

Математическое моделирование неравновесных процессов на кафедре физической механики СПбГУ. Ч. 3. Моделирование динамики микрочастиц естественного и искусственного происхождения в космической плазме*

А. Б. Яковлев

Санкт-Петербургский государственный университет,
Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

Для цитирования: *Яковлев А. Б.* Математическое моделирование неравновесных процессов на кафедре физической механики СПбГУ. Ч. 3. Моделирование динамики микрочастиц естественного и искусственного происхождения в космической плазме // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2025. Т. 12 (70). Вып. 3. С. 491–515. EDN UZAORP

В статье дан обзор работ сотрудников кафедры и лаборатории физической механики СПбГУ, посвященных моделированию динамики микрочастиц естественного и искусственного происхождения в космической плазме. Основное внимание уделено нескольким важнейшим результатам: 1) существование трех возможных режимов вертикальных колебаний пылевой частицы у поверхности Луны; 2) определение возможных механизмов длительного удержания микрочастиц искусственного происхождения в околоземном космическом пространстве; 3) применение методов КАМ-теории для доказательства сохранения параметров орбиты микрочастицы с постоянным электрическим зарядом; 4) определение условий применимости канонической формулировки задачи о движении частицы с локально равновесным электрическим зарядом в околоземном космическом пространстве; 5) обобщение результатов аналитического моделирования на случай переменного электрического заряда. Другие результаты изложены достаточно кратко.

Ключевые слова: моделирование, космическое пространство, безатмосферное небесное тело, локально равновесный заряд, плазма, канонические уравнения, геомагнитное поле, поле коротации, КАМ-теория.

Данная работа является естественным продолжением статьи [1], так как описывает результаты исследований сотрудников кафедры и лаборатории физической механики СПбГУ, проведенных для решения задач, возникших при изучении проблем электризации тел и транспортировки пучков в космической плазме.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 23-21-00038).

Вторую часть статьи см.: *Колесников Е. К., Яковлев А. Б.* Математическое моделирование неравновесных процессов на кафедре физической механики СПбГУ. Ч. 2. Моделирование процессов в плазме // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2025. Т. 12 (70). Вып. 2. С. 203–227. <https://doi.org/10.21638/spbu01.2025.201>

© А. Б. Яковлев, 2025

1. Моделирование динамики частиц пыли вблизи поверхности безатмосферных небесных тел. Описанная в разделе 3 работы [1] задача о проведении дистанционного элементного анализа поверхностных пород безатмосферных небесных тел, в частности Луны, потребовала проведения теоретического исследования процессов и явлений вблизи их поверхности, которые могут препятствовать осуществлению указанной процедуры. Одним из таких явлений может быть существование экзосферы, частично состоящей из мелкодисперсных левитирующих частиц лунного реголита, что было обнаружено астронавтами корабля «Аполлон 17», наблюдавшими рассеивание солнечного света около лунного терминатора, вызывающего свечение горизонта [2]. Теоретическое исследование включало в себя следующие задачи: 1) построение модели зарядки поверхности планеты; 2) определение распределений напряженности электрического поля и частиц плазмы в ее окрестности; 3) построение критерия подъема частиц с поверхности планеты; 4) описание динамики заряженных частиц грунта в экзосфере. Первые два пункта были частично решены задолго до обнаружения левитирующих микрочастиц грунта [3–6]; показано, что распределение электростатического потенциала носит немонотонный характер. В работах [7–9], в отличие от других исследователей, рассматривался случай поверхности, покрытой монослоем соединений водорода. Только в последние годы именно такой подход признан наиболее перспективным для объяснения наблюдаемых явлений. Другой выбор граничных условий для этой задачи рассмотрен в [10–12]. Показано, что такой выбор граничных условий является предпочтительным, так как исключает фиктивные решения для параметров немонотонного электростатического потенциала.

В работе [13] в предположении о том, что монослоем соединений водорода покрыта как лунная поверхность, так и поверхность сферической частицы грунта, дано условие левитации частицы лунного реголита в районе терминатора планеты

$$8\pi\epsilon_0 \left(\frac{k_B T}{e}\right)^2 R \ln \left[\frac{(1 + G\sqrt{\cos\theta_0}z)^2}{4 \cos\theta_0} \right] \frac{G\sqrt{\cos\theta_0}}{1 + G\sqrt{\cos\theta_0}z} - \frac{16}{9}\pi^2 R^3 \rho^2 \gamma R_m > 0. \quad (1)$$

Здесь R — радиус микрочастицы; $G = \sqrt{2\pi n / k_B T \epsilon_0}$, n — линейная концентрация фотоэлектронов на поверхности планеты; θ_0 — угол между местной нормалью и направлением на Солнце; ρ — плотность материала поверхности (лунного реголита); k_B — постоянная Больцмана; R_m — радиус планеты (Луны). Получение условия (1) позволило в [11, 14–19] рассмотреть для указанных выше частиц вертикальную динамику и перенос вдоль лунной поверхности.

В частности, в [15, 16] доказано существование трех возможных режимов вертикальных колебаний пылевой частицы, которые реализуются при определенных значениях ее радиуса. Первый из указанных режимов имеет место, если радиус пылинки близок к критическому значению радиуса левитирующих микрочастиц, определяемому соотношением (1). Особенности вертикального движения пылевых частиц в этом случае иллюстрируются данными рис. 1, на котором представлены результаты расчета временной динамики микрочастицы с радиусом 0.23 мкм при $\theta_0 = 80^\circ$. Вертикальные колебания пылинки в этом случае происходят на малой высоте над поверхностью планеты, а их качественная картина близка к описанной в [14] вследствие близости заряда микрочастицы к локально-равновесному значению (рис. 1, б). Эффект малых отклонений заряда пылинки от равновесного проявляется, в частности, в незамкнутости фазовой траектории (рис. 1, а).

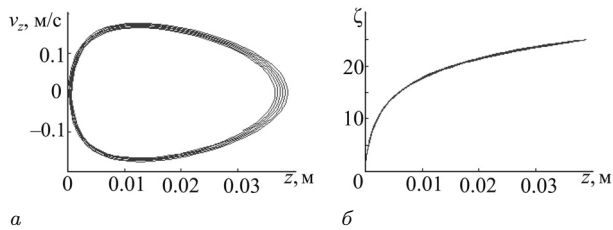


Рис. 1. Результаты расчета временной эволюции микрочастицы с радиусом 0.23 мкм для $\theta_0 = 80^\circ$: *а* — фазовая траектория, *б* — зависимость безразмерного заряда ζ от высоты z .

Второй режим вертикального движения имеет место для пылинок с радиусами в интервале (0.01–0.1) мкм. В качестве примера на рис. 2 представлены результаты расчета вертикального движения микрочастицы с радиусом 0.1 мкм при $\theta_0 = 80^\circ$. Эффект неравновесности электрического заряда микрочастицы приводит в этом случае к быстрому затуханию ее вертикальных колебаний, и пылинка оказывается неподвижно левитирующей на фиксированной высоте, определяемой ее радиусом (рис. 2, *а*). Безразмерный заряд микрочастицы ζ , равный отношению его текущего значения к равновесному на поверхности планеты, также асимптотически стремится к равновесному значению на высоте зависания (рис. 2, *б*).

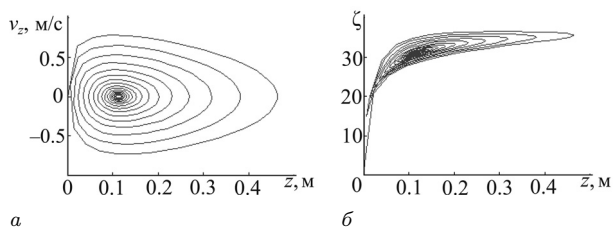


Рис. 2. Результаты расчета временной эволюции микрочастицы с радиусом 0.1 мкм для $\theta_0 = 80^\circ$: *а* — фазовая траектория, *б* — зависимость безразмерного заряда ζ от высоты z .

Наконец, третий режим вертикального движения пылевых частиц имеет место в случае сверхмелких частиц с радиусами меньше 0.01 мкм. В этом случае при определении заряда микрочастицы следует учитывать также токи от электронов и ионов солнечного ветра. Качественная картина динамики сверхмелких пылевых частиц представлена на рис. 3 для пылинки размером 0.007 мкм при $\theta_0 = 80^\circ$. Как видно из рис. 3, *б*, электрический заряд частицы с течением времени асимптотически

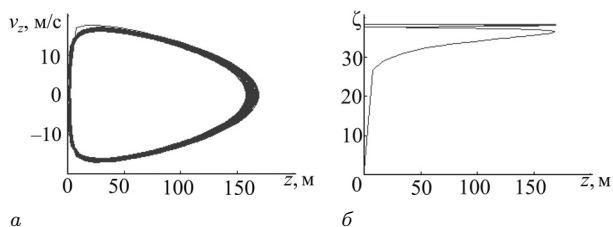


Рис. 3. Результаты расчета временной эволюции микрочастицы с радиусом 0.007 мкм для $\theta_0 = 80^\circ$: *а* — фазовая траектория, *б* — зависимость безразмерного заряда ζ от высоты z .

приближается к некоторому постоянному значению Q_a . Кинематическим следствием этого эффекта является асимптотическое приближение вертикального движения пылинки к периодическому колебательному движению с постоянной амплитудой (рис. 3, а).

Большинство полученных решений — численные, однако в рамках предложенной методики обобщенных зарядово-полевых потенциалов получены и аналитические решения (в квадратурах) задачи вертикальной динамики частицы лунного реголита в приповерхностном фотоэлектронном слое [11, 18]. В статье [14], в отличие от появившихся приблизительно в то же время работ [20, 21], рассмотрена вертикальная динамика заряженных микрочастиц лунного грунта без начальной скорости. Также в [16] предложен механизм горизонтального переноса частиц лунного грунта и получены зависимости его максимальной длины от радиуса микрочастицы и широты лунной поверхности. Анализ физических причин существования различных видов вертикального движения проведен в [17].

2. Моделирование поведения пылевых облаков в околоземном космическом пространстве. Более чем полувекковая деятельность человечества в ближнем космосе привела к ряду отрицательных последствий, основным из которых является все возрастающее загрязнение околоземного космического пространства (ОКП) продуктами антропогенной деятельности (так называемым космическим мусором (КМ)). Источниками техногенных частиц в ОКП является мелкодисперсная компонента выбросов твердотопливных ракетных двигателей (ТТРД) разгонных блоков космических аппаратов (КА), деградация под действием физических факторов космического пространства материала поверхностей орбитальных КА, а также крупных объектов космического мусора и их фрагментов. Результаты натуральных измерений показывают, что размеры техногенных частиц находятся в широком диапазоне: от единиц нанометра до сотен микрон. Столкновения КА с техногенными частицами при скоростях соударения порядка 10 км/с могут приводить к разрушению материалов, используемых в различных элементах конструкции КА, а также вызывать в указанных материалах процессы эрозии, кратерообразования, откольные явления и эжекцию вторичных частиц. В настоящее время численность техногенных частиц в ОКП быстро растет и соответственно возрастает опасность, которую они представляют для орбитальных КА, особенно при прохождении космических аппаратов через облака техногенных частиц (так называемых астрозолей). Техногенные частицы представляют угрозу не только для космических аппаратов, но создают серьезные проблемы и для экологии Земли [22]. В частности, серьезную опасность для биосферы Земли представляют возвращающиеся из космоса на Землю частицы из радиоактивных материалов, а также микробиологические объекты (МБО). Последние объекты могут выноситься с Земли в космос как на поверхностях космических аппаратов и ракет-носителей, так и вследствие действия «ионосферного лифта», осуществляющего перенос тропосферного аэрозоля с поверхности Земли в верхнюю ионосферу.

В связи с быстро возрастающим загрязнением ближнего космоса с середины 80-х годов прошлого столетия начаты активные теоретические исследования динамики в ОКП техногенных частиц, направленные в первую очередь на определение характеристик техногенных частиц (ТЧ) с большими временами орбитального существования. На первом этапе основное внимание уделялось определению условий длительного орбитального существования в ОКП достаточно крупных техногенных

частиц размерами 1–100 мкм, поскольку ТЧ указанных размеров оказывают наибольшее негативное воздействие на орбитальные КА, а также моделирование их движения в ОКП не требовало учета влияния на динамику ТЧ электродинамических сил, что существенно упрощало решение соответствующих задач. Результаты расчетов времен жизни крупных ТЧ в ОКП показали возможность длительного орбитального существования инжектируемых в ОКП крупных ТЧ как на высоких, так и низких орбитах. В то же время принципиальная возможность длительного удержания в окрестности Земли техногенных частиц субмикронных размеров вызывала сомнения.

Однако проведенные сотрудниками кафедры и лаборатории физической механики численные [23–34] исследования динамики в ОКП сверхмелких субмикронных частиц менее 0.1 мкм показали, что при определенных условиях движущиеся в плазмосфере Земли техногенные частицы порядка 5–100 нм способны длительное время удерживаться в околоземном пространстве и могут, таким образом, также являться важным фактором антропогенного загрязнения ближнего космоса. Показано, что основным физическим механизмом, приводящим к длительному удержанию сверхмелких ТЧ в ОКП, оказывается воздействие на движение указанных частиц силы Лоренца, обусловленной взаимодействием наводимого на ТЧ заряда с магнитным полем Земли. Для ряда модельных случаев полученные результаты численных экспериментов совпадают с данными аналитических исследований, приведенными в работах [35–42].

2.1. Численное моделирование орбитального движения субмикронных техногенных частиц, инжектируемых в околоземное космическое пространство в различных структурных областях плазменной оболочки Земли. Численное моделирование движения в окрестности Земли субмикронных техногенных частиц представляет собой задачу, которая должна решаться с учетом воздействия на движение ТЧ в ОКП следующего комплекса сил: гравитационной силы, действующей на ТЧ со стороны центрального гравитационного поля Земли и его возмущений; силы солнечного давления; силы сопротивления верхней атмосферы, а также электродинамических сил, обусловленных взаимодействием наводимого на ТЧ электрического заряда с магнитным и электрическим полями околоземного пространства. Особенно сложной проблемой является необходимость учета воздействия на движение ТЧ электродинамических сил. Это связано в первую очередь с трудностью определения электрического заряда частицы. Вследствие пространственной неоднородности параметров околоземной плазмы и условий освещенности микрочастицы в ОКП, электрический заряд техногенной частицы меняется вдоль ее траектории, причем значение заряда в данный момент времени в связи с конечностью характерного времени зарядки ТЧ зависит от физических условий не только в точке текущего положения микрочастицы, но и в предшествующие моменты времени на траектории. Поэтому в общем случае при решении задач баллистики субмикронных частиц в ОКП уравнения, описывающие процесс их зарядки в космической плазме, должны решаться совместно с уравнениями движения субмикронной частицы в ОКП.

Таким образом, в геоцентрической экваториальной системе отсчета (не вращающейся вместе с Землей) движение субмикронной частицы в ОКП будет описываться уравнением

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{F}_G + \mathbf{F}_G^{dst} + \mathbf{F}_L^B + \mathbf{F}_L^E + \mathbf{F}_{pr} + \mathbf{F}_{drag}. \quad (2)$$

Здесь \mathbf{F}_G — сила, действующая на ТЧ со стороны центрального гравитационного поля Земли; \mathbf{F}_G^{dst} — возмущение силы \mathbf{F}_G , обусловленное полярным сжатием Земли; \mathbf{F}_L^B и \mathbf{F}_L^E — соответственно магнитная и электрическая составляющие силы Лоренца, обусловленные взаимодействием заряда микрочастицы $q = q(t)$, движущейся со скоростью \mathbf{v} , с магнитным \mathbf{B} и электрическим \mathbf{E} полями околоземного космического пространства; \mathbf{F}_{pr} — сила солнечного светового давления на частицу; \mathbf{F}_{drag} — сила сопротивления нейтральной компоненты фонового газа. В первом приближении геомагнитное поле может быть аппроксимировано полем магнитного диполя, расположенного в центре Земли с магнитным моментом \mathbf{M}_d , ориентированным противоположно вектору угловой скорости вращения Земли $\mathbf{\Omega}$. Использовалась также и аппроксимация суммой N сферических гармоник ряда Гаусса [43]. Электрическое поле в ОКП может быть представлено суперпозицией полей коротации \mathbf{E}_{cor} и конвекции $\mathbf{E}_{cross-tail}$, где $\mathbf{E}_{cor} = \frac{1}{c}(\mathbf{r} \times \mathbf{\Omega}) \times \mathbf{B}$, а электрическое поле конвекции может быть аппроксимировано постоянным электрическим полем, направленным с утренней на вечернюю сторону магнитосферы и зависящим от геомагнитной активности. Величина силы солнечного давления вычислялась через эффективность давления солнечного излучения Q_{pr} , усредненной по солнечному спектру. Для рассматриваемых значений размеров частиц, соизмеримых с длиной волн в области максимума спектра солнечного излучения, задание эффективности Q_{pr} производилось на основе численного суммирования рядов, которые представляют формальное точное решение задачи о поглощении и рассеянии света однородной сферической частицей, полученное в так называемой теории Ми.

Наводимый на поверхности микрочастицы электрический заряд $q(t)$ эволюционирует в соответствии с уравнением

$$\frac{dq}{dt} = \sum_i J_i = J_{tot}, \quad (3)$$

где J_{tot} — полный заряжающий ток, а J_i — заряжающие токи, соответствующие возможным механизмам зарядки ТЧ в космической среде. В общем случае к указанным механизмам относятся:

- зарядка ТЧ падающими на ее поверхность плазменными электронами и ионами тепловых энергий;
- зарядка высокоэнергетичными заряженными частицами корпускулярных потоков;
- вторичная электронная эмиссия при соударениях электронов и ионов с поверхностью ТЧ;
- обратное рассеяние электронов;
- фотоэлектронная эмиссия;
- автоэлектронная эмиссия (для металлических ТЧ при низких отрицательных потенциалах)[22].

Токи зарядки J_i в правой части уравнения (2) определяются выражениями, приведенными в работах [44–51]. Так как заряжающие токи определяются локальными значениями плотности и температуры электронов и ионов фоновой плазмы, которые изменяются в процессе орбитального движения ТЧ в ОКП, то при численном моделировании движения частицы в ОКП, основанном на совместном решении уравнения движения (2) и уравнения зарядки (3), использовалась модель плазменной оболочки Земли, описанная в [22]. Предполагается, что она состоит из трех структурных областей: ионосферы, плазмосферы и плазменного слоя.

Численные эксперименты для определения условий длительного орбитального существования инжектируемых в ОКП техногенных частиц были проведены для круговых и близких к круговым орбитам, проходящих на различной высоте над поверхностью Земли, а также для вытянутых эллиптических орбит с низким перигеем, в частности с параметрами, соответствующими орбитальным параметрам спутника «Молния». Рассматривались субмикронные частицы из алюминия, оксида алюминия и углерода (материал с низким выходом фотоэмиссии) и радиусами от единиц нанометров до десятков микрометров. Параметры орбит, размер и материал частиц выбирались для соответствия имеющимся экспериментальным данным [52–56].

Как показано в [33], для сверхмелких техногенных частиц из углерода возможны три режима длительного орбитального существования в ОКП. В первом режиме пространственная траектория ТЧ замечает тор с осью, совпадающей с магнитной осью Земли, симметричный относительно плоскости магнитного экватора. Физическая природа длительного орбитального существования сверхмелких ТЧ в ОКП в рассматриваемом режиме обусловлена адиабатической инвариантностью эквивалентного магнитного момента техногенной частицы. Как показано в [57], последнее условие для дипольного магнитного поля оказывается выполненным при движении на расстояниях от центра Земли, много меньших штермеровской единицы длины.

Вторым режимом являются движения в окрестности экваториальной плоскости. Указанные движения — частный случай рассмотренного выше режима, однако характеризуются большими временами орбитального существования ТЧ в ОКП. Они могут реализоваться при инжекции сверхмелких ТЧ на материнских орбитах с нулевым или малым углом наклона к плоскости экватора. Принципиальная возможность длительного орбитального существования сверхмелких ТЧ на плоских и близких к ним пространственных орбитах впервые была показана в [23].

Третий режим длительного орбитального существования (магнитно-гравитационный захват) в ОКП сверхмелких ТЧ из углерода реализуется при выполнении условия слабой локальной неоднородности магнитного поля. Гравитационное поле Земли в этом случае дает заметный вклад в эффективный потенциал $U_{eff}(s)$, описывающий движение ведущего центра по дуговой координате местной силовой линии в ведущей плоскости. Вклад гравитационного поля в эффективный потенциал приводит к появлению двух локальных минимумов потенциала эффективного поля в Северном и Южном полушариях. При этом становится возможным режим движения, в котором ведущий центр сверхмелкой ТЧ совершает колебания по отрезку силовой линии в Северном или Южном полушарии в соответствующей потенциальной яме, одновременно дрейфуя по азимуту вследствие неоднородности магнитного поля и изменения электрического заряда ТЧ вдоль траектории ее движения в ОКП. Пространственная траектория ТЧ замечает тор, расположенный в Северном или Южном полушариях, с осью, совпадающей с магнитной осью Земли. Как показали результаты численных экспериментов, явления магнитно-гравитационного захвата имеют место для ТЧ из углерода с радиусами до 7 нм включительно, инжектируемых в ОКП на материнских орбитах с различными высотами и углами наклона.

Результаты численного моделирования движения в ОКП техногенных наночастиц из оксида алюминия (материал с высоким выходом фотоэмиссии) с радиусами от 5 до 30 нм, инжектируемых в околоземное пространство на круговые орбиты с высотами от 1.5 до 50 тыс. км с различными углами наклона к плоскости экватора, показывают, что наибольшие времена орбитального существования (до нескольких лет) имеют в рассматриваемом случае сверхмелкие ТЧ, движущиеся в ОКП

в режиме магнитно-гравитационного захвата (МГЗ). Как следует из полученных расчетных данных, явления МГЗ могут иметь место для сверхмелких ТЧ из оксида алюминия радиусами до 21 нм включительно, инжектируемых в плазмосферу на «материнских» орбитах с различными высотами и углами наклона к плоскости экватора. Долгоживущие движения в окрестности экваториальной плоскости реализуются только для ТЧ с радиусами до 8 нм, инжектируемых в ОКП на орбитах с нулевыми и малыми углами наклона к плоскости экватора и высотами от 6 до 30 тыс. км. Долгоживущие движения, характеризующиеся колебаниями ведущего центра ТЧ между зеркальными точками в Северном и Южном полушариях, обнаружены только в нескольких численных экспериментах для наиболее мелких ТЧ с радиусом 5 нм.

Также серия численных экспериментов была направлена на определение возможных режимов длительного орбитального существования сверхмелких ТЧ из оксида алюминия, инжектируемых в ОКП в плазменном слое Земли. Полученные расчетные данные показывают, что при инъекции сверхмелких ТЧ в ОКП в плазменном слое Земли единственным типом орбитального движения ТЧ из оксида алюминия, при котором может иметь место длительное (более 1 мес.) удержание ТЧ в околоземном пространстве, является движение ТЧ в режиме магнитно-гравитационного захвата.

Приведенные в [58, 59] результаты моделирования движения в ОКП микрочастиц из алюминия и оксида алюминия с радиусами от 1 до 100 мкм, инжектируемых в ОКП в перигее вытянутой эллиптической орбиты с параметрами, соответствующими орбитальным параметрам спутника «Молния», показали принципиальную возможность длительного орбитального существования таких техногенных микрочастиц (с временами жизни более 1 мес.). Более того, из результатов численных экспериментов следовало, что в соответствующих условиях микрочастицы, инжектируемые в ОКП на вытянутых эллиптических орбитах с низким перигеем, могут иметь экстремально большие времена орбитального существования — порядка года и более — и должны рассматриваться, как один из опасных источников антропогенного загрязнения ближнего космоса. Численные эксперименты в работах [58, 59], в которых моделировалось движение в ОКП крупных ТЧ с радиусами, большими 1 мкм, проводились без учета воздействия на динамику ТЧ электродинамических сил. В дальнейшем в работе [32] была проведена серия численных экспериментов, направленных на определение времен орбитального существования субмикронных частиц из алюминия и оксида алюминия, инжектируемых в ОКП на вытянутой эллиптической орбите с низким перигеем. Расчеты проводились с учетом воздействия на движение ТЧ электродинамических сил в условиях низкого уровня солнечной и геомагнитной активности.

Возможность длительного орбитального существования техногенных частиц на геостационарной орбите рассмотрена в [43, 60]. В [43] на основе результатов численного моделирования впервые показана такая возможность для частиц из оксида алюминия, отделяющихся от поверхности активно действующего геостационарного спутника или «мусорного» объекта, «захороненного» в окрестности геостационарной орбиты. Показано, что в условиях низкой солнечной и геомагнитной активности большие времена орбитального существования (более 1 мес.) имеют частицы, радиусы которых превышают пороговое значение, близкое к 1.1 мкм. Времена орбитального существования техногенных частиц с радиусами, большими указанного порогового значения, практически не зависят от начального положения точки ин-

жекции на геостационарной орбите и быстро растут с увеличением радиуса техногенной частицы. Также показано, что в условиях низкой солнечной и геомагнитной активности большие времена орбитального существования могут иметь и субмикронные техногенные частицы с радиусами менее 0.1 мкм. Установлена возможность длительного орбитального существования (более 2 лет) сверхмелких техногенных частиц с радиусами менее 0.01 мкм, инжектируемых на геостационарной орбите. Анализ показывает, что в данном случае техногенная частица движется в так называемом режиме магнитно-гравитационного захвата.

В [61] аналитически на основе использования «дрейфовых» уравнений движения определены условия реализации двух возможных режимов длительного орбитального существования техногенных наночастиц, инжектируемых в околоземное пространство на высокой круговой орбите в области кольцевого тока и не выходящих в процессе орбитального движения за пределы этой области. Показано, что в каждом из указанных режимов ведущий центр наночастицы, не достигая плотных слоев атмосферы, в ведущей плоскости периодически колеблется по отрезку силовой линии геомагнитного поля между «зеркальными точками», которые в одном режиме расположены в Северном и Южном полушариях, а в другом — в том же полушарии, что и точка инжекции.

Для исследования возможности возвращения на Землю патогенных МБО в [62] построена математическая модель аэродинамического нагрева сферической микрочастицы из углерода радиусом от 0.5 до 3 мкм (споры земных или возможных внеземных бактерий) при ее входе в атмосферу Земли. Модель основана на совместном численном решении уравнений движения частицы в околоземном космическом пространстве и уравнения, описывающего изменение внутренней энергии МБО. Показано, что указанные споры бактерий могут сохранить жизнеспособность даже при входе в атмосферу с начальными скоростями, превышающими третью космическую скорость.

2.2. Аналитический подход к моделированию орбитального движения субмикронных техногенных частиц, инжектируемых в околоземное космическое пространство. Хотя основным методом теоретического исследования особенностей орбитального движения ТЧ в окрестности Земли является рассмотренный метод численного моделирования, физические оценки и результаты численных экспериментов показывают, что в определенных практически интересных случаях число факторов, влияющих на орбитальную динамику, существенно уменьшается, что упрощает постановку задачи баллистики в ОКП и делает возможным использование для определения особенностей орбитального движения вблизи Земли соответствующих аналитических методов.

В работах [35, 63] задача баллистики ТЧ в ОКП была рассмотрена в модельном предположении о том, что основной силой, возмущающей движение ТЧ в центральном гравитационном поле Земли, является магнитная составляющая силы Лоренца, действующая на заряд ТЧ со стороны дипольного магнитного поля Земли. Воздействие на микрочастицу других возмущающих сил не учитывалось и предполагалось, что заряд ТЧ в процессе орбитального движения в ОКП остается постоянным.

Анализ, проведенный в [63] с использованием экспериментальных данных о параметрах плазмы в дневной и ночной ионосфере, приведенных в работе [64], показал, что указанные предположения оказываются выполненными для представляющих значительный практический интерес движений субмикронных частиц с радиусами

менее 0.2 мкм из материала с высоким выходом фотоэмиссии (алюминий, оксид алюминия) на низких околоземных орбитах на высотах порядка 1000 км.

В рассматриваемой модельной постановке баллистической задачи функция Гамильтона, описывающая движение ТЧ в ОКП в сферической геомагнитной системе координат (r, ϑ, φ) с началом в центре Земли, имеет вид

$$H = \frac{1}{2m} \left[p_r^2 + \frac{p_\vartheta^2}{r^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \left(p_\varphi + \frac{qM_E \sin^2 \vartheta}{cr} \right)^2 \right] - \frac{m\mu_E}{r}, \quad (4)$$

где μ_E — гравитационный параметр Земли; M_E — величина дипольного магнитного момента Земли, ориентированного на Южный магнитный полюс.

В силу цикличности азимутальной координаты φ обобщенный импульс p_φ является интегралом движения.

Функцию Гамильтона (4) можно представить в виде

$$H = H_0 + H_1 + H_2, \quad (5)$$

где

$$H_0 = \frac{p_r^2}{2m} + \frac{p_\vartheta^2}{2mr^2} + \frac{p_\varphi^2}{2mr^2 \sin^2 \vartheta} - \frac{m\mu_E}{r}, \quad (6)$$

$$H_1 = \frac{qM_E p_\varphi}{mcr^3}, \quad (7)$$

$$H_2 = \frac{q^2 M_E^2 \sin^2 \vartheta}{2mc^2 r^4}. \quad (8)$$

В (5) функция H_0 соответствует функции Гамильтона, описывающей основное движение в центральном гравитационном поле, а слагаемые H_1 и H_2 характеризуют возмущающий эффект силы Лоренца. В условиях, когда этот эффект является слабым, основной вклад в (4) дает функция H_1 , а членом H_2 (квадратичным по q) можно пренебречь. В этом случае при решении рассматриваемой баллистической задачи вместо полной функции Гамильтона (5) в [65] использован «укороченный» гамильтониан:

$$H^* = H_0 + H_1. \quad (9)$$

Функция Гамильтона H^* позволяет записать уравнение Гамильтона — Якоби:

$$H^* \left(q_i, \frac{\partial S}{\partial q_i}, t \right) + \frac{\partial S}{\partial t} = 0, \quad (10)$$

полный интеграл которого имеет вид

$$S = -\alpha_1 t + \alpha_3 \varphi + \int \sqrt{P \left(\frac{1}{r} \right) - \frac{2qM_E \alpha_3}{cr^3}} dr + \int \sqrt{\alpha_2 - \frac{\alpha_3^2}{\sin^2 \vartheta}} d\vartheta, \quad (11)$$

где $P \left(\frac{1}{r} \right) = 2m \left(\alpha_1 + \frac{m\mu_E}{r} \right) - \frac{\alpha_2^2}{r^2}$, а постоянные α_1 и α_3 равны соответственно полной энергии E и азимутальной компоненте обобщенного импульса p_φ , являющимися интегралами движения.

Построение полного интеграла уравнения Гамильтона — Якоби позволяет найти решение соответствующей системы уравнений:

$$\beta_i = \frac{\partial S}{\partial \alpha_i} \quad (i = 1, 2, 3). \quad (12)$$

Для $q \neq 0$ минимальное и максимальное геоцентрические расстояния r_1 и r_2 могут быть найдены из уравнения

$$P\left(\frac{1}{r}\right) - \frac{2qM_E\alpha_3}{cr^3} = 0. \quad (13)$$

Уравнения (12) дают возможность определить траекторию движения частицы за период осцилляции по r от $r = r_1$ до $r = r_2$ и обратно до $r = r_1$. Решения этих уравнений могут быть записаны в виде

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \vartheta\right) = \sin i \sin \omega, \quad (14)$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \vartheta\right) = \tan i \sin \Delta \Omega, \quad (15)$$

где $i = \arccos(\alpha_3/\alpha_2)$ — наклонение плоскости экватора, угол ω (так называемый аргумент) равен угловому расстоянию частицы от восходящего узла в плоскости орбиты, а угол $\Delta \Omega$ (приращение прямого восхождения восходящего узла) представляет собой угловое расстояние между проекцией частицы на экваториальную плоскость и восходящим узлом. Углы ω и $\Delta \Omega$ в (14) и (15) выражаются через корни уравнения (13) и нормальный эллиптический интеграл Лежандра первого рода.

Таким образом, возмущающее воздействие на движение частицы силы Лоренца будет приводить к двум вековым изменениям в пространственном положении кеплеровской орбиты частицы: вращению орбиты в собственной плоскости и прецессии плоскости орбиты вокруг магнитной оси Земли. В то же время геометрические характеристики орбиты остаются близкими к параметрам эллиптической орбиты незаряженной частицы.

Однако в связи с приближенным характером уравнений (12), полученных с использованием «укороченного» гамильтониана (9), возник вопрос о том, насколько достоверной является сформулированная качественная картина возмущенного движения для больших промежутков времени, на которых воздействие отброшенного члена H_2 в точном гамильтониане (5), даже при выполнении условия $|\frac{H_2}{H_1}|$, может оказаться существенным.

Для ответа на этот вопрос авторы работы [35] перешли от канонических переменных $(r, \vartheta, \varphi, p_r, p_\vartheta, p_\varphi)$ к каноническим переменным Делоне $(L_D, G_D, H_D, l_D, g_D, h_D)$ [66], связанным с оскулирующими элементами возмущенного движения $a, e, M, \Omega, i, \omega$. В [35] показано, что в этом случае функция Гамильтона не зависит от обобщенного импульса h_D , и поэтому координата H_D является интегралом движения $H_D = H_{D0}$. Посредством специального канонического преобразования далее был осуществлен переход от переменных Делоне к новой системе канонических переменных $\bar{L}, \bar{G}, \bar{l}, \bar{g}$ с 2π -периодичным по переменным \bar{l} и \bar{g} гамильтонианом $\bar{H}(\bar{L}, \bar{G}, \bar{l}, \bar{g}) = \bar{H}_0(\bar{L}) + \varepsilon \bar{H}_1(\bar{L}, \bar{G}) + \varepsilon^2 \bar{H}_2(\bar{L}, \bar{G}, \bar{l}, \bar{g})$, где безразмерный параметр $\varepsilon = \frac{M_E q \mu_E}{m c H_{D0}^3}$. Из малости возмущающего воздействия силы Лоренца следует, что параметр $\varepsilon \ll 1$.

Использование \bar{l} вместо времени позволило получить систему канонических уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d\bar{G}}{d\bar{l}} = \Phi_{\bar{g}} = \frac{\bar{H}_{\bar{g}}}{\bar{H}_{\bar{L}}}, \\ \frac{d\bar{g}}{d\bar{l}} = -\Phi_{\bar{G}} = \frac{\bar{H}_{\bar{G}}}{\bar{H}_{\bar{L}}}, \end{cases} \quad (16)$$

задающую семейство траекторий, лежащих на изоэнергетической поверхности $\bar{H}(\bar{L}, \bar{G}, \bar{l}, \bar{g}) = C$. Получен явный вид отображения $\tilde{\varphi}_\varepsilon$ в фазовой плоскости \bar{G}, \bar{g} системы (16), определяемого перемещением по траекториям указанной системы уравнений от $\bar{l} = 0$ до $\bar{l} = 2\pi$. Показано, что отображение $\tilde{\varphi}_\varepsilon$ удовлетворяет условиям теоремы Мозера [67] о свойствах близкого к закручивающему отображения плоского кольца, гарантирующего существование бесконечного множества инвариантных кривых отображения $\tilde{\varphi}_\varepsilon$ для достаточно малых ε . Траектории исследуемой системы канонических уравнений в четырехмерном фазовом пространстве $\bar{L}, \bar{G}, \bar{l}, \bar{g}$, исходящие из точек инвариантной кривой, образуют двумерный инвариантный тор. Движения по поверхности инвариантных торов являются квазипериодическими с двумя частотами. Любая траектория, начинающаяся между двумя инвариантными торами на одной и той же изоэнергетической поверхности, должна вечно оставаться между ними. Это гарантирует для любого решения рассматриваемой системы канонических уравнений при достаточно малом ε вечную близость текущего значения переменной $\bar{G}(t)$ к начальному значению $\bar{G}(0)$, т. е.: $|\bar{G}(t) - \bar{G}(0)| \leq \delta(\varepsilon)$, где $\delta(\varepsilon) \rightarrow 0$ при $\varepsilon \rightarrow 0$. Таким образом, при достаточно малых ε переменная \bar{G} и соответствующая ей переменная Делоне G_D могут быть рассмотрены как квазиинтегралы движения. Аналогичным свойством обладают и переменные \bar{L} и L_D . Тогда, с учетом выражений, связывающих переменные Делоне с оскулирующими элементами возмущенной орбиты, из доказанного следует, что для достаточно малых ε должна иметь место вечная близость к начальным значениям текущих значений оскулирующих элементов возмущенной орбиты a и e , характеризующих ее геометрические параметры, а также вечная близость к начальному значению угла наклона i орбиты к плоскости магнитного экватора.

Как известно, заряд микрочастицы (МЧ), движущейся в околоземном космическом пространстве, изменяется, причем характер этого изменения зависит от того, в какой области ОКП происходит движение. Для частиц с низким выходом фотоэмиссии возможны ситуации, когда ее электрический заряд с высокой степенью точности можно считать квазиравновесным, т. е. зависящим только от положения частицы на траектории

$$Q = Q(\mathbf{r}), \quad (17)$$

где \mathbf{r} — радиус-вектор текущего положения МЧ.

Для этого случая в [40, 41] проведено обобщение полученных в [35] результатов. Прежде всего, были определены условия применимости канонической формулировки задачи о движении частицы с локально равновесным электрическим зарядом в околоземном космическом пространстве.

Общим условием корректности канонической формулировки задачи движения микрочастицы в ОКП является возможность представления всех сил \mathbf{F}^j , действующих на МЧ, в виде

$$\mathbf{F}^j = -\nabla V^j \quad \text{или} \quad F_i^j = -\frac{\partial U^j}{\partial x_i} + \frac{d}{dt} \frac{\partial U^j}{\partial \dot{x}_i} \quad (i = 1, 2, 3),$$

где $V^j = V^j(x_1, x_2, x_3, t)$ — обычный потенциал; $U^j(x_1, x_2, x_3, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3, t)$ — обобщенный потенциал. При движении МЧ на достаточно больших высотах силой сопротивления фонового газа верхней атмосферы можно пренебречь, и поэтому основными силами, действующими на МЧ, являются гравитационная сила \mathbf{F}^{gr} , сила солнечного давления \mathbf{F}^{pr} и сила Лоренца \mathbf{F}^L . Не зависящие от скорости гравитационная сила и сила солнечного давления (для сферической МЧ) представляются обычными потенциалами V^{gr} и V^{pr} . При этом сила Лоренца, действующая в общем случае на переменный заряд МЧ со стороны магнитного и электрического полей ОКП, как показано в [38], допускает представление с помощью обобщенного потенциала U^L при выполнении соответствующих ограничений на характер изменения заряда МЧ в процессе ее орбитального движения, а также на особенности пространственного распределения магнитного и электрического полей ОКП. Первое из указанных ограничений состоит в выполнении условия квазиравновесности (17) электрического заряда МЧ, который определяется местными значениями параметров фоновой плазмы и зависит только от текущих координат МЧ.

Второе ограничение (на геометрические характеристики полей) состоит в выполнении условий:

$$\mathbf{B} \perp \nabla q, \quad (18)$$

$$\mathbf{E} \parallel \nabla q. \quad (19)$$

Как показано в [38], при выполнении условий (18)–(19) сила Лоренца может быть представлена обобщенным потенциалом

$$U^L = Y_1 - \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{Y}_2}{c}, \quad (20)$$

где Y_1 и \mathbf{Y}_2 — скалярная и векторная функции координат, удовлетворяющие уравнениям

$$\begin{cases} \nabla Y_1 = Q \nabla \varphi, \\ \text{rot } \mathbf{Y}_2 = Q \text{rot } \mathbf{A}. \end{cases} \quad (21)$$

В (21) φ и \mathbf{A} — соответственно скалярный и векторный потенциалы, действующие на МЧ электрических и магнитных полей ОКП. Такой способ введения обобщенных зарядово-полевых потенциалов является естественным, так как для постоянного заряда функции Y_1 и \mathbf{Y}_2 определяются выражениями

$$Y_1 = Q\varphi, \quad \mathbf{Y}_2 = Q\mathbf{A},$$

которые при подстановке в (20) дадут хорошо известное выражение для обобщенного потенциала силы Лоренца в случае постоянного заряда.

Как показано в [38], с учетом (20) функция Гамильтона, описывающая динамику в ОКП микрочастицы с переменным зарядом, определяется формулой

$$H = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^3 \left(P_i - \frac{Y_{2i}}{c} \right)^2 + V^{gr} + V^{pr} + Y_1, \quad (22)$$

где компоненты вектора обобщенного импульса $P_i = m\dot{x}_i + \frac{Y_{2i}}{c}$.

В [38] на основе результатов численного моделирования показано, что при движении МЧ в земной плазмосфере условие (17) оказывается выполненным для микрочастиц с радиусами более 0.01 мкм, орбиты которых проходят на расстояниях

больше полутора радиусов Земли от ее поверхности. Выполнение же геометрических условий (18) и (19) может быть реализовано в плазмосфере Земли, что следует из особенностей пространственного распределения в ней плазмы. Это распределение описывается, как известно, моделью двухкомпонентной плазмы [68].

Равновесный заряд тела, будучи функцией локальных плотности и температуры, не зависит, таким образом, от продольной координаты вдоль силовой линии магнитного поля, что соответствует выполнению условия (18). В этом случае $Q = Q(L)$, где L — параметр местной магнитной оболочки. Основной вклад в геоэлектрическое поле на плазмосферных высотах дает, как известно, электрическое поле коротации E_{cor} . Легко убедиться, что в случае аппроксимации геомагнитного поля дипольным магнитным полем с магнитным моментом, антипараллельным оси вращения Земли, поле коротации удовлетворяет необходимому условию (19).

Для дальнейшего рассмотрения в [40–42] был сделан ряд дополнительных упрощающих предположений:

— рассматриваются МЧ с радиусами порядка сотых долей микрона из материала с низким выходом фотоэмиссии;

— движение МЧ происходит по слабо вытянутым орбитам (с эксцентриситетами меньше 0.3–0.4) с высотой перигея больше радиуса Земли.

При сделанных предположениях рассматриваемая задача сводится к задаче о движении МЧ с переменным электрическим зарядом в суперпозиции центрального поля тяготения и силы Лоренца, действующей на электрический заряд МЧ со стороны дипольного магнитного поля Земли и электрического поля коротации.

В геомагнитной сферической системе координат (r, ϑ, φ) с началом в центре Земли и полярной осью, проходящей через Южный магнитный полюс, функцию Гамильтона (22) можно записать таким образом:

$$H = \frac{1}{2m} \left[P_r^2 + P_\vartheta^2 + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \left(P_\varphi - \frac{Y_{2\varphi} r \sin \vartheta}{c} \right)^2 \right] - \frac{m\mu_E}{r} + Y_1. \quad (23)$$

Величина электрического заряда $Q(L)$ определяется в результате численного решения уравнения баланса заряжающих токов (3).

В [40] предложено аппроксимировать величину заряда МЧ следующим полиномом:

$$Q(L) = Q_0 \left[1 + \sum_{k=1}^n \xi_k \left(\frac{L - L_0}{L} \right)^k \right], \quad (24)$$

где Q_0 — заряд при $L = L_0$. Значения коэффициентов ξ_k можно получить подстановкой выражения (24) в уравнение (3). Как показано в [40, 41], увеличение степени многочлена существенно улучшает точность приближения даже для большего интервала значений L . Чтобы получить выражения для $Y_{2\varphi}$ и Y_1 , использовались дипольные координаты L, Φ, M [69], формула (17) для заряда и коэффициенты Ламэ h_i для дипольных координат. Тогда

$$Y_{2\varphi} h_\Phi = -Q_0 B_E R_E^2 \int \left[1 + \sum_{k=1}^n \xi_k \left(\frac{L - L_0}{L} \right)^k \right] \frac{1}{L^2} dL, \quad (25)$$

$$Y_1 = Q_0 h_L \int \left[1 + \sum_{k=1}^n \xi_k \left(\frac{L - L_0}{L} \right)^k \right] E_{cor} dL, \quad (26)$$

где $B_E = \frac{M_E}{R_E^3}$ — индукция магнитного поля в плоскости магнитного экватора ($\vartheta = \frac{\pi}{2}$) на поверхности Земли [63], $E_{cor} = -\frac{C \cdot R_E}{r^2}$ — напряженность поля коротации, $C = 92$ кВ.

Для случая малого эксцентриситета невозмущенной кеплеровской эллиптической орбиты и трех первых членов в полиноме (24) из (25) и (26) получено выражение для обобщенных потенциалов в сферических координатах в виде

$$Y_{2\varphi} = -\frac{Q_0 M_E \sin \vartheta}{r} \left[\frac{1 + \xi_1 + \xi_2}{r} - \frac{R_E L_0 \sin^2 \vartheta (\xi_1 + 2\xi_2)}{2r^2} + \frac{\xi_2 R_E^2 L_0^2 \sin^4 \vartheta}{3r^3} \right],$$

$$Y_1 = \frac{Q_0 C R_E \sin \vartheta}{\sqrt{1 + 3 \cos^2 \vartheta}} \left[\frac{1 + \xi_1 + \xi_2}{r} - \frac{R_E L_0 \sin^2 \vartheta (\xi_1 + 2\xi_2)}{2r^2} + \frac{\xi_2 R_E^2 L_0^2 \sin^4 \vartheta}{3r^3} \right].$$

Если не учитывать поле коротации, то, как показано в [41, 42], гамильтониан задачи можно представить в виде суммы

$$H = H_0 + H_1 + H_2, \quad (27)$$

где

$$H_0 = \frac{1}{2m} \left(P_r^2 + P_\vartheta^2 + \frac{P_\varphi^2}{r^2 \sin^2 \vartheta} \right) - \frac{m\mu_E}{r}, \quad H_1 = \frac{P_\varphi Q_0 M_E \eta_1}{mcr^3},$$

$$H_2 = \frac{Q_0^2 M_E^2 \sin^2 \vartheta \eta_2}{2mc^2 r^4} + O\left(\frac{1}{r^4}\right), \quad \eta_1 = 1 + \xi_1 + \xi_2,$$

$$\eta_2 = 1 + 2\xi_1 + 2\xi_2 + \xi_1^2 + \xi_2^2 + 2\xi_1 \xi_2 - \eta_3, \quad \eta_3 = \frac{P_\varphi L_0 R_E C}{Q_0 M_E} (\xi_1 + 2\xi_2).$$

Для значений радиуса в сотые доли микрометра и указанных выше значений параметра L все коэффициенты η_k порядка единицы. Следовательно, для рассматриваемого случая выражения для составляющих гамильтониана с точностью до множителя порядка единицы совпадают с их выражениями для случая постоянного заряда. Поэтому все выводы, сделанные для постоянного заряда, справедливы и в этом случае. В связи с этим возник вопрос о том, как может изменить поведение орбиты учет влияния поля коротации. При подстановке Y_1 в (23) в [70–71] получено выражение

$$H = H_{cor} = H_0 + H_1 + H_2 + \frac{Q_0 C R_E \sin \vartheta}{\sqrt{1 + 3 \cos^2 \vartheta}} \left[\frac{1 + \xi_1 + \xi_2}{r} - \frac{R_E L_0 \sin^2 \vartheta (\xi_1 + 2\xi_2)}{2r^2} + \frac{\xi_2 R_E^2 L_0^2 \sin^4 \vartheta}{3r^3} \right]. \quad (28)$$

В отличие от предыдущего случая переход к переменным Делоне не приводит к простому представлению: $H_{cor} = H_{0,cor} + H_{1,cor} + H_{2,cor}$ с $H_{0,cor}$, зависящем только от L_D . Поэтому в общем случае (при $\vartheta \neq \frac{\pi}{2}$), даже в нулевом порядке разложения гамильтониана по малому параметру, не обеспечивается сохранение основных параметров орбиты. Однако, если $\vartheta = \frac{\pi}{2}$, для гамильтониана H_{cor} можно ввести эффективный параметр $\mu_{E,ef} = \mu_E - \frac{Q_0 C R_E}{m} (1 + \xi_1 + \xi_2)$, который позволяет записать $H_{0,cor}$ в той же форме, что и H_0 в формуле (27), при этом

$$H_{1,cor} = -\frac{Q_0 C L_0 R_E^2 (\xi_1 + 2\xi_2)}{2r^2},$$

$$H_{2,cor} = \frac{\xi_2 Q_0 C L_0^2 R_E^3}{3r^3} + \frac{P_\varphi Q_0 M_E \eta_1}{mcr^3} + \frac{Q_0^2 M_E^2 \eta_2}{2mc^2 r^4} + O\left(\frac{1}{r^4}\right).$$

То есть при движении в экваториальной плоскости учет поля коротации сводится к сохранению в нулевом приближении большой полуоси, эксцентриситета и угла наклона. Учет члена $H_{2,cor}$, пропорционального r^{-3} , приводит к малым колебаниям большой полуоси и эксцентриситета так же, как ранее было показано в [41, 42], для возмущающего действия магнитного поля. В то же время член $H_{1,cor}$, пропорциональный r^{-2} , обуславливает существование вековых изменений параметров орбиты.

Данные выводы подтверждены результатами численного моделирования, опубликованными в [72]. Кроме того, в [73] методом численного моделирования исследовано влияние начального угла наклона и затенения части орбиты на характер изменения параметров орбиты. Показано, что отличный от нуля начальный угол наклона вызывает колебания большой полуоси, эксцентриситета и угла наклона, монотонный рост среднего значения i и возникновение дополнительной частоты колебаний потенциала МЧ, совпадающей с частотой колебаний a , i и e . Эффект затенения части орбиты не вносит существенного изменения в поведение потенциала МЧ, эксцентриситета и угла наклона орбиты и смазывает четкий характер поведения большой полуоси.

Анализ изложенных выше результатов и методов позволил авторам [36] сделать вывод о появлении нового объекта динамического исследования — тела постоянной массы и переменного электрического заряда. Работы [74–76] посвящены дальнейшему развитию методов исследования этого нового объекта. Отдельное внимание в этих работах уделено обобщению изложенной в [77] теории дрейфового движения частиц с постоянным электрическим зарядом на случай переменного заряда. В модели локально равновесного электрического заряда доказано существование нового вида дрейфа, названного в [36] «зарядовым» дрейфом.

Загрязнение космического пространства компонентами космического мусора с размерами от долей микрометра до нескольких метров вызвало проведение исследований и конструкторских разработок по созданию систем его очистки. В [78, 79] рассмотрен метод очистки ОКП от мелкодисперсной компоненты с помощью пучков высокоэнергетичных нейтральных частиц. В [80, 81] предложен оригинальный подход к исследованию использования тросовой системы для очистки околоземного космического пространства от крупномасштабной компоненты космического мусора. В частности, показано, что для устойчивого функционирования предложенной системы необходимо использовать установку для сброса электрического заряда с очень широким диапазоном изменения величины тока.

Подробный обзор публикаций по разделу 2 можно также найти в [82].

Литература

1. Колесников Е. К., Яковлев А. Б. Математическое моделирование неравновесных процессов на кафедре физической механики СПбГУ. Ч. 2. Моделирование процессов в плазме. *Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия* **12** (70), вып. 2, 203–227. <https://doi.org/10.21638/spbu01.2025.201>
2. Zook H. A., McCoy J. E. Large scale lunar horizon glow and a high altitude lunar dust exosphere. *Geophys. Res. Lett.* **18** (11), 2117–2120 (1991).
3. Walbridge E. W. The lunar photoelectron layer. *J. of Geophys. Res.* **78** (19), 3668–3687 (1973).
4. Freeman I. W., Ibrahim M. Lunar electric fields, surface potential and associated plasma sheaths. *Moon* **14** (1), 103–114 (1975).

5. Singer S. F., Walker E. H. Photoelectric screening of bodies in interplanetary space. *Icarus* **1** (1), 7–12 (1962).
6. Guernsey R. L., Fu J. H. Potential distribution surrounding a photoemission plate in a dilute plasma. *J. of Geophys. Res.* **75** (16), 3193–3199 (1970).
7. Колесников Е. К., Мануйлов А. С. Расчет напряженности электрического поля над поверхностью Луны, покрытой монослоем водорода. *Астрономический журнал* **59** (5), 996–998 (1982).
8. Колесников Е. К., Мануйлов А. С. К вопросу о немонотонном ходе электростатического потенциала в фотоэлектронном слое над поверхностью Луны. *Вестник Ленинградского университета. Сер. 1. Математика. Механика. Астрономия* **7**, 101–104 (1984).
9. Мануйлов А. С., Колесников Е. К. Кинетика фотоэлектронного слоя у поверхности безатмосферного небесного тела. В: *Модели неоднородных сред: межвуз. сб. Сер. Физическая механика* **5**, 110–125. Ленинград (1984).
10. Москаленко А. М. Электростатический потенциал у поверхности Луны. *Кинематика и физика небесных тел* **8** (5), 31–40 (1992).
11. Yakovlev A. B. The corrected method for calculation of electrostatic potential near to surface of nonatmospheric space body and the analysis of possible modes of dust particles motion. *International Conference on Mechanics – Seventh Polyakhov's Reading*, February 2–6, 2015, St. Petersburg, 1–4. IEEE (2015). <https://doi.org/10.1109/POLYAKHOV.2015.7106785>
12. Яковлев А. Б. Движение частиц лунного реголита при малых углах падения солнечного излучения. *Ежемесячный научный журнал Национальной ассоциации ученых* **3** (8), ч. 6, 69–73 (2015).
13. Колесников Е. К., Яковлев А. Б. Условие электростатической левитации микрочастиц лунного реголита. *Астрономический вестник* **31** (1), 70–71 (1997).
14. Яковлев А. Б. Динамика левитирующих частиц лунного реголита. *Астрономический вестник* **32** (4), 398–400 (1998).
15. Колесников Е. К., Яковлев А. Б. Возможные режимы колебательного движения микрочастиц лунного реголита в электростатическом поле приповерхностного фотоэлектронного слоя. *Труды 15-й сессии междунар. школы по моделям механики сплошной среды*, 1–10 июля 2000 г., Санкт-Петербург, 46–55 (2001).
16. Kolesnikov E. K., Yakovlev A. B. Vertical dynamics and horizontal transfer of submicron-sized lunar-regolith microparticles levitating in the electrostatic field of the near-surface photoelectron layer. *Planetary and Space Science* **51**, 879–885 (2003).
17. Яковлев А. Б. Особенности движения пылевых частиц в приповерхностном плазменном слое безатмосферного небесного тела. *Тезисы докл. Междунар. конф. «Нелинейный динамический анализ – 2007»*, 4–8 июня 2007 г., Санкт-Петербург, 206 (2007).
18. Яковлев А. Б. Применение обобщенных зарядово-полевых потенциалов в задаче о вертикальном движении пылевых частиц у поверхности Луны. *Избр. докл. Междунар. науч. конф. «Пятье Поляховские чтения»*, 3–6 февраля 2009, Санкт-Петербург, 211–216 (2009).
19. Яковлев А. Б. Анализ последних российских публикаций по проблеме левитации микрочастиц лунного реголита. *Естественные и математические науки: вопросы и тенденции развития: сб. науч. тр. по итогам междунар. науч.-практ. конф.*, 11 ноября 2016, Красноярск, 16–24 (2016).
20. Nitter T., Aslaksen T. K., Melandso F., Havnes O. Levitation and dynamics of collection of dust particles in a fully ionized plasma sheath. *IEEE Trans. Plasma Science* **22**, 159–172 (1994).
21. Nitter T., Havnes O., Melandso F. Levitation and dynamics of charged dust in the photoelectron sheath above surface in space. *J. of Geophys. Res.* **103**, 6605–6620 (1998).
22. Колесников Е. К., Чернов С. В. Исследование условий длительного орбитального существования субмикронных частиц в околоземном космическом пространстве. В: *Сильно неравновесные процессы в механике неоднородных сред: межвуз. сб. Сер. Физическая механика* **9**, 49–69, Санкт-Петербург (2018).
23. Колесников Е. К. Особенности орбитального движения субмикронных частиц в плазмосфере Земли. *Космические исследования* **39** (1), 100–105 (2001).
24. Колесников Е. К., Чернов С. В. Зависимость времени существования техногенных микрочастиц в околоземном космическом пространстве от уровня геомагнитной активности. *Труды междунар. науч.-практ. конф. «Третье Окуневские чтения»*, 24–29 июня 2002, Санкт-Петербург, 104–108 (2002).
25. Колесников Е. К., Чернов С. В. О размерах микрочастиц, захватывающихся магнитным полем Земли при различных уровнях геомагнитной активности. *Космические исследования* **41** (5), 558–560 (2003).
26. Колесников Е. К., Чернов С. В. Время существования техногенных микрочастиц в околоземном космическом пространстве в зависимости от их размера и уровня геомагнитной актив-

- ности. В: *Модели неоднородных сред: межвуз. сб. Сер. Физическая механика* **8**, 141–145. Санкт-Петербург (2004).
27. Колесников Е. К., Чернов С. В. Разработка методов численного моделирования динамики мелкодисперсных частиц в околоземном космическом пространстве. *Модели механики сплошной среды. Обзорные доклады и лекции 17-й сессии Междунар. школы по моделям механики сплошной среды*, 4–10 июля 2004 г., Казань, 55–83 (2004).
28. Колесников Е. К., Чернов С. В. О возможности длительного орбитального существования наночастиц, инжектируемых в околоземное пространство в плазмосфере Земли. *Избр. докл. на Междунар. науч. конф. «Пятые Полязовские чтения»*, 3–6 февраля 2009 г., Санкт-Петербург, 275–278 (2009).
29. Колесников Е. К., Чернов С. В. О размерах долгоживущих частиц техногенного аэрозоля в верхней атмосфере и ближнем космосе. *Избр. тр. Междунар. науч. конф. по механике «Шестые Полязовские чтения»*, 31 января — 3 февраля 2012 г., Санкт-Петербург, 116–119 (2012).
30. Колесников Е. К., Чернов С. В. Об электродинамическом механизме формирования в верхней атмосфере и ближнем космосе аэрозольных облаков из техногенных частиц субмикронных размеров. *Избр. тр. Междунар. науч. конф. по механике «Шестые Полязовские чтения»*, 31 января — 3 февраля 2012 г., Санкт-Петербург, 120–122 (2012).
31. Колесников Е. К., Чернов С. В. О возможности длительного орбитального существования в околоземном космическом пространстве мелкомасштабных продуктов выбросов ТТРД космических аппаратов. В: *Физико-химические аспекты предельных состояний и структурных превращений в сплошных средах, материалах и технических системах*. Вып. 1, 102–109. Санкт-Петербург (2017).
32. Kolesnikov E. K., Chernov S. V. On the possibility of long-time existence of submicron particles injected in elongated elliptical orbits with low perigee in the near-Earth space. *Cosmic Research* **51** (4), 254–260 (2013).
33. Kolesnikov E. K., Chernov S. V. On the possibility of long-time existence of nanoparticles of matter with low photoemission yield in the Earth's plasmasphere. *Cosmic Research* **53** (5), 354–359 (2015).
34. Kolesnikov E., Chernov S. Some features of dynamics of ensemble of the technogenic microparticles instantaneous injected in a near-earth space by the point source moving on the elongated elliptic orbit with a low perigee. *International Conference on Mechanics — Seventh Polyakhov's Reading*, February 2–6, 2015, St. Petersburg. IEEE (2015). <https://doi.org/10.1109/POLYAKHOV.2015.7106737>
35. Вавилов С. А., Колесников Е. К. Приложение некоторых результатов КАМ-теории к задаче о захваченных движениях в ньютоновском поле под воздействием специального класса возмущений. *Вестник Ленинградского университета. Сер. 1. Математика. Механика. Астрономия* **19**, 67–69 (1979).
36. Колесников Е. К., Яковлев А. Б. Основные подходы к исследованию динамики тел с переменным электрическим зарядом в космической плазме. В: *Модели неоднородных сред: межвуз. сб. Сер. Физическая механика* **8**, 120–126. Санкт-Петербург (2004).
37. Яковлев А. Б. Применение функции Гамильтона для исследования особенностей движения частицы с переменным электрическим зарядом в плазмосфере Земли. *Четвертые Полязовские чтения. Избранные труды*, 7–10 февраля 2006 г., Санкт-Петербург, 301–308 (2006).
38. Колесников Е. К., Чернов С. В., Яковлев А. Б. О корректности канонической формулировки задачи движения субмикронных частиц в плазмосфере Земли. *Космические исследования* **45** (6), 499–504 (2007).
39. Яковлев А. Б., Юдичев П. А. Роль зарядового дрейфа при движении сверхмелких частиц в магнитосфере Земли. *Всероссийский семинар по аэродинамике, посвященный 90-летию со дня рождения С. В. Валландера. Тез. докл.*, 5–7 февраля 2008 г., Санкт-Петербург, 33 (2008).
40. Yakovlev A. B. About stability of motion of microparticles of space dust in Earth's plasmasphere. *6th European conference on space debris*, 22–25 April, 2013, Darmstadt, ESA, 121 (2013).
41. Колесников Е. К., Яковлев А. Б. О сохранении формы орбиты микрочастицы с переменным зарядом, движущейся в плазмосфере Земли. *Вестник Санкт-Петербургского университета. Сер. 1. Математика. Механика. Астрономия* **1** (59), вып. 1, 116–123 (2014).
42. Yakovlev A. B., Kolesnikov E. K., Chernov S. V. Analytical research on the possibility of long orbital existence of submicron particles in the Earth's plasmasphere by the methods of the КАМ theory. *Journal of Plasma Physics* **83** (3), 905830306 (2017). <https://doi.org/10.1017/S0022377817000447>
43. Колесников Е. К., Чернов С. В. Времена жизни техногенных микрочастиц, инжектируемых в околоземное космическое пространство на геостационарной орбите. *Космические исследования* **60** (4), 307–314 (2022). <https://doi.org/10.31857/S0023420622040057>

44. Horanyi M., Houppis H.L.F., Mendis D.A. Charged Dust in the Earth's Magnetosphere. I. Physical and Dynamical Processes. *Astrophys. and Space Sci.* **144**, 215–229 (1988).
45. Kanal M. Theory of Current Collection of Moving Spherical Probes. In: *Space Physics Research Laboratory. University of Michigan. Ann Arbor.* Sci. Rep. JS-5 (1962).
46. Whipple E.C. Potentials of surfaces in space. *Reports on Progress in Physics* **44**, 1997–2250 (1981).
47. Kats I., Parks D.E., Mandell M.J., Harvey J.M. A three dimensional dynamic study of electrostatic charging in materials. *NASA CR*, 135256 (1977).
48. Draine B.T., Salpeter E.E. On the Physics of Dust Grains in Hot Gas. *Astrophys. J.* **231**, 77–94 (1979).
49. Prokopenko S.M.L., Lafromboise J.G. High-Voltage Differential Charging of Geostationary Spacecraft. *J. of Geophys. Res.* **85**, A8, 4125–4131 (1980).
50. Grard R.J.L. Properties of the Satellite Photoelectron Sheath Derived from Photo-emission Laboratory Measurements. *J. of Geophys. Res.* **78** (16), 2885–2906 (1973).
51. Елинсон М.И., Васильев Г.Ф. *Автоэлектронная эмиссия*. Москва, Физматгиз (1958).
52. Singer S., Oliver J.P., Weinberg J.L., Cooke W., Montague N.L., Mulholland J., Wortman J., Kassel C., Kinard W. LDEF Interplanetary Dust Experiment: Techniques for the Identification and Study of Long-Lived Orbital Debris Clouds. *IAF*, 91–285 (1991).
53. Singer S.F. Orbiting particle clouds — properties, prevention, and protection. *Proceedings of the First European Conference on Space Debris*, 5–7 April 1993, Darmstadt, ESA, 143–147 (1993).
54. Madden C. Mission STS-56, OV-103 Flight 16 Thermal Protection System Post Flight Assessment. In: *Rockwell International Report KLO-93-006* (1993).
55. Smirnov V.M., Semenov A.S., Rebrikov V.N., Kuzin G.A. Results of onboard investigations on meteoroid and technogenic bodies from “Salyut” and “Mir” orbital stations. *Space Debris* **1**, 211–218 (2001).
56. Maag C.R., Deshpande S.P., Johnson N.L. On the Existence of Debris Clouds in The Space Station Orbit. *Proc. 2nd Euro. Conf. on Space Debris*, 17–19 March 1997, Darmstadt, ESA, SP-393 (1997).
57. Колесников Е.К., Филиппов Б.В. *Некоторые задачи эволюции заряженных частиц в поле магнитного диполя*. Ленинград, Изд-во Ленингр. ун-та (1974).
58. Колесников Е.К., Чернов С.В. О временах орбитального существования микрочастиц на вытянутых эллиптических орбитах с низким перигеем. *Космические исследования* **49** (4), 370–376 (2011).
59. Kolesnikov E.K., Chernov S.V. On the possibility of long time existence of man-made microparticles injected on oblong elliptic orbits with low perigee altitude in Near Earth Space. *Proceeding of 5th European Conference on Space Debris*, 29 March — 2 April 2009, Darmstadt, ESA, SP-672 (2009)
60. Колесников Е.К., Чернов С.В., Яковлев А.Б. О времени существования микрочастиц на геостационарной орбите. *Космические исследования* **37** (4), 422–423 (1999).
61. Колесников Е.К., Чернов С.В. Аналитический метод определения условий длительного орбитального существования техногенных наночастиц, инжектируемых в околоземное пространство на высокой круговой орбите. *Космические исследования* **62** (1), 69–76 (2024).
62. Kolesnikov E.K., Chernov S.V. On the Temperatures of Aerodynamic Heating of Spherical Microparticles Modeling Microbiological Objects Entering The Earth's Atmosphere at Cosmic Velocities. *Cosmic Research* **62** (3), 247–255 (2024). <https://doi.org/10.1134/S001095252460029X>
63. Колесников Е.К. Динамические модели процессов распространения потоков заряженных частиц в космической плазме: дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Санкт-Петербург (1998).
64. Джексон Дж. Е. Программа NASA по исследованию верхней атмосферы. В: *Электронная концентрация в ионосфере и экзосфере*, пер. с англ., 349–371. Москва (1966).
65. Богуславский С. А. *Избранные труды по физике*. Москва, Физматгиз (1961).
66. Субботин М. Ф. *Введение в теоретическую астрономию*. Москва, Наука (1968).
67. Мозер Ю. *Лекции о гамильтоновых системах*. Москва, Мир (1973).
68. Hill J.R., Whipple E.C. Charging of large structures in space with application to the solar sail spacecraft. *J. Spacecraft Rockets* **22** (3), 245–253 (1985).
69. Зеленый Л. М., Веселовский И. С. (ред.) *Плазменная гелиогеофизика*. Т. 2. Москва, Наука (2008).
70. Yakovlev A.B. The analysis of influence of field of co-rotation on motion of submicronic particles in the Earth's plasmasphere. *International Conference on Mechanics: Eighth Polyakhov's Reading*, 30 January — 2 February 2018, St. Petersburg. AIP Conference Proceedings **1959** (1), 040025 (2018). <https://doi.org/10.1063/1.5034628>

71. Yakovlev A. B., Kolesnikov E. K., Chernov S. V. Investigation of the influence of the field of co-rotation on the possibility of the long-term orbital existence of submicron particles in the plasma-sphere of the Earth. *Phys. Astron. Int. J.* **2** (2), 00047 (2018). <https://doi.org/10.15406/paij.2018.02.00047>
72. Yakovlev A. B., Kolesnikov E. K., Chernov S. V. The restrictions on the assumption about conservation of parameters of orbit for submicron particle in the Earth's plasmasphere in light of the corotational electric field. *J. Plasma Phys.* **84**, 905840613 (2018). <https://doi.org/10.1017/S0022377818001241>
73. Колесников Е. К., Чернов С. В., Яковлев А. Б. Аналитическое и численное исследование влияния поля коротации на возможность длительного орбитального существования субмикронных частиц в плазмосфере Земли. *Фундаментальные и прикладные проблемы науки. Материалы 12-го Международн. симп.*, 12–14 сентября 2017 г., Москва, 132–143 (2017).
74. Yakovlev A. B. Analytical study of the motion of particles with variable electric charge. *Scientific publications of the state university of Novi Pazar Ser. A: appl. Math. Inform. and Mech.* **10** (2), 63–69 (2018).
75. Колесников Е. К., Яковлев А. Б. Аналитические исследования движения тел с переменным электрическим зарядом. В: *Сильно неравновесные процессы в механике неоднородных сред: межвуз. сб. Сер. Физическая механика* **9**, 227–240. Санкт-Петербург (2018).
76. Яковлев А. Б., Колесников Е. К. Тело с переменным электрическим зарядом — новый объект исследования в механике. *XIII Всерос. съезд по теоретической и прикладной механике: сб. тез. докл.*, 21–25 августа 2023 г., Санкт-Петербург. Т. 1. Общая и прикладная механика, 662 (2023).
77. Нортроп Т. *Адиабатическая теория движения заряженных частиц*, пер. с англ. Москва, Атомиздат (1967).
78. Колесников Е. К., Мануйлов А. С. Очистка космического пространства с помощью зарядки мелкодисперсных частиц космического мусора пучками высокоэнергетичных атомов водорода. *Избр. труды Междунар. науч. конфер. по механике «Шестые Поляховские чтения»*, 31 января — 3 февраля 2012 г., Санкт-Петербург, 112–115 (2012).
79. Колесников Е. К., Мануйлов А. С., Чернов С. В. Математическое моделирование возмущения орбитального движения в околоземном космическом пространстве сферических техногенных микрочастиц при воздействии пучка нейтральных атомов. *Восьмые Поляховские чтения: тез. докл. Междунар. науч. конфер. по механике*, 30 января — 2 февраля 2018 г., Санкт-Петербург, 297 (2018).
80. Tikhonov A. A., Yakovlev A. B. On dependence of equilibrium characteristics of the space tethered system on environmental parameters. *International Journal of Plasma Environmental Science and Technology* **13** (1), 49–52 (2019). <https://doi.org/10.34343/ijpest.2019.13.01.049>
81. Tikhonov A. A., Yakovlev A. B. On the attitude control of an electrodynamic tether system interacting with near-Earth plasma. *Proceedings of 15th International Conference on Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference)*, 3–5 June 2020, STAB, Moscow, IEEE, 9140674 (2020). <https://doi.org/10.1109/STAB49150.2020.9140674>
82. Колесников Е. К., Чернов С. В., Яковлев А. Б. Численное и аналитическое исследование условий длительного орбитального существования субмикронных частиц в околоземном космическом пространстве. В: *Итоги науки. Избр. Междунар. симп. по фундамент. и прикл. проблемам науки*. Вып. 31, 91–137. Москва (2017).

Статья поступила в редакцию 8 февраля 2025 г.;
доработана 20 февраля 2025 г.;
рекомендована к печати 20 февраля 2025 г.

Контактная информация:

Яковлев Андрей Борисович — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр.;
<https://orcid.org/0000-0002-8744-0783>, a.b.yakovlev@spbu.ru

Mathematical modeling of nonequilibrium processes on chair of physical mechanics of St. Petersburg State University.

Part 3. Modeling of dynamics of natural and man-made microparticles in space plasma*

A. B. Yakovlev

St. Petersburg State University, 7–9, Universitetskaya nab., St. Petersburg, 199034, Russian Federation

For citation: Yakovlev A. B. Mathematical modeling of nonequilibrium processes on chair of physical mechanics of St. Petersburg State University. Part 3. Modeling of dynamics of natural and man-made microparticles in space plasma. *Vestnik of Saint Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2025, vol. 12 (70), issue 3, pp. 491–515. EDN UZAOPB (In Russian)

The paper gives the review of works of employees of chair and laboratory of physical mechanics of the St. Petersburg State University, that are devoted to modeling of dynamics of natural and man-made micro-particles in space plasma. The basic attention is given several major results: 1) existence of three possible regimes of vertical oscillations of a dust particle over the Moon surface; 2) definition of possible mechanisms of long time existence of man-made micro-particles in the near Earth space; 3) application of methods of the KAM theory for the proof of conservation of orbit's parameters for a micro-particle with constant electric charge; 4) definition of conditions for applicability of canonical formulation of the problem about motion of a particle with locally equilibrium electric charge in the near Earth space; 5) generalization of results of analytical modeling for a case of variable electric charge. Other results are given short enough.

Keywords: modeling, space, atmosphereless celestial body, locally equilibrium electric charge, plasma, canonical equations, geomagnetic field, field of co-rotation, KAM theory.

References

1. Kolesnikov E. K., Yakovlev A. B. Mathematical modeling of nonequilibrium processes on chair of physical mechanics of St. Petersburg State University. Part 2. Modeling of processes in plasma. *Vestnik of Saint Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy* **12** (70), iss. 2, 203–227 (2025). (In Russian). <https://doi.org/10.21638/spbu01.2025.201>
2. Zook H. A., McCoy J. E. Large scale lunar horizon glow and a high altitude lunar dust exosphere. *Geophys. Res. Lett.* **18** (11), 2117–2120 (1991).
3. Walbridge E. W. The lunar photoelectron layer. *J. of Geophys. Res.* **78** (19), 3668–3687 (1973).
4. Freeman I. W., Ibrahim M. Lunar electric fields, surface potential and associated plasma sheaths. *Moon* **14** (1), 103–114 (1975).
5. Singer S. F., Walker E. H. Photoelectric screening of bodies in interplanetary space. *Icarus* **1** (1), 7–12 (1962).
6. Guernsey R. L., Fu J. H. Potential distribution surrounding a photoemission plate in a dilute plasma. *J. of Geophys. Res.* **75** (16), 3193–3199 (1970).
7. Kolesnikov E. K., Manuilov A. S. Calculation of the electrostatic field above the lunar surface coated with a monolayer of hydrogen. *Astronomicheskii zhurnal* **59** (5), 996–998 (1982). (In Russian)
8. Kolesnikov E. K., Manuilov A. S. To a question about a nonmonotonic behaviour of electrostatic potential in photoelectron layer above lunar surface for mean solar activity. *Vestnik of Leningrad University. Ser. 1. Mathematics. Mechanics. Astronomy* **7**, 101–104 (1984). (In Russian)

*The work is supported by Russian Science Foundation (grant no. 23-21-00038).

See the second part: Kolesnikov E. K., Yakovlev A. B. Mathematical modeling of nonequilibrium processes on chair of physical mechanics of St. Petersburg State University. Part 2. Modeling of processes in plasma. *Vestnik of Saint Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2025, vol. 12 (70), issue 2, pp. 203–227. <https://doi.org/10.21638/spbu01.2025.201> (In Russian)

9. Manuilov A. S., Kolesnikov E. K. Kinetics of photoelectron layer near a surface of nonatmospheric heavenly body. In: *Models of inhomogeneous media: Interuniversity. Sat. Ser. Physical mechanics* **5**, 110–125. Leningrad (1984). (In Russian)
10. Moskalenko A. M. The electrostatic potential near the lunar surface. *Kinematika i fizika nebesnykh tel* **8** (5), 31–40 (1992). (In Russian).
11. Yakovlev A. B. The corrected method for calculation of electrostatic potential near to surface of nonatmospheric space body and the analysis of possible modes of dust particles motion. *International Conference on Mechanics: Seventh Polyakhov's Reading*, February 2–6, 2015, St. Petersburg, 1–4. IEEE (2015). <https://doi.org/10.1109/POLYAKHOV.2015.7106785>
12. Yakovlev A. B. The motion of lunar-regolith particles for small angles of incidence of solar radiation. *Ezhemesiachnyi nauchnyi zhurnal Natsional'noi assotsiatsii uchenykh* **3** (8), part 6, 69–73 (2015).
13. Kolesnikov E. K., Yakovlev A. B. Condition for the electrostatic levitation of lunar-regolith microparticles. *Astronomicheskii vestnik* **31** (1), 70–71 (1997). (In Russian) [Eng. transl.: *Sol. Syst. Res.* **31** (1), 62–64 (1997)].
14. Yakovlev A. B. Dynamics of levitating microparticles of lunar regolith. *Astronomicheskii vestnik* **32** (4), 398–400 (1998). (In Russian) [Eng. transl.: *Sol. Syst. Res.* **32** (4), 352–353 (1998)].
15. Kolesnikov E. K., Yakovlev A. B. Possible modes of oscillating motion for micro-particles of lunar regolith in the electrostatic field of the near-surface photoelectron layer. *Proceedings of the XV session of the international school on models of continuum mechanics*, July 1–10, 2000, St. Petersburg, 46–55 (2001). (In Russian)
16. Kolesnikov E. K., Yakovlev A. B. Vertical dynamics and horizontal transfer of submicron-sized lunar-regolith microparticles levitating in the electrostatic field of the near-surface photoelectron layer. *Planetary and Space Science* **51**, 879–885 (2003).
17. Yakovlev A. B. Peculiarity of dust particle motion in the near-surface plasma layer of disatmospheric celestial body. *Book of abstract International Congress "Nonlinear Dynamical Analysis – 2007"*, June 4–8, 2007, St. Petersburg, 206 (2007). (In Russian)
18. Yakovlev A. B. Application of the generalized charge-field potentials in the problem about vertical motion of dust particles above the Moon surface. *Proc. Int. Sci. Conf. on Mechanics 5th Polyakhov's Reading*, February 3–6, 2009, St. Petersburg, 211–216 (2009). (In Russian)
19. Yakovlev A. B. The analysis of last Russian publications on a problem of a levitation of lunar-regolith micro-particles. *Natural and Mathematical Sciences: Issues and Development Trends. Proc. Int. Sci. Conf.*, November 11, 2016, Krasnoyarsk, 16–24 (2016). (In Russian)
20. Nitter T., Aslaksen T. K., Melandso F., Havnes O. Levitation and dynamics of collection of dust particles in a fully ionized plasma sheath. *IEEE Trans. Plasma Science* **22**, 159–172 (1994).
21. Nitter T., Havnes O., Melandso F. Levitation and dynamics of charged dust in the photoelectron sheath above surface in space. *J. of Geophys. Res.* **103**, 6605–6620 (1998).
22. Kolesnikov E. K., Chernov S. V. Research of conditions of long-time orbital existence for submicron particles in a near-Earth space. In: *Highly non-equilibrium processes in mechanics of inhomogeneous media. Sat. Ser. Physical Mechanics* **9**, 49–69. St. Petersburg (2018). (In Russian)
23. Kolesnikov E. K. Peculiarities of orbital motion of submicron particles in the Earth's plasmasphere. *Kosmicheskie issledovaniia* **39** (1), 100–105 (2001). (In Russian) [Eng. transl.: *Cosmic. Res.* **39** (1), 92–97 (2001)]. <https://doi.org/10.1023/A:1002848114220>.
24. Kolesnikov E. K., Chernov S. V. Dependence of life time of man-made micro-particles in the near-Earth space from geomagnetic activity level. *Proc. Int. Sci. Conf. "The Third Okunev's Reading"*, June 24–29, 2002, St. Petersburg, 104–108 (2002). (In Russian)
25. Kolesnikov E. K., Chernov S. V. About the sizes of the micro-particles trapped by the Earth's magnetic field at various geomagnetic activity levels. *Kosmicheskie issledovaniia* **41** (5), 558–560 (2003). (In Russian)
26. Kolesnikov E. K., Chernov S. V. Life time of manmade micro-particles in the near-Earth space depending on their sizes and level of geomagnetic activity. In: *Models of inhomogeneous media: Interuniversity. Sat. Ser. Physical mechanics.* **8**, 141–145. St. Petersburg (2004). (In Russian)
27. Kolesnikov E. K., Chernov S. V. Development of methods of numerical simulation of dynamics of fine-dispersed particles in the near-Earth space. *Continuum Mechanics Models. Proc. 17th session of Int. School of Continuum Mechanics Models*, July 4–10, 2004, Kazan', 55–83 (2004). (In Russian)
28. Kolesnikov E. K., Chernov S. V. About possibility of long-term orbital existence of nano-particles injected into the near-Earth space in the Earth's plasmasphere. *Proc. Int. Sci. Conf. on Mechanics. 5th Polyakhov's Reading*, February 3–6, 2009, St. Petersburg, 275–278 (2009). (In Russian)

29. Kolesnikov E. K., Chernov S. V. About sizes of long-living particles of technogenic astrosol in the upper atmosphere and near space. *Proc. Int. Sci. Conf. on Mechanics: 6th Polyakhov's Reading*, January 31 — February 3, 2012, St. Petersburg, 116–119 (2012). (In Russian)
30. Kolesnikov E. K., Chernov S. V. About the electrodynamic mechanism of formation of astrosol's clouds from technogenic particles of submicron sizes in the upper atmosphere and near space. *Proc. Int. Sci. Conf. on Mechanics: 6th Polyakhov's Reading*, January 31 — February 3, 2012, St. Petersburg, 120–122 (2012). (In Russian)
31. Kolesnikov E. K., Chernov S. V. About possibility of long orbital existence of small-scale products of SRM plumes of space vehicles into the near-Earth space. In: *Physico-chemical aspects of limit states and structural transformations in continuous media, materials and technical systems*, iss. 1, 102–109. St. Petersburg (2017). (In Russian)
32. Kolesnikov E. K., Chernov S. V. On the possibility of long-time existence of submicron particles injected in elongated elliptical orbits with low perigee in the near-Earth space. *Cosmic Research* **51** (4), 254–260 (2013).
33. Kolesnikov E. K., Chernov S. V. On the possibility of long-time existence of nanoparticles of matter with low photoemission yield in the Earth's plasmasphere. *Cosmic Research* **53** (5), 354–359 (2015).
34. Kolesnikov E., Chernov S. Some features of dynamics of ensemble of the technogenic microparticles instantaneous injected in a near-earth space by the point source moving on the elongated elliptic orbit with a low perigee. *International Conference on Mechanics: Seventh Polyakhov's Reading*, February 2–6, 2015, St. Petersburg. IEEE (2015). <https://doi.org/10.1109/POLYAKHOV.2015.7106737>
35. Vavilov S. A., Kolesnikov E. K. The application of some results of the KAM theory to a problem about the trapped motions in Newton's field under the influence of a special class of perturbations. *Vestnik of Leningrad University. Mathematics. Mechanics. Astronomy* **19**, 67–69 (1979). (In Russian)
36. Kolesnikov E. K., Yakovlev A. B. The basic approaches to research of dynamics of bodies with variable electric charge in space plasma. In: *Models of inhomogeneous media: Interuniversity. Sat. Ser. Physical mechanics* **8**, 120–126. St. Petersburg (2004). (In Russian)
37. Yakovlev A. B. Application of Hamilton's function for research of features of motion of a particle with variable electric charge in the Earth's plasmasphere. *Proc. Int. Sci. Conf. on Mechanics — 4th Polyakhov's Reading*, February 7–10, 2006, St. Petersburg, 301–308 (2006). (In Russian)
38. Kolesnikov E. K., Chernov S. V., Yakovlev A. B. On correctness of canonical formulation of the problem of motion of submicron particles in the Earth's plasmasphere. *Kosmicheskie issledovaniia* **45** (6), 499–504 (2007). (In Russian) [Eng. transl.: *Cosmic Res.* **45** (6), 471–475 (2007)]. <https://doi.org/10.1134/S0010952507060032>.
39. Yakovlev A. B., Yudichev P. A. Role of charging drift during the motion of supersmall particles in the Earth's magnetosphere. *All-Russian Seminar on Aerodynamics Dedicated to the 90th Anniversary of S. V. Wallander's Birth. Book of abstracts.*, February 5–7, 2008, St. Petersburg, 33 (2008). (In Russian)
40. Yakovlev A. B. About stability of motion of microparticles of space dust in Earth's plasmasphere. *6th European conference on space debris*, April 22–25, 2013, Darmstadt, ESA, 121 (2013).
41. Kolesnikov E. K., Yakovlev A. B. On preservation of the form of the orbit of a microparticle with a variable charge moving in the earth plasmosphere. *Vestnik of Saint Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy* **1** (59), iss. 1, 116–123 (2014). (In Russian)
42. Yakovlev A. B., Kolesnikov E. K., Chernov S. V. Analytical research on the possibility of long orbital existence of submicron particles in the Earth's plasmasphere by the methods of the KAM theory. *Journal of Plasma Physics* **83** (3), 905830306 (2017). <https://doi.org/10.1017/S0022377817000447>
43. Kolesnikov E. K., Chernov S. V. Times of life of the technogenic microparticles injected in the near-Earth space in a geostationary orbit. *Kosmicheskie issledovaniia* **60** (4), 307–314 (2022). (In Russian). <https://doi.org/10.31857/S0023420622040057>
44. Horanyi M., Houppis H. L. F., Mendis D. A. Charged Dust in the Earth's Magnetosphere. I. Physical and Dynamical Processes. *Astrophys. and Space Sci.* **144**, 215–229 (1988).
45. Kanal M. Theory of Current Collection of Moving Spherical Probes. In: *Space Physics Research Laboratory. University of Michigan. Ann Arbor. Sci. Rep. JS-5* (1962).
46. Whipple E. C. Potentials of surfaces in space. *Reports on progress in physics* **44**, 1997–2250 (1981).
47. Kats I., Parks D. E., Mandell M. J., Harvey J. M. A three dimensional dynamic study of electrostatic charging in materials. *NASA CR*, 135256 (1977).
48. Draine B. T., Salpeter E. E. On the Physics of Dust Grains in Hot Gas. *Astrophys. J.* **231**, 77–94 (1979).
49. Prokopenko S. M. L., Lafromboise J. G. High-Voltage Differential Charging of Geostationary Spacecraft. *J. of Geophys. Res.* **85**, A8, 4125–4131 (1980).

50. Grard R. J. L. Properties of the Satellite Photoelectron Sheath Derived from Photo-emission Laboratory Measurements. *J. of Geophys. Res.* **78** (16), 2885–2906 (1973).
51. Elinson M. I., Vasil'ev G. F. *Autoelectronic emission*. Moscow, Fizmatgiz Publ. (1958). (In Russian)
52. Singer S., Oliver J. P., Weinberg J. L., Cooke W., Montague N. L., Mulholland J., Wortman J., Kassel C., Kinard W. LDEF Interplanetary Dust Experiment: Techniques for the Identification and Study of Long-Lived Orbital Debris Clouds. *IAF*, 91–285 (1991).
53. Singer S. F. Orbiting particle clouds — properties, prevention, and protection. *Proceedings of the First European Conference on Space Debris*, April 5–7, 1993, Darmstadt, ESA, 143–147 (1993).
54. Madden C. Mission STS-56, OV-103 Flight 16, Thermal Protection System Post Flight Assessment. In: *Rockwell International Report KLO-93-006* (1993).
55. Smirnov V. M., Semenov A. S., Rebrikov V. N., Kuzin G. A. Results of onboard investigations on meteoroid and technogenic bodies from “Salyut” and “Mir” orbital stations. *Space Debris* **1**, 211–218 (2001).
56. Maag C. R., Deshpande S. P., Johnson N. L. On the Existence of Debris Clouds in The Space Station Orbit. *Proc. 2nd Europ. Conf. on Space Debris*, March 17–19, 1997, Darmstadt, ESA, SP–393 (1997).
57. Kolesnikov E. K., Filippov B. V. *Some problems of evolution of the charged particles in the field of a magnetic dipole*. Leningrad, Leningrad University Press (1974). (In Russian)
58. Kolesnikov E. K., Chernov S. V. About times of orbital existence of microparticles in the elongated elliptical orbits with low perigee. *Kosmicheskie issledovaniia* **49** (4), 370–376 (2011). (In Russian)
59. Kolesnikov E. K., Chernov S. V. On the possibility of long time existence of man-made microparticles injected on oblong elliptic orbits with low perigee altitude in Near Earth Space. *Proceeding of 5th European Conference on Space Debris*, March 29 — April 2, 2009, Darmstadt, ESA, SP–672 (2009).
60. Kolesnikov E. K., Chernov S. V., Yakovlev A. B. About life time of microparticles in a geosynchronous orbit. *Kosmicheskie issledovaniia* **37** (4), 422–423 (1999). (In Russian)
61. Kolesnikov E. K., Chernov S. V. Analytical method of definition of conditions of long-term orbital existence of technogenic nano-particles injected in the near-Earth space in a high circular orbit. *Kosmicheskie issledovaniia* **62** (1), 69–76 (2024). (In Russian)
62. Kolesnikov E. K., Chernov S. V. On the Temperatures of Aerodynamic Heating of Spherical Microparticles Modeling Microbiological Objects Entering The Earth's Atmosphere at Cosmic Velocities. *Cosmic Research* **62** (3), 247–255 (2024). <https://doi.org/10.1134/S001095252460029X>
63. Kolesnikov E. K. Dynamic models of the processes of propagation of flows of charged particles in space plasma. *Doctoral Dissertation (Physical and Mathematical Sciences)*. St. Petersburg (1998). (In Russian)
64. Jackson J. E. Program of NASA on research of the upper atmosphere. In: *Electronic concentration in an ionosphere and exosphere*, 349–371. Moscow (1966). (In Russian)
65. Boguslavskiy S. A. *The selected works on physics*. Moscow, Fizmatlit Publ. (1961). (In Russian)
66. Subbotin M. F. *Introduction in theoretical astronomy*. Moscow, Nauka Publ. (1968). (In Russian)
67. Moser Yu. *Lectures about Hamilton's systems*. Moscow, Mir Publ. (1973). (In Russian)
68. Hill J. R., Wipple E. C. Charging of large structures in space with application to the solar sail spacecraft. *J. Spacecraft Rockets* **22**, 3, 245–253 (1985).
69. Zelenyi L. M., Veselovskiy I. S. (eds) *Plasma helio-geophysics*. Vol. 2. Moscow, Nauka Publ. (2008). (In Russian)
70. Yakovlev A. B. The analysis of influence of field of co-rotation on motion of submicronic particles in the Earth's plasmasphere. *International Conference on Mechanics: Eighth Polyakhov's Reading*, January 30 — February 2, 2018, St. Petersburg, AIP Conference Proceedings **1959** (1), 040025 (2018). <https://doi.org/10.1063/1.5034628>
71. Yakovlev A. B., Kolesnikov E. K., Chernov S. V. Investigation of the influence of the field of co-rotation on the possibility of the long-term orbital existence of submicron particles in the plasma-sphere of the Earth. *Phys. Astron. Int. J.* **2** (2), 00047 (2018). <https://doi.org/10.15406/paij.2018.02.00047>
72. Yakovlev A. B., Kolesnikov E. K., Chernov S. V. The restrictions on the assumption about conservation of parameters of orbit for submicron particle in the Earth's plasmasphere in light of the corotational electric field. *J. Plasma Phys.* **84**, 905840613 (2018). <https://doi.org/10.1017/S0022377818001241>
73. Kolesnikov E. K., Chernov S. V., Yakovlev A. B. Analytical and numerical research of influence of the field of co-rotation on possibility of long-term orbital existence of submicron particles in the

Earth plasmasphere. *Fundamental and Applied Problems of Science. Proc. of the 12th Int. Symposium*, September 12–14, 2017, Moscow, 132–143 (2017). (In Russian)

74. Yakovlev A. B. Analytical study of the motion of particles with variable electric charge. *Scientific publications of the state university of Novi Pazar Ser. A: appl. Math. Inform. and Mech.* **10**, 2, 63–69 (2018).

75. Kolesnikov E. K., Yakovlev A. B. Analytical researches of the motion of particles with variable electric charge. In: *Highly non-equilibrium processes in mechanics of inhomogeneous media. Sat. Ser. Physical mechanics*. Vol. 9, 227–240. St. Petersburg (2018). (In Russian)

76. Yakovlev A. B., Kolesnikov E. K. Body with variable electric charge — new object of research in the mechanic. *XIII All-Russian Congress on Theoretical and Applied Mechanics: Book of Abstracts and Reports*, August 21–25, 2023, St. Petersburg. Vol. 1, 662 (2023). (In Russian)

77. Nortrop T. G. *The Adiabatic Motion of Charged Particles*. New York, Interscience Publ. (1963). [Rus. ed.: Nortrop T. G. *Adiabaticheskaya teoriya dvizheniya zaryazhennykh chastits*. Moscow, Atomizdat Publ. (1967)].

78. Kolesnikov E. K., Manuilov A. S. Cleaning of a space by using the charging of fine-dispersed particles of space debris by beams of high energy atoms of hydrogen. *Proc. Int. Sci. Conf. on Mechanics: 6th Polyakhov's Reading*, January 31 — February 3, 2012, St. Petersburg, 112–115 (2012). (In Russian)

79. Kolesnikov E. K., Manuilov A. S., Chernov S. V. Mathematical simulation of perturbation of orbital motion of spherical technogenic microparticles in the near-Earth space under the influence of a beam of neutral atoms. *Proc. Int. Sci. Conf. on Mechanics: 8th Polyakhov's Reading*, January 30 — February 2, 2018, St. Petersburg, 297 (2018). (In Russian)

80. Tikhonov A. A., Yakovlev A. B. On dependence of equilibrium characteristics of the space tethered system on environmental parameters. *International Journal of Plasma Environmental Science and Technology* **13** (1), 49–52 (2019). doi.org/10.34343/ijpest.2019.13.01.049

81. Tikhonov A. A., Yakovlev A. B. On the attitude control of an electrodynamic tether system interacting with near-Earth plasma. *Proceedings of 15th International Conference on Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference)*, June 3–5, 2020, STAB, Moscow, IEEE, 9140674 (2020). https://doi.org/10.1109/STAB49150.2020.9140674

82. Kolesnikov E. K., Chernov S. V., Yakovlev A. B. Numerical and analytical research of conditions of long-term orbital existence of submicron particles in the near-Earth space. *The Results of Science. Selected Proc. of the Int. Symposium on Fundamental and Applied Problems of Science*, iss. 31, 91–137, Moscow (2017). (In Russian)

Received: February 8, 2025
Revised: February 31, 2025
Accepted: February 20, 2025

Author's information:

Andrey B. Yakovlev — <https://orcid.org/0000-0002-8744-0783>, a.b.yakovlev@spbu.ru