Машинное обучение и определение момента перехода к следующей стадии ползучести

Орехов А.В.
a.orekhov@spbu.ru
Санкт-Петербургский государственный университет,
199034, Российская Федерация, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

Аннотация. Рассматривается задача аналитического определения момента перехода к следующей стадии ползучести в классическом случае, описанном акад. Ю. Н. Работновым. Моменты перехода к новой стадии ползучести определяются как особые точки (аномалии) соответствующей кривой. Обнаружение этих аномалий возможно методами машинного обучения без учителя при помощи аппроксимационно-оценочных критериев. Приведены результаты вычислительного эксперимента.

Ключевые слова: кривая ползучести, машинное обучение без учителя, обнаружение аномалий, метод локтя, аппроксимационно-оценочные критерии.

Ползучесть — это, как правило, медленная, происходящая во времени, деформация твёрдого тела под воздействием постоянной нагрузки. Она описывается так называемой «кривой ползучести», которая представляет собой зависимость деформации от времени при постоянных температуре и силовых воздействиях. Механизмы ползучести зависят и от вида материала, и от условий, в которых она происходит. Её физический механизм имеет преимущественно диффузионную природу, чем и отличается от пластической деформации, которая связана с быстрым скольжением вдоль атомных плоскостей зёрен поликристалла [1, 2].

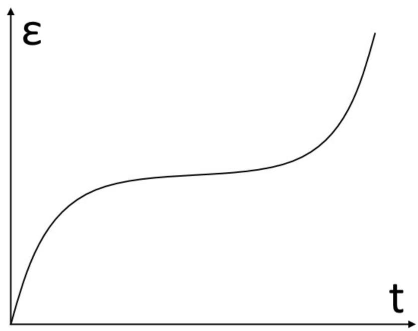

Рис. 1. Классическая кривая ползучести (по Работнову) [2].

Классическую кривую ползучести (см. рис. 1) условно делят на три участка (стадии): участок неустановившейся ползучести (стадия I), когда скорость ползучести замедляется, участок установившейся ползучести, когда деформация происходит с постоянной скоростью (стадия II), участок ускоренной ползучести (стадия III). Кривые ползучести имеют одинаковую форму для широкого круга материалов: металлов, сплавов, полимеров, льда и т. п.

При первой стадии ползучести начальная скорость, заданная мгновенной начальной деформацией, постепенно убывает до некоторого минимального значения. На второй стадии ползучесть происходит с постоянной скоростью. В целом, на этом фрагменте кривой ползучести зависимость между абсциссой и ординатой сначала является линейной, потом логарифмической или арктангенциальной, а затем снова линейной.

Будем называть момент изменения характера возрастания деформации от линейного к логарифмическому или арктангенциальному типу — «первой особой точкой классической кривой ползучести».

На третьей стадии рост деформации происходит с возрастающей скоростью и заканчивается разрушением материала. Переход от второй стадии к третьей характеризуется изменением скорости возрастания деформации от линейной, к параболической или экспоненциальной [2].

Будем называть момент изменения характера возрастания деформации от линейного к параболическому или экспоненциальному типу — «второй особой точкой классической кривой ползучести».

Обе особые точки классической кривой ползучести можно считать, по определению, моментами перехода к следующей стадии ползучести.

Определение момента перехода к следующей стадии процесса ползучести материалов в строительстве, машиностроении, авиации и проч., имеет важное прикладное значение, помогая предотвратить возможные повреждения оборудования и техногенные аварии. Если процесс ползучести описывается монотонно возростающим временным рядом, то эту задачу можно решить при помощи аппроксимационно-оценочных критериев.

Обнаружение аномалий — одна из задач, решаемая методами машинного обучения без учителя. В 1953 году Р. Торндайком был сформулирован эвристический «метод локтя» [3]. Суть этого метода заключается в том, что если график монотонно возрастающих значений временного ряда похож на «согнутую руку», то «локоть» графика является «особой точкой» которая, почти всегда, совпадает с моментом качественного изменения соответствующего случайного процесса, и эту точку можно назвать аномалией временного ряда. В эвристическом «методе локтя» эта «особая точка» определяется визуально; наглядно очевидно, что в окрестности этой точки линейный тип возрастания числовых значений компонент временного ряда изменяется на нелинейный.

Аппроксимационно-оценочные критерии являются аналитическим обобщением эвристики «метода локтя» [4]. Если изучается дискретный случайный процесс с монотонно возрастающими траекториями (которые в случае реально проведённых наблюдений за случайным процессом называются временными рядами), то момент изменения характера их возрастания от линейного типа к нелинейному, можно определить сравнивая квадратичную погрешность линейной аппроксимации временного ряда, с квадратичной погрешностью его же нелинейной аппроксимации. Очевидно, что разность таких погрешностей является квадратичной формой, и в момент качественного изменения характера возрастания временного ряда (в точке аномалии временного ряда) эта квадратичная форма изменяет знак.

Особые точки кривой ползучести являются аномалиями процесса деформация твёрдого тела под воздействием постоянной нагрузки. Их можно обнаружить при помощи квадратичных форм аппроксимационно-оценочных критериев [4], которые строятся локально, не по всем значениям временного ряда y_t, а только по нескольким его членам $y_{t_0-k}, \dots, y_{t_0-2}, y_{t_0-1}$, расположенным в левой полуокрестности точки t_0.

При построении квадратичных форм аппроксимационно-оценочных критериев используется приём, который облегчает вычисления. Значения y_t можно рассматривать в точках $y_0, y_1, \dots, y_{k-1}$, полагая, что всегда $y_0 = 0$. Выполнения этого условия легко добиться на любом шаге аппроксимации значений временного ряда при помощи преобразования:

$$y_0 = y_j - y_j,\ y_1 = y_{j+1} - y_j, \dots, y_{k-1} = y_{j+k-1} - y_j. \qquad (1)$$

Первую особую точку классической кривой ползучести можно обнаружить при помощи арктангенциального аппроксимационно-оценочного критерия, вторую особую точкоу — при помощи экспоненциального критерия.

Обозначим через $\delta_l^2(k_0)$ — квадратичную погрешность линейной аппроксимации узлов $y_0, y_1, \dots, y_{k-1}$ в классе функций $ax+b$, $\delta_e^2(k_0)$ — квадратичная погрешность экспоненциальной аппроксимации в классе функций pe^x+q, $\delta_a^2(k_0)$ — квадратичная погрешность арктангенциальной аппроксимации в классе функций $w \operatorname{arctg} x + v$. В общем случае экспоненциальный аппроксимационно-оценочный критерий имеет вид:

$$\delta_{le}^2(k_0) = \delta_l^2(k_0) - \delta_e^2(k_0),$$

а арктангенциальный аппроксимационно-оценочный критерий:

$$\delta_{la}^2(k_0) = \delta_l^2(k_0) - \delta_a^2(k_0).$$

Рассмотрим модельные данные представленые в условных единицах. Значения деформации — это кортеж $\{0, 2, 4, 5.5, 6.25, 6.5, 6.75, 7, 7.25, 8.4\}$, а время изменяется с единичным шагом от 0 до 9. Определим особые точки кривой ползучести как марковские моменты, которые равны минимальному значению времени, при котором квадратичные формы соответствующих аппроксимационно-оценочных критериев изменяют знак. Для тестирования модельных данных будем использовать арктангенциальный и экспоненциальный критерии, построенные по трём точкам [4]; их квадратичные формы соответственно равны:

$$\delta^2_{la}(3_0) = \delta^2_l(3_0) - \delta^2_a(3_0) \simeq 0.036820y_1^2 + 0.226946y_1y_2 - 0.150292y_2^2\,,$$

$$\delta^2_{le}(3_0) = \delta^2_l(3_0) - \delta^2_e(3_0) \simeq 0.044302y_1^2 - 0.33191y_1y_2 + 0.12165y_2^2\,.$$

Таблица. Результаты вычислительных экспериментов по определению особых точек модельной кривой, имитирующей процесс ползучести.

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ε	0	2	4	5.5	6.25	6.5	6.75	7	7.25	8.4
$\delta^2_{la}(3_0)$			-0.4	-0.1	0.09	0.04	-0.01	-0.01	-0.01	-0.2
$\delta^2_{le}(3_0)$			-0.5	-0.7	-0.4	-0.1	-0.01	-0.01	-0.01	0.13

Квадратичная форма $\delta^2_{la}(3_0)$ первый раз изменяет знак в момент времени 4, $\delta^2_{le}(3_0)$ — в момент времени 9. Визуальная оценка расположения особых точек модельной деформации (см. рис. 2) совпадает с результатами вычислительных экспериментов, которые преведены в таблице.

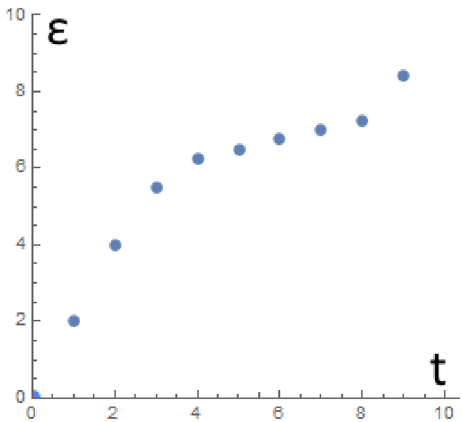

Рис. 2. График значений модельных данных, имитирующих процесс ползучести. Числовые значения времени и деформации представлены в условных единицах.

Литература

[1] Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 753 с.

[2] Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979. 743 с.

[3] Thorndike R. L. Who belongs in the family? // Psychometrika. 1953. Vol. 18. P. 267-–276. https://doi.org/10.1007/BF02289263

[4] Orekhov A. V. Quasi-deterministic processes with monotonic trajectories and unsupervised machine learning // Mathematics. 2021, 9, 2301. https://doi.org/10.3390/math9182301