

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ, СПОРТА И ЗДОРОВЬЯ
ИМЕНИ П.Ф. ЛЕСГАФТА, САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

ТРУДЫ
КАФЕДРЫ БИОМЕХАНИКИ
УНИВЕРСИТЕТА имени П.Ф. ЛЕСГАФТА

2025 г. Выпуск 19

Санкт-Петербург
2025

СОДЕРЖАНИЕ

<i>К 90-ЛЕТИЮ НИНЫ БОРИСОВНЫ КИЧАЙКИНОЙ</i>	6
<i>К 70-ЛЕТИЮ АЛЛЫ ВЛАДИМИРОВНЫ САМСОНОВОЙ</i>	9
<i>К 70-ЛЕТИЮ ЛЕОНИДА ЛЬВОВИЧА ЦИПИНА</i>	12
<i>К 65-ЛЕТИЮ ИРИНЫ ЭДУАРДОВНЫ БАРНИКОВОЙ</i>	15
<i>Барникова И.Э.</i> Применение искусственного интеллекта в подготовке учебных материалов по математической статистике для студентов спортивных специальностей	17
<i>Биленко А.Г., Иванова Г.П., Яковлев А.Б.</i> Приближенный расчет высоты прыжка вверх по динамограмме вертикальной составляющей силы реакции опоры	23
<i>Бордовский П.Г., Заварухина Л.А., Долгополов А.С., Бордовская А.П.</i> Цифровизация образовательного процесса на примере дистанционного курса	30
<i>Захаров Ф.Е.</i> Методы нормализации электромиограммы в практике спортивных исследований	35
<i>Самсонова А.В., Самсонов Г.А.</i> Режим работы мышцы или режим мышечного сокращения?	40
<i>Самсонов М.А.</i> Особенности многокамерной видеосъемки в практике исследований спортивных движений	50
<i>Серов С.В.</i> Сравнение естественных наук «биомеханика» и «кинезиология»	56
<i>Ципин Л.Л., Шорилов М.С.</i> Повышение физической подготовленности женщин зрелого возраста посредством фитнес-технологии с подвесными петлями	61
<i>К сведению авторов</i>	66

УДК 796.612.76

ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ ВЫСОТЫ ПРЫЖКА ВВЕРХ ПО ДИНАМОГРАММЕ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ СИЛЫ РЕАКЦИИ ОПОРЫ

Биленко Александр Григорьевич, канд. пед. наук, доцент, доцент кафедры биомеханики

Иванова Галина Павловна, Заслуженный работник физической культуры Российской Федерации, д-р биол. наук, профессор, профессор кафедры теории и методики спортивных игр

Национальный государственный Университет физической культуры, спорта и здоровья имени П.Ф. Лесгафта, Санкт-Петербург

Яковлев Андрей Борисович, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник кафедры физической механики

Санкт-Петербургский государственный университет

Аннотация. Предложен метод и алгоритм приближенного расчета высоты прыжка вверх, который исключает определенные недостатки ранее существующего. Данный подход может быть использован в качестве учебно-методических рекомендаций в педагогическом процессе при изучении темы «Биомеханизмы взаимодействия с опорой при выполнении прыжка вверх».

Ключевые слова: прыжок вверх, динамограмма, расчет высоты прыжка.

ELEVATION JUMP HEIGHT ESTIMATE VERTICAL COMPONENT DYNAMOGRAM OF SUPPORT REACTION FORCE

Bilenko Alexander Grigorievich, PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Biomechanics

Ivanova Galina Pavlovna, Honored Worker of Physical Culture of the Russian Federation, DSc, Professor, Professor of the Department of Theory and Methodology of Sports Games

Lesgaft National State University of Physical Culture, Sports and Health, St. Petersburg

Yakovlev Andrey Borisovich, PhD, Senior Researcher at the Department of Physical Mechanics

St. Petersburg State University

Abstract. The method and algorithm of approximate calculation of height of jump up is proposed, which excludes certain disadvantages of previously existing. This approach can be used as a didactic and methodological recommendations in the pedagogical process when studying the topic "Biomechanisation with support when performing a jump up".

Key words: jumping up, dynamometer, calculating the height of the jump.

ВВЕДЕНИЕ

Расчет высоты прыжка является актуальной задачей для большинства видов спорта, а для игровых видов прыжок вверх является элементом

спортивной техники [4]. С другой стороны, определение высоты прыжка осложнено отсутствием стандартов на само понятие «высота прыжка» и соответствующих стандартов на сам способ измерения. В данном исследовании рассматривается способ расчета высоты вертикального перемещения ОЦМ (общий центр масс) тела человека из положения основной стойки до максимально высокой точки траектории движения ОЦМ при выполнении прыжка вверх. Этот способ соответствует законам классической физики, который базируется на закономерностях изменения потенциальной энергии тела [4]. Интерес к проблеме расчета высоты прыжка существует много лет, что продиктовано необходимостью совершенствования спортивной техники. Традиционно для анализа биомеханизма отталкивания от опоры используется динамограмма вертикальной составляющей силы реакции опоры (рис. 1). Анализ кривой вертикальной составляющей силы реакции опоры, ранее подробно изложенный в литературе [2, 6], в последние годы был дополнен новой информацией, что позволяет скорректировать представления о биомеханизмах взаимодействия с опорой при выполнении прыжка вверх и способах расчета высоты прыжка. В силу того, что анализ динамограммы подробно рассматривается в литературе, в данном материале статьи общепринятые реперные точки и фазовый состав не комментируется.

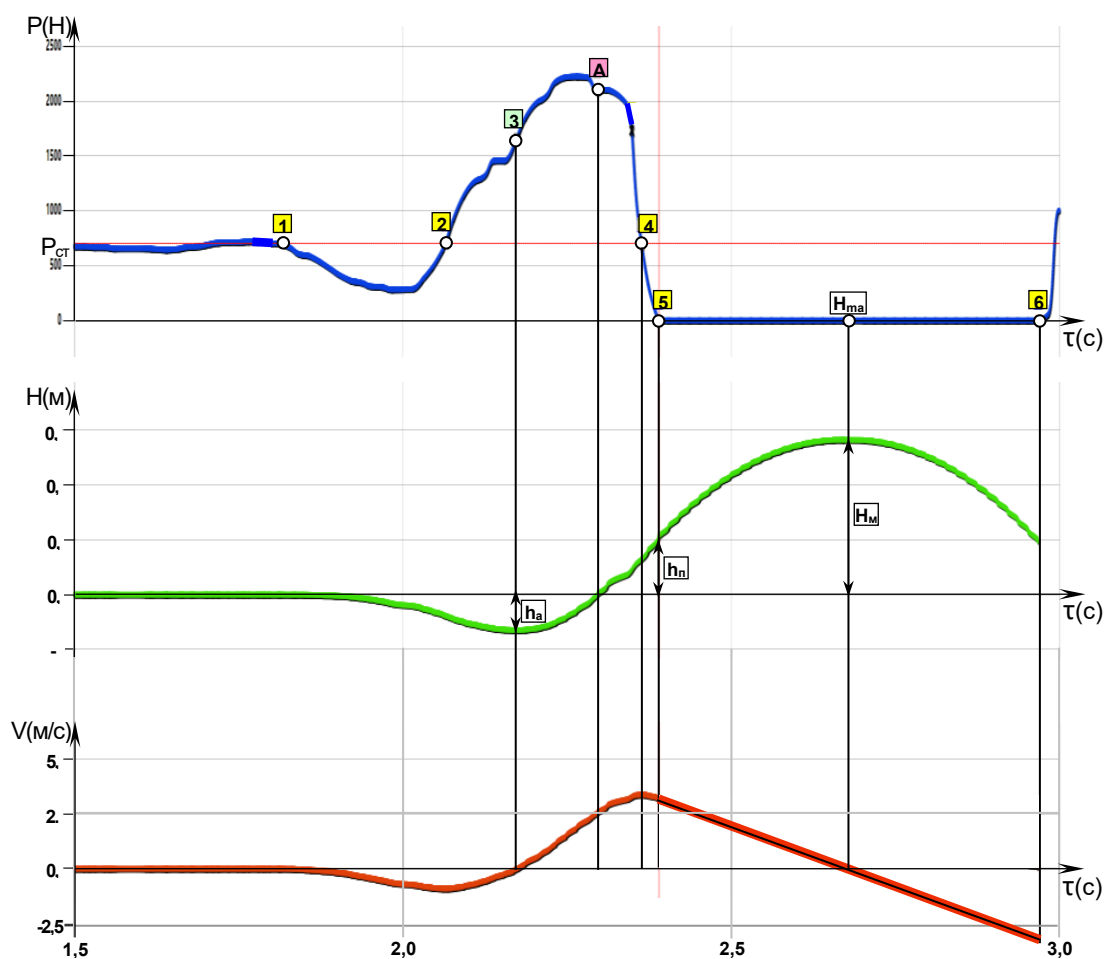


Рис. 1. Типовая экспериментальная динамограмма реакции опоры и расчетные графики вертикальных координаты (H) и скорости (V) ОЦМ тела человека

Классический способ определения высоты прыжка

На рис. 1 представлена типовая экспериментальная динамограмма вертикальной составляющей силы реакции опоры $P(\tau)$ при выполнении прыжка вверх. Расчет высоты прыжка принципиально может быть выполнен только в два этапа, что связано с разными законами классической физики, действующими в фазе контакта с опорой (интервал времени t_{1-5}) и в фазе полета (интервал времени t_{5-6}). Поэтому высота прыжка определяется суммой смещения ОЦМ тела человека при сохранении контакта с опорой за счет работы внутренних сил, что выражается в изменении формы и конфигурации тела (подседания в фазе амортизации, подъема головы и плеч, взмаха руками, подъема на носки), и вертикального перемещения ОЦМ тела в фазе полета с ускорением свободного падения $g=9,81\text{м/с}^2$.

$$H=h_{\text{см}}+h_{\text{полет}},$$

где H – «высота прыжка»; $h_{\text{см}}$ – высота смещения ОЦМ тела человека в фазе контакта с опорой; $h_{\text{полет}}$ – вертикальное перемещение ОЦМ тела человека в фазе полета.

Величина смещения ОЦМ тела человека $h_{\text{см}}$ определяется в соответствии с интегральными зависимостями классической физики, которые связывают величину вертикальной составляющей ускорения \mathbf{a} и вертикальное перемещение ОЦМ тела человека. В нашем случае ускорение \mathbf{a} определяется результирующей силой, действующей на ОЦМ тела человека, а именно (рис.1):

$$a = \frac{P_{\text{рез}}}{m} = \frac{(P(\tau) - P_{\text{ст}})}{m},$$

где: a – ускорение ОЦМ, определяемое по динамограмме реакции опоры; $P(\tau)$ – мгновенное значение силы реакции опоры, определяемое по динамограмме; $P_{\text{ст}}$ – сила тяжести тела человека, равная mg ; m – масса тела человека.

Чтобы найти величину смещения ОЦМ тела человека $h_{\text{см}}$ в фазе контакта с опорой (интервал времени t_{1-5}) по известному закону изменения величины ускорения необходимо выполнить операцию последовательного (повторного) интегрирования на всем интервале анализа и учесть, что в начальный момент (точка 1 – основная стойка) вертикальная составляющая скорости ОЦМ тела человека равна нулю ($V_1=0$):

$$h_{\text{см}} = \int_{t_1}^{t_5} (V_1 + \int_{t_1}^{t_1+\sigma} \frac{(P(\tau) - P_{\text{ст}})}{m} d\tau) d\sigma = \int_{t_1}^{t_5} (\int_{t_1}^{t_1+\sigma} \frac{(P(\tau) - P_{\text{ст}})}{m} d\tau) d\sigma.$$

Для примера, представленного на рис. 1, величина смещения ОЦМ тела человека $h_{\text{см}}$ в фазе контакта с опорой относительно положения в основной стойке (точка 1) составляет $h_{\text{см}}=28,1$ см.

Высота вертикального перемещения ОЦМ тела человека в фазе полета $h_{\text{полет}}$ может быть рассчитана по времени полетной фазы в соответствии с кинематическими зависимостями для равнопеременного движения с ускорением $g=9,81\text{м/с}^2$ по формуле:

$$h_{\text{полет}} = \frac{gt^2}{8}.$$

Для примера, представленного на рис. 1, величина вертикального перемещения ОЦМ тела человека $h_{\text{полет}}$ в фазе полета составляет $h_{\text{полет}}=39,8$ см.

В итоге высота прыжка для примера на рис. 1 составит:

$$H= h_{\text{см}}+h_{\text{полет}} = 28,1+39,8=67,9 \text{ см.}$$

Упрощенный расчет высоты прыжка

Классический способ расчета высоты прыжка требует выполнения операции последовательного интегрирования, что не составляет труда при наличии динамограммы силы реакции опоры и соответствующей компьютерной программы. «Ручной» же способ расчета с использованием графического интегрирования связан с большой трудоемкостью.

Предлагаемый в настоящее время в учебно-методической литературе способ определения высоты прыжка [2] нельзя считать правомерным, так как он имеет ряд недоработок принципиального характера, что приводит не только к количественным погрешностям расчетов, но и искажает истинную картину биомеханизма взаимодействия с опорой при выполнении прыжка вверх.

Предлагаемое в методической литературе [2] графическое интегрирование кривой реакции опоры (динамограммы) на интервале фазы отталкивания t_{3-5} позволяет найти импульс силы и рассчитать скорость вылета ОЦМ тела в точке V_5 , которая в примере рис. 1 составляет $V_5=3,1$ м/с. При этом смещение ОЦМ в фазе отталкивания, рассчитанное методом повторного интегрирования, никак не учитывается, хотя оно составляет существенную величину 43,9 см. Вторым принципиальным недочетом является тот факт, что начало фазы отталкивания (точка 3) находится не на нулевом уровне, а ниже положения ОЦМ тела спортсмена в основной стойке на глубину подседания в фазе амортизации, которая для примера рис. 1 составляет 15,8 см. Таким образом, количественная погрешность в определении высоты прыжка уже составляет $43,9-15,8=28,1$ см.

Предлагается иной метод упрощенного расчета высоты прыжка вверх, суть которого состоит в том, что на участке динамограммы (интервал времени t_{A-4}) наблюдается с достаточной степенью точности линейный характер изменения вертикальной составляющей скорости движения ОЦМ $V(\tau)$, а интервал времени t_{4-5} достаточно мал (рис. 1). Тогда можно ограничиться только расчетом средней скорости движения ОЦМ в фазе смещения (см. комментарий к рис. 2), что реализуется операцией графического интегрирования.

Для удобства понимания и изложения материала предлагается общепринятую фазу отталкивания t_{3-5} [2, 3, 6] логически разделить дополнительно на фазу разгибания ног (интервал времени t_{3-A}) и фазу смещения ОЦМ (интервал времени t_{A-5}) таким образом, что в момент времени A вертикальная координата ОЦМ достигает исходного нулевого уровня (рис. 2). В итоге в фазе t_{3-A} ОЦМ тела человека «преодолеывает» глубину подседания фазы амортизации, и его вертикальная координата становится равной нулю. В пределах фазы t_{A-5} происходит вертикальное смещение вверх ОЦМ тела человека относительно нулевого уровня, при этом контакт с опорой сохраняется за счет изменения формы и конфигурации тела, о чем упоминалось выше.

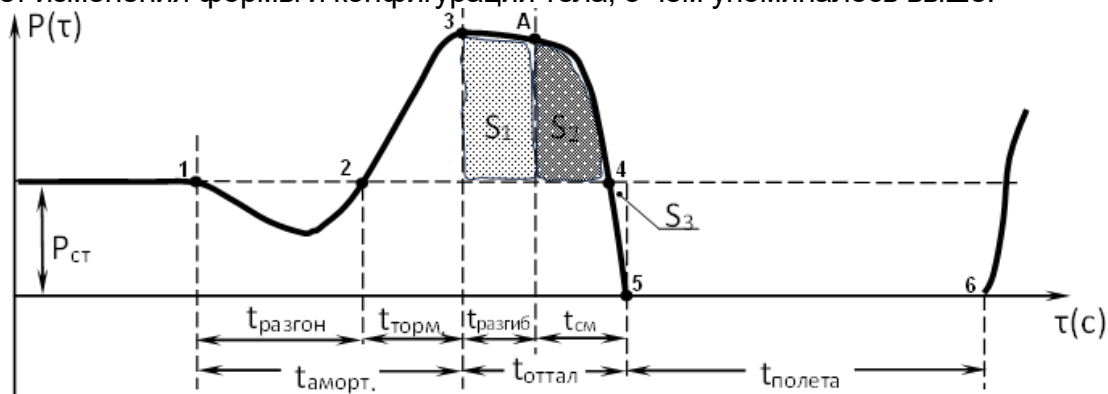


Рис.2. Схема динамограммы вертикальной составляющей реакции опоры

В предлагаемом варианте упрощенного расчета высоты прыжка достаточно ограничиться расчетом мгновенного значения вертикальной составляющей скорости движения ОЦМ тела человека в двух точках: V_A и V_4 .

Для расчета скоростей достаточно определить импульсы силы на соответствующих интервалах времени при условии, что в начале фазы отталкивания (точка 3) вертикальная составляющая скорости равна нулю ($V_3=0$). Таким образом, при использовании метода графического интегрирования достаточно рассчитать площади S_1 и S_2 , определяя таким образом импульсы неуравновешенной (результатирующей) силы (рис. 2):

$$V_A = \frac{S_1}{m} = \int_3^A \left(\frac{P(\tau) - P_{ст}}{m} \right) d\tau,$$

$$V_4 = \frac{S_1 + S_2}{m} = \int_3^4 \left(\frac{P(\tau) - P_{ст}}{m} \right) d\tau$$

Для примера на рис. 1: $V_A=2,5$ м/с, $V_4=3,3$ м/с. Далее можно определить среднюю скорость в фазе смещения t_{A-5} , рассчитав среднее арифметическое скоростей на границах относительно линейного участка кривой скорости:

$$V_{\text{среднее}} = \frac{(V_A + V_4)}{2}.$$

Для примера, представленного на рис. 1, $V_{\text{среднее}}=2,9$ м/с. Тогда в фазе смещения за время $t_{A-5}=0,095$ с ОЦМ тела человека сместиться на $h_{см}=27,6$ см.

Различие в результатах расчетов вертикального смещения ОЦМ тела человека в фазе отталкивания при классическом и упрощенном методах расчета для примера на рис. 1 составляет менее 5% (28,1 см и 27,6 см для классического и упрощенного методов соответственно).

Таким образом, корректность использованного предложения проверялась сравнением результатов расчетов по двум вариантам.

Дополнительная коррекция расчета высоты прыжка

Очевидным является тот факт, что существуют ощутимые потери в живой системе, что объясняется процессами диссипации энергии [1]. Результат расчета перемещения ОЦМ по времени полета t_{5-6} для примера на рис. 1 $h_{\text{полет}}=39,8$ см (как показано выше). Аналогичный расчет высоты перемещения ОЦМ тела спортсмена по импульсу силы в фазе отталкивания дает результат $h_{\text{полетМ}}=49,0$ см, так как в нем «сосредоточена» и механическая энергия потерь, которая при переходе от опоры к телу человека будет потеряна, и поэтому не участвует в «полете» живой системы [1]. Таким образом, перемещение, рассчитанное по импульсу силы, условно идеальное (без потерь) и ранее названо нами «модельным» [1].

В действительности за счет диссипации энергии в живой системе скорость ОЦМ тела в момент отрыва от опоры (точка 5, рис.1) будет ниже, и высота перемещения ОЦМ в полетной фазе сравняется с реальным значением $h_{\text{полет}}=39,8$ см.

Зная реальное и идеальное (модельное) значения перемещения ОЦМ тела человека, можно рассчитать коэффициент эффективности прыжка [1, 5] как отношение реального перемещения к его идеальному (модельному) значению:

$$K_{\text{эф}} = h_{\text{полет}}/h_{\text{полетМ}}.$$

В приведенном примере (рис.1) $k_{эф}=0,81$. В этом случае можно скорректировать расчет высоты смещения ОЦМ с учетом коэффициента эффективности, и тогда реальная высота смещения в нашем примере составит:

$$h_{сМР}=h_{сМ} k_{эф}=28,1 \times 0,81=22,8 \text{ см.}$$

В итоге реальная высота прыжка H (высота перемещения ОЦМ из положения основной стойки $h_1=0$ до максимально высокой точки траектории движения ОЦМ $h=H_{max}$) составит:

$$H= h_{сМР}+h_{полет}=22,8+39,8=62,6 \text{ см.}$$

Аналогичный расчет по упрощенной методике дает следующий результат:

$$h_{сМР}=h_{сМ} k_{эф}=27,6 \times 0,81=22,4 \text{ см,}$$

$$H= h_{сМР}+h_{полет}=22,4+39,8=62,2 \text{ см.}$$

Алгоритм упрощенного варианта расчета высоты прыжка по динамограмме реакции опоры

1. На динамограмме должны быть выделены границы фаз движения, включая фазы разгибания и смещения, дополнительно выделенные в фазе отталкивания.
2. Методом графического интегрирования рассчитывается импульс силы S_1 в фазе разгибания (интервал времени $t_{3-А}$).
3. Зная импульс силы S_1 определяется скорость ОЦМ в момент времени A (V_A).
4. Методом графического интегрирования рассчитывается суммарный импульс силы (S_1+S_2) на интервале времени t_{3-4} .
5. Зная суммарный импульс силы (S_1+S_2), определяется скорость ОЦМ в момент времени 4 (V_4).
6. Рассчитывается среднее значение скорости в фазе смещения ОЦМ как среднее арифметическое V_A и V_4 .
7. Определяется модельная (идеальную без потерь) высота смещения ОЦМ тела человека $h_{сММ}$ в фазе смещения умножением среднего значения скорости в фазе смещения на её длительность.
8. Методом графического интегрирования рассчитывается суммарный импульс силы $S_1+S_2-S_3$ в фазе отталкивания (интервал времени t_{3-5}).
9. Зная суммарный импульс силы в фазе отталкивания определяется скорость вылета в момент времени $t_5 - V_5$.
10. Зная скорость вылета в идеальном (модельном) случае, рассчитывается идеальная (модельная) высота перемещения ОЦМ тела человека в фазе полета $h_{полетМ}$.
11. Зная время полетной фазы, рассчитывается реальная высота перемещения ОЦМ тела спортсмена - $h_{полетР}$.
12. Рассчитывается коэффициент эффективности прыжка как отношение реальной высоты перемещения ОЦМ к её модельному значению.
13. Вводится коррекция в расчет высоты смещения ОЦМ в фазе смещения с учетом коэффициента эффективности, и определяется $h_{сМР}$.
14. Определяется реальная высота прыжка как сумма реального смещения ОЦМ тела спортсмена в фазе смещения (интервал времени $t_{А-5}$) и реального перемещения ОЦМ тела спортсмена в фазе полета.

ВЫВОДЫ

1. Предлагаемый упрощенный вариант расчета высоты прыжка спортсмена не имеет действий, которые принципиально искажают картину

биомеханизма взаимодействия с опорой.

2. Как показывают экспериментальные исследования, количественная погрешность при упрощенном варианте расчета не превышает 10%.

3. Данная методика упрощенного расчета может быть использована в педагогическом процессе при изучении биомеханизмов взаимодействия с опорой при выполнении прыжка вверх.

ЛИТЕРАТУРА

1. Биленко А.Г., Иванова Г.П., Говорков Л.П. Особенности расчета высоты прыжка вверх: коэффициент эффективности // Труды кафедры биомеханики ун-та им. П.Ф. Лесгафта: межвузовский сборник науч. трудов. Вып. XVIII. – СПб.: ООО «Р-КОПИ». – 2024. – С. 12-15.

2. Гагин Ю.А., Кичайкина Н.Б. Методические указания к выполнению расчетно-аналитических работ по биомеханике: учебно-методическое пособие. – Л.: изд-во ГДОИФК им. П.Ф. Лесгафта. – 1974. – 35 с.

3. Иванова Г.П., Кичайкина Н.Б., Самсонова А.В. Биомеханические методики анализа и оценки техники спортивных движений: учебно-методическое пособие. – СПб.: изд-во СПбГУФК им. П.Ф. Лесгафта. – 2007. – 63 с.

4. Иванова Г.П., Биленко А.Г., Яковлев А.Б. Особенности расчета высоты прыжка вверх по динамограмме реакции опоры // Труды кафедры биомеханики ун-та им. П.Ф. Лесгафта: межвузовский сборник науч. трудов. Вып. XVII. – СПб.: ООО «Р-КОПИ». – 2023. – С. 28-34.

5. Патент №2742733. Способ тренировки и оценки эффективности оттачивания от опоры: №2020124240: заявл. 14.07.2020: опубл. 10.02.2021 / А.Г. Биленко, Г.П. Иванова, Б.Е. Лосин; заявитель, патентообладатель НГУ им. П.Ф. Лесгафта, СПб.

6. Попов Г.И., Самсонова А.В. Биомеханика двигательной деятельности: учебник. – М.: Издательский центр «Академия». – 2011. – 320 с.

Контактная информация: bilag77@mail.ru

Статья поступила в редакцию: 15.10.2025