

1 ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА. 2026. Т. 62. № ?? С. ???-???.

2 =====
3 DOI:

4 УДК 551.511.31
5

6 **Изменения спектров вторичных акустико-гравитационных волн в**
7 **областях критических уровней среднего ветра**

8
9 **Н.М. Гаврилов^{1,*}, С.П. Кшевецкий^{1,2,4}, А.В. Коваль¹, Ю.А. Курдяева³**

10 ¹*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург,*

11 *Российская Федерация*

12 ²*Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Российская*

13 *Федерация*

14 ³*Калининградский филиал Института земного магнетизма, ионосферы и*
15 *распространения радиоволн РАН, Калининград, Российская Федерация*

16 ⁴*Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Москва, Российская*

17 *Федерация*

18 **E-mail: n.gavrilov@spbu.ru*

19 *Аннотация.* Нелинейная численная модель высокого разрешения применяется для изучения
20 распространения акустико-гравитационных волн (АГВ) от земной поверхности в верхнюю
21 атмосферу. Используются профили фонового ветра в средней атмосфере, содержащие
22 критические уровни, на которых горизонтальная фазовая скорость АГВ становится равной
23 горизонтальной скорости фонового ветра. Расчёты показывают, что для критических
24 уровней, расположенных на высотах от 30 до 70 км часть потока волновой энергии, идущего
25 из нижней атмосферы, может проникать через них и распространяться далее в верхнюю
26 атмосферу. В нелинейной модели вблизи критических уровней происходит активное
27 образование вторичных волновых мод. Анализ спектров показал, что неустойчивость волн
28 около критических уровней усиливает переход энергии от первичных АГВ,
29 распространяющихся от приземных источников, к вторичным волновым модам. Это
30 усиливает спектральные пики на длинах волн, составляющих 1/2 и 1/3 от горизонтальной
31 длины первичной АГВ. Эти волны способны преодолевать критические уровни и
32 увеличивают поступление в верхнюю атмосферу вторичных волновых мод с более
33 короткими, чем у первичной АГВ, горизонтальными длинами волн.

Ключевые слова: акустико-гравитационные волны, критический уровень, вторичные волны, численное моделирование, средняя и верхняя атмосфера.

Финансирование. В данном исследовании модернизация численной модели высокого разрешения (раздел 2) поддержана Санкт-Петербургским государственным университетом (проект 124032000025-1). Численное моделирование и анализ эволюции спектра вторичных АГВ (разделы 3 и 4) поддержаны Российским научным фондом (грант 25-17-00166).

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов. НМГ – проведение расчетов, подготовка рисунков, написание рукописи; СПК – модернизация программы, методология расчетов; АВК – верификация результатов, правка рукописи; ЮАК – подготовка данных. Все авторы ознакомились с версией рукописи для публикации и одобрили ее.

Ссылка цитирования: Гаврилов Н.М., Кшеевский С.П., Коваль А.В., Курдяева Ю.А. Изменения спектров вторичных акустико-гравитационных волн в областях критических уровней среднего ветра // Известия РАН, физика атмосферы и океана. 2026. Т. 66. № ?? С. ???–???. DOI:

5 **Changes in the spectra of secondary acoustic-gravity waves in the regions**
6 **of critical levels of the mean wind**
7

8 **N.M. Gavrilov^{1,*}, S.P. Kshevetsky^{1,2,4}, A.V. Koval¹, Yu.A. Kurdyayeva³**
9

10 *¹Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russian Federation*

11 *²Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russian Federation*

12 *³Kaliningrad branch of the Institute of Terrestrial Magnetism, Ionosphere and Radio Wave*
13 *Propagation of the Russian Academy of Sciences, Kaliningrad, Russian Federation*

14 *⁴A.M. Obukhov Institute of Atmospheric Physics of the Russian Academy of Sciences,*
15 *Moscow, Russian Federation*

16 **E-mail: n.gavrilov@spbu.ru*
17

18 *Abstract.* A high-resolution nonlinear numerical model is used to study the propagation of
19 acoustic-gravity waves (AGWs) from the Earth's surface to the upper atmosphere. The model
20 uses background wind profiles in the middle atmosphere, which contain critical levels where the
21 horizontal phase speed of the AGW becomes equal to the horizontal velocity of the background
22 wind. The calculations show for critical levels located at altitudes between 30 and 70 km, that the
23 wave energy flux from the lower atmosphere can partially penetrate through these levels and
24 continue into the upper atmosphere. In a nonlinear model, secondary wave modes are enhanced
25 near the critical level. Spectral analysis showed that wave instability near critical levels enhances
26 the transfer of energy from primary AGW propagating from surface sources to secondary wave
27 modes. This enhances spectral peaks at wavelengths equal to 1/2 and 1/3 of the horizontal
28 wavelength of the primary AGW. These waves can overcome critical levels and increase the
29 penetration of secondary wave modes with shorter horizontal wavelengths than that of the
30 primary AGW into the upper atmosphere.
31

1 *Keywords:* acoustic-gravity waves, critical level, secondary waves, numerical modeling, middle
2 and upper atmosphere.

3
4 *Funding.* In this work, adjustment of the high-resolution numerical model (section 2) was funded
5 by Saint-Petersburg State University (scientific project 124032000025-1). Numerical simulations
6 and analysis of the evolution of secondary AGW spectrum (sections 3 and 4) was funded by the
7 Russian Science Foundation (grant 25-17-00166).

8
9 *Conflict of interest.* The authors declare that they have no conflict of interest.

10
11 *Authors contribution.* NMG: conducting calculations, preparing figures, and writing the
12 manuscript; SPK: program modernization, calculation methodology; AVK: verification of
13 results, manuscript editing; YAK: data preparation. All authors have read and approved the
14 manuscript version for publication.

15
16 *For citation:* Gavrilov N.M., Kshevetsky S.P., Koval A.V., Kurdyayeva Yu.A. Changes in the
17 spectra of secondary acoustic-gravity waves in the regions of critical levels of the mean wind.
18 *Izvestia, Atmospheric and Oceanic Physics.* 2026. VOL. 66. No. ??, pp. ???–???. (In Russian)
19 DOI: 10.7868/
20

ВВЕДЕНИЕ

Важная роль в динамике средней и верхней атмосферы принадлежит акустико-гравитационным волнам (АГВ). Исследования (например, [Yigit and Medvedev, 2009; Miyoshi et al., 2014]) показали, что волновые ускорения среднего потока, вызванные диссипацией АГВ, поступающих из тропосферы, существенно влияют на поддержание баланса импульса в средней и верхней атмосфере. Таким образом, для более полного понимания динамики атмосферы в целом и взаимодействий между ее слоями требуются адекватные знания об АГВ.

В последние годы активно развивается численное моделирование нелинейных мелкомасштабных волн и турбулентности в атмосфере. В работах [Bidlingmayer and Pogoreltsev, 1992; Pogoreltsev and Pertsev, 1995] выполнено численное моделирование АГВ, распространяющихся вверх из тропосферы и создающих возмущения ионосферы. Fritts et al. [2014] смоделировали разрушение атмосферных внутренних волн и неустойчивости Кельвина-Гельмгольца. Их трехмерная модель описывает распространение и разрушение АГВ в областях атмосферы с ограниченными горизонтальными и вертикальными размерами. Численные двумерные модели АГВ в атмосфере были описаны в статьях [Liu et al, 2008; Yu et al, 2009].

Первичные АГВ, распространяющиеся из тропосферы, могут создавать локализованные области повышенных и пониженных потоков импульса и энергии в средней и верхней атмосфере [Fritts et al., 2006; Smith et al., 2016]. Неоднородности соответствующих волновых ускорений могут генерировать распространяющиеся вниз и вверх вторичные волны с горизонтальными длинами, зависящими от масштаба неоднородностей [Vadas et al., 2003]. Разрушение первичных АГВ, сопровождающееся повышенной нелинейностью, также может образовывать вторичные волны. Такие вторичные АГВ возникают в виде высших гармоник и обычно имеют длину и периоды, меньшие, чем у первичных волновых мод [Bacmeister and Schoeberl, 1989; Franke and Robinson W.A., 1999].

Вследствие нелинейности АГВ приводят к каскадной передаче энергии вторичным спектральным компонентам меньшего масштаба [Heale et al., 2022; Gavrilov and Kshevetskii, 2023]. Эти вторичные волны могут создавать значительные волновые потоки импульса и могут интенсифицировать переход энергии волн в турбулентность.

1 Возмущения, формирующиеся в зимней полярной стратосфере, наблюдались в мезосфере
2 и нижней термосфере [Chen et al., 2016; Zhao et al., 2017], и было обнаружено, что они
3 хорошо согласуются с моделируемыми зимними вторичными АГВ [Becker and Vadas,
4 2018]. Генерация вторичных волн - важный процесс, способный существенно изменить
5 механизмы передачи и преобразования энергии и импульса в атмосфере. Более глубокое
6 исследование вторичных волн требует дальнейшей разработки численных моделей с
7 высоким разрешением и методов для разделения спектров первичных и вторичных волн.

8 В работе [Gavrilov and Kshevetskii, 2014] разработана трехмерная численная модель
9 высокого разрешения, описывающую распространение нелинейных АГВ в атмосфере от
10 поверхности Земли до термосферы. Численная схема адекватно учитывает
11 фундаментальные законы сохранения массы, импульса и энергии, а также закон
12 неубывания энтропии. Численное моделирование позволяет глубже понять механизмы
13 динамического взаимодействия между различными слоями атмосферы.

14 Возникновение и эволюция вторичных мод АГВ, на сегодняшний день,
15 представляется важным и недостаточно изученным процессом, который способен влиять
16 на механизмы трансформации и переноса волнового импульса и энергии. В частности,
17 особый интерес представляют области конвективной и динамической неустойчивости, где
18 первичные АГВ могут терять устойчивость, а генерация вторичных волновых мод --
19 сильно интенсифицироваться. Детальному исследованию вторичных АГВ способствует
20 применение численных моделей с высоким пространственно-временным разрешением, а
21 также разработка способов разделения спектров первичных и вторичных мод АГВ. В
22 работе [Gavrilov et al., 2026] проиллюстрирована возможность генерации вторичных волн
23 вблизи критических уровней, на которых горизонтальная фазовая скорость первичной
24 волны равна скорости среднего ветра, что приводит к неустойчивости и разрушению
25 первичной АГВ.

26 В работе [Gavrilov and Kshevetskii, 2023] разработан метод, дающий возможность
27 разделить горизонтальные пространственные спектры первичных и вторичных АГВ на
28 разных высотах в атмосфере в фиксированные моменты времени, которые получаются по
29 данным трехмерной нелинейной модели высокого разрешения. Было показано, что через
30 некоторое время после начала работы волнового источника на земной поверхности в
31 спектрах появляются пики вторичных волн на больших горизонтальных волновых числах,

1 кратных волновым числам первичной АГВ. Такое разделение спектров первичных и
2 вторичных АГВ дает возможность оценивать относительные амплитуды вторичных
3 волновых мод в разное время, на разных высотах, и при различной устойчивости средних
4 профилей ветра и температуры в атмосфере.

5 В настоящем исследовании метод [Gavrilov and Kshevetskii, 2023] применен для
6 разделения и последующего детального анализа эволюции спектров первичных и
7 вторичных АГВ в случае наличия в вертикальном профиле фонового ветра критических
8 уровней, рассмотренных в [Gavrilov et al., 2026]. Вблизи критических уровней
9 вертикальная длина первичной ВГВ сильно уменьшается, и волна становится
10 неустойчивой, что позволяет ожидать более интенсивного усиления спектральных
11 составляющих, отличных от первичной волны [Gavrilov et al., 2026].

12 В данной работе продолжено численное моделирование с высоким разрешением
13 эволюции спектра вторичных волн, создаваемых плоской первичной АГВ, которая
14 распространяется в верхнюю атмосферу через критические уровни, где средняя скорость
15 ветра совпадает с горизонтальной фазовой скоростью первичной волны. Изучается
16 изменение волновых полей и спектров АГВ в областях критических уровней фонового
17 ветра в разные моменты времени после активации источника первичной волновой моды
18 на нижней границе модели.

19 ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ

20 Мы использовали трехмерную численную модель “AtmoSym” с высоким разрешением,
21 разработанную в [Gavrilov and Kshevetskii, 2014]. Она основана на плоской геометрии и
22 полных трехмерных уравнениях гидродинамики [см. Gavrilov et al., 2022]. Модель
23 AtmoSym учитывает диссипативные и нелинейные процессы, влияющие на
24 распространение АГВ, и может описывать такие сложные процессы, как неустойчивость и
25 разрушение волн, а также генерацию турбулентности. AtmoSym была верифицирована;
26 она воспроизводит соотношения между различными гидродинамическими параметрами,
27 близкие к теоретическим поляризационным соотношениям АГВ, когда нелинейность и
28 диссипация слабы [Gavrilov et al., 2015].

29 Фоновые динамические коэффициенты молекулярной вязкости и теплопроводности
30 рассчитываются по формуле Сазерленда [Kikoin, 1976]. Нижняя граница расчетной
31 области расположена на поверхности Земли. Модель AtmoSym также учитывает фоновую

турбулентную вязкость и теплопроводность, коэффициенты которых достигают максимумов $\sim 10 \text{ м}^2/\text{с}$ в пограничном слое и нижней термосфере и минимума $0,1 \text{ м}^2/\text{с}$ в стратосфере [Gavrilov and Kshevetskii, 2014].

На верхней границе установлены нулевые значения вертикальных градиентов температуры и горизонтальной скорости, а также нулевая вертикальная скорость [Gavrilov et al., 2022]. При таких условиях на верхней границе могут отражаться АГВ, приходящие из нижележащих слоев атмосферы. Верхняя граница в настоящем исследовании установлена на высоте 400 км, где молекулярная вязкость и теплопроводность достаточно высоки, вследствие чего отраженные волны подвергаются сильному затуханию.

Численные тесты показывают, что влияние верхних граничных условий несущественно на расстояниях от верхней границы, которые в два раза превышают высоту однородной атмосферы. Таким образом, на анализируемых ниже высотах до 300 км искажениями из-за влияния верхней границы можно пренебречь. В [Gavrilov et al., 2015, 2022]

моделировалось распространение нелинейных АГВ от источника плоских волн на нижней границе. В настоящем исследовании горизонтальное периодическое распределение вертикальной скорости на поверхности Земли имеет следующий вид:

$$(w)_{z=0} = W_0 \cos[k_x(x - c_x t)] \cos[k_y(y - c_y t)], \quad (1)$$

где k_x , k_y и c_x , c_y - волновые числа и фазовые скорости вдоль горизонтальных осей x и y соответственно; W_0 - амплитуда волнового источника. Уравнение (1) представляет собой движущуюся по горизонтали периодическую структуру вертикальной скорости, на нижней границе. Волновой источник (1) может имитировать спектральные Фурье-компоненты конвективных и турбулентных источников АГВ, переносимых средним ветром в атмосфере [Townsend, 1965, 1966]. Использование источника плоской волны (1) позволяет сравнивать результаты численного моделирования с традиционной теорией АГВ (например, [Gossard and Hooke, 1975]), которые также описывают свойства отдельных плоских Фурье-компонент. В настоящей работе мы провели расчеты для значений $k_y = 0$, что соответствует направлению горизонтальной оси x вдоль горизонтального волнового вектора плоской первичной АГВ, распространяющейся с горизонтальной фазовой скоростью $c_h = c_x$.

Аналогично [Gavrilov and Kshevetskii, 2023], спектры моделируемых волновых полей по горизонтальному волновому числу рассчитываются в разные моменты времени с

использованием значений моделируемых полей в узлах сетки на горизонтальных плоскостях, расположенных на фиксированных высотах. Использование волнового источника (1) и возбуждение плоской первичной ВГВ с горизонтально-однородным распределением амплитуды на нижней границе дает возможность разделения спектров первичной и вторичных волн, которые имеют горизонтальные длины, отличающиеся от горизонтальной длины первичной волны.

В работе [Gavrilov and Kshevetskii, 2014] показано, что резкое включение волнового источника (1) приводит к появлению начальных импульсов акустических и быстрых гравитационных волн, которые за несколько минут могут достигать высот более 100 км и иметь там заметные амплитуды. Чтобы замедлить скорость активации источника волн, мы умножаем W_0 в (1) на коэффициент

$$q(t) = \begin{cases} \exp[-(t - t_a)^2/s_a^2] & \text{at } t \leq t_a \\ 1 & \text{at } t > t_a \end{cases}, \quad (2)$$

который изменяется от нуля при $t = 0$ до 1 в момент $t = t_a$. Значение t_a ниже рассматривается как эффективное время активации волнового источника [Gavrilov et al., 2022]. При $t > t_a$ амплитуда источника (1) остается неизменной, что позволяет достичь квазистационарного режима АГВ при больших t . При малых значениях W_0 в (1) в нижних и средних слоях атмосферы при $t \gg t_a$ численное решение должно соответствовать линейной теории стационарных АГВ. В [Gavrilov et al., 2015] показано соответствие между моделируемыми отношениями амплитуд различных волновых полей и поляризационными соотношениями линейной теории АГВ [Gossard and Hooke, 1975] на высотах до 100 км.

В качестве начального условия для численного моделирования используется невозмущенное состояние атмосферы со стационарными фоновыми профилями температуры, плотности, молекулярной и турбулентной вязкости и молекулярной массы из модели NRLMSISE-00 (Picone et al., 2002) для января на широте 50° с. ш. в при средней солнечной активности ($F_{10.7} = 150$ с.е.п.). Для создания критических уровней для первичной волны в настоящем исследовании для проекции среднего ветра на направление первичной ВГВ использована гауссовская аппроксимация с максимумом 80 м/с на высоте 50 км, которая моделирует струйное течение в зимней средней атмосфере. Используемые профили фоновой температуры и ветра изображены на рис. 1 статьи [Gavrilov et al., 2026].

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

В работе [Medvedev and Gavrilov, 1995] проанализирована генерация АГВ в результате нелинейных взаимодействий, вызванных метеорологическими и турбулентными движениями в атмосфере. Было обнаружено, что такие взаимодействия способны формировать волновые моды, имеющие широкий спектр амплитуд, длин волн и других параметров. В настоящем исследовании анализируется поведение монохроматической плоской первичной АГВ, генерируемой наземным источником (1). Моделирование выполнено для значения горизонтальной фазовой скорости $c_h = 30$ м/с, которое соответствует сравнительно большой вертикальной длине АГВ, которая способна, с одной стороны, доходить от поверхности Земли до верхней атмосферы, а с другой стороны, --- достигать критических уровней внутри струйного течения в средней атмосфере. Исползованный профиль фонового ветра (см. рис. 1 в [Gavrilov et al., 2026]) имеет скорость 30 м/с на высотах 33 и 67 км, которые являются критическими уровнями для рассматриваемой первичной АГВ.

Как указано в п. 2, горизонтальная ось x направлена вдоль горизонтального волнового вектора первичной АГВ. При моделировании использовался волновой источник (1) с $k_y = 0$ и амплитудой вертикальной скорости в пределах $W_0 = 0.01 - 0.1$ мм/с. Малые амплитуды отвечают слабым АГВ и условию малости нелинейных эффектов. Источник (1) при $W_0 \sim 0.1$ мм/с создает достаточно интенсивные АГВ и значительные нелинейные взаимодействия в верхней атмосфере [Gavrilov and Kshevetskii, 2023].

Анализируемая область атмосферы имеет горизонтальный размер $L_h = 800$ км с нижней границей на земной поверхности и верхней границей на высоте 400 км. На горизонтальных границах этой области используются периодические условия [Gavrilov and Kshevetskii, 2014]. Число горизонтальных длин первичной волны внутри анализируемой области составляет $n = 4$, что отвечает горизонтальной длине волны $\lambda_h = L_h/n = 200$ км и периоду первичной АГВ $\tau = \lambda_h/c_h \sim 1.9$ ч. Шаг горизонтальной сетки численной модели равен $\Delta x = \lambda_h/32 = 6,25$ км, а шаг по времени выбирается автоматически и составляет несколько секунд. Расстояние между точками вертикальной сетки, содержащей 2000 узлов, определяется автоматически в зависимости от высоты однородной атмосферы и варьируется от примерно 3 м у земной поверхности до

нескольких сотен метров на высотах около 400 км, причем, почти 70% узлов сетки располагаются в тропосфере и средней атмосфере.

На рис. 1 в работе [Gavrilov et al., 2026] показаны примеры моделируемых волновых структур в безветренной атмосфере с реалистичным вертикальным профилем температуры для момента $t \sim 80\tau$ после активации волнового источника (1), которые показывают наклоненные к горизонту поверхности постоянной фазы, которые характерны для внутренних гравитационных волн (ВГВ). Теория плоских линейных стационарных ВГВ [Gossard and Hooke, 1975] дают оценки вертикальной длины волны $\lambda_z \sim 9-12$ км для $c_{xi} = 30 \text{ мс}^{-1}$ на высотах 50-100 км в январе.

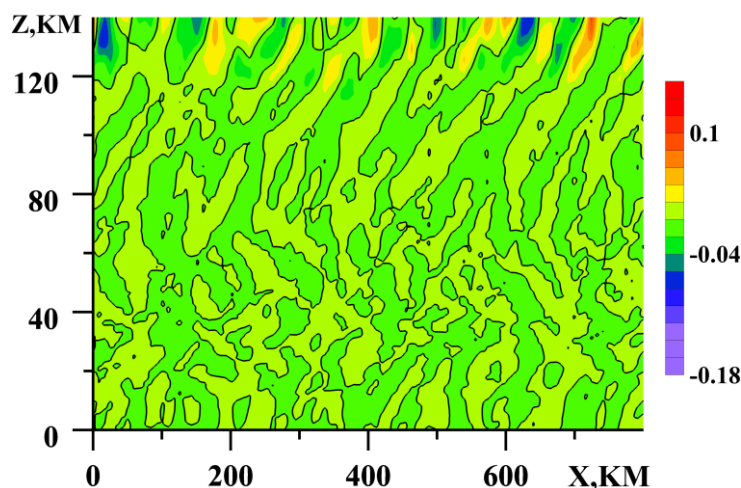


Рис. 1. Сечение волнового поля вертикальной скорости (в м/с) вертикальной плоскостью XOZ в момент $t = 2\tau$ после включения волнового источника на земной поверхности.

Контурные линии соответствуют нулевым значениям вертикальной скорости.

Fig. 1. The cross-section of vertical velocity wave field (in m/s) by the vertical XOZ plane at the moment $t = 2\tau$ after the wave source activating on the earth's surface. The contour lines correspond to zero values of the vertical velocity.

Поскольку за период волны τ энергия первичной ВГВ распространяется по вертикали на расстояние λ_z , время распространения первичной ВГВ до высоты 100 км в безветренной атмосфере составляет $\Delta t \sim 10\tau$. Рис. 1. в [Gavrilov and Kshevetskii, 2023] показывает, что значения λ_z стремятся к указанному выше теоретическому диапазону значений после достижения первичной ВГВ соответствующей высоты.

На рис. 1 показано сечение волнового поля вертикальной скорости в момент $t = 2\tau$. За это время первичная ВГВ распространилась до высот не более 20 км и волновой процесс на больших высотах в это время образован разбеганием первоначальных пакетов акустических волн и быстрых ВГВ. Поэтому, наклон волновых фронтов на рис. 1 на разных высотах носит хаотичный характер. В области высот критических уровней $z \sim 30 - 70$ км на рис. 1 не обнаруживается выраженных особенностей в наклоне волновых фронтов ВГВ. Это показывает, что критические уровни не оказывают значимого влияния на распространение первоначальных акустических и быстрых гравитационных волн.

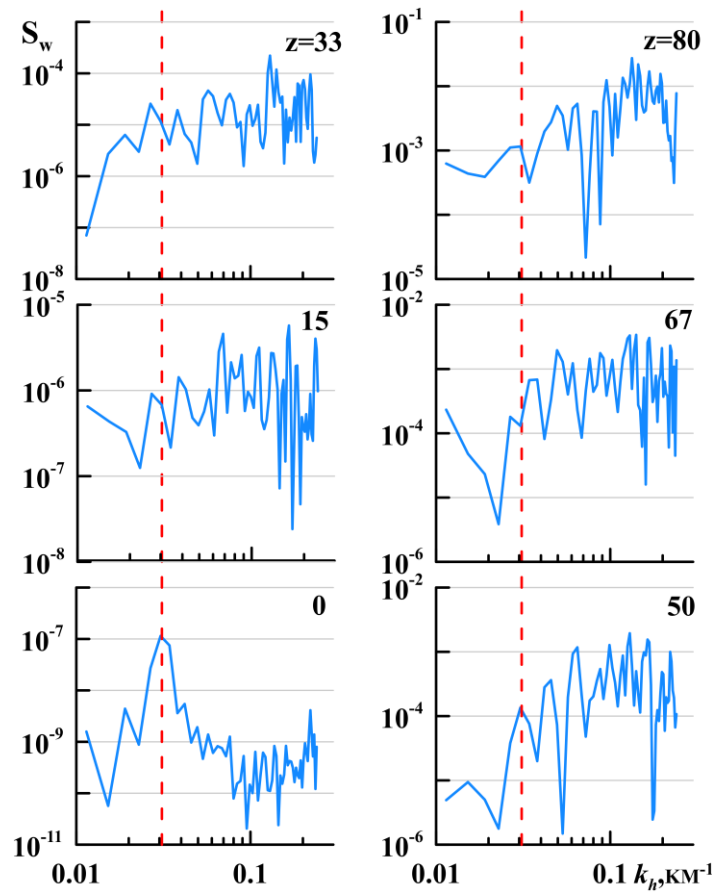


Рис. 2. Спектральная плотность вертикальной скорости S_w (в $\text{м}^3\text{с}^{-2}$) в зависимости от горизонтального волнового числа k_h на разных высотах z (указаны цифрами в км) в момент $t = 2\tau$ после включения волнового источника на земной поверхности.

Fig. 2. Spectral density of vertical velocity S_w (in $\text{м}^3\text{с}^{-2}$) as a function of horizontal wavenumber k_h at different heights z (indicated by numbers in km) at time $t = 2\tau$ after the wave source is turned on at the Earth's surface.

На рис. 2 приведены горизонтальные спектры вертикальной скорости на различных высотах для момента времени, соответствующего рис. 1. Видно, что главный спектральный пик, соответствующий первичной ВГВ на нижнем левом графике рис. 2 для земной поверхности ($z = 0$), не является доминирующим на высотах средней атмосферы.

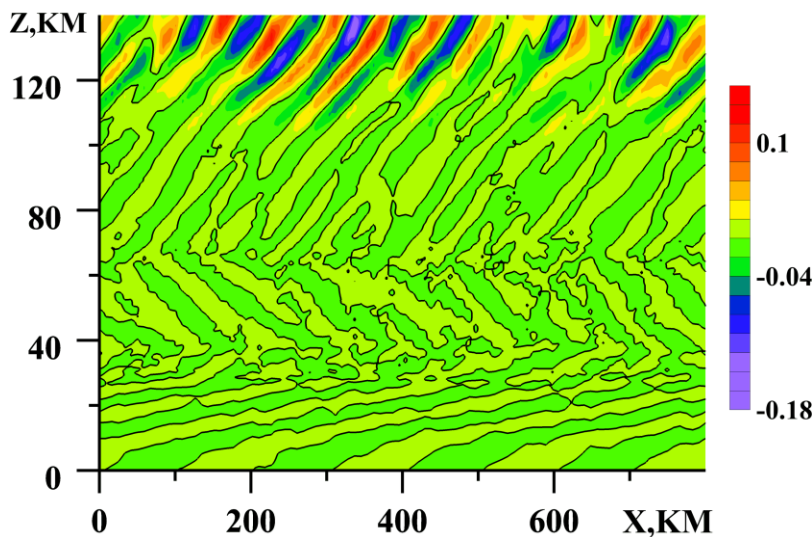


Рис. 3. То же, что на рис. 1, но для момента $t = 20\tau$.

Fig. 3. Same as Fig. 1, for $t = 20\tau$.

Рис. 3 показывает волновое поле вертикальной скорости для более позднего момента модельного времени, когда энергия первичной ВГВ распространилась до высот более 100 км. На высотах ниже 30 км видны наклонные фазовые поверхности, соответствующие восходящему распространению энергии ВГВ под углом к горизонту. На высотах 30 – 35 км вблизи нижнего критического уровня рис. 3 демонстрирует возникновение более мелкомасштабных неоднородностей. Они связаны с уменьшением вертикальной длины волны и потерей устойчивости первичной ВГВ вблизи критического уровня.

На высотах 35 – 65 км между нижним и верхним критическими уровнями на рис. 3 видны волновые фронты, имеющие наклон к горизонту в сторону противоположную наклону ниже 30 км. Это связано с тем, что между критическими уровнями $u_0 > c_h$ и внутренняя (intrinsic) частота ВГВ становится отрицательной. По этой причине, для поддержания положительной вертикальной групповой скорости требуется изменение знака вертикального волнового числа, что выражается в изменении наклона волновых

1 фронтов ВГВ на рис. 3. Выше 67 км вновь становится $u_0 < c_h$ и наклон волновых фронтов
 2 на рис. 3 становится таким же, как на высотах ниже 33 км.

3 Рис. 3 показывает, что количество наклонных волновых фронтов на высотах выше
 4 35 км (выше нижнего критического уровня) в 2 – 3 раза превышает количество фронтов
 5 первичной ВГВ ниже 30 км. Это показывает, что в областях критических уровней
 6 происходит генерация вторичных волновых мод с меньшими горизонтальными длинами,
 7 которые затем распространяются в верхнюю атмосферу.

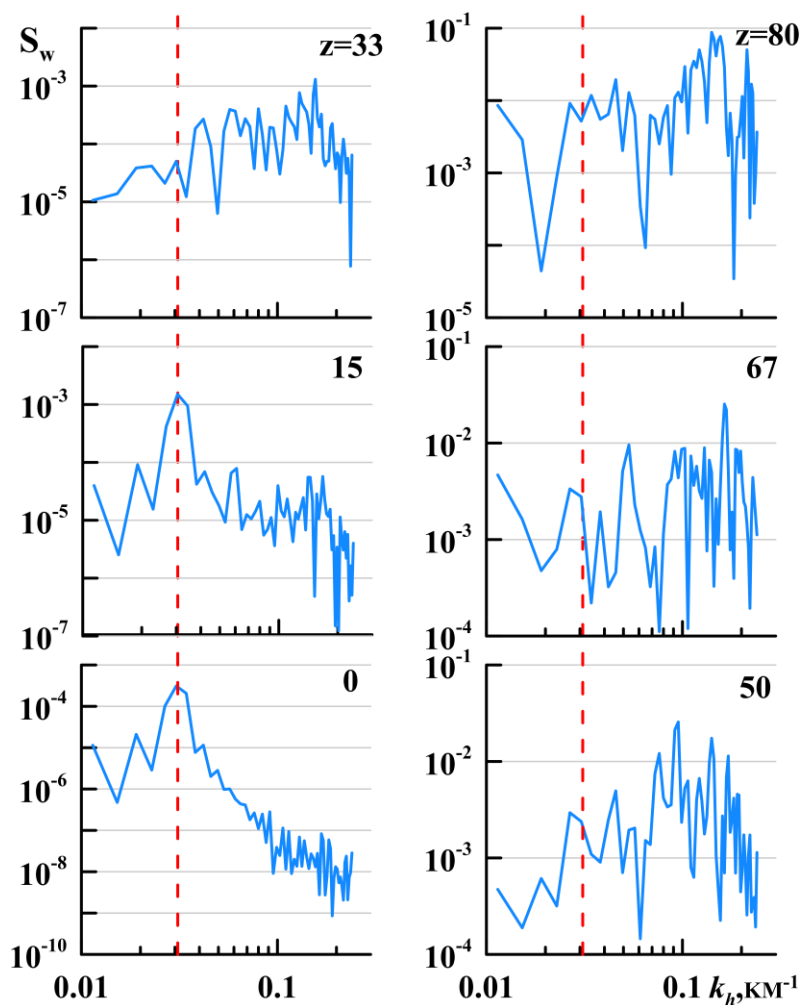


Рис. 4. То же, что на рис. 2, но для момента $t = 20\tau$.

Fig. 4. Same as Fig. 2, for $t = 20\tau$.

На рис. 4 показаны горизонтальные спектры вертикальной скорости для момента
 времени, соответствующего рис. 3. Видно, что на высотах выше 33 км пик,
 соответствующий первичной ВГВ практически пропадает, а энергия оказывается

сосредоточенной в области спектра, соответствующей вторичным модам с меньшими длинами волны.

На рис. 5 представлен фрагмент поля вертикальной волновой скорости в более поздний момент времени, когда энергия первичной ВГВ распространилась на все высоты анализируемой области атмосферы. Высокое разрешение этого рисунка позволяет видеть многочисленные мелкомасштабные неоднородности, вызванные генерацией вторичных волновых мод с меньшими горизонтальными и вертикальными длинами. Аналогично рис. 3, наклон волновых фронтов к горизонту изменяется на противоположный на высотах 35 – 65 км между нижним и верхним критическими уровнями.

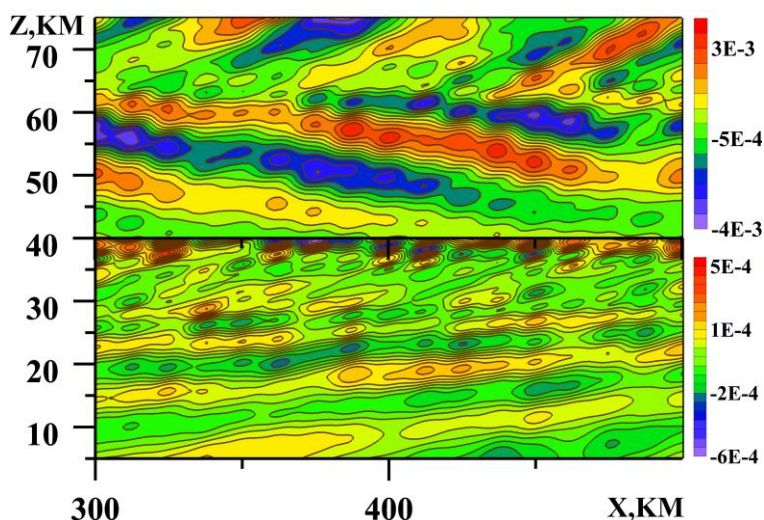


Рис. 5. Фрагменты волнового поля вертикальной скорости (в м/с) в вертикальной плоскости XOZ (аналогично рис. 1) в момент $t = 50\tau$.

Fig. 5. Fragments of the wave vertical velocity field (in m/s) in the vertical XOZ plane (similar to Fig. 1) at $t = 50\tau$.

Горизонтальные спектры вертикальной скорости для момента $t = 50\tau$ изображены на рис. 6. Они демонстрируют практическое отсутствие пика, соответствующего первичной ВГВ на высотах более 33 км. Это свидетельствует о значительном ослаблении первичной ВГВ при прохождении критических уровней и о переходе части ее энергии ко вторичным модам с меньшими горизонтальными длинами. Такие волновые компоненты способны преодолевать критические уровни и переносить энергию и импульс далее в верхнюю атмосферу.

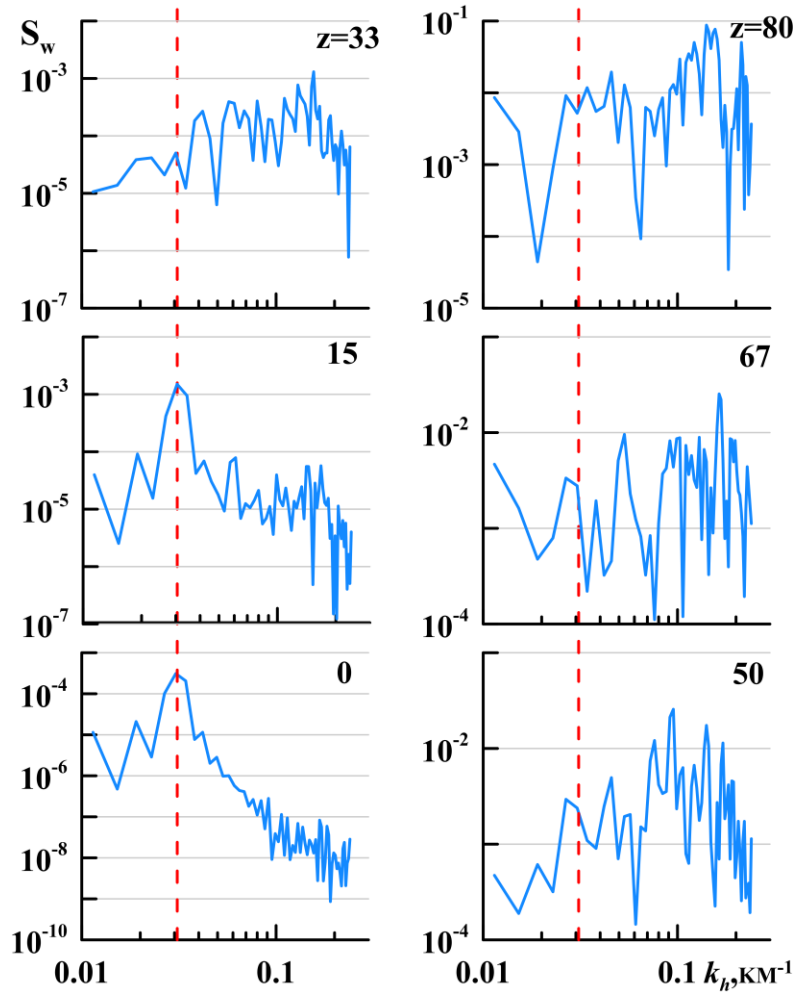


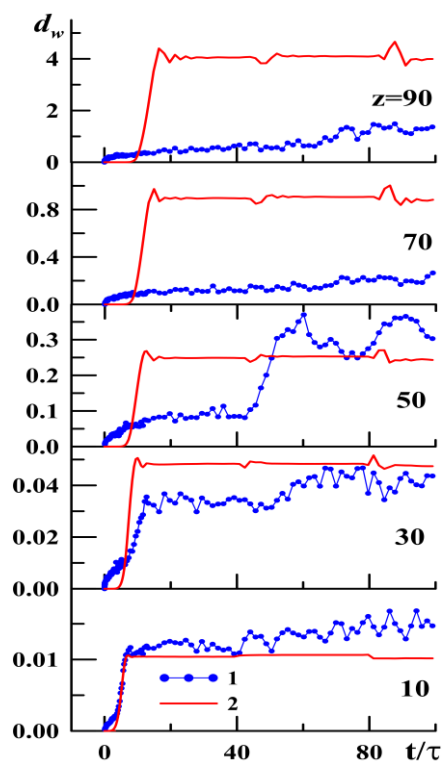
Рис. 6. То же, что на рис. 2, но для момента $t = 50\tau$.

Fig. 6. Same as Fig. 2, for $t = 50\tau$.

На рис. 7 показаны изменения во времени стандартного отклонения вертикальной скорости d_w на горизонтальных плоскостях, расположенных на разных высотах. Тонкими линиями показаны соответствующие величины для безветренной атмосферы. Нижний график на рис. 7 для высоты 10 км показывает, что при наличии среднего ветра и критических уровней значения d_w выше, чем в безветренной атмосфере. Это можно объяснить тем, что вторичные волновые моды, генерируемые в областях критических уровней среднего ветра, могут распространяться не только вверх, но и вниз --- в нижнюю атмосферу, где они могут накладываться на первичную ВГВ. В пользу такой интерпретации свидетельствует также нижний график на рис. 5, показывающий

1 значительные мелкомасштабные неоднородности не только в областях критических
2 уровней на высотах 30 – 70 км, но и на более низких высотных уровнях.

3 В областях критических уровней (высоты 30 – 50 км) рис. 7 показывает, что d_w
4 может достигать значений, сравнимых и даже больших, чем d_w в безветренной атмосфере,
5 но через значительно большие промежутки времени. Это связано с уменьшением
6 вертикальной длины волны и вертикальной групповой скорости первичной ВГВ в
7 областях критических уровней.



8
9 **Рис.7.** Стандартное отклонение вертикальной скорости в см/с на разных высотах (указаны
10 цифрами в км) при наличии критических уровней – 1 и в безветренной атмосфере – 2.

11 Fig. 7. Standard deviation of vertical velocity in cm/s at different altitudes (indicated by numbers
12 in km) in the presence of critical levels – 1 and in a windless atmosphere – 2.

13
14 Выше критических уровней на высотах 70 – 90 км значения d_w существенно
15 меньше, чем в безветренной атмосфере. Это связано с практически полным подавлением в
16 спектрах рис. 6 первичной ВГВ при прохождении двух критических уровней. Вследствие
17 этого, выше критических уровней остаются только вторичные моды, сумевшие
18 преодолеть эти уровни. Из графиков на рис. 7 для мезосферы ($z > 70$ км) следует рост

значений d_w со временем. Это показывает, что области критических уровней являются постоянно действующим источником вторичных ВГВ в атмосфере.

Диссипирующие ВГВ создают волновые ускорения, изменяющие средний ветер. В описываемых модельных расчетах вертикальное распределение фонового ветра задавалось в виде начального условия и могло меняться в процессе моделирования. Рис. 8 показывает изменение среднего ветра на разных высотах. Верхний и нижний графики на рис. 8 показывают, что вдали от критических уровней динамическое воздействие нелинейных ВГВ приводит к увеличению среднего ветра. Вблизи критических уровней на высотах 30 – 70 км скорость среднего ветра уменьшается.

Это связано с тем, что при $u_0 < c_h$ ниже и выше области критических уровней $\omega > 0$ и ВГВ, распространяющиеся в сторону среднего ветра создают ускорения в направлении ветра. Между критическими уровнями $u_0 \geq c_h$, соответственно, $\omega \leq 0$, и волны, распространяющиеся попутно ветру, создают тормозящие ускорения среднего ветра.

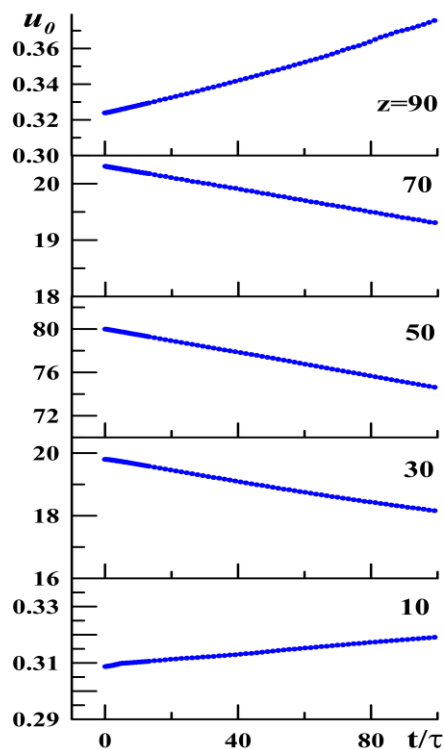


Рис. 8. Изменение средней горизонтальной скорости в м/с на разных высотах (указаны цифрами в км).

Fig. 8. Change in the mean horizontal velocity in m/s at different altitudes (indicated by numbers in km).

ОБСУЖДЕНИЕ.

Проблема критических уровней обусловлена наличием сингулярностей, в которых коэффициенты линеаризованных волновых уравнений (например, [Gossard and Hooke, 1975]) стремятся к бесконечности. Для Фурье-компоненты с наблюдаемой частотой σ и горизонтальным волновым числом k_h такая сингулярность возникает, когда внутренняя частота $\omega = \sigma - k_h u_0 \rightarrow 0$, что эквивалентно $c_h \rightarrow u_0$. Вертикальная групповая скорость $c_{gz} \sim -\omega/m \rightarrow 0$ вблизи критического уровня. Это означает, что энергия волны должна распространяться квази-горизонтально вдоль критического уровня, причем волна должна подвергаться сильной диссипации (поскольку $|m| \rightarrow \infty$) вблизи критического уровня.

Однако на рис. 3 и 5 видно, что вблизи критических уровней в струйном течение на высотах 33 и 67 км происходит разрушение наклонных волновых фронтов первичной ВГВ и появление мелкомасштабных структур. Это свидетельствует об интенсивной генерации вторичных волновых мод. Исследования спектра вторичных волн [Гаврилов и Кшевецкий, 2023] показали преобладание амплитуд спектральных компонент с горизонтальными волновыми числами $k_h = 2k_0$ и $k_h = 3k_0$, где k_0 — горизонтальное волновое число первичной ВГВ. Горизонтальные фазовые скорости вторичных волн могут отличаться от скорости первичной ВГВ, поэтому, они могут распространяться через критические уровни. Таким образом, слои с более мелкомасштабными возмущениями видны выше критических уровней на высотах 33 и 67 км на рис. 3 и 5. Анализ спектров на рис. 4 и 6 подтверждает, что после прохождения критических слоев на высоте 80 км первичная ВГВ значительно ослаблена и волновая энергия сосредоточена в области спектра вторичных волн с $k_h > k_0$. Таким образом, вторичные ВГВ могут обеспечивать передачу волновой энергии через критические уровни.

На рис. 3 и 5 на высотах между 30 и 65 км волновые фронты ВГВ наклонены к горизонту в противоположных направлениях по сравнению с волнами за пределами этого слоя. Это связано с тем, что внутренняя частота ВГВ с $c_h = 30$ м/с отрицательна между нижним и верхним критическими уровнями, $\omega < 0$, и для обеспечения восходящего потока энергии и положительной вертикальной групповой скорости $c_{gz} \sim -\omega/m$ знак вертикального волнового числа m изменяется на противоположный.

В работе [Vadas et al., 2023] показано, что полярное струйное течение в стратосфере может генерировать вторичные волновые моды, которые могут

1 распространяться вверх и вниз от высот 50–60 км, где происходит разрушение первичных
2 ВГВ. Вторичные гравитационные волны, распространяющиеся вверх и вниз, были
3 зарегистрированы с помощью рэлеевского лидара в обсерватории АЛОМАР на севере
4 Норвегии и рассчитаны с помощью модели общей циркуляции атмосферы с высоким
5 пространственным разрешением [Vadas et al., 2023]. Полученные на нижнем графике рис.
6 7 значения стандартного отклонения вертикальной скорости d_w на высоте 10 км, которые
7 превосходят соответствующие значения для безветренной атмосферы, подтверждают
8 наличие волновых пакетов, распространяющихся вниз из зоны активной генерации
9 вторичных ВГВ в областях критических слоев.

10 В работах [Vadas et al., 2003, 2023] механизм генерации вторичных волн, согласно
11 которому первичные ВГВ с возрастающими с высотой амплитудами,
12 распространяющиеся из нижней атмосферы, теряют устойчивость, разрушаются и
13 создают неоднородности волновых ускорений и притоков тепла, которые генерируют
14 вторичные волны. Этот процесс может повторяться и проходить несколько циклов по
15 мере распространения волновой энергии из нижней атмосферы в термосферу.

16 Моделирование развития спектра вторичных волн в [Gavrilov and Kshevetskii, 2023]
17 с последовательным появлением спектральных компонент с горизонтальными волновыми
18 числами $k_h = 2k_0$, $k_h = 3k_0$... показывает существование альтернативного механизма,
19 описываемого теорией тройных резонансных взаимодействий нелинейных волн [Dubinina
20 et al., 2006], когда две волны с волновыми числами k_1 и k_2 могут передавать энергию
21 модам с волновыми числами $k_1 + k_2$. В [Gavrilov and Kshevetskii, 2023] показано, что после
22 включения волнового источника (1) в спектре, кроме первичной ВГВ, появляется
23 вторичный пик с удвоенным значением волнового числа $k_h = 2k_0$. Затем, взаимодействие
24 этой вторичной моды с первичной ВГВ создает пик на $k_h = 3k_0$, и т.д. В результате, через
25 некоторое время спектры вторичных волн на рис. 2, 4, и 6 демонстрируют
26 многочисленные максимумы в области $k_h > k_0$.

27 Для указанных трехволновых резонансных взаимодействий, в принципе, не
28 требуется больших амплитуд и разрушения первичных волновых мод. Однако, в областях
29 критических уровней, где происходит резкое уменьшение вертикальной длины и
30 увеличение амплитуды первичной ВГВ, передача энергии вторичным волновым модам
31 активизируется. Кроме того, резонансные взаимодействия волн с волновыми числами k_1 и

1 k_2 могут приводить к возбуждению моды с $k_h = k_1 - k_2$, обеспечивая перенос энергии в
2 длинноволновую область спектра.

3 Моделирование, проведенное в рамках данной работы, подтверждает важность
4 вторичных волн для возмущения верхних слоев атмосферы. Усиленная генерация
5 вторичных волн вблизи критических уровней в струйных течениях, расположенных в
6 средних слоях атмосферы, способствует повышению активности ВГВ в верхних слоях
7 атмосферы.

8 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

9 С помощью численной модели высокого разрешения смоделировано распространение
10 акустико-гравитационных волн (АГВ) в нижней и средней атмосфере. Профиль фоновой
11 скорости ветра содержит струйное течение в средней атмосфере, которое
12 аппроксимируется гауссовской функцией с максимумом на высоте 50 км и содержит
13 критические уровни, на которых горизонтальная скорость ветра равна горизонтальной
14 фазовой скорости первичной АГВ. Источник волн задан в виде плоских волновых
15 возмущений вертикальной скорости, распространяющихся вдоль поверхности Земли.

16 Расчеты показывают, что часть волновой энергии может проходить через критические
17 слои и распространяться дальше в верхние слои атмосферы. В областях критических
18 уровней происходит усиленное образование вторичных волновых мод, которые могут
19 преодолевать критические уровни и обеспечивать проникновение волновой энергии в
20 верхнюю атмосферу.

22 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

23 1. Bacmeister J.T., Schoeberl M.R. Breakdown of vertically propagating two-dimensional
24 gravity waves forced by orography. *J. Atmos. Sci.* 1989. Vol. 46. Pp. 2109–2134.

25 2. Becker E., Vadas S. L. Secondary gravity waves in the winter mesosphere: Results from a
26 high-resolution global circulation model. *J. Geophys. Res. Atmos.* 2018. Vol. 123. No. 5. Pp.
27 2605-2627. <https://doi.org/10.1002/2017JD027460>.

28 3. Becker E., Vadas S. L. Explicit global simulation of gravity waves in the thermosphere. *J.*
29 *Geophys. Res. Space Phys.* 2020. Vol. 125. No. 10. e2020JA028034.
30 <https://doi.org/10.1029/2020JA028034>

- 1 4. Bidlingmayer E.R., Pogoreltsev A.I. Numerical modeling of the transformation of
2 acoustic-gravitational waves into temperature and viscous waves in the atmosphere. *Izvestia.*
3 *Atmos. Oceanic Phys.* 1992. Vol. 28. No. 1. Pp. 64-74. (in Russian)
- 4 5. Chen C., Chu X., Zhao J., et al. Lidar observations of persistent gravity waves with
5 periods of 3–10 h in the Antarctic middle and up-per atmosphere at McMurdo (77.83° S, 166.67°
6 E). *J. Geophys. Res. Space Phys.* 2016. Vol. 121. Pp. 1483–1502.
7 <https://doi.org/10.1002/2015JA022127>
- 8 6. Dubinina V.A., Kurkin A.A., Pelinovsky E.N., et al. Resonant three-wave interactions of
9 Stokes edge waves. *Izvestia. Atmos. Oceanic Phys.* 2006. Vol. 42. No. 2. Pp. 254-261. (in
10 Russian)
- 11 7. Franke P.M., Robinson W.A. Nonlinear behavior in the propagation of atmospheric
12 gravity waves. *J. Atmos. Sci.* 1999. Vol. 56. Pp. 3010–3027.
- 13 8. Fritts D.C., Vadas S.L., Wan K., Werne J.A. Mean and variable forcing of the middle
14 atmosphere by gravity waves. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2006. Vol. 68. No. 3-5. Pp. 247–265.
15 <https://doi.org/10.1016/j.jastp.2005.04.010>
- 16 9. Fritts D.C., Wan K., Werne J., et al. Modeling the implications of Kelvin-Helmholtz
17 instability dynamics for airglow observations. *J. Geophys. Res. Atmos.* 2014. Vol. 119. Pp.
18 8858–8871. <https://doi.org/10.1002/2014JD021737>
- 19 10. Gavrilov N.M., Krshevetsky S.P. Numerical modeling of the propagation of nonlinear
20 acoustic-gravity waves in the middle and upper atmosphere. *Izvestia. Atmos. Oceanic Phys.*
21 2014. Vol. 50, No. 1. Pp. 66-72. <https://doi.org/10.1134/S0001433813050046>
- 22 11. Gavrilov N.M., Kshevetsky S.P. Identification of spectrum of secondary acoustic-gravity
23 waves in the middle and upper atmosphere in a high-resolution numerical model. *Solar-*
24 *Terrestrial Physics*. 2023. Vol. 9, No. 3. Pp. 86–92. <https://doi.org/10.12737/stp-93202310>
- 25 12. Gavrilov N.M., Kshevetskii S.P., Koval A.V., Kurdiaeva Yu.A. Critical level influence
26 on spectra of secondary gravity waves in the middle and upper atmosphere. *Solar-Terr. Phys.*
27 2026. Vol. 12, No. 1, Pp. 115–124. (In Russ.) <https://doi.org/10.12737/szf-121202612>
- 28 13. Gavrilov N.M., Kshevetskii S.P., Koval A.V. Verifications of the high-resolution
29 numerical model and polarization relations of atmospheric acoustic-gravity waves. *Geosci.*
30 *Model Dev.* 2015. Vol. 8. Pp. 1831–1838. <https://doi.org/10.5194/gmd-8-1831-2015>

14. Gavrilov N.M., Kshevetskii S.P., Koval A.V. Decay times of atmospheric acoustic-gravity waves after deactivation of wave forcing. *Atmos. Chem. Phys.* 2022. Vol. 22. Pp. 13713–13724. <https://doi.org/10.5194/acp-22-13713-2022>
15. Gavrilov N.M., Kshevetskii S.P., Koval A.V. Kurdyeva Yu.A. Tunneling of acoustic-gravity waves through critical levels to the upper atmosphere. *Adv. Space Res.* 2025. Vol. 75. No. 4. Pp. 3661–3670. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2024.12.005>
16. Gossard E.E., Hooke W.H. *Waves in the Atmosphere: Atmospheric Infrasound and Gravity Waves: Their Generation and Propagation*. Elsevier Sci. Publ. Co., 1975, 456 p.
17. Heale C.J., Inchin P.A., Snively J.B. Primary versus secondary gravity wave responses at F-region heights generated by a convective source. *J. Geophys. Res. Space Phys.* 2022. Vol. 127. e2021JA029947. <https://doi.org/10.1029/2021JA029947>
18. Kikoin I.K. *Tables of Physical Quantities*. Moscow: Atomizdat, 1976. Pp. 272–279. (in Russ.)
19. Liu X., Xu J., Liu H., Ma R. Nonlinear interactions between gravity waves with different wavelengths and diurnal tide. *J. Geophys. Res. Atmos.* 2008. Vol. 1139, No. 8. Pp. D08112. <https://doi.org/10.1029/2007JD009136>
20. Medvedev A.S., Gavrilov N.M. The nonlinear mechanism of gravity wave generation by meteorological motions in the atmosphere. *J. Atmos. Terr. Phys.* 1995. Vol. 57. Pp. 1221–1231.
21. Miyoshi Y., Fujiwara H., Jin H., Shinagawa H. A. Global view of gravity waves in the thermosphere simulated by a general circulation model. *J. Geophys. Res. Space Phys.* 2014. Vol. 119, No. 7. Pp. 5807–5820. <https://doi.org/10.1002/2014JA019848>
23. Pogoreltsev A.I., Pertsev N.N. Influence of the background wind on the formation of the structure of acoustic-gravitational waves in the thermosphere. *Izvestia. Atmos. Oceanic Phys.* 1995. Vol. 31, No. 6. Pp. 755–760. (in Russ.)
24. Smith R.B., Nugent A.D., Kruse C.G., et al. Stratospheric gravity wave fluxes and scales during DEEPWAVE. *J. Atmos. Sci.* 2016. Vol. 73, No. 7. Pp. 2581–2869. <https://doi.org/10.1175/JAS-D-15-0324.1>
25. Townsend A.A. Excitation of internal waves by a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* 1965. Vol. 22. Pp. 241–252.
26. Townsend A.A. Internal waves produced by a convective layer. *J. Fluid Mech.* 1966. Vol. 24. Pp. 307–319.

- 1 27. Vadas S.L., Fritts D.C., Alexander M.J. Mechanism for the generation of secondary
2 waves in wave breaking regions. *J. Atmos. Sci.* 2003. Vol. 60, No. 1. Pp. 194-214.
3 <https://doi.org/10.1029/2004JD005574>
- 4 28. Vadas S.L., Becker E., Bossert K., et al. Secondary gravity waves from the stratospheric
5 polar vortex over ALOMAR Observatory on 12-14 January 2016. *J. Geophys. Res. Atmos.* 2023.
6 Vol. 128. e2022JD036985. <https://doi.org/10.1029/2022JD036985>
- 7 29. Yiğit E., Medvedev A.S. Heating and cooling of the thermosphere by internal gravity
8 waves. *Geophys. Res. Lett.* 2009. Vol. 36. L14807. <https://doi.org/10.1029/2009GL038507>
- 9 30. Yu Y., Hickey M.P., Liu Y. A numerical model characterising internal gravity wave
10 propagation into the upper atmosphere. *Adv. Space Res.* 2009. Vol. 44. Pp. 836–846.
11 <https://doi.org/10.1016/j.asr.2009.05.014>
- 12 31. Zhao J., Chu X., Chen C., et al. Lidar observations of stratospheric gravity waves from
13 2011 to 2015 at McMurdo (77.84° S, 166.69° E), Antarctica: 1. Vertical wavelengths, periods,
14 and frequency and vertical wave number spectra. *J. Geophys. Res. Atmos.* 2017. Vol. 122. No.
15 10, Pp. 5041–5062. <https://doi.org/10.1002/2016JD026368>

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Гаврилов Николай Михайлович, д-р физ.-мат. наук, профессор, Санкт-петербургский гос. университет, Санкт-Петербург, Россия
n.gavrilov@spbu.ru,
<https://orcid.org/0000-0002-3944-9433>

Кшевецкий Сергей Петрович, д-р физ.-мат. наук, профессор, Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия,
renger@mail.ru,
<https://orcid.org/0000-0002-2845-8342>

Коваль Андрей Владиславович, д-р физ.-мат. наук., профессор, Санкт-петербургский гос. университета, Санкт-Петербург, Россия
a.v.koval@spbu.ru,
<https://orcid.org/0000-0001-6446-1808>

Курдяева Юлия Андреевна, канд. Физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., Калининградский филиал ИЗМИРАН, Калининград, Россия,
yakurdyeva@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0001-6459-0642>

ABOUT THE AUTHORS

Gavrilov Nikolai M., Ph.D. (Physics and Mathematics), Professor, Saint-Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia
n.gavrilov@spbu.ru,
<https://orcid.org/0000-0002-3944-9433>

Krshevetskii Sergey P., Ph. D. (Physics and Mathematics), Professor, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia,
renger@mail.ru,
<https://orcid.org/0000-0002-2845-8342>

Koval Andrey V., Ph. D. (Physics and Mathematics), Professor, Saint-Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia
a.v.koval@spbu.ru,
<https://orcid.org/0000-0001-6446-1808>

Kurdyeva Yulia A., Cand. Sc. (Physics and Mathematics), Senior researcher, Kaliningrad branch of IZMIRAN, Kaliningrad, Russia,
yakurdyeva@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0001-6459-0642>