

УДК 539.52:539.384
EDN LCOKVQ (<https://elibrary.ru/lcokvq>)
DOI 10.33113/mkmk.ras.2025.31.01.05



МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗГИБАНИЯ И ВОССТАНОВЛЕНИЯ ФОРМЫ БАЛКИ ИЗ НИКЕЛИДА ТИТАНА С УЧЕТОМ НЕОБРАТИМОЙ ДЕФОРМАЦИИ И ЭФФЕКТА СТАБИЛИЗАЦИИ МАРТЕНСИТА *

Беляев Ф.С.¹, Волков А.Е.², Вуколов Е.А.², Волкова Н.А.³, Ребров Т.В.²

¹*Институт проблем машиноведения РАН, г. Санкт-Петербург, Россия*

²*Санкт-Петербургский Государственный Университет,
г. Санкт-Петербург, Россия*

³*Санкт-Петербургский Государственный Технологический Институт
(технический университет), г. Санкт-Петербург, Россия*

АННОТАЦИЯ

Рабочие элементы из сплава с памятью формы (СПФ) для приводов, создающих большие перемещения удобно выбирать в форме балок, работающих на изгиб. При проектировании таких приводов необходимо учитывать возможность накопления необратимой микропластической деформации и смещение температур, при которых происходит возврат деформации вследствие эффекта стабилизации мартенсита (ЭСМ). Моделирование работы такого элемента выполнено в настоящей работе. Рассмотрены элементы в форме балки из СПФ $Ti_{50}Ni_{50}$ и композиционной балки, содержащей два слоя: один из $Ti_{50}Ni_{50}$, а другой из $Ti_{49.3}Ni_{50.7}$. В численных экспериментах предварительную деформацию задавали при температуре, при которой сплав $Ti_{50}Ni_{50}$ находится в мартенситном состоянии, а сплав $Ti_{49.3}Ni_{50.7}$ – в аустенитном псевдоупругом состоянии. Определяющие соотношения задавали в рамках микроструктурной модели с учетом микропластичности и ЭСМ. Изгиб рассматривали в рамках схемы Бернулли. Краевую задачу механики решали методом сведения к задаче о неподвижной точке оператора, равного композиции оператора, вычисляющего поле напряжений и оператора, выражающего приращение неупругой деформации. Найдены диаграммы изгибания в виде зависимостей изгибающего момента от прогиба балки и прогиба балки от температуры при ее нагреве. Рассчитаны распределения напряжений и объемной доли мартенсита по высоте балки, на различных стадиях предварительного деформирования и последующего нагрева. Показано, что ЭСМ в условиях неоднородной предварительной деформации приводит при последующем нагреве и возврате прогиба к неоднородному протеканию обратного мартенситного превращения и к сложному распределению напряжений по толщине балки. Неучет ЭСМ приводит к значительным ошибкам при оценке температур восстановления формы балки.

Ключевые слова: память формы; моделирование; изгиб; стабилизация мартенсита; микропластическая деформация

MODELING OF BENDING AND SHAPE RECOVERY OF A TITANIUM NICKELIDE BEAM TAKING INTO ACCOUNT IRREVERSIBLE DEFORMATION AND THE EFFECT OF MARTENSITE STABILIZATION

* Работа выполнена при поддержке гранта РНФ 23-29-01006.

Belyaev F.S.¹, Volkov A.E.², Vukolov E.A.², Volkova N.A.³, Rebrov T.V.²

¹*Institute for Problems in Mechanical Engineering of the Russian Academy of Sciences,
Saint-Petersburg, Russia*

²*Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg, Russia*

³*Saint-Petersburg State Technological Institute (Technical University),
Saint-Petersburg, Russia*

ABSTRACT

Working elements made of shape memory alloy (SMA) for drives creating large displacements can be conveniently selected in the form of beams experiencing deformation in bending. When designing such drives, it is necessary to take into account the possibility of accumulation of irreversible microplastic deformation and the martensite stabilization effect (MSE) shifting the temperatures, at which the deformation recovery occurs. Modeling of such an element is performed in the present work. Elements in the form of a beam made of SMA $Ti_{50}Ni_{50}$ and a composite beam containing two layers: one of $Ti_{50}Ni_{50}$ and the other of $Ti_{49.3}Ni_{50.7}$ are considered. In numerical experiments a preliminary deformation was specified at a temperature at which the $Ti_{50}Ni_{50}$ alloy is in the martensitic state, and the $Ti_{49.3}Ni_{50.7}$ alloy is in the austenitic pseudoelastic state. The constitutive relations were specified within the framework of the microstructural model taking into account microplasticity and the MSE. Bending was considered within the framework of the Bernoulli scheme. The boundary value problem of mechanics was solved by the method of reducing it to the problem of a fixed point of an operator equal to the composition of the operator calculating the stress field and the operator expressing the increment of inelastic deformation. Diagrams of bending were found in the form of dependences of the bending moment on the beam deflection and the beam deflection on the temperature during its heating. The distributions of stresses and the volume fraction of martensite along the height of the beam were calculated at various stages of preliminary deformation and subsequent heating. It is shown that MSE under conditions of non-uniform preliminary deformation leads to non-uniform reverse martensitic transformation and to a complex distribution of stresses across the beam thickness during subsequent heating and deflection recovery. Not accounting for the MSE leads to significant errors in estimating the temperatures of beam shape recovery.

Keywords: shape memory; modeling; bending; stabilization of martensite; microplastic deformation

ВВЕДЕНИЕ

Для создания больших перемещений термоприводами из сплавов с эффектом памяти формы (СПФ) используют активные элементы, работающие в режиме изгиба [1,2]. В некоторых случаях, когда требуется обеспечить срабатывание привода в заданном температурном интервале требуется учитывать зависимость температур начала и окончания возврата деформации не только от противодействующего напряжения, но и от условий задания предварительной деформации. Эксперименты показывают [3-10], что в СПФ $TiNi$ температуры начала и окончания обратного мартенситного превращения (МП) A_{s1} и A_{f1} при первом после задания предварительной деформации нагреве оказываются выше, чем соответствующие температуры A_s и A_f в недеформированном сплаве, причем при повторном нагреве смещения этих температур не наблюдается. Данный эффект получил название эффект стабилизации мартенсита (ЭСМ).

Предварительную деформацию можно задавать различными способами. Смещение температуры A_s наблюдали после деформации в мартенситном состоянии прокаткой [3], растяжением [4], сдвигом [5], в том числе монокристаллов [6], а также после деформирования в псевдоупругом состоянии [7,8]. В работе [9] показано, что ЭСМ проявляется сильнее в композиционных образцах, в которых в матрицу из TiNi введены включения в виде частиц или нитей из Nb. В работе [10] было выполнено сравнительное исследование ЭСМ после задания предварительной деформации тремя различными способами: деформированием в мартенситном состоянии, охлаждением СПФ через интервал температур прямого МП под нагрузкой и деформированием путем наведения мартенсита напряжениями. ЭСМ не является типичным только для сплавов на основе TiNi. В работах [11-13] ЭСМ наблюдали в СПФ на основе меди, а в работе [14] – в сплавах Гейслера. Из подходов к моделированию ЭСМ известна работа [15], в которой рассмотрена упрощенная механистическая система, включающая два варианта мартенсита, ограниченные границей зерна. На примере такой схемы рассчитываются упругая и необратимая энергии, изменение которых обуславливает появление ЭСМ.

Относительно природы ЭСМ общепринятая гипотеза отсутствует. Высказывались предположения, что основной причиной являются возникающие при пластической деформации дислокации и вакансии, которые затрудняют движение мартенситных границ [3], уменьшают накопленную упругую энергию [4], создают внутренние напряжения на границах зерен [5,15]. Эта гипотеза не согласуется с наличием ЭСМ в монокристаллах [6]. Другой механизм ЭСМ исследован в работе [16], в которой экспериментально показано, что стабилизация мартенсита в сплаве Гейслера Co-Ni-Ga может быть вызвана химическим разупорядочением. Одна из наиболее правдоподобных гипотез была выдвинута в работе [10], что основной причиной ЭСМ является повреждение межмартенситных границ, которое затрудняет протекание обратного перехода. В этой работе отмечено, что наблюдения строения границ подтверждают данную гипотезу, причем границы повреждаются на поздних стадиях прямого МП, а также при росте одних пластин за счет других в процессе переориентации мартенсита при деформировании образцов в мартенситном состоянии. Эта гипотеза была использована в данной работе в рамках ранее разработанной микроструктурной модели деформации СПФ [17,18].

Изгиб характеризуется неоднородными полями напряжений и деформаций, включающими растянутые и сжатые слои. Для расчета этих полей и зависимости прогиба балки от изгибающего момента и температуры требуется решать краевую задачу. Ввиду особенностей функционально-механических свойств СПФ, допускающих формулировку определяющих соотношений только для приращений напряжений, деформаций и температуры, моделирование изгиба балки приходится проводить, пошагово задавая изменения граничных условий.

Примеры успешного решения краевых задач для тел из СПФ – работы А.А. Мовчана [19-21] и А.А. Рогового [22], в которых свойства СПФ описываются оригинальными макроскопическими моделями. С использованием микроструктурной модели [17] были решены задачи о термомеханическом соединении труб (растяжении муфты из СПФ и последующей посадкой ее на упругую трубу) [23], о деформации цилиндра в процессе охлаждения с поверхности при действии растягивающей осевой силы [24]. Задача об изменении кривизны балки из СПФ при ее нагружении изгибающим моментом

и ее возврате при последующем нагреве ранее рассматривалась в работе [25]. Однако, решение было получено без учета необратимой микропластической деформации и ЭСМ, что привело к заниженным значениям температур, при которых происходит возврат деформации.

В данной работе выполнено моделирование изменения прогиба однослойной и двухслойной балки, один из слоев которой выполнен из СПФ, при ее предварительном деформировании изгибающим моментом, разгрузке и последующем нагреве на основе определяющих соотношений [26], учитывающих как микропластическую деформацию, так и ЭСМ. При этом для упрощения расчетов и улучшения сходимости итерационного процесса в уравнения, задающие упрочнение при микропластической деформации, были внесены изменения, не затрагивающие возможности описания указанных явлений.

1. МИКРОСТРУКТУРНАЯ МОДЕЛЬ

1.1. Расчет деформации.

Представительный объем, отражающий строение СПФ, состоит из зерен, различающихся ориентацией кристаллографических осей, в каждом из которых присутствует аустенит и бейновские варианты мартенсита. Принимается гипотеза Рейсса: макроскопическая деформация описывается тензором малых деформаций ε , который по «правилу смеси» равен среднему значению деформаций зерен ε^{gr} . Для кристаллов деформация с хорошей точностью может быть разбита на сумму упругой ε^e , термической ε^T , фазовой ε^{Ph} , микропластической ε^{mp} и пластической ε^p составляющих

$$\varepsilon = \sum_i f_i \varepsilon^{gr}(\omega_i), \quad \varepsilon^{gr} = \varepsilon^e + \varepsilon^T + \varepsilon^{Ph} + \varepsilon^{mp} + \varepsilon^p, \quad (1)$$

где ω_i и f_i – ориентации и объемные доли зерен, а сумма берется по всем ориентациям зерен (в дальнейшем аргумент ω_i опущен). Правило смеси применяется и к деформациям внутри каждого зерна

$$\varepsilon^{gr} = (1 - \Phi_M) \varepsilon^A + \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \Phi_n \varepsilon^{Mn}, \quad \Phi_M = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \Phi_n, \quad (2)$$

где ε^A и ε^{Mn} – деформации аустенита и n -го варианта мартенсита, N – количество вариантов мартенсита, Φ_M – объемная доля мартенсита в зерне, Φ_n – увеличенная в N раз объемная доля n -го варианта мартенсита. Фазовая деформация варианта мартенсита равна деформации Бейна D_n и, следовательно, фазовая деформация зерна равна

$$\varepsilon^{Ph} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \Phi_n D_n, \quad (3)$$

Под микропластическими деформациями подразумеваются пластические деформации, осуществляющие пластическую аккомодацию мартенсита и снижающие упругую энергию межфазных напряжений. Их упрощенный расчет основан на идее, что рост каждого варианта мартенсита инициирует комбинацию сдвигов, создающих деформацию, пропорциональную девиатору фазовой деформации, то есть применима формула, аналогичная (3)

$$\varepsilon^{mp} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \kappa \varepsilon_n^p dev D_n, \quad (4)$$

где внутренние переменные ε_n^p описывают микропластические деформации, $devD_n$ – девиатор тензора D_n , κ – материальная константа. Расчет обобщенных термодинамических сил, вызывающих изменения внутренних переменных, основан на использовании потенциала Гиббса G . Для каждого зерна

$$G = (1 - \Phi_M)G^A + \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \Phi_n G^{Mn} + G^{mix}, \quad (5)$$

где G^A и G^{Mn} – «собственные» потенциалы аустенита и n -го варианта мартенсита (без учета их взаимодействия), G^{mix} – потенциал смешивания (упругая энергия межфазных напряжений). В формуле (5) собственные потенциалы

$$G^a = G_0^a - S_0^a (T - T_0) - \frac{c_\sigma^a (T - T_0)^2}{2T_0} - \varepsilon_{ij}^{0Ta} (T) \sigma_{ij} - \frac{1}{2} D_{ijkl}^a \sigma_{ij} \sigma_{kl} \quad (a = A, Mn) \quad (6)$$

где верхний индекс $a = A$ обозначает аустенит, а $a = Mn$ – n -й вариант мартенсита; G_0^a и S_0^a – потенциал Гиббса и энтропия при напряжении $\sigma = 0$ и температуре $T = T_0$, T_0 – температура фазового равновесия (т.е. такая температура, при которой $G_0^A = G_0^{Mn}$); ε_{ij}^{0Ta} – деформации фаз при $\sigma = 0$; c_σ^a и D_{ijkl}^a – удельные теплоемкости при $\sigma = 0$ и упругие податливости. Для T_0

принята оценка из работы [27]: $T_0 = \frac{Ms + Af}{2}$ (далее M_s , M_f , A_s , A_f – характеристические температуры начала и конца прямого и обратного МП). Для оценки упругой энергии G^{mix} принята квадратичная аппроксимация, которая учитывает, что G^{mix} растет с ростом долей мартенсита Φ_n и уменьшается из-за ориентированных деформационных дефектов b_n , которые обеспечивает пластическую аккомодацию мартенсита

$$G^{mix} = \frac{\mu}{2} \sum_{n=1}^N (\Phi_n - b_n)^2, \quad (7)$$

где μ – постоянная, выражающаяся через скрытую теплоту q_0 и характеристические температуры M_s , M_f прямого МП: $\mu = -q_0 (M_s - M_f) / T_0$. Отметим, что $q_0 < 0$. Из формул (6), (7) находим, что сила, вызывающая рост n -го варианта мартенсита (изменение переменной Φ_n) равна

$$F_n (T, \sigma, \Phi_n) = -N \frac{\partial G}{\partial \Phi_n} \approx \frac{q_0}{T_0} (T - T_0) + \sigma_{ij} : D_{ij}^n - \mu (\Phi_n - b_n). \quad (8)$$

Наличие гистерезиса МП показывает, что существует диссипативная сила F^{fr} , называемая также диссипативной энергией, противодействующая движению границ раздела фаз, так что условие протекания МП имеет вид

$$F_n = \pm F^{fr}, \quad (9)$$

где сила F_n определена формулой (8), знак плюс соответствует прямому МП, а знак минус – обратному. Значение F^{fr} выражается через характеристики превращения: $F^{fr} = -q_0 (M_s - T_0) / T_0$. Законы изменения переменных b_n и ε_n^p , выводятся из условия микропластического течения

$$|F_n^p - F_n^\rho| = F^y, \quad (F_n^p - F_n^\rho)dF_n > 0, \quad (10)$$

где F_n^p – обобщенная сила, сопряженная с переменными b_n

$$F_n^p = -N \frac{\partial G}{\partial b_n} = \mu(\Phi_n - b_n), \quad (11)$$

F^y и F_n^ρ – силы, описывающие изотропное и кинематическое упрочнение. Условие микропластического течения (10) аналогично классическому условию пластического течения для одноосного напряженного состояния, причем обобщенные силы F_n^p , F^y и F_n^ρ играют соответственно роль напряжения, напряжения течения и внутреннего (собственного) напряжения. Микропластическое течение генерирует деформационные дефекты, которые в данной модели разделяются на две группы: рассеянные f и ориентированные b_n . Для них используются уравнения

$$\dot{b}_n = k_b \left(\dot{\varepsilon}_n^{\text{mp}} - \frac{|b_n|}{\beta^*} \dot{\varepsilon}_n^{\text{mp}} H(b_n \dot{\varepsilon}_n^{\text{mp}}) \right), \quad f = f_0 = \text{const}, \quad (12)$$

где k_b , β^* , f_0 – материальные константы, H – функция Хевисайда. Предполагаем, что изотропное упрочнение создают рассеянные дефекты, а кинематическое – обратимые, то есть имеется связь (так называемые замыкающие уравнения [28]) плотности дефектов f с силой F^y , а дефектов b_n – с силой F_n^ρ . В данной модели изотропное упрочнение постоянно, а кинематическое выбрано в простейшей форме

$$F^y = a_y f = a_y f_0, \quad F_n^\rho = a_\rho b_n, \quad (13)$$

где a_y и a_ρ – материальные константы. Из условий (9), (10) и формул (8), (11)-(13) следуют эволюционные уравнения, позволяющие при заданных приращениях напряжения и температуры рассчитать приращения внутренних переменных Φ_n , $\varepsilon_n^{\text{mp}}$, b_n , а затем по формулам (1)-(4) рассчитать обратимую и необратимую деформацию.

1.2. Учет эффекта стабилизации мартенсита.

В данной работе описание ЭСМ, так же, как в работе [26] включает расчет поврежденности межмартенситных границ и его влияния на диссипативную силу F^{fr} . В данной модели введена переменная поврежденности границ ζ , для эволюции которой предложены уравнения

$$d\zeta = k_1 \frac{(\Phi_M - \Phi_{\text{crit}}) H(\Phi_M - \Phi_{\text{crit}})}{(1 - \Phi_{\text{crit}})(1 + k_3 \zeta^2)} d\tilde{r} H(d\tilde{r}), \quad (14)$$

$$d\zeta = \frac{\zeta_1 - \zeta}{\Phi_M (1 + k_3 \zeta^2)} d\Phi_M H(d\Phi_M), \quad (15)$$

$$d\zeta = 0, \quad (16)$$

$$\zeta_1 = k_2 \frac{(\Phi_M - \Phi_{\text{crit}}) H(\Phi_M - \Phi_{\text{crit}})}{(1 - \Phi_{\text{crit}})} \tilde{r}. \quad (17)$$

Уравнение (14) задает изменение ζ при переориентации мартенсита, (15) – при прямом МП, (16) – при обратном МП, (17) задает предельное значение поврежденности при заданной ориентированности мартенсита \tilde{r} ; $k_1, k_2, k_3, \Phi_{crit}$ – константы материала, из которых k_1 влияет на рост поврежденности при переориентации, k_2 – при прямом превращении, k_3 отвечает за темп выхода поврежденности на насыщение; Φ_{crit} – доля мартенситной фазы, при которой в процессе прямого МП начинается рост поврежденности. В модель также введены переменные $r = \frac{1}{2(N-1)} \sum_{n=1}^N |\Phi_n - \Phi_M|$ и $\tilde{r} = r/\Phi_M$, причем последняя характеризует степень ориентированности мартенсита: $\tilde{r} = 0$ для полностью хаотического мартенсита и $\tilde{r} = 1$ для полностью монодоменизированного мартенсита. В модели предполагается, что сила сопротивления движению поврежденных границ F_{MSE}^{fr} возрастает согласно формуле

$$F_{MSE}^{fr} = F^{fr} (1 + \zeta^k),$$

где F^{fr} – сила сопротивления движению неповрежденных границ, k – константа материала, учитывающая нелинейность влияния поврежденности на силу сопротивления.

2. КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ИЗГИБА БАЛКИ

2.1. Постановка задачи.

В настоящей работе с использованием модели [17], изложенной в предыдущем разделе, выполнено моделирование изменения кривизны композиционной двухслойной балки (рис.1), состоящей из слоя, изготовленного из СПФ Ti₅₀Ni₅₀ толщиной h_1 (в верхней половине балки) и слоя из сплава Ti_{49.3}Ni_{50.7} толщиной h_2 ; $h = h_1 + h_2$ – общая толщина балки. Для сравнения был также выполнен расчет для однослойной балки из Ti₅₀Ni₅₀.

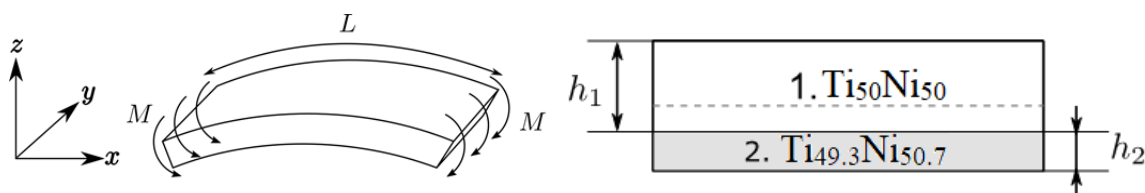


Рис.1. Схема изгиба композиционной пластины.

Для простоты расчетов приняты гипотезы Бернулли для балки в целом, то есть, для совокупности двух слоев. Как следствие, предполагали, что поле перемещений и полная деформация непрерывны по сечению балки – в том числе на границе слоев. Данное условие можно обеспечить, например, при помощи сварки взрывом двух пластин из разных материалов. Поле температур предполагали однородным. При моделировании использовали дискретизацию по координате z , соответствующей толщине пластины, и по времени t . На каждом шаге по времени задавали изменение температуры и изгибающего момента или кривизны. Составной частью краевой задачи является задача о механическом равновесии, решением которой является поле напряжений $\sigma_{xx}(z)$

при известных граничных условиях и известном поле неупругой деформации $\varepsilon_{xx}^{ne}(z)$. В дальнейшем для краткости индексы zz опускаем. В силу гипотез Бернулли полная деформация $\varepsilon(z)$ равна

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \kappa_0 z, \quad (18)$$

где ε_0 и κ_0 – деформация и кривизна среднего слоя. Принимаем, что условия равновесия можно задать в интегральном виде

$$\int_{-h/2}^{h/2} \sigma dz = F, \quad \int_{-h/2}^{h/2} \sigma z dz = M, \quad (19)$$

где $F = 0$ – осевая растягивающая сила, M – изгибающий момент.

По закону Гука

$$\sigma = E(\varepsilon - \varepsilon^{ne}) = E(\varepsilon_0 + \kappa_0 z - \varepsilon^{ne}), \quad (20)$$

где E – модуль Юнга.

Из формул (18)-(20) следует, что

$$\begin{bmatrix} C_{11} \\ C_{12} \end{bmatrix} \varepsilon_0 + \begin{bmatrix} C_{12} \\ C_{22} \end{bmatrix} \kappa_0 = \begin{bmatrix} F \\ M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_* \\ M_* \end{bmatrix}, \quad (21)$$

где

$$C_{11} = \int_{-h/2}^{h/2} E dz, \quad C_{12} = \int_{-h/2}^{h/2} E z dz, \quad C_{22} = \int_{-h/2}^{h/2} E z^2 dz,$$

$$F_* = \int_{-h/2}^{h/2} E \varepsilon^{ne} dz, \quad M_* = \int_{-h/2}^{h/2} E \varepsilon^{ne} z dz.$$

Формулы (21) позволяют найти неизвестные величины ε_0 и κ_0 при заданном моменте M и неупругой деформации ε^{ne} . Таким образом, построен оператор \mathbf{M} , такой что

$$\sigma(z) = \mathbf{M}(\varepsilon^{ne}(z), M). \quad (22)$$

Кроме того, микроструктурная модель позволяет рассчитать приращение неупругой деформации $\Delta \varepsilon^{ne}$, т. е. задает оператор \mathbf{F}

$$\Delta \varepsilon^{ne}(z) = \mathbf{F}(\sigma(z), \Delta \sigma, T(z), \Delta T(z)), \quad (23)$$

где символ Δ означает приращение, $T(z)$ – температура.

Композиция операторов $\mathbf{A} = \mathbf{M}\mathbf{F}$ и позволяет при заданном моменте M свести исходную задачу к задаче о неподвижной точке оператора \mathbf{A}

$$\sigma(z) = \mathbf{A}(\sigma(z), T(z)).$$

Для численного решения задачи используем дискретизацию по координате z и по времени. На каждом шаге по времени задавали изменение температуры и изгибающего момента.

2.2. Параметры балок.

Приняли следующие размеры балок: длина 20 мм, толщина 1.28 мм, толщина слоя 1 (из $\text{Ti}_{50}\text{Ni}_{50}$) двухслойной балки 0.7 мм. Параметры сплавов указаны в Таблицах 1 и 2. Сечение по толщине было разбито на 50 узлов.

Таблица 1.

Характеристики мартенситного превращения.

	Ti ₅₀ Ni ₅₀	Ti _{49.3} Ni _{50.7}	
Характеристические температуры M_f, M_s, A_s, A_f, K	303, 323, 340, 360	241, 259, 276, 294	
Скрытая теплота превращения, МДж/м ³	-110	-100	
Матрица девиатора деформации решетки в базисе аустенита (объемный эффект исключен)	0.02267	0.059	0.0456
	0.059	0.02267	0.0456
	0.0456	0.0456	-0.04534

Таблица 2.

Параметры модели (для обоих сплавов приняты одинаковыми).

Модуль Юнга аустенита E_A , ГПА	80
Модуль Юнга мартенсита E_M , ГПА	35
Сила изотропного сопротивления микропластическому течению F^y , МПА	13
Параметры изменения количества дефектов a_p , МПА, κ , k_b , β_*	2·10 ⁵ ; 1.0; 5.0; 5.0
Параметры стабилизации мартенсита K_1 , K_2 , K_3 , Φ_1^{crit} , k	5.6; 4.0; 0.75; 0.3; 1.8
Коэффициенты теплового расширения (не учитывалось)	0

2.3. Режим численного эксперимента.

1. Предварительное охлаждение до 293 К (20°C). Сплав Ti₅₀Ni₅₀ переходит в мартенситное состояние. Температура меняется с шагом 0,02К (всего 3500 шагов).

2. Предварительный нагрев до 328 К (55°C), при которой слой 1 из Ti₅₀Ni₅₀ остается в мартенситном состоянии, слой 2 из Ti_{49.3}Ni_{50.7} находится в аустенитном псевдоупругом состоянии. Температура меняется с шагом 0,1К (всего 350 шагов).

3. Нагрузка до появления прогиба примерно 5 мм. Кривизна меняется с шагом 0,02 м⁻¹ (всего 5500 шагов).

4. Разгрузка. Момент сил меняется до нуля равномерно за 1100 шагов.

5. Нагрев до 438 К (165°C). Происходит обратное мартенситное превращение. Температура меняется с шагом 0,02 К (всего 5500 шагов).

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

На этапах 1 и 2 численного эксперимента (при предварительном охлаждении до мартенситного состояния и подогрева до температуры деформирования) прогиб балки не изменялся. Диаграммы деформирования однослойной и двухслойной балок при температуре 328 К, а также распределения по толщине напряжений в состояниях, соответствующих точкам, отмеченным на диаграммах нагружения и разгрузки, показаны на рис.2. Отметим, что наличие второго (псевдоупругого) слоя приводит к тому, что процесс деформации идет при

больших значениях изгибающего момента, а при разгрузке кроме упругого возврата деформации происходит частичный псевдоупругий возврат (на участке от (d) до (e)), из-за которого для двухслойной балки остаточный прогиб после разгрузки меньше, чем для однослойной.

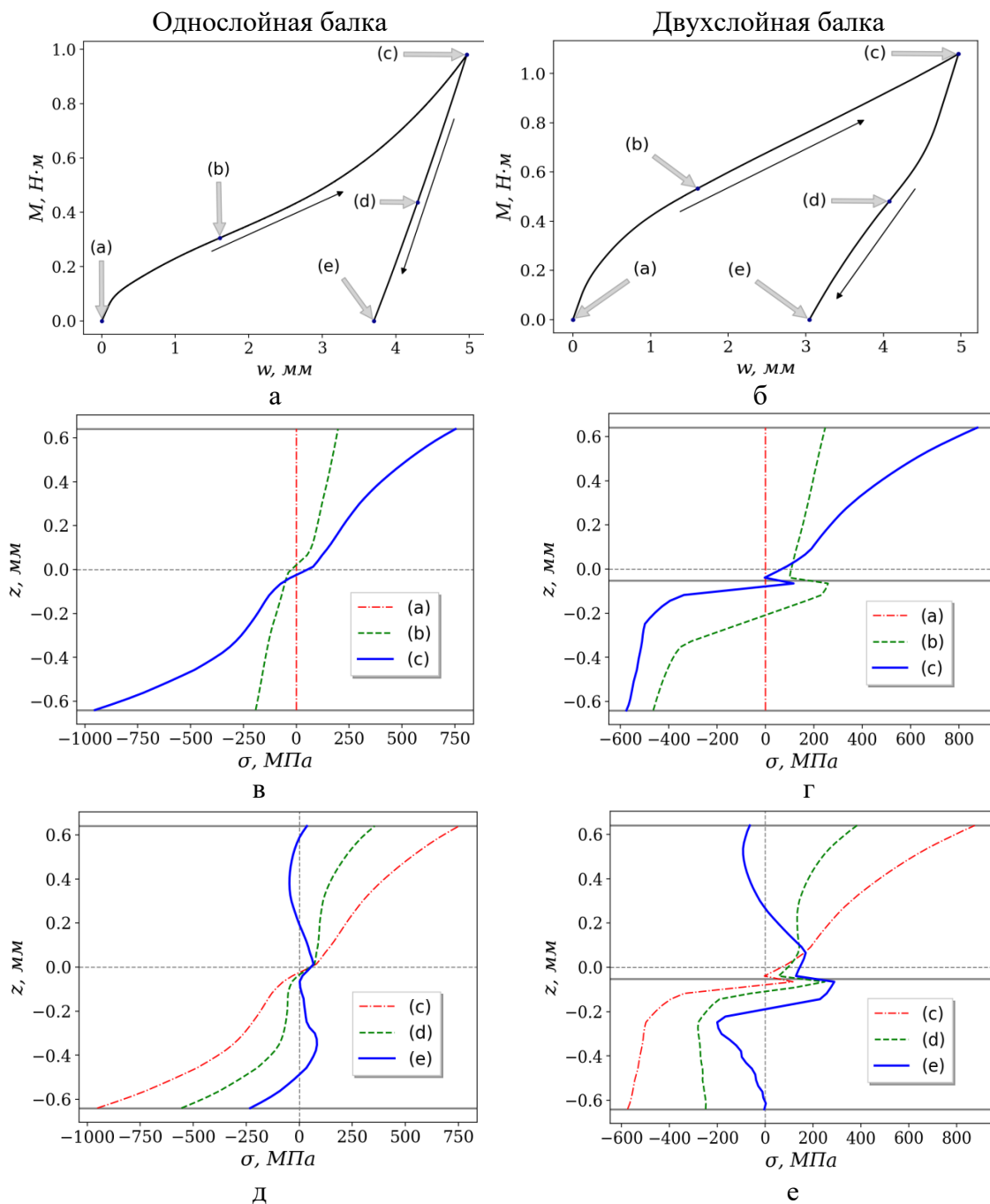


Рис.2. а, б – диаграммы деформирования балки изгибом при $T = 328 \text{ K}$; зависимость изгибающего момента M от прогиба w : а – однослойная балка, б – двухслойная балка; в, г, д, е – распределения напряжения σ по толщине балки в отмеченных точках на стадии нагружения (в, г) и разгрузки (д, е); а, в, д – однослойная балка, б, г, е – двухслойная балка (сплошная горизонтальная линия – граница между слоями).

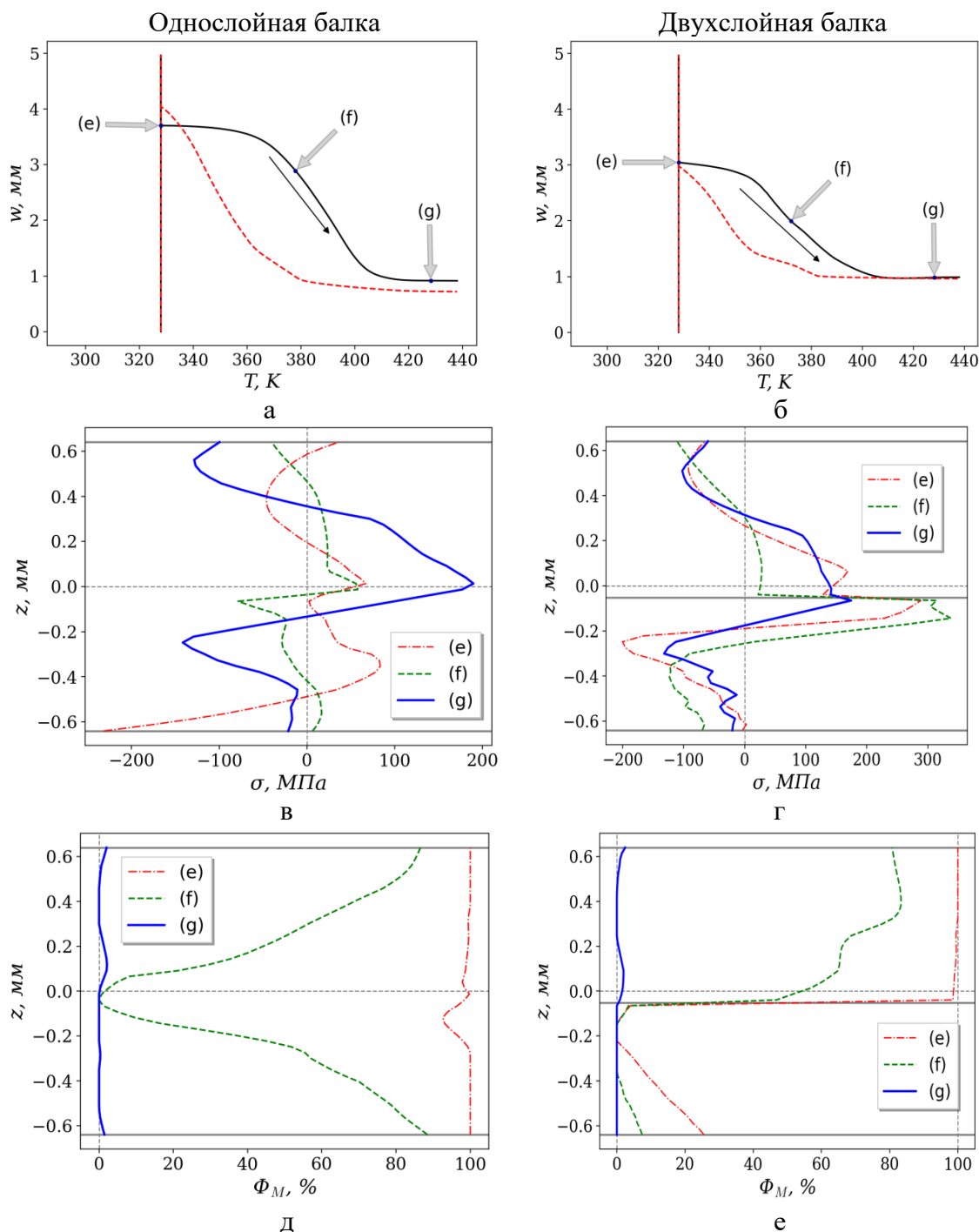


Рис.3. а, б – зависимости прогиба балки w от температуры T при нагреве (пунктирная линия – без учета, сплошная линия – с учетом эффекта стабилизации мартенсита); в, г, д, е – распределения по толщине балки в отмеченных точках напряжения σ (в, г) и объемной доли мартенсита Φ_M (д, е); а, в, д – однослойная балка, б, г, е – двухслойная балка (сплошная горизонтальная линия – граница между слоями).

Распределения напряжений в однослойной балке при нагрузке и разгрузке типичны для упруго-пластического изгиба. Особенность распределений при нагружении в том, что нейтральный слой (в котором напряжение равно нулю) не проходит через середину высоты балки, а напряжение в растянутых (верхних)

слоях (в максимуме около 750 МПа) по модулю меньше, чем в сжатых слоях (в максимуме около 900 МПа). Эти особенности обусловлены асимметрией функциональных свойств никелида титана по отношению растяжению – сжатию. Природа этой асимметрии – в тензоре фазовой деформации, осуществляющей преобразование кристаллической решетки из аустенита в мартенсит, максимальное главное значение которой – около 10.5%, а минимальное – около -6.8%. Из-за этого никелид титана легче деформируется в режиме растяжения, чем в режиме сжатия. Микроструктурная модель, одним из главных параметров которой является тензор деформации решетки, учитывает данную асимметрию автоматически. Распределения напряжений в двухслойной балке соответствуют свойствам материалов верхнего и нижнего слоев пластины при температуре деформирования 328 К: верхний слой из $Ti_{50}Ni_{50}$ легко деформируется за счет наведения мартенсита, а нижний слой из $Ti_{49.3}Ni_{50.7}$ демонстрирует псевдоупругое поведение. Из-за этих же особенностей остаточные напряжения после разгрузки в двухслойной пластине больше, чем в однослойной.

Возврат прогиба при нагревании балки показан на рис.3. Неполный возврат обусловлен микропластической деформацией, произошедшей при предварительном деформировании. Из рис.3а,б видно, что для правильного предсказания температур возврата деформации необходимо учитывать ЭСМ. Отметим также, что вследствие неодинаковой предварительной деформации волокон балки при разных значениях координаты z , поврежденность границ мартенсита различна, а, следовательно, ввиду ЭСМ обратное МП происходит при разных температурах, то есть уменьшение количества мартенсита происходит неоднородно, что иллюстрируют рис.3д,е. Неодновременное протекание обратного МП при разных значениях координаты z приводит к неоднородному характеру возврата деформации и, следовательно, к релаксации напряжения. Это обуславливает сложный характер эпюр напряжения (рис.3в,г). Таким образом, учет ЭСМ необходим для описания эволюции полей напряжений.

ВЫВОДЫ

Активные элементы с эффектом памяти формы, работающие в режиме изгиба, позволяют генерировать значительно большие перемещения, чем элементы, работающие в режиме растяжения, в частности, (как в данной работе) балка длиной 20 мм создает изменение прогиба около 3 мм (а в форме консоли в два раза больше), тогда как такая же балка в режиме растяжения могла бы дать перемещение не более 1 мм (возвращаемая деформация 5%).

Решение краевой задачи изгиба с использованием микроструктурной модели может быть эффективно реализовано путем сведения ее к задаче о неподвижной точке оператора.

Учет эффекта стабилизации мартенсита необходим для предсказания температур возвращения деформации.

Эффект стабилизации мартенсита в условиях неоднородной предварительной деформации приводит при последующем нагреве и возврате прогиба к неоднородному протеканию обратного мартенситного превращения и, следовательно, к сложному распределению напряжений по толщине балки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Duerig T.W., Melton K.N., Stöckel D., Wayman C.M. *Engineering Aspects of Shape Memory Alloys*. – Butterworth-Heinemann. – 1990.
2. Wanhill R.J.H., Ashok B. *Shape Memory Alloys (SMAs) for Aerospace Applications // Aerospace Materials and Material Technologies: Volume 1: Aerospace Materials*. Indian Institute of Metals Series. – Singapore: Springer. – 2017.
3. Lin H.C., Wu S.K., Chou T.S, Kao H.P. *The effects of cold rolling on the martensitic transformation of an equiatomic TiNi alloy // Acta Metallurgica et Materialia*. – 1991. – Vol.39. – No.9. – Pp.2069-2080.
4. Piao M., Otsuka K., Miyazaki S., Horikawa H. *Mechanisms of the As temperature increase by pre-deformation in thermoelastic alloys // Materials Transactions, JIM*. – 1993. – Vol.34. – No.10. – Pp.919-929.
5. Liu Y., Favier D. *Stabilisation of martensite due to shear deformation via variant reorientation in polycrystalline NiTi // Acta Materialia*. – 2000. – Vol.48. – No.13. – Pp.3489-3499.
6. Liu Y., Tan G., Miyazaki S. *Deformation-induced martensite stabilisation in [100] single-crystalline Ni-Ti // Materials Science and Engineering: A*. – 2006. – Vol.438-440. – Pp.612-616.
7. Liu Y., Tan G. *Effect of deformation by stress-induced martensitic transformation on the transformation behaviour of NiTi // Intermetallics*. – 2000. – Vol.8. – No.1. – Pp.67-75.
8. Liu Y., Tan G. *Comparative study of deformation-induced martensite stabilization via martensite reorientation and stress-induced martensitic transformation in NiTi // Intermetallics*. – 2004. – Vol.12. – No.4. – Pp.373-381.
9. Bakhtiari S., Li Y., Sarkar S. et al. *Deformation induced martensite stabilization of NiTi in constrained composite systems // Materials Science and Engineering: A*. – 2022. – Vol.857. – 144128.
10. Belyaev S., Resnina N., Ponikarova I. et al. *Damage of the martensite interfaces as the mechanism of the martensite stabilization effect in the NiTi shape memory alloys // Journal of Alloys and Compounds* – 2022. – Vol.921. – 166189.
11. Kustov S., Pons J., Cesari E. et al. *Athermal stabilization of Cu-Al-Be $\beta 1'$ martensite due to plastic deformation and heat treatment // Materials Science and Engineering: A*. – 2004. – Vol.373. – No.1 – Pp.328-338.
12. Kustov S., Pons J., Cesari E., Van Humbeeck J. *Chemical and mechanical stabilization of martensite // Acta Materialia*. – 2004. – Vol.52. – No.15. – Pp.4547-4559.
13. Heczko O., Vronka M., Veřtát P. et al. *Mechanical stabilization of martensite in Cu-Ni-Al single crystal and unconventional way to detect it // Shape Memory and Superelasticity*. – 2018. – Vol.4. – Iss.1. – Pp.77-84.
14. Chernenko V.A., Pons J., Cesari E., Zasimchuk I.K. *Transformation behaviour and martensite stabilization in the ferromagnetic Co-Ni-Ga Heusler alloy // Scripta Materialia*. – 2004. – Vol.50. – No.2. – Pp.225-229.
15. Liu Y. *Mechanistic simulation of deformation-induced martensite stabilization // Materials Science and Engineering: A*. – 2004. – Vol.378. – No.1. – Pp.459-464.
16. Kadletz P.M., Krooß P., Chumlyakov Y.I. et al. *Martensite stabilization in shape memory alloys – Experimental evidence for short-range ordering // Materials Letters*. – 2015. – Vol.159. – Pp.16-19.

17. Belyaev F., Evard M., Volkov A., Volkova N. *A microstructural model of SMA with microplastic deformation and defects accumulation: Application to thermocyclic loading* // Materials Today: Proceedings. – 2015. – Vol.2. – Suppl.3. – Pp.S583-S587.
18. Beliaev F.S., Evard M.E., Ostropiko E.S. et al. *Aging Effect on the One-Way and Two-Way Shape Memory in TiNi-Based Alloys* // Shape Memory and Superelasticity. – 2019. – Vol.5 – Iss.3 – Pp.218-229.
19. Мовчан А.А., Левин А.С. *Задача о прямом мартенситном превращении в толстостенной сфере из сплава с памятью формы, находящейся под действием постоянного давления* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2015. – Т.21. – №2. – С.221-236.
20. Машихин А.Е., Мовчан А.А. *Задача о прямом мартенситном превращении в толстостенном цилиндре из сплава с памятью формы* // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2016. – №3. – С.100-114.
21. Мовчан А.А., Казарина С.А., Машихин А.Е. и др. *Краевые задачи механики для сплавов с памятью формы* // Ученые записки Казанского университета. Сер. Физ.-матем. науки. – 2015. – Т.157. – №3. – С.97-110.
22. Роговой А.А., Столбова О.С. *Численное моделирование процесса управления фазовым переходом при кручении полого цилиндра из сплава Гейслера* // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2019. – №3. – С.75-87.
23. Likhachev V.A., Razov A.I., Volkov A.E. *Finite difference simulation of a thermomechanical coupling* / Proceedings of the Second International Conference on Shape Memory and Superelastic Technologies SMST-97, Asilomar Conference Center, Pacific Grove. – California, USA, 1997. – Pp.335-340.
24. Volkov A.E., Kukhareva A.S., Volkova N.A., Malkova Y.V. *Size effects in a shape memory alloy rod caused by inhomogeneity of temperature and stress fields studied through solving of a 1d connected thermal and mechanical problem* / 8th Conference on Smart Structures and Materials, SMART 2017 and 6th International Conference on Smart Materials and Nanotechnology in Engineering, SMN2017. – Madrid, Spain, 2017. – Pp.1582-1589.
25. Volkov A.E., Evard M.E., Volkova N.A., Vukolov E.A. *Application of a microstructural model to simulation of a TiNi beam bending performance and calculation of thickness stress distributions* / 9th ECCOMAS Thematic Conference on Smart Structures and Materials, SMART 2019. – Paris, France, 2019. – Pp.686-695.
26. Беяев Ф.С, Волков А.Е, Волкова Н.А. и др. *Моделирование эффекта стабилизации мартенсита в никелиде титана после деформации в мартенситном состоянии* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2023. – Т.29. – №4. – С.470-482.
27. Salzbrenner R.J., Cohen M. *On the thermodynamics of thermoelastic martensitic transformations* // Acta Metallurgica. – 1979. – Vol.27. – No.5. – Pp.739-748.
28. Трусов П.В., Швейкин А.И. *Многоуровневые модели моно- и поликристаллических материалов: теория, алгоритмы, примеры применения.* – Новосибирск: Издательство СО РАН, 2019. – 605 с.

REFERENCES

1. Duerig T.W., Melton K.N., Stöckel D., Wayman C.M. *Engineering Aspects of Shape Memory Alloys*. Butterworth-Heinemann, 1990.
2. Wanhill R.J.H., Ashok B. *Shape Memory Alloys (SMAs) for Aerospace Applications*. In: *Aerospace Materials and Material Technologies: Volume 1: Aerospace Materials*. Indian Institute of Metals Series, Singapore, Springer, 2017.
3. Lin H.C., Wu S.K., Chou T.S, Kao H.P. *The effects of cold rolling on the martensitic transformation of an equiatomic TiNi alloy*. *Acta Metallurgica et Materialia*, 1991, Vol.39, No.9, Pp.2069-2080.
4. Piao M., Otsuka K., Miyazaki S., Horikawa H. *Mechanisms of the As temperature increase by pre-deformation in thermoelastic alloys*. *Materials Transactions, JIM*, 1993, Vol.34, No.10, Pp.919-929.
5. Liu Y., Favier D. *Stabilisation of martensite due to shear deformation via variant reorientation in polycrystalline NiTi*. *Acta Materialia*, 2000, Vol.48, No.13, Pp.3489-3499.
6. Liu Y., Tan G., Miyazaki S. *Deformation-induced martensite stabilisation in [100] single-crystalline Ni-Ti*. *Materials Science and Engineering: A*, 2006, Vol.438-440, Pp.612-616.
7. Liu Y., Tan G. *Effect of deformation by stress-induced martensitic transformation on the transformation behaviour of NiTi*. *Intermetallics*, 2000, Vol.8, No.1, Pp.67-75.
8. Liu Y., Tan G. *Comparative study of deformation-induced martensite stabilization via martensite reorientation and stress-induced martensitic transformation in NiTi*. *Intermetallics*, 2004, Vol.12, No.4, Pp.373-381.
9. Bakhtiari S., Li Y., Sarkar S. et al. *Deformation induced martensite stabilization of NiTi in constrained composite systems*. *Materials Science and Engineering: A*, 2022, Vol.857, 144128.
10. Belyaev S., Resnina N., Ponikarova I. et al. *Damage of the martensite interfaces as the mechanism of the martensite stabilization effect in the NiTi shape memory alloys*. *Journal of Alloys and Compounds*, 2022, Vol.921, 166189.
11. Kustov S., Pons J., Cesari E. et al. *Athermal stabilization of Cu-Al-Be β 1' martensite due to plastic deformation and heat treatment*. *Materials Science and Engineering: A*, 2004, Vol.373, No.1, Pp.328-338.
12. Kustov S., Pons J., Cesari E., Van Humbeeck J. *Chemical and mechanical stabilization of martensite*. *Acta Materialia*, 2004, Vol.52, No.15, Pp.4547-4559.
13. Heczko O., Vronka M., Veřtát P. et al. *Mechanical stabilization of martensite in Cu-Ni-Al single crystal and unconventional way to detect it*. *Shape Memory and Superelasticity*, 2018, Vol.4, Iss.1, Pp.77-84.
14. Chernenko V.A., Pons J., Cesari E., Zasimchuk I.K. *Transformation behaviour and martensite stabilization in the ferromagnetic Co-Ni-Ga Heusler alloy*. *Scripta Materialia*, 2004, Vol.50, No.2, Pp.225-229.
15. Liu Y. *Mechanistic simulation of deformation-induced martensite stabilization*. *Materials Science and Engineering: A*, 2004, Vol.378, No.1, Pp.459-464.
16. Kadletz P.M., Krooß P., Chumlyakov Y.I. et al. *Martensite stabilization in shape memory alloys – Experimental evidence for short-range ordering*. *Materials Letters*, 2015, Vol.159, Pp.16-19.

17. Belyaev F., Evard M., Volkov A., Volkova N. *A microstructural model of SMA with microplastic deformation and defects accumulation: Application to thermocyclic loading*. Materials Today: Proceedings, 2015, Vol.2, Suppl.3, Pp.S583-S587.
18. Beliaev F.S., Evard M.E., Ostropiko E.S. et al. *Aging Effect on the One-Way and Two-Way Shape Memory in TiNi-Based Alloys*. Shape Memory and Superelasticity, 2019, Vol.5, Iss.3, Pp.218-229.
19. Movchan A.A., Levin A.S. *Zadacha o pryamom martensitnom prevrashhenii v tolstostennoj sfere iz splava s pamyat'yu formy, nakhodyashhejsya pod dejstviem postoyannogo davleniya [Direct martensite transformation problem solution for thick-walled sphere from shape memory alloys under an action of uniform pressure]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2015, Vol.21, No.2, Pp.221-236.
20. Mashikhin A.E., Movchan A.A. *Problem of direct martensite transformation in a thick-walled cylinder made of shape memory alloy*. Mechanics of Solids, 2016, Vol.51, Iss.3, Pp.321-333.
21. Movchan A.A., Kazarina S.A., Mashikhin A.E. et al. *Kraevye zadachi mekhaniki dlya splavov s pamyat'yu formy [Boundary-value problems for shape memory alloys]*. Uchenye zapiski Kazanskogo universiteta. Seriya Fiziko-matematicheskie nauki, 2015, Vol.157, Iss.3, Pp.97-110.
22. Rogovoy A.A., Stolbova O.S. *Chislennoe modelirovanie protsessy upravleniya fazovym perekhodom pri kruchenii pologo tsilindra iz splava Gejslera [Numerical simulation of the phase transition control in torsion of a hollow cylinder made of heusler alloy]*. Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika, 2019, No.3, Pp.75-87.
23. Likhachev V.A., Razov A.I., Volkov A.E. *Finite difference simulation of a thermomechanical coupling*. Proceedings of the Second International Conference on Shape Memory and Superelastic Technologies SMST-97, Asilomar Conference Center, Pacific Grove, California, USA, 1997, Pp.335-340.
24. Volkov A.E., Kukhareva A.S., Volkova N.A., Malkova Y.V. *Size effects in a shape memory alloy rod caused by inhomogeneity of temperature and stress fields studied through solving of a 1d connected thermal and mechanical problem*. 8th Conference on Smart Structures and Materials, SMART 2017 and 6th International Conference on Smart Materials and Nanotechnology in Engineering, SMN2017, Madrid, Spain, 2017, Pp.1582-1589.
25. Volkov A.E., Evard M.E., Volkova N.A., Vukolov E.A. *Application of a microstructural model to simulation of a TiNi beam bending performance and calculation of thickness stress distributions*. 9th ECCOMAS Thematic Conference on Smart Structures and Materials, SMART 2019, Paris, France, 2019, Pp.686-695.
26. Belyaev F.S., Volkov A.E., Volkova N.A. et al. *Modelirovanie ehffekta stabilizatsii martensita v nikelide titana posle deformatsii v martensitnom sostoyanii [Simulation of the effect of martensite stabilization in titanium nickelide after deformation in the martensitic state]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2023, Vol.29, No.4, Pp.470-482.
27. Salzbrenner R.J., Cohen M. *On the thermodynamics of thermoelastic martensitic transformations*. Acta Metallurgica, 1979, Vol.27, No.5, Pp.739-748.
28. Trusov P.V., Shveikin A.I. *Mnogourovnevnye modeli mono- i polikristallicheskih materialov: teoriya, algoritmy, primery primeneniya [Multilevel models of mono-*

*and polycrystalline materials: theory, algorithms and applied examples].
Novosibirsk, Izdatel'stvo SO RAN, 2019, 605 p.*

Поступила в редакцию 02 декабря 2024 года.

Сведения об авторах:

Беляев Федор Степанович – к.ф.-м.н., с.н.с., Институт проблем машиноведения РАН, г. Санкт-Петербург, Россия; e-mail: belyaev_f_s@mail.ru

Волков Александр Евгеньевич – д.ф.-м.н., проф., Кафедра Теории упругости им. Н.Ф. Морозова, Санкт-Петербургский Государственный Университет, г. Санкт-Петербург, Россия; e-mail: a.volkov@spbu.ru

Вуколов Егор Александрович – асп., Кафедра Теории упругости им. Н.Ф. Морозова Санкт-Петербургский Государственный Университет, г. Санкт-Петербург, Россия; e-mail: e.a.vukolov@yandex.ru

Волкова Наталия Александровна – к.ф.-м.н., доц., Санкт-Петербургский Государственный Технологический Институт (технический университет), г. Санкт-Петербург, Россия; e-mail: navolkova@list.ru

Ребров Тимофей Викторович – асп., Кафедра Теории упругости им. Н.Ф. Морозова Санкт-Петербургский Государственный Университет, г. Санкт-Петербург, Россия; e-mail: st063189@student.spbu.ru