub>1</sub> (штриховая черная линия). Параметр энергетического усреднения  $\Delta = 400$  кэВ. Экспериментальные данные из работы [32] показаны зелеными точками

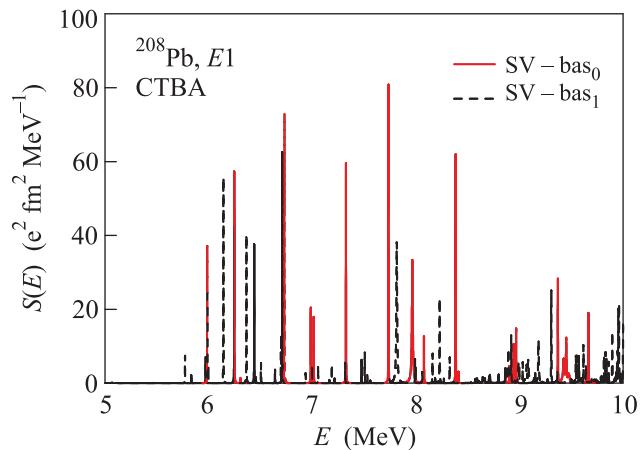


Рис. 3. (Цветной онлайн) Силовые функции  $E1$  возбуждений в  $^{208}\text{Pb}$ , рассчитанные в рамках СТВА с силами Скирма SV-bas<sub>0</sub> (сплошная красная линия) и SV-bas<sub>1</sub> (штриховая черная линия). Параметр энергетического усреднения  $\Delta = 1$  кэВ

параметризацией SV-bas<sub>1</sub>, объясняется главным образом большим различием в числе фононов фононного базиса СТВА, построенного согласно вышеопи-

санному критерию коллективности: 28 фононов в случае SV-bas<sub>0</sub> и 83 фонона в случае SV-bas<sub>1</sub>.

**3. Тонкая структура и интегральные характеристики ПДР в  $^{208}\text{Pb}$ .** На рисунке 4 показаны результаты наших расчетов тонкой структуры ПДР в  $^{208}\text{Pb}$  в сравнении с экспериментом. На панели (а) представлены экспериментальные данные из работы [2], на панели (б) – из работы [4]. В этих экспериментах до энергии отделения нейтрона были измерены приведенные вероятности  $B(E1)$  возбуждений, а выше этого порога – суммы вероятностей для соответствующих интервалов энергии. На панелях (с) и (д) показаны результаты, полученные в рамках СТВА для сил SV-bas<sub>0</sub> и SV-bas<sub>1</sub>. Анализ экспериментальных данных в [4] показал, что ПДР в  $^{208}\text{Pb}$  расположен в энергетической области ниже 8.23 МэВ. Данные [2–4] показывают также, что ПДР в этом ядре можно разделить на два широких резонанса: нижний (НПДР – в интервале от 4.8 до  $\approx 5.7$  МэВ) и верхний (ВПДР – в интервале от 5.7 до 8.23 МэВ). Выше 8.23 МэВ ВПДР примыкает к низкоэнергетическому хвосту гигантского дипольного резонанса (ГДР). Заметим, что ВПДР находится в области так называемого  $1\hbar\omega$  изоскалярного дипольного резонанса (см. [33, 34]), энергия которого в модели гармонического осциллятора равна 6.9 МэВ в  $^{208}\text{Pb}$ .

**Таблица 1.** Значения сумм приведенных вероятностей  $E1$  переходов  $B(E1)$  и их средних энергий  $\langle E \rangle = \sum EB(E1)/\sum B(E1)$  в ядре  $^{208}\text{Pb}$  в энергетическом интервале 5.7–8.23 МэВ, вычисленные в СТВА и CRPA. Экспериментальные данные из работы [4]

	$\sum B(E1)$ ( $e^2\text{fm}^2$ )	$\langle E \rangle$ (МэВ)
СТВА (SV-bas <sub>0</sub> )	1.73	7.31
СТВА (SV-bas <sub>1</sub> )	1.54	7.13
CRPA (SV-bas <sub>0</sub> )	1.68	7.55
CRPA (SV-bas <sub>1</sub> )	1.17	7.28
Эксперимент	1.55	7.41

Наши расчеты, как и большинство других самосогласованных расчетов, упомянутых во Введении, не дают  $E1$  силы в  $^{208}\text{Pb}$  ниже 5.7 МэВ, но неплохо описывают в СТВА интегральные характеристики ВПДР, вычисленные по данным работы [4] (см. табл. 1). Как видно из рис. 4 и табл. 1, результаты расчетов с силами SV-bas<sub>0</sub> и SV-bas<sub>1</sub> заметно отличаются друг от друга в области ВПДР. В СТВА экспериментальная интегральная сила  $\sum B(E1)$  лучше воспроизводится с силами SV-bas<sub>1</sub>, но средняя энергия  $\langle E \rangle = \sum EB(E1)/\sum B(E1)$  и общая форма распределения  $E1$  силы лучше описываются с силами SV-bas<sub>0</sub>.

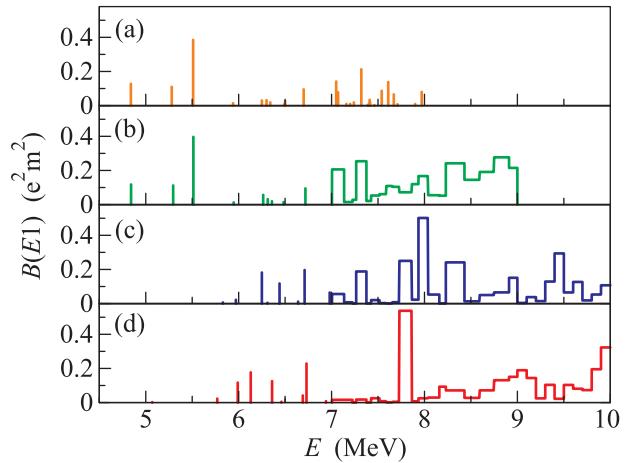


Рис. 4. (Цветной онлайн) Экспериментальный и теоретический спектр  $E1$  возбуждений в  $^{208}\text{Pb}$  в области ПДР. На панели (а) представлены экспериментальные данные из [2], на панели (б) – из работы [4]. На нижних панелях показаны результаты, полученные в рамках СТВА с силами SV-bas<sub>0</sub> (панель (с)) и SV-bas<sub>1</sub> (панель (д))

Для НПДР, согласно данным [4], имеем:  $\sum B(E1) = 0.63 \text{ e}^2 \text{ fm}^2$ ,  $\langle E \rangle = 5.3 \text{ МэВ}$ . Согласие с данными по интегральной силе НПДР, полученное в [21] в рамках модели частично-вибрационной связи, возможно, объясняется тем, что в этих расчетах, включающих эффекты КФВ, не использовался метод вычитания. В моделях, в которых этот метод не применяется, энергия большинства уровней уменьшается, иногда весьма значительно, однако при этом нарушается внутренняя согласованность теории и появляются сильная зависимость результатов от числа фононов в фононном базисе и связанный с этой зависимостью порог нестабильности решений. В СТВА без вычитания мы также получаем удовлетворительное согласие с вышеприведенными интегральными характеристиками НПДР, но в этом варианте модели значительно ухудшается описание данных по ГДР в  $^{208}\text{Pb}$  и сильно уменьшаются энергии низколежащих уровней (в частности, энергия  $3^-_1$  состояния становится меньше 1 МэВ).

**4. Анализ коллективности  $1^-$  состояний в  $^{208}\text{Pb}$ .** На рисунке 5а, показаны значения величин  $\langle V \rangle/E$  для  $1^-$  состояний в  $^{208}\text{Pb}$ , рассчитанные в самосогласованном DRPA с силами Скирма SV-bas<sub>0</sub>. На остальных панелях этого рисунка приведены распределения вероятностей изовекторных (рис. 5б) и изоскалярных (рис. 5с)  $E1$  возбуждений в  $^{208}\text{Pb}$ , рассчитанные в рамках того же подхода. Энергетическое распределение значений  $\langle V \rangle/E$  показывает, что остаточное взаимодействие для состояний из области ПДР носит характер притяжения ( $\langle V \rangle < 0$ ), то-

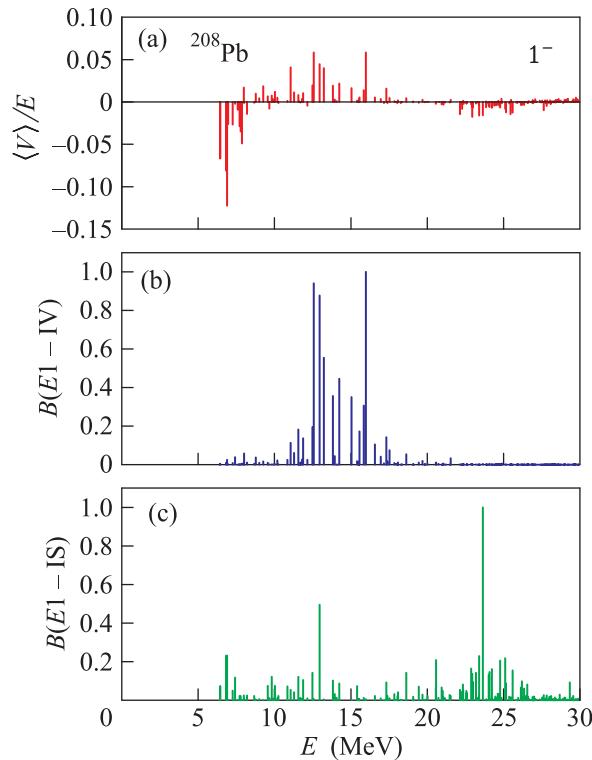


Рис. 5. (Цветной онлайн) Значения параметра коллективности  $\langle V \rangle / E$  для  $1^-$  состояний в  $^{208}\text{Pb}$  (а) и распределения вероятностей изовекторных (б) и изоскалярных (с)  $E1$  возбуждений в этом ядре. Значения вероятностей даны в единицах максимальных вероятностей для каждого распределения. Расчеты в RPA с силами Скирма SV-bas<sub>0</sub> (подробнее см. текст)

гда как для состояний из области ГДР – отталкивания ( $\langle V \rangle > 0$ ). Максимальное значение величины  $|\langle V \rangle / E|$ , достигаемое в области ПДР (в интервале от 5 до 8.23 МэВ), составляет 0.12. Это значение оказывается даже большим, чем максимальное значение этой величины для состояний в области ГДР, равное 0.06 при  $E = 12.6$  МэВ. Всего в области ПДР в данном расчете имеется три  $1^-$  состояния, удовлетворяющих упомянутому в разделе 2 условию коллективности  $|\langle V \rangle / E| > v_{\min} = 0.05$ . С другой стороны, для наиболее коллективных состояний ядра  $^{208}\text{Pb}$  ( $3_1^-$ ,  $2_1^+$  и  $4_1^+$ ) значения  $|\langle V \rangle / E|$  в аналогичном расчете равны 2.71, 0.82 и 0.58, соответственно, что значительно больше максимального значения  $|\langle V \rangle / E|$  для ПДР. Эти результаты позволяют классифицировать отдельные состояния из области ПДР как умеренно коллективные.

Относительно небольшое значение параметра коллективности низколежащих  $1^-$  состояний можно объяснить эффектом “остаточной” коллективности, который возникает, когда в спектре имеется состояние с большим максимальным значением

$|\langle V \rangle / E|$ . В  $^{208}\text{Pb}$  таким состоянием является  $3_1^-$  с  $\langle V \rangle / E = -2.71$ . Остальные состояния с  $J^\pi = 3^-$  имеют значения  $|\langle V \rangle / E|$ , которые меньше максимального более чем на порядок. В случае  $J^\pi = 1^-$ , состоянием, в котором концентрируется коллективность, является ложная дипольная мода, энергия которой в модели гармонического осциллятора равна  $1\hbar\omega$  и совпадает с энергией ПДР (см. [35, 36]), а в полностью самосогласованном RPA стремится к нулю при увеличении частично-дырочного базиса, при этом ее параметр коллективности  $\langle V \rangle / E \rightarrow -\infty$ .

Сравнение трех распределений на рис. 5 позволяет сказать, что  $1^-$  состояния из области ПДР не являются ни чисто изоскалярными (IS), ни чисто изовекторными (IV). Тем не менее, их вклад в общее распределение силы для изоскалярного  $E1$  резонанса больше, чем для изовекторного. Количественно этот вклад можно оценить с помощью энергетически-взвешенных правил сумм (“energy weighted sum rule” – EWSR), определяемых моментами  $m_1 = \sum EB(E1)$  (EWSR) и  $m_{-1} = \sum E^{-1}B(E1)$  (inverse EWSR – IEWSR). Для сил Скирма SV-bas<sub>0</sub> вклад ПДР в эти правила сумм, т.е. вклад суммы по состояниям с энергией от 0 до 8.23 МэВ в полные моменты  $m_1$  и  $m_{-1}$ , для изоскалярных  $E1$  возбуждений равен 3.6 % для EWSR и 23 % для IEWSR. Для изовекторных  $E1$  возбуждений вклад ПДР равен 1.3 % для EWSR и 4.5 % для IEWSR. Таким образом, вклад ПДР в IS EWSR в 2.8 раза больше, чем в IV EWSR. Вклад ПДР в IS IEWSR в 5 раз больше, чем в IV IEWSR. Отметим, что полученное нами значение 3.6 % для вклада  $1^-$  состояний из области ВПДР в IS EWSR почти совпадает с экспериментальной величиной 3.7 %, измеренной в [34] для  $1^-$  состояний в  $^{208}\text{Pb}$  с энергией от 6.37 до 7.28 МэВ.

Наш вывод о преобладании изоскалярных компонент в низколежащих  $1^-$  состояниях ядра  $^{208}\text{Pb}$  совпадает с результатами других работ (см., например [17, 27]). Однако, наш вывод о большей максимальной коллективности состояний из области ПДР по сравнению с ГДР противоположен результатам, полученным в [18, 27]. Причиной этого различия является используемый нами критерий коллективности, который определяется параметром, обратно пропорциональным энергии состояния  $E$ , при  $\bar{E}_{\text{GDR}} \approx \approx 2\bar{E}_{\text{PDR}}$  (GDR и PDR – английские аббревиатуры для ГДР и ПДР).

**5. Заключение.** В работе структура и интегральные характеристики пигми-дипольного резонанса в ядре  $^{208}\text{Pb}$  проанализированы в рамках самосогласованной модели, основанной на приближении случайных фаз и включающей эффекты

квазичастично-фононного взаимодействия и одночастичного континуума. Среднее поле и остаточное частично-дырочное взаимодействие были определены в модели энергетического функционала плотности (ЭФП) Скирма. Показано, что в рамках этого подхода можно одновременно получить хорошее описание структуры гигантского дипольного резонанса в  $^{208}\text{Pb}$  и интегральных свойств ПДР в области выше 5.7 МэВ. Теоретическое описание ПДР ниже этой энергии в самосогласованной модели требует дальнейшего развития теории, в том числе поиска новых параметризаций ЭФП Скирма или, возможно, других функционалов.

Исследовано влияние остаточных спин-спиновых сил на свойства низколежащих  $1^-$  уровней. Показано, что это влияние может быть заметным, однако более определенный вывод можно сделать лишь при условии уточнения соответствующих параметров ЭФП Скирма, которые остаются пока плохо определенными. Проведен анализ коллективности  $1^-$  состояний в  $^{208}\text{Pb}$  на основе недавно предложенного критерия коллективности. Получено, что отдельные наиболее коллективные состояния в области ПДР можно отнести к умеренно коллективным.

Авторы выражают благодарность профессорам М.Н. Харакех (M. Harakeh) и В.Ю. Пономареву за полезные обсуждения и предоставленную информацию. Исследования были проведены с использованием вычислительных ресурсов Ресурсного Центра “Вычислительный центр СПбГУ”. Работа поддержана грантом Российского Научного Фонда (проект # 16-12-10155).

1. D. Savran, T. Aumann, and A. Zilges, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **70**, 210 (2013).
2. N. Ryezayeva, T. Hartmann, Y. Kalmykov, H. Lenske, P. von Neumann-Cosel, V. Yu. Ponomarev, A. Richter, A. Shevchenko, S. Volz, and J. Wambach, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 272502 (2002).
3. A. Tamii, I. Poltoratska, P. von Neumann-Cosel et al. (Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **107**, 062502 (2011).
4. I. Poltoratska, P. von Neumann-Cosel, A. Tamii et al. (Collaboration), *Phys. Rev. C* **85**, 041304(R) (2012).
5. A. M. Krumbholz, P. von Neumann-Cosel, T. Hashimoto et al. (Collaboration), *Phys. Lett. B* **744**, 7 (2015).
6. N. Paar, D. Vretenar, E. Khan, and G. Colò, *Rep. Progr. Phys.* **70**, 691 (2007).
7. В. Г. Соловьев, *Теория атомного ядра. Квазичастицы и фононы*, Энергоатомиздат, М. (1989).
8. В. И. Целяев, *ЯФ* **50**, 1252 (1989).
9. S. P. Kamerdzhev, J. Speth, and G. Tertychny, *Phys. Rep.* **393**, 1 (2004).
10. N. Lyutorovich, V. Tselyaev, J. Speth, S. Krewald, F. Grümmer, and P.-G. Reinhard, *Phys. Lett. B* **749**, 292 (2015).

11. V. Tselyaev, N. Lyutorovich, J. Speth, S. Krewald, and P.-G. Reinhard, *Phys. Rev. C* **94**, 034306 (2016).
12. E. Litvinova, P. Ring, and V. Tselyaev, *Phys. Rev. C* **75**, 064308 (2007).
13. G. Colò, N. van Giai, P. F. Bortignon, and R. A. Broglia, *Phys. Rev. C* **50**, 1496 (1994).
14. R. Schwengner, R. Massarczyk, B. A. Brown, R. Beyer, F. Dönau, M. Erhard, E. Grosse, A. R. Junghans, K. Kosev, C. Nair, G. Rusev, K. D. Schilling, and A. Wagner, *Phys. Rev. C* **81**, 054315 (2010).
15. D. Vretenar, N. Paar, P. Ring, and G. A. Lalazissis, *Phys. Rev. C* **63**, 047301 (2001).
16. E. Yüksel, E. Khan, and K. Bozkurt, *Nucl. Phys. A* **877**, 35 (2012).
17. X. Roca-Maza, G. Pozzi, M. Brenna, K. Mizuyama, and G. Colò, *Phys. Rev. C* **85**, 024601 (2012).
18. G. Co', V. De Donno, M. Anguiano, and A. M. Lallena, *Phys. Rev. C* **87**, 034305 (2013).
19. P.-G. Reinhard, V.O. Nesterenko, A. Repko, and J. Kvasil, *Phys. Rev. C* **89**, 024321 (2014).
20. E. Litvinova, P. Ring, and D. Vretenar, *Phys. Lett. B* **647**, 111 (2007).
21. D. Sarchi, P. F. Bortignon, and G. Colò, *Phys. Lett. B* **601**, 27 (2004).
22. О. И. Ачаковский, С. П. Камерджиев, В. И. Целяев, Письма в ЖЭТФ **104**, 387 (2016).
23. N. U.H. Syed, M. Guttormsen, F. Ingebretsen, A. C. Larsen, T. Lönnroth, J. Rekstad, A. Schiller, S. Siem, and A. Voinov, *Phys. Rev. C* **79**, 024316 (2009).
24. M. Bender, P.-H. Heenen, and P.-G. Reinhard, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 121 (2003).
25. P. Klüpfel, P.-G. Reinhard, T. J. Bürenich, and J. A. Maruhn, *Phys. Rev. C* **79**, 034310 (2009).
26. V. Tselyaev, J. Speth, F. Grümmer, S. Krewald, A. Avdeenkov, E. Litvinova, and G. Tertychny, *Phys. Rev. C* **75**, 014315 (2007).
27. G. Co', V. De Donno, C. Maieron, M. Anguiano, and A. M. Lallena, *Phys. Rev. C* **80**, 014308 (2009).
28. V. Tselyaev, N. Lyutorovich, J. Speth, and P.-G. Reinhard, *Phys. Rev. C* **96**, 024312 (2017).
29. N. Lyutorovich, V. Tselyaev, J. Speth, S. Krewald, and P.-G. Reinhard, *Phys. At. Nucl.* **79**, 868 (2016).
30. V. I. Tselyaev, *Phys. Rev. C* **88**, 054301 (2013).
31. С. П. Камерджиев, *ЯФ* **38**, 316 (1983)
32. S. N. Belyaev, O. V. Vasiliev, V. V. Voronov, A. A. Nechkin, V. Y. Ponomarev, and V. A. Semenov, *Phys. At. Nucl.* **58**, 1833 (1995).
33. M. N. Harakeh and A. E. L. Dieperink, *Phys. Rev. C* **23**, 2329 (1981).
34. T. D. Poelhekken, S. K. B. Hesmondhalgh, H. J. Hofmann, A. van der Woude, and M. N. Harakeh, *Phys. Lett. B* **278**, 423 (1992).
35. N. van Giai and H. Sagawa, *Nucl. Phys. A* **371**, 1 (1981).
36. I. Hamamoto and H. Sagawa, *Phys. Rev. C* **66**, 044315 (2002).