

Моделирование распространения плоской упругопластической волны с учетом разгрузки, связанной с пластическими деформациями*

В. С. Иванов, В. М. Кац, В. А. Морозов

Санкт-Петербургский государственный университет,
Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

Для цитирования: *Иванов В. С., Кац В. М., Морозов В. А.* Моделирование распространения плоской упругопластической волны с учетом разгрузки, связанной с пластическими деформациями // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2025. Т. 12 (70). Вып. 4. С. 742–752. EDN NVUNBO

Разработана нетрадиционная модель распространения плоской упругопластической волны с учетом разгрузки, связанной с пластическими деформациями, и проведен численный расчет распространения упругопластического импульса механического напряжения. Модель построена на основе анализа воздействия импульсного электронного пучка средней мощности на алюминиевую пластину, изготовленную из материала марки А995, близкого к монокристаллу с малым значением предела текучести и возбуждения в ней ударно-волнового импульса напряжения, а также рассмотрения формирования такого импульса в неравновесной приповерхностной области нагружения. Показано, что при этом происходит быстрое затухание амплитуды упругопластической волны, особенно при распространении коротких импульсов напряжения. Адекватность представленной модели рассматриваемому процессу подтверждена экспериментальными данными.

Ключевые слова: плоская упругопластическая волна, пластическая волна разгрузки, ударное нагружение электронным пучком, неравновесные процессы.

1. Введение. Исследование динамики высокоскоростного нагружения материалов является одной из сложнейших задач механики. Особенную трудность представляет изучение процессов, происходящих в приповерхностной области твердого тела при воздействии импульсов нагружения в субмикросекундном и наносекундном диапазонах длительности. Это связано с аномальной зависимостью от расстояния основных характеристик ударно-волнового процесса.

Разработанные в последние десятилетия способы генерации коротких механических импульсов в твердых телах с помощью лазеров и пучков заряженных частиц, а также развитие методов регистрации таких импульсов напряжения позволяют проводить исследования поведения материалов в тонкой приповерхностной зоне ударного нагружения. Эта область характеризуется существенно неустановившимися неравновесными ударно-волновыми процессами, описание которых в реальных средах не решается в рамках представлений механики сплошных сред [1, 2]. При этом в подавляющей части работ, посвященных поведению сплошной среды

*Работа выполнена при финансовой поддержке Санкт-Петербургского государственного университета (проект № 116636233).

© В. С. Иванов, В. М. Кац, В. А. Морозов, 2025

при ударном нагружении, исследуются установившиеся или квазиустановившиеся процессы. Процессы на начальной стадии нагружения (неустановившиеся процессы вблизи поверхности нагружения) при этом моделируются введением интегральных величин, например параметра инкубационного времени [3]. Такой подход достаточно хорошо описывает прочностные характеристики материала, отступая на некоторое малое расстояние от поверхности нагружения или спустя малое время от начала процесса, но оставляет открытым вопрос о выборе адекватной области, рассматриваемой как зона релаксации, что требует отдельного трудоемкого исследования для каждой конкретной задачи. Эта трудность объясняется отсутствием оценки параметров релаксации у разработанных моделей динамического нагружения.

Качественное описание формирования волн напряжений вблизи поверхности материала, нагружаемого кратковременным импульсным электронным пучком, проведенное на основе выполненных экспериментов, пожалуй, впервые приведено в работе [4]. В монографии [5] рассмотрены особенности формирования волн напряжений в термоупругой среде. В частности, проанализировано формирование волн вблизи нагружаемой поверхности. В книге [6] рассматривается формирование знакопеременных импульсов нагрузки вблизи поверхности нагружения, генерируемых импульсным тепловыделением от электронного излучения, в акустическом приближении. Представлены результаты компьютерного моделирования генерации волн сжатия и растяжения в металлической мишени. Предполагается, что скорость распространения волны сжатия меняется слабо. Однако, как отмечено в работе [5], эта скорость, релаксируя от неравновесного к стационарному состоянию, меняется существенно.

На основе проведенных нами экспериментов дан анализ формирования волн напряжений вблизи нагружаемой поверхности импульсным электронным пучком [7]. Показано, что формирование волн начинается не с поверхности образца, как при лазерном нагружении, а в некоторой области, определяемой глубиной пробега электронов в среде. От границы данной области начинается релаксация амплитуды волны сжатия. Установлено, что в релаксационной области происходят сильно неравновесные нестационарные процессы, которые характеризуются изменением скорости продольной волны сжатия и напряжения от некоторого значения, определяемого параметрами удара, до своего стационарного значения. Отмечено, что релаксационный процесс осуществляется одноволновым способом, несмотря на большую амплитуду напряжения, и только после его завершения происходит разделение волн на упругую часть (упругий предвестник) и пластическую часть, о чем сообщалось в наших работах [8, 9].

Отметим, что, как в работе [5], так и в работе [6], не учитываются релаксационные неравновесные процессы формирования волны напряжения вблизи поверхности нагружения, т. е. рассматриваются только установившиеся процессы. Данное обстоятельство ставит под сомнение правильность выбора начальных и граничных условий решаемой численно задачи, что будет учтено далее в настоящем исследовании.

При исследовании зависимости между напряжением и деформацией в условиях распространения продольных плоских волн в безграничной среде в статье Д. Вуда [10], пожалуй, впервые была обнаружена интересная особенность. Оказалось, что снятие нагрузки, вызвавшей упругопластическую деформацию, приводит к появлению вторичных пластических деформаций, т. е. разгрузка связана как с упругими, так и с пластическими деформациями. Эта особенность рассматриваемого в

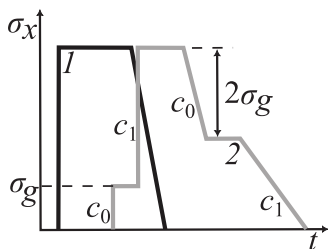


Рис. 1. Схематическое изображение распространения упругопластической волны: 1 — волновой профиль упругого импульса напряжения, 2 — волновой профиль упругопластического импульса, σ_g — амплитуда упругого предвестника [11].

работе Д. Вуда случая существенно отличает его от случая волн в тонких длинных стержнях, где волны разгрузки полностью упруги. Отмеченная особенность более основательно проанализирована в работе [11], в которой рассмотрены основные закономерности упругопластического деформирования твердого тела в одномерных ударных волнах при одноосно-напряженном состоянии. Важным, на наш взгляд, является отмеченное в работе [11] замечание, что с наличием упругих предвестников разряжения связано ускоренное (по сравнению с гидродинамическим) затухание упругопластических волн.

Затухание импульса в данном случае осуществляется таким образом (рис. 1), что упругая часть волны разгрузки (имеющая скорость c_0) «догоняет» пластическую часть волны первичного нагружения (двигающуюся с меньшей скоростью c_1) и «срезает» его амплитуду. Это приводит к быстрому уменьшению амплитуды импульса по сравнению с гидродинамическим режимом распространения волны.

Переход от упругого (временной профиль 1) к пластическому (временной профиль 2) деформированию происходит при напряжении $\sigma_x = \sigma_g$, где σ_g — амплитуда упругого предвестника. Участок упругой деформации при разгрузке (временной профиль 2) имеет величину напряжения $2\sigma_g$. Из-за различия продольных сжимаемостей в упругой и пластической областях деформирования волна сжатия и разряжения расщепляются с выделением упругих предвестников (временной профиль 2), распространяющихся со скоростью продольных звуковых волн c_0 , условно показанных на рис. 1. Скорости распространения возмущений в пластической области c_1 будут меньше скорости продольных звуковых волн (временной профиль 2). Отметим, что с этой скоростью c_1 движутся как фронт пластической волны сжатия, так и разряжения.

2. Постановка задачи. Процесс описания нагружения металлов (в частности, алюминия) кратковременным электронным пучком средней мощности (не приводящей к плавлению материала среды), по нашему представлению, можно разбить на три периода. Сначала происходит процесс формирования волн напряжений вблизи поверхности нагружения материала (на глубине проникновения электронов в материал). В процессе формирования происходит разделение волн сжатия и растяжения. Волна сжатия уходит от волны растяжения. В данной работе нас интересует распространение только волны сжатия. Далее на некотором интервале пути распространения волны напряжения сжатия реализуются неравновесные нестационарные релаксационные процессы, которые характеризуются изменением скорости продольной волны сжатия, а также амплитуды напряжения этой волны от некоторого значения, определяемого параметрами воздействия, до своего стационарного значения. После завершения релаксационного процесса происходит разделение волны сжатия на упругую часть (упругий предвестник) и пластическую часть (пластическая вол-

на), т. е. реализуется стационарный процесс распространения упругопластической волны.

Первые два периода исследованы и описаны нами в работе [7]. При этом решение проводится с помощью традиционной модели, описывающей распространение волн в твердых телах на основе решения полной системы уравнений движения. В настоящей работе цель исследования заключается в построении модели и численном расчете задачи распространения продольной упругопластической волны напряжения в стационарной области при кратковременном импульсном нагружении алюминиевой пластины электронным пучком и сравнении расчетных данных с экспериментальными. При такой постановке задачи рассматривается распространение волновых возмущений в полупространстве.

Как было сказано выше, при кратковременном нагружении образца импульсным электронным пучком необходимо учитывать неравновесные процессы вблизи поверхности нагружения. Так как нами решается стационарная задача распространения упругопластической волны, то начало ее распространения сдвинуто от поверхности на величину длины зоны релаксации. Проведенные в работе [7] исследования по короткому ударному воздействию электронного пучка на алюминиевую мишень марки А995 с малым значением предела текучести и движению ударного импульса напряжения показали, что время его релаксации от некоторого первоначального значения и до квазистационарного составило 144 нс, а длина релаксации — 0.9 мм. Ввиду этого в настоящей работе при расчете амплитуда исходного импульса напряжения 235 МПа бралась не на поверхности образца, а на его толщине 0.9 мм, где релаксация закончилась и происходит разделение волн на упругую часть (упругий предвестник) и пластическую часть.

Движение, связанное с продольными плоскими волнами в данной задаче, является одномерным. Следовательно, перемещение материала u должно всегда происходить в направлении распространения волны, обозначаемом лагранжевой координатой x .

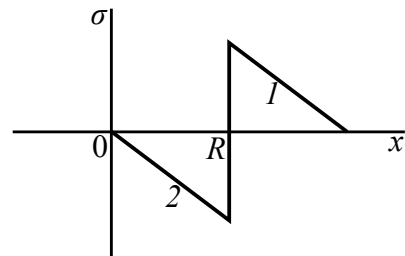


Рис. 2. Сформировавшиеся импульсы напряжения. 1 — импульс сжатия, 2 — импульс растяжения.

В случае тепловыделения в области вклада энергии электронного пучка треугольной формы и прямоугольного по времени при соответствующем соотношении характерных параметров задачи волна напряжения имеет разрыв между сжимающей и растягивающей волнами (рис. 2).

Далее треугольная волна сжатия уходит от волны растяжения и при дальнейшем увеличении длительности тепловыделения ненапряженный участок между волнами все более увеличивает свою длину. В связи с этим обстоятельством в нашем исследовании рассматривается распространение только сжимающей волны напряжения. Нетрадиционность нашей модели заключается в том, что изначально не задаются и не решаются уравнения движения. Задаются первоначально только

конфигурация волнового импульса сжатия, близкая к экспериментальному в виде равнобедренного треугольника. На фронте импульса отмечается величина упругого предвестника σ_g (см. рис. 1), которая составляет $1/8$ от амплитуды импульса σ_m . Эта часть волнового импульса распространяется вдоль оси X со скоростью продольных звуковых волн c_0 . На спаде волнового профиля импульса наблюдается величина двойной амплитуды упругого предвестника $2\sigma_g$ (рис. 1) от вершины импульса. Эта часть импульса также движется вдоль оси X со скоростью c_0 . Величина спада импульса $(\sigma_m - 2\sigma_g)$ распространяется со скоростью пластической волны c_1 . С этой же скоростью c_1 движется часть фронта волнового импульса $(\sigma_m - \sigma_g)$.

Процесс распространения импульса механического напряжения может быть представлен следующим образом (рис. 1): упругий предвестник движется со скоростью c_0 , пластический фронт нагружения со скоростью c_1 , упругий фронт разгрузки вновь со скоростью c_0 и, наконец, пластический фронт разгрузки со скоростью c_1 . Отметим, что в данной задаче мы задаемся только вопросом о движении волны вглубь материала.

В дальнейшем параметры импульса и свойства среды приняты аналогичными с нашим экспериментальным исследованием [7]. Исходный импульс напряжения выбирается в виде равнобедренного треугольника с шириной на половине амплитуды, равной длительности экспериментального импульса 70 нс. Амплитуда импульса 235 МПа и в относительных параметрах берется за единицу. Начало движения упруго-пластической волны сдвинуто от поверхности образца на 0.9 мм, т. е. на глубину формирования волны плюс длину зоны релаксации. Толщины образцов, на которых проводились измерения напряжений, и их расчет составляли: 1.8 мм; 2.5 мм; 3.5 мм; 4.3 мм. Амплитуда упругого предвестника при распространении волны считалась постоянной, скорость упругих волн в алюминии $c_0 = 6.26 \cdot 10^3$ м/с.

Расчет проводится для относительных параметров задачи: координата $X = x/l = c_0 t/l$, где c_0 — скорость упругих волн, t — текущее время от начала движения импульса напряжения, l — толщина образца; относительное напряжение $\Sigma = \sigma/\sigma_{\max}$, где σ_{\max} — амплитуда исходного импульса напряжения.

В качестве оптимизируемых параметров для обеспечения корреляции расчетных и экспериментальных данных применялись: скорость распространения пластических деформаций c_1 , длительность импульса, соотношение амплитуды упругого предвестника и амплитуды волны. В результате расчета они составили: скорость распространения пластических деформаций $c_1 = 5.95 \cdot 10^3$ м/с, длительность импульса сохранилась равной 70 нс, соотношение амплитуды упругого предвестника и амплитуды волны 1 : 8.

3. Моделирование распространения импульса. Рассмотрим задачу построения формы и локализации импульса напряжения по координате X в дискретный набор моментов времени t_i .

Будем обозначать моменты времени только индексом i .

Предварительно рассчитываются координаты середины начального импульса, движущегося с упругой и пластической скоростями. Будем обозначать их как X_i^e и X_i^p . В начальный момент времени они равны и совпадают с координатой вершины импульса X_i^m : $X_1^e = X_1^p = X_1^m = 0$.

На каждом i -м шаге построение импульса начинается с основания фронта разгрузки. Далее идет построение фронта разгрузки вплоть до X_i^p , который совпадает с максимумом импульса: $X_i^m = X_i^p$. После этого от максимума идет построение фрон-

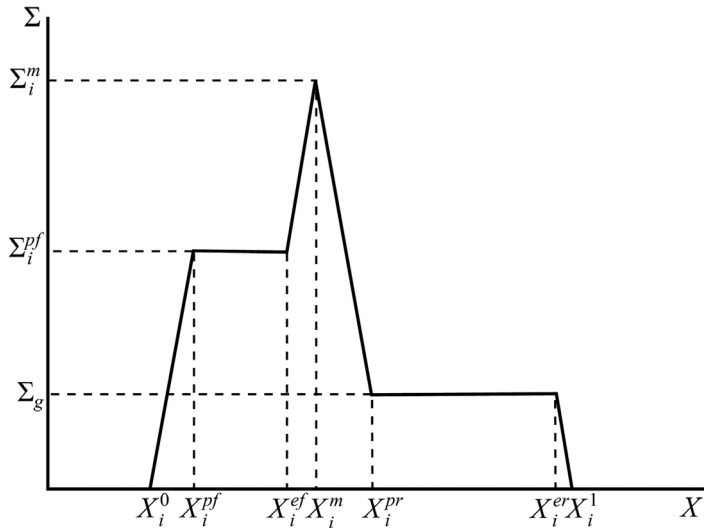


Рис. 3. Ключевые элементы импульса в момент времени t_i для восстановления его формы и локализации.

та нагружения вплоть до основания упругого предвестника, движущегося с упругой скоростью.

Пусть форма и локализация импульса были построены до $i - 1$ шага моделирования. Требуется восстановить форму импульса на i -м шаге.

На рис. 3 представлены ключевые элементы импульса, для которых должны быть рассчитаны координата и значение напряжения. Перечислим эти элементы:

- основание фронта разгрузки $(X_i^0, 0)$;
- вершина упругого фронта разгрузки $(X_i^{ef}, \Sigma_i^{pf})$;
- вершина пластического фронта разгрузки $(X_i^{pf}, \Sigma_i^{pf})$;
- вершина импульса (X_i^m, Σ_i^m) ;
- подножие пластического фронта нагружения (X_i^{pr}, Σ_g) ;
- вершина упругого предвестника (X_i^{er}, Σ_g) ;
- основание упругого предвестника фронта нагружения $(X_i^1, 0)$.

Введем дополнительные обозначения: Δ – длина начального импульса по отношению к толщине образца; $dX_i, d\Sigma_i$ – приращения координаты и напряжения на i -м шаге; ΔX – смещение импульса по координате; δX – аккумулятор промежуточного значения.

Восстановление формы и локализации импульса на i -м шаге выполним в следующем порядке.

1. Вычисляем координаты середины начального импульса при его движении с упругой и пластической скоростями:

$$\begin{cases} X_i^e = X_i^e + \Delta X, \\ X_i^p = \frac{c_1}{c_0} X_i^e. \end{cases} \quad (1)$$

2. Задаем начальное значение аккумулятора:

$$\delta X = \Delta/2.$$

3. Построим фронт разгрузки для случая, когда выполняется условие:

$$0 < (\Sigma_{i-1}^m - 2\Sigma_g). \quad (2)$$

4. Вычисляем координату подножия фронта разгрузки:

$$X_i^0 = X_i^p - \frac{1}{2}\Delta. \quad (3)$$

5. Определяем координаты точек пластического участка фронта разгрузки. Начало итераций:

$$X = X_i^0, \quad \Sigma = 0.$$

Пока выполняются условия:

$$\begin{cases} \Sigma < (\Sigma_{i-1}^m - 2\Sigma_g), \\ \max(X) < X_i^p - dXi, \\ \begin{cases} X = X_i^p - \delta X, \\ \Sigma = \Sigma + d\Sigma_i, \\ \delta X = \delta X - dX_i. \end{cases} \end{cases} \quad (4)$$

6. Фиксируем вершину пластического участка фронта разгрузки как последнюю итерацию (4):

$$X_i^{pf} = X, \quad \Sigma_i^{pf} = \Sigma. \quad (5)$$

7. Вычисляем координату подножия упругой части фронта разгрузки:

$$X_i^{ef} = X_i^e - \delta X. \quad (6)$$

8. Определяем координаты точек упругого участка фронта разгрузки. Пока выполняется условие:

$$\begin{cases} \max(X) < X_i^p - dX_i, \\ \begin{cases} X = X_i^e - \delta X, \\ \Sigma = \Sigma + d\Sigma_i, \\ \delta X = \delta X - dX_i. \end{cases} \end{cases} \quad (7)$$

9. В случае, когда условие (2) не выполняется, фронт разгрузки полностью упругий. Тогда фронт разгрузки строится следующим образом.

10. Вычисляем координату подножия фронта разгрузки:

$$X_i^0 = X_i^e - \frac{1}{2}\Delta. \quad (8)$$

11. Определяем координаты точек фронта разгрузки. Начало итераций:

$$X = X_i^0, \quad \Sigma = 0.$$

Пока выполняется условие:

$$\max(X) < X_i^p - dXi,$$

$$\begin{cases} X = X_i^e - \delta X, \\ \Sigma = \Sigma + d\Sigma_i, \\ \delta X = \delta X - dX_i. \end{cases} \quad (9)$$

12. Фиксируем вершину импульса, максимум берется по итерациям (7) или (9):

$$X_i^m = \max(X), \quad \Sigma_i^m = \max(\Sigma). \quad (10)$$

13. Определяем координаты точек пластического фронта нагружения. Пока выполняется условие:

$$\begin{cases} \Sigma_i > \Sigma_g, \\ X = X_i^e - \delta X, \\ \Sigma = \Sigma - d\Sigma_i, \\ \delta X = \delta X - dX_i. \end{cases}$$

14. Итерации завершаются на точке основания пластического фронта нагружения. При этом координата подножия пластического фронта нагружения

$$X_i^{pr} = X_i^e - \delta X. \quad (11)$$

15. Вычисляем координату вершины упругого предвестника:

$$X_i^{er} = X_i^e + \frac{1}{2}\Delta(1 - \Sigma_i^{er}). \quad (12)$$

16. Определяем координаты точек упругого предвестника фронта нагружения начиная с

$$\begin{cases} \delta X = 0 : \\ X = X_i^e + \frac{1}{2}\Delta(1 - \Sigma_i^{er}) + \delta X, \\ \Sigma = \Sigma - d\Sigma_i, \\ \delta X = \delta X + dX_i. \end{cases} \quad (13)$$

17. Итерации (13) завершаются на основании упругого предвестника фронта нагружения

$$X_i^1 = X. \quad (14)$$

Вычисленные ключевые точки (3), (5), (6), (8), (10)–(12) и (14) позволяют восстановить форму и локализацию импульса на i -м шаге моделирования.

4. Результаты моделирования. На рис. 4 приведена картина изменения расчетного профиля упругопластической волны и его амплитуды на выбранных толщинах образцов.

В таблице сведены амплитуды напряжений на различных толщинах образцов.

Сравнение результатов расчета и эксперимента

Толщина образцов, мм	Амплитуда напряжения (эксперимент), МПа	Относительная амплитуда напряжения	
		Эксперимент	Расчет
0.9	235	1	1
1.8	170	0.72	0.75
2.5	90	0.4	0.5
3.5	60	0.26	0.26
4.3	30	0.11	0.12

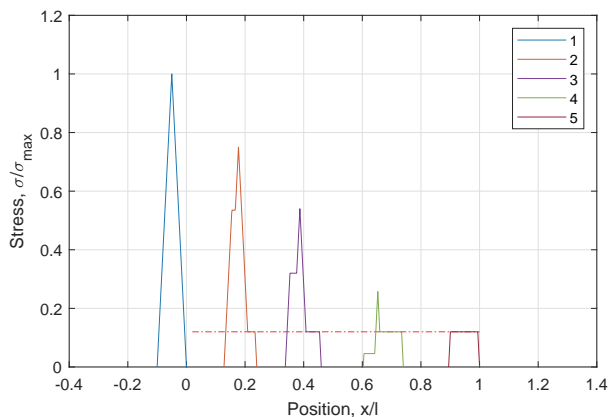


Рис. 4. Картина изменения расчетного профиля упругопластической волны и его амплитуды на выбранных толщинах образцов: 1 — исходный импульс, 2 — импульс в сечении 1.8 мм, 3 — импульс в сечении 2.5 мм, 4 — импульс в сечении 3.5 мм, 5 — импульс в сечении 4.3 мм; пунктирной линией обозначен уровень упругого предвестника.

Решение оптимизационной задачи дало следующие оценки оптимальных параметров: скорость распространения пластических деформаций $c_1 = 5.95 \cdot 10^3$ м/с, длительность импульса сохранилась равной 70 нс, соотношение амплитуды упругого предвестника и амплитуды волны 1 : 8.

5. Заключение. В работе проведен анализ воздействия импульсного электронного пучка средней мощности (до появления плавления материала) на примере возбуждения ударно-волнового импульса напряжения в алюминиевой пластине. Рассмотрен процесс формирования такого импульса в неравновесной приповерхностной области нагружения. Построена модель распространения плоской упругопластической волны в квазистационарной области с учетом разгрузки, связанной с пластическими деформациями. Предлагаемая модель распространения плоской упругопластической волны хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Литература

1. Khantuleva T. A. Specific Features of Processes Far from Equilibrium. In: *Mathematical modeling of shock-wave processes in condensed matter: from statistical thermodynamics to control theory shock wave and high pressure phenomena*, 31–63. Singapore, Springer (2022). https://doi.org/10.1007/978-981-19-2404-0_2
2. Khantuleva T. A. The shock-induced planar wave propagation in condensed matter. In: *Mathematical modeling of shock-wave processes in condensed matter: from statistical thermodynamics to control theory shock wave and high pressure phenomena*, 209–249. Singapore, Springer (2022). https://doi.org/10.1007/978-981-19-2404-0_7
3. Петров Ю. В., Уткин А. А. Эффект запаздывания разрушения при импульсных динамических нагрузках. *Известия РАН. Механика твердого тела* **1**, 89–102 (2022). <https://doi.org/10.31857/S0572329922010081>
4. Мещеряков Ю. И., Морозов В. А. О взаимодействии волн сжатия, инициируемых сильноточным импульсным пучком электронов в твердых телах. *Журнал технической физики* **59** (9), 1982–1986 (1979).

5. Галиев Ш. У., Бабич Ю. Н., Жураховский С. В., Нечитайло Н. В., Ромащенко В. А. *Численное моделирование волновых процессов в ограниченных средах*. Киев, Наукова думка (1989).
6. Канель Г. И. *Ударные волны в физике твердого тела*. Москва, Физматлит (2018).
7. Морозов В. А., Иванов В. С., Кац В. М. Релаксационные процессы вблизи поверхности ударного нагружения импульсным электронным пучком. *Известия РАН. Механика твердого тела* **4**, 90–102 (2024). <http://doi.org/10.31857/S1026351924040069>
8. Морозов В. А., Судьенков Ю. В. Формирование и развитие импульсных напряжений в твердых телах с учетом релаксационных явлений в приповерхностной зоне ударного нагружения. В: *Физическая механика. Вып. 6. Динамические процессы в газах и твердых телах*. Ленинград, Изд-во Ленингр. ун-та (1990).
9. Морозов В. А., Богатко В. И. Формирование упругопластической волны в приповерхностной области при кратковременном нагружении. *Доклады Академии наук* **421** (6), 765–768 (2008).
10. Wood D. On longitudinal plane waves of elastic-plastic strain in solids. *J. Appl. Mech.* **19** (4), 521–525 (1952). <https://doi.org/10.1115/1.4010552>
11. Канель Г. И., Разоренов С. В., Уткин А. В., Фортов В. Е. *Ударно-волновые явления в конденсированных средах*. Москва, Янус-К (1996).

Статья поступила в редакцию 3 декабря 2024 г.;
доработана 18 апреля 2025 г.;
рекомендована к печати 22 мая 2025 г.

Контактная информация:

Иванов Владислав Сергеевич — аспирант;
<https://orcid.org/0009-0008-4256-6711>, st048035@student.spbu.ru
Кац Виктор Михайлович — канд. физ.-мат. наук, доц.;
<https://orcid.org/0000-0002-9111-0779>, v.kats@spbu.ru
Морозов Виктор Александрович — д-р физ.-мат. наук;
<https://orcid.org/0000-0002-9328-0026>, v.morozov@spbu.ru

Propagation of the plane elastic-plastic wave taking into account unloading associated with plastic deformations*

V. S. Ivanov, V. M. Kats, V. A. Morozov

St. Petersburg State University,
7–9, Universitetskaya nab., St. Petersburg, 199034, Russian Federation

For citation: Ivanov V. S., Kats V. M., Morozov V. A. Propagation of the plane elastic-plastic wave taking into account unloading associated with plastic deformations. *Vestnik of Saint Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2025, vol. 12 (70), issue 4, pp. 742–752. EDN NVUNBO (In Russian)

The numerical calculation of the propagation of the elastoplastic impulse of mechanical stress under short-term pulse loading of the aluminum plate by the electron beam is carried out, taking into account unloading associated with plastic deformations. It is shown that in this case, the rapid attenuation of the amplitude of the elastic-plastic wave occurs, especially during the propagation of short stress pulses. The experimental study of the effect of the pulsed electron beam on aluminum plates of different thicknesses is carried out. The experimental results are compared with the calculated ones.

Keywords: plane elastic-plastic wave, electron beam, plastic unloading wave, short-term loading pulse.

*This study is supported by Saint Petersburg State University (project no. 116636233).

References

1. Khantuleva T. A. Specific Features of Processes Far from Equilibrium. In: *Mathematical modeling of shock-wave processes in condensed matter: from statistical thermodynamics to control theory shock wave and high pressure phenomena*, 31–63. Singapore, Springer (2022). https://doi.org/10.1007/978-981-19-2404-0_2
2. Khantuleva T. A. The shock-induced planar wave propagation in condensed matter. In: *Mathematical modeling of shock-wave processes in condensed matter: from statistical thermodynamics to control theory shock wave and high pressure phenomena*, 209–249. Singapore, Springer (2022). https://doi.org/10.1007/978-981-19-2404-0_7
3. Petrov Y. V., Utkin A. A. Failure-delay effect under influence pulse dynamic loads. *Izvestiia RAN. Mekhanika tverdogo tela* **1**, 89–102 (2022). <https://doi.org/10.31857/S0572329922010081> (In Russian) [Eng. transl.: *Mech. Solids* **57**, 75–85 (2022). <https://doi.org/10.3103/S0025654422010125>].
4. Meshcheryakov Yu. I., Morozov V. A. On interaction of pressure waves initiated with high-current pulse electron beam in solid body. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki* **59** (9), 1982–1986 (1979). (In Russian) [Eng. transl.: *Tech. Phys.* **49**, 1982–1986 (1979)].
5. Galiev Sh. U., Babich Yu. N., Zhurakhovskii S. V., Nechitailo N. V., Romashchenko V. A. *Numerical simulation of wave processes in bounded media*. Kiev, Naukova Dumka Publ. (1989). (In Russian)
6. Kanel G. I. *Shock waves in physics of solid state*. Moscow, Fizmatlit Publ. (2018). (In Russian)
7. Morozov V. A., Ivanov V. S., Kats V. M. Relaxation processes close to the surface of the impact stress application caused by the pulse electron beam. *Izvestiia RAN. Mekhanika tverdogo tela* **4**, 90–102 (2024). <http://doi.org/10.31857/S1026351924040069> (In Russian) [Eng. transl.: *Mech. Solids* **59** (9), 1890–1897 (2024). <https://doi.org/10.1134/S0025654424602817>].
8. Morozov V. A., Sudenkov Yu. V. Generation and evolution of pulse stresses in solid bodies with respect to relaxation processes close to the surface of the impact stress application. In: *Physical mechanics. Vol. 6: Dynamic processes in gases and solid bodies*, 150–159. Leningrad, Leningrad University Press (1990). (In Russian).
9. Morozov V. A., Bogatko V. I. Elastoplastic wave formation in a near-surface region under short-term loading. *Doklady Akademii nauk* **421** (6), 765–768 (2008). (In Russian) [Eng. transl.: *Dokl. Phys.* **53**, 462–465 (2008). <https://doi.org/10.1134/S1028335808080144>].
10. Wood D. On longitudinal plane waves of elastic-plastic strain in solids. *J. Appl. Mech.* **19** (4), 521–525 (1952). <https://doi.org/10.1115/1.4010552>
11. Kanel G. I., Razorenov S. V., Utkin A. V., Fortov V. E. *Udarno-volnovye iavleniia v kondensirovannykh sredakh*. Moscow, Ianus-K Publ. (1996). (In Russian) [Eng. transl.: Kanel G. I., Razorenov S. V., Utkin A. V., Fortov V. E. *Experimental profiles of shock waves in condensed matter*. Moscow, Fizmatlit Publ. (2008). (In Russian)].

Received: December 3, 2024

Revised: April 18, 2025

Accepted: May 22, 2025

Authors' information:

Vladislav S. Ivanov — <https://orcid.org/0009-0008-4256-6711>, st048035@student.spbu.ru

Viktor M. Kats — <https://orcid.org/0000-0002-9111-0779>, v.kats@spbu.ru

Viktor A. Morozov — <https://orcid.org/0000-0002-9328-0026>, v.morozov@spbu.ru