

Алгоритм кросс-идентификации звездного поля

Лунченко Александра Дмитриевна

Санкт-Петербургский Государственный Университет

Январь 2025

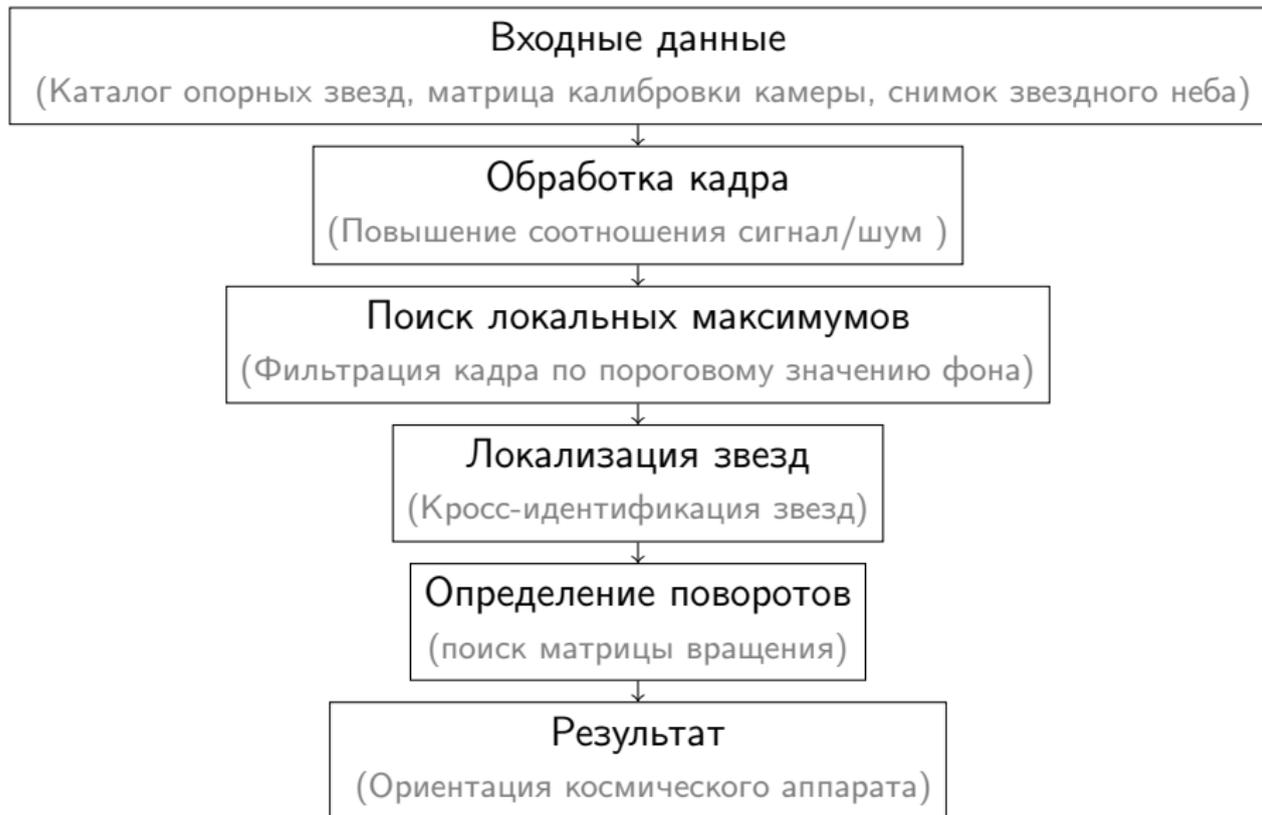


Определение

Звёздный датчик — оптический прибор в составе наноспутника, предназначенный для определения ориентации путем сравнения полученного изображения звёздного неба с имеющимся в памяти звёздным каталогом. Различают два режима работы:

- Первичное определение ориентации (решение задачи «lost - in - space»)
- Отслеживание изменения ориентации («tracking»)

Принцип работы



Алгоритм кросс-идентификации. Цветок

Принцип работы:

Все найденные в кадре звезды сортируются в порядке удаления от центра кадра. Далее, начиная с самой центральной, по очереди выбирается опорная звезда, для которой составляется дескриптор, описывающий всех «соседей». В нем содержится:

- ▶ *dist*- расстояние от центральной звезды до звезды - «соседа»
- ▶ *angle* - угол в плоской системе координат кадра от оси x до направления на звезду - «соседа»
- ▶ *neighbor ids* - индекс звезды в кадре

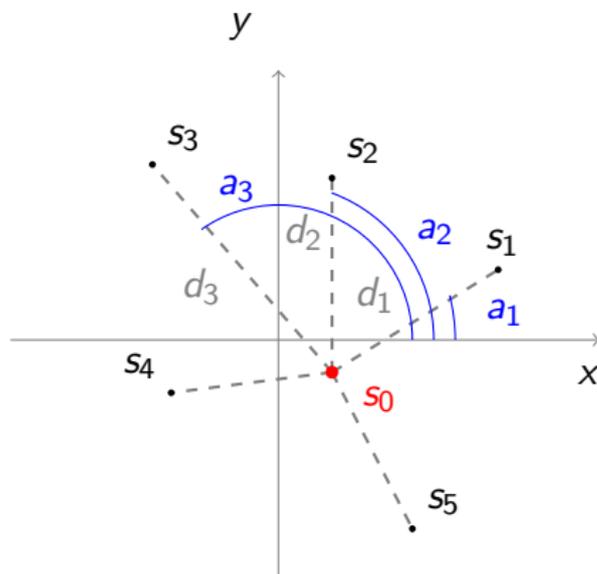


Рис. 1: Построение дескриптора для центральной звезды

Алгоритм быстрого сопоставления

- Среди всех дескрипторов находятся все, где радиусы большинства звезд ($> 70\%$ от всего количества) спадают.
- Для каждого найденного дескриптора проверяется количество звезд, у которых углы совпадают с найденными (с учётом общего сдвига).
- Дескриптор с максимальным числом совпадений верный.

Поиск оптимального вращения между точками

Задача решается с помощью алгоритма Кабша, которому необходимо 2 точки для определения матрицы вращения.

Но необходимо учесть ошибки на этапе отождествления, поэтому данные фильтруются на «инлаеры» и «аутлаеры» с помощью алгоритма *LMEDs*.

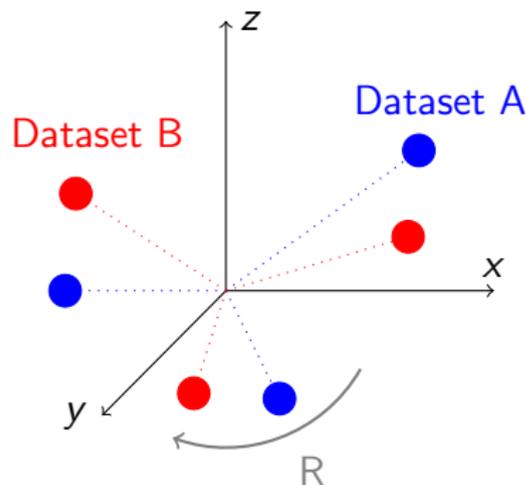
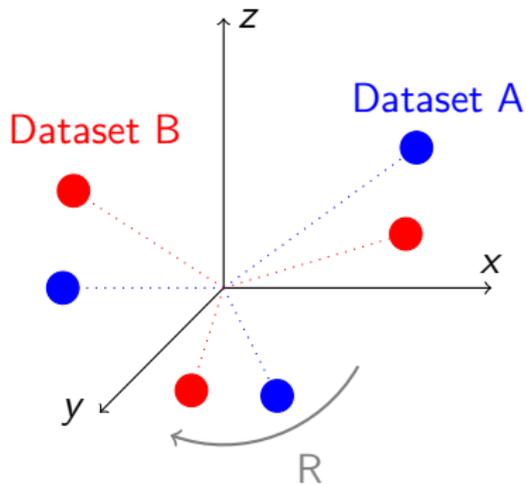


Рис. 2: Постановка задачи для определения матрицы вращения

Поиск оптимального вращения между точками. *LMEDs*

- выбирается случайная пара точек
- решается задача Кабша, на выходе - матрица поворота
- определяется медиана ошибок репроекции
- определяется медиана ошибок репроекции
- по пороговому значению ошибок 2.5σ , определяются точки, удовлетворяющие модели («инлаеры»)

Модель с максимальным числом «инлаеров» считается корректной.



Постановка задачи для определения матрицы вращения

Тестирование алгоритма. Условия тестирования

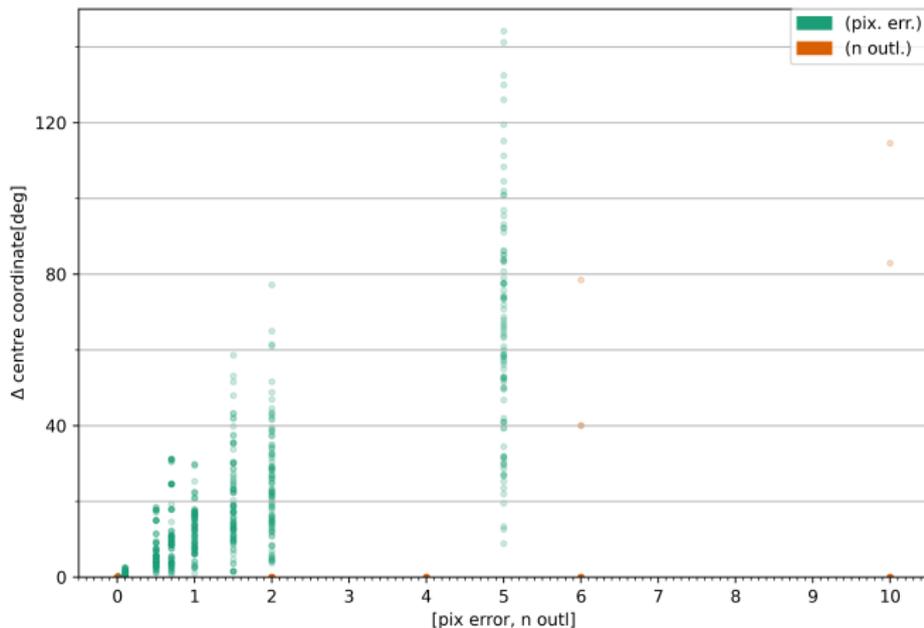
Синтезировано по 100 "кадров" для каждого набора изменяемых параметров:

Параметр	Диапазон
Пиксельная ошибка определения координат центра масс звезды [pix]	0.00, 0.01, 0.1, 0.5, 0.7, 1, 1.5, 2, 5
Количество фантомных звезд	0, 2, 4, 6, 10

Неизменяемые параметры:

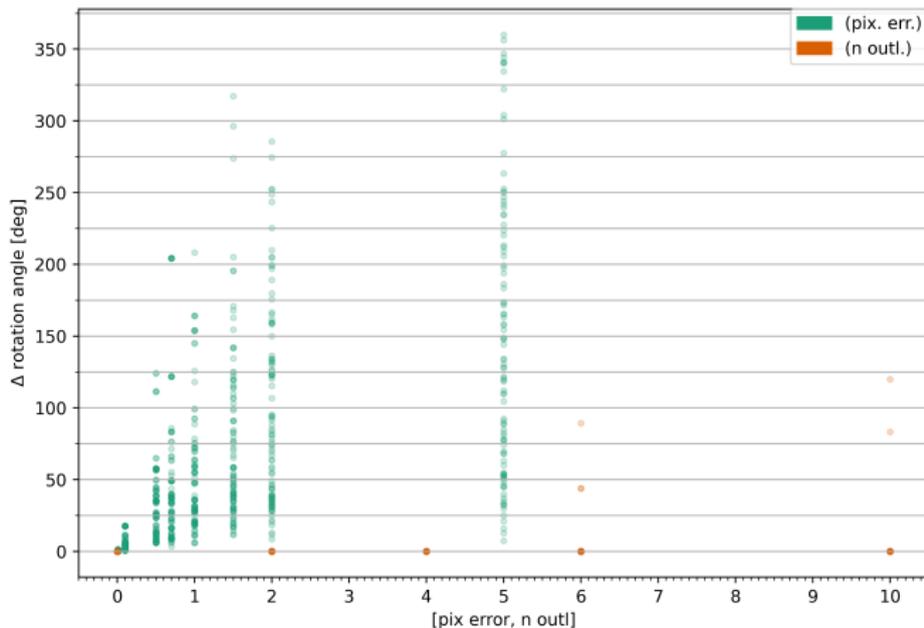
- Кадр 1200x2048 pix
- Максимальная видимая звездная величина 6.5^m

Тестирование алгоритма. Результаты



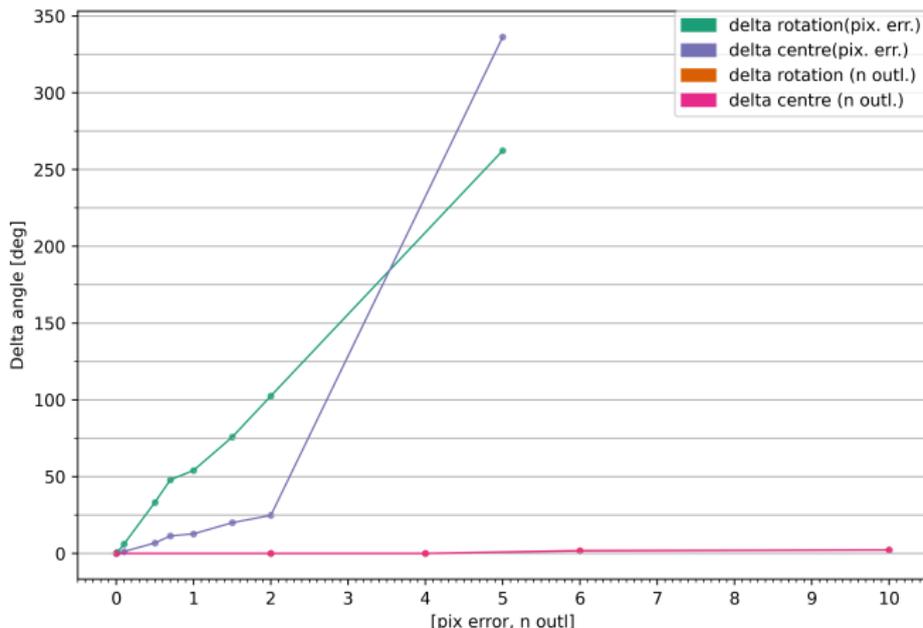
Ошибка определения координат центра для каждого кадра в градусах в зависимости от пиксельной ошибки (зеленый) и от количества фантомов(оранжевый).

Тестирование алгоритма. Результаты



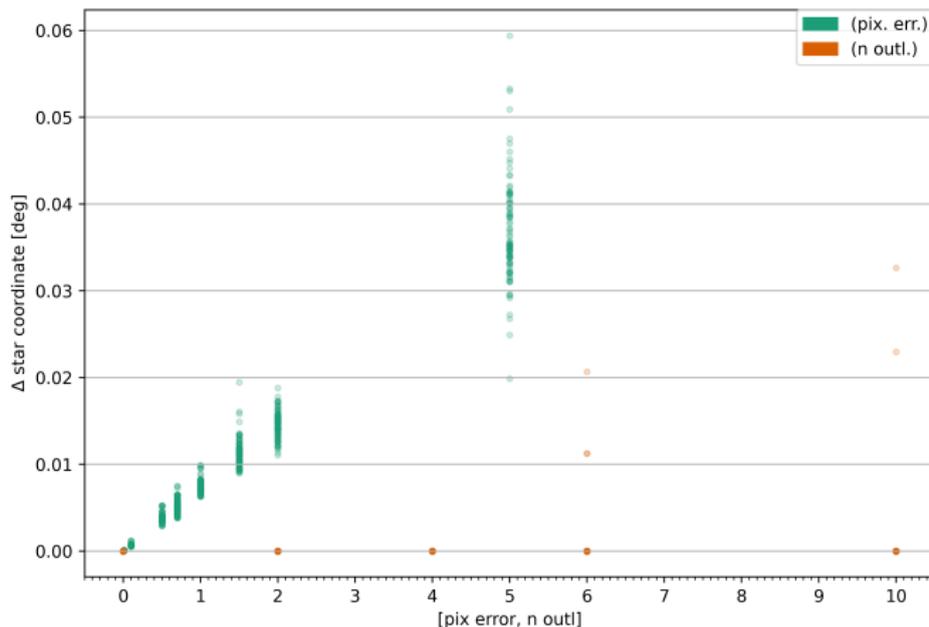
Ошибка определения поворота для каждого кадра вокруг оси камеры в градусах в зависимости от пиксельной ошибки (зеленый) и от количества фантомов(оранжевый).

Тестирование алгоритма. Результаты



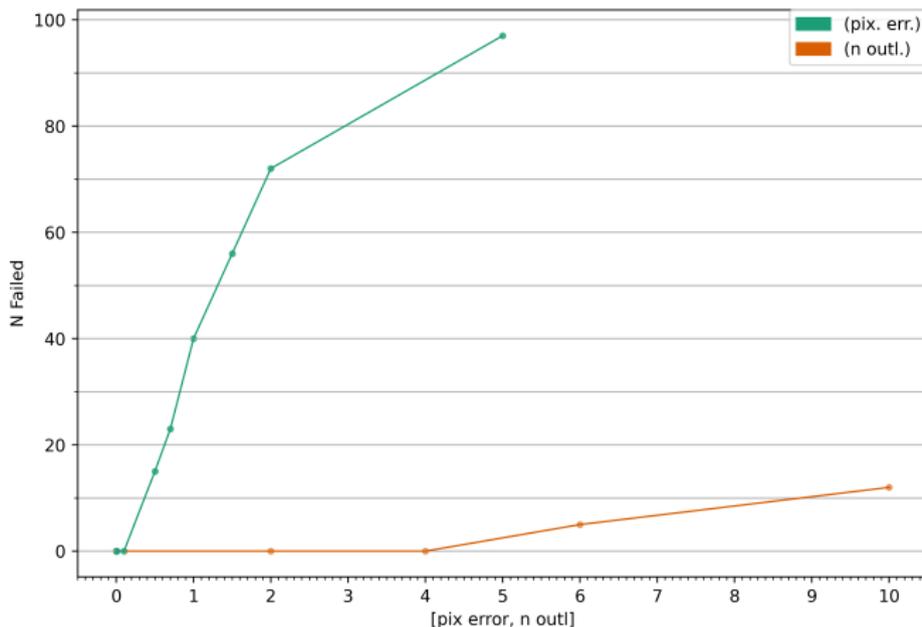
Средняя ошибка определения координат центра кадра и поворота кадра вокруг оси камеры в градусах в зависимости от пиксельной ошибки (синий и зеленый соответственно) и от количества фантомов (розовый и оранжевый соответственно).

Тестирование алгоритма. Результаты



Ошибка определения координат звезд в каждом кадре в градусах в зависимости от пиксельной ошибки (зеленый) и от количества фантомов (оранжевый).

Тестирование алгоритма. Результаты



Число кадров(из 100), координаты центра которых найти не удалось, в зависимости от пиксельной ошибки (зеленый) и от количества фантомов(оранжевый).

Тестирование алгоритма. Результаты

Сводная таблица с результатами тестирования:

Параметр и значение	Ошибка координат центра кадра [deg]	Ошибка угла вращения кадра [deg]	Ошибка координат звезд [deg]	Количество не найденных кадров
EP = 0.0	0.001	0.000	0.000	0
0.01	0.107	0.580	0.000	0
0.1	1.186	6.015	0.001	0
0.5	6.793	33.233	0.004	15
0.7	11.367	47.954	0.005	23
1.0	12.718	54.049	0.007	40
1.5	19.975	75.735	0.011	56
2.0	24.762	102.523	0.015	72
5.0	336.365	262.337	0.037	97
NO = 0	0.001	0.000	0.000	0
2	0.002	0.000	0.000	0
4	0.001	0.000	0.000	0
6	1.619	1.808	0.000	5
10	2.196	2.256	0.001	12

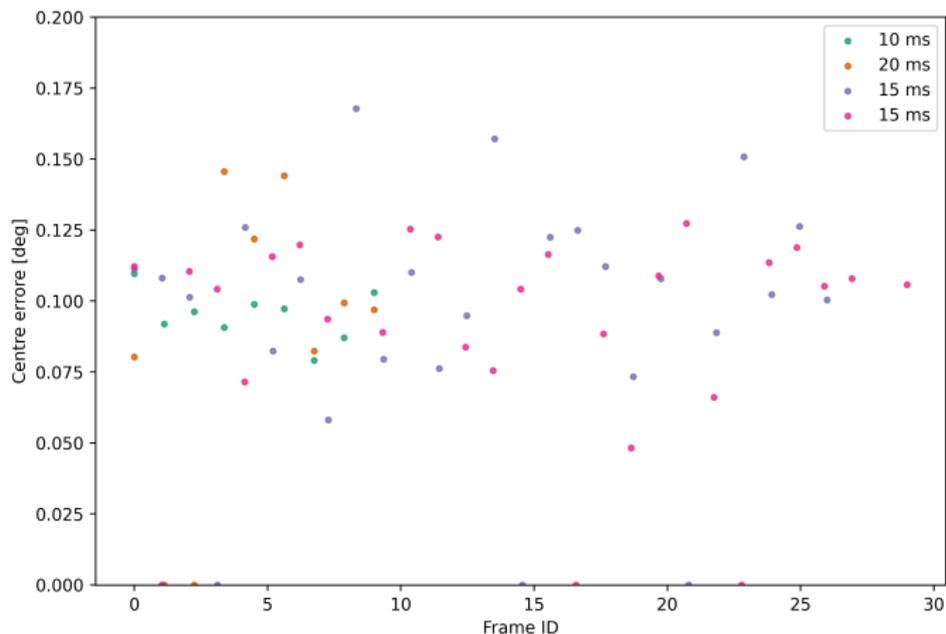
EP - пиксельная ошибка определения координат центра масс звезды [pix]. NO - количество фантомных звезд.

Тестирование алгоритма. Условия тестирования

Съемка производилась на датчик, находящийся на наноспутнике на орбите Земли с разными параметрами:

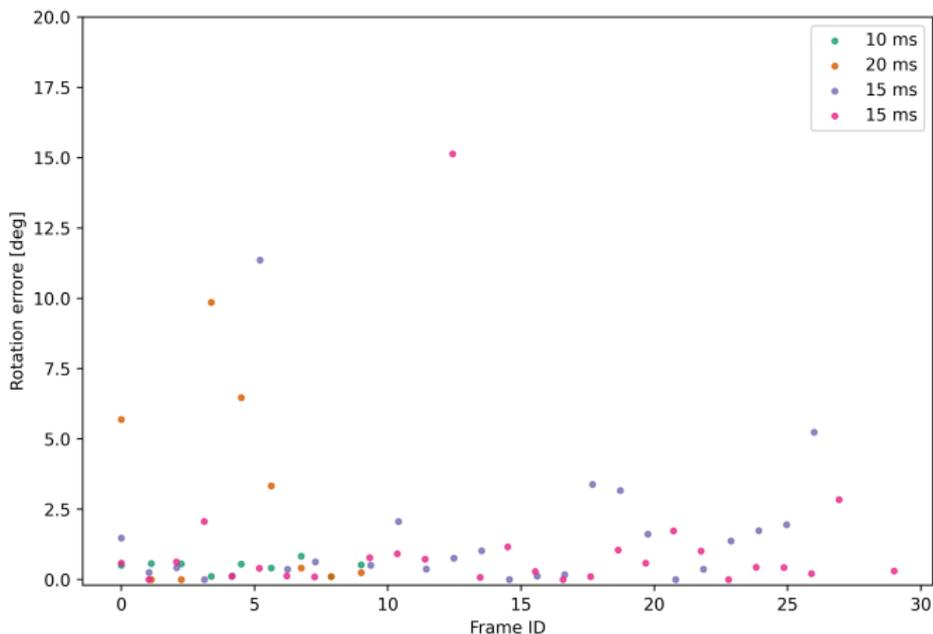
Эксперимент	Экспозиция [ms]	Количество кадров
1	10	9
2	20	9
3	15	26
4	15	29

Тестирование алгоритма. Результаты



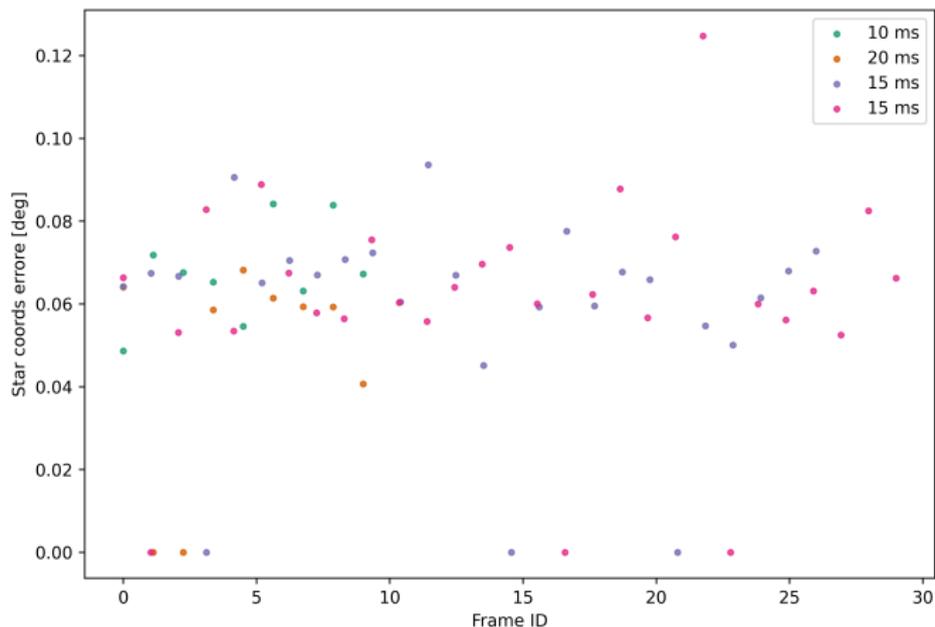
Ошибка определения положения центра кадра в градусах. Цвет указывает на экспозицию эксперимента.

Тестирование алгоритма. Результаты



Ошибка определения поворота кадра вокруг оси камеры в градусах. Цвет указывает на экспозицию эксперимента.

Тестирование алгоритма. Результаты



Ошибка определения координат звезд в кадре в градусах. Цвет указывает на экспозицию эксперимента.

Тестирование алгоритма. Результаты

Сводная таблица с результатами тестирования:

Номер эксперимента	Ошибка координат центра кадра [deg]	Ошибка угла вращения кадра [deg]	Ошибка координат звезд [deg]	Количество не найденных кадров
1	0.096	0.528	0.067	0 (9)
2	0.099	3.333	0.059	2 (9)
3	0.108	1.028	0.067	3 (26)
4	0.108	0.608	0.064	3 (29)

В скобках в последнем столбце указано общее число кадров.

Заключение

Реализация данного алгоритма дает координаты центра кадра с точностью ~ 0.1 deg, определение угла вращения кадра происходит хуже (~ 0.5 deg – 3.5 deg).

У аналогичных датчиков средняя точность определения координат центра кадра ~ 0.003 deg, угла вращения кадра ~ 0.02 deg.

Для увеличения точности в будущем планируется провести ещё ряд испытаний для выявления оптимального режима съемки. В будущих проектах планируется реализация мультикамерной системы.

Спасибо за внимание!

Алгоритм Кабша

Поиск оптимальной матрицы жесткого преобразования можно разбить на следующие этапы:

- 1 поиск центроидов обоих наборов данных;
- 2 поиск оптимального вращения R .

Центроиды представляют собой среднее значение точек и могут быть рассчитаны следующим образом:

$$centroid_A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n A^i, \quad centroid_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n B^i, \quad (1)$$

где A^i, B^i – это векторы вида $[x, y, z]^T$.

Алгоритм Кабша

Оптимальный поворот между точками находится с помощью разложения сингулярных значений (*SVD*). Вычисление ковариационной матрицы H и использование *SVD* происходит следующим образом:

$$H = (A - \text{centroid}_A)(B - \text{centroid}_B)^T, \quad (2)$$

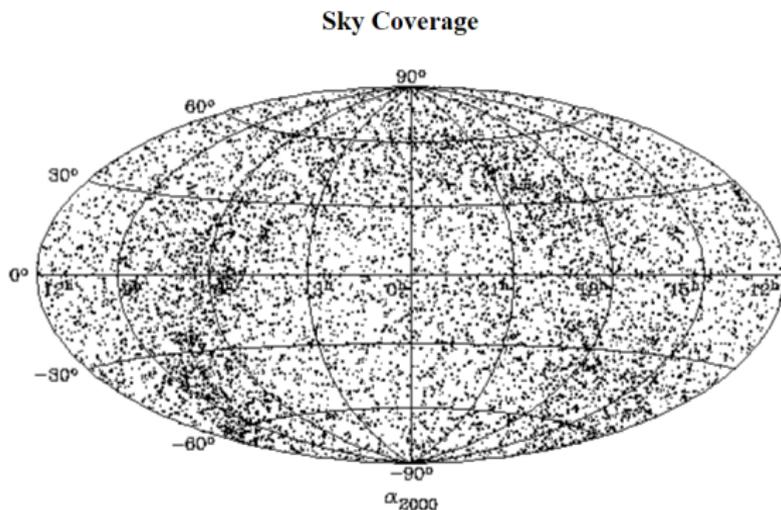
$$U, S, V = \text{SVD}(H), \quad (3)$$

$$R = VU^T. \quad (4)$$

При поиске матрицы вращения есть особый случай: *SVD* возвращает матрицу «отражения», которая численно верна, но в реальной жизни не имеет смысла. Эту проблему можно решить, проверив определитель R . Если определитель отрицателен, то третий столбец V умножается на (-1) .

Каталог

В качестве опорного каталога был выбран Каталог ярких звёзд (*Yale Bright Star Catalog*) в пятом издании, поскольку для работы алгоритма необходимы яркие звезды, а данный каталог является полным до 5^m .



Покрытие исходным каталогом небесной сферы.

Метрики точности

Для оценки точности получаемого результата на этапе тестирования были использованы следующие 2 угла:

1. Угол отклонения центра (α):

$$\begin{aligned}r_c &= [0, 0, 1], \\r_{c_{gt}} &= R_{gt} \cdot r_c, \\r_{c_{calc}} &= R_{calc} \cdot r_c, \\ \alpha &= \frac{\overline{r_{c_{gt}}} \cdot \overline{r_{c_{calc}}}}{|r_{c_{gt}}| \cdot |r_{c_{calc}}|},\end{aligned}$$

где R_{gt} – матрица «ground truth»;

R_{calc} – вычисленная матрица положения.

2. Угол вращения кадра вокруг оптической оси (ϕ):

$$\phi = \arccos\left(\frac{\text{trace}(R_{calc}^T R_{gt}) - 1}{2}\right),$$

Матрица внутренних параметров камеры

Матрица внутренних параметров камеры (K) считается априорной информацией. Однако при её использовании необходимо учитывать искажение фокусов от времени и изменений температуры.

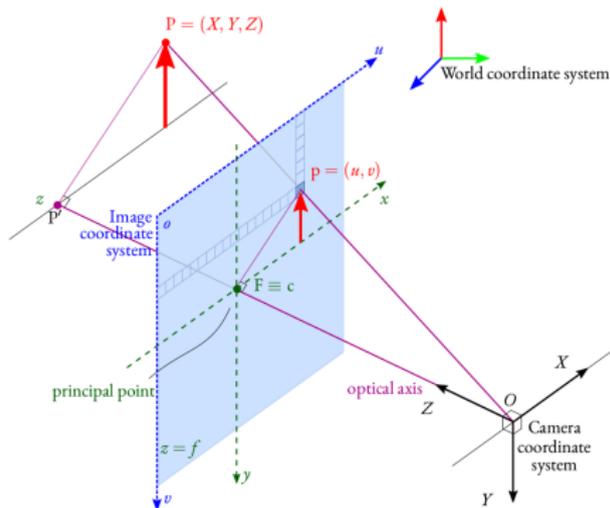
$$K = \begin{bmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ где}$$

f_x, f_y - фокусные расстояния по осям x и y в системе отсчёта камеры,
 c_x, c_y - пиксельные координаты центра кадра.

Перевод пиксельных координат в систему координат «мира»

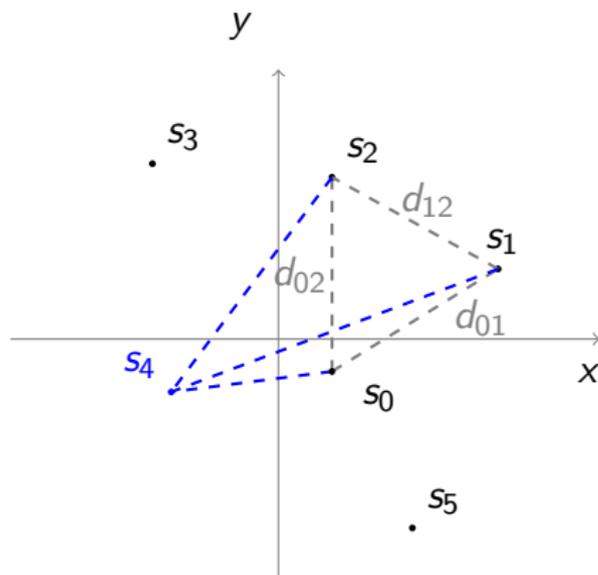
Перевод пиксельных координат точки на изображении (u, v) в сферические прямоугольные координаты (X, Y, Z) происходит с использованием инвертированной матрицы параметров камеры:

$$r \equiv \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = K^{-1} \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix}$$
$$r = \frac{r}{|r|}$$



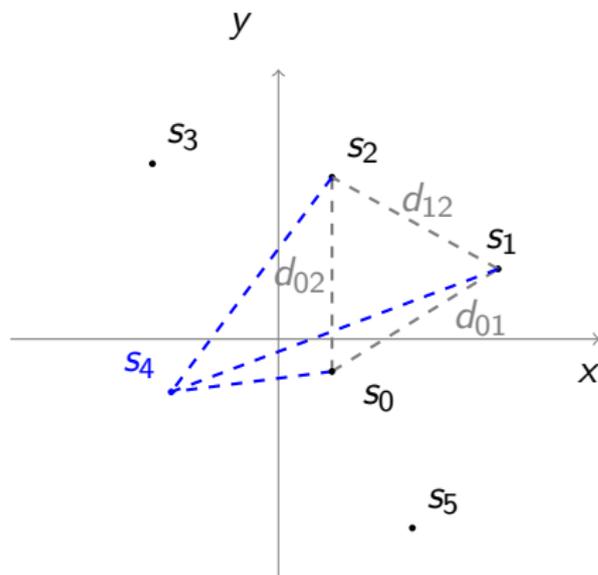
Система координат камеры

Пирамида



Построение пирамиды

Пирамида



Построение пирамиды