17

Многопроходный кольцевой поляризационный интерферометр для детектирования оптических вихрей в присутствии двумерного фазового шума

© Д.Д. Решетников, Т.К. Король, Е.В. Малютина, А.А. Кретова, В.М. Петров

Санкт-Петербургский государственный университет,
Санкт-Петербург, Россия

e-mail: d.reshetnikov@spbu.ru

Поступила в редакцию 18.03.2026 г.
В окончательной редакции 19.05.2026 г.
Принята к публикации 09.07.2026 г.

Представлена оригинальная схема многопроходного кольцевого поляризационного интерферометра, позволяющая исследовать воздействие двумерных фазовых шумов на вихревые оптические пучки. Ключевая особенность схемы — использование единственного фазового пространственного модулятора света для многократной последовательной модуляции волнового фронта одного и того же пучка за несколько обходов интерферометра. Экспериментально продемонстрирована генерация и интерференционное детектирование вихрей с орбитальными угловыми моментами $l = 1$ и $l = 2$ в условиях контролируемого фазового шума.

Ключевые слова: оптические вихри, пространственный модулятор света, кольцевой интерферометр, оптические атмосферные каналы связи.

DOI: 10.61011/OS.2026.11.63980.9267-26

1. Введение

Оптические вихри как скалярного (с ненулевым значением орбитального углового момента, ОУМ), так и векторного (с пространственно-неоднородным распределением поляризации) типов, широко применяются в различных задачах оптики и фотоники. Скалярные вихри применяются в оптических ловушках и системах связи в атмосферных и волоконных каналах [1,2]. Основные области применения векторных оптических вихрей включают оптический захват микрочастиц, оптическую связь в свободном пространстве и получение изображений с высоким разрешением (STED-микроскопия) [3]. Недостатком как скалярных, так и векторных вихревых пучков является распад области сингулярности при их распространении в турбулентной среде — происходит искажение волнового фронта, приводящее к множественной генерации фазовых сингулярностей преимущественно с единичным топологическим зарядом [4–7]. Однако в классе векторных вихрей можно выделить набор пучков с осесимметричной структурой поляризации, что делает такие пучки инвариантными к спонтанному вращению плоскости поляризации при распространении в неоднородной среде. Поскольку при кодировании информации в состояниях векторных оптических вихрей степенью свободы является именно осесимметричное поляризационное состояние, а не величина ОУМ, такой тип вихрей становится более предпочтительным для применения в открытых атмосферных каналах связи [8–10]. Отдельно отметим, что наличие у таких пучков осесимметричной поляризационной структуры снимает необходимость синхронизации плоскостей поляризации приемно-передающей аппаратуры. Разработка быстрых перестраиваемых генераторов и детекторов состояний векторных оптических вихрей открывает широкие возможности использования таких пучков в том числе в системах квантового распределения ключей в атмосферных и спутниковых каналах связи [11,12].

Для генерации векторных вихрей часто используют q-пластины или S-волновые пластины для создания поляризационных пространственных структур в поперечной плоскости пучка [13–15]. Также одним из методов быстрой генерации является использование поляризационного интерферометра Маха–Цендера с уголковыми отражателями [16,17]. Отдельно стоит отметить возможность генерации как скалярных, так и векторных вихрей в схемах кольцевого интерферометра типа Саньяка. Необходимая фазовая или поляризационная структура формируется путем интерференции встречно распространяющихся гауссовых мод высших порядков (эрмит-гауссовы моды, лагерр-гауссовы моды), что идеально подходит для генерации широкополосных скалярных и векторных пучков [18–20].

Говоря об использовании вихревых состояний в атмосферных каналах связи, важными вопросами являются устойчивость таких пучков к воздействию атмосферной турбулентности и эффективность применения систем адаптивной оптики для восстановления их волнового фронта. При этом в случае как скалярных, так и векторных вихрей особое внимание уделяется модам с кольцевым распределением интенсивности и фазовыми сингулярностями волнового фронта, поскольку именно на эти параметры оказывает основное влияние оптическая атмосферная турбулентность [6].

Закон спектральной плотности флуктуаций показателя преломления Колмогорова служит базовой моделью атмосферной турбулентности в исследованиях распространения оптического излучения [21]. Программные и аппаратные средства генерируют фазовые экраны Колмогорова с использованием пространственных модуляторов света (SLM) или деформируемых зеркал для экспериментального воспроизведения эффектов турбулентности [22]. Эти реализации позволяют проводить контролируемое тестирование искажений луча и сверять модели с данными, полученными на конкретном объекте [23].

В данной работе исследовано влияние двумерных случайных фазовых распределений на моды с фазовыми сингулярностями в оригинальной схеме кольцевого поляризационного интерферометра с пространственным фазовым модулятором света. Данная схема позволяет, с одной стороны, моделировать воздействие нескольких случайных фазовых распределений на волновой фронт оптического пучка, а с другой — одновременно исследовать результирующий волновой фронт за счет интерференции с опорной плоской волной. Работа построена следующим образом: во втором разделе обсуждается оригинальная оптическая схема и метод формирования двумерных фазовых распределений для SLM. В третьем разделе демонстрируются основные результаты, полученные в эксперименте. Обсуждение результатов приводится в четвертом и пятом разделах.

2. Экспериментальный метод

Для исследования влияния двумерных фазовых шумов на эффективность детектирования оптических вихрей с ненулевым значением ОУМ нами была предложена и использована оригинальная методика, основанная на кольцевом интерферометре Саньяка (рис. 1). В данной схеме интерферометра управление состоянием поляризации и интенсивности осуществляется при помощи двух полуволновых пластин HWP_2 и HWP_3. При помощи двух собирающих линз L_1 и L_2, а также точечной диафрагмы (пинхол) P формируется плоская волна с равномерным распределением интенсивности в поперечной плоскости. Полуволновая пластина HWP_1 настраивается таким образом, чтобы излучение приобрело горизонтальную поляризацию и полностью прошло через поляризационный светоделитель PBS. Полуволновая пластина HWP_2 поворачивает плоскость поляризации на 90°, превращая входной пучок в вертикально поляризованный. Наконец, полуволновая пластина HWP_3 поворачивает плоскость поляризации на 45°. Таким образом, на поляризационном светоделителе пучок разделяется: половина пучка с вертикальной поляризацией отражается и идет на следующий обход интерферометра, вторая половина с горизонтальной поляризацией выходит из интерферометра наружу.

Важно отметить, что используемый нами SLM на основе жидкокристаллической матрицы изменяет фазу света только с горизонтальной поляризацией, т. е. пучок, совершивший один обход, покидает интерферометр без модуляции волнового фронта, в отличие от пучков, совершивших два и более обходов. Формирование изображения интерференции пучков, выходящих из интерферометра, на матрице CCD-камеры осуществляется посредством 4F-схемы, переносящей результат сложения оптических пучков на поляризационном светоделителе в плоскость регистрации камеры. Ключевой особенностью схемы является возможность юстировки элементов интерферометра так, что в фурье-плоскости $4F$-схемы возможно пространственное разделение пучков, совершивших один, два и более обходов в схеме интерферометра. Положение пучков, совершивших разное число обходов, на экране SLM при этом также отличается, при каждом следующем обходе пучок оказывается смещен на 3.00 ± 0.10 mm (полуширина пучка). Оптический путь в интерферометре составлял порядка 60 cm, за время нескольких обходов распределение фазы на SLM остается стационарным. При каждом новом обходе пучок модулируется новым фазовым распределением только за счет пространственного смещения на SLM. Установка в фурье-плоскости пространственного фильтра SF позволяет наблюдать на камере пучок, совершивший определенное число обходов (такие пучки показаны на схеме линиями разной толщины и цвета).

Исследование волнового фронта таких пучков осуществляется при помощи наблюдения интерференционной картины от сложения исследуемого пучка с опорной плоской волной, в роли которой выступает пучок, совершивший один обход в схеме кольцевого интерферометра. Так, при наличии фазовой сингулярности у исследуемого пучка на интерференционной картине будет наблюдаться характерная „вилка“, число зубьев которой соответствует порядку оптического вихря (значению ОУМ такого пучка).

На апертуре SLM формировалась аддитивная смесь двух фазовых распределений:

$$IN(x, y) = LG_{p,l}(x, y) + N_{\text{Kolm}}(x, y),$$

где x и y — координаты матрицы модулятора (рис. 2). Распределение $LG_{p,l}(x, y)$ являлось фазовой маской для создания моды электромагнитного поля, напряженность которого имеет вид:

$$LG_{p,l}(\rho, \varphi, z) = \frac{C_{p,l}}{\omega(z)} \left(\frac{\rho\sqrt{2}}{\omega(z)} \right)^{|l|} e^{\left(-\frac{\rho^2}{\omega^2(z)}\right)}$$

$$\times L_p^{|l|} \left(\frac{2\rho^2}{\omega^2(z)} \right) e^{i\left(l\varphi + \frac{k\rho^2}{2R_z} - (2p+|l|+1)\varphi_g\right)},$$

где ρ, φ, z — координаты, $C_{p,l}$— нормировочная константа, $L_p^{|l|}(x)$ — обобщенные полиномы Лагерра, $\omega(z) = \omega_0\sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}$ — радиус пучка на расстоянии $z_{\text{от}}$

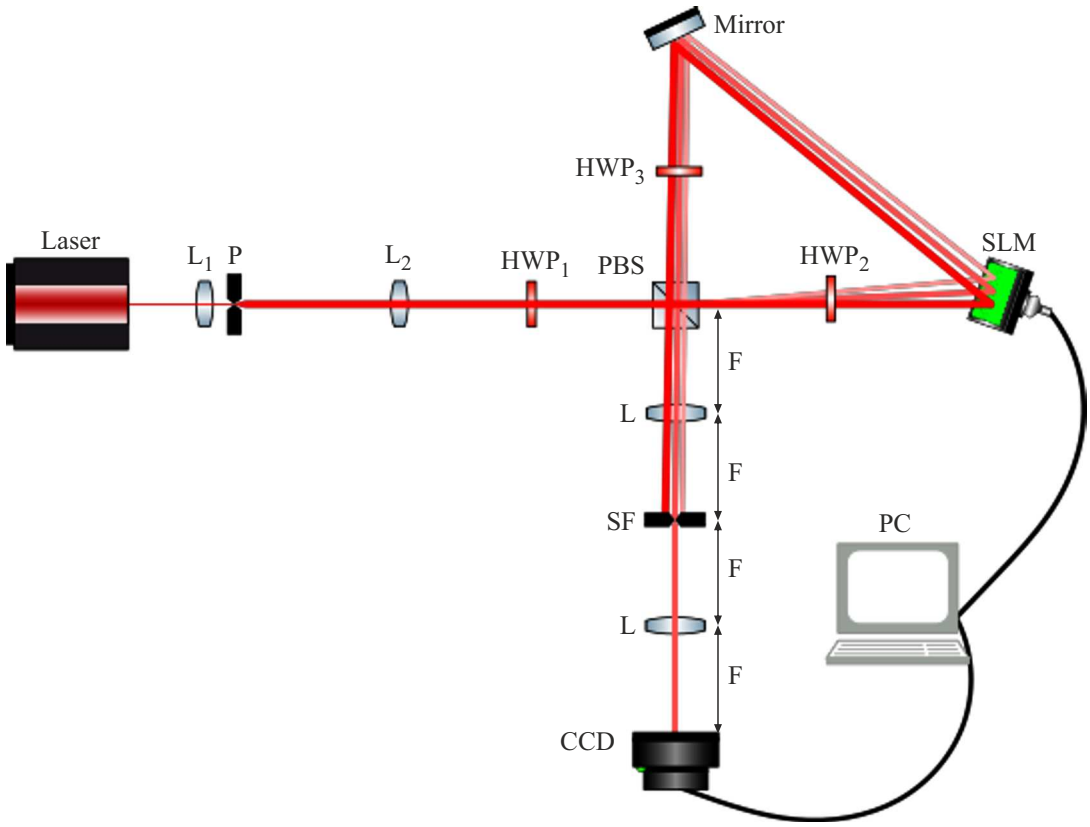


Рис. 1. Схема экспериментальной установки. Laser — HeNe-лазер (632.8 nm, 10 mW), L, $L_{1,2}$ — собирающие линзы, P — точечная диафрагма (пинхол), $\mathrm{HWP}_{1,2,3}$ — полуволновые пластинки, PBS — поляризационный светоделитель, SLM — пространственный модулятор света (матрица имеет 1920×1080 пикселей размером $8.0 \times 8.0\,\mu$m, размер апертуры матрицы 15.36×8.64 mm, коэффициент отражения (65–95) %.), Mirror — зеркало, SF — пространственный фильтр (одноосевая ирисовая диафрагма), CCD — ПЗС-камера. Камера и пространственный модулятор подключены к компьютеру PC.

перетяжки, z_R — длина Рэлея, ω_0 — радиус перетяжки пучка, R_z — радиус кривизны пучка на расстоянии $z_{\text{от}}$ перетяжки, φ_g — фаза Гуи, p, l — радиальное и азимутальное числа соответственно. В данной работе исследовались моды с радиальным числом $p = 0$ и азимутальным $l = 1,\ 2$, что соответствует аналогичному значению ОУМ такой моды. Метод создания такой маски подробно описан в работе [24].

Распределение

$$N_{\text{Kolm}}(x, y) = Re\left(F^{-1}\left[W(i, j)\sqrt{\Phi_n(i, j)}\right]\right)$$

задавало двумерное изображение шума, имитирующего оптическую турбулентность тонкого слоя среды. Здесь $F^{-1}[\,]$ — обратное преобразование Фурье, $W(i, j)$ — двумерный белый шум в фурье-пространстве, $\Phi_n(i, j)$ — целевой двумерный спектр шума в фурье-пространстве. Подобный метод моделирования двумерного турбулентного экрана подробно описан в работе [25]. Спектр случайного фазового распределения соответствует энергетическому спектру показателя преломления среды $\Phi_n(k)$, описываемому законом Колмогорова [21]:

$$\Phi_n(k) = 0.033 C_n^2 k^{-\frac{11}{3}},$$

где k — пространственная частота, C_n^2 — структурный параметр турбулентности. В нашем эксперименте структурный параметр варьировался от $10^{-20}\,\text{m}^{-2/3}$, что соответствует чистому воздуху, до $10^{-13}\text{m}^{-2/3}$, что соответствует интенсивным осадкам и ограниченной видимости в атмосферной трассе [25]. Таким образом, в эксперименте варьировалось 2 параметра: ОУМ оптического вихря l и структурный параметр турбулентности C_n^2.

3. Результаты

В результате экспериментов нами были зарегистрированы распределения интенсивности оптических пучков, совершивших два и три обхода в интерферометре и испытавших модуляцию одним и двумя фазовыми экранами соответственно. При этом благодаря пространственному фильтру SF распределения интенсивности наблюдались независимо друг от друга (рис. 3, *a, b*). Важно отметить, что, поскольку оптический путь при каждом новом обходе интерферометра отличается от предыдущего, волновой фронт пучка смещается и модулируется иным распределением на экране пространственного модулятора, несмотря на то, что выводимое на

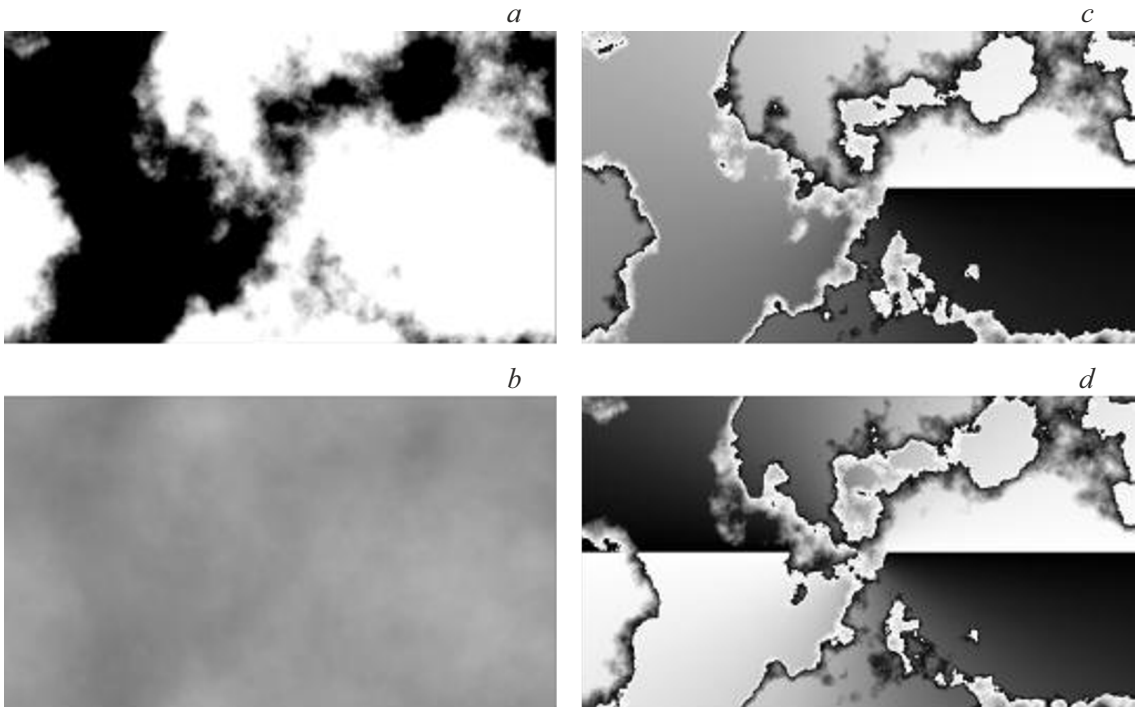


Рис. 2. Примеры двумерных фазовых распределений, выводимых на SLM: (*a*) $l = 0$, $C_n^2 = 10^{-14}\,\mathrm{m}^{-2/3}$; (*b*) $l = 0$, $C_n^2 = 10^{-17}\,\mathrm{m}^{-2/3}$; (*c*) $l = 1$, $C_n^2 = 10^{-14}\mathrm{m}^{-2/3}$; (*d*) $l = 2$, $C_n^2 = 10^{-14}\,\mathrm{m}^{-2/3}$.

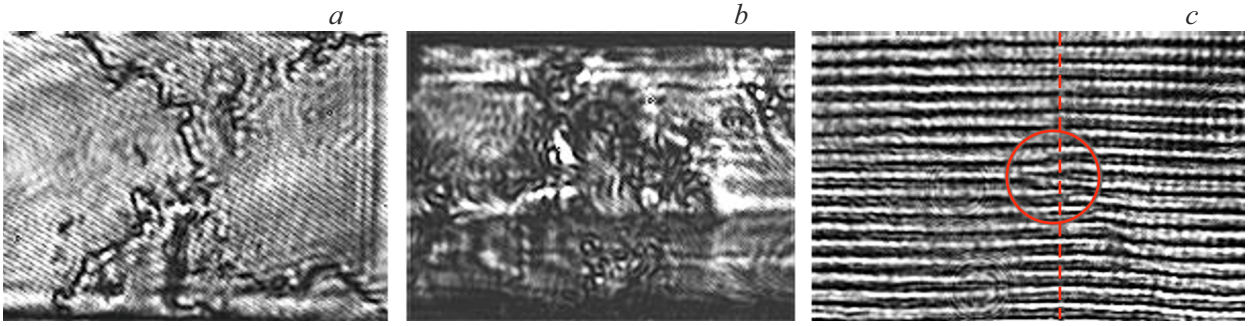


Рис. 3. Результаты наблюдения распределений интенсивности пучков, испытавших (*a*) одну модуляцию на SLM, (*b*) две модуляции на SLM, а также (*c*) результат интерференции пучка с ОУМ $l = 1$, $C_n^2 = 10^{-15}\,\mathrm{m}^{-2/3}$ и опорной волны. На рисунке (*c*) показана область сингулярности волнового фронта, вертикальной линией отмечена плоскость для исследования сканограммы интерференционной картины.

него в целом распределение остается прежним. Однако, поскольку в эксперименте для каждой серии измерений распределение на SLM оставалось постоянным, между модулированными пучками присутствуют корреляции, зависящие от структурной функции фазы [26] используемого спектра шума и относительного смещения пучков на экране SLM.

Исследование волнового фронта оптических вихрей, подвергшихся воздействию двумерного фазового шума, проводилось путем программной обработки изображения результата интерференции целевого пучка с опорной плоской волной. В таком случае пространственный фильтр SF и поляризационный светоделитель настраиваются так, что в плоскости камеры наблюдается одновременно два пучка: опорный, совершивший один обход схемы интерферометра, и исследуемый, совершивший большее число обходов. При сложении оба эти пучка, обладающие одинаковой поляризацией, формируют интерференционную картину и позволяют исследовать волновой фронт пучков с фазовыми сингулярностями (рис. 3, *c*).

4. Обсуждение

Для численного анализа влияния структурного параметра турбулентности C_n^2 выводимого на модулятор фазовых экранов на волновой фронт пучка применялся

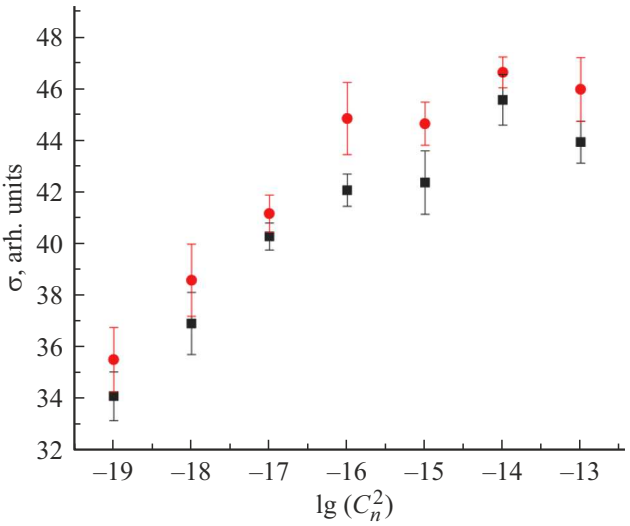


Рис. 4. График зависимости СКО σ распределения интенсивности пикселей на изображении с ПЗС-камеры от десятичного логарифма структурного параметра турбулентности C_n^2 для одного (серые квадраты) и двух (красные кружки) обходов схемы.

следующий анализ изображений, полученных на камере. Сначала из изображения возмущенного пучка производилось попиксельное вычитание изображения пучка без возмущения. Это делалось для того, чтобы исключить влияние на результирующий волновой фронт аберраций и дефектов оптических элементов. Затем для результирующего изображения вычислялось среднеквадратичное отклонение (СКО):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma_{i=1}^{N}(I_i - \bar{I})^2}{N}},$$

всех пикселей от среднего значения интенсивности и анализировалась зависимость данной величины от структурного параметра турбулентности. Так как плоскость регистрации является плоскостью изображения, фазовые искажения трансформируются в искажения распределения интенсивности, что позволяет использовать СКО в качестве меры воздействия оптической турбулентности. На рис. 4 приведены полученные зависимости для пучков, подвергшихся однократной и двукратной модуляции волнового фронта двумерным шумовым распределением фазы.

Несмотря на широкие возможности генерации случайных двумерных распределений фазы с требуемыми параметрами, низкая скорость переключения фазовых SLM делает невозможным использование единственного модулятора в методе случайных фазовых экранов. В рамках известного метода случайных фазовых экранов прохождение оптического пучка через атмосферную турбулентную трассу моделируется при помощи нескольких некоррелированных фазовых экранов с различным случайным распределением фазы [26]. При этом каждый фазовый экран формируется на отдельном модуляторе, что усложняет сборку и настройку таких систем. Важно отметить, что в настоящей работе мы не претендуем на полноценное описание оптических пространственно-временных свойств турбулентности и рассматриваем задачу о распространении оптических вихрей в присутствии двумерного фазового шума.

На рис. 4 видно, что полученные зависимости имеют одинаковый характер с точностью до параллельного переноса вдоль оси ординат. Как известно [26], в случае модуляции пучка несколькими тонкими фазовыми экранами с колмогоровским спектром шума в режиме слабой турбулентности дисперсия интенсивности зависит от числа экранов. При этом характер зависимости дисперсии от структурного параметра турбулентности C_n^2 остается неизменным. На основе этого можно сделать заключение о применимости предложенного экспериментального метода моделирования действия двумерных фазовых шумов в рамках метода случайных фазовых экранов, где каждый последующий случайный экран создаётся за счёт очередного обхода пучком схемы интерферометра. Однако отметим, что при этом важно будет обеспечить в эксперименте отсутствие корреляций между шумовыми сегментами, последовательно модулирующими пучок.

Поскольку в эксперименте на экране SLM формируется аддитивная смесь регулярного (изменяющего ОУМ) и шумового распределений, при каждом новом обходе пучок модулируется обоими этими распределениями. За счет пространственного смещения пучка на экране SLM при следующем обходе регулярное распределение не изменяет значение ОУМ в исследуемой области син-

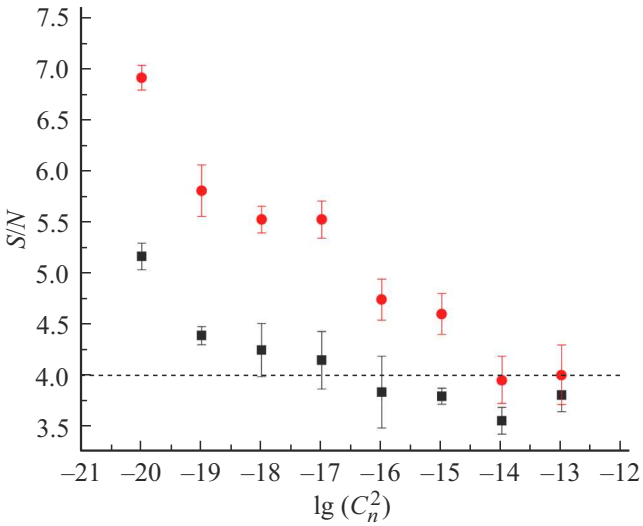


Рис. 5. График зависимости отношения сигнал/шум S/N от десятичного логарифма структурного параметра турбулентности C_n^2 для пучков с ОУМ $l = 1$ (серые квадраты) и $l = 2$ (красные кружки). Пунктирной линией показана граница надёжного различения значения ОУМ по результатам анализа сканограммы результата интерференции исследуемого пучка с опорным.

гулярности в середине пучка. На краю пучка возникает новая область сингулярности, которая затем удаляется при помощи пространственного фильтра в 4F-схеме и не влияет на видность интерференционной картины в исследуемой области сингулярности.

Наряду с исследованием влияния фазовых шумов на оптический пучок при многократном обходе схемы была также исследована возможность различения значений ОУМ пучков со случайным двумерным распределением фазы, определяемом структурным параметром турбулентности C_n^2. Метод оценки возможности различения разных значений ОУМ таких пучков аналогичен описанному в работе [27]. Для каждой полученной интерференционной картины строилась сканограмма в плоскости, проходящей через область сингулярности, где обнаруживается характерная „вилка" (рис. 3, *c*). После чего выполнялась оценка отношения сигнал/шум S/N для интерференционных полос в указанной области. В качестве сигнала S использовались максимальные значения амплитуд интерференционных полос, формирующих „вилку". Для определения шума N бралось среднее значение минимумов интерференционных полос в интересующей нас области. График зависимости отношения сигнал/шум от десятичного логарифма структурного параметра турбулентности представлен на рис. 5.

В качестве границы надёжного различения характера и величины фазовой сингулярности волнового фронта оптических вихрей было выбрано значение $S/N = 4$. Дополнительные эксперименты показали, что предложенный метод анализа интерферограмм позволяет надежнее детектировать фазовые сингулярности пучков с большим, по отношению к предыдущему, значением ОУМ. В равных условиях для них значение S/N оказывается существенно выше (рис. 5), а устойчивое различение возможно при более негативных параметрах турбулентной среды, которым соответствуют большие по модулю значения параметра C_n^2. Контраст интерференционной картины для пучков с большим значением ОУМ выше по сравнению с контрастом пучков с меньшим по модулю значением ОУМ. Это связано с тем, что область сингулярности таких пучков имеет больший размер и, как следствие, менее подвержена случайным фазовым искажениям.

5. Заключение

В настоящей работе представлена оригинальная оптическая схема многопроходного кольцевого поляризационного интерферометра, позволяющая моделировать воздействие двумерных фазовых шумов на вихревые пучки с последующим анализом их волнового фронта. Ключевой особенностью предложенного подхода является использование единственного жидкокристаллического пространственного модулятора света для многократной модуляции волнового фронта одного и того же пучка за счет его последовательных обходов в интерферометре.

В ходе экспериментальной апробации метода была продемонстрирована возможность генерации и детектирования оптических вихрей с различным значением ОУМ ($l = 1$ и $l = 2$) в условиях контролируемого фазового шума. Проведенный сравнительный анализ воздействия одной и двух последовательных модуляций двумерным фазовым экраном показал, что зависимости среднеквадратичного отклонения интенсивности от структурного параметра турбулентности для однократного и двукратного прохождения имеют идентичный характер. Это подтверждает корректность моделирования протяженной трассы набором последовательных фазовых экранов с использованием предложенной схемы. При этом важно отметить, что для корректного использования предложенного подхода в методе случайных фазовых экранов потребуется дополнительное разделение областей экрана SLM на отдельные некоррелированные шумовые сегменты.

Предложенная схема интерферометра может быть использована для тестирования алгоритмов адаптивной оптики, исследования пропускной способности каналов связи на вихревых пучках, а также для калибровки систем генерации и детектирования поляризационных и фазовых состояний. В частности, возможность генерации пучков с заданными характеристиками шума открывает перспективы для создания компактных испытательных стендов при разработке аппаратуры для квантового распределения ключей и оптической связи в условиях турбулентной атмосферы.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] B.K. Das, C. Granados, M.F. Ciappina. Adv. Phys.: X, **11** (1), 2608076 (2026). DOI: 10.1080/23746149.2025.2608076
[2] Y. Zang, A. Mirando, A. Chong. Nanophotonics, **11** (4), 745 (2022). DOI: 10.1515/nanoph-2021-0496
[3] Y. Shen, X. Wang, Z. Xie, C. Min, X. Fu, Q. Liu, M. Gong, X. Yuan. Light Sci. Appl., **8**, 90 (2019). DOI: 10.1038/s41377-019-0194-2
[4] G. Gbur, R.K. Tyson. J. Opt. Soc. Am. A, **25**, 225 (2008).
[5] W. Cheng, J.W. Haus, Q. Zhan. Opt. Express, **17** (20), 17829 (2009). DOI: 10.1364/OE.17.017829
[6] S. Fu, C. Gao. Photon. Res., **4**, B1 (2016).
[7] N.N. Rosanov. Bull. Lebedev Phys. Inst., **50** (5), S594 (2023). DOI: 10.3103/S1068335623170116
[8] J. Li, H. Liang, G. Wu, P. Peng, F. Wang, Y. Cai. APL Photonics, **10** (1), 016117 (2025). DOI: 10.1063/5.0248643
[9] P. Lochab, P. Senthilkumaran, K. Khare. Phys. Rev. A, **98**, 023831 (2018). DOI: 10.1103/PhysRevA.98.023831
[10] G.B. Reis, M.R.R. Gesualdi. Appl. Opt., **64** (14), 3833 (2025). DOI: 10.1364/AO.546637

[11] Д.Д. Решетников, А.Л. Соколов, Е.А. Вашукевич, В.М. Петров, Т.Ю. Голубева. Изв. вузов. Радиофизика, **67** (1), 58 (2024). DOI: 10.52452/00213462_2024_67_01_58
[12] А.Л. Соколов, В.М. Петров, В.Ю. Венедиктов, Д.Д. Решетников. Photonics Russia, **17** (7), 542 (2023). DOI: 10.22184/1993-7296.FRos.2023.17.7.542.555
[13] Y. Liu, V. Pasiskevicius. APL Photonics, **10** (4), 046101 (2025). DOI: 10.1063/5.0254769
[14] D.N. Naik, N.A. Saad, D.N. Rao, N.K. Viswanathan. Sci. Rep., **7** (1), 2395 (2017). DOI: 10.1038/s41598-017-02613-3
[15] J. Du, Z. Quan, K. Li, J. Wang. Chin. Opt. Lett., **22**, 020011 (2024).
[16] Д.Д. Решетников, М.Е. Павелина, А.А. Рыжая, Е.В. Малютина, А.А. Севрюгин, Е.А. Вашукевич, В.М. Петров, В.Ю. Венедиктов. Оптический журнал, **93** (3), 4 (2026). DOI: 10.17586/1023-5086-2026-93-03-4-14
[17] Д.Д. Решетников, А.А. Рыжая, М.Е. Павелина, Е.А. Вашукевич, А.А. Севрюгин, А.Л. Соколов, В.Ю. Венедиктов, В.М. Петров. Оптический журнал, **92** (3), 58 (2025). DOI: 10.17586/1023-5086-2025-92-03-58-67
[18] M. Aili, X.-X. Chen, P. Liu, J.-Z. Yang, X. Guo, J. Li, Z. Meng, Q.-Y. Wu, A.-N. Zhang. Phys. Rev. A, **106**, 023715 (2022). DOI: 10.1103/PhysRevA.106.023715
[19] K.S. Aswathi, H. Vardhan, S. Choudhary, S.G. Reddy, R. Kumar. Opt. Lasers Eng., **194**, 109178 (2025). DOI: 10.1016/j.optlaseng.2025.109178
[20] Y. Bai, H. Lv, X. Fu, Y. Yang. Chin. Opt. Lett., **20**, 012601 (2022).
[21] J.P. Bos. Proc. SPIE, **13147**, 131470R (2024). DOI: 10.1117/12.3028224
[22] P. Jia, D. Cai, D. Wang, A. Basden. Mon. Not. R. Astron. Soc., **447** (4), 3467 (2015). DOI: 10.1093/mnras/stu2655
[23] I. Galaktionov, J. Sheldakova, V. Samarkin, V. Toporovsky, A. Kudryashov. Photonics, **10**, 1147 (2023). DOI: 10.3390/photonics10101147
[24] E. Bolduc, N. Bent, E. Santamato, E. Karimi, R.W. Boyd. Opt. Lett., **38** (18), 3546 (2013). DOI: 10.1364/OL.38.003546
[25] J.D. Schmidt. *Numerical Simulation of Optical Wave Propagation with Examples in MATLAB* (Bellingham, Wash.: SPIE Press, 2010). 216 p.
[26] L.C. Andrews, R.L. Phillips. *Laser Beam Propagation through Random Media* (SPIE Press, 2005).
[27] Д.Д. Решетников, Т.К. Король, Е.В. Малютина, В.М. Петров. Опт. и спектр., **132** (7), 763(2024). DOI: 10.61011/OS.2024.07.58900.6774-24