

О нормалях к границе выпуклого многогранника

И. В. Насонов¹, Г. Ю. Панина²

¹Санкт-Петербургский Государственный Университет, Санкт-Петербург

²Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова РАН, Санкт-Петербург

Гипотеза о пересекающихся нормалях утверждает, что внутри любого гладкого выпуклого тела $P \subset \mathbb{R}^n$ найдется точка, в которой пересекаются по крайней мере $2n$ нормалей к границе P . В случае $n = 2$ это легкое упражнение. Для $n = 3$ известны доказательства Е.Нейл [2] и J.Pardon [4]. Случай $n = 4$ также доказан в работе [4] и доказательство весьма сложно. В размерностях выше неизвестно практически ничего.

В нашей работе рассматривается аналогичная задача для выпуклых многогранников в \mathbb{R}^3 и доказывается, что в любом выпуклом многограннике общего вида существует точка пересечения 10 нормалей к его границе. Эта оценка точна: существует тетраэдр, через каждую внутреннюю точку которого проходит не больше 10 нормалей.

Оценивать количество нормалей, пересекающихся в данной точке помогает теория Морса для кусочно-линейных функций и анализ бифуркаций.

Исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда №25-11-00058.

ЛИТЕРАТУРА

1. A.Agrachev, D. Pallaschke, S. Scholtes, *On Morse theory for piecewise smooth functions*, Journal of Dynamical and Control Systems 3, 4 (1997), 449-469.
2. E. Heil, *Concurrent normals and critical points under weak smoothness assumptions*, In: Discrete geometry and convexity (New York, 1982), volume 440 of Ann. New York Acad. Sci., 170-178. New York Acad. Sci., New York, 1985.
3. I. Nasonov, G. Panina, D. Siersma, *Concurrent normals problem for convex polytopes and Euclidean distance degree*, to appear in Acta Math. Hung.
4. J. Pardon, *Concurrent normals to convex bodies and spaces of morse functions*, Math. Ann., 352(2012), no. 1, 55-71.

Насонов Иван Викторович, Санкт-Петербургский Государственный Университет, Санкт-Петербург, **e-mail:** wauua-nasonov-i04@yandex.ru

Панина Гаянэ Юрьевна, Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова РАН, Санкт-Петербург, **e-mail:** gaiane-panina@rambler.ru