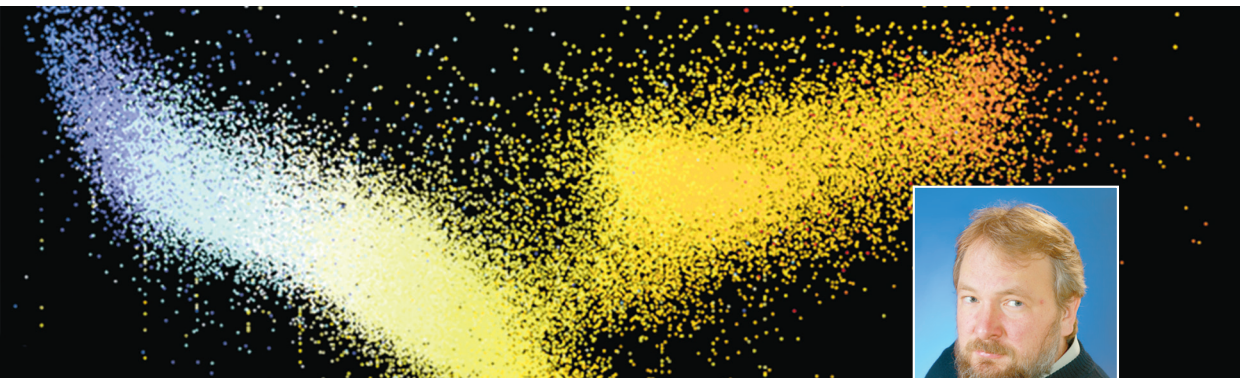


ОТ ЗЕМЛИ ДО ВСЕЛЕННОЙ: ИСТОРИЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАССТОЯНИЙ



ЦВЕТКОВ Александр Станиславович,
Санкт-Петербургский государственный университет

DOI: 10.7868/50044394824030034

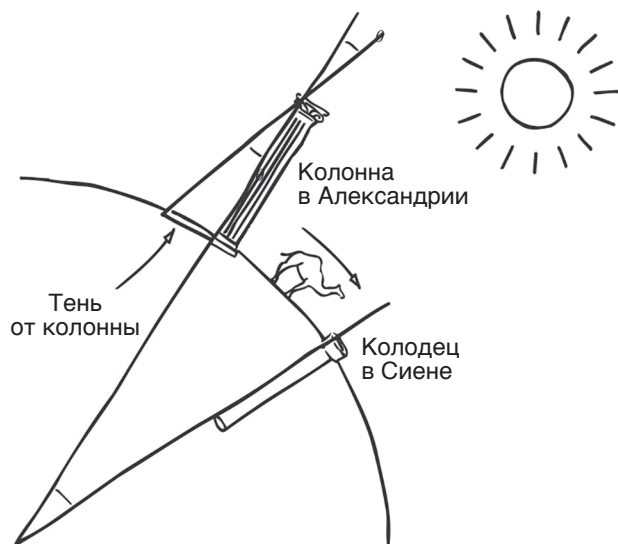
Измерение расстояний в астрометрии, астрофизике и космологии – это одна из ключевых задач для понимания устройства и динамики нашей Вселенной и объектов в ней. Этим вопросом задавались мыслители еще с античных времен, и до сих пор он окончательно не решен. В статье пойдет речь о том, как измеряли космические расстояния в прошлом и какие существуют современные методы определения расстояний до звезд и галактик, а также какие трудности при этом возникают.

ВВЕДЕНИЕ

Наблюдения небесных светил велись с глубокой древности. В античные времена эти наблюдения систематизировались и приводили к созданию довольно обширных и точных (по меркам того времени) звездных каталогов. Первый

звездный каталог, который упоминается в исторических документах – это каталог Гиппарха. Составлен, вероятно, около 129–127 до н.э. Каталог долгое время считался утерянным в раннехристианский период – вероятно, во время пожара Александрийской библиотеки. Однако в 2022 г. было сообщено о находке его части, которая уцелела под текстами *Codex Climaci Rescriptu* («First known map of night sky found hidden in Medieval parchment». *Nature*, 2022). Судя по всему, этот каталог являлся далеко не первым, так как Гиппарху удалось обнаружить такое явление, как прецессия земной оси, что возможно лишь при сравнении координат звезд с данными предыдущих каталогов (III в. до н.э.). Любопытно, что координаты звезд в античных каталогах приводились, по-видимому, в эклиптической системе координат, поскольку прецессия равномерно изменяет эклипти-

ческие долготы звезд, но не меняет их широты, что сильно упрощает перевод координат звезд на ту или иную эпоху. Несмотря на такие достижения, точности определения координат, составлявшие минуты, даже десятки минут дуги, не позволяли определить не только годовые параллаксы звезд, но даже собственные движения, т. е. изменения координат звезд, вызванные их движением в пространстве. Задача определения собственных движений является более простой, так как эффект накапливается с увеличением временного промежутка между наблюдениями.



Вычисление размеров Земли
Эратосфеном Киренским

Отсутствие годичной картины периодического изменения расположения «неподвижных звезд» было одним из доводов в пользу геоцентрической системы мира. Понадобилось почти два тысячелетия для того, чтобы «лот, закинутый в глубины мироздания, достал дно» (Зигель Ф.Ю. Сокровища звездного неба. Путеводитель по созвездиям и Луне. 1980).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗМЕРОВ ЗЕМЛИ

Для определения расстояний в Солнечной системе методом горизонтального параллакса как сейчас, так и в древние времена, требовалось знать размер Земли. Считается, что первым ученым, который рассчитал размеры нашей планеты, был Эратосфен Киренский (276–194 до н.э.). Его метод хорошо известен читателю еще со школьной скамьи. Ученый обратил внимание, что в день летнего солнцестояния Солнце в Сиене находится ровно в зените (так

как этот город находился точно на тропике Рака), в то время как в Александрии Солнце в этот момент находилось на расстоянии около 7 градусов от зенита. Зная линейное расстояние дуги, оцененное ученым как 5 тыс. греческих стадий (852 км), он рассчитал, что радиус земного шара составляет 6287 км, что оказалось поразительно близко к современной оценке в 6371 км.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАССТОЯНИЯ ДО ЛУНЫ И СОЛНЦА

К античному времени относятся и первые попытки определить «космические» масштабы. Здесь следует обратить внимание на сочинение Аристарха Самосского «О величинах и расстояниях Солнца и Луны». До появления этой работы высказывания древнегреческих философов носили умозрительный характер. Аристарх впервые использовал научный метод, основанный на наблю-

дении лунных затмений и лунных фаз. В 270 г. до н.э. Аристарх Самосский вычислил расстояние до Луны по продолжительности лунного затмения. Он предположил, что Солнце – далекий точечный источник, и тень Земли имеет цилиндрическую форму диаметром $2r_{\oplus}$ (на самом деле из-за конической формы тени диаметр ее на орбите Луны на 25% меньше). Максимальная длительность лунного затмения составляет $t = 3.5$ ч. Луна делает оборот вокруг Земли за $T = 27.3$ сут., проходя расстояние $2\pi R$, где R и есть искомый радиус лунной орбиты, если считать ее круговой. Предполагая, что Луна движется по своей орбите равномерно, можно составить простую пропорцию:

$$\frac{2r_{\oplus}}{t} = \frac{2\pi R}{T}.$$

Подставив в это уравнение вышеприведенные значения t и T , получим $R \approx 60r_{\oplus}$, что очень близко к истинному значению, составляющему 385 тыс. км.

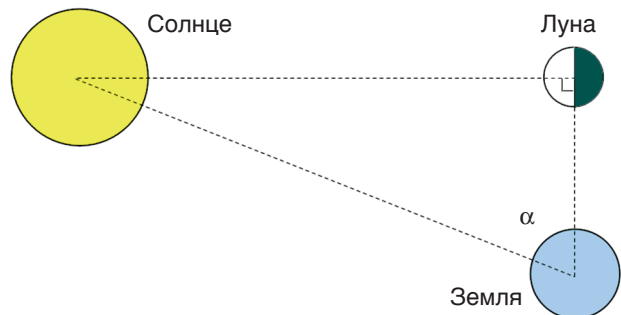
Значительно сложнее оказалось определение расстояния до Солнца. Для него Аристарх предложил весьма остроумный метод.

Для определения расстояния до Солнца Аристарх сделал верное предположение, что фазы Луны соответствуют шару, освещаемому с разных сторон Солнцем. Следовательно, если Луна находится в первой или последней четверти (в так называемой квадратуре),

то угол «Солнце–Луна–Земля» – прямой. Если измерить угол α между Луной и Солнцем (это теоретически можно сделать, т.к. Луна легко наблюдается днем), то можно, решив прямоугольный треугольник, определить расстояние до Солнца. Однако тут возникают серьезные трудности. Во-первых, очень сложно «на глаз» определить точно момент первой или последней четверти, во-вторых, при наблюдении днем сложно без специальных фильтров точно определить направление на центр Солнца. Если наблюдать Солнце ближе к горизонту, когда его свет не столь ярк, то необходимо учитывать довольно сильную (до половины градуса) атмосферную рефракцию, т.е. искажение направления на объект, вызванное преломлением света в атмосфере, о чем в античные времена не имели понятия. По оценкам Аристарха, угол $\alpha = 87$, что дает расстояние до Солнца в 19 раз больше расстояния от Земли до Луны, и само Солнце также в 19 раз больше Луны и примерно в 5 раз больше Земли. На самом деле отличие угла α от прямого составляет всего 9 угловых минут, и расстояние до Солнца почти в 400 раз больше расстояния до Луны.

Тем не менее Аристарху Самосскому удалось показать, что масштабы даже известной в то время Вселенной значительно превосходят размер земного шара, Солнце находится дальше, чем

Метод Аристарха Самосского для определения расстояния от Земли до Солнца.
Схема взаимного расположения Солнца, Луны и Земли во время квадратуры



Луна, и его радиус в несколько раз превосходит земной, что впервые подтолкнуло к созданию гелиоцентрической системы мира.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАССТОЯНИЙ В СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЕ

В эпоху классической астрономии использование суточного параллакса (иногда называемого горизонтальным, хотя есть некоторые терминологические тонкости) было единственным способом установления масштабов в Солнечной системе. При одновременном наблюдении (в разных обсерваториях) положений объектов Солнечной системы они проецируются на разные участки небесной сферы, что позволяет определить параллактический угол α .

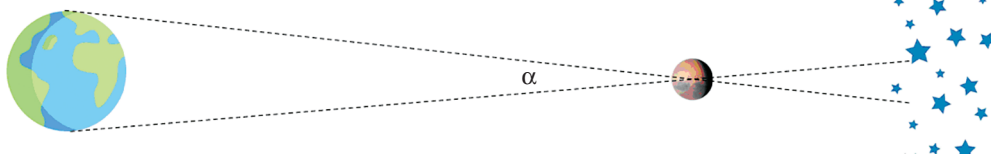


Схема определения горизонтального параллакса

Возможно даже определение этого угла в одном пункте с помощью суточного вращения Земли (отсюда и название этого параллакса), однако в этом случае необходима коррекция за собственное перемещение планеты (или астероида) в течение нескольких часов.

К сожалению, наблюдение суточного параллакса Солнца крайне затруднено его яркостью и протяженными размерами, а суточный параллакс больших планет мал, как это указано в таблице, и даже для Венеры меньше 1 минуты дуги, что находится за пределами точности наблюдений невооруженным глазом. Таким образом, суточный параллакс Солнца не мог быть обнаружен в дотелескопическую эру.

Максимальный суточный параллакс больших планет (при их минимальном сближении с Землей)

Планета	Меркурий	Венера	Марс	Юпитер	Сатурн
α''	27	53	32	3.8	1.9

В 1672 г., одновременно с французским астрономом, инженером и картографом Жаном Рише во Французской Гвиане итало-французский астроном и инженер Джованни Д. Кассини в Париже проводил наблюдения Марса.

Был довольно точно измерен параллакс этой планеты с базой около 12 тыс. км и впервые расстояние до Марса было вычислено с хорошей точностью. Исходя из этих измерений, Кассини смог довольно надежно определить расстояние от Земли до Солнца: 146 млн км (по современным данным это 149.6 млн км).

Кассини заметил, что предсказанные им моменты затмений спутника Юпитера Ио постоянно отклонялись от наблюдаемых в пределах 22 мин. Причину этого открыл коллега Кассини по Парижской обсерватории Олаф Рёмер: наибольшие отклонения происходили тогда, когда Земля и Юпитер находились по разные стороны Солнца,

поэтому Рёмер предположил, что скорость света конечна, и диаметр земной орбиты свет проходит за 22 мин., откуда он получил первую оценку скорости света: около 220 тыс. км/с (по современным данным величина скорости света в вакууме составляет около 299 792 км/с).

Для уточнения масштабов Солнечной системы использовались такие явления, как покрытия планетами звезд, которые позволяют точно засечь момент времени покрытия в одном пункте. В то же время в другом пункте (где покрытия не происходит) следует определить угловое расстояние от этой звезды. Самые точные способы определения размеров Солнечной системы – наблюдения некоторых астероидов, которые проходят от Земли на небольших расстояниях, и их горизонтальный параллакс может быть велик и измерен с хорошей точностью.

Во второй половине XX в. на смену классическим методам определения расстояний в Солнечной системе пришла радиолокация Луны и планет. Первая успешная радиолокация Венеры была проведена в 1961 г. в СССР, США и Великобритании (Котельников В.А., Петров Г.М. Радиолокация, 1981). Хотя радиолокация – сложный метод исследования, и требуется уточнение времени прохождения радиоволны через межпланетную среду, а также учет релятивистских поправок, обусловленных общей теорией относительности, – все эти трудности в настоящее время преодолены. Например, расстояние «Земля–Луна» определяется с точностью до сантиметров.

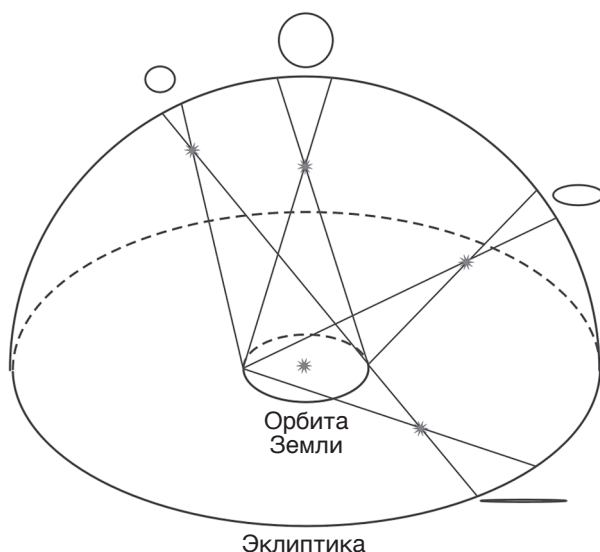
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПАРАЛЛАКСЫ ЗВЕЗД

Безуспешные попытки

Почти две тысячи лет астрономы пытались обнаружить годичный параллакс звезд. Действительно, в случае справедливости гелиоцентрической системы мира в силу перемещения Земли по орбите на 300 млн километров должны наблюдаться годичные смещения (годичные тригонометрические параллаксы) взаимного положения ближайших звезд. Звезды, находящиеся на разных расстояниях, должны описывать параллактические эллипсы в течение года, большая полуось которых будет зависеть от расстояния до звезды, а эксцентриситет – от эклиптической долготы звезды.

Первые попытки обнаружения этого явления были предприняты Аристархом Самосским в III в. до н.э. В эпоху Возрождения определить параллакс пытались Николай Коперник, Тихо Браге, Галилео Галилей. Каждый наблюдатель

Схема определения годичного параллакса звезд



использовал уникальные методики, и сама история открытия параллаксов похожа на детектив. Дело в том, что тригонометрический параллакс (большая полуось параллактического эллипса) даже у ближайших звезд не превосходит секунды дуги. Под таким углом видна, например, монета достоинством в 1 руб. с расстояния 4 км.

В процессе поиска параллаксов звезд было сделано много важных открытий. В ходе безуспешных попыток английский астроном Джеймс Бредли (Брадлей, James Bradley) при наблюдении звезды γ Дракона (Берри А. Краткая история астрономии. 2-е изд. М.; Л.: Гостехиздат, 1946) открывает в 1727 г. явление астрономической аберрации света. Это явление заключается в изменении направления распространения света при изменении направления движения Земли в течение года, это один из первых наблюдаемых эффектов специальной теории относительности. Наблюдения производились с жестко зафиксированного телескопа, смотрящего в зенит. Отметим, что в последствие такие инструменты стали называться зенит-телескопами и используются до сих пор для определения вариации географической широты места. Звезда γ Дракона (собственное имя – Этмин) на широте Лондона регулярно бывает в зените, что позволяет снизить почти до нуля влияние атмосферной рефракции. Бредли с удивлением обнаружил, что все звезды в течение года испытывают одинаковое изменение эклиптической долготы, описывая эллипс с большой полуосью $20.1''$, аналогичный параллактическому, но направления изменения долготы противоположны ожидаемому от движения Земли! Однако ученый правильно объяснил суть этого явления, связав его с конечностью скорости распространения света, которую

он определил в 308 тыс. км/с, что всего лишь на 3% отличается от истинного значения, в то время как предыдущая оценка Оле Рёмера была примерно на треть меньше. Интересно, что открытие аберрации прямым образом подтвердило движение Земли относительно Солнца со скоростью 30 км/с. Однако задача определения расстояния до звезд так и осталась нерешенной.

Примечательно, что этой же звездой ранее безуспешно занимался и английский изобретатель и естествоиспытатель Роберт Гук, но он не смог завершить наблюдения, т.к. по случайности был разбит объектив его телескопа.

Другой английский астроном Эдмонд Галлей (в более точной транскрипции Хэлли, который был другом Исаака Ньютона и без помощи которого мир бы не увидел книгу «Математические начала натуральной философии»), внес огромный вклад во все естественные науки того времени. Он первый обнаружил собственные движения (proper motions) самых ярких звезд: Альдебарана, Сириуса и Арктура.

Величайший английский астроном Уильям Гершель – первооткрыватель формы Галактики, планеты Уран, инфракрасного излучения – в попытках измерить звездные параллаксы в 1803 г. впервые зарегистрировал орбитальное движение двойных звезд (ранее предполагалось, что двойные звезды являются лишь визуальными, т.е. результатом случайного нахождения вблизи одного луча зрения). Поскольку компоненты двойной звезды находятся от наблюдателя примерно на одинаковом расстоянии, а их яркость может различаться весьма значительно, Гершель сделал правильный вывод, что блеск звезды зависит не только от расстояния (как предполагалась ранее), но и от физических характеристик звезды. Кроме того, Гершель первым определил на основе наблюда-

емых собственных движений звезд, что вся Солнечная система движется в сторону созвездия Геркулеса.

Наземные тригонометрические параллаксы

Теперь читателю должно быть понятно, как сложен процесс определения параллаксов, сколько существует различных дополнительных причин для изменения координат звезд, и как трудно на их фоне выделить параллактическое смещение. К счастью для наблюдателя, ситуация с определением параллакса немного упрощается, т.к. можно использовать дифференциальные методы наблюдения, измеряя угловые расстояния исследуемой звезды (как правило, яркой, или имеющей большой собственное движение, что является признаком близости) от «звезд фона», которые *a priori* считаются далекими. Такой подход позволяет нивелировать влияние как аберрации, так и рефракции в силу того, что для близких к друг другу на небесной сфере звезд эти эффекты оказывают практически одно и то же действие.

Первые достоверные измерения звездных параллаксов были опубликованы в 1837–1838 гг. сразу тремя исследователями: русско-немецким астрономом и основоположником астрономии в России В.Я. Струве для Веги, немецким астрономом и математиком Фридрихом Бесселем для 61 Лебеда и шотландским астрономом и математиком Томасом Хендерсоном для Альфы Центавра. Хотя за много лет до этого, к 1822 г., Струве в Дерптской обсерватории на территории современной Эстонии (г. Тарту) получил достаточно точные измерения параллаксов нескольких ярких звезд (к примеру, для Альтаира). Кроме того, французский астроном Доминик Араго еще за несколько лет до Бесселя опубликовал

значение параллакса 61 Лебеда с большой погрешностью. Однако результат Бесселя был воспринят мировым сообществом как наиболее достоверный в связи с большим количеством астрономических измерений (более 400). Для сравнения у Струве параллакс Веги был определен всего по 17 астрономическим измерениям. Работу Бесселя облегчил тот факт, что двойная система 61 Лебеда обладает заметным орбитальным движением. Таким образом, можно было сравнить параллакс для обеих звезд системы. Струве и Бессель использовали рефракторы, построенные немецким оптиком Йозефом Р. фон Фраунгофером.

Визуальные измерения параллаксов и собственных движений являлись крайне трудоемкими. Прогресс в определении годовых параллаксов тормозился значительными систематическими ошибками инструментов и конкретных наблюдателей. К концу XIX в. были определены параллаксы не более сотни звезд, причем результаты для каждой конкретной звезды сильно различались от обсерватории к обсерватории (Hirshfeld A.W. Parallax: The Race to Measure the Cosmos. – Courier Dover Publications, 2013).

Ситуация в значительной мере улучшилась благодаря применению фотографии в конце XIX в. Стандартная методика фотографического определения параллаксов была разработана американским астрономом Фрэнком Шлезингером в 1903 г. Благодаря его усилиям ошибки в определении параллаксов удалось снизить до 0.01". Каталог Шлезингера, вышедший в 1924 г., содержал 1870 надежно измеренных параллаксов (Паннекук А. История астрономии. М.: Наука, 1966). Последний каталог параллаксов The General Catalogue of Trigonometric Stellar Parallaxes (William F. van Altena и др.), полученный в результате наземных фотогра-

фических наблюдений, вышел в 1995 г. и содержит 8994 звезды, параллаксы почти половины из них получены в Обсерватории Йельского университета. Точность определения параллаксов в этом каталоге оценивается как 0.004".

Космические каталоги параллаксов: Hipparcos

Радикальным способом улучшить как точность параллаксов, так и число звезд, у которых они будут измерены, является вывод инструмента в космос. В настоящее время (2024) реализовано два проекта Hipparcos (The HIPPARCOS and TYCHO catalogues. V. 1–16. ESA, 1997) и Gaia (ESA, Gaia Science Community, <https://www.cosmos.esa.int/web/gaia>). Второй проект находится еще в рабочей стадии.

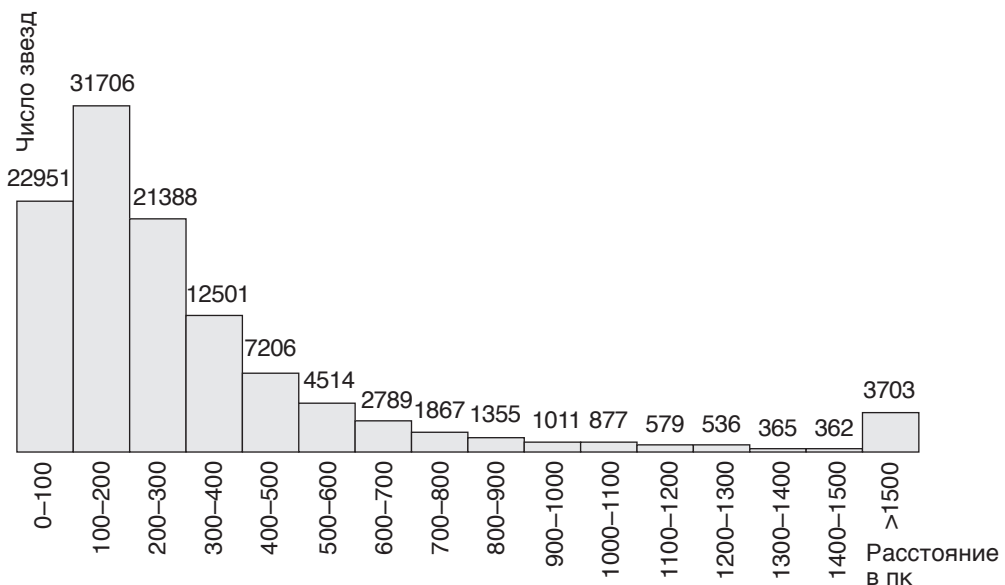
В 1989 г. Европейское космическое агентство (ESA) осуществило запуск космического аппарата HIPPARCOS (High Precision PARallax Collecting

Satellite – «спутник для сбора высокоточных параллаксов») с целью измерения положений, собственных движений и параллаксов звезд на миллисекундном уровне точности. Космический аппарат проработал на орбите 37 месяцев, в течение которых он выполнял астрометрические и фотометрические измерения звезд по заданной программе.

Обработка этих наблюдений, привела к созданию двух каталогов: Hipparcos, содержащего информацию о 117 955 звездах с точностью определения положений, годовых собственных движений и параллаксов на уровне 1 мсд (миллисекунды дуги), и каталога Tycho, содержащего уже свыше 1 млн звезд, с точностью измерения тех же параметров до 25 мсд, но без параллаксов (Цветков А.С. Практическое руководство по работе с каталогом Hipparcos. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2005).

Положения и собственные движения звезд в каталогах Hipparcos и Tycho приводятся в фундаментальной системе

Распределение по расстояниям звезд каталога Hipparcos



ICRS (International Celestial Reference System), реализованной в настоящее время с помощью каталога внегалактических радиоисточников, получившего название ICRF (International Celestial Reference Frame) (Ковалевский Ж. Современная астрометрия / Пер. с англ. под ред. В.Е. Жарова. Фрязино: «Век 2», 2004).

Появление Hipparcos вызвало «бум» статей самой разной направленности. Следует отметить, что, прежде всего, успех миссии Hipparcos связан с определением тригонометрических расстояний 100 тыс. звезд на уровне 1 мсд, что дает точность в 20% до расстояния в 200 пк, и 50% – до расстояний 400 пк. Однако для объектов, находящихся на расстоянии 1 кпк и далее, точность Hipparcos явно недостаточна. Таким образом, диаграмма распределения звезд по расстояниям, построенная по данным Hipparcos, может некорректно представлять картину распределения звезд, находящихся на расстоянии свыше 300–400 пк.

Для уточнения шкалы расстояний во Вселенной для нас самым главным обстоятельством является то, что Hipparcos промерил расстояние тригонометрическим способом до сотен цефеид, пульсирующих переменных звезд, которые играют большую роль в определении расстояний до очень далеких объектов.

До полета Hipparcos фактически ни одна цефеида не была в зоне досягаемости наземных методов, и расстояние до них оценивалось косвенным образом.

Космические каталоги параллаксов: Миссия Gaia

Сразу после выхода каталога Hipparcos ESA была начата работа над новой космической астрометрической программой Gaia. Задачи, поставленные

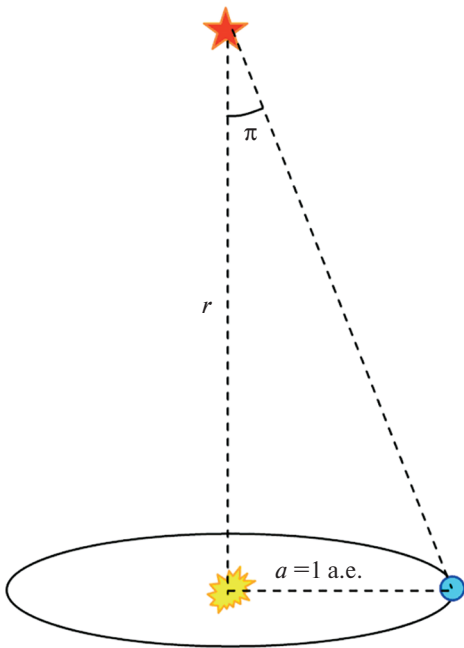
в этой программе, намного превосходят Hipparcos как по точности, так и по объему данных. Аппарат стартовал в 2017 г., а в июне 2022 г. была опубликована уже третья версия каталога Gaia, так называемый Data Release 3 (GDR3), который содержит 1.8 млрд объектов. Наиболее ожидаемый результат финальной версии Gaia – высокоточные индивидуальные параллаксы звезд. Данные о «надежном» параллаксе в этой версии имеют около 1.4 млрд звезд, в то время как 343 млн вообще не имеют данных о параллаксе. Анализ параллаксов показал, что существует значительная доля звезд – 284 млн – с отрицательными параллаксами (что противоречит геометрическому смыслу параллакса). Это значит, что и звездам с малыми положительными параллаксами также нельзя доверять.

Точность параллаксов финальной версии Gaia превосходит точность Hipparcos примерно в три раза (число звезд больше в 10 тыс. раз). Однако у многих звезд (особенно у слабых) относительная ошибка определения параллакса превышает 30% (иногда и 100%), что приводит к крайне неопределенной оценке расстояния.

Работа космического аппарата Gaia еще продолжается, 4-я версия каталога, которая будет базироваться на 6-летнем периоде наблюдений, ожидается не ранее 2025 г., а конечная 5-я версия – не ранее 2030 г. Будем надеяться, что в этих версиях точность тригонометрических параллаксов будет значительно улучшена.

Связь тригонометрического параллакса и расстояния

Тригонометрический параллакс звезды, которые астрономы обозначают буквой π , связан с расстоянием прямоугольным треугольником.



Связь расстояния и параллакса

Тривиальный вопрос о связи тригонометрического параллакса и расстояния на самом деле не является таким простым. Действительно, есть наблюдаемая величина – параллакс π , который определяется в результате обработки наблюдений и приводится обычно со среднеквадратичной ошибкой (σ). Расстояние является обратной величиной к π только в случае высокой точности параллакса. Вообще говоря, согласно методам математической статистики, надежно определенное расстояние (с вероятностью 99.7%) будет заключено в следующем диапазоне:

$$\frac{1}{\pi + 3\sigma} < r < \frac{1}{\pi - 3\sigma}.$$

Очевидно, что при относительной точности параллакса в 30% ($\sigma = 0.3\pi$) и хуже, оценка расстояния становится ненадежной в силу того, что знаменатель правой дроби стремится к нулю, а обратная величина к бесконечности.

Из треугольника, который показывает связь расстояния от Земли до Солнца (a), от центра Солнца до звезды (r) и параллакса (π), следует, что

$$r = \frac{a}{\operatorname{tg}\pi}.$$

Поскольку угол π чрезвычайно мал, то с высокой точностью тангенс угла можно заменить на значение угла, выраженного в радианах. Так как в одном радиане 206 265 угловых секунд, то расстояние до звезды в астрономических единицах (а.е.) выражается формулой (если параллакс измерять в угловых секундах):

$$r[\text{а.е.}] = \frac{206\,265}{\pi["]}.$$

Расстояния до звезд измеряют обычно в пк (или в 1000 пк = 1 кпк). Если числитель в последней формуле положить равным единице, то формула для оценки расстояния упрощается до следующего выражения:

$$r[\text{кпк}] = \frac{1}{\pi[\text{мсд}]}.$$

Таким образом, один парсек получается равен 206 265 а. е. или 30.85 трлн км. Чтобы оценить масштаб этой величины, напомним, что расстояние от Солнца до орбиты Плутона составляет в среднем 39.3 а.е.

ФОТОМЕТРИЧЕСКИЕ ПАРАЛЛАКСЫ ЗВЕЗД

Следует сказать, что сам термин «фотометрический параллакс» (иногда называют «спектральный параллакс») – это астрономический жаргон, указывающий смысл определения расстояния по цвету (спектру) и блеску звезды.

Первая попытка выяснить, насколько далеки звезды путем сравнения их блеска с блеском Солнца (в предположении, что звезды имеют светимость, сравнимую с солнечной), была выполнена голландским физиком, математиком и астрономом Христианом Гюйгенсом. Даже булавочное отверстие в черном экране, освещенное с одной стороны солнечным светом, в темной комнате будет выглядеть значительно ярче звезды. Гюйгенс нашел способ еще в тысячи раз ослабить яркость этого отверстия. По-видимому, он использовал шариковый фотометр (его аналог в XX в. – фотометр советского астронома Н.Ф. Флоря – использовался для наблюдения яркости Луны во время затмений, который составляют несколько полированных металлических шариков, располагающихся на удалении 2–3 м от наблюдателя, фиксирующего на шариках блики от Луны). Сравнивая по памяти блик на шарике с блеском Сириуса, Гюйгенс сделал вывод, что Сириус находится от нас в сотни тысяч раз дальше, чем Солнце.

Остроумный метод определения расстояния до Сириуса, придуманный шотландским математиком и астрономом Джеймсом Грегори, описан в «Началах» Ньютона. Сириус и Сатурн имеют примерно одинаковый видимый блеск, но Сатурн светит отраженным солнечным светом, поэтому его светимость есть произведение трех сомножителей: светимости Солнца, доли солнечного света, падающего на Сатурн,

и его альбедо (доли отраженного света). Зная расстояние от Земли до Сатурна, можно по угловому диаметру (а уже наступила телескопическая эра) вычислить линейный размер Сатурна и определить долю падающего на него света. Труднее оценить альбедо. Ньютон предположил его как у скальных пород (на самом деле 0.43). По оценке Ньютона Сириус должен находиться от нас в 100 тыс. раз дальше, чем Солнце.

Учитывая трудности, с которыми пришлось столкнуться как Гюйгенсу, так и Ньютону, их результаты согласуются удивительно хорошо (Лейзер Д. Создавая картину Вселенной / Пер. с англ. и предисловие Л.П. Гришука. М.: Мир, 1984).

Однако звезды имеют разный блеск не только из-за того, что они находятся на разных расстояниях, но и по причине различия их истинной светимости, которая изменяется в очень больших пределах. Поэтому Сириус на самом деле находится в 500 тыс. раз дальше, чем Солнце.

Фотометрический метод определения расстояний основан на том, что мы каким-то образом должны определить светимость или, что чаще используется, абсолютную звездную величину звезды M . Абсолютная звездная величина M определяется как такая звездная величина объекта, которую он имел бы, если бы был расположен на расстоянии 10 пк от наблюдателя. Сравнив ее с видимой звездной величиной m , можно получить из разности, так называемый модуль расстояния, который выражается в звездных величинах. Используя связь абсолютной звездной величины M , видимой звездной величины m и расстояния до звезды, можно вычислить R в пк примерно как

$$\lg R = 0.2(m - M + 5).$$

Однако, несмотря на кажущуюся простоту, использование метода требует учета нескольких факторов.

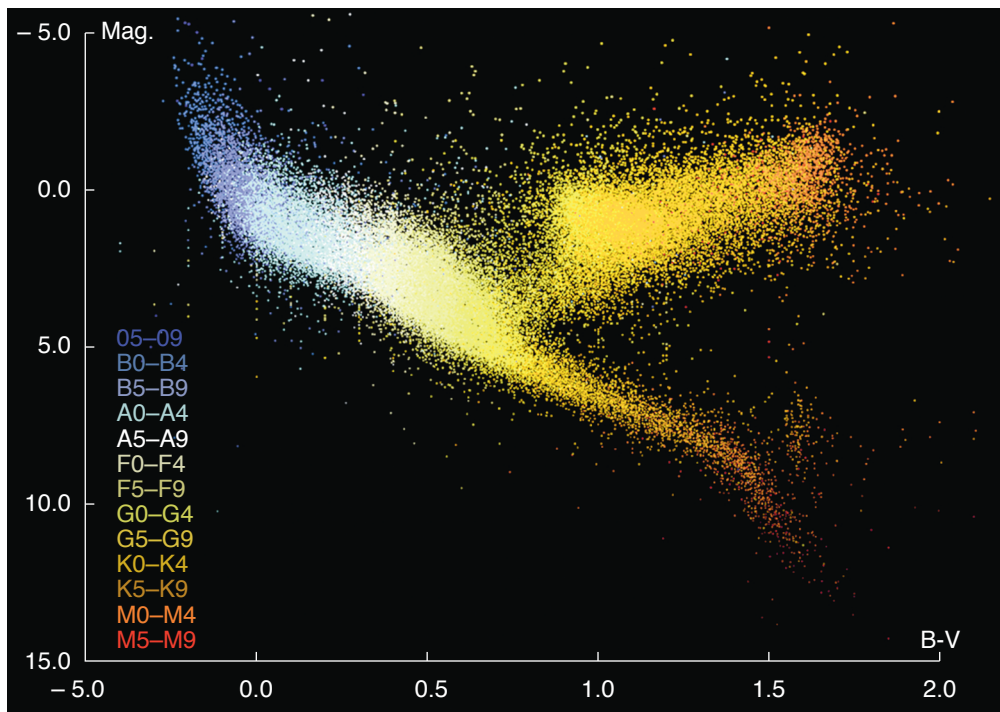


Диаграмма «Показатель цвета (Mag.) – абсолютная звездная величина» для звезд Hipparcos, имеющих относительную точность (B-V) определения параллакса лучше 25%

Во-первых, определение абсолютной звездной величины звезды – это уже сложная задача. Необходимо точно определить положение звезды на диаграмме Герцшпрунга–Рессела. Сделать это по одному показателю цвета невозможно, так как необходимо определить к какому классу светимости относится звезда (главная последовательность, гигант, сверхгигант).

Во-вторых, так как этот метод применяется для определения расстояний до далеких звезд, необходимо учитывать межзвездное поглощение света, приводящее к его ослаблению и покраснению.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ СПОСОБЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАССТОЯНИЙ

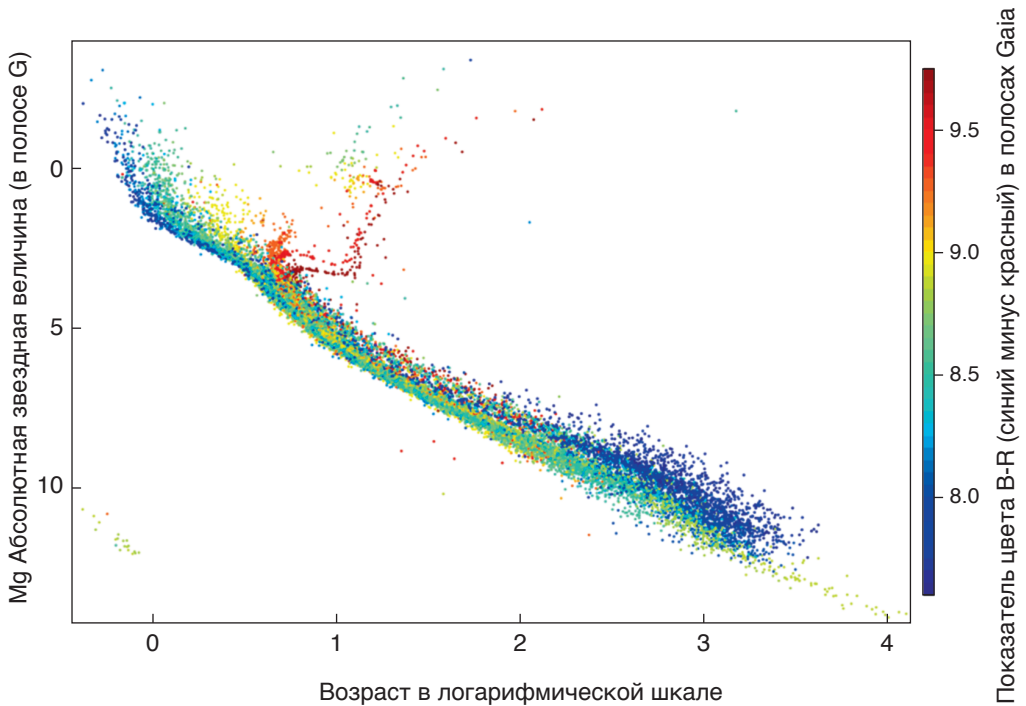
Существуют еще два метода определения расстояний кинематическим способом. Один из них применяется к рас-

сеянным звездным скоплениям (метод группового параллакса), а другой к планетарным туманностям.

Рассеянные звездные скопления встречаются вблизи галактической плоскости. Всего известно более 1.5 тыс. таких объектов в радиусе нескольких кпк от Солнца. Наиболее известно рассеянное звездное скопление Плеяды, удаленное от нас на расстояние 120 пк.

Чтобы отделить звезды, принадлежащие скоплению, от звезд поля, случайно проецирующихся в ту же область неба, можно построить диаграмму Герцшпрунга–Рессела вида «Показатель цвета – видимая звездная величина». Очевидно, что звезды, имеющие сильный отскок от своего места на диаграмме, не принадлежат скоплению.

Если звезды относятся к одному и тому же скоплению в силу его перемещения в пространстве как единой



Обобщенная диаграмма Герцшпрунга-Рессела для 32 рассеянных звездных скоплений по данным Gaia

группы, по законам проекции видимые направления движения его членов будут сходиться в одной точке, называемой «радиант скопления». Тогда, зная угловое расстояние θ между звездой и радиантом, а также лучевую скорость звезды V_r в км/с и ее полное собственное движение μ в мсд/год, можно найти расстояние до звезды R , выраженное в парсеках по следующей простой формуле:

$$R = \frac{V_r \operatorname{tg} \theta}{k \mu},$$

где $k = 4.378$ – множитель перехода размерностей от мсд/год в км/с · кпк⁻¹.

На метод группового параллакса похож способ определения расстояния до планетарных туманностей. Известно, что планетарные туманности представляют собой расширяющиеся, часто

сферические оболочки. В этом случае мы будем наблюдать в их спектрах раздвоение линий из-за эффекта Доплера, соответствующее удаляющемуся и приближающемуся краю туманности. По нему можно определить линейную скорость расширения туманности. Продолжительные позиционные наблюдения покажут, что туманность расширяется и в проекции на небесную сферу. Сравнив эти величины, мы получаем искомое расстояние до туманности по формуле:

$$R[\text{пк}] = 211 \frac{V[\text{км/с}]}{\theta[\text{мсд/год}]}.$$

Впервые этот способ применил в 1960-х гг. американский астроном Вильям Лиллер. К настоящему времени этим методом надежно определено

расстояние всего до полусотни планетарных туманностей. Метод также имеет свои ограничения. Мы должны предполагать изотропность расширения туманности. Туманность постепенно рассеивается в пространстве, из-за этого возникают сложности с определением угловых размеров.

Существует довольно много других способов оценки расстояния. Все они основаны либо на среднестатистической яркости объекта, либо на среднем его размере. Перечислить их все не представляется возможным, а их точность невысока.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАССТОЯНИЙ ПО ЦЕФЕИДАМ

В английском городе Йорке, сразу за знаменитым готическим собором, на небольшом доме установлена табличка, надпись на которой дословно сообщает: *«Из окна казначейства, рядом с этой табличкой молодой глухонемой астроном Джон Гудрайк (1764–1786), который был избран членом Королевского общества в возрасте 21 года, наблюдал периодичность звезды Алголь и открыл переменность звезды δ Цефея и других звезд, таким образом положив основы современного измерения Вселенной».*



Табличка на доме, из окна которого Джон Гудрайк исследовал переменность звезд. Фото автора

Долгое время звездная картина считалась неизменной, и вопрос о возможной переменности блеска отдельных звезд даже не обсуждался. Но открытие Гудрайка и появление методов визуального сравнения блеска звезд, усовершенствованного в 1844 г. немецким астрономом Фридрихом В. Аргеландером, привел к массовому исследованию переменных звезд.

Существуют два класса переменных звезд: затменно-переменные и пульсирующие (Цесевич В.П. Переменные звезды и их наблюдение. М.: Наука, 1980). Переменность первых объясняется тем, что в двойной системе, плоскость орбиты которой близка к направлению луча зрения, компоненты по очереди затмевают друг друга. Классический представитель – β Персея (Алголь). Пульсирующих переменных существует много видов: цефеиды (долго и коротко периодические, типа RR Лиры), звезды типа Миры Кита, новые и новоподобные звезды, катаклизмические переменные и другие типы.

Особый интерес для нашей задачи представляют цефеиды – класс пульсирующих переменных звезд, прототипом которых стала δ Цефея. Цефеиды являются желтыми гигантами и сверхгигантами, среди переменных

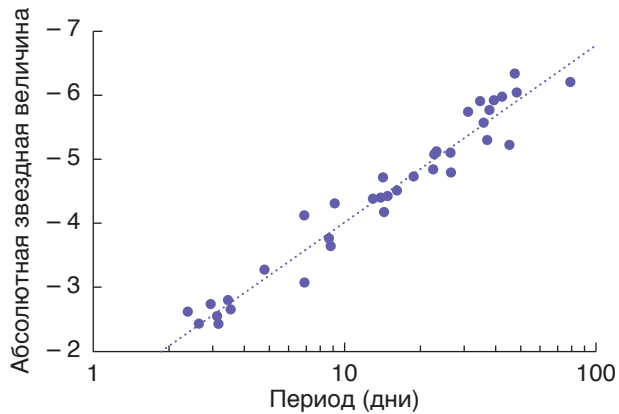
звезд они выделяются хорошо изученной зависимостью между периодом и светимостью. Благодаря этой зависимости и высокой светимости цефеиды используются как «стандартные свечи», т. е. как объекты, светимость которых достаточно точ-

но известна. По наблюдениям цефеид определяются расстояния до удаленных объектов, в том числе и до других галактик, а в начале XX в. с их помощью было доказано существование объектов вне Млечного Пути и был открыт закон Хаббла.

Открытием зависимости «период–светимость» мы обязаны стараниям американского астронома Генриетте С. Ливитт. Директор Гарвардской обсерватории, Эдвард Пикеринг привлек ее к исследованию переменных звезд в Большом и Малом Магеллановых Облаках (БМО и ММО). Ливитт обнаружила 1777 переменных звезд, 47 из которых она отнесла к классу цефеид. Поскольку звезды в Магеллановых облаках находятся от нас примерно на одинаковом расстоянии, это дает возможность изучить зависимости между яркостью звезды и ее периодом. Для 25 цефеид ММО Ливитт удалось показать, что логарифм периода пульсации линейно связан с логарифмом среднего значения светимости цефеиды в оптическом диапазоне.

В то же время масштабный параметр был неизвестен, поскольку точно не было известно расстояние до Магеллановых Облаков. Но уже в 1913 г. датский астроном Эйна́р Герцшпру́нг косвенными методами определил расстояния до нескольких цефеид Млечного Пути. Используя их в качестве калибровки, можно было определить расстояние до любой цефеиды с известным периодом пульсации. Однако более точную калибровку светимости цефеид выполнил аппарат *Hipparcos*, о чем уже упоминалось ранее.

Соотношение между периодом пульсации P и средней абсолютной звезд-



Зависимость «период–светимость» для классических цефеид

ной величиной M , полученное по данным о тригонометрических параллаксах 10 ближайших к Солнцу классических цефеид, есть

$$M = -2.43(\lg P - 1) - 4.05.$$

В этой формуле точность первого эмпирического коэффициента оценивается ± 0.12 , а последнего слагаемого в $\pm 0.05^m$. Однако даже при достаточно точных данных звездные величины и периоды не идеально укладываются в вышеуказанную зависимость.

Несмотря на кажущуюся простоту метода, ему присущи некоторые проблемы. Во-первых, необходимо точно определить тип пульсирующей звезды, во-вторых, неизвестно насколько одинаков закон для звезд нашей Галактики и для тех же Магеллановых облаков. Небольшое различие в содержании тяжелых элементов в звездах может существенно изменить коэффициенты в формулах. Следующая калибровка светимостей цефеид, которая может проверить это обстоятельство, будет сделана по финальным данным каталога *Gaia*, т.к. он должен дать информацию о тригонометрическом параллаксе

Магеллановых облаков и даже отдельных звезд в них. Есть и одно благоприятное обстоятельство. Цефеиды – гиганты и даже сверхгиганты, т. е. звезды с очень высокой светимостью, которые могут быть заметны в других галактиках на значительных расстояниях. Действительно, поскольку их абсолютная звездная величина порядка -5^m , т. е. их светимость превосходит солнечную в десятки тысяч раз, их возможно наблюдать на расстояниях в несколько мпк. Именно цефеиды позволили откалибровать в свою очередь закон Хаббла, на основании которого уже оцениваются расстояния до космологических объектов: далеких галактик и квазаров, в которых отдельные звезды, за исключением сверхновых, уже невозможно наблюдать.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАССТОЯНИЙ ДО ДАЛЕКИХ ГАЛАКТИК

В тех случаях, когда цефеиды в галактиках обнаружить уже не удастся, используются различные оценочные способы.

Например, пытаются выделить ярчайшие звезды в отдаленных галактиках, полагая, что их блеск соответствует блеску самых ярких звезд в более близких галактиках, расстояние до которых удастся определить по цефеидам. В качестве индикаторов расстояний используют вспышки новых и сверхновых звезд. Это так называемые катаклизмические переменные. Новые звезды могут повторять свои вспышки, в то время как при взрыве сверхновой звезды происходит ее полное разрушение, а на ее месте остается нейтронная звезда или черная дыра.

Вспышки не любых сверхновых звезд могут использоваться как «стандартные свечи». В максимуме блеска сверхновые, которые возникают при эволю-

ции массивных звезд (так называемые сверхновые II типа), могут иметь различную абсолютную звездную величину, колеблющуюся в значительных пределах в зависимости от исходной массы звезды. Однако существует особый вид сверхновых (сверхновые типа Ia) механизм работы которых несколько иной. Они представляют собой тесные двойные системы, одним из компонентов которых является белый карлик. В результате постепенного перетекания газа со второй компоненты на белый карлик, его масса увеличивается, и как только она достигнет предела Чандрасекара (максимально возможной массы, при которой белый карлик еще устойчив, это величина составляет примерно 1.4 массы Солнца) происходит взрыв сверхновой по типу Ia. Самое замечательное, что в максимуме блеска такие сверхновые имеют одинаковую абсолютную звездную величину (около -19^m) и, следовательно, могут являться «маяками», по которым можно определить расстояние.

Интересно, что в поиске вспышек сверхновых принимали участие школьники разных стран. Существует исследовательская (и компьютерная) программа HOU (Hands On Universe), разработанная Карлом Пеннипакером, в рамках которой любой желающий может обрабатывать снимки галактик и искать в них вспышки сверхновых. Школьники нашей страны также принимали участие в ее работе.

За тонкий метод определения расстояния по сверхновым и сделанным в результате этого открытием ускоренного расширения Вселенной была присуждена Нобелевская премия в 2011 г. Автору данной статьи удалось быть в декабре 2011 года на церемонии вручения премии и прослушать доклад Сола Перлмуттера, Брайна Шмидта и Адама Рисса, на котором были представлены результаты этих исследований.

С. Перлмуттер, Б. Шмидт
и А. Рисс – лауреаты Нобелевской
премии по физике 2011 года.
Фото автора

Вспышки новых и сверхновых звезд (независимо от их типа) часто производят световое эхо – результат отражения света вспышки объекта от облаков межзвездной пыли. Поскольку световая волна распространяется через облако с известной скоростью, подсвечивая разные участки пыли (если вокруг звезды она есть), то, анализируя угловую скорость расширения светового эха, можно достаточно точно определить расстояния до вспыхнувшей звезды. Например, в феврале 1988 г. на ESO (Европейская Южная Обсерватория) было обнаружено световое эхо сверхновой SN 1987A. Оно представляло собой два концентрических кольца вокруг места вспышки сверхновой, которые созданы рассеявшимся на газо-пылевых облаках светом, испущенным сверхновой во время вспышки.

До отдаленных галактик (если в них не наблюдалась вспышка сверхновой, что само по себе довольно редкое событие), фотометрические расстояния можно определять более грубым способом по оценке интегральной звездной величины галактики. По особенностям внешнего вида спиральных галактик часто можно примерно оценить светимость всей галактики. Обычно за абсолютную интегральную звездную величину принимают значение около -20^m , и, исходя из этого, по видимой звездной величине возможно хоть приблизительно сделать выводы о расстоянии до галактики.

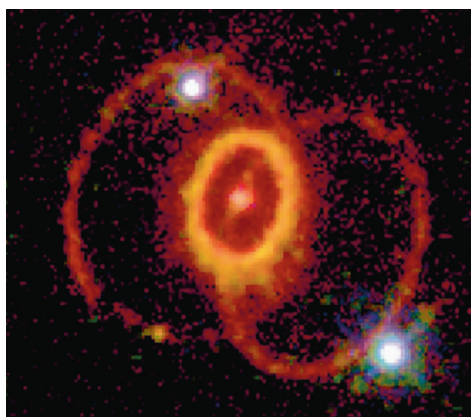
Однако для совсем далеких объектов, находящихся на расстоянии десятки Мпк и далее, вступает в силу



ослабление света, связанное с космологическим красным смещением, которое затрудняет использование фотометрических способов оценки расстояния, но зато открывает новый способ, который успешно работает на расстояниях свыше сотни Мпк и далее.

Красное смещение для галактик было обнаружено американским астрономом Весто Слайфером в 1912–1914 гг. В 1929 г. Эдвин Хаббл открыл, что красное смещение для более далеких галактик сильнее, чем для близких, и возрастает приблизительно пропорционально расстоянию. Это свойство нашей Вселенной стали называть законом красного смещения, или законом Хаббла.

Световое эхо сверхновой SN 1987A



Предлагались различные объяснения этого эффекта, например, гипотеза «старения фотонов». Но только общая теория относительности (ОТО) дает непротиворечивую картину, объясняющую все явления.

Космологическое красное смещение, вообще говоря, не является следствием эффекта Доплера. Этот эффект заключается в изменении длины волны излучения, воспринимаемое наблюдателем, вследствие движения источника излучения относительно наблюдателя. При удалении источника от наблюдателя линии в спектре его излучения смещаются в красную сторону, а при приближении – наоборот, в фиолетовую. Образование космологического красного смещения связано с тем, что свет – электромагнитная волна – летит через пространство, которое расширяется. Вместе с ним расширяется и волновой пакет. Соответственно, изменяется и длина волны.

Необходимо отметить, что на космологическое красное смещение накладывается обычный эффект Доплера, вызванный собственным движением галактики по лучу зрения. Для близких галактик последний может значительно превосходить первый эффект. На больших расстояниях вклад космологического красного смещения становится преобладающим, а на очень больших для правильной интерпретации необходимо, учитывать модель расширения Вселенной (Засов А.В., Постнов К.А. Галактики и скопления галактик // Общая астрофизика. Фрязино: Век 2, 2006. С. 412; Стивен Вайнберг. Космология. Либроком, 2013).

В общем случае для не очень больших красных смещений справедлива линейная формула

$$V = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} c = z \cdot c = H \cdot R,$$

где V – скорость удаления галактики, а точнее, скорость расширения Вселен-

ной на расстоянии, на котором находится галактика; $\Delta\lambda$ – изменение длины волны спектральной линии по сравнению с лабораторной длиной волны λ_0 , их отношение обозначают z , и часто называют просто «красным смещением». c – скорость света; H – параметр Хаббла; R – физическое расстояние до галактики.

Эта формула позволяет для не очень больших красных смещений получить расстояние до объекта, но для этого надо хорошо знать параметр Хаббла. Чтобы получить его значение, необходимо определить расстояние до достаточно далекой галактики (когда ее peculiarная скорость не сильно будет искажать космологическое красное смещение) каким-либо другим способом. Достоверный способ – определение расстояния по цефеидам и сверхновым, а также по данным исследований самого первого света во Вселенной – реликтового излучения. Отметим, что величина параметра Хаббла, полученная первым способом (в ближней Вселенной), существенно отличается от величины, полученной по исследованиям ранней Вселенной. Эта проблема до сих пор не решена и носит название проблема Hubble tension.

Вплоть до 1950-х гг. прошлого века внегалактические расстояния сильно занижались, в связи с чем значение H , определенное по этим расстояниям, получилось сильно завышенным. Сам Хаббл определил значение $H = 500 \text{ км/с} \cdot \text{Мпк}^{-1}$, что приводило к возрасту Вселенной всего в 2 млрд лет, а это противоречило геологическим данным. В начале 1970-х гг. для параметра Хаббла было принято значение $H = 53.5 \text{ км/с} \cdot \text{Мпк}^{-1}$, обратная величина давала возраст $T = 1/H = 18$ млрд лет. Лишь после калибровки расстояний до цефеид, по наблюдениям *Hipparcos*, в 2005 г. значение H принято равным $72 \pm 3 \text{ км/с} \cdot \text{Мпк}^{-1}$, и оценка возраста Вселенной стала 13.8 млрд лет.

Фотографирование спектров удаленных источников и измерение положений спектральных линий в них – сложная, трудоемкая работа, требующая крупных телескопов и больших времен экспозиции.

В 1950-х гг. были открыты удивительные объекты – квазары – компактные и чрезвычайно мощные источники радиоизлучения. По современным представлениям, квазары представляют собой активные ядра галактик на начальном этапе развития, в которых сверхмассивная черная дыра поглощает окружающее вещество. При этом выделяется исключительно мощное (иногда в сотни раз превышающего суммарную мощность всех звезд больших галактик) излучение. Потребовались годы, чтобы обнаружить соответствующие им оптические объекты, которые обладали настолько малыми угловыми размерами, что были неотличимы от звезд. Их оптические спектры оказались удивительными, и поначалу линии в их спектрах даже не могли отождествить. Оказалось, что эти линии соответствуют линиям излучения известных элементов, но сильно сдвинутым в красную сторону. Красное смещение самого близкого квазара 3C 273 составляет 0.158, самые далекие квазары могут иметь $z > 10$.

Для вычисления скорости удаления очень далеких объектов простой линейный закон Хаббла уже не применим. Следует пользоваться уравнениями Фридмана, в которых учитывается состав Вселенной (относительное содержание барионной материи, темной материи, темной энергии и излучения). На больших масштабах различают космологическое расстояние, угловое расстояние и фотометрическое (или для полного спектра электромагнитного излучения – болометрическое) расстояния, которые связаны друг с другом.

Космологическое расстояние определяется с помощью лагранжевого (т.е. сопутствующего) расстояния до

этого объекта, которое зависит от закона расширения нашей Вселенной (от масштабного фактора, определяющего линейные размеры нашей Вселенной и скорости его изменения), а следовательно, от того, какое вещество и в каких пропорциях ее наполняет. Фотометрическое расстояние получается путем умножения космологического расстояния на $(1 + z)$, где z – красное смещение далекого объекта, которое характеризует расстояние до него. Такая связь означает тот факт, что энергия фотонов уменьшается из-за расширения. Угловое расстояние до далекого объекта определяется отношением физического размера наблюдаемого объекта к углу, под которым он наблюдается. Это расстояние получается делением космологического расстояния на $(1 + z)$, откуда следует интересный феномен, заключающийся в том, что в расширяющейся Вселенной есть космические объекты с максимальным угловым размером. (Так, для современных значений космологических параметров, полученных по данным космической обсерватории *Planck*, а именно параметра Хаббла $67.81 \text{ км/с} \cdot \text{Мпк}^{-1}$, относительного вклада темной и барионной материи 0.308, вклада темной энергии 0.692 и незначительного вклада излучения космические объекты с красным смещением 1.588 имеют максимальное угловое расстояние в 1.817 Гпк.)

Когда мы изучаем объекты на космологических расстояниях, надо понимать, что мы видим далекое прошлое, в котором темпы расширения Вселенной были иными. В силу этого процедура определения расстояний дает еще более неопределенные результаты, а потому должна быть подкреплена наблюдениями не только ближнего космоса, но, как мы уже отметили, и ранней Вселенной, а именно поверхности последнего рассеяния – где родилось самое первое излучение во Вселенной и которое наблюдается балонными

и космическими телескопами в радиодиапазоне.

Ответ даже на такой «простой» вопрос: «каков радиус видимой части Вселенной» (сфера Хаббла) уже вызывает затруднения. Ответ: «13.8 млрд световых лет» не верен. Пока свет шел от самых удаленных галактик эти 13.8 млрд лет, Вселенная продолжала расширяться. И радиус наблюдаемой части Вселенной (если бы мы гипотетически остановили ее расширение) – около 42 млрд световых лет. Это и не то расстояние, которое разделяло далекую галактику и нас в момент излучения данного фотона. Расстояние между наблюдателем и галактикой в то время было гораздо меньше. Но это и не такое расстояние, которое потребовалось бы преодолеть, скажем, звездолету, что бы достигнуть этой галактики, так как Вселенная продолжает расширяться, причем ускоренно. Это означает, что космическому аппарату потребуется пройти значительно большее расстояние.

Чтобы уйти от этих неопределенностей, обычно просто говорят, что объект располагается на таком-то красном смещении, т.е. используют наблюдаемые величины. Вообще говоря, согласно современным физическим теориям (как квантовой механике, так и общей теории относительности) следует формулировать физические законы именно в измеряемых величинах.

В настоящее время объектом с максимальным красным смещением является галактика HD1, которая находится в созвездии Секстанта и является самой удаленной от Земли и наиболее ранней (с момента Большого взрыва) галактикой из известных науке по состоянию на 2023 г. Ее красное смещение составляет 13.27, что соответствует сопутствующему расстоянию в 13.5 млрд световых лет и собственному расстоянию в 33.4 млрд световых лет.

Следует помнить, что все измерения этих чудовищных расстояний базируются в конечном итоге на измерении тригонометрических параллаксов звезд и калибровке светимостей цефеид. Возможно, в будущем будут созданы космические радиointерферометры с базой сотни миллионов километров. Так, российский космический проект «Радиоастрон» уже позволил получить самое высокое угловое разрешение за всю историю астрономии – 7 микро-секунд дуги при базе 340 тыс. км. Такие приборы смогли бы измерить кривизну фронта волны, приходящего от квазара (т.е. измерить его тригонометрический параллакс). Но расстояние до квазара будет связано с параллаксом формулой, учитывающую модель расширения Вселенной.

Благодарности

Автор выражает благодарности студентке астрономического отделения СПбГУ П.Е. Долгошеевой за вопросы, которые побудили написать эту статью, своему сыну В.А. Цветкову за ценные замечания и коллеге, канд. пед. наук В.В. Воронову за тщательную корректуру статьи, а также редактору журнала «Земля и Вселенная» доктору физ.-мат. наук, ведущему научному сотруднику ГАИШ МГУ О.С. Сажинной за неоценимую помощь в доработке статьи.

Литература

1. Вайнберг С. Объясняя мир. Фонд «Династия», 2015.
2. Решетников В. Почему небо темное. Как устроена вселенная. Фрязино: Век-2, 2012.
3. Вайнберг С. Космология. М.: УРСС: Книжный дом «Либроком», 2013.
4. Аванта – Энциклопедия для детей. Т. 8. Астрономия. М.: Аванта+, 2013.
5. Сурдин В.Г., Гиндилис Л.М., Батулин В.А. Астрономия. Век XXI. М.: ДМК-Пресс, 2022.
6. Засов А.В., Постнов К.А. Общая астрофизика. Фрязино, 2011.