Правительство Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(СПбГУ)

Индекс УДК 519.67
Рег. № НИОКТР 121040600198-4

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по научной работе
СПбГУ
_______________ С.В. Микушев
«19» декабря 2022 г.

ОТЧЁТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

СОВРЕМЕННЫЕ АНАЛИТИКО-ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ ДЛЯ АНАЛИЗА РЕГУЛЯРНОЙ И ХАОТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ
(промежуточный, этап 2)

Руководитель НИР,
профессор,
доктор физико-математических наук
профессор — 24.11.2022 — Н.В. Кузнецов
подпись, дата

Санкт-Петербург 2022

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель НИР, зав. кафедрой,
профессор, д.ф.-м.н. ____________ 20.11.2022 Н.В. Кузнецов
подпись, дата (введение, осн. часть, заключение)

Отв. исполнитель,
профессор, д.ф. ____________ 20.11.2022 М.В. Юлдашев
подпись, дата (введение, осн. часть, заключение)

Отв. исполнитель,
профессор, д.ф.-м.н. ____________ 20.11.2022 Р.В. Юлдашев
подпись, дата (введение, осн. часть, заключение)

Исполнители:

Ассистент, к.ф.-м.н. ____________ 20.11.2022 М.В. Благов
подпись, дата (осн. часть)

Профессор, д.ф.-м.н. ____________ 20.11.2022 И.Г. Бурова
подпись, дата (осн. часть)

Профессор, д.ф.-м.н. ____________ 20.11.2022 Ю.К. Демьянович
подпись, дата (осн. часть)

Лаб.-иссл. ____________ 20.11.2022 Ю.С. Зайцева
подпись, дата (осн. часть)

В.н.с., д.ф.-м.н. ____________ 20.11.2022 О.А. Кузнецова
подпись, дата (осн. часть)

Доцент, к.ф.-м.н. ____________ 20.11.2022 А.В. Лебедева
подпись, дата (осн. часть)

Инж.-иссл. ____________ 20.11.2022 М.Ю. Лобачев
подпись, дата (осн. часть)

Доцент, к.ф.-м.н. ____________ 20.11.2022 Д.В. Луцив
подпись, дата (осн. часть)

Профессор, д.ф.-м.н.	____________	20.11.2022	Т.Н. Мокаев
	подпись, дата	(осн. часть)	
С.н.с., д.ф.-м.н.	____________	20.11.2022	Р.Н. Мокаев
	подпись, дата	(осн. часть)	

Нормоконтроль:

в.н.с., д.ф.-м.н.	____________	20.11.2022	Е.В. Кудряшова
	подпись, дата	(введение, осн. часть, заключение)	

РЕФЕРАТ

Отчет 27 с., 1 ч., 21 источник.

АНАЛИТИКО-ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ, МУЛЬТИУСТОЙЧИВОСТЬ, ХАОТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА, ГЛОБАЛЬНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ, СПЛАЙНЫ, СПЛАЙН-ВЕЙВЛЕТЫ, ОБРАБОТКА ЧИСЛОВОЙ ИНФОРМАЦИИ, УПРАВЛЕНИЕ И НАБЛЮДЕНИЕ, ОГРАНИЧЕННАЯ БИТОВАЯ СКОРОСТЬ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

Цель работы - разработка эффективных аналитико-численных процедур достоверного анализа динамики для определения устойчивости и локализации аттракторов, а также применение разработанных методов в рамках реализации Стратегии научно-технологического развития РФ к актуальным научно-технологическим задачам. Анализ регулярной и хаотической динамики тесно связан с обработкой и визуализацией числовой информации. При этом особое внимание уделяется сплайнам и сплайн-вейвлетам в связи с моделями искусственного интеллекта.

По результатам работы в 2022 году опубликовано и находится в печати 34 публикации (в т.ч. 21 Scopus, 2 Q1).

За два из трех этапов реализации проекта (2021-2022гг.) опубликовано 47 публикаций с результатами работы над проектом (в т.ч. 30 Scopus, 5 Q1 или Q2).

При этом, всего за время реализации проекта (2021-2023гг.) было запланировано 9 публикаций.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Одной из центральных проблем анализа и управления динамикой систем различной природы является обоснование и обеспечение глобальной устойчивости или выявление возможных установившихся (предельных) поведений системы после переходных процессов и различных паттернов поведения. Наличие сосуществующих устойчивых паттернов называется мультиустойчивостью, им обладают системы, которые не являются ни глобально устойчивыми, ни неустойчивыми, а состояние которых может притягиваться к различным аттракторам под внешними воздействиями. Мультиустойчивые системы чувствительны к влиянию шума, а также выбору начальных данных и параметров системы. В таких системах можно наблюдать неожиданные переключения состояния системы к нежелательным или неизвестным аттракторам, особенно если у этих систем них есть аттракторы с узкими областями притяжения или не выявленные аттракторы. Такие переключения могут приводить к катастрофическим последствиям - неожиданным изменениям климата, финансовым кризисам, выходу из строя инженерных устройств. На современном этапе развития вычислительной техники и нелинейной динамики одним из актуальных подходов к анализу мультиустойчивости является разработка эффективных аналитико-численных методов, сочетающих продуктивные аналитические подходы, вычислительные мощности современных ЭВМ и искусственный интеллект для анализа и синтеза систем с требуемой динамикой. Разработка именно таких методов в первую очередь мотивирована заметным усложнением анализируемых на практике динамических моделей, которые часто содержат как сложные многомерные и бесконечномерные нелинейные компоненты, так и сетевые, распределенные, мультиагентные системы, и функционируют в условиях запаздывания управляющих сигналов и неидеальности связей между узлами.

Данный проект направлен на развитие современных аналитико-численных методов анализа и синтеза регулярной и хаотической динамики. В том числе, согласно заявке, в проекте разрабатывались следующие направления.

Исследование нелинейной динамики и поиск скрытых колебаний методами эволюционных вычислений. Первые шаги в применении эволюционных алгоритмов для локализации скрытых аттракторов были реализованы проф. И. Зелинкой (Остравский технический университет, факультет компьютерных наук) [1]. В его работах показана возможность численной идентификации бассейна притяжения скрытого аттрактора в электронной цепи Чуа путем применения эволюционных алгоритмов с помощью задания специальной целевой функции (cost function), экстремум которой достигается в точках из данного бассейна притяжения. Таким образом, И. Зелинке удалось повторить результаты Леонова-Кузнецова [2,3] и локализовать скрытый аттрактора в системе Чуа с параметрами, для которых уже известно, что данный аттрактор в фазовом пространстве существует. Однако, в рамках такого подхода, возникает задача разработки и реализации эволюционных алгоритмов, обеспечивающих не только поиск скрытых аттракторов в фазовом пространстве системы, но и анализ границ устойчивости в пространстве параметров системы, а также бифуркаций возникающих при пересечении этих границ и приводящих к рождению скрытых аттракторов. Данный проект, в частности, посвящен решению данной задачи. Для этого авторами производятся попытки синтеза подхода, основанного на эволюционных вычислениях, с аналитическими методами (например, методами гармонического баланса и описывающей функции), численными методами (например, методами фазового пространства, продолжения по параметру), а также разрабатываются новые классы целевых функций для эффективного решения данной задачи.

Разработка новых адаптивных сплайн-вейвлетных алгоритмов параллельной обработки информации, поступающей от источников сложной структуры. Новизна исследования в данном направлении состоит в разработке новых адаптивных сплайн-вейвлетных алгоритмов параллельной обработки информации, поступающей от источников сложной поверхностной (n=2) или объемной (n=3) структуры. Источниками подобного рода могут быть поверхности нагреваемых деталей, объемно структурированные слоистые полупрозрачные объекты (например, полупрозрачные внешние оболочки солнца и звезд). Заметим, что под информацией здесь понимаются оцифрованные излучения любого рода, в том числе, предполагаемые результаты могут быть применены к любым оцифрованным электромагнитным излучениям. Простые примеры (при n=1) показывают, что использование аппроксимационных соотношений не гарантирует вложенность пространств, ассоциируемых с вложенными подразделениями. С другой стороны, получение вложенных подразделений даже на простейших поверхностях (на сфере, торе кренделе), а также в трехмерных областях представляет собой нетривиальную задачу. Следует учесть, что для построения основного потока со свойствами адаптивности по отношению к исходному необходимо иметь возможность локально укрупнять исходное подразделение. Такое укрупнение легко получается в одномерном случае (провести локальные укрупнения сетки на рассматриваемом интервале не трудно). Однако уже на плоскости (при n=2) легко построить триангуляцию, локальное укрупнение которой не существует. Итак, вообще говоря, имеются три важные задачи 1) задача построения локально укрупняемого подразделения (при n>1), 2) задача построения вложенных пространств, ассоциированных с исходным и с укрупненным подразделениями соответственно, 3) реализация полученных алгоритмов на параллельных системах. Заметим, что в односвязных областях на плоскости и в пространстве найдены локально укрупняемые подразделения (см. [4,5]). Для некоторых типов подразделений найдены необходимые и достаточные условия вложенности пространств (в том числе, для пространств курантова типа), построенных на вложенных подразделениях в случае простых областей (прямоугольник, параллелепипед, n=2,3).

Применение технологий машинного обучения и резервуарных нейронных сетей для анализа и предсказания хаотического поведения динамических систем, связанные с применением резервуарных вычислений для прогнозирования эволюции хаотических систем до далёких горизонтов, были начаты и активно развиваются в научной группе “ветеранов” теоретического изучения хаоса Эдварда Отта (Edward Ott) и Брайна Ханта (Brian R. Hunt) из Мэрилендского университета в Колледж-Парке (University of Maryland, College Park, USA) (см. [6-9]). Они использовали резервуарное вычисление — один из алгоритмов машинного обучения - для изучения динамики “архетипической” хаотической системы под названием уравнение Курамото-Сивашинского. Эволюционирующее решение этого уравнения ведёт себя как фронт пламени, мерцающий при прохождении через горючую среду. Кроме того, данное уравнение описывает дрейфовые волны в плазме и другие физические явления, служит испытательным стендом для изучения турбулентности и пространственно-временного хаоса. Потренировавшись на данных о прошлой эволюции уравнения Курамото-Сивашинского, исследовательский резервуарный компьютер смог точно предсказать, как пламевидная система будет эволюционировать в течение восьми «времён Ляпунова», иными словами, исследователям удалось заглянуть в восемь раз дальше по сравнению с тем, что позволяли другие методы прогнозирования. Временем Ляпунова называют время, которое требуется для экспоненциальной дивергенции двух практически идентичных состояний хаотической системы. Как таковое, оно обычно определяет горизонт предсказуемости. Дальнейшее исследование и развитие численного подхода Отта-Ханта в части синтеза с эффективными методами оценки размерностных характеристик хаотических систем [10-13], а также в части исследования границ применимости данного подхода, например, для предсказания переходного (transient) хаотического поведения [11,13]. Последняя проблема, в частности связана с возникшей в последнее время дискуссией о существовании скрытых аттракторов в системе Лоренца [14-16].

Управление и наблюдение поведения нелинейных динамических систем при ограничениях на битовую скорость передачи информации. Новизна исследований в этом направлении состоит в разработке конструктивных методов оценивая и вычисления фундаментальной характеристики динамических систем (минимальной скорости передачи данных, которая требуется для решения той или иной задачи управления/наблюдения) и связанных методов кодирования информации, получении условия не только достаточных для достижимости цели управления, но и достаточных и необходимых (или близких к необходимым), а также в исследовании последствий интерференции различных типов неопределенностей и неидеальностей системы и канала связи. В области нелинейных систем исследования этих вопросов до сих пор находятся в стадии инициализации: смотри, например, обзоры в [17-21].

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ ОТЧЕТА

В 2023 году, согласно заявке, достигнуты следующие результаты и выполнены следующие работы: Ранее разработанные методы применялись в различных прикладных физических, электронных, механических и других моделях для анализа устойчивости и скрытых аттракторов (выявлены аттракторы, получены критерии их отсутствия и устойчивости); Разработаны алгоритмы обработки исходных потоков, ассоциированных с трехмерными областями различной формы (параллелепипедом, сферой, сферическим слоем). Проведен анализ устойчивости алгоритмов, рассмотрены возможности их применения для создания искусственного интеллекта, реализации на параллельных системах (определены необходимые компьютерные ресурсы в зависимости от параметров исходного потока).

Все полученные результаты позволяют решать актуальные теоретические и прикладные задачи, а также соответствуют мировому уровню, что подтверждается соответствующими публикациями и выступлениями на ведущих российских и международных конференциях.

Статьи, опубликованные в 2022 году по результатам работы над проектом, содержащие ссылку на поддержу из гранта:

- Основные статьи, отражающие полученные результаты, используемые и развиваемые методы:

  1. Лебедева А.В., Рябов В.М. Метод моментов в задаче обращения преобразования Лапласа и его регуляризация // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. – 9(67). – 2022. 1. – С. 46–52 (https://doi.org/10.21638/spbu01.2022.105) [Lebedeva A.V., Ryabov V.M., Method of moments in the problem of inversion of the Laplace transform and its regularization // Vestnik St. Petersburg University. Mathematics. – 2022. – 55(1). – P. 34–38. (https://doi.org/10.1134/S1063454122010071)] [This work was supported by St. Petersburg State University, Event 3 (Pure ID 75207094).] Scopus

В работе рассматриваются интегральные уравнения первого рода, относящиеся к классу некорректных задач. Сюда же относится задача обращения интегрального преобразования Лапласа, применяемого для решения широкого класса математических задач. Интегральные уравнения сводятся к плохо обусловленным системам линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), неизвестными в которых являются коэффициенты разложения в ряд по смещённым многочленам Лежандра некоторой функции, просто выражающейся через искомый оригинал. Эта функция находится как решение некоторой конечной проблемы моментов в гильбертовом пространстве. Для получения надежного решения системы используют методы регуляризации. Общей стратегией является использование стабилизатора Тихонова или его модификаций. Указан конкретный вид стабилизатора в методе регуляризации, ориентированный на априорно невысокую степень гладкости искомого оригинала. Приведены результаты численных экспериментов, подтверждающие эффективность предлагаемого алгоритма обращения.

2. Лебедева А.В., Рябов В.М. Регуляризация процедуры обращения преобразования Лапласа с помощью квадратурных формул // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. – 9(67). – 2022. – 4. – С. 636–643 (https://doi.org/10.21638/spbu01.2022.406) [Regularization of the Procedure for Inverting the Laplace Transform Using Quadrature Formulas // Vestnik St. Petersburg University. Mathematics. – 2022. – 55(4). – P. 413–417. (https://doi.org/10.1134/S1063454122040136)] [This work was supported by St. Petersburg State University, Event 3 (Pure ID 75207094).] Scopus

В работе интегральные уравнения сводятся к плохо обусловленным системам линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), неизвестными в которых являются либо коэффициенты разложения в ряд по смещённым многочленам Лежандра, либо приближенные значения искомого оригинала в ряде точек. Первый шаг сведения к СЛАУ состоит в применении квадратурных формул, доставляющих минимальные значения числа обусловленности СЛАУ. Для получения надежного решения системы используют методы регуляризации. Общей стратегией является использование стабилизатора Тихонова или его модификаций. Приведен вариант метода регуляризации систем с матрицами осцилляционного типа, существенно уменьшающий обусловленность задачи по сравнению с классической схемой Тихонова. Приведен способ фактического построения специальных квадратур, приводящим к задачам с осцилляционными матрицами.

3. I. Burova, Local Interpolation Splines and Solution of Integro-Differential Equations of Mechanic’s Problems, WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics, – 2022, – 17, – P. 103–112 (https://doi.org/10.37394/232011.2022.17.14.) [The author is

highly and gratefully indebted to St. Petersburg University for financial supporting the publication of the paper (Pure ID 92424538)]. Scopus

В статье обсуждаются расчетные схемы решения интегро-дифференциальных уравнений с использованием локальных полиномиальных сплайновых аппроксимаций лагранжевого типа четвертого и пятого порядков аппроксимации. Обсуждаются особенности решения интегро-дифференциальных уравнений с первой производной и интегралов Фредгольма и Вольтерра второго рода. С использованием предложенных сплайновых аппроксимаций получены формулы для численного дифференцирования. Эти формулы используются для аппроксимации первой производной функции. Представлены численные эксперименты.

4. I. Burova, Fredholm Integral Equation and Splines of the Fifth Order of Approximation // WSEAS Transactions on Mathematics. – 2022. – 21. – P. 260–270. (https://doi.org/10.37394/23206.2022.21.31) [Sources of Funding for Research Presented in a Scientific Article or Scientific Article Itself. The author is highly and gratefully indebted to St. Petersburg University for financial supporting the publication of the paper (Pure ID 93852135, 92424538)] Scopus

В данной работе рассматривается численное решение интегрального уравнения Фредгольма второго рода с использованием локальных полиномиальных сплайнов пятого порядка аппроксимации и четвертого порядка аппроксимации (кубических сплайнов). Базисные сплайны в этих случаях занимают соответственно пять и четыре соседних интервала сетки. В начале интервала интегрирования, в середине интервала интегрирования и в конце интервала интегрирования используются различные локальные сплайновые аппроксимации пятого (или четвертого) порядка аппроксимации. Рассмотрено построение расчетных схем решения уравнения Фредгольма второго рода с этими сплайнами. Представлены результаты численных экспериментов по аппроксимации функций и решению интегральных уравнений Фредгольма. Результаты решения интегрального уравнения с использованием полиномиальных сплайнов пятого порядка аппроксимации сравниваются с результатами, полученными с помощью кубических сплайнов и с применением метода Симпсона. Отметим, что для достижения заданной погрешности при аппроксимации квадратичными сплайнами требуется более плотная сетка узлов, чем при использовании аппроксимации кубическими сплайнами или сплайнами пятого порядка аппроксимации.

5. Zelinka Ivan, Diep Quoc Bao, Snasel Vaclav, Das Swagatam, Innocenti Giacomo, Tesi Alberto, Schoen Fabio, Kuznetsov Nikolai V. Impact of Chaotic Dynamics on the Performance of Metaheuristc Optimization Algorithms: an Experimental Analysis // Information Sciences. – Volume – 587. – 2022. – P. 692-719. (https://doi.org/10.1016/j.ins.2021.10.076) Scopus Q1

В работе проведен сравнительный анализ влияния хаотических генераторов и псевдослучайных генераторов на алгоритмы искусственного интеллекта на основе эволюционных алгоритмов.

- Дополнительные статьи с результатами по проекту (также содержащие ссылку на грант):

Scopus

6. Shoreh A., Kuznetsov N., Mokaev T. N. New adaptive synchronization algorithm for a general class of complex hyperchaotic systems with unknown parameters and its application to secure communication // Physica A. – 586. – 2022. – 126466. (https://doi.org/10.1016/j.physa.2021.126466)
   Scopus Q2
7. I. Burova, Nonlenear Integro-differential Equations and Splines of the Fifth Order of Approximation // WSEAS Transactions on Mathematics. – 2022. – 21. – P. 691–700 (https://doi.org/10.37394/23206.2022.21.81) Scopus
8. I. Burova, The Local Nonpolynomial Splines and Solution of Integro-Differential Equations // WSEAS Transactions on Mathematics. – 21. – 2022. – P. 718–730 (https://doi.org/10.37394/23206.2022.21.84) Scopus
9. Yu. K. Dem'yanovich ADAPTIVE VARIATIONAL-GRID APPROXIMATION // Journal of Mathematical Sciences. – Vol. – 267. – 2022. – No. 3 (https://doi.org/10.1007/s10958-022-06137-8) Scopus
10. N.V. Kuznetsov, E.D. Akimova, E.V. Kudryashova, O.A. Kuznetsova, M.Y. Lobachev, R.N. Mokaev, T.N. Mokaev, Global Stability Boundaries and Hidden Oscillations in Dynamical Models with Dry Friction, Mechanics and Control of Solids and Structures (Eds. V.A. Polyanskiy, A.K. Belyaev) // Advanced Structured Materials. Springer Nature, – 2022. – 164. – P. 387–411. (https://doi.org/10.1007/978-3-030-93076-9_20) Scopus

11. N.V. Kuznetsov, B. Andrievsky, E.V. Kudryashova, O.A. Kuznetsova, Stability and hidden oscillations analysis of the spacecraft attitude control system using reaction wheels // Aerospace Science and Technology. – 131. – 2022. – 107973 (https://doi.org/10.1016/j.ast.2022.107973
12. N.V. Kuznetsov, Y.V. Belyaev, A.V. Styazhkina, M.V. Yuldashev, R.V. Yuldashev, Effects of PLL Architecture on MEMS Gyroscope Performance // Gyroscopy and Navigation. – 13(1). – 2022. – P. 44-52 (https://doi.org/10.1134/S2075108722010047) Scopus
13. I. Zaitceva, B. Andrievsky, N. Kuznetsov, Identification of Human Operator Model Parameters in System with Saturated Actuator // IFAC-PapersOnLine. – 55(7). – 2022. – P. 526–531 (https://doi.org/10.1109/CODIT55151.2022.9804146) Scopus
14. N. Kuznetsov, B. Andrievsky, I. Zaitceva, E. Kudryashova, O. Kuznetsova, Adaptive Suppression of Wing Flutter Under Actuator Saturation and Quantization on Time // IFAC-PapersOnLine. – 55(12). – 2022. – P. 689-694 (https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.07.392) Scopus
15. I. Zaitceva, B. Andrievsky, N. Kuznetsov, I. Shestakov, Application of Optimization Method for Identifying Human Operator Model Parameters // IFAC-PapersOnLine. – 55(16). – 2022. – P. 370-375 (https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.09.052) Scopus
16. I. Zaitceva, B. Andrievsky, N. Kuznetsov, Simulation of Remote Manipulator Control System with Saturated Actuator // IFAC-PapersOnLine. – 55(10). – 2022. – P. 2980-2985 (https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.10.185) Scopus
17. N. Kuznetsov, B. Andrievsky, I. Zaitceva, E. Kudryashova, O. Kuznetsova, Discrete-time Adaptive Control of Pneumatic Actuators for 6-DoF Stewart Platform// IFAC-PapersOnLine. – 55(10). – 2022. – P. 2803-2808 (https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.10.155) Scopus
18. I. Zaitceva, B. Andrievsky, N. Kuznetsov, Application of Nonlinear Correction Method for Attitude Control and Landing Oscillations Prevention, // IFAC-PapersOnLine. – 55(29). – 2022. – P. 37-42 (https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.10.228) Scopus
19. I.M. Burkin, N.V. Kuznetsov, T.N. Mokaev, Coexisting Chaotic and Periodic Attractors in a Counterexample to the Kalman Conjecture // 2022 16th International Conference on Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference). – 2022. –.P. 1-4 (https://doi.org/10.1109/STAB54858.2022.9807590) Scopus
20. N.V. Kuznetsov, M.V. Blagov, M.Y. Lobachev, M.V. Yuldashev, R.V. Yuldashev. The conservative lock-in range for PLL with lead-lag filter and triangular phase detector characteristic // 2022 8th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT 2022). – 2022. – P. 1076-1081 (https://doi.org/10.1109/CoDIT55151.2022.9804049) Scopus

21. B. Andrievsky, I. Zaitceva, N. Kuznetsov, E. Kudryashova, O. Kuznetsova, Random Search Optimization Approach for Human-Robot Systems Modeling, 2022 International Russian Automation Conference (RusAutoCon 2022). – 2022. – P. 267–271 (https://doi.org/10.1109/RusAutoCon54946.2022.9896330) Scopus
22. I. Zaitceva, N. Kuznetsov, B. Andrievsky, Identification of Human Model Parameters for the Man-Machine Control Systems Design // 2022 8th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT). – 2022. – P. 972-977 (https://dx.doi.org/10.1109/CoDIT55151.2022.9804146) Scopus

РИНЦ

23. Зайцева Ю., Андриевский Б.Р., Кузнецов Н.В., Кудряшова Е.В., Кузнецова ОА, Мокаев ТН. Подавление скрытых колебаний при пилотируемой посадке воздушного судна методом нелинейной коррекции // Сб. трудов Межд. н-п. конф. «Наука, инновации и технологии: от идей к внедрению». Комсомольск-на-Амуре. – 2022. – P. 510-513 (https://dx.doi.org/10.17084/978-5-7765-1502-6-2022-507) РИНЦ
24. Зайцева Ю., Андриевский Б.Р., Кузнецов Н.В. Подход к моделированию человеко-машинных систем // Сб. трудов V Всеросс. нац. науч. конф. молодых ученых: Молодежь и наука: актуальные проблемы. – 2022. – P. 375-378 РИНЦ
25. E.V. Kudryashova, V. Reitmann, Stability and oscillation in Volterra integral equations with applications to neural networks, Наука СПбГУ – 2021. Сборник материалов Всероссийской конференции по естественным и гуманитарным наукам с международным участием, СПб.: ООО «Свое издательство», – 2022, – P. 132-133 [This work was supported by the Saint Petersburg State University Event 3 (ID 75206671)] РИНЦ

В печати

26. N. Kuznetsov, T. Mokaev, V. Ponomarenko, E. Seleznev, N. Stankevich, L. Chua, Hidden attractors in Chua circuit: mathematical theory meets physical experiments // Nonlinear Dynamics. – 2022. Scopus Q1
27. А.В. Лебедева, В. М. Рябов, О свойствах некоторых методов обращения преобразования, – 2023. РИНЦ
28. Н.В. Кузнецов, Е.Д. Акимова. Задача Андронова-Вышнеградского и её влияние на развитие теории управления // Материалы 15-й мультиконференции по проблемам управления-2022

[E.D. Akimova, N.V. Kuznetsov, Andronov-Vyshnegradsky problem and its impact on the development of the control theory] РИНЦ

29. Т.А. Алексеева, А.Ю. Беляев, Н.В. Кузнецов, Т.Н. Мокаев. Прогнозирование и управление в модели цен на сетевых рынках: нелинейный анализ и технологии искусственного интеллекта // Материалы 15-й мультиконференции по проблемам управления-2022 [Commodity price forecasting and chaos control in network markets: nonlinear analysis and artificial intelligence technologies] РИНЦ
30. А. Беляев, Технологии глубокого обучения с подкреплением в задачах управления системами отопления, вентиляции и кондиционирования воздуха // Материалы 15-й мультиконференции по проблемам управления-2022 [A. Belyaev, Heating, ventilation, and air conditioning systems control using deep reinforcement learning] РИНЦ
31. И.Г. Бурова, Ю. К. Демьянович. Машинное обучение и сжатие цифровых потоков // Материалы 15-й мультиконференции по проблемам управления-2022 [I. G. Burova, Yu. K. Dem'yanovich, Machine Learning and Digital Stream Compression] РИНЦ
32. М.В. Благов, В.Д. Коробейников, Н.В. Кузнецов., Генеративно-состязательные сети в управлении нагрузочным тестированием программных комплексов // Материалы 15-й мультиконференции по проблемам управления-2022 [M.V. Blagov, V.D. Korobeinikov, N.V. Kuznetsov, Generative Adversarial Networks in managing load testing of software systems] РИНЦ
33. Е.В. Кудряшова, Ф.Райтманн. Использование интегральных уравнений Вольтерра при моделировании нейронных сетей // Материалы 15-й мультиконференции по проблемам управления-2022 РИНЦ
34. Т.Н. Мокаев, Ф. Райтманн. Условия устойчивости в терминах символов операторов для псевдодифференциальных уравнений на сетях // Материалы 15-й мультиконференции по проблемам управления-2022 [T.N. Mokaev, V. Reitmann, Operator symbol conditions for stability of pseudo-differential equations on networks] РИНЦ
35. Н.И. Наумова, Р.Н. Мокаев, Н.В. Кузнецов. О расстоянии Брэгмана в задачах оптимизации и машинном обучении //Материалы 15-й мультиконференции по проблемам управления-2022 [N.I. Naumova, R.N. Mokaev, On the Bregman divergence in optimization problems and machine learning] РИНЦ
36. М.В. Благов, Н.В. Кузнецов, М.Ю. Лобачев, Б.И. Шахтарин, М.В. Юлдашев, Р.В. Юлдашев. Нелинейный анализ и синтез системы фазовой автоподстройки частоты: гипотеза Капранова

и скрытые колебания // Материалы 15-й мультиконференции по проблемам управления, 2022. РИНЦ

Также часть запланированных на данный этап результатов и развиваемых методов нашла отражение в публикациях первого этапа проекта (была выполнена досрочно). Статьи, опубликованные в 2021 году по результатам работы над проектом (часть из них не была включена в отчет проекта прошлого года из-за позднего получения выходных данных):

37. Alexeeva T.A., Kuznetsov N.V., Mokaev T.N. Study of irregular dynamics in an economic model: attractor localization and Lyapunov exponents // Chaos, Solitons and Fractals. – 152. – 2021. – 111365 (https://doi.org/10.1016/j.chaos.2021.111365) Scopus Q1
38. Burova I.G., Doronina A.G., Zhilin D.E. Splines of the Fourth Order Approximation and the Volterra Integral Equations // WSEAS TRANSACTIONS on MATHEMATICS. – Volume 20. – 2021. –.P. 475-488. (https://doi.org/10.37394/23206.2021.20.50) Scopus
39. Burova I.G., Dem’yanovich Yu.K., Terekhov A.N., Altynova A.Yu., Satanovskiy A.D., Babushkin A.A. Image Compression and Enlargement Algorithms // International journal of circuits, systems and signal processing. – Volume 15. – 2021 (https://doi.org/10.46300/9106.2021.15.92) Scopus
40. Reitmann S., Kudryashova E. V., Jung B., Reitmann V. Observation stability and convergence for neural-type evolutionary variational inequalities // Differential Equations and Control Processes. – N. 2. – 2021. – P. 126-155 (https://diffjournal.spbu.ru/pdf/21208-jdecp-reitmann.pdf) Scopus
41. Reitmann S., Kudryashova E.V., Jung B., Reitmann V. Classification of Point Clouds with Neural Networks and Continuum-Type Memories. // In: Maglogiannis I., Macintyre J., Iliadis L. (eds) Artificial Intelligence Applications and Innovations. AIAI 2021. IFIP Advances in Information and Communication Technology. – Volume 627. Springer. Cham. (https://doi.org/10.1007/978-3-030-79150-6_40) (https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-79150-6_40) Scopus
42. Алцыбеев Г.О., Бурова И.Г., ГАЗОТУРБИННЫЙ ДВИГАТЕЛЬ И СПЛАЙНОВЫЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ // Процессы управления и устойчивость. – 2021. – Т. 8. – № 1. – С. 101-107. РИНЦ
43. Лебедева А.В., Рябов В.М. О регуляризации решения интегральных уравнений первого рода с помощью квадратурных формул // Вестник СПбГУ, серия 1. – 2021. – Т.8 (66). – Вып. 4 – С. 593-599.(https://doi.org/10.21638/spbu01.2021.404)

44. Лебедева А.В., Рябов В.М. Метод моментов в задаче обращения преобразования Лапласа и его регуляризация // Вестник СПбГУ, серия 1. – 2022. – Т. 9 (67). – Вып. 1. – С. 46–52. (https://doi.org/10.21638/spbu01.2022.105)
45. Андриевский Б. Р., Кузнецов Н. В., Кудряшова Е. В., Кузнецова О. А. Крутильно-изгибный флаттер крыла: математические модели, исследование и предотвращение. Обзор // Дифференциальные уравнения и процессы управления. – N. 4. – 2021. – С. 116-191. (https://diffjournal.spbu.ru/pdf/21406-jdecp-andrievsky.pdf) Scopus
46. Alexeeva T.A., Kuznetsov N.V., Mokaev T.N., Polshchikova I.A. Macroeconomic Model with Monetary and Fiscal Policy and Externality: Nonlinear dynamics, Optimization and Control // IFAC Papers-OnLine (IFAC CHAOS). – Volume 54. – Issue 17. – 2021. – P. 26-31 (https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2021.11.021) Scopus
47. Elena V. Kudryashova, Volker Reitmann. Contraction analysis of Volterra integral equations via realization theory and frequency-domain methods, Journal of Computational Dynamics. – Vol. 10. –.P. 248-267. (https://doi.org/10.3934/jcd.2022020) Scopus Q2

Итого, в 2022 году опубликовано и находится в печати 34 публикации (в т.ч. 21 Scopus, 2 Q1). За два из трех этапов реализации проекта (2021-2022гг.) опубликовано 47 публикаций с результатами работы над проектом (в т.ч. 30 Scopus, 5 Q1 или Q2). При этом, всего за время реализации проекта (2021-2023гг.) было запланировано 9 публикаций.

Среди основных результатов, в том числе развитие которых в проекте менее освещалось в первом этапе (с учетом опережения выполнения плана и полученного задела на второй этап) можно отметить следующие.

Качественная и быстрая обработка потоков числовой информации в современном мире невозможна без участия в этом процессе элементов искусственного интеллекта и технологий машинного обучения. Обработка числовой информации - это неотъемлемая часть процесса аппроксимации функций, решения многих задач и различных управлений. Среди задач, связанных с решением динамических систем, следует особо выделить в решения краевых задач, в том числе интегро-дифференциальных уравнений, систем интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра, как первого, так и второго рода.

Задача адаптивного сжатия цифрового потока

$$u = \{u_0, u_1, \ldots, u_{(M+1)}\},$$

ассоциированного с сеткой узлов $\Xi : \xi_0 < \xi_1 < . . . < \xi_{(M+1)}$ всегда остается актуальной. При этом сжимаемый цифровой поток можно считать сеточной функцией, $u_i = u(\xi_i)$. Сжатие производится таким образом, чтобы по полученному результату можно было восстановить исходный цифровой поток с заданной точностью. Сжатие обычно сводится к удалению ряда узлов сетки вместе с соответствующими значениями сеточной функции. Критерии точности могут быть различными, но они всегда связаны с аппроксимационным аппаратом восстановления. Если U - множество однотипных потоков, то естественно использовать обучаемую систему R. Обучение этой системы на небольшом числе потоков позволяет получить такое укрупнение сетки, которое дает требуемую точность для всех потоков множества U. Это приводит к значительной экономии ресурсов вычислительной системы.

Предположим, что система R имеет входы r_s, $s = 0, 1, . . . , n$. Вход r_0 предназначен для вектора параметров ("весов"), а остальные входы $r_{s'}$ — для сжимаемых потоков, $s' = 1, . . . , n$. Процесс обучения системы R состоит в том, что на ее вход подается группа из n потоков в параллельном режиме. Результатом обучения является сетка $\{x_j\}$, $j = 0, 1, . . . , K + 1$, такая что $X \subset \Xi$. Роль пороговой функции играет критерий точности, который в общем случае формулируется в терминах пвсевдомеры.

Опишем кратко автономную работу одного модуля ("нейрона") N системы R, а затем поясним, как они взаимодействуют друг с другом для получения "весовых параметров" системы, т.е. узлов сетки X. Итак, исходными данными для модуля ("нейрона") N служат вектор параметров ("весов") $\Xi = \{\xi_0, \xi_1, \ldots, \xi_{M+1}\}$ и вектор $u \in U$. Результатом работы модуля являются сетка X и сужение функции $u(\xi)$ на эту сетку.

Для конструирования модуля N используем упомянутый алгоритм. С помощью этого алгоритма по исходным данным Ξ и u рекуррентно (шаг за шагом) получим сетку X, которая является результатом при работе модуля в автономном режиме.

Теперь будем считать, что система R состоит из n параллельно работающих модулей ("нейронов’) N_s, $s = 1, 2, . . . , n$. Будем считать, что множество U состоит из векторов вида $u = \{u_0, u_1, . . . , u_{M+1}\}$. Пусть в каждый модуль загружен вектор "весов" $\Xi = \{\xi_0, \xi_1, \ldots, \xi_{M+1}\}$. Предположим, что из множества U выбраны n векторов $u^{(s)}$, $s = 1, 2, . . . , n$. На s-м модуле будем обрабатывать вектор $u^{(s)}$так, чтобы шаги обработки были синхронизированы, т.е. i-й шаг проводился на всех модулях одновременно. В результате i-го шага в каждом модуле вырабатывается своя версия значения i-го узла сетки X. После i-го шага модули обмениваются результатами (т.е. упомянутыми версиями) и наименьший из результатов принимается за очередной узел сетки X. После окончания процесса параллельной обработки рассматриваемых n потоков считается, что обучение закончено.

В заключение заметим, что критерии (пороговые функции) в различных модулях могут быть различными. Эта методика применяется для обработки информации, полученной в результате решения уравнений и динамических систем.

Таким образом, в проекте разработаны алгоритмы обработки исходных потоков, ассоциированных с областями различной формы. Предложенные ранее методы применены для анализа устойчивости и отыскания скрытых аттракторов в прикладных моделях. Рассмотрены полученные алгоритмы с точки зрения их применения для создания искусственного интеллекта. Предложены реализации на параллельных системах в зависимости от параметров исходного потока.

1. Локальная сплайновая интерполяция и решение интегро-дифференциальных уравнений:

Интегро-дифференциальные уравнения встречаются при решении различных задач механики. Хотя интегро-дифференциальные уравнения часто встречаются при математическом анализе задач механики, очень немногие из этих уравнений когда-либо дают нам аналитические решения в замкнутой форме. Таким образом, построение численных методов является единственным способом найти приближенное решение. В статье обсуждаются расчетные схемы решения интегро-дифференциальных уравнений с использованием локальных полиномиальных сплайновых аппроксимаций лагранжевого типа четвертого и пятого порядков аппроксимации. Обсуждаются особенности решения интегро-дифференциальных уравнений с первой производной и интегралов Фредгольма и Вольтерра второго рода. С использованием предложенных сплайновых аппроксимаций получены формулы для численного дифференцирования. Эти формулы используются для аппроксимации первой производной функции. Представлены численные эксперименты. Основные результаты опубликованы в работе: Burova, I.G., Local Interpolation Splines and Solution of Integro-Differential Equations of Mechanic’s Problems // WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics (2022). 17. pp. 103-112. (https://doi.org/10.37394/232011.2022.17.14) Scopus

2. Интегральное уравнение Фредгольма и сплайны пятого порядка:

В проекте было рассмотрено численное решение интегрального уравнения Фредгольма второго рода с использованием локальных полиномиальных сплайнов пятого порядка аппроксимации и четвертого порядка аппроксимации (кубических сплайнов). Базисные сплайны в этих случаях занимают соответственно пять и четыре соседних интервала сетки. В начале интервала интегрирования, в середине интервала интегрирования и в конце интервала интегрирования используются различные локальные сплайновые аппроксимации пятого (или четвертого) порядка аппроксимации. Рассмотрено построение расчетных схем решения уравнения Фредгольма второго рода с этими сплайнами. Представлены результаты численных экспериментов по аппроксимации функций и решению интегральных уравнений Фредгольма. Результаты решения интегрального уравнения с использованием полиномиальных сплайнов пятого порядка аппроксимации сравниваются с результатами, полученными с помощью кубических сплайнов и с применением метода Симпсона. Отметим, что для достижения заданной погрешности при аппроксимации квадратичными сплайнами требуется более плотная сетка узлов, чем при использовании аппроксимации кубическими сплайнами или сплайнами пятого порядка аппроксимации. Основные результаты представлены в работе: I. Burova, Fredholm Integral Equation and Splines of the Fifth Order of Approximation // WSEAS Transactions on Mathematics. 2022. 21. pp. 260–270. (https://doi.org/10.37394/23206.2022.21.31) Scopus

3. О континуальных и классических всплесках

Предложена единая теоретическая схема, в рамках которой рассматриваются как классические, так и неклассические всплесковые (вэйвлетные) разложения как дискретных, так и континуальных информационных потоков. Обработка дискретных информационных потоков классическими всплесками (вэйвлетами) в основном характеризуется конструкциями, инвариантными относительно целочисленного сдвига. К таким конструкциям относятся масштабирующая функция и материнский вэйвлет. Исследования существования и алгоритмической реализации упомянутых конструкций привели исследователей к постановке ряда проблем, многие из которых были успешно решены. В рамках классического подхода труднорешаемой оказалась проблема обработки дискретных потоков сложной неоднородной структуры. Для преодоления возникших трудностей потребовалось отказаться от трансляционной инвариантности конструкций, от кратномасштабного анализа, от преобразований Фурье в гильбертовых пространствах l2 и L2(ℝ1). Вместо этого потребовалось ввести достаточно произвольное линейное топологическое пространство и использовать аппроксимационные и калибровочные соотношения. В результате получилась теория неклассических всплесков с алгоритмически простыми схемами всплесковой обработки дискретных информационных потоков сложной структуры. В работе Yu.K.Dem’yanovich. Continual and Classical Wavelets// Journal of Mathematical Sciences, Vol. 261, No. 3, February, 2022, 393-409 в рамках единой теоретической схемы объединить оба направления обработки как дискретных, так и континуальных информационных потоков.

4. Континуальные всплески с базисом из распределений

В работе Yu.K.Dem’yanovich. ContinualWavelets with Basis of Distributions// J. of Math.Sci. Journal of Mathematical Sciences, Vol. 262, No. 3, April, 2022, 262-274 исследованы всплесковые (вэйвлетные) разложения информационных потоков, связанных с определенными траекториями в пространстве обобщенных функций (распределений). Элементами рассматриваемых пространств являются упомянутые траектории, параметр которых принимает значения из множества ненулевой лебеговой меры. Рассматривается критерий вложенности упомянутых пространств, и получено их всплесковое разложение. Показано, что от рассматриваемого континуального случая можно перейти к дискретному. В частности, рассмотрены вложенные пространства диполей и их всплесковое разложение.

Обработка числовых информационных потоков с помощью классических и неклассических всплесков (вэйвлетов) исследовалась в большом количестве работ. Исследования вэйвлетных разложений для потоков более сложной природы (потоков матриц, p-адических чисел и т.п.) в основном базировались на теории неклассических всплесков.

Цель работы [2] состоит в исследовании информационных потоков, связанных с определенными траекториями в пространстве обобщенных функций (распределений). Элементами рассматриваемых пространств являются упомянутые траектории, параметр которых принимает значения из множества ненулевой лебеговой меры. Для этих траекторий (называемых также семействами обобщенных функций) вводится понятие полноты. Полное семейство используется для построения того или иного пространства обобщенных функций. Рассматривается критерий вложенности упомянутых пространств. Проектирование объемлющего пространства на вложенное порождает всплесковое (вэйвлетное) разложение. Показано, что от рассматриваемого континуального случая можно перейти к дискретному. В результате излагаемого перехода получаются пространства обычных функций типа Хаара. При этом упомянутый критерий вложенности переходит в калибровочные соотношения. Дифференцирование полученных в результате объектов приводит к вложенным пространствам диполей с определенным аналогом калибровочных соотношений.

Рассмотрены вложенные пространства типа Хаара, ассоциированные с клеточными подразделениями гладкого многообразия. В качестве важных примеров рассмотрены сфера, параллелепипед, сферический слой. Клеточными подразделениями для них служили триангуляция и симплициальные подразделения соответственно. При формулировке критерия адаптивного укрупнения подразделения использовались евклидова мера (площадь, объем). Предложен алгоритм построения вложенных пространств, удовлетворяющих заданному критерию адаптивности. Результатом является неклассическое вэйвлетное разложение пространств типа Хаара на сфере, параллелепипеде и сферическом слое соответственно. Установлена устойчивость полученных алгоритмов (декомпозиции и реконструкции) при малом изменении клеточного подразделения. Представлена схема распараллеливания алгоритмов разложения в случае одновременной обработки большого числа информационных потоков. При этом используется свойство локальности предлагаемого неклассического подхода к вэйвлетному разложению. Установлена зависимость эффективности такой обработки в зависимости от ресурсов параллельной системы. В частности, обработка потока матриц одинакового размера оказывается наиболее эффективной, если количество элементов каждой матрицы потока равно числу процессоров параллельно вычислительной системы.

Важность полученных результатов в теории искусственного интеллекта можно продемонстрировать на простейшем примере, где в качестве многообразия рассматривается отрезок, а его подразделение выполняет, вообще говоря, неравномерная сетка.

5. Об адаптивной вариационно-сеточной аппроксимации

Рассмотрены подходы к адаптивному выбору аппроксимационного пространства при вариационно-сеточном методе в одномерных краевых задачах второго порядка. Результатом является улучшение аппроксимации и сокращение времени вычислений при численном решении упомянутых задач. Предлагаемые подходы применимы к задачам без вырождения, а также к задачам со слабым и сильным вырождением. Приведены примеры для иллюстрации предложенных подходов. Проблема построения адаптивных методов при численном решении краевых задач весьма актуальна. В настоящее время исследованы свойства решений ряда краевых задач. Использование результатов упомянутых исследований приводит к существенной экономии ресурсов при численном решении краевых задач. Постановка краевых задач для одномерных вырождающихся дифференциальных уравнений второго порядка исследована С.Г.Михлиным. С.Г.Михлин рассмотрел вариационно-сеточному метод в случае равномерной сетки. В работе Yu.K.Dem’yanovich. Adaptive Variational-Grid Approximation// Journal of Mathematical Sciences, Vol. 267, No. 3, October, 2022, 338-361. DOI 10.1007/s10958-022-06137-8 рассматриваются способы адаптивной аппроксимации, определяемой адаптивным выбором неравномерной сетки и соответствующего аппроксимационного пространства в вариационно-сеточном методе. Упомянутые способы здесь рассмотрены применительно к вариационно-сеточным методам в одномерных краевых задачах второго порядка без вырождения и с вырождением. Рассмотрены случаи сильного и слабого вырождения.

Использование информации о поведении решения краевых задачи позволяет выбрать неравномерную сетку в вариационно сеточном методе с тем, чтобы уменьшить количество узлов сетки, ускорить решение задачи и получить более точное решение задачи. Кроме того, имеется возможность локального уточнения полученного решения. Данная работа посвящена адаптивному выбору системы пространств вариационно- сеточного метода и локальному уточнению приближенного решения.

6. Непрерывные вэйвлеты и распределения

Целью работы Yuri K.Dem'yanovich, Olga N. Ivantsova, Aleksandra Y. Ponomareva. Continuum Wavelets and Distributions // WSEAS TRANSACTIONS on MATHEMATICS. Vol. 21. 2022. pp. 553-562. (https://doi.org/10.37394/23206.2022.21.62) является получение вейвлетного разложения информационных потоков, которые являются потоками распределений (в терминологии Шварца). Вводится понятие полноты для семейства абстрактных функции. По указанным семействам строятся вложенные пространства потоков распределения. Проекция объемлющего пространства на вложенное пространство генерирует вейвлет-расширение. Дано упомянутое разложение и выведены соответствующие формулы реконструкции. Эти формулы можно использовать для вейвлетного разложения исходного информационного потока, поступающего от аналогового устройства. Такой подход предпочтительнее подхода, при котором аналоговый поток преобразуется в дискретный числовой поток с использованием квантования и оцифровки. Дело в том, что квантование и оцифровка приводят к значительным потерям информации и к искажениям. В работе также рассматривается вейвлет-разложение дискретного потока распределений с использованием типа Хаара функции.

7. Дискретные и непрерывные вэйвлетные разложения

В статье Yuri Demyanovich, Le Thi Nhu Bich. Discrete and Continuous Wavelet Expansions // WSEAS TRANSACTIONS on MATHEMATICS. Vol. 21. 2022. pp. 58-67. (https://doi.org/10.37394/23206.2022.21.9) предлагается новый подход к построению вейвлет-разложения. Этот подход удобен для обработки широкого спектра информационных потоков. Предлагаемый подход основан на абстрактных функциях с значениями в линейных топологических пространствах. Он определяется вложенными пространствами и их проекциями. Предлагаемый подход позволяет использовать адаптивные способы декомпозиции исходного потока в зависимости от скорости изменения последних. Исходными информационными потоками могут быть потоки вещественных чисел, потоки комплексных и p - адических чисел, а также потоки (конечных или бесконечных) векторов, матриц и т. д. Результат иллюстрируется примерами сплайн-всплесковых разложений дискретных потоков, а также на примере разложения непрерывного потока.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Все поставленные в этапе проекта задачи полностью выполнены, целевые индикаторы этапа проекта полностью выполнены и перевыполнены (с учетом принятых к печати статей достигнуты значения целевых индикаторов проекта в целом). Полученные результаты соответствуют мировому уровню, прошли апробацию на конференциях и опубликованы в престижных изданиях. Полученные результаты могут применяться для решения практических задач анализа и синтеза динамики.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Zelinka I. Evolutionary identification of hidden chaotic attractors // Engineering Applications of Artificial Intelligence. - 2016. -50. - P.159-167.
2. Leonov G., Kuznetsov N. Hidden attractors in dynamical systems. From hidden oscillations in Hilbert-Kolmogorov, Aizerman, and Kalman problems to hidden chaotic attractor in Chua circuits // International Journal of Bifurcation and Chaos. - 2013. – Vol. 23(1). - art. no. 1330002. (http://dx.doi.org/10.1142/S0218127413300024).
3. Dudkowski D., Jafari S., Kapitaniak T., Kuznetsov N. V., Leonov G. A., Prasad A., Hidden attractors in dynamical systems // Physics Reports.- 2016.- 637. - P.1-50. (http://dx.doi.org/10.1016/j.physrep.2016.05.002).
4. Dem'yanovich. Yu.K., Romanovskii L. M. Spline-Wavelet Coarsening of Courant-Type Approximations // J. of Math. Sci.- 2014.-Vol.199, Issue 4. - P. 414-431.
5. Dem'yanovich Yu.K., Gerasimov I.V. Local Coarsening of Simplicial Subdivisions //J. of Math. Sci.- 2016. - Vol.216, No.2. - P.219-236.
6. Lu Z., Pathak J., Hunt B., Girvan M., Brockett R., Ott E. Reservoir observers: Model-free inference of unmeasured variables in chaotic systems // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science.- 2017.- 27(4).- 041102.
7. Pathak J., Hunt B., Girvan M., Lu Z., Ott E. Model-free prediction of large spatiotemporally chaotic systems from data: A reservoir computing approach // Physical Review Letters.-2018.-120(2).-024102.
8. Pathak J., Lu Z., Hunt B., Girvan M., Ott E. Using machine learning to replicate chaotic attractors and calculate Lyapunov exponents from data // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. -2017.- 27(12). -121102.
9. Lu Z., Hunt B., Ott E. Attractor reconstruction by machine learning // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. - 2018.- 28(6). - 061104.
10. Kuznetsov N.V., Reitmann V. Attractor Dimension Estimates for Dynamical Systems: Theory and Computation (Dedicated to Gennady Leonov). – Springer, 2021. [https://www.springer.com/gp/book/9783030509866]
11. Kuznetsov N., Leonov G., Mokaev T., Prasad A., Shrimali M. Finite-time Lyapunov dimension and hidden attractor of the Rabinovich system // Nonlinear Dynamics. – 2018. - 92(2). - 267-285. [DOI 10:1007/s11071-018-4054-z]

12. Matveev A.S., Pogromskii A.Y. Observation of nonlinear systems via finite capacity channels, PartII: Restoration entropy and its estimates // Automatica. - 2019.- Vol. 103. - P. 189-199.
13. Kuznetsov N.V., Mokaev T.N., Kuznetsova O.A., Kudryashova E.V. The Lorenz system: hidden boundary of practical stability and the Lyapunov dimension, has been accepted for publication in Nonlinear Dynamics // Nonlinear dynamics (Special Issue of Nonlinear Dynamics “Chaos theory and applications: A retrospective on lessons learned and missed”). – 2020. [10.1007/s11071-020-05856-4].
14. Yuan Q., Yang F.-Y., Wang L. A note on hidden transient chaos in the Lorenz system // International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation. - 2017.- Vol. 18(5). – P. 427-434.
15. Munmuangsaen B., Srisuchinwong B. A hidden chaotic attractor in the classical Lorenz system // Chaos, Solitons & Fractals. – 2018. - Vol. 107. – P. 61 – 66.
16. Sprott J., Munmuangsaen B. Comment on “A hidden chaotic attractor in the classical Lorenz system” // Chaos, Solitons & Fractals. - 2018. – 113. – P. 261–262.
17. Yuksel S. and Basar T. Stochastic Networked Control Systems: Stabilization and Optimization under Information Constraints. - Birkhauser, Boston, 2013.
18. Matveev A.S. and Pogromskii A.Y. Observation of nonlinear systems via finite capacity channels, PartII: Restoration entropy and its estimates // Automatica/ - 2019. - Vol. 103. - P. 189-199.
19. Matveev A.S. and Pogromsky A. Observation of nonlinear systems via finite capacity channels: Constructive data rate limits // Automatica. – 2016. – Vol. 70. – P. 217-229.
20. Kawan C., Yüksel S. Metric and topological entropy bounds for optimal coding of stochastic dynamical systems // IEEE Trans. Autom. Control. - 2019.
21. Hafstein S., Kawan C. Numerical computation of the data-rate limit for state estimation under communication constraints // J. Math. Anal. Appl. – 2019. - Vol. 473, No. 2. – P. 1280-1304.