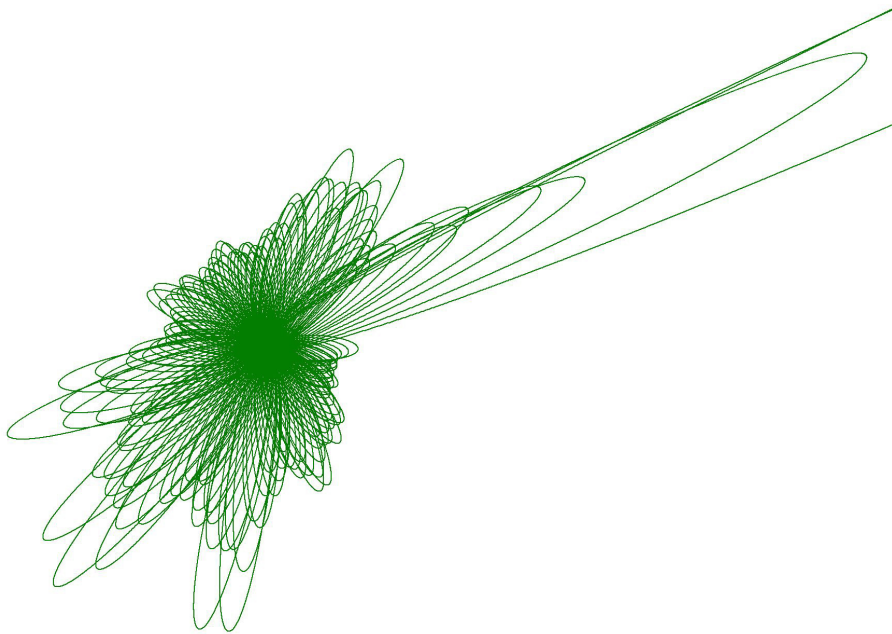


И. И. Шевченко, А. В. Мельников, В. Б. Титов,
Р. В. Балув, А. В. Веселова, Т. В. Демидова,
А. В. Кривов, Д. В. Микрюков, Д. В. Миланов,
А. А. Мюллери, И. И. Никифоров, Н. П. Питьев,
Е. Н. Поляхова, Л. Л. Соколов, В. Ш. Шайдулин

ЭФФЕКТЫ И МОДЕЛИ ДИНАМИЧЕСКОЙ АСТРОНОМИИ





САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОМУ
ГОСУДАРСТВЕННОМУ
УНИВЕРСИТЕТУ

300
ЛЕТ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

И. И. Шевченко, А. В. Мельников, В. Б. Титов,
Р. В. Балув, А. В. Веселова, Т. В. Демидова,
А. В. Кривов, Д. В. Микрюков, Д. В. Миланов,
А. А. Мюлляри, И. И. Никифоров, Н. П. Питьев,
Е. Н. Поляхова, Л. Л. Соколов, В. Ш. Шайдулин

ЭФФЕКТЫ И МОДЕЛИ ДИНАМИЧЕСКОЙ АСТРОНОМИИ

Учебное пособие

Санкт-Петербург
2024

ББК 22.6

X 74

Рецензенты: доктор физ.-мат. наук, доц. Э. Д. Кузнецов
(Уральский федеральный университет им. первого Президента
России Б. Н. Ельцина)

кандидат физ.-мат. наук, ст. научный сотрудник Н. Н. Васильев
(Санкт-Петербургское отделение Математического института
им. В. А. Стеклова РАН)

*Рекомендовано к изданию кафедрой небесной механики
Санкт-Петербургского государственного университета*

**Шевченко И. И., Мельников А. В., Титов В. Б.,
Балуев Р. В., Веселова А. В., Демидова Т. В.,
Кривов А. В., Микрюков Д. В., Миланов Д. В.,
Мюллери А. А., Никифоров И. И., Питьев Н. П.,
Поляхова Е. Н., Соколов Л. Л., Шайдулин В. Ш.**

X 74 **Эффекты и модели динамической астрономии:** Учебное
пособие. – СПб.: Типография «Фалкон Принт», 2024. – 126 с.

В книге освещены, в современном контексте приложений, важнейшие научные результаты ученых и выпускников СПбГУ в области небесной механики и звездной динамики. Содержание включает следующие темы: законы звездной динамики Антонова, точки либрации Абалакина–Батракова, метрики Холшевникова, гомологическая область Агеяна–Аносовой, метастабильные тройные системы Орлова, модели Огородникова–Милна, модели Осипкова–Меррита, оценки и вычисление параметра MOID, фотогравитационная небесная механика и солнечный парус, проблемы астероидно-кометной опасности, пылевые комплексы в Солнечной системе, вращательная динамика спутников планет, циркумбинарная динамика, динамика планетезимальных дисков, методы открытий и определения орбит экзопланет.

Для студентов и аспирантов астрономических и физических отделений и кафедр университетов, а также специалистов в области небесной механики и звездной динамики.

ББК 22.6

© И. И. Шевченко, А. В. Мельников, В. Б. Титов, Р. В. Балуев,
А. В. Веселова, Т. В. Демидова, А. В. Кривов, Д. В. Микрюков,
Д. В. Миланов, А. А. Мюллери, И. И. Никифоров, Н. П. Питьев,
Е. Н. Поляхова, Л. Л. Соколов, В. Ш. Шайдулин, 2024

© Санкт-Петербургский государственный университет, 2024

ISBN 978-5-4386-2345-8

Оглавление

Введение	3
I Классические результаты	5
1 Законы звездной динамики Антонова	7
2 Точки либрации Абалакина–Батракова	13
3 Метрики Холшевникова	19
4 Гомологическая область Агекяна–Аносовой	27
5 Метастабильные тройные системы Орлова	35
6 Модели Огородникова–Милна	41
7 Модели Осипкова–Меррита	47
8 Фотогравитационная небесная механика и солнечный парус	51
II Современные исследования	55
9 Оценки и вычисление параметра MOID	57
10 Проблемы астероидно-кометной опасности	65

11	Пылевые комплексы в Солнечной системе	71
12	Вращательная динамика спутников планет	77
13	Циркумбинарная динамика	83
14	Динамика планетезимальных дисков	89
15	Методы открытий и определения орбит экзопланет	97
	Литература	101

Введение

В настоящем учебном пособии освещены, в современном контексте приложений, важнейшие научные результаты ученых и выпускников СПбГУ в области небесной механики и звездной динамики. Содержание книги включает следующие темы: законы звездной динамики Антонова, точки либрации Абалакина–Батракова, метрики Холшевникова, гомологическая область Агеяна–Аносовой, метастабильные тройные системы Орлова, модели Огородникова–Милна, модели Осипкова–Меррита, оценки и вычисление параметра MOID, фотогравитационная небесная механика и солнечный парус, проблемы астероидно-кометной опасности, пылевые комплексы в Солнечной системе, вращательная динамика спутников планет, циркумбинарная динамика, динамика планетезимальных дисков, методы открытий и определения орбит экзопланет.

Книга состоит из двух частей: «Классические результаты» и «Современные исследования», разделенных на тематические главы. Авторами глав являются: Р.В. Балувев (глава «Методы открытий и определения орбит экзопланет»), Р.В. Балувев и Д.В. Микрюков (глава «Оценки и вычисление параметра MOID»), А.В. Веселова (глава «Модели Осипкова–Меррита»), А.В. Веселова и А.А. Мюллярри (глава «Гомологическая область Агеяна–Аносовой»), Т.В. Демидова и И.И. Шевченко (глава «Динамика планетезимальных дисков»), А.В. Кривов (глава «Пылевые комплексы в Солнечной системе»), А.В. Мельников и И.И. Шевченко (глава «Вращательная динамика спутников планет»), Д.В. Миланов (глава «Метрики Холшевникова»), А.А. Мюллярри (глава «Метастабильные тройные системы Орлова»), И.И. Никифоров (глава «Модели Огородникова–Милна»), Н.П. Питъев (глава «Законы звездной динамики Антонова»), Е.Н. Поляхова и В.Ш. Шайдулин (глава «Фотогравитационная небесная механика и солнеч-

ный парус»), Л.Л. Соколов (глава «Проблемы астероидно-кометной опасности»), В.Б. Титов (глава «Точки либрации Абалакина–Батракова»), И.И. Шевченко (глава «Циркумбинарная динамика»).

При написании пособия авторы использовали опыт преподавания небесно-механических курсов для студентов-астрономов Санкт-Петербургского университета. Пособие основано на обзорах И.И. Шевченко с соавт. (2023а, 2023b), книга содержит также немало дополнительного материала. Образцы TEX-файлов для оригинал-макета предоставлены В.Б. Титовым. Общее редактирование пособия осуществили И.И. Шевченко и А.В. Мельников. Рисунок¹ для обложки подготовлен И.И. Шевченко.

Авторы благодарны рецензентам книги Н.Н. Васильеву и Э.Д. Кузнецову за ценные замечания.

В 2024 году отмечается 300-летний юбилей Санкт-Петербургского университета. Авторы посвящают книгу этой знаменательной дате.

¹Пример эволюции циркумбинарной орбиты частицы в ограниченной задаче трех тел.

Часть I

Классические результаты

Глава 1

Законы звездной динамики Антонова

В исследованиях сферических звездных систем В.А. Антонов развил гидродинамическую аналогию между задачей об устойчивости звездной системы и задачей об устойчивости газовой баротропной системы. Используя оригинальный математический аппарат, он получил важные результаты и критерии по устойчивости звездных систем. Пионерские результаты В.А. Антонова опираются на разработанный им в 1960-х годах вариационный метод исследования устойчивости сферических звездных систем с изотропным распределением скоростей (Антонов, 1960). Позже он рассмотрел также некоторые случаи с анизотропным распределением скоростей.

Формулировка критерия и доказательство устойчивости звездной системы как единого целого объекта приведены в статье 1960 года. Используя методы и условия устойчивости Ляпунова по первому приближению, В.А. Антонов получил критерий устойчивости сферических звездных систем с изотропным распределением скоростей.



Профессор Антонов Вадим Анатольевич (1933 – 2010).

Позже этот критерий был назван *вариационным принципом Антонова* (Binney, Tremaine, 1987, 2008): *Рассмотрим случай стационарной звездной системы с фазовой плотностью $F = F(E)$, где E — полная энергия, причем F — убывающая функция от E . Для устойчивости звездной системы необходимо и достаточно, чтобы выражение*

$$-\int \int \frac{\eta^2}{dF/dE} dr dv - mG \int \int \int \int \frac{\eta(r, v) \cdot \eta(r', v')}{|r - r'|} dr dv dr' dv'$$

было положительным при любом выборе непрерывной, не тождественно равной нулю функции $\eta(r, v)$, G — гравитационная постоянная, m — средняя масса звезды, r, r' — радиусы-векторы, v, v' — векторы скорости.

На основе найденного им критерия В.А. Антонов вывел и доказал ряд утверждений (Антонов, 1962б) для сферических звездных систем, у которых фазовая плотность — убывающая функция интеграла энергии. Среди них (Антонов, 1962б):

- для устойчивости звездной системы могут быть опасны только возмущения, сохраняющие сферическую симметрию;
- для устойчивости звездной системы достаточно выполнения условия $d^3\rho/dU^3 \geq 0$ при всех значениях r , где ρ — звездная плотность, U — потенциал.

Основные результаты В.А. Антонова, приведенные в этой статье, сформулированы в фундаментальной монографии Дж. Бинни и С. Тремейна “Galactic Dynamics” (Binney, Tremaine, 1987, 2008) в виде четырех «законов Антонова.»

Первый закон Антонова: Сферическая звездная система с фазовой плотностью $F = F(E)$ и $dF/dE < 0$ устойчива, если баротропная газовая система с аналогичной фазовой плотностью устойчива.

Второй закон Антонова: Сферическая звездная система с фазовой плотностью $F = F(E)$ и $dF/dE < 0$ устойчива ко всем нерадиальным возмущениям.

Первый закон Антонова дает достаточные условия устойчивости в отношении радиальных возмущений для звездных систем, но не дает необходимых условий. Поэтому его можно использовать только для проверки устойчивости в том случае, если баротропный аналог устойчив.

Наибольший интерес имеют звездные политропы с индексом $n \geq 5$ ($\gamma \leq 6/5$), $\gamma = (n + 1)/n$. Но баротропные аналоги этих систем неустойчивы. В отличие от газовых политроп при сжатии звездной политропы вся высвобождаемая гравитационная энергия идет на поступательные движения звезд/тел, и возрастающие движения сопротивляются увеличивающимся силам притяжения. Поэтому ожидается, что звездные системы будут более устойчивыми, чем газовые.

Это подтверждается результатом, опубликованным Антоновым в той же статье и также опирающимся на выведенный им вариационный принцип:

Третий закон Антонова: Сферическая звездная система с фазовой плотностью $F = F(E)$ и $dF/dE < 0$ устойчива к радиальным возмущениям, если ее плотность $\rho = \rho(r)$ и потенциал $U = U(r)$ удовлетворяют всюду неравенству $d^3\rho/dU^3 \leq 0$.

Из этих результатов следует, что почти все реалистичные модели сферических систем с $F = F(E)$ устойчивы. В частности, все политропные модели с $n > 3/2$ являются устойчивыми. К этому случаю относится и известная модель Пламмера–Шустера с $n = 5$, в которой плотность $\rho \sim 1/(r^2 + a^2)^{5/2}$, где a — эффективный радиус сферической системы. Такое распределение плотности близко для многих наблюдаемых сферических систем среди рассеянных и шаровых скоплений звезд.

Четвертый закон Антонова: В этой же статье (Антонов, 1962б),

хотя в заголовке статьи говорится только о системах Эмдена, Антонов рассмотрел и случай, когда в сферической системе распределение по скоростям не является изотропным. В исследованном им случае функция распределения $F = F(E, L)$ зависит от интегралов энергии E и вращательного момента L , тензор дисперсии скоростей анизотропен, и Антонов доказал, что *сферическая звездная система с $F = F(E, L)$ и $dF/dE < 0$ устойчива к радиальным возмущениям, если функция плотности*

$$\rho(U, L) = \int F\left(\frac{v^2}{2} - U, L\right) dv,$$

где L рассматривается как константа, удовлетворяет неравенству $\partial \rho^3(U, L) / \partial U^3 \leq 0$ для всех L . Антонов получил достаточные условия, и этот критерий позволяет установить устойчивость для многих моделей анизотропных сферических систем к радиальным возмущениям. В частности, все часто используемые модели Michie (1963) устойчивы.

Важным исследованием стала работа Антонова о системах с чисто радиальными орбитами. В реальных сферических звездных скоплениях и галактиках, вероятно, имеется много сильно вытянутых орбит звезд. Предельным случаем являются модели с чисто радиальными траекториями. Для случая предельно анизотропной сферической системы с чисто радиальными орбитами Антонов привел доказательство неустойчивости (Антонов, 1973). Им было показано, что *сферические звездные системы с чисто радиальными движениями крайне неустойчивы*.

В 1987 г. появился английский перевод этой работы, после чего она стала одной из наиболее цитируемых работ Антонова. Многие авторы исследовали при разных предположениях доказанную в статье «неустойчивость радиальных орбит», играющую по современным представлениям важную роль в ранней эволюции галактик.

Большое число откликов вызвала статья В.А. Антонова «Наивероятнейшее фазовое распределение в сферических звездных системах и условия его существования» (Антонов, 1962a), продолжающая работы К.Ф. Огородникова по статистической механике звездных систем. В ней Антонов доказал, опираясь на закон возрастания энтропии, что для гравитирующих систем не существует абсолютного максимума энтропии. Им же была показана возможность при определенных условиях контраста плотностей неограни-

ченного сжатия системы и роста центральной дисперсии скоростей. Д. Линден-Белл подробно разъяснил смысл открытого Антоновым явления, которое предложил называть «гравитермальной катастрофой». Такой процесс определяет финальную эволюцию звездных скоплений. По существу, результаты В.А. Антонова показали, что в условиях законов гравитации «тепловая смерть» невозможна. Поэтому ведшиеся в литературе в 1950-е годы дискуссии о тепловой смерти Вселенной и способах ее избежать представляются сейчас беспредметными.

Глава 2

Точки либрации Абалакина–Батракова

Ю.В. Батраков и В.К. Абалакин в пионерских работах 1957 г. по динамике точечной массы в поле тяготения вращающегося трехосного однородного эллипсоида выявили точки либрации гравитирующего эллипсоида и охарактеризовали их устойчивость (Батраков, 1957; Абалакин, 1957).

Во вращающейся с угловой скоростью n' вращения эллипсоида системе координат (x, y, z) уравнения движения точечной массы имеют вид

$$\begin{aligned} \ddot{x} - 2n'\dot{y} - n'^2x &= \frac{\partial V}{\partial x}, \\ \ddot{y} + 2n'\dot{x} - n'^2y &= \frac{\partial V}{\partial y}, \\ \ddot{z} &= \frac{\partial V}{\partial z}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Если предположить, что однородный эллипсоид массой M и с осями a , b и c мало отличается от сферы радиуса R , и в разложении для потенциала V оставить два доминирующих слагаемых, то потенциал можно записать в виде

$$V = \frac{\varkappa^2 M}{r} + \frac{3}{10} \varkappa^2 M \frac{\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2}{r^5},$$

где $\alpha = a^2 - R^2$, $\beta = b^2 - R^2$, $\gamma = c^2 - R^2$, \varkappa — постоянная Гаусса.



Профессор Абалакин Виктор Кузьмич (1930 – 2018).



Профессор Батраков Юрий Васильевич (1926 – 2013).

Имеем $\alpha + \beta + \gamma = 0$, и можно ввести малый безразмерный параметр θ такой, что $\frac{3}{10}\varkappa^2 M\alpha = \theta\lambda$, $\frac{3}{10}\varkappa^2 M\beta = \theta\mu$, $\frac{3}{10}\varkappa^2 M\gamma = \theta\nu$. Тогда

$$V = V_0 + \theta V_1 + \dots \approx V_0 + \theta \frac{\lambda x^2 + \mu y^2 + \nu z^2}{r^5}. \quad (2.2)$$

Также в данном приближении имеем $\lambda + \mu + \nu = 0$.

При $\theta = 0$ движение точечной массы происходит по невозмущенному кеплерову эллипсу. Слагаемое θV_1 рассматривается как пертурбационная функция. Величина V_1 выражается через элементы кеплерова эллипса следующим образом:

$$V_1 = \frac{\lambda + \mu}{2r^3} \left\{ 1 - 6\sigma^2 + 6\sigma^4 + \kappa(1 - \sigma^2)^2 \cos(2u + 2\Omega) + \kappa\sigma^4 \cos(2u - 2\Omega) + 2\kappa\sigma^2(1 - \sigma^2) \cos 2\Omega + 6\sigma^2(1 - \sigma^2) \cos 2u \right\}, \quad (2.3)$$

где $\sigma = \sin \frac{i}{2}$, $\kappa = \frac{\lambda - \mu}{\lambda + \mu}$, u — аргумент широты, Ω — долгота восходящего узла, i — наклон орбиты.

Чтобы получить окончательное разложение пертурбационной функции, остается только использовать известные разложения для r^{-3} , $r^{-3} \cos 2v$ и $r^{-3} \sin 2v$ (v — истинная аномалия). В работе (Батраков, 1957) эти разложения ограничиваются четвертой степенью эксцентриситета.

Уравнения (2.1) допускают интеграл Якоби и, следовательно, определена поверхность нулевой скорости (Батраков, 1957):

$$n'^2(x^2 + y^2) + \frac{2\kappa^2}{r} + 2\theta \frac{\lambda x^2 + \mu y^2 + \nu z^2}{r^5} = C. \quad (2.4)$$

Эта поверхность похожа на поверхность нулевой скорости задачи Хилла, и при некоторых значениях C она имеет особые точки. Четыре точки либрации расположены на осях эллипсоида в экваториальной плоскости. Частица, помещенная в любую из них, будет находиться в состоянии покоя относительно вращающейся системы координат. Сечения поверхности нулевой скорости в плоскости xz и плоскости yz представлены на рис. 2.1.

Ю.В. Батраков рассмотрел периодические решения третьего (наклоны не равны нулю), второго (наклоны равны нулю, эксцентриситеты конечны) и первого (наклоны равны нулю, эксцентриситеты малы) сортов (Батраков, 1957). Им было доказано существование периодических решений третьего сорта для ряда соизмеримостей $\frac{n}{n'} = \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{1}{3}, \frac{2}{7}, \dots$. Любопытно, что при $e = 0$ порождающее решение с соизмеримостью $2/5$ имеет наклон, равный критическому наклону в задаче о движении ИСЗ в поле тяготения сферoidalной планеты. Найдены условия существования периодических орбит второго сорта. Орбиты же первого сорта существуют для всех соизмеримостей, кроме $\frac{n_0}{n'} = \frac{1+m}{m}$ ($m = \pm 1, \pm 2, \dots$).

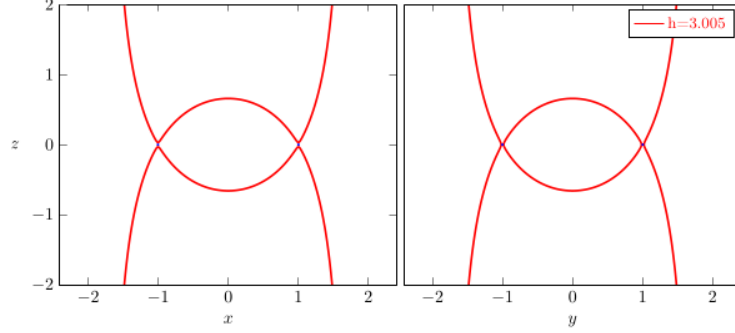


Рис. 2.1: Пример сечений поверхности нулевой скорости плоскостью xz (слева) и плоскостью yz (справа); $h = 3.005$; где $h = C$ при $n' = 1$, $\varkappa = 1$, $\theta = 1$, $\lambda = 0.003$, $\mu = 0.002$, $\nu = -0.005$.

В.К. Абалакин исследовал устойчивость движения в выявленных Ю.В. Батраковым точках либрации и получил периодические решения в окрестности этих точек (Абалакин, 1957). Четыре точки либрации имеют координаты

$$\begin{aligned} L_{1,3} : x_0 &= \pm \left(a_0 + \frac{\lambda}{a_0} \right), & y_0 &= 0, & z_0 &= 0, \\ L_{2,4} : x_0 &= 0, & y_0 &= \pm \left(a_0 + \frac{\mu}{a_0} \right), & z_0 &= 0. \end{aligned}$$

Параметр $a_0 = \varkappa^2 M n'^{-2}$. В силу симметрии достаточно провести анализ лишь для одной точки, например $L_1(x_0, 0, 0)$. Из (2.1) получаем уравнения в вариациях:

$$\begin{aligned} \ddot{\xi} - 2n'\dot{\eta} &= [n'^2 + 2(A + B\lambda)]\xi, \\ \ddot{\eta} + 2n'\dot{\xi} &= [n'^2 - (A - 2B\mu)]\eta, \\ \ddot{\zeta} &= -(A - 2B\nu)\zeta, \end{aligned} \quad (2.5)$$

где $\xi = x - x_0$, $\eta = y$, $\zeta = z$, $A = \varkappa^2 M \left(\frac{1}{x_0^3} + \frac{5\lambda}{x_0^5} + \dots \right)$, $B = \varkappa^2 M \left(\frac{1}{x_0^5} + \dots \right)$.

Третье уравнение этой системы не зависит от двух других, его решение

$$\zeta = C_1 \sin \sqrt{A - 2B\nu}t + C_2 \cos \sqrt{A - 2B\nu}t, \quad \nu < \frac{A}{2B}. \quad (2.6)$$

Характеристическое уравнение первых двух уравнений системы (2.5) приводится к виду

$$\beta^4 + \left(1 - \frac{4\lambda + 2\mu}{a_0^2}\right)\beta^2 + \frac{6(\mu - \lambda)}{a_0^2} = 0, \quad (2.7)$$

где $\beta = \alpha/n'$.

При $\lambda < \mu$ характеристическое уравнение имеет четыре чисто мнимых корня, то есть точка либрации L_1 (на малой оси сечения в плоскости орбиты) является устойчивой в первом приближении. Таким образом, при $\lambda < \mu$ имеются два семейства периодических решений: решение долгого периода по эллипсу с эксцентриситетом $e = 1 - \frac{4}{3}(\mu - \lambda)/a_0^2$ и периодом $2\pi a_0/(n'\sqrt{6(\mu - \lambda)})$ и по эллипсу с эксцентриситетом $e = \sqrt{3}/2$ и периодом $2\pi/n'$. При $\lambda > \mu$ существует только одна пара чисто мнимых корней и, значит, одно семейство периодических решений с периодом $2\pi/n'$.

Журавлев (1968) рассмотрел критические случаи, когда устойчивые в первом приближении точки либрации оказываются неустойчивыми, если частоты λ_1 и λ_2 линейной системы находятся в резонансном соотношении $\lambda_1 = 2\lambda_2$. В работах Журавлева (Zhuravlev, 1972, 1973) рассматриваются также случаи других резонансов, их устойчивость либо неустойчивость. Косенко (1981) исследовал геометрию областей устойчивости точек либрации трехосного эллипсоида с потенциалом, заданным в замкнутой интегральной форме. В работах Гасанова и Лукьянова (2002) и Гасанова (2007) рассматривается движение звезды в поле вращающейся эллиптической галактики; в этой задаче потенциал имеет такой же вид, как и в исходной задаче Батракова–Абалакина.

Глава 3

Метрики Холшевникова

Метрика дает способ вычисления расстояния между двумя любыми элементами некоторого множества. Выбор того или иного способа зависит от стоящей перед нами задачи и предполагаемых средств ее решения. Геодезист вычислит расстояние между двумя точками земной поверхности как длину соединяющей их кратчайшей, а путешественнику важнее время, за которое из одного пункта можно добраться в другой, пользуясь доступным транспортом. И в том и в другом случае каждой паре точек на карте сопоставляется число, и на основании этих чисел проводятся расчеты и делаются выводы.

Мысль ввести функцию расстояния на множестве орбит небесных тел возникла с накоплением наблюдательных данных о метеорных потоках. Первый численный критерий близости орбит был предложен в 1963 году (Southworth, Hawkins, 1963). С его помощью авторы классифицировали массив фотографических наблюдений метеоров, относя метеор к одному из известных потоков, если расстояние между орбитой метеороида и средней орбитой потока не превышало порогового значения.



Профессор Холшевников Константин Владиславович (1939 – 2021).

Развитие вычислительной техники и автоматизации наблюдений открыло широкие возможности статистической обработки массивов орбитальных данных. Критерии близости орбит стали ключевым инструментом поиска метеорных потоков и отождествления их родительских тел. Открылась новая область применения критериев: каталогизация семейств астероидов (Lindblad, 1971). Формула (Southworth, Hawkins, 1963) была подвергнута критическому анализу, ее модификации предложили Drummond (1981) и Jopek (1993).

Фундаментальные результаты о взаимном расположении и расстоянии между парой кеплеровских орбит получены К.В. Холшевниковым. Отправной точкой исследований можно считать задачу о вычислении MOID — минимального расстояния между точками двух орбит (по данной теме см. также раздел «Оценки и вычисление параметра MOID»). В работе (Kholshchevnikov, Vassiliev, 1999b) эта задача для эллиптических орбит сведена к тригонометрическому уравнению восьмой степени и показано, что такая степень уравнения — минимально возможная при определенных ограничениях на коэффициенты; см. также (Васильев, 1978). В работе (Valcuев, Kholshchevnikov, 2005) получено обобщение результата на произвольные кеплеровские орбиты. Задача о зацеплении пары орбит, также связанная с вопросом о минимальном расстоянии, рассмотрена в

(Kholshchevnikov, Vassiliev, 1999a). Коэффициент зацепления, введенный в этой статье, характеризует взаимное расположение орбит и оценивает расстояние сверху.

MOID — важная численная характеристика в задачах предсказания сближений тел, но мало подходящая для решения вопросов об их общем происхождении: ничто не мешает двум совершенно разным орбитам иметь сколь угодно малое значение минимального расстояния между ними. Метрика, описывающая именно «похожесть» орбит, была предложена в статье (Kholshchevnikov, 2004) и представляла собой гильбертовское расстояние между орбитами, параметризованными эксцентрисической аномалией. Метрика эта, однако, была определена лишь для эллиптических орбит и неограниченно росла при приближении к параболическому пределу.

Новый тип расстояния появляется в статьях (Kholshchevnikov, 2008) и (Kholshchevnikov и др., 2016) и определяется как функция интегралов движения материальной точки в центральном поле тяготения: векторы момента импульса и Лапласа–Рунге–Ленца

$$\mathbf{K} = \mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}, \quad \mathbf{e} = \frac{\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{K}}{\varkappa^2} - \frac{\mathbf{r}}{r}. \quad (3.1)$$

Здесь \mathbf{r} и $\dot{\mathbf{r}}$ обозначают радиус-вектор точки и ее скорость в системе координат, связанной с притягивающим центром, $r = |\mathbf{r}|$ и \varkappa^2 — гравитационный параметр. Расстояние между непрямолинейными орбитами x и y определяется так:

$$\varrho_2(x, y) = \sqrt{|\mathbf{u}_x - \mathbf{u}_y|^2 + |\mathbf{v}_x - \mathbf{v}_y|^2}, \quad (3.2)$$

где $\mathbf{u}_x, \mathbf{v}_x$ и $\mathbf{u}_y, \mathbf{v}_y$ — отвечающие орбитам x и y пары векторов, сонаправленных с \mathbf{K} и \mathbf{e} , заданные формулами

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{K}}{\varkappa}, \quad \mathbf{v} = \mathbf{e}|\mathbf{u}|.$$

Наглядное представление о связи векторов \mathbf{u} и \mathbf{v} с орбитами небесных тел дает рис. 3.1. Слева на нем изображены орбиты нескольких метеороидов из потока июльских гамма Драконида, в проекции на плоскость эклиптики, а справа — соответствующие этим орбитам пары векторов. Показаны также средняя орбита потока и орбита Земли.

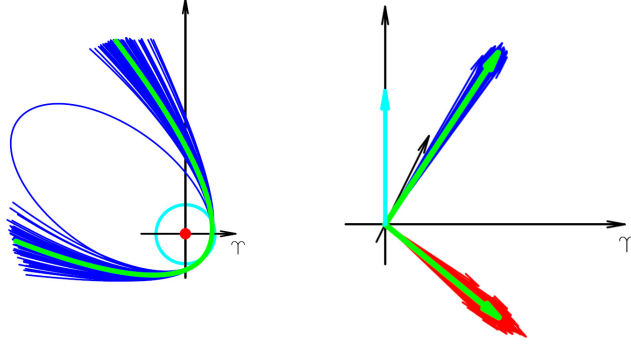


Рис. 3.1: Июльские гамма Драконида (GDR); слева — проекции орбит на плоскость эклиптики, справа — соответствующие орбитам векторы \mathbf{u} (в верхней части схемы) и \mathbf{v} (в нижней части схемы). Темно-серой линией показана средняя орбита потока, светло-серой — орбита Земли. Данные взяты из работы Jenniskens (2016).

Формула (3.2), выраженная через кеплеровские элементы, выглядит следующим образом:

$$\varrho_2(x, y) = \sqrt{(1 + e_x^2)p_x + (1 + e_y^2)p_y - 2\sqrt{p_x p_y}(\cos I + e_x e_y \cos P)}, \quad (3.3)$$

где p , e — фокальный параметр и эксцентриситет орбиты, обозначенной нижним индексом. Взаимный наклон орбит I и угол между векторами эксцентриситета P можно выразить через угловые параметры орбит: наклонение i , аргумент перицентра ω и долготу восходящего узла Ω (Kholshchevnikov и др., 2016).

Такой подход к определению расстояния заметно отличается от предшествовавших ему критериев близости орбит. В самом деле, критерий Southworth, Hawkins (1963) и его варианты определяются с помощью конкретной системы орбитальных элементов и потому имеют локальный характер в той же мере, в какой локальна параметризация многообразия орбит данной системой элементов. В работе (Kholshchevnikov и др., 2016) отмечено, что эта локальность проявляется в «неудобном» поведении критериев в окрестности круговых орбит и на парах орбит с противоположным направ-

лением движения, лежащих в одной плоскости. Напротив, метрика ϱ_2 определяется через интегралы задачи двух тел, не зависящие от конкретной системы элементов, что делает ее естественной мерой расстояния между любой парой непрямолинейных кеплеровых орбит. Добавление в (3.2) члена, пропорционального квадрату разности потенциальных энергий тел, позволяет расширить область определения метрики и на прямолинейные орбиты (Kholshchevnikov, 2008). Однако такая модификация усложняет работу с метрикой, не принося ощутимой практической пользы.

Расстояние ϱ_2 , определенное формулой (3.2), удовлетворяет аксиоматическому определению метрики, принятому в математике (Александров, 1977). Это важное свойство выгодно отличает его от других критериев близости. Множество, снабженное метрикой — классический объект анализа и топологии, отправная точка построений метрической геометрии. Абстракция метрического пространства позволяет ввести на множестве орбит полезные понятия среднего (Jopek и др., 2006; Milanov, 2021), меры и размерности (Milanov, 2019a).

Под действием возмущений со стороны планет орбиты тел Солнечной системы со временем изменяются, причем характер эволюции различных элементов орбит неодинаков. В отсутствие резонансов и тесных сближений, аргумент перицентра ω и долгота восходящего узла Ω орбиты изменяются значительно быстрее по сравнению с другими параметрами орбиты. Для сопоставления орбит, претерпевших длительную эволюцию, в работах (Kholshchevnikov, 2008) и (Kholshchevnikov и др., 2016) были введены функции расстояния, игнорирующие различия быстро меняющихся элементов ω и Ω :

$$\varrho_3 = \min_{\Omega_1, \Omega_2} \varrho_2, \quad \varrho_4 = \min_{\omega_1, \omega_2} \varrho_2, \quad \varrho_5 = \min_{\Omega_1, \Omega_2, \omega_1, \omega_2} \varrho_2. \quad (3.4)$$

Значения этих функций на паре орбит x и y равны минимальным расстояниям ϱ_2 между орбитами, все кеплеровские элементы которых, кроме указанных под знаком минимума, совпадают с соответствующими элементами x и y . Все три минимума выражаются в элементарных функциях кеплеровых элементов.

Если считать одинаковыми любые две орбиты, различающиеся лишь долгой восходящего узла, то множество всех орбит превратится в фактор-множество — совокупность классов эквивалентности орбит. Нетрудно убедиться в том, что функция ϱ_3 корректно

определена на этой совокупности. То же верно для ϱ_4 и ϱ_5 , но с другими отношениями эквивалентности: в первом случае отождествляются орбиты, различающиеся лишь аргументом перицентра, а во втором класс эквивалентности состоит из объектов со всевозможными Ω и ω . В работе (Milanov, 2018) показано, что каждая из функций $\varrho_3, \varrho_4, \varrho_5$ удовлетворяет аксиомам метрического пространства на своем фактор-множестве. Более того, фактор-пространства с метриками ϱ_4 и ϱ_5 изометричны подмножествам довольно простого вида в \mathbb{R}^4 и \mathbb{R}^3 . Этот факт позволяет определить среднее семейства орбит как образ среднего арифметического соответствующих им точек евклидова пространства (Milanov, 2019b).

В работе (Kholshchevnikov и др., 2020) введено еще одно фактор-пространство, моделирующее метеорные потоки с постоянной долготой перицентра $\varpi = \Omega + \omega$. Элементами этого пространства служат классы орбит, у которых параметры p, e, i и ϖ одинаковы. Функция расстояния ϱ_6 определена на нем аналогично (3.4):

$$\varrho_6 = \min_{\Omega_1, \Omega_2, \omega_1, \omega_2} \varrho_2,$$

где минимум вычисляется при условии постоянства сумм $\Omega_1 + \omega_1 = \varpi_1$ и $\Omega_2 + \omega_2 = \varpi_2$. Оказалось, что ϱ_6 не является метрикой на всем пространстве орбит: существует тройка гиперболических орбит, для которой неравенство треугольника не выполнено (Kholshchevnikov и др., 2021). Вопрос о том, справедливо ли неравенство на множестве негиперболических орбит, пока открыт.

Метрики Холшевникова дают полезный и многообещающий инструмент для изучения соотношений между орбитами небесных тел. Появившись сравнительно недавно, они были взяты на вооружение исследователями малых тел Солнечной системы и с успехом применяются для поиска пар астероидов (Kholshchevnikov, Shchepalova, 2018; Kuznetsov, Safronova, 2018) и транснептуновых объектов (Кузнецов и др., 2021; Kuznetsov и др., 2021) с близкими орбитами, предположительно имеющих общее происхождение, для выявления кластеров среди астероидов, сближающихся с Землей (Жорек, 2020), отождествления родительских тел метеорных потоков (Kokhirova и др., 2018; Сергиенко и др., 2020; Sergienko и др., 2021), подтверждения родства астероидов, ассоциированных с метеорными роями (Кохирова и др., 2017), определения характеристик генераторов случайных орбит (Жорек, 2021). Пространство

кеплеровых орбит с метриками ϱ_2 — ϱ_6 — красивый математический объект: уже тот факт, что функции, определенные простыми формулами (3.4), удовлетворяют неравенству треугольника, говорит о наличии неочевидных внутренних симметрий. Теоретические свойства метрик еще не до конца изучены: не решен вопрос о том, метрика ли ϱ_6 на множестве эллиптических орбит, не для всех фактор-пространств получены формулы вычисления средних орбит, не выяснена зависимость расстояния от величины возмущения, переводящего одну орбиту в другую. Исследование метрик продолжается, а их применение к задачам, связанным с близостью орбит, даст еще немало прекрасных результатов.

Глава 4

Гомологическая область Агекияна–Аносовой

Для численного интегрирования задачи трех тел необходимо задать массы тел и начальные условия: для каждого тела массы, три пространственные координаты и три скорости; для системы из трех тел всего 21 параметр. Мы можем несколько уменьшить это число, используя интегралы движения, но все равно пространство начальных условий будет иметь высокую размерность, что затрудняет выбор начальных условий и ограничивает возможность представить результаты исследований в наглядной и удобной для анализа форме. Вопрос, как объять необъятное и как выбирать начальные условия для численного исследования задачи трех тел, оставался актуальным вплоть до 1960-х годов. В статье 1967 года, посвященной исследованию динамики тройных систем методом статистических испытаний, Т.А. Агекиян и Ж.П. Аносова вводят понятие D -области. Так появилась знаменитая «область D » (Агекиян, Аносова, 1967), в англоязычных работах часто называемая «областью D Агекияна–Аносовой» или «отображением Агекияна–Аносовой» (Agekian–Anosova region D , Agekian–Anosova map). Позже, А.Д. Чернин предложил название «гомологическая область D » (Chernin и др., 1994).



Профессор Агемян Татеос Артемьевич (1913 – 2006).

Область D появилась как результат разработки методики задания начальных условий, подходящего для статистического анализа тройных систем. Вначале для упрощения все три тела полагались имеющими одинаковые массы (равные единице). Следующее упрощение — пусть все три тела неподвижны в начальный момент. Это вносит существенное облегчение — задача из пространственной становится плоской. В этом случае необходимо задать только начальные координаты тел, всего три пары, то есть шесть чисел, но размерность все еще высока и не допускает простой визуализации.

Область D представляет собой множество всевозможных конфигураций тройной системы с равными массами и определяется следующим образом. Три тела — A_1, A_2, A_3 — расположены в точках с координатами $(-1/2, 0)$, $(+1/2, 0)$ и (ξ, η) . Начало координат (ξ, η) расположено посередине между точками A_1, A_2 , расстояние между которыми принимается равным единице. Проводится дуга окружности единичного радиуса с центром в точке A_1 , вместе с координатными осями ограничивающая область различных конфигураций (заштрихованная область на рис. 4.1) с точностью до подобия, поворотов и отражений. В случае расположения точки A_3 вблизи пересечения дуги окружности с осью η конфигурация напоминает равносторонний треугольник, при расположении A_3 в точке $(0, 0)$ все три тела выстраиваются вдоль одной прямой.

Таким образом, идея области D проста: если мы поместим два

тела в точки с координатами $(-1/2, 0)$ и $(+1/2, 0)$, то все возможные различные геометрические конфигурации мы получим поместив третье тело в область ограниченную (положительными) осями координат и дугой единичной окружности с центром в точке $(-0.5, 0)$, см. рис. 4.1.

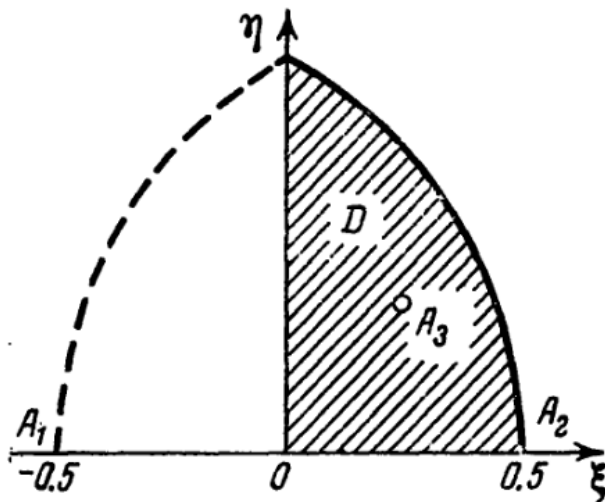


Рис. 4.1: Схематическое изображение гомологической области Агеяна–Аносовой — D -области. Рис. из работы (Агеян, Аносова, 1967).

Таким образом, если мы рассматриваем систему с телами равных масс и нулевыми начальными скоростями, все возможные начальные условия получают заданием всего двух чисел — координат (x, y) третьего тела. Системы с телами равных масс, отличных от единицы, и/или с другими размерами (но с конгруэнтными начальными условиями) сводятся к «стандартной» изменением шкал расстояния и времени — нормированием расстояний по максимальному расстоянию между телами в начальный момент и нормированием времени по среднему времени пересечения системы

$$\tau = \frac{G \sqrt{\sum_{i=1}^3 m_i \sum_{i \neq j} m_i m_j}}{(2|E|)^{3/2}},$$

где G — гравитационная постоянная, m_i — массы тел ($i = 1, 2, 3$), E — полная энергия системы.

Использование области D не только упрощает выбор начальных условий, но, что очень важно, позволяет осуществить простую визуализацию результатов; см. рис. 4.2, иллюстрирующий времена жизни тройных систем.

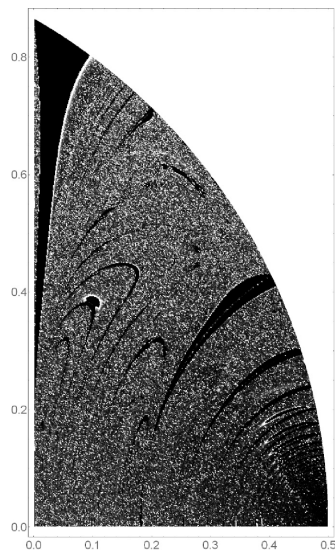


Рис. 4.2: Времена жизни тройных систем (заданы равные массы и нулевые начальные скорости). Темные области соответствуют короткоживущим системам. Рис. из работы (Мартынова и др., 2010).

В работе (Агемян, Аносова, 1967) телам приданы небольшие начальные скорости для того, чтобы избежать тесных сближений, так как интегрирование проводилось без регуляризации. В следующей статье (Агемян, Аносова, 1968) регуляризация уже использовалась, так что не было необходимости вносить эти добавки. В работе

(Агеян, Аносова, 1967) изучалось время жизни тройных систем и был получен прообраз рис. 4.2. В работе Агеяна и Аносовой (1968) изучалась структура области D и были выделены подобласти с разным качественным поведением траекторий (распад после разного количества тройных сближений и др.). Начальные условия генерировались случайным образом, равномерно в области D . Позднее, с развитием компьютеров, стало возможным сканирование области D с мелким шагом.

Область D также можно рассматривать как отображение: в любой момент времени для анализа геометрической конфигурации системы (в том числе и в трехмерном случае) мы можем упорядочить тела по взаимным расстояниям в текущий момент, нормировать расстояния (координаты тел) по максимальному из трех и поместить тела с максимальным разделением на горизонтальной оси в точки $(-0.5, 0)$ и $(0.5, 0)$, располагая наиболее близкие тела справа; третье тело окажется в области D (см., напр., Valtonen, Karttunen, 2009). Тогда можно анализировать эволюцию геометрии системы, отслеживая движение точки в области D . Типичный конец эволюции тройной системы с нулевым угловым моментом — распад: после тройного сближения одно из тел получает гиперболическую скорость и уходит прочь от образовавшейся тесной двойной. В этом случае траектория в области D будет приближаться к точке $(0.5, 0)$, выступающей в роли аттрактора. Возможно обобщение на случай разных масс — нужно просто рассмотреть все 6 возможных перестановок трех тел.

Начиная с конца 1960-х годов, понятие D -области широко используется в работах по изучению динамики тройных систем. Так, Агеян и др. (1983) проводят численные эксперименты для 1000 начальных конфигураций в D -области и определяют среднее время, необходимое выбрасываемому из системы компоненту для удаления на заданное расстояние; при этом среднее время для безусловного выброса из системы стремится к бесконечности. Аносова и др. (1994) продолжают ряд работ по численному исследованию задачи о свободном падении в системе трех тел. При равномерном распределении начальных значений по D -области и по круговой области выполняется численное моделирование движения в тройной системе до ухода или далекого отклонения одного из компонентов системы.

Чернин и др. (1994) в рамках изучения конфигураций тройных

галактик используют результаты Агеяна и Аносовой (1967), выделяя при этом в D -области несколько регионов с определенными свойствами конфигураций. Так, верхний угол карты назван областью лагранжевых треугольников, нижний правый угол соответствует иерархическим конфигурациям, область внизу карты связана с коллинеарными конфигурациями.

Tanikawa и др. (1995) исследуют свободное падение в задаче трех тел и описывают возможные конфигурации при помощи D -области, ссылаясь на работы петербургской научной школы (Т.А. Агеян, Ж.П. Аносова, В.В. Орлов и др.). Авторы определяют множество начальных условий в D -области, приводящих к двойным и тройным соударениям. Результаты численного моделирования приводят к ряду выводов: так, в области D начальные условия, приводящие к двойным соударениям, расположены вдоль структур — арок; начальные условия для тройного соударения соответствуют пересечениям трех арок двойного соударения; вдоль границы — дуги окружности D -области — расположено бесконечно большое количество начальных условий для тройного соударения.

Tanikawa и др. (2019) используют методы символьных последовательностей и ранее разработанные алгоритмы регуляризации для поиска тройных соударений, симметричных во времени, при этом D -область обобщается на случаи систем с неравными массами. Было получено дополнительное условие на пересечение кривых двойных соударений, соответствующее тройному соударению. Авторы обнаружили 11 точек в D -области, приводящих к тройным соударениям; таких точек должно быть бесконечно много. Также выделено два типа орбит тройного соударения, классифицируемых в зависимости от перемены упорядоченности точек треугольника.

Boekholt и др. (2020) исследуют проблему хаотичности движения в задаче трех тел со свободным падением в начальный момент времени. В качестве начальных данных выбираются конфигурации из D -области.

Manwadkar и др. (2020) подробно исследуют D -область, вводя две новые метрики и используя их для разделения различных видов взаимодействий и динамического поведения, таких как эргодические взаимодействия и полеты Леви двух типов, определенных в работе Shevchenko (2010). Авторы предложили новую модель оценки времени жизни тройной системы, а также новый механизм процесса релаксации в системе трех тел.

Идея области D нашла применение не только в небесной механике и звездной астрономии. Так, Sano (2007) в работе, посвященной задаче о динамике трех заряженных тел, — так называемой классической кулоновской задаче трех тел, — выделяет более сложное множество начальных конфигураций, концептуально сходное с D -областью. Область D появляется в работах по физике и физической химии (см., например, книгу Toda и др., 2005).

Глава 5

Метаустойчивые тройные системы Орлова

В начале 2000-х, в исследованиях устойчивости периодических орбит было замечено, что в ряде случаев системы близкие к периодическим проводят долгое время в окрестности периодической орбиты. Эффект «прилипания», заключающийся в том, что траектория проводит долгое время в некоторой ограниченной области фазового пространства вблизи границы хаоса, прежде чем уйти от границы, был известен ранее; см., например, статьи Контопулоса (Contopoulos, 1971) и Б.В. Чирикова (Chirikov, 1979, 1991). В задаче трех тел он был обнаружен в приложении к динамике астероидов (Shevchenko, Scholl, 1997), задаче Ситникова (Dvorak и др., 1998). В задаче трех тел с равными массами и нулевыми начальными скоростями В.В. Орловым с коллегами и студентами были обнаружены системы, проводящие долгое время в окрестности устойчивых периодических орбит, приведенных на рис. 5.1: Брука, Шубарта и «восьмерки».



Профессор Орлов Виктор Владимирович (1956 – 2016).

Примеры показаны на рис. 5.2. Системы с таким поведением были названы метастабильными (Martynova и др., 2003). Метастабильная система в ходе эволюции проводит долгое время в окрестности периодической орбиты, «прилипая» к ней, затем уходит в хаотическую область, с возможными далекими выбросами и интенсивными тройными взаимодействиями, затем возможен распад системы или попадание опять в область регулярности — в окрестность той же или другой периодической орбиты. В статье (Martynova и др., 2003) авторы искали метастабильные системы на границе гомологической области D , описанной выше в разделе «Гомологическая область Агекияна–Аносовой,» выделяя системы трех типов: прилипающих к решению Шубарта (тип 1), восьмерке (тип 2) или орбите Брука (тип 3); см. рис. 5.3.

В работе (Orlov и др., 2004) авторы в поиске метастабильных систем сканировали область D с шагом 0.001 по обеим осям. Из около 300 тысяч рассмотренных систем примерно 9000 проводили в метастабильном режиме более 100 средних времен пересечения. Соответствующие начальные условия показаны на рис. 5.4. Вполне естественно, метастабильные системы следует искать среди долгоживущих систем, см. рис. 5.4, а также рис. 4.1. В статье (Orlov и др., 2004) авторы перечисляют возможные подходы для поиска и исследования метастабильных систем: визуальный анализ траек-

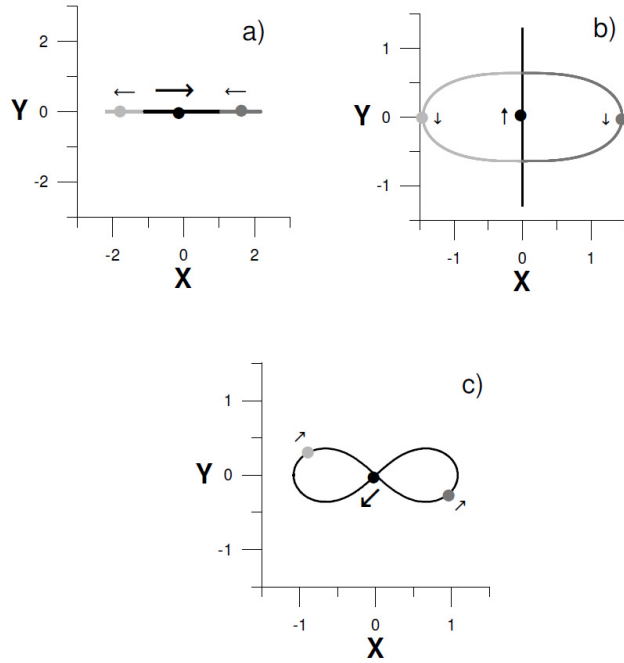


Рис. 5.1: Устойчивые периодические орбиты: а) орбита Шубарта; б) орбита Брука; в) орбита «восьмерка». Рис. из работы (Orlov и др., 2004).

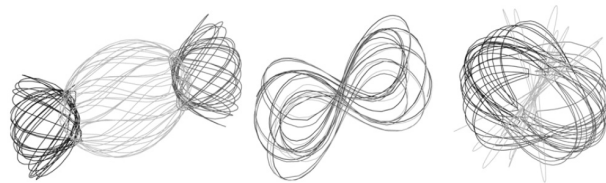


Рис. 5.2: Траектории в окрестности устойчивых периодических орбит. Рис. из статьи Мартыновой и др. (2013).

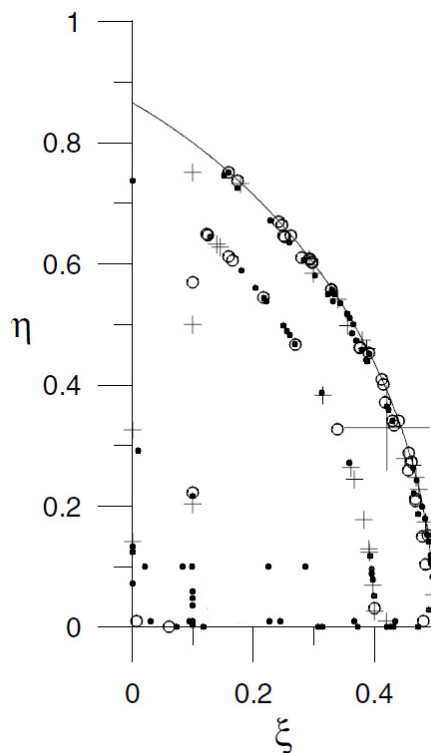


Рис. 5.3: Начальные условия метастабильных систем в окрестности границы области D . Точки — тип 1, плюсы — тип 2, кружки — тип 3. Рис. из статьи (Мартынова и др., 2003).

торий, статистический анализ последовательностей состояний систем, использование методов символической динамики, различных энтропийных характеристик, вейвлет-анализа.

Возможен поиск метастабильных систем и в случае ненулевых начальных скоростей, а также в окрестности других периодических решений; см., например, (Мартынова и др., 2013). Отметим вслед за авторами (Orlov и др., 2004), что явление метастабильности имеет временный характер: некоторое (иногда довольно продолжительное) время система проводит в окрестности устойчивой

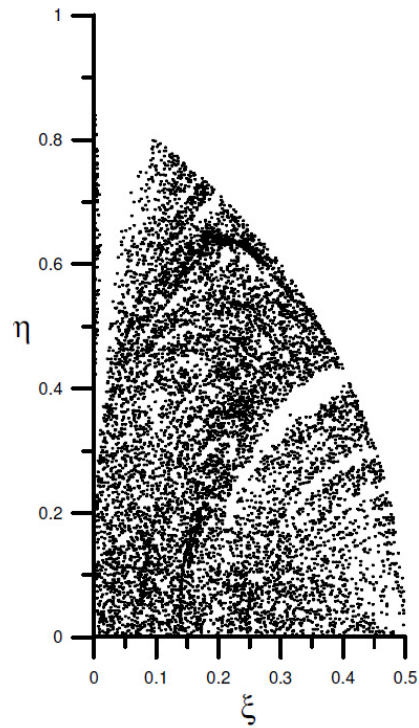


Рис. 5.4: Начальные условия метастабильных систем. Рис. из статьи (Orlov и др., 2004).

периодической орбиты, «прилипая» к ней, но в итоге (возможно, после нескольких этапов метастабильного поведения, чередующихся с выбросами и активными тройными взаимодействиями) эволюция системы заканчивается распадом.

Эффекты «прилипания» траекторий к границам областей хаоса в фазовом пространстве обуславливают специфический степенной характер распределения длин возвратов Пуанкаре в подобных системах; см. Shevchenko, Scholl (1997), Orlov и др. (2010), Shevchenko (2010).

Глава 6

Модели Огородникова–Милна

В 1930-х годах К.Ф. Огородников развил концепцию звездной системы как непрерывной среды на основе понятия центроида, который представляет собой математическую точку, неподвижную по отношению к элементарному макроскопическому объему системы, центром которого она является (Ogorodnikoff, 1932; см. также Огородников, 1958, обзор в работе Ossipkov, 2001). При таком рассмотрении каждая точка звездной системы характеризуется своей скоростью — средней скоростью звезд в окрестности этой точки, то есть скоростью центроида (вектор “streaming” в терминах работы Ogorodnikoff, 1932).



Профессор Огородников Кирилл Федорович (1900 – 1985).

Модель Огородникова в общем виде представляет собой приложение теоремы Гельмгольца к векторному полю скоростей центроидов, устанавливающее аналогию между движением звездных систем и движением непрерывной среды. Если предположить, что скорость центроида есть непрерывная (и дифференцируемая) функция $\mathbf{V} = \mathbf{V}(\mathbf{R})$, где \mathbf{R} — радиус-вектор точки в некоторой неподвижной (точнее инерциальной) системе координат, и что проекции этой скорости на координатные оси имеют непрерывные частные производные первых двух порядков, то для малых гелиоцентрических расстояний r вектор-функцию $\mathbf{V}(\mathbf{R})$ можно разложить в ряд по степеням гелиоцентрических прямоугольных координат x, y, z , сохраняя лишь члены первого порядка. В такой модели векторное поле скоростей центроидов представляется линейным выражением

$$\mathbf{V}(\mathbf{R}) = \mathbf{V}_0 + M\mathbf{r}, \quad (6.1)$$

где $\mathbf{V}_0 = (u_0, v_0, w_0)$ — скорость центроида наблюдателя (центроида Солнца), M — матрица смещения, \mathbf{r} — гелиоцентрический радиус-вектор центроида звезд (Ogorodnikoff, 1932; Огородников, 1958). Матрица M в современных обозначениях (см., например, Витязев, Цветков, 2012) представляется в виде

$$M = M^+ + M^-, \quad (6.2)$$

где M^+ — симметричная матрица локальной деформации поля скоростей, а M^- — антисимметричная матрица локального вращения:

$$M^+ = \begin{pmatrix} M_{11}^+ & M_{12}^+ & M_{13}^+ \\ M_{12}^+ & M_{22}^+ & M_{23}^+ \\ M_{13}^+ & M_{23}^+ & M_{33}^+ \end{pmatrix}, \quad M^- = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.3)$$

Таким образом, в модели Огородникова (6.1)–(6.3) внутри малой окрестности произвольной точки звездной системы поле скоростей центроидов разлагается на три компоненты, содержащие 12 параметров: 1) скорость поступательного движения малой окрестности как твердого тела с параметрами u_0, v_0, w_0 ; 2) скорость твердотельного вращения этой окрестности с компонентами вектора мгновенной угловой скорости $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ в качестве параметров; 3) скорости деформации окрестности с параметрами $M_{11}^+, M_{22}^+, M_{33}^+$, описывающими сжатие–растяжение поля скоростей вдоль осей системы координат (x, y, z) , и с параметрами $M_{12}^+, M_{13}^+, M_{23}^+$, описывающими деформацию поля скоростей в основной плоскости (x, y) и двух перпендикулярных к ней плоскостях. Заметим, что (остаточное) движение Солнца относительно своего центроида должно быть учтено при вычислении скоростей $\mathbf{V}(\mathbf{R})$. Однако если поле $\mathbf{V}(\mathbf{R})$ рассматривается относительно системы координат, связанной с центроидом Солнца, то u_0, v_0, w_0 становятся параметрами остаточной скорости Солнца и могут быть определены из наблюдений вместе с остальными параметрами модели Огородникова.

В предположении, что движение центроидов происходит параллельно галактической плоскости, модель (6.1)–(6.3) приводит к следующим выражениям для компонент скорости центроида звезд относительно центроида Солнца:

$$V_r = (M_{12}^+ \sin 2l + C \cos 2l + K) r \cos^2 b, \quad (6.4)$$

$$V_l = (M_{12}^+ \cos 2l - C \sin 2l + \Omega_3) r \cos b, \quad (6.5)$$

$$V_b = -V_r \operatorname{tg} b, \quad (6.6)$$

где V_r — лучевая скорость, V_l и V_b — компоненты по галактическим долготе и широте, $C = \frac{1}{2}(M_{11}^+ - M_{22}^+)$, $K = \frac{1}{2}(M_{11}^+ + M_{22}^+)$. Если при этом центроиды вращаются вокруг оси Галактики ($C = 0$), то (6.4–6.5) приводят к обобщенным формулам Оорта, выведенным

Огородниковым:

$$V_r = A(\sin 2l + K) r \cos^2 b, \quad (6.7)$$

$$V_l = A(\cos 2l + B) r \cos b, \quad (6.8)$$

где A и $B (= \Omega_3)$ — постоянные Оорта (Ogorodnikoff, 1932; Огородников, 1958; см. также Зонн, Рудницкий, 1959). Коэффициент K в формуле (6.7) выражает гидродинамическое расхождение (расширение или сжатие) поля скоростей центроидов. При $K = 0$ формулы (6.7) и (6.8) совпадают с оортскими. Значение $K \neq 0$ означает локальное отклонение от модели Оорта–Линдблада (ОЛ) чистого цилиндрического вращения центроидов в Галактике.

Формулы (6.4)–(6.6) показывают, что лучевые и тангенциальные скорости звезд должны давать двойную волну (с периодом 180°) вдоль оси l не только в модели ОЛ, но и в случае произвольного движения центроидов параллельно галактической плоскости, причем независимо от закона изменения скоростей центроидов от галактоцентрического расстояния.

Теорию Огородникова обобщил Милн (Milne, 1935): даже при произвольном движении центроидов, если их скорость есть непрерывная (и дифференцируемая) функция положения, то есть без всяких динамических теорий для стационарной или нестационарной системы, синусоиды с периодом 180° получаются во всех трех компонентах скоростей в произвольной системе сферических координат (см. также Паренаго, 1954; Зонн, Рудницкий, 1959). Модель Огородникова–Милна (ОМ) сыграла большую роль в теоретическом осмыслении различных эффектов и моделей галактической кинематики, известных в тот период (см. Ossipkov, 2001). В дальнейшем подход Огородникова–Милна продолжал развиваться (см. обзор в работе Осипкова, 1975), в частности, в направлении разработки теории второго порядка (Эдмондсон, 1962; Осипков, 1975). Однако последняя предсказывает существование большого числа гармоник, не наблюдающихся в реальных данных (Витязев, Цветков, 2009), поэтому на практике она применялась лишь в отдельных работах (Hernandez-Pajares, Núñez, 1990). Заметим также, что увеличение порядка теории не устраняет принципиального ее ограничения — применимости только в окрестности (обычно околосолнечной) той или иной малости; в общем случае следует основываться на формулах Боттлингера–Пиловского (см., например, Зонн, Руд-

ницкий, 1959). Вместе с тем, модели ОМ оказались весьма полезными для исследования *локального* объема (в большинстве работ), *малых* нелокальных объемов, крупномасштабного поля остаточных скоростей.

Анализ наблюдательных данных показывает, что модели ОМ действительно лучше в сравнении с моделью ОЛ описывают кинематику звезд в широкой окрестности Солнца — до расстояний ~ 2 кпк (например, Rybka, 2004a) и даже до 3 кпк (за исключением определения параметра v_0 ; см. Цветков, Амосов, 2019). Из параметров, демонстрирующих отличие от модели ОЛ, значимыми чаще всего получаются параметры C и K (см., например, Rybka, 2004a,b; Бобылев и др., 2009). Для некоторых звездных подсистем и каталогов данных модель ОМ (6.4)–(6.6) с движениями центроидов вдоль плоскости Галактики (4 параметра) оказалась достаточной для представления локального поля скоростей (Rybka, 2004a,b; Бобылев и др., 2009), иногда именно такую модель принимают изначально (Olling, Dehnen, 2003).

Модели ОМ применялись для анализа трехмерных скоростей, а также собственных движений и лучевых скоростей, взятых по отдельности. В последнем случае сравнение двух результатов может содержать дополнительную информацию (см., например, Витязев, Цветков, 2009; Velichko и др., 2020).

Альтернативным разложениям в моделях ОМ и ОЛ является подход к построению моделей поля скоростей в локальном макроскопическом объеме, основанный на представлении данных при помощи полных ортогональных систем функций. Полученные так полные модели использовались для оценки параметров модели ОМ, защищенных от смещений со стороны явлений, не включенных в модель (см., например, Витязев, Цветков, 1989; Hernandez-Pajares, Núñez, 1990; Витязев и др., 2017, 2018; Velichko и др., 2020). С другой стороны, модели ОМ служат репером, по отношению к которому методом разложения по скалярным или векторным сферическим функциям выявляются дополнительные систематические компоненты, не описываемые данной моделью (например, Витязев, Цветков, 2009; Цветков и др., 2020; Velichko и др., 2020). Так, применение этого метода к собственным движениям звезд в северном и южном полушариях Галактики позволило обнаружить, что статистически надежные значения параметров M_{23}^+ и Ω_1 модели ОМ имеют разные знаки в разных полушариях, что является следствием

замедления скорости вращения Галактики по мере возрастания расстояния от ее основной плоскости (Витязев, Цветков, 2012; Vityazev, Tsvetkov, 2013, 2014; Velichko и др, 2020).

Модель Огородникова–Милна широко востребована как эффективный инструмент в многоплановых исследованиях кинематики галактических объектов не только в местном макроскопическом объеме, но и в областях другой локализации.

Линейная модель ОМ многократно применялась: для изучения Местной звездной системы по собственным движениям звезд (Bobylev, 2001); для проверки инерциальности системы каталогов собственных движений (найденно формальное вращение звезд вокруг галактической оси y , направленной в сторону вращения Галактики; Бобылев, Ховричев, 2006; Akhmetov и др., 2015); для описания систематических различий между собственными движениями звезд в разных каталогах (Витязев и др., 2017). При помощи моделей ОМ было найдено вращение вокруг оси x , направленной на центр Галактики, которое было интерпретировано как кинематическое проявление искривления звездно-газового галактического диска (Бобылев, 2013). Модель ОМ также применялась для анализа поля остаточных скоростей, причем обнаруженное вращение вокруг оси y также было увязано с искривлением тонкого диска Галактики (Бобылев, Байкова, 2021). Fedorov и др. (2021) предложили способ построения кривой вращения Галактики без использования величины расстояния от Солнца до центра Галактики (R_0): рассматривать центроиды с радиусами 0.5–1.0 кпк вдоль направления центр–антицентр Галактики на $R = 0–16$ кпк, применяя к каждому из центроидов модель ОМ.

Глава 7

Модели Осипкова–Меррита

Исследование сферических и эллипсоидальных звездных систем, таких как эллиптические галактики, ведется на протяжении более чем столетия. Однозначная связь между фазовой и пространственной плотностями в случае изотропного распределения скоростей была установлена еще Эддингтоном (Eddington, 1916). Для создания полного набора анизотропных функций распределения, соответствующих произвольному сферическому распределению массы, были предложены различные методы, как аналитические, так и численные. При этом зачастую алгоритмы оказывались слишком громоздкими или медленно сходящимися.

В работе 1979 года Л.П. Осипков разработал метод построения самогравитирующих сферических моделей с эллипсоидальным распределением скоростей. В стационарной сферической системе с эллипсоидальным распределением скоростей фазовая плотность зависит только от линейной комбинации $x_\lambda = x_0 - \lambda\xi$ интеграла энергии x_0 и квадрата кинетического момента $\xi = r^2 v_t^2$ (на единицу массы). Величина λ имеет смысл параметра анизотропии распределения скоростей.



Доцент Осипков Леонид Петрович (1945 – 2015).

При известном пространственном распределении вещества и фиксированном параметре анизотропии решение интегрального уравнения относительно функции фазовой плотности становится возможным путем сведения к уравнению Абеля и получения при этом итогового решения в конечном виде. Частным случаем решения такого уравнения при нулевом значении λ является решение Эддингтона.

Предложенный метод был применен к построению таких сравнительно простых моделей, как однородный шар единичного радиуса, сферическая модель с потенциалом Паренаго и сферическая модель Шустера–Пламмера. Для однородного шара получен вывод о невозможности существования не только модели со сферическим распределением скоростей, но и с эллипсоидальным кроме случая $\lambda = -1$.

Меррит (Merritt, 1985) представил метод для создания семейств анизотропных функций распределения, согласующихся со сферически-симметричными профилями плотности. Каждое из получаемых решений характеризуется единственным параметром r_a — радиусом анизотропии: в качестве переменной используется величина $Q = E \pm J^2/2r_a^2$, где E — энергия, J — угловой момент (на единицу массы). При этом вблизи центра системы распределение скоростей изотропно, а на периферии — радиально или тангенциально анизотропно. В работе автор обсуждает два основных

способа получения анизотропных решений — получение радиально анизотропных решений ($f = f(E + J^2/2r_a^2)$) и двух типов тангенциально анизотропных решений ($f = f(E - J^2/2r_a^2)$), а также определяет расположение соответствующих решениям орбит на диаграмме Линдблада (E, J) . Сочетание нескольких решений с различными радиусами анизотропии позволяет получить модели с практически произвольными характеристиками дисперсии скоростей. Меррит предложил применять представленный метод для моделирования профилей дисперсии скоростей сферических систем, таких как эллиптические галактики. Обычно наблюдаемый профиль дисперсии скоростей представляют сглаженной кривой. В методе Меррита в применении к модельной галактике с профилем де Вокулера подходящими оказались решения первого типа, что позволило прийти к выводу об удобстве использования полученных решений, в том числе и вследствие заметного сокращения времени вычислений. Тем не менее, автор указывает на наличие разрыва при $r = r_a$.

Во многих исследованиях авторы ссылаются на методы Осипкова и Меррита как на единый алгоритм, метод Осипкова–Меррита. Так, в работе Острайкера и др. (1989) об исследовании влияния трехосности эллиптических галактик на орбиты шаровых скоплений авторы предлагают использовать метод Осипкова–Меррита для получения функций распределения $f_k(E, J)$, позволяющих находить как ящикообразные, так и трубкообразные траектории скоплений в галактике с учетом согласования с заданной функцией распределения плотности излучающего вещества. Кудефорд (1991) обобщает метод Осипкова–Меррита, как метод инверсии фундаментального интегрального уравнения, что позволяет получать двухпараметрические функции распределения, согласующиеся с произвольным заданным профилем плотности. С точки зрения математики, функции распределения представляют собой степенные выражения от углового момента, домноженные на функции модели Осипкова–Меррита. С точки зрения физики, представленное обобщение позволяет учесть произвольную тангенциальную анизотропию, что позволяет исследовать устойчивость самосогласованных сферически-симметричных звездных систем. Полученные в качестве примера семейства аналитических моделей Пламмера и Яффе показали существенную зависимость центральной плотности и дисперсии скоростей от анизотропии скоростей. Алими и др. (1999) исследовали устойчивость вращающихся столкновительных само-

гравитирующих сферических систем, при этом к модели Осипкова–Меррита анизотропной сферической системы было добавлено вращение в двух возможных вариантах — как при сохранении анизотропии функции распределения, так и при деформации системы в пространстве скоростей; показано, что на устойчивость существенно влияют анизотропия скоростей и отношение полной кинетической энергии к энергии вращения.

В настоящее время модели Осипкова–Меррита широко используются и обсуждаются. Н.Я. Сотникова и С.А. Родионов (2008) применили итеративный метод при создании моделей анизотропных сферически-симметричных темных гало с фиксированным профилем дисперсии скоростей и обсудили применимость метода Осипкова–Меррита; отмечены существенные расхождения профилей анизотропии, получаемых в модели Осипкова–Меррита, и наблюдаемых по данным космологического моделирования. Метод Осипкова–Меррита применим для внутренних областей сферически-симметричных моделей галактик: в работе Чиотти и др. (2019) такая модель анизотропной звездной компоненты рассмотрена в совокупности с изотропным темным гало и черной дырой в центре галактики; для звездной компоненты аналитически решаются уравнения Джинса, получен предел параметров анизотропии, при котором еще не развивается неустойчивость радиальных орбит.

Баес и Дейонге (2021) в рамках изучения дифференциального распределения энергии в стационарных динамических системах вносили анизотропию с профилем из модели Осипкова–Меррита в дифференциальное распределение энергии в модели Хернквиста; получившиеся модели были изотропны в центральных областях и практически полностью радиально анизотропны во внешней области. Численные эксперименты показали, что средняя энергия связи на единицу массы не зависит от принятого профиля анизотропии.

Модели Осипкова–Меррита используются в программных комплексах для динамического моделирования звездных систем. Баес и др. (2021) разработали программный код *SpheCow*, позволяющий исследовать структуру и динамику моделей сферических систем в предположении как изотропной, так и анизотропной по Осипкову и Мерриту структуры орбит.

Глава 8

Фотогравитационная небесная механика и солнечный парус

При обсуждении основных проблем фотогравитационной небесной механики (ФНМ) следует иметь в виду, что к ним принято относить задачи о движении малых небесных тел естественного или искусственного происхождения, испытывающих в силу своих физических свойств существенное влияние светового давления солнечных лучей. Это относится как к гелиоцентрическим, так и к геоцентрическим движениям.

Сила лучевого отталкивания, то есть прямое световое давление (эффект Лебедева), не является функцией только лишь массы и положения облучаемого тела, а зависит еще от его размеров и формы, от его ориентации к лучам света, от температуры и светоотражательных свойств его поверхности. В полной модели давления световой радиации кроме прямого давления (в качестве главного слагаемого) присутствуют еще и релятивистские поправки, зависящие кроме перечисленных факторов еще и от отношения орбитальной скорости тела к скорости света. В ряде случаев, причем в первую очередь для тел с высоким значением парусности (отношения «поперечное сечение — масса») приходится переходить от традиционной модели гравитационного поля в космическом пространстве к

модели фотогравитационного поля, в котором наряду с гравитационным притяжением существует и радиационное отталкивание. Основы такого подхода были заложены еще П.Н. Лебедевым.

Фотогравитационное силовое поле, являющееся наложением гравитационного и радиативного полей, неконсервативно. Соответствующее изменение орбитальной энергии небесного тела приводит к эволюции его орбиты, темп и интенсивность которой определяются уровнем воздействия сил светового давления (космической радиативной среды) на это тело. Многоплановые исследования такой эволюции привели к созданию целого раздела небесной механики — фотогравитационной небесной механики. Фундаментальные исследования в этой области касаются прежде всего постановок фотогравитационных задач двух и трех тел (Поляхова, 1980).

Классификация соответствующих задач включает в себя наряду с задачами классической небесной механики, обобщенными на случай возмущений от сил светового давления, еще и задачи космического полета под действием этих сил, то есть задачи теории управления. Здесь неразрывно связаны между собой задачи гелиоцентрические и геоцентрические, стационарные и нестационарные, задачи о возмущениях искусственных спутников Земли (ИСЗ) и космических аппаратов (КА) под действием сил светового давления и задачи об управляемом полете с солнечным парусом (СП). Кроме орбитальных задач важной областью являются и задачи о вращательном движении под действием давления радиации.

Попытки провести классификацию задач ФНМ неизменно приводят к некоторым условным схемам типа «Главные задачи ФНМ» и «Объекты ФНМ». В рамках первой схемы уместно упомянуть две базовые задачи: ФНМ с одним излучающим центром (Солнечная система, 7 точек либрации) и ФНМ с двумя гравитирующими центрами излучения (двойная звездная система, 9 точек либрации). Обобщение этих задач приводит к неограниченным постановкам задач трех или многих тел в рамках ФНМ.

В задаче с излучением Солнца уместно выделить три очевидные пересекающиеся позиции (Поляхова, 2010):

1. гелиоцентрические движения: гелиоцентрическая задача двух тел о движении микрометеороидов; ограниченная задача трех тел типа Солнце–Юпитер–частица или Солнце–комета–частица хвоста; исследование устойчивости 7-ми точек либрации, нестационарные постановки задач двух или трех тел в рамках ФНМ;

2. геоцентрические (планетоцентрические) задачи возмущенного спутникового движения под действием возмущений от эффектов светового давления;

3. теория управляемого полета с СП, гелиоцентрические полеты: к Солнцу, большим планетам, спутникам планет, астероидам, кометам; полеты геоцентрические: типа разгона к Луне или работы СП в роли орбитального осветителя или пассивного ретранслятора; СП в роли защитного экрана, помещенного в гелиоцентрическую точку либрации между Солнцем и Землей и предохраняющего Землю от перегрева вследствие глобального парникового эффекта.

С предлагаемой классификацией альтернативным образом пересекается классификация «по объектам». Имея в виду, что речь в ФНМ вообще может идти лишь об объектах с высокой парусностью, объекты можно разделить только на два класса:

- естественные малые тела Солнечной системы;
- искусственные небесные тела: ИСЗ, КА.

В рамках п. 1 уместно рассматривать орбитальные и вращательные движения пылевых частиц, микрометеороидов, малоразмерных астероидов, околопланетных пылевых структур и др., используя достаточно сложные модели сил светового давления с учетом различных слабых эффектов солнечной радиации таких, например, как абберационные и ротационные эффекты (Поляхова, 1986, 2004, 2010). Что же касается объектов из п. 2, то есть ИСЗ с высокой парусностью типа баллонов, КА с СП, то для описания их орбитального или вращательного движения обычно используют самую простую модель силы светового давления, обращая однако особое внимание на динамические особенности движения, будь то межпланетный орбитальный перелет с СП, стабилизация ИСЗ или КА по трем осям в световом потоке.

Все это очевидное разнообразие пересекающихся задач ФНМ не позволяет уложить ее в жесткие рамки каких-либо формальных и четких классификаций, тем более что развитие космической науки постоянно предлагает ученым новые и зачастую неожиданные проблемы.

Часть II

Современные
исследования

Глава 9

Оценки и вычисление параметра MOID

Параметр MOID (Minimum Orbital Intersection Distance) представляет собой теоретико-множественное расстояние между двумя софокусными эллиптическими орбитами, то есть глобальный минимум (евклидова) расстояния между двумя точками, лежащими на разных орбитах. Необходимость нахождения MOID возникает прежде всего в исследованиях, связанных с астероидно-кометной опасностью. Задача быстрого и точного вычисления MOID приобретает также все большее значение при расчетах и оперативной корректировке орбит космических аппаратов, в связи с быстрорастущим количеством космического мусора в околоземном пространстве.

С практической точки зрения основная трудность задачи вычисления MOID заключается в том, что она не имеет общего аналитического решения в явных функциях оскулирующих элементов. Возникает необходимость использования численных методов. С конца 1950-х годов — эпохи первых ИСЗ — тема быстрого и точного вычисления MOID стала актуальной; был предложен и реализован целый ряд методов вычисления MOID.

Принципиально новый подход к решению данной задачи¹, который приводит к точному значению MOID при малых затратах

¹См. также раздел «Метрики Холшевникова».

вычислительных ресурсов, был предложен К.В. Холшевниковым и Н.Н. Васильевым (1999b): с помощью методов алгебраической геометрии было показано, что в общем случае задача сводится к нахождению нулей тригонометрического многочлена восьмой степени, или, что то же, нулей алгебраического многочлена шестнадцатой степени; данные нули соответствуют критическим точкам функции расстояния между орбитами. Эффективный алгоритм поиска указанных нулей описан и реализован в работе (Балуев, Микрюков, 2019). Алгоритм следит за величиной численных ошибок, получаемых в результате вычислений, а также тщательно анализирует почти вырожденные случаи, в том числе практические случаи почти круговых и почти компланарных орбит. Проведенные Р.В. Балуевым и Д.В. Микрюковым (2019) вычислительные тесты показали, что алгоритм обладает высокой надежностью и точностью, а также то, что, несмотря на дополнительные расходы времени, связанные с контролем ошибок, он претендует на звание одного из наиболее быстрых методов вычисления параметра MOID на настоящий момент. Представленный в работе (Балуев, Микрюков, 2019) программный комплекс реализован на языке общего назначения C++ и размещен в сети Интернет в свободном доступе.

Метод К.В. Холшевникова и Н.Н. Васильева (1999b) поиска критических точек функции расстояния в паре эллиптических орбит допускает обобщение на случай, в котором каждая орбита является произвольным коническим сечением (эллипс, парабола, гипербола). Это обобщение, включающее также тривиальные случаи прямолинейных орбит, рассматривается в работе (Балуев, Холшевников, 2005). Позже, на основании результатов этой работы Р.В. Балуев (2021) модифицировал программный комплекс (Балуев, Микрюков, 2019) с целью добавления в него случаев гиперболических орбит. В текущей версии данного программного комплекса каждая из орбит может являться либо эллиптической, либо гиперболической.²

Размеры современных каталогов (речь идет в первую очередь о каталогах малых тел Солнечной системы) требуют вычисления параметра MOID для чрезвычайно большого количества орбитных пар. Однако задача нахождения MOID является актуальной, как правило, только для близких орбит. Вычисление расстояния между далекими орбитами обычно не представляет интереса.

²Наиболее актуальная версия расположена по адресу <http://sourceforge.net/projects/distlink>.

Таким образом возникает задача определения нижней оценки расстояния между орбитами. Если ее значение оказывается больше некоторого положительного числа δ , то и расстояние ρ (численное значение MOID) между орбитами также больше δ и такие орбиты в условиях рассматриваемой задачи (определяющих порог близости δ) могут считаться «далекими» друг от друга. Чтобы указанная оценка имела практический смысл для использования, она должна удовлетворять двум очевидным требованиям.

Во-первых, она всегда должна быть неотрицательной и обращаться в нуль тогда и только тогда, когда орбиты пересекаются. Рассмотрим простую нижнюю оценку ζ расстояния ρ между эллиптическими орбитами \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 , определяемую формулой

$$\rho(\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2) \geq \zeta(\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2) \stackrel{\text{def}}{=} \max\{q_1 - Q_2, q_2 - Q_1\}. \quad (9.1)$$

Здесь q_k и Q_k обозначают соответственно перицентрическое и апоцентрическое расстояния в орбите \mathcal{E}_k . Оценка (9.1) очевидно справедлива для любых софокусных эллипсов, но положительна только тогда, когда апоцентр одного из них лежит к общему фокусу ближе, чем перицентр другого. Примером такой орбитной пары является любая парная комбинация, составленная из восьми основных планет Солнечной системы. Но для случая Нептун–Плутон, а также для практически интересных случаев близких орбит оценка (9.1) не несет никакой информации, так как оказывается меньше нуля.

Во-вторых, вычисление оценки с точки зрения затрат машинных ресурсов должно быть задачей существенно более экономной, нежели расчет самого расстояния ρ . Оценка, представляющая собой относительно простую явную функцию орбитальных элементов, очевидно удовлетворяет этому требованию, поскольку для нахождения ρ требуется применение численных методов.³

Вопрос о существовании и построении оценки, удовлетворяющей указанным двум требованиям, был впервые рассмотрен в статье (Холшевников, Васильев, 1999а). В этой работе проанализированы топологически различные конфигурации двух софокусных кеплеровых орбит и на основании этого анализа вводятся понятия коэффициентов зацепления для орбитной пары. Построенные

³В алгоритме, реализованном в работе (Балуев, Микрюков, 2019), для нахождения корней алгебраического многочлена шестнадцатой степени используется схема Руффини–Горнера.

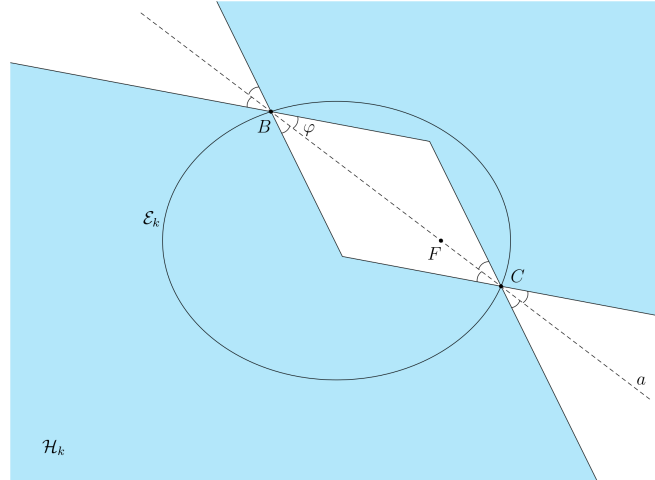


Рис. 9.1: Множество \mathcal{H}_k ($k = 1, 2$), заключающее орбиту \mathcal{E}_k , выделено светло-серым фоном. Пунктирная прямая a обозначает прямую пересечения орбитальных плоскостей. Множество \mathcal{H}_k бесконечно и располагается симметрично относительно a ; на рисунке показана его часть, лежащая вблизи прямой a и имеющая с a две общие точки B и C . Угол φ является убывающей функцией от эксцентриситета орбиты \mathcal{E}_k и заключен в пределах $0 < \varphi \leq 45^\circ$. При вращении прямой a вокруг притягивающего фокуса F угол φ не изменяется, то есть множество \mathcal{H}_k при этом вращении всегда остается подобным самому себе (изменяется лишь расстояние между точками B и C , принадлежащими \mathcal{E}_k). Метод построения \mathcal{H}_k описан в работе (Микрюков, Балугев, 2019). Рис. из работы (Микрюков, Балугев, 2019), адаптировано.

К.В. Холшевниковым и Н.Н. Васильевым коэффициенты зацепления являются непрерывными функциями оскулирующих элементов и в силу этого обстоятельства оказываются на практике удобными «индикаторами» близости орбит (см. подробности в указанной работе, а также в статье (Холшевников, Титов, 2007)). Изучение свойств коэффициентов зацепления орбит позволило Холшевникову и Васильеву наметить идею построения практически информативной нижней оценки расстояния ρ .

Данная идея получила развитие в работе (Микрюков, Балув, 2019), в которой авторы строят нижнюю оценку τ расстояния ρ для практически наиболее важного случая некомпланарных эллиптических орбит. Общая схема построения τ выглядит следующим образом. В плоскости орбиты \mathcal{E}_k строится двумерное множество \mathcal{H}_k , содержащее целиком \mathcal{E}_k , после чего вычисляется расстояние между \mathcal{H}_1 и \mathcal{H}_2 , которое и принимается за τ . Существенным является то, что множество \mathcal{H}_k имеет простую геометрическую форму: его границы состоят лишь из отрезков прямой и лучей (рис. 9.1). Благодаря этому расстояние между \mathcal{H}_1 и \mathcal{H}_2 легко находится, так как оказывается равным расстоянию между двумя некоторыми скрещивающимися прямыми. Расстояние между этими прямыми, выражающееся простым и явным образом через элементы орбит, в итоге служит нижней оценкой τ величины ρ . Полученную оценку τ Микрюков и Балув записали в виде

$$\rho(\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2) \geq \tau(\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2) \stackrel{\text{def}}{=} C(e_1, e_2, I)\sigma(\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2). \quad (9.2)$$

Здесь e_k — эксцентриситет орбиты \mathcal{E}_k , I — угол между орбитальными плоскостями, а σ представляет собой незначительную модификацию одного из введенных К.В. Холшевниковым и Н.Н. Васильевым (1999а) коэффициентов зацепления. Явный вид функций, записанных в правой части (9.2), приведен в работах (Холшевников, Васильев, 1999а; Микрюков, Балув, 2019). Важным свойством функции σ является то, что она удовлетворяет неравенству

$$\rho(\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2) \leq \sigma(\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2), \quad (9.3)$$

то есть σ служит верхней оценкой⁴ расстояния ρ . Комбинируя (9.2) и (9.3), получаем для ρ эффективную двустороннюю оценку

$$\tau(\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2) \leq \rho(\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2) \leq \sigma(\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2), \quad (9.4)$$

позволяющую составить представление о величине MOID без его непосредственного вычисления. Функции τ , ρ , σ в (9.4) либо одновременно положительны (орбиты не пересекаются), либо одновременно обращаются в нуль (орбиты пересекаются).

⁴Легко показать (Микрюков, Балув, 2019), что σ является точной (достижимой) оценкой расстояния ρ . Например, при $e_1 = e_2 = 0$ имеем $\rho = \sigma$. Вопрос о точности оценки τ остается открытым. Скорее всего (Микрюков, Балув, 2019), τ — неточная оценка, то есть при $\rho > 0$ всегда $\rho > \tau$.

Практическая эффективность оценки τ исследовалась Д.В. Микрюковым и Р.В. Балухевым (2019) с нескольких точек зрения. Прежде всего были выполнены эксперименты по созданию каталога пар крупных объектов главного пояса с близкими орбитами.⁵ Применение оценки τ , благодаря которому производился отсев пар с заведомо далекими орбитами (и стало быть для которых ρ не вычислялось), показало, что скорость построения каталога возрастает в несколько раз по сравнению с построением такого же каталога без использования τ . Микрюков и Балухев (2019) также провели несколько экспериментов по анализу точности оценки τ — выяснилось насколько отношение τ/ρ оказывается близким к единице в различных случаях. Обнаружено, что для объектов главного пояса величина τ/ρ превышает значение 0.5 очень редко. Относительно большие значения τ/ρ , заключенные в пределах 0.4–0.5, наблюдаются, как правило, в парах с заметно вытянутыми орбитами или с большим взаимным наклоном орбитальных плоскостей. В такие пары часто входят астероиды семейств, например, семейства Венгрии. Обычными же для главного пояса являются относительно низкие значения τ/ρ из промежутка 0.05–0.2.

Функция τ существенным образом зависит от взаимного наклона орбитальных плоскостей. Чем меньше угол наклона, тем ближе к нулю τ . Это явление обусловлено тем, что идея построения оценки τ опирается на понятие скрещивающихся прямых (в предельном компланарном случае эти прямые пересекаются и расстояние между ними становится равным нулю, см. подробности в статье Микрюкова и Балухева, 2019). В чувствительности к углу между орбитальными плоскостями заключается основное объяснение того, почему для большинства объектов главного пояса (у которых орбиты расположены вблизи общей плоскости эклиптики) оценка τ имеет весьма низкую точность. Определяемая формулой (9.1) оценка ζ , в отличие от τ , свободна от указанной зависимости. Это означает, что в некоторых очевидных случаях — в особенности когда орбиты околокруговые, почти компланарные и имеют существенно различные размеры — оценка ζ может быть гораздо точнее оценки τ . Для

⁵Для выполнения экспериментов в своей работе Микрюков и Балухев использовали каталог MPCORB Центра малых планет (Minor Planet Center).

иллюстрации этого эффекта Микрюков и Балугев (2019) приводят пример пары Земля–Марс, для которой $\zeta/\rho \approx 0.978$, $\tau/\rho \approx 0.02$ и пример пары Уран–Нептун, для которой $\zeta/\rho \approx 0.996$, $\tau/\rho \approx 0.013$.

Глава 10

Проблемы астероидно-кометной опасности

В 80-е годы XX века началось интенсивное изучение динамики астероидов, которые могут угрожать Земле. Падение крупного метеорита под Челябинском в 2013 году еще раз обратило внимание общественности на важность проблемы. В настоящее время исследованиям, связанным с астероидно-кометной опасностью, посвящено большое количество статей и книг, регулярно проводятся тематические конференции. Астероидно-кометная опасность — серьезнейшая междисциплинарная проблема.

В Трудах всесоюзного совещания, проведенного в ИТА АН СССР в 1991 году, опубликована статья К.В. Холшевникова «Вероятность столкновения с объектом, движущимся по орбите соударения с Землей» (Холшевников, 1991). В материалах конференции «Астероидная опасность – 95» (ИТА РАН, 1995), была опубликована заметка А.В. Елькина и Л.Л. Соколова «О последовательных прохождении АСЗ в окрестности Земли» (Елькин, Соколов, 1995), посвященная сближениям с Землей астероида перед соударением с ней. Показано, что такие сближения как правило должны иметь место.



Профессор Соколов Леонид Леонидович (1952 – 2022).

Тесные сближения астероида с Землей, предвещающие соударения с ней, позволяют обнаружить новые или потерянные опасные объекты и уточнить их орбиты, а также использовать эффект гравитационного маневра для экономного увода астероида от соударения. В работе (Холшевников и др., 2021) выявлена любопытная и важная тенденция: на траекториях, ведущих к соударению, сближения обычно более тесные, чем, например, на номинальных орбитах.

В 2004 году был открыт астероид Апофис, впоследствии давший неопенимый материал для исследований различных аспектов астероидно-кометной опасности. Апофис — необычный астероид. Он отличается от других известных сближающихся с Землей астероидов прежде всего тем, что в течение долгого времени (более 15 лет) он был одним из наиболее опасных для Земли астероидов. Это обусловлено особенностями его орбиты, прежде всего установленным тесным сближением с Землей 13 апреля 2029 года и последствиями этого сближения. Хотя в настоящее время Апофис считается практически безопасным для Земли, история исследований его возможных движений интересна и поучительна.

С 2006-го по 2011 год Апофис находился далеко от Земли и поэтому практически не наблюдался, его орбита не уточнялась. В это время теоретически исследовались возможные (в соответствии с имевшимися тогда данными) траектории астероида. Основная цель — выделение и изучение опасных сценариев, ведущих

к столкновению с Землей. В работе 2005 года (Chesley, 2006) найдено несколько возможных соударений Апофиса с Землей: в 2036 г., 2037 г., и др. После уточнения орбиты в 2006 году из них осталось возможным только соударение в 2036 году. Оно и его последствия тщательно исследовались.

Малое изменение орбиты до сближения ведет к ее большому изменению после сближения. Отсюда — потеря точности прогнозирования после тесного сближения, невозможность выделить только одну опасную траекторию. После одного-двух тесных сближений движение становится практически непредсказуемым. Земля изменяет гелиоцентрическую орбиту астероида при сближении; в частности, астероид может перейти на орбиту, резонансную с орбитой Земли. В этом случае через небольшое целое число лет они снова встретятся, в том числе возможно соударение. Это явление носит название «резонансный возврат».

Резонансные возвраты Апофиса возможны не только после сближения с Землей в 2029 году, но и после сближения с ней в 2036 году. Если возможно соударение, возможны и тесные сближения. Исследования показали существование множества (несколько десятков) опасных сценариев, связанных с ними. Так, в работе (Сokolov и др., 2008) с использованием метода точечных гравитационных сфер (ТГС) были обнаружены резонансные возвраты в 2037, 2038, 2039 (2 возврата) и 2040 (2 возврата) годах, при этом порождающие недетерминированные ТГС-траектории интерпретировались как квазислучайные движения, согласно определению В.М. Алексева. С использованием численного интегрирования неупрощенных уравнений движения астероида было найдено возможное тогда соударение Апофиса с Землей в 2040 году. Остальные резонансные возвраты соответствуют тесным сближениям. Разработан метод, позволяющий обойти потерю точности, связанную с тесным сближением в 2029 году, при численном поиске возможных соударений астероидов с Землей. Там же исследовалось рассеяние возможных траекторий астероида после сближения в 2029 году; показано, что свойства опасных траекторий практически не зависят от используемой модели движения планет и номинальной уточняемой орбиты астероида. Были получены оценки необходимого для предотвращения соударения с Землей изменения скорости астероида. Если удар по астероиду, меняющий его скорость, производится до сближения в 2029 году, требуемое изменение скорости может быть на 4 деся-

тичных порядка меньше. Этот важный результат подтверждается в других работах, см., например (Ивашкин, Стихно, 2009).

Разработаны методы, алгоритмы и программы поиска возможных соударений (Petrov и др., 2018). В работе (Соколов и др., 2012) приводится наиболее подробный список соударений, связанных с резонансными возвратами после сближения в 2036 году. Характеристики соударений оказываются устойчивыми относительно малых изменений модели движения, что продемонстрировано в работе (Соколов и др., 2012).

Апофис сближается с Землей приблизительно каждые 7 лет, поэтому следующие его наблюдения проводились в 2012–13 годах. Орбита была существенно уточнена, что привело, в частности, к исключению возможного соударения с Землей в 2036 году; оно стало невозможным, как и связанные со сближением в 2036 году резонансные возвраты. Однако еще в 2011 году была установлена возможность ряда соударений, связанных с резонансными возвратами после сближения Апофиса с Землей в 2051 году (Chesley, 2011). Тщательные исследования показали, что оставались возможными порядка сотни соударений в текущем столетии. Самое опасное — в 2068 году с вероятностью около семи миллионов. Следует отметить, что такое большое число возможных тогда соударений, после уточнения орбиты, было неожиданным. Ожидали, что, скорее всего, Апофис после 2013 года станет безопасным. Однако как раз совсем близко от его номинальной (тогда) орбиты располагалось сгущение областей, ведущих к соударениям.

Список возможных соударений Апофиса с Землей, связанный с резонансными возвратами после сближения в 2051 году, приведен в работе (Соколов и др., 2018). Он содержит 158 соударений в текущем столетии. Следующее сближение Апофиса с Землей, когда можно было проводить его наблюдения, произошло в 2020–21 годах. На этот раз уточнение его орбиты с использованием в том числе радиолокационных наблюдений оказалось достаточным для того, чтобы признать Апофис безопасным для Земли по крайней мере в ближайшие 100 лет.¹

Исследованы возможные соударения и сближения с Землей многих других астероидов. Это в частности 2013 XK22, 2015 RN35, 2008 EX5 (Соколов и др., 2021), 2007 VK184, 2011 AG5 (Соколов и

¹См. <https://cneos.nasa.gov/sentry/>.

др., 2013), 2008 UB7, 2006 QV89 и другие. Большинство из них уже перестали быть опасными после уточнения их орбит из наблюдений, однако полученные свойства траекторий соударения и сближения и сейчас представляют определенную ценность.

Разработаны методы, алгоритмы и программы для нахождения возможных соударений и сближений астероидов с Землей, Луной и планетами. Поиск возможных соударений можно довольно эффективно проводить варьированием начальных данных на одномерном многообразии, если орбита известна достаточно точно (как в случае Апофиса). Положения ведущих к соударениям областей начальных данных образуют структуру фрактального типа, связанную с резонансными возвратами.

Изучены возможности предотвращения соударения с Землей Апофиса и других астероидов. В работе (Александрова и др., 2016) показано, что атомный взрыв после сближения с Землей до соударения с ней может безопасно разрушить астероид. Согласно (Батмунх и др., 2019), с использованием двигателей малой тяги возможен увод от соударения с Землей астероида умеренных размеров. Соколов и др. (2018) на примере астероида Апофис выявили возможность предотвращения множества соударений при ударном изменении скорости астероида с учетом эффекта гравитационного маневра.

В работе (Баляев, 2020) найдены астероиды с большими вероятностями соударений с Луной и планетами; позднее было показано, что астероиды с перигелийным расстоянием более 1.3 а.е., которые, согласно действующей терминологии, не являются «околоземными», могут приближаться к Земле на расстояние менее 100 ее радиусов за время порядка 100 лет и даже сталкиваться с ней. Продолжение численных исследований возможных траекторий большого числа астероидов с известными орбитами представляет несомненный интерес, поскольку позволит выделить ранее неизвестные опасные для Земли объекты, в том числе не являющиеся в настоящее время «околоземными».

В последние годы проблема астероидно-кометной опасности приобретает новый контекст в связи с обнаружением межзвездных объектов, проходящих через Солнечную систему, — астероида 1I/Умуамуа (1I/ʻOumuamua, 2017 г.) и кометы 2I/Борисов

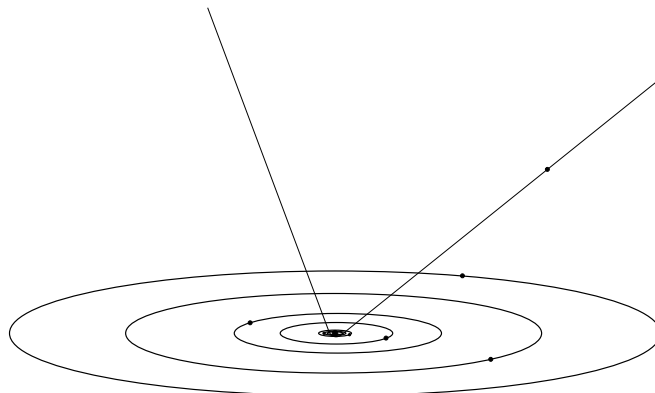


Рис. 10.1: Траектория пролета 2I/Умуамуа через внутреннюю Солнечную систему. Рисунок подготовлен Д.В.Микрюковым.

(2I/Borisov, 2019 г.).² Рис. 10.1 представляет схему пролета 2I/Умуамуа через внутреннюю Солнечную систему.

²Индекс I в названиях этих объектов — сокращение от “Interstellar.”

Глава 11

Пылевые комплексы в Солнечной системе

Новым актуальным научным направлением в астрономии в конце 1980-х годов стало исследование околопланетных и околоспутниковых пылевых комплексов в Солнечной системе. Одним из сигналов о существовании подобных комплексов послужила внезапная потеря связи космического зонда «Фобос-2» в 1989 году. Примерно за неделю до запланированного сближения с Фобосом, 27 марта 1989 года, станция «Фобос-2» не вышла на связь. Несколько часов спустя слабый сигнал был принят, но телеметрическую информацию извлечь не удалось. По характеру сигнала можно было только предположить, что аппарат не был стабилизирован и хаотично вращался. Дальнейшие попытки связаться со станцией оказались безуспешными, и 15 апреля 1989 года они были прекращены. Было высказано предположение, что причиной могло оказаться столкновение станции с метеороидом миллиметрового размера.

Еще в 1971 г. Сотер (Soter, 1971) высказал гипотезу о существовании вокруг орбит Фобоса и Деймоса разреженных пылевых колец. Идея проста: лишенные атмосферы спутники подвергаются высокоскоростным ударам межпланетных метеороидов, в результате которых с поверхностей выбрасывается пыль, суммарная масса которой на 3–4 порядка превосходит массу ударника. Типичные скорости выброса больше скорости убегания с поверхностей спутников, но меньше скорости убегания от планеты в межпланетное про-

странство, поэтому пылинки оказываются на околопланетных орбитах, образуя пылевые кольца вокруг орбит родительских спутников. Стало ясно, что если такие кольца действительно существуют, концентрация частиц вдоль орбит Фобоса и Деймоса может быть достаточно высокой, и удар микрометеороида становится вполне вероятным сценарием того, что произошло с «Фобосом-2». Однако истинная причина потери аппарата, скорее всего, так и останется не выясненной.

Первая модель пылевого тора вокруг орбиты Фобоса опубликована в работах (Кривов и др., 1991; Kholshchevnikov и др., 1993). Далее обнаружили новые многочисленные аспекты задачи. Также и вопрос, есть ли кольца у Марса, оставался без ответа. В серии работ (Krivov, 1994; Krivov и др., 1996, 2006; Krivov, Hamilton, 1997; Krivov, Jurewicz, 1999; Makuch и др., 2005) изначальная модель тора Фобоса была дополнена моделью тора Деймоса, заметно уточнена и всесторонне обобщена. Так, были добавлены возмущения от сжатия Марса, а также давление солнечного излучения, существенно влияющее на частицы размером менее ~ 1 мм. Стало ясно, что динамика и распределение частиц различных размеров должны быть принципиально различными. Выяснилось, что кольца Фобоса и Деймоса должны сильно отличаться друг от друга (Krivov и др., 1996; Krivov, Hamilton, 1997). Тонкое, как бритвенное лезвие, и чрезвычайно разреженное кольцо Фобоса, скорее всего, трудно будет обнаружить, тогда как «пухлый» и более плотный тор Деймоса, состоящий из долгоживущих частиц, должен быть основным пылевым комплексом около Марса (Makuch и др., 2005).

Моделировались и предсказываемые облака непосредственно вокруг обоих спутников (Krivov, Jurewicz, 1999). Обсуждались возможности обнаружить и кольца, и околоспутниковые облака как при удаленных наблюдениях в рассеянном свете, так и с помощью пылевых детекторов на борту космических аппаратов, запускаемых к Марсу. Несмотря на все усилия, гипотетические кольца Марса до сих пор обнаружить не удалось. Одна из вероятных причин этого — плохо известное распределение выбрасываемых с поверхности спутников реголитных частиц по размерам (Krivov и др., 2006). Возможно, лишь незначительная доля пылинок выбрасывается в «динамически благоприятном» диапазоне размеров около 10–100 мкм, в котором — согласно моделям — они оказываются долгоживущими.

Дальнейшие попытки обнаружить марсианские кольца будут предприняты, например, в рамках японской космической экспедиции ММХ (старт планируется в 2024 году). Очевидно, что механизм микрометеоритной бомбардировки спутников Марса должен работать и для спутников других планет — по крайней мере достаточно маленьких, с низкой скоростью убегания. Соответственно, такие спутники должны быть окружены пылевыми облаками, а вокруг их орбит могут образовываться пылевые кольца (см., напр., Dikarev и др., 2006). В серии работ (Krivov и др., 2003; Sremčević и др., 2003, 2005) была разработана аналитическая модель облака вокруг произвольного спутника, а в статье (Hamilton, Krivov, 1996) — выведены и решены гамильтоновы уравнения движения околопланетных частиц с учетом совместно действующих возмущений от сжатия планеты, светового давления, силы Лоренца и притяжения Солнца. Последняя модель оказалась особенно полезной. В ней рассматривается задача, которую можно назвать магнитофотогравитационной круговой ограниченной задачей трех тел. Гамильтониан задачи, по сути, представляет собой классическую постоянную Тиссерана, выраженную через планетоцентрические элементы и обобщенную на случай присутствия нескольких дополнительных возмущений. Разработанный аналитический метод впоследствии нашел неожиданные интересные приложения и в «непылевых» задачах — например, к динамике двойных астероидов (Hamilton, Krivov, 1997) и к движению искусственных спутников Земли с большим миделевым сечением или малой массы (Krivov и др., 1997; Krivov, Getino, 1997). Примером другой изящной теоретической задачи с потенциально широкой областью применения стало описание огибающей поверхности семейства траекторий изотропно выброшенных частиц. Результаты ее решения при различных предположениях об орбите родительного тела и положении точек выброса были опубликованы в цикле работ (Коблик, Холшевников, 1994; Холшевников, Орлов, 2000; Холшевников и др., 2003; Орлов, Холшевников, 2004, 2008, 2012; Orlov, Kholshchevnikov, 2013). Исследовались и стохастические эффекты в движении околопланетных пылевых частиц (Sprahn и др., 2003; Makuch и др., 2006).

Некоторые из описанных выше моделей были применены для описания известного с 1960-х годов кольца Е Сатурна — на тот момент крупнейшего из планетных колец и самого яркого околопланетного пылевого комплекса в Солнечной системе. Оно расположе-

но в обширной зоне от 3 до 7.5–8 радиусов Сатурна и охватывает орбиты семи спутников планеты — от Мимаса до Дионы. Источником пылевого материала считается 250-километровый Энцелад, движущийся ближе к внутреннему краю кольца. Дикарев и Кривов (1998) исследовали динамику частиц кольца E Сатурна с учетом возмущений от светового давления Солнца, сжатия планеты, силы Лоренца за счет трех зональных гармоник магнитного потенциала планеты, а также сопротивления плазмы. На основе массового численного интегрирования уравнений движения отдельных частиц построена коллективная модель кольца E, лучше согласующаяся с наблюдательными данными, чем предшествующие модели.

В.В. Дикареву (Dikarev, 1998) удалось обобщить модель на случай переменного электростатического заряда пылинки и учесть эффекты силы сопротивления плазмы. Предполагалось, что основной источник выброса частиц с Энцелада — микрометеоритная бомбардировка его поверхности. Позже, благодаря наблюдениям зонда Кассини (Srama и др., 2004), выяснилось, что это не так: пыль извергается активным «ледяным вулканом» в южной приполярной области спутника (Sprahn и др., 2006a, 2006b).

Исследовалась также динамика выбросов со спутника Сатурна Гипериона (Banaszkiewicz, Krivov, 1997a, 1997b; Krivov, Banaszkiewicz, 2001a, 2001b). Движение этих частиц контролируется резонансом средних движений с Титаном и двумя негравитационными возмущающими силами — световым давлением и торможением в плазменной среде. Большая часть убегающих частиц либо оказывается свободной от резонанса из-за высоких начальных скоростей, либо высвобождается из «резонансного замка» двумя возмущающими силами. Орбиты, не запертые в резонансе, неустойчивы, и частицы испытывают многократные тесные сближения с Титаном. В результате заметная часть пылинок, покидающих сферу действия Гипериона, рано или поздно достигает атмосферы Титана. Приток пыли с Гипериона на Титан может быть существенным, сравнимым с притоком на Титан межпланетного вещества. Не исключено, что поступление водосодержащих частиц с Гипериона в атмосферу Титана может помочь в объяснении наблюдаемых там высоких концентраций молекул CO и CO₂.

Проект (Thiessenhusen и др., 2002) был нацелен на исследование гипотетического разреженного пылевого облака в системе Плутон–

Харон (другие спутники Плутона тогда еще не были открыты). Как и во многих других упомянутых выше системах, предлагаемый механизм — выброс вещества с поверхностей вследствие сверхскоростных ударов микрометеороидов, в данном случае — приходящих из пояса Койпера. Однако динамика пылинок в системе Плутон–Харон будет иной, чем в пылевых поясах Марса, Юпитера и Сатурна. Негравитационные силы (сила Лоренца, световое давление и другие), не должны играть сколько-нибудь заметной роли, поскольку Плутон не имеет магнитного поля и плазмосферы и чрезвычайно удален от Солнца. С другой стороны, гравитационная часть задачи сложнее, чем в других системах: масса Харона всего в 8 раз уступает массе Плутона. Так как движение пылинок определяется притяжением обоих тел, можно ожидать грушевидной формы облака, по крайней мере его более плотной части. Показано, что темп выброса пыли с поверхностей обоих тел сравним, но времена жизни у частиц с Харона внутри сферы Хилла системы Плутон–Харон значительно больше чем у частиц с Плутона, вследствие чего пылинки с Харона преобладают. Ожидаемая оптическая толщина на несколько порядков ниже той, которая позволила бы наблюдать облако фотометрически. Однако концентрация пыли в облаке достаточно высока для того, чтобы обнаружить пыль детектором на борту космического аппарата, который может быть запущен к Плутону.

Параллельно с теоретическими исследованиями известных и предполагаемых пылевых структур предприняты интенсивные усилия обнаружить еще не открытые комплексы наблюдательно. Эти усилия оказались безуспешными. В результате анализа данных космического аппарата Галилео обнаружены пылевые облака вокруг трех спутников Юпитера — Европы, Ганимеда и Каллисто (Krüger и др., 1999, 2000, 2003), а также пылевые кольца низкой плотности между их орбитами (Krivov и др., 2002a). Тем самым был фактически открыт новый класс объектов Солнечной системы — пылевые оболочки спутников планет. Анализ другого подмножества данных Галилео привел к обнаружению ранее не известного слабого пылевого кольца Юпитера, простирающегося по меньшей мере от орбиты Европы до орбиты Каллисто (Krivov и др., 2002b). Хотя кольцо чрезвычайно разрежено и недоступно фотометрическим наблюдениям, на момент открытия оно стало самым большим

из обнаруженных к тому времени планетных колец. Кроме того, оно стало первым из известных колец, источником которого являются не малые спутники, а спутники лунного размера.

Глава 12

Вращательная динамика спутников планет

К настоящему времени у планет Солнечной системы обнаружено уже более двух сотен спутников.¹ Исследование динамики этих небесных тел представляет значительный интерес с точки зрения понимания процессов формирования и эволюции Солнечной системы и планетных систем у других звезд. Во вращательной и орбитальной динамике спутников и спутниковых систем можно наблюдать как регулярное, так и хаотическое поведение. В настоящее время, помимо синхронного с движением по орбите вращения спутника относительно своего центра масс, у трех десятков спутников планет Солнечной системы установлено чрезвычайно быстрое (в несколько тысяч раз быстрее синхронного) вращение, а седьмой спутник Сатурна — Гиперион — находится в режиме хаотического, непредсказуемого вращения. Подробный обзор современного состояния исследований вращательной динамики спутников планет представлен в работе А.В. Мельникова и И.И. Шевченко (2022).

Синхронный с движением по орбите режим плоского (ось вращения ортогональна плоскости орбиты) вращения согласно теории (MacDonald, 1964) является наиболее вероятной финальной стадией долговременной приливной эволюции спутника. В работах Мельникова и Шевченко (2000, 2007), Мельникова (2001) и Куприянова

¹См. сайт NASA JPL, <http://ssd.jpl.nasa.gov/>

и Шевченко (2006) была подробно рассмотрена возможность существования нескольких возможных режимов плоского синхронного вращения у известных спутников планет. Типичными представителями таких спутников являются пятый спутник Юпитера — Амальтея (Ю5), для нее в фазовом пространстве плоского вращательного движения существуют две моды синхронного резонанса, и шестнадцатый спутник Сатурна — Прометей (С16), у которого возможны три режима синхронного вращения. На рис. 12.1 приведена диаграмма “ $\omega_0 - e$ ”, где $\omega_0 = \sqrt{3(B - A)/C}$ — параметр, характеризующий динамическую асимметрию формы спутника, $A < B < C$ — главные центральные моменты инерции, e — эксцентриситет орбиты спутника. На диаграмме указаны области существования трех режимов плоского синхронного вращения, соответствующих, согласно (Мельников, Шевченко, 2000, 2007), синхронному α -резонансу, синхронному β -резонансу и бифуркационной моде синхронного резонанса α_{bif} (см. подробнее Мельников, 2001).

Для ряда спутников, у которых возможны несколько мод синхронного резонанса, была исследована устойчивость плоского синхронного вращения относительно наклона оси вращения (Мельников, Шевченко, 1998, 2000, 2007; Kouprianov, Shevchenko, 2005; Melnikov, Shevchenko, 2008; Пашкевич и др., 2021). Устойчивость плоского синхронного вращения обуславливает возможность захвата спутника в ходе динамической эволюции в синхронный спин-орбитальный резонанс и долговременное нахождение спутника в нем. Определив на представленной на рис. 12.1 диаграмме положения известных спутников планет Солнечной системы, Melnikov и Shevchenko (2010) отметили, что значительная часть спутников попадает в область, где синхронный резонанс не существует. Согласно полученным выводам, указанные спутники вращаются либо много быстрее, чем синхронно с движением по орбите, либо, что менее вероятно, хаотично.

В работах Куприянова, Шевченко (2005) и Мельникова, Шевченко (2007) был выполнен детальный статистический анализ данных о размерах и возможных значениях инерционных параметров известных спутников. Согласно наблюдаемой статистике большую часть спутников представляют малые спутники (средний радиус фигуры менее 300 км), обладающие существенно иррегулярной формой. Melnikov, Shevchenko (2010) рассмотрели задачу о ти-

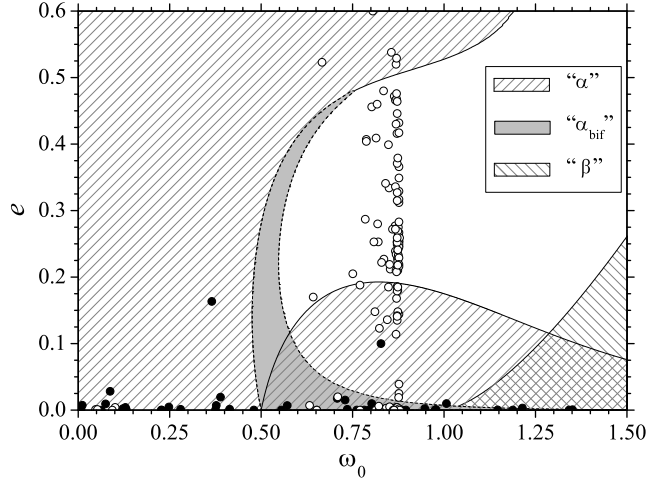


Рис. 12.1: Диаграмма “ $\omega_0 - e$ ”. Указаны области существования синхронного α -резонанса, синхронного β -резонанса и бифуркационной моды синхронного резонанса — α_{bif} . В белой области синхронный резонанс не существует. Темными кружками обозначены спутники планет Солнечной системы, для которых известна величина ω_0 . Светлыми кружками указаны положения спутников, для которых ω_0 получена при помощи аппроксимации (Куприянов, Шевченко, 2006) на основе известной величины среднего радиуса фигуры спутника. Рис. из статьи (Melnikov, Shevchenko, 2010), адаптировано.

пичных современных вращательных режимах спутников планет и показали, что большинство малых спутников находятся либо в регулярном (и более быстром чем синхронное) вращении, либо вращаются хаотически. Теоретический вывод о весьма быстром вращении многих малых спутников подтверждают современные наблюдательные данные (Denk, Mottola, 2019).

Исследованию хаотической вращательной динамики спутников посвящены работы Девяткина и др. (2002), Melnikov, Shevchenko (2008, 2010) и Мельникова (2014, 2020). В работе Девят-

кина и др. (2002) проведено моделирование наблюдаемых кривых блеска и вращательной динамики Гипериона, в итоге был сделан вывод о хаотическом характере его вращения. Строго, путем вычисления характеристических показателей Ляпунова, этот вывод был подтвержден в работе (Melnikov, 2002). Величина ляпуновского времени (времени предсказуемой динамики) для хаотического вращения Гипериона составляет один–два месяца, как показывают численные (Melnikov, 2002; Kourprianov, Shevchenko, 2005) и теоретические оценки (Шевченко, 2002). Поэтому хаотическую динамику Гипериона можно непосредственно наблюдать и изучать на относительно коротких временных интервалах. На основе теории сепаратрисных алгоритмических отображений (Shevchenko, 1999) разработаны аналитические методы оценивания максимальных показателей Ляпунова; см. Shevchenko (2002, 2020b).

Вопросы о возможности хаотического вращения других спутников планет Солнечной системы и особенностях, присущих хаотической вращательной динамике спутников, были детально рассмотрены в работах Kourprianov, Shevchenko (2005), Melnikov, Shevchenko (2008, 2010) и Мельникова (2014, 2020). Kourprianov, Shevchenko (2005) и Melnikov, Shevchenko (2008) показали, что наблюдаемое хаотическое в настоящее время возможно в динамике спутников Сатурна — Прометея (S16) и Пандоры (S17). Данный вывод подтверждается как малыми величинами ляпуновских времен для возможной хаотической вращательной динамики указанных спутников, так и близостью к неустойчивому состоянию режима плоского синхронного вращения для этих спутников. Посредством численных экспериментов было установлено (Melnikov, Shevchenko, 2008; Мельников, 2020), что у Прометея и Пандоры при хаотическом вращении имеет место эффект преимущественной ориентации наибольшей оси фигуры спутника по направлению на планету, поэтому хаотическое вращение спутника внешне может быть схоже с синхронным.

Недавно Мельников (2020) показал, что указанный эффект имеет место в возможной хаотической динамике спутников с малой величиной эксцентриситета орбиты ($e < 0.005$). Мельниковым (2014) была рассмотрена задача о возможности существования странного аттрактора в ходе приливной эволюции вращательного движения малых спутников. Странный аттрактор, движение на котором является хаотическим, формируется в окрестности синхронного резо-

нанса в фазовом пространстве плоского вращательного движения спутника. Было показано (Мельников, 2014), что странный аттрактор может существовать в динамике Гипериона.

Глава 13

Циркумбинарная динамика

В связи с открытием в начале 10-х годов этого столетия циркумбинарных планетных систем (систем, в которых планеты обращаются вокруг центральной тесной двойной звезды) у звезд главной последовательности, существенную актуальность приобрели исследования циркумбинарной планетной динамики. Предметом исследований являются, в частности, устойчивость, архитектура и проблемы потенциальной обитаемости циркумбинарных планетных систем.

В работе И.И. Шевченко (2015) построена теория, описывающая область хаотических орбит вокруг системы двух гравитационно связанных тел (двойной звезды, двойной черной дыры, двойного астероида). Если массовый параметр (отношение масс центральной двойной) выше некоторого порога, центральная непрерывная область хаоса проявляется благодаря перекрытию орбитальных резонансов, соответствующих целочисленным отношениям $p : 1$ между периодами обращения частицы и центральной двойной. В этой зоне имеет место неограниченная хаотическая орбитальная диффузия частицы, вплоть до ее выброса из системы. Оценено значение массового параметра μ , выше которого такая хаотическая зона присутствует универсально. Показано, что наблюдаемое разнообразие орбитальных бипланетных (двухпланетных) конфигураций у одиночных звезд и разнообразие циркумбинарных экзопланетных систем

согласуются с существованием порогового значения μ : на эмпирической зависимости «массовый параметр центральной двойной μ – отношение орбитальных периодов $T_{\text{out}}/T_{\text{in}}$ внешней планеты и центральной двойной» бипланетные системы все оказываются слева от вертикали (указывающей теоретический порог $\mu > 0.05$ для появления центральной хаотической зоны), тогда как циркумбинарные системы находятся справа от нее. Очевидно полное отсутствие экзосистем с $T_{\text{out}}/T_{\text{in}} < 5$ при $\mu > 0.05$, что согласуется с теорией: при $\mu > 0.05$ формируется центральная хаотическая зона, где орбиты планет с любыми начальными эксцентриситетами подвержены неограниченной хаотической диффузии, вплоть до выброса планеты из системы. Таким образом, теория предсказывает существование порогового значения отношения масс центральной двойной для возникновения области глобального орбитального хаоса, что подтверждается современными данными наблюдений экзопланетных систем.

Е.А. Попова и И.И. Шевченко (2012, 2013) провели исследование устойчивости и хаотической динамики планет в кратных звездных системах Кеплер-16, 34 и 35. Для планет этих систем путем вычисления ляпуновских спектров движения были построены диаграммы устойчивости «перигелийное расстояние – эксцентриситет»; они свидетельствуют, что планеты располагаются в резонансных ячейках на границах центральных хаотических областей (в пространстве орбитальных параметров), см. рис. 13.1 для системы Кеплер-16.

Данный феномен аналогичен явлению, хорошо известному в динамике Солнечной системы, а именно выживанию Плутона и плутино, находящихся в орбитальном резонансе 3:2 с Нептуном. Порядок центрального резонанса «занятой» резонансной ячейки увеличивается с увеличением массового параметра μ возмущающей двойной, так как увеличение μ сдвигает границу центральной хаотической области вовне. Таким образом, установлено, что в пространстве орбитальных параметров наблюдаемые циркумбинарные планеты располагаются на границах хаотических областей внутри резонансных ячеек фрактальных граничных зон.

Путем массовых численных экспериментов выявлены области хаотического движения на плоскости начальных условий «перигелийное расстояние q – эксцентриситет e » планетных орбит (Попова, Шевченко, 2012). Исходя из аналитического критерия

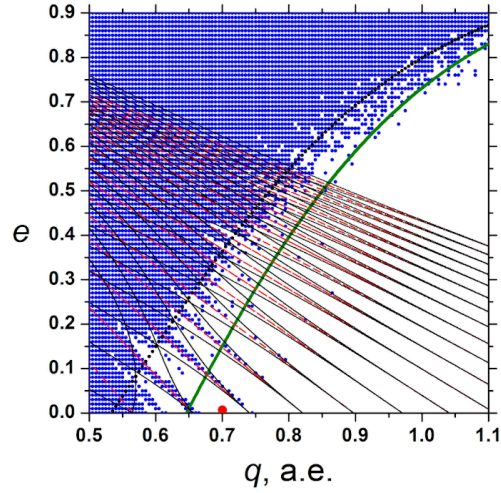


Рис. 13.1: Диаграмма устойчивости для системы Кеплер-16 в координатах «перигелийное расстояние – эксцентриситет». Серым тоном выделена зона хаоса. Темный кружок — планета. Сплошные и прерывистые кривые указывают границы области хаоса и сепаратрисы резонансов согласно современным теоретическим моделям. Рис. из работы (Попова, Шевченко, 2016).

Shevchenko (2015) хаотичности планетных орбит в двойных звездных системах, построены теоретические кривые, описывающие глобальную границу области динамического хаоса вокруг центральной двойной. Согласно Shevchenko (2015), эти кривые описываются формулой

$$e_{cr} = 1 - 2q\Delta E_{cr}, \quad (13.1)$$

где

$$\Delta E_{cr} \simeq A\mu^{2/5}q^{-1/10} \exp\left(-Bq^{3/2}\right), \quad (13.2)$$

константы

$$A = 2^{-1/2}3^{2/5}\pi^{3/5}K_G^{-2/5} = 2.2061\dots, \quad B = 2^{5/2}/15 = 0.3771\dots,$$

постоянная Грина $K_G = 0.971635406 \dots$; $\mu = m_2/(m_1+m_2)$ — массовый параметр центральной двойной (m_1, m_2 — массы ее компонентов, $m_2 < m_1$). Орбиты с начальным эксцентриситетом $e \gtrsim e_{cr}(q)$ хаотичны.

На основе теории Мардлинг (Mardling, 2008), описывающей отдельные резонансные «зубцы» (соответствующие целым резонансам между орбитальными периодами планеты и двойной), в работе (Попова, Шевченко, 2012) построены локальные границы хаоса. Показано, что теоретические модели успешно описывают как глобальную, так и локальные границы «хаос–порядок» на построенных численно диаграммах устойчивости, что говорит об адекватности этих теорий и их эффективности в обеспечении аналитических критериев хаотичности планетных орбит.

Е.А. Попова и И.И. Шевченко (2013) провели анализ возможных циркумбинарных конфигураций планетных систем двойных звезд Alpha Cen A-B и EZ Aqr A-C (одной из ближайших к нам двойных). Исходя из современных представлений о динамике и архитектуре циркумбинарных систем, были определены наиболее вероятные орбиты циркумбинарных планет в этих системах. В случае EZ Aqr A-C циркумбинарная зона обитаемости располагается в интервале от ~ 0.033 до ~ 0.064 а.е. по радиусу от барицентра двойной, и планета в резонансной ячейке на границе центральной зоны хаоса может находиться в зоне потенциальной обитаемости. В работе дано полное аналитическое описание диаграмм устойчивости для циркумбинарных планетных систем.

Большой интерес представляют спиральные структуры в планетезимальных дисках. Т.В. Демидова и И.И. Шевченко исследовали динамические возмущения протопланетного планетезимального циркумбинарного диска (диска вокруг двойной звезды) в эпоху, когда его газовая составляющая исчезает (Demidova, Shevchenko, 2015). Построена теория для вековой динамики планетезималей в циркумбинарных дисках в безгазовом случае. Продемонстрировано, как формируется циркумбинарная спиральная структура. Численно и аналитически изучена эволюция структуры в ходе распространения волны плотности по диску на вековой шкале времени. Выведены аналитические формулы, описывающие возникающие

структурные особенности; они в точности согласуются с численно-экспериментальной картиной. Таким образом, построена аналитическая теория, описывающая спиральные структуры в планетезимальных дисках двойных звезд.

Глава 14

Динамика планетезимальных дисков

Планетезимальные (осколочные диски) планетных систем состоят из малых тел в широком диапазоне размеров: от мелкой микронной пыли до километровых и бóльших планетезималей (астероидов и кометных ядер). Это распределение регулируется столкновениями, которые разрушают крупные тела, производя осколки и мелкую пыль, которая в свою очередь удаляется из-за радиационного давления и действия эффекта Пойнтинга–Робертсона (Lohne et al., 2008). Распределение мелких частиц по размерам a приблизительно описывается законом $dN \approx a^{-3.5} da$, поэтому наибольший вклад в суммарную площадь поперечного сечения дают мельчайшие частицы, в то время как по массе преобладают самые большие тела. Это означает, что в наблюдаемых свойствах осколочных дисков прежде всего проявляют себя мельчайшие частицы, число которых постоянно пополняется в столкновительном каскаде (Matthews et al., 2014; Marino, 2022).

Присутствие планетезимального диска может быть выявлено из анализа спектра излучения, в котором помимо чернотельного излучения звезды присутствует (если у звезды есть диск) избыток в инфракрасной области и радиодиапазоне (см., например, Marino et

al., 2018). Можно определить характеристический радиус осколочного диска, а также количество пыли в системе.

Данные наблюдений в рассеянном свете (оптика и ближний ИК диапазон) чувствительны к наличию в диске мелкой пыли, которая переизлучает свет звезды. За последние три десятилетия десятки изображений в рассеянном свете были получены с Земли и из космоса (например, Schneider et al., 2014; Esposito et al., 2020;). С помощью таких наблюдений могут быть выполнены оценки альбедо пылинок (Marshall et al., 2018). Кроме того, наблюдения в рассеянном свете используются для определения параметров поляризации (Perrin et al., 2015).

Тепловое излучение пыли на миллиметровых волнах соответствует частицам с размерами от 0.1 до 10 мм. Они не подвержены радиационному давлению, поэтому их распределение отражает распределение крупных родительских планетезималей. С помощью радиоинтерферометра ALMA (Atacama Large Millimeter Array) получены изображения десятков осколочных дисков в субмиллиметровом и миллиметровом диапазонах спектра (Matrà et al., 2018).

При наблюдениях осколочных дисков в рассеянном свете были обнаружены кольцеобразные структуры (см., например, Kalas et al., 2005; Thalmann et al., 2011; Krist et al., 2012); похожие структуры наблюдаются в субмиллиметровом (Greaves et al., 1998) и миллиметровом диапазонах (например, Marino et al., 2017; MacGregor et al., 2017; Pawellek et al., 2021). При этом в ряде случаев наблюдаются серии колец (Marino et al., 2018, 2020; Nederlander et al., 2021). Наличие темного кольца между яркими кольцами может быть вызвано движением планеты, которая создает в радиальной окрестности своей орбиты хаотическую зону (Wisdom, 1980). Планетезимальные кольца могут находиться в резонансах с планетой, необязательно разрешаемой на изображениях диска (Moro-Martín et al., 2010; Schneider et al., 2014, Demidova, Shevchenko, 2016). Присутствие возмущающей планеты потенциально ограничивает радиальные размеры планетезимального диска (Wyatt et al. 1999; Quillen 2006; Su et al. 2013; Rodigas et al. 2014). Известно, что у двух систем (HD 206803 и HR 8799) внутри осколочных дисков имеются газовые экзопланеты-гиганты (Marois et al., 2010; Milli et al., 2017).

Wisdom (1980) аналитически установил, что перекрытие резонансов средних движений первого порядка частицы с планетой

(при которых орбитальный период планеты относится к периоду частицы как $p : (p + 1)$ или $(p + 1) : p$ (где $p = 1, 2, \dots$) формирует кольцевую хаотическую зону в радиальной окрестности орбиты планеты. Ее радиальные размеры были позднее оценены теоретически и в численных расчетах. Определим массовый параметр $\mu = \frac{m_p}{m_p + M_*} \ll 1$ (где m_p — масса планеты и M_* — масса звезды), тогда радиальная полуширина хаотической зоны планеты на круговой орбите составляет

$$\Delta a = C\mu^{\frac{2}{7}} a_p, \quad (14.1)$$

где a_p — большая полуось орбиты планеты, а величина безразмерного численного коэффициента C разными авторами определяется в пределах от 1.3 до 1.6 (Duncan et al. 1989; Malhotra 1998; Quillen, Faber 2006; Mustill, Wyatt 2012; Shevchenko, 2020a).

Долговременная эволюция планетезималей в хаотических зонах планет на круговых орбитах исследовалась в работе Morrison, Malhotra (2015). В работе были выполнены оценки размеров хаотической зоны и времени ее расчистки (в зависимости от массового параметра) от частиц, благодаря их уходу из системы, либо выпадению на планету или родительскую звезду. Расчеты показали, что ширина внутренней относительно орбиты планеты части хаотической зоны несколько меньше внешней. Результаты были развиты в работе Демидовой и Шевченко (2020): получены свидетельства того, что изменение ширины внутренней и внешней части хаотической зоны происходят скачкообразно (Рис. 14.1). Такое поведение связано с отделением (при изменении массового параметра) от хаотической области резонансов средних движений первого порядка.

Кроме того, было показано, что вблизи резонансов средних движений первого порядка также возникают области пониженной плотности, как и в коорбитальном люке. Оказалось, что при $p = 1, 2, 3$ ширина области с пониженной плотностью может быть аппроксимирована зависимостью

$$\Delta a_{in}^r = 0.91\mu^{0.43} a_p \quad (14.2)$$

для внутренних относительно орбиты планеты резонансов и

$$\Delta a_{out}^r = 1.32\mu^{0.42} a_p \quad (14.3)$$

для внешних.

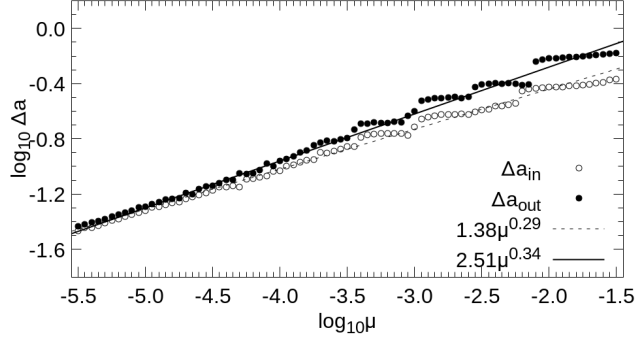


Рис. 14.1: Радиальная ширина Δa внутренней (светлые кружки) и внешней (темные кружки) части хаотической зоны в зависимости от массового параметра μ , в логарифмической шкале, согласно Демидовой, Шевченко (2020). Штриховой линией показана аппроксимация ширины внутренней, а сплошной — внешней области хаотической зоны. Величина Δa дана в единицах большой полуоси планеты a_p .

В случае $\lg \mu < -2.75$ вдоль орбиты планеты группируется устойчивый коорбитальный рой частиц, который представляет собой сгущения вещества вблизи либрационных точек Лагранжа L_4 и L_5 при $\lg \mu > -3.25$, а для менее массивных планет — кольцеобразную структуру. Внутренняя и внешняя части последней одинаковы по радиальной ширине. Ширина зависит от массового параметра следующим образом:

$$\Delta a^r = 0.28 \mu^{0.24} a_p \quad (14.4)$$

Исследования Morrison, Malhotra (2015) и Демидовой, Шевченко (2021) показали, что характерное время расчистки определенным образом зависит от массового параметра. Определим время расчистки как время, за которое половина начального вещества хаотической зоны покидает систему. Зависимость от массового параметра меняет наклон вблизи значения $\lg \mu = -4$, поскольку в случае массивной планеты ($\lg \mu > -4$) расчистка хаотической области идет

за счет рассеяния частиц на удаленные эллиптические и гиперболические орбиты, а при $\lg \mu < -4$ основным процессом, ответственным за уход частиц из системы, является аккреция на планету и звезду (Morrison, Malhotra 2015, Demidova, 2022). Без учета в расчетах аккреционного процесса (для маломассивных планет) времена расчистки существенно возрастают и достигают значений более 10^5 периодов обращения планеты (Демидова, Шевченко, 2021). Но и в таком случае зависимость меняет наклон при $\lg \mu = -2.75$. Зависимость хорошо аппроксимируется степенными законами:

$$T_{\text{cl}} = 0.23\mu^{-0.94}, \quad (14.5)$$

при $\lg \mu > -2.75$ и

$$T_{\text{cl}} = 0.0002\mu^{-2.06} \quad (14.6)$$

при $\lg \mu < -2.75$. Полученные зависимости показали хорошее согласие с аналитической теорией, разработанной Shevchenko (2020a).

Динамическая шкала времени расчистки планетной хаотической зоны может быть использована для (независимого от астрофизических методов) оценивания масс экзопланет (как наблюдаемых, так и неразрешенных) из наблюдений осколочных дисков. Например, для двух экзопланетных систем звезд HR 8799 и HD 95086, у которых помимо планет есть еще и внутренние теплые и внешние холодные осколочные диски (Marois et al., 2008, 2010; Rameau et al., 2013), сравнение астрофизических оценок планетных масс (Faramaz et al., 2021) и оценок, основанных на динамической шкале (Morrison, Malhotra, 2015; Демидова, Шевченко, 2021), показало хорошее согласие.

Из наблюдаемых остаточных дисков только четверть принадлежит двойным звездам (Rodriguez, Zuckerman, 2012). Согласно (Rodriguez и др., 2015), гравитационные возмущения в двойной системе могут ускорять разрушение остаточного диска вследствие частых столкновений планетезималей. При этом присутствие планеты в планетезимальном диске также структурирует его, как и в случае диска одиночной звезды. В работе Демидовой (2018) получены свидетельства, что в случае двойной системы коорбитальная структура более устойчива. Зависимость ширины коорбитального кольца от массового параметра ($\mu_b = \frac{m_p}{M_1 + M_2 + m_p}$, где M_1 и M_2 массы компонентов двойной) аппроксимируется формулой:

$$\Delta a \propto \mu^{\frac{1}{4}} a_p, \quad (14.7)$$

которая в целом сходна с формулой 14.4) для случая диска одиночной звезды.

Характеристики коорбитальных с планетами структур в осколочных дисках двойных звезд существенно зависят от параметров орбиты двойной системы и планеты (Демидова, Шевченко, 2018). Существенный эксцентриситет двойной звезды ($e_b \sim 0.5$) в сочетании с заметно некруговой орбитой планеты ($e_p \sim 0.2$), как, например, у системы Кеплер-34, не позволяет формироваться устойчивому долгоживущему коорбитальному кольцу. Напротив, малые или умеренные эксцентриситеты двойной и планеты способствуют формированию устойчивой коорбитальной структуры. При этом повышенная стабилизация коорбитального кольца, по всей вероятности, может быть обусловлена примерным равенством масс компонентов двойной (Демидова, 2018).

Т.В. Демидова и И.И. Шевченко исследовали многополосные кольцевые структуры в планетезимальных дисках, обусловленные наличием планет (Demidova, Shevchenko, 2016; Демидова, Шевченко, 2018). Теоретически и путем численного моделирования показано, как планета в планетезимальном диске формирует в нем многополосную структуру, состоящую из нескольких колец вокруг центральной одиночной или двойной звезды, заполненных веществом или свободных от него. В наиболее яркой форме этот эффект проявляется в случае циркумбинарных дисков. Оценена предельная масса планеты, при которой система из многих колец сокращается до трехполосной: заполненного веществом коорбитального с планетой кольца и двух кольцеобразных полостей, положение которых соответствует орбитальным резонансам 2:1 и 1:2 с планетой. В рамках предложенной теории объяснена природа трехполосной структуры в диске HL Tau, присутствующей на изображениях, полученных комплексом радиотелескопов ALMA. Таким образом, установлены закономерности формирования кольцевых многополосных структур, обусловленных наличием планет, в планетезимальных дисках одиночных и двойных звезд. Проведено моделирование динамики остаточных дисков в циркумбинарных системах, открытых космическим телескопом *Kepler*; сделан вывод, что обнаружение циркумбинарных кольцеобразных структур из наблюдений двойных звезд может быть свидетельством существования планет, формирующих эти структуры. На рис. 14.2 приведен пример кольцевой структуры в циркумбинарном диске с планетой, полученный путем численного

моделирования.

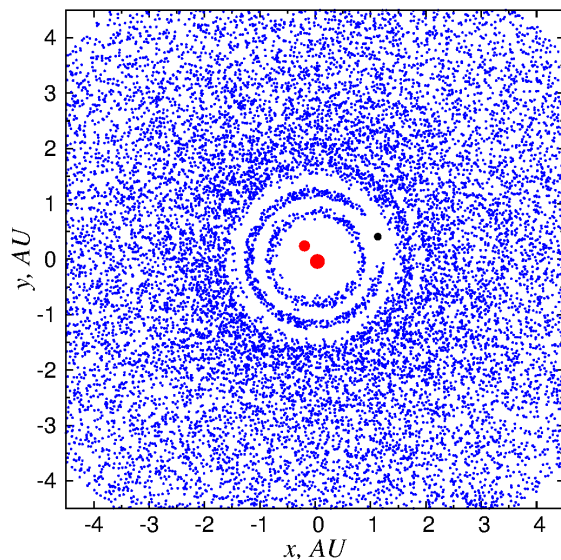


Рис. 14.2: Пример кольцевой структуры в циркумбинанном диске с планетой, полученный путем численного моделирования. Рис. из работы (Демидова, Шевченко, 2018).

С использованием методов теории симплектических отображений построена теория планетных хаотических зон в планетезимальных дисках, позволяющая аналитически оценивать основные параметры этих зон — радиальные размеры, скорости расчистки, ляпуновские шкалы времени (Шевченко, 2020а, 2020б). Путем массовых численных экспериментов получены данные о свойствах планетных хаотических зон, согласующиеся с теорией (Демидова, Шевченко, 2020).

Глава 15

Методы открытий и определения орбит ЭКЗОПЛАНЕТ

Ведущиеся сейчас активные исследования внесолнечных планетных систем затрагивают многие задачи небесной механики, касающиеся методов открытий и определения орбит экзопланет, их орбитальной динамики. Этим задачам посвящен ряд работ Р.В. Балужева.

В работе (Valuev, 2008) рассматривались возможные орбитальные конфигурации планетной системы HD 37124. Проведен анализ всех имевшихся на тот момент наблюдательных данных, с учетом новой для того времени модели шума лучевой скорости (доплеровского дрожания звезды). Впервые для этой планетной системы была предложена интерпретация данных, указывающая на орбитальный резонанс 2 : 1. Впоследствии эта конфигурация была подтверждена независимой группой (Wright и др., 2011).

В работе (Valuev, 2011) рассматривалась резонансная планетная система GJ 876, которая была на тот момент одной из немногих систем, демонстрирующих наблюдаемые гравитационные возмущения. Впервые было показано наличие автокоррелированного (красного) доплеровского шума, с амплитудой порядка 2 м/с и временным параметром около 3 сут. Этот шум, вероятно, свидетельствует

о пятенной активности звезды. С его учетом в рамках модели гауссовского случайного процесса была уточнена конфигурация планетной системы, в частности угол взаимного наклона орбит двух главных планет ограничен величиной 15 градусов, а также показано, что орбита внутренней планеты близка к круговой. Кроме того, в этой работе был предложен быстрый метод фиттинга возмущенной орбитальной конфигурации, использующий уравнения чувствительности для вычисления частных производных лучевой скорости по параметрам модели (которые нужны в градиентных методах фиттинга).

В работе (Valuev, 2013b) пионерский метод учета коррелированного доплеровского шума получил дальнейшее развитие при анализе планетной системы GJ 581. Показано, что после такого учета (i) доплеровский сигнал ранее оспоренной планеты e выделяется в данных разных обсерваторий уверенно и независимо, (ii) сигналы гипотетических планет f и g, которые ранее заявлялись некоторыми группами, оказываются ложным эффектом красного шума, (iii) статистическая значимость сигнала планеты d становится пограничной. Таким образом, пример GJ 581 демонстрирует оба типа статистических ошибок, к которым может привести наличие красного шума: обнаружение ложных сигналов (ошибка первого рода) и необнаружение реально существующего (ошибка второго рода).

В работе (Valuev, Beaugé, 2014) исследовалась резонансная планетная система HD 82943. В доплеровских данных спектрографа CORALIE для этой системы обнаружена годичная систематическая ошибка, которая искажала прежние результаты анализа. В новой модели устойчивая орбитальная конфигурация соответствует трехпланетному резонансу 1 : 2 : 5, при этом две главные планеты (b, c) находятся вблизи состояния апсидальной коротации со значительными эксцентриситетами. При этом если система пришла к данной конфигурации через адиабатическую миграцию, начиная от почти круговых орбит, то в какой-то период времени она должна была пройти состояние асимметричной апсидальной коротации. Это могло стать причиной катастрофических событий в системе, ранее заподозренных по аномальному содержанию лития-6 в атмосфере звезды (Israelian и др., 2001).

Существо описанных выше работ лежало зачастую не столько в плоскости исследования конкретных планетных систем, сколько в методологической плоскости. Например, сюда относится опреде-

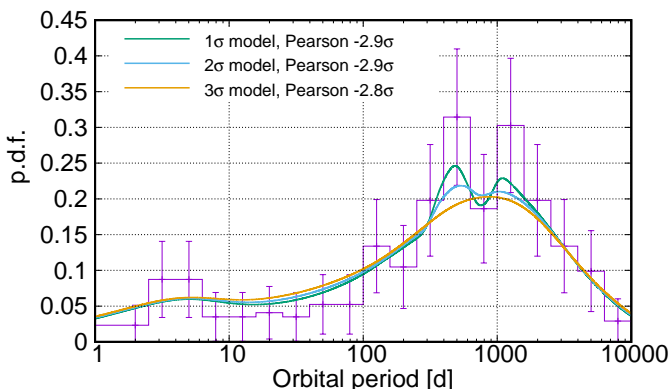


Рис. 15.1: Плотность распределения орбитальных периодов экзопланет, очищенная от шума методом вейвлет-анализа. Рис. из статьи (Valuev, Shaidulin, 2018).

ление структуры доплеровского шума, когда шумовая компонента с нестандартными свойствами существенно искажает результаты анализа и итоговую модель планетной системы. Таким образом, значительную роль здесь играет разработка новых статистических методов моделирования, а также соответствующего программного обеспечения. В частности, следует упомянуть разработанный в СПбГУ пакет PlanetPack3 с открытым исходным кодом (Valuev, 2013a, 2018a). Он позволяет решать целый комплекс сложных и нестандартных задач статистической обработки наблюдений, в частности выполнять самосогласованное моделирование доплеровских и фотометрических измерений, в том числе с использованием гравитационно-возмущенной модели планетной системы в рамках задачи N тел.

Самостоятельным ответвлением данной темы стало исследование не отдельных планетных систем, а экзопланетной статистики. В работе (Valuev, 2018b) представлена адаптация метода вейвлет-

анализа для поиска значимых структур в одномерных статистических выборках. В последующей работе (Valuev, Shaidulin, 2018) эта методика применялась к выборке открытых экзопланет. В частности, была обнаружена статистически значимая группа (сгущение) планет-гигантов (с массой более примерно массы Сатурна), занимающая узкий интервал по орбитальному периоду около значения 1 года (см. рис. 15.1). Предположительно, она связана с эффектом ледяной аккумуляции в протопланетном диске, то есть этот результат можно считать наблюдательным подтверждением как самого существования данного эффекта, так и его значимости для процессов планетообразования.

Литература

Абалакин В.К. К вопросу об устойчивости точек либрации в окрестности вращающегося трехосного эллипсоида // Бюлл. Инст. Теор. Астр. 1957. Т. 6. С. 543–549.

Агекян Т.А., Аносова Ж.П. Исследование динамики тройных систем методом статистических испытаний // Астрон. журн. 1967. Т. 44. С. 1261.

Агекян Т.А., Аносова Ж.П. // Астрофизика. 1968. Т. 4. С. 31

Агекян Т.А., Аносова Ж.П., Орлов В.В. Время распада тройных систем // Астрофизика. 1983. Т. 19. № 1. С. 111–117.

Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию. М.: Наука. 1977. 368 с.

Александрова А.Г., Галушина Т.Ю., Прищепенко А.Б., Холшевников К.В., Четкин В.М. О превентивном разрушении опасного астероида // Астрон. журн. 2016. Т. 39. № 6. С. 595–602.

Аносова Ж.П., Орлов В.В. Начальная конфигурация и распад тройных систем с компонентами различных масс // Труды АО ЛГУ. 1984. Т. 39. С. 101–111.

Антонов В.А. Замечания к проблеме устойчивости в звездной динамике // Астрон. журн. 1960. Т. 37. № 5. С. 918–926.

Антонов В.А. Наивероятнейшее фазовое распределение в сферических звездных системах и условия его существования // Вестник Ленинградского университета. 1962а. Т. 7. С. 135–146.

Антонов В.А. Решение задачи об устойчивости звездной системы с законом плотности Эмдена и сферическим распределением скоростей // Вестник Ленинградского университета. 1962б. Т. 19. С. 96–111.

Антонов В.А. О неустойчивости стационарных сферических моделей с чисто радиальными движениями // В сб. «Динамика галактик и звездных скоплений» (под ред. Омарова Г.Б.), 1973, Алма-Ата, Наука. С. 139–143.

Балыев И.А. Об ускорении численного интегрирования уравнений движения астероидов // Астрон. вестн. 2020. Т. 54. № 6. С. 567–576. (*Balyaev I.A.* Acceleration of numerical integration of the equations of motion of asteroids // Sol. Syst. Res. 2020. V. 54. № 6. P. 557–566.

Батмунх Н., Оськина К.И., Санникова Т.Н., Титов В.Б., Холшевников К.В. Увод астероида с помощью двигателей малой тяги, направленной по трансверсали // Астрон. журн. 2019. Т. 96. № 11. С. 961–968.

Батраков Ю.В. Периодические движения частицы в поле тяготения вращающегося трехосного эллипсоида // Бюлл. Инст. Теор. Астр. 1957. Т. 6. С. 524–542.

Бобылев В.В. Кинематика цефеид и изгиб диска Галактики // Письма в Астрон. журн. 2013. Т. 39. С. 909–915.

Бобылев В.В., Байкова А.Т. Особенности трехмерной кинематики классических цефеид // Письма в Астрон. журн. 2021. Т. 47. С. 634–645.

Бобылев В.В., Ховричев М.Ю. Кинематический контроль инерциальности системы собственных движений звезд каталогов ГУСНО-2 и УСАС2 // Письма в Астрон. журн. 2006. Т. 32. С. 676–690.

Бобылев В.В., Степанищев А.С., Байкова А.Т., Гончаров Г.А. Кинематика звезд ГУСНО-2, принадлежащих сгущению красных гигантов // Письма в Астрон. журн. 2009. Т. 35. С. 920–933.

Васильев Н.Н. Determination of singular points in the distance function between two points on Keplerian orbits // Бюллетень ИТА РАН. 1978. Т. 14. Вып. 5. С. 266–268.

Витязев В.В., Попов А.В., Цветков А.С., Петров С.Д., Трофимов Д.А., Кияев В.И. Новые детали эффекта Паренаго по данным первого релиза проекта GAIA DR1 // Письма в Астрон. журн. 2018. Т. 44. С. 688–704.

Витязев В.В., Цветков А.С. Представление кинематических компонент в собственных движениях звезд с помощью сферических функций // Вестник Ленингр. Ун-та. Сер. 1. 1989. Вып. 2. С. 73–79.

Витязев В.В., Цветков А.С. Анализ трехмерного поля скоростей звезд с помощью векторных сферических функций // Письма в Астрон. журн. 2009. Т. 35. С. 114–128.

Витязев В.В., Цветков А.С. Кинематические исследования собственных движений звезд зонных каталогов // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2012. Вып. 1. С. 128–136.

Витязев В.В., Цветков А.С., Петров С.Д., Трофимов Д.А., Куяев В.И. Свойства каталога ГУСНО-2 по данным первого релиза проекта GAIA // Письма в Астрон. журн. 2017. Т. 43. С. 807–827.

Гасанов С.А. Задача о движении звезды внутри слоисто-неоднородной эллиптической галактики с переменной массой // Письма в Астрон. журн. 2007. Т. 33. С. 925–941.

Гасанов С.А., Лукьянов Л.Г. О точках либрации в задаче о движении звезды внутри эллиптической галактики // Астрон. журн. 2002. Т. 79. № 10. С. 944–951.

Девяткин А.В., Горшанов Д.Л., Грицук А.Н., Мельников А.В., Сидоров М.Ю., Шевченко И.И. Наблюдения и теоретический анализ кривых блеска естественных спутников планет // Астрон. вестн. 2002. Т. 36. № 3. С. 269–281. (*Devyatkin A.V., Gorshanov D.L., Gritsuk A.N., Melnikov A.V., Sidorov M.Yu., Shevchenko I.I.* Observations and theoretical analysis of lightcurves of natural satellites of planets // Sol. Syst. Res. 2002. V. 36. № 3. P. 248–259.)

Демидова Т.В. Подковообразные структуры в остаточных дисках двойных звезд с планетами // Астрон. вестн. 2018. Т. 52. № 2. С. 184–192.

Демидова Т.В., Шевченко И.И. Моделирование динамики остаточных дисков в системах Кеплер-16, Кеплер-34 и Кеплер-35 // Письма в Астрон. журн. 2018. Т. 44. № 2. С. 140–147.

Демидова Т.В., Шевченко И.И. Долговременная динамика планетезималей в хаотических зонах планет // Письма в Астрон. журн. 2020. Т. 46. № 11. С. 827–836.

Демидова Т.В., Шевченко И.И. Эволюция хаотических зон планет в планетезимальных дисках // Письма в Астрон. ж. 2021. Т. 47. С. 800–811.

Дикарев В.В., Кривов А.В. Динамика и пространственное распределение частиц кольца Е Сатурна // Астрон. вестн. 1998. Т. 32. № 2. С. 147–163 (*Dikarev V.V., Krivov A.V.* Dynamics and spatial

distribution of Saturn's E ring particles // Sol. Syst. Res. 1998. V. 32. № 2. P. 128–143.)

Елькин А.В., Соколов Л.Л. О последовательных проходах АСЗ в окрестности Земли // Тез. докл. Всеросс. конф. с международным участием «Астероидная опасность-95». 23-25 мая 1995 г. Санкт-Петербург: ИТА РАН, МИПАО. 1995. Т. 2. С. 41.

Журавлев С.Г. О неустойчивости точек либрации в окрестности вращающегося гравитирующего эллипсоида // Сб. научн. раб. асп. Универс. Друж. Нар. 1968. Вып. 1. С. 169–183.

Зонн В., Рудницкий К. Звездная астрономия. М.: Изд-во иностранной литературы. 1959. 448 с.

Ивашкин В.В., Стигно К.А. О применении гравитационного воздействия на астероид Арорhis для коррекции его орбиты // Докл. АН РАН. Сер. Механика. 2009. Т. 424. № 5. С. 621–626.

Коблик В.В., Холшевников К.В. Огибающая орбит изотропно выброшенных частиц // Вестник СПбГУ. Сер. 1. 1994. Вып. 1. С. 98–102.

Косенко И.И. Точки либрации в задаче о трехосном гравитирующем эллипсоиде. Геометрия области устойчивости // Космич. исслед. 1981. Т. 19. № 2. С. 200–209.

Кохирова Г.И., Бабаджанов П.Б., Холшевников К.В., Хамроев У.Х., Миланов Д.В. О родстве астероидов (2101) Адонис и 1995cs // Доклады Академии наук Респ. Таджикистан. 2017. Т. 60. Вып. 7–8. С. 301–307.

Кривов А.В., Соколов Л.Л., Холшевников К.В., Шор В.А. // Астрон. вестн. 1991. Т. 25. № 3. С. 317–326. (*Krivov A.V., Sokolov L.L., Kholshchevnikov K.V., Shor V.A.* On the existence of the swarm of particles around the Phobos orbit // Sol. Syst. Res. 1991. V. 25. № 3. P. 233–242.)

Кузнецов Э.Д., Аль-Шиблави О.М., Гусев В.Д., Устинов Д.С. Пары транснептуновых объектов на близких орбитах // Астрономия и исследование космического пространства. Екатеринбург: Издательство Уральского университета. 2021. 222 с.

Куприянов В.В., Шевченко И.И. О форме и вращательной динамике малых спутников планет // Астрон. вестн. 2006. Т. 40. № 5. С. 428–435. (*Kouprianov V.V., Shevchenko I.I.* The shapes and

rotational dynamics of minor planetary satellites // *Sol. Syst. Res.* 2006. V. 40. № 5. P. 393–399.)

Мартынова А.И., Орлов В.В. Периодические орбиты в общей задаче трех тел // *Астрон. вестн.* 2013. Т. 47. № 5. С. 395–407.

Мартынова А.И., Орлов В.В., Рубинов А.В., Соколов Л.Л., Никифоров И.И. Динамика тройных систем: учебное пособие. СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2010. 216 с.

Мельников А.В. Бифуркационный режим синхронного резонанса в поступательно-вращательном движении несферических естественных спутников планет // *Космич. исслед.* 2001. Т. 39. № 1. С. 74–84.

Мельников А.В. Условия возникновения странных аттракторов во вращательной динамике малых спутников планет // *Космич. исслед.* 2014. Т. 52. № 6. С. 500–511.

Мельников А.В. Ориентация фигур малых спутников планет при хаотическом вращении // *Астрон. вестн.* 2020. Т. 54. № 5. С. 458–467. (*Melnikov A.V.* Orientation of figures of small planetary satellites during chaotic rotation // *Sol. Syst. Res.* 2020. V. 54. № 5. P. 432–441.)

Мельников А.В., Шевченко И.И. Об устойчивости вращательного движения несферических естественных спутников относительно наклона оси вращения // *Астрон. вестн.* 1998. Т. 32. № 6. С. 548–559. (*Mel'nikov A.V., Shevchenko I.I.* The stability of the rotational motion of nonspherical natural satellites with respect to tilting the axis of rotation // *Sol. Syst. Res.* 1998. V. 32. № 6. P. 480–490.)

Мельников А.В., Шевченко И.И. Об устойчивости вращения несферических естественных спутников в синхронном резонансе // *Астрон. вестн.* 2000. Т. 34. № 5. С. 478–486. (*Mel'nikov A.V., Shevchenko I.I.* On the stability of the rotational motion of nonspherical natural satellites in a synchronous resonance // *Sol. Syst. Res.* 2000. V. 34. № 5. P. 434–442.)

Мельников А.В., Шевченко И.И. О хаотической динамике спутниковых систем // *Астрон. вестн.* 2005. Т. 39. № 4. С. 364–374. (*Mel'nikov A.V., Shevchenko I.I.* Chaotic Dynamics of Satellite Systems // *Sol. Syst. Res.* 2005. V. 39. № 4. P. 322–332.)

Мельников А.В., Шевченко И.И. Необычные режимы вращения малых спутников планет // *Астрон. вестн.* 2007. Т. 41. № 6. С. 521–530. (*Melnikov A.V., Shevchenko I.I.* Unusual rotation modes of minor planetary satellites // *Sol. Syst. Res.* 2007. V. 41. № 6. P. 483–491.)

Мельников А.В., Шевченко И.И. Вращательная динамика и эволюция спутников планет Солнечной и экзопланетных систем // Астрон. вестн. 2022. Т. 56. № 1. С. 3–26. (*Melnikov A.V., Shevchenko I.I.* Rotational dynamics and evolution of planetary satellites in the Solar and exoplanetary systems // Sol. Syst. Res. 2022. V. 56. № 1. P. 1–22.

Миланов Д.В., Щепалова А.С. Определение средней орбиты семейства кеплеровых орбит // Известия Национальной Академии наук Таджикистана. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. 2021. Т. 183. № 2. С. 37–43.

Огородников К.Ф. Динамика звездных систем. М.: Гос. изд-во физ.-мат. литературы. 1958. 628 с.

Орлов С.А., Холшевников К.В. Пылевой тор III. Уравнения огибающей поверхности семейства траекторий изотропно выброшенных частиц с учетом движения узлов и перицентров // Вестник СПбГУ. 2004. Сер. 1. Вып. 1. С. 112–119.

Орлов С.А., Холшевников К.В. Орбитальный пылевой тор как огибающая поверхность семейства траекторий изотропно выброшенных частиц // Астрон. вестн. 2008. Т. 42. № 2. С. 99–118. (*Orlov S.A., Kholshchevnikov K.V.* The orbital dust torus as an enveloping surface of a family of trajectories of isotropically ejected particles. // Sol. Syst. Res. 2008. V. 42. № 2. P. 91–110.

Орлов С.А., Холшевников К.В. Пылевой тор, образованный выбросом частиц в апсидальных точках // Астрон. вестн. 2012. Т. 46. № 3. С. 223–234. (*Orlov S.A., Kholshchevnikov K.V.* Dust torus produced by particles ejected in the apsidal points // Sol. Syst. Res. 2012. V. 46. № 3. P. 208–219.

Осипков Л.П. Некоторые теоретические аспекты кинематики Огородникова–Милна // Динамика и эволюция звездных систем. Ред. Огородников К.Ф. и др. М., Л.: АН СССР, ВАГО, ГАО. 1975. С. 66–75.

Осипков Л.П. Сферические системы гравитирующих тел с эллипсоидальным распределением скоростей // Письма в Астрон. журн. 1979. Т. 5. № 6. С. 77–80.

Паренаго П.П. Курс звездной астрономии. М.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы. 1954. 476 с.

Пашкевич В.В., Вериков А.Н., Мельников А.В. Динамика вращения внутренних спутников Юпитера // Астрономический вестник.

2021. Т. 55. № 1. С. 50–64. (*Pashkevich V.V., Vershkov A.N., Mel'nikov A.V.* Rotational dynamics of the inner satellites of Jupiter // *Sol. Syst. Res.* 2021. V. 55. № 1. P. 47–60.

Поляхова Е.Н. Возмущающее влияние светового давления Солнца на движение ИСЗ // В кн.: Итоги Науки и Техники. Серия «Исследование космического пространства». Т. 15. Движение искусственных спутников Земли. Под ред. В.Г. Демина. М. 1980. 160 с. С. 82–114.

Поляхова Е.Н. Космический полет с солнечным парусом. М. Наука. 1986. 304 с. (Монография). Второе издание, расш. М. Либроком (URSS), 2009, 320 с. Третье издание, стер. Там же. 2018. 320 с.

Поляхова Е.Н. К столетию фотогравитационной небесной механики // Вестник Санкт-Петербургского университета. Сер. 1 (Математика. Механика. Астрономия). 2004. Вып. 4. С. 89–118.

Поляхова Е.Н. Введение в теорию солнечного паруса (2-е изд., испр. и доп.). М. Изд-во URSS. 2010. 96 с.

Попова Е.А., Шевченко И.И. Планетная динамика в системе Alpha Centauri: диаграммы устойчивости // Письма в Астрон. журн. 2012. Т. 38. № 9. С. 652–659.

Попова Е.А., Шевченко И.И. Об устойчивости циркумбинарных планетных систем // Письма в Астрон. журн. 2016. Т. 42. № 6. С. 525–532.

Сергиенко М.В., Соколова М.Г., Холшевников К.В. Многофакторная методика поиска малых тел на близких орбитах // Астрон. журн. 2020. Т. 97. № 5. С. 432–440.

Соколов Л.Л., Баляев И.А., Кутеева Г.А., Петров Н.А., Эскин Б.Б. Возможные соударения и сближения с Землей некоторых опасных астероидов // Астрон. вестн. 2021. Т. 55. № 1. С. 65–73.

Соколов Л.Л., Башаков А.А., Борисова Т.П., Петров Н.А., Питъев Н.П., Шайдулин В.Ш. Траектории соударения астероида Апофис с Землей в XXI веке // Астрон. вестн. 2012. Т. 46. № 4. С. 311–320. (*Sokolov L.L., Bashakov A.A., Borisova T.P., Petrov N.A., Pitjev N.P., Shaidulin V.S.* Impact trajectories of the asteroid Apophis in the 21st century // *Sol. Syst. Res.* 2012. V. 46. № 4. P. 291–300.

Соколов Л.Л., Башаков А.А., Питъев Н.П. Особенности движения астероида 99942 Apophis // Астрон. вестн. 2008. Т. 42. № 1. С. 54–65.

(*Sokolov L.L., Bashakov A.A., Pitjev N.P.* Peculiarities of the motion of asteroid 99942 Apophis // *Sol. Syst. Res.* 2008. V. 42. № 1. P. 18–27.

Соколов Л.Л., Борисова Т.П., Васильев А.А., Петров Н.А. Свойства траекторий соударения астероидов с Землей // *Астрон. вестн.* 2013. Т. 47. № 5. С. 441–447. (*Sokolov L.L., Borisova T.P., Vasil'ev A.A., Petrov N.A.* Properties of collision trajectories of asteroids with the Earth // *Sol. Syst. Res.* 2013. V. 47. № 5. P. 408–413.

Соколов Л.Л., Петров Н.А., Васильев А.А., Кутеева Г.А., Шмыров А.С., Эскин Б.Б. О возможности увода астероида от соударений с Землей с использованием кинетического метода // *Астрон. вестн.* 2018. Т. 52. № 4. С. 343–350. (*Sokolov L.L., Petrov N.A., Vasil'ev A.A., Kuteeva G.A., Shmyrov A.S., Eskin B.B.* On the possibility of deflecting an asteroid from collision with the Earth using the kinetic method // *Sol. Syst. Res.* 2018. V. 52. № 4. P. 338–346.

Сотникова Н.Я., Родионов С.А. Анизотропные модели темных гало // *Письма в Астрон. журн.* 2008. Т. 34. № 10. С. 734–745.

Холшевников К.В. Вероятность столкновения с объектом, движущимся по орбите соударения с Землей // *Труды Всесоюзного совещания «Астероидная опасность» 10–11 октября 1991 г.* Санкт-Петербург. Под ред. А.Г. Сокольского. ИТА РАН, 1992.

Холшевников К.В., Орлов С.А. Пылевой тор I. Уравнения огибающей поверхности семейства траекторий изотропно выброшенных частиц // *Вестник СПбГУ. Сер. 1.* 2000. Вып. 3. С. 118–123

Холшевников К.В., Орлов С.А., Джазмати М.С. Пылевой тор III. Исследование огибающей поверхности семейства траекторий изотропно выброшенных частиц // *Вестник СПбГУ. Сер. 1.* 2003. Вып. 4. С. 119–130.

Холшевников К.В., Титов В.Б. Задача двух тел: Учебное пособие. СПб.: Издательство СПбГУ. 2007. 180 с.

Холшевников К.С., Баляев И.А., Соколов Л.Л., Эскин Б.Б. Ретроспективный анализ орбит сталкивающихся с Землей астероидов // *Вестник СПбГУ. Сер. 1. Астрономия.* 2021. Т. 8 (66). Вып. 3. С. 523–532.

Цветков А.С., Амосов Ф.А. Кинематические параметры поля скоростей звезд области вокруг Солнца радиусом до 3 кпк по данным каталога Gaia Data Release 2 with radial velocities // *Письма в Астрон. журн.* 2019. Т. 45. С. 517–528.

Цветков А.С., Амосов Ф.А., Трофимов Д.А., Петров С.Д. Исследование кинематики звезд каталога Gaia Data Release 2 with radial velocities с помощью скалярных и векторных сферических функций // Письма в Астрон. журн. 2020. Т. 46. С. 61–75.

Шевченко И.И. О максимальных показателях Ляпунова хаотического вращения естественных спутников планет // Космич. исслед. 2002. Т. 40. № 3. С. 317–326.

Шевченко И.И., Мельников А.В., Титов В.Б., Балух Р.В., Веселова А.В., Кривов А.В., Микрюков Д.В., Миланов Д.В., Мюллер А.А., Никифоров И.И., Питъев Н.П., Поляхова Е.Н., Соколов Л.Л., Шайдулин В.Ш. Избранные проблемы классической и современной небесной механики и звездной динамики. I. Классические результаты // Астрон. вестн. 2023а. Т. 57. № 1. С. 81–99.

Шевченко И.И., Мельников А.В., Титов В.Б., Балух Р.В., Веселова А.В., Кривов А.В., Микрюков Д.В., Миланов Д.В., Мюллер А.А., Никифоров И.И., Питъев Н.П., Поляхова Е.Н., Соколов Л.Л., Шайдулин В.Ш. Избранные проблемы классической и современной небесной механики и звездной динамики. II. Современные исследования // Астрон. вестн. 2023б. Т. 57. № 2. С. 181–196.

Эдмондсон Ф. Кинематические основы динамики Галактики // Структура звездных систем / Ред. Холопов П.Н. М.: Изд-во иностранной литературы, 1962. С. 17–38.

Akhmetov V.S., Fedorov P.N., Velichko A.B., Shulga V.M. The kinematics parameters of the Galaxy using data of modern astrometric catalogues // Odessa Astronomical Publications. 2015. V. 28. P. 154.

Alimi J.-M., Perez J., Serna A. Stability of rotating spherical stellar systems // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 1999. V. 305. P. 859–865.

Anosova J.P., Orlov V.V., Aarseth S.J. Initial conditions and dynamics of triple systems // Celest. Mech. and Dyn. Astron. 1994. V. 60. P. 365–372.

Baes M., Camps P., Vandenbroucke B. SpheCow: Flexible dynamical models for galaxies and dark matter haloes // Astron. and Astrophys. 2021. V. 652. id. A36.

Baes M., Dejonghe H. The differential energy distribution and the total integrated binding energy of dynamical models // Astron. and Astrophys. 2021. V. 653. id. A140.

- Baluev R.V.* Resonances of low orders in the planetary system of HD37124 // *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* 2008. V. 102. P. 297–325.
- Baluev R.V.* Orbital structure of the GJ876 planetary system, based on the latest Keck and HARPS radial velocity data // *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* 2011. V. 111. P. 235–266.
- Baluev R.V.* PlanetPack: a radial-velocity time-series analysis tool facilitating exoplanets detection, characterization, and dynamical simulations // *Astron. and Comput.* 2013a. V. 2. P. 18–26.
- Baluev R.V.* The impact of red noise in radial velocity planet searches: only three planets orbiting GJ 581? // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2013b. V. 429. P. 2052–2068.
- Baluev R.V.* PlanetPack3: A radial-velocity and transit analysis tool for exoplanets // *Astron. and Comput.* 2018a. V. 25. P. 221–229.
- Baluev R.V.* Statistical detection of patterns in unidimensional distributions by continuous wavelet transforms // *Astron. and Comput.* 2018b. V. 23. P. 151–165.
- Baluev R.V.* Fast error-safe MOID computation involving hyperbolic orbits // *Astron. and Comput.* 2021. V. 34. id. 100440.
- Baluev R.V., Beaugé C.* Possible solution to the riddle of HD 82943 multi-planet system: the three-planet resonance 1:2:5? // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2014. V. 439. P. 673–689.
- Baluyev R.V., Kholshchevnikov K.V.* Distance between two arbitrary unperturbed orbits // *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* 2005. V. 91. № 3–4. P. 287–300.
- Baluev R.V., Mikryukov D.V.* Fast error-controlling MOID computation for confocal elliptic orbits // *Astron. and Comput.* 2019. V. 27. P. 11–22.
- Baluev R.V., Shaidulin V.S.* Fine-resolution wavelet analysis of exoplanetary distributions: hints of an overshooting iceline accumulation // *Astrophysics and Space Science.* 2018. V. 363. Id. 192.
- Banaszkiewicz M., Krivov A.V.* Hyperion as a dust source in the Saturnian system. // *Dynamics and Astrometry of Natural and Artificial Celestial Bodies* / Eds: I. Wytrzyszczak, J.H. Lieske, and R.A. Feldman. Kluwer, Dordrecht, 1997. P. 171–176.
- Banaszkiewicz M., Krivov A.V.* Hyperion as a Dust Source in the Saturnian System // *Icarus.* 1997. V. 129. P. 289–303.

Binney J., Tremaine S. Galactic Dynamics. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1987. 733 p.

Binney J., Tremaine S. Galactic Dynamics. Second Edition, Princeton University Press, Princeton and Oxford, 2008. 920 p.

Bobylev V.V. Application of Ogorodnikov–Milne model to investigation of the local stellar system kinematics // Stellar Dynamics: from Classic to Modern / Eds: Ossipkov L.P., Nikiforov I.I. St. Petersburg: St. Petersburg Univ. Press, 2001. P. 32–35.

Boekholt T.C.N., Portegies Z.S.F., Valtonen M. Gargantuan chaotic gravitational three-body systems and their irreversibility to the Planck length // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2020. V. 493. P. 3932–3937.

Chernin A.D., Ivanov A.V., Trofimov A.V., Mikkola S. Configurations and morphology of triple galaxies: Evidence for dark matter? // Astron. and Astrophys. 1994. V. 281. P. 685–690.

Chesley S.R. Potential impact detection for Near-Earth asteroids: the case of 99942 Apophis (2004 MN4) // Asteroids, Comets, Meteors. Proc. IAU Symp. № 229. 2005. Cambridge University Press, 2006. P. 215–228.

Chesley S.R. Asteroid impact hazard assessment with Yarkovsky effect // 2011 IAA Planetary Defense Conference. 9–12 May 2011, Bucharest, Romania.

Chirikov B.V. A universal instability of many-dimensional oscillator systems // Phys. Reports. 1979. V. 52. P. 263–379.

Chirikov B.V. Patterns in chaos // Chaos, Solitons and Fractals. 1991. V. 1. P. 79–103.

Ciotti L., Mancino A., Pellegrini S. A new class of galaxy models with a central BH – I. The spherical case // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2019. V. 490. P. 2656–2667.

Contopoulos G. Orbits in highly perturbed systems. III. Nonperiodic orbits // Astron. J. 1971. V. 76. P. 147–156.

Cuddeford P. An analytic inversion for anisotropic spherical galaxies // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 1991. V. 253. P. 414–426.

Demidova T. Bulirsch–Stoer algorithm in the planar restricted three-body problem // Astron. and Comput. 2022. V. 41. id. 100635.

Demidova T.V., Shevchenko I.I. Spiral patterns in planetesimal circumbinary disks // Astrophys. J. 2015. V. 805. id. 38.

- Demidova T.V., Shevchenko I.I.* Three-lane and multi-lane signatures of planets in planetesimal disks // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2016. V. 463. P. L22–L26.
- Denk T., Mottola S.* Studies of irregular satellites: I. Lightcurves and rotation periods of 25 Saturnian moons from Cassini observations // *Icarus*. 2019. V. 322 P. 80–102.
- Dikarev V.V.* Dynamics of particles in Saturn’s E ring: effects of charge variations and the plasma drag force // *Astron. and Astrophys.* 1999. V. 346. P. 1011–1019.
- Dikarev V.V., Krivov A.V., E. Grün* Two stages of dust delivery from satellites to planetary rings // *Planetary and Space Science*. 2006. V. 54. P. 1014–1023.
- Drummond J.D.* A test of comet and meteor shower associations // *Icarus*. 1981. V. 45. № 3. P. 545–553.
- Duncan M., Quinn T., Tremaine S.* The long-term evolution of orbits in the solar system: A mapping approach // *Icarus*. 1989. V. 82. P. 402–418.
- Dvorak R., Contopoulos G., Efthymiopoulos Ch., Voglis N.* “Stickiness” in mappings and dynamical systems // *Planetary and Space Science*. 1998. V. 46. P. 1567–1578.
- Eddington A.S.* The distribution of stars in globular clusters // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 1916. V. 76. P. 572–585.
- Esposito T. M., Kalas P., Fitzgerald M.P., u dp.* Debris disk results from the Gemini Planet Imager Exoplanet Survey’s polarimetric imaging campaign // *Astron. J.* 2020. V. 160. P. 24.
- Faramaz V., Marino S., Booth M., Matrà L., Mamajek E.E., Bryden G., Stapelfeldt K.R., Casassus S., Cuadra J., Hales A.S., Zurlo A.* A detailed characterization of HR 8799’s debris disk with ALMA in Band 7 // *Astron. J.* 2021. V. 161. P. 271.
- Fedorov P.N., Akhmetov V.S., Velichko A.B., Dmytrenko A.M., Denischenko S.I.* Kinematics of the Milky Way from the Gaia EDR3 red giants and subgiants // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2021. V. 508. P. 3055–3067.
- Greaves J.S., Holland W.S., Moriarty-Schieven G., Jenness T., Dent W.R.F., Zuckerman B., McCarthy C., Webb R.A., Butner H.M., Gear W.K., Walker H.J.* A dust ring around ϵ Eridani: analog to the young Solar System // *Astrophys. J. Lett.* 1998. V. 506. P. L133–L137.

Hamilton D.P., Krivov A.V. Circumplanetary dust dynamics: effects of solar gravity, radiation pressure, planetary oblateness, and electromagnetism // *Icarus*. 1996. V. 123. P. 503–523.

Hamilton D.P., Krivov A.V. Dynamics of distant moons of asteroids // *Icarus*. 1997. V. 128. P. 241–249.

Hernández-Pajares M., Núñez J. Combined study of the Solar neighbourhood kinematics: spherical harmonics and Taylor expansions // *Astrophys. Space Science*. 1990. V. 170. P. 187–195.

Israelian G., Santos N.C., Mayor M., Rebolo R. Evidence for planet engulfment by the star HD 82943 // *Nature*. 2001. V. 411. P. 163–166.

Jopek T.J. Remarks on the meteor orbital similarity D-criterion // *Icarus*. 1993. V. 106. № 2. P. 603–607.

Jopek T.J. The orbital clusters among the near-Earth asteroids // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2020. V. 494. № 1. P. 680–693.

Jopek T.J. Remarks on generating realistic synthetic meteoroid orbits // *Astron. and Astrophys.* 2021. V. 645. id. A82.

Jopek T.J., Rudawska R., Pretka-Ziomek H. Calculation of the mean orbit of a meteoroid stream // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2006. V. 371. № 3. P. 1367–1372.

Kalas P., Graham J. R., Clampin M. A planetary system as the origin of structure in Fomalhaut's dust belt // *Nature*. 2005. V. 435. P. 1067–1070.

Kholshevnikov K.V. Metric spaces of Keplerian orbits // *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* 2008. V. 100. № 2. P. 169–179.

Kholshevnikov K.V., Kokhirova G.I., Babadzhanov P.B., Khamroev U.H. Metrics in the space of orbits and their application to searching for celestial objects of common origin // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2016. V. 462. № 2. P. 2275–2283.

Kholshevnikov K.V., Krivov A.V., Sokolov L.L., Titov V.B. The dust torus around Phobos orbit // *Icarus*. 1993. V. 105. P. 351–362.

Kholshevnikov K.V., Milanov D.V., Shchepalova A.S. The space of Keplerian orbits and a family of its quotient spaces // *Vestnik St. Petersburg University, Mathematics*. 2021. V. 54. № 2. P. 213–220.

Kholshevnikov K.V., Shchepalova A.S. On distances between orbits of planets and asteroids // *Vestnik St. Petersburg University, Mathematics*. 2018. V. 51. № 3. P. 305–316.

Kholshevnikov K.V., Shchepalova A.S., Jazmati M.S. On a quotient space of Keplerian orbits // Vestnik St. Petersburg University, Mathematics. 2020. V. 53. № 1. P. 108–114.

Kholshevnikov K.V., Vassiliev N.N. On linking coefficient of two Keplerian orbits // Celest. Mech. and Dyn. Astron. 1999a. V. 75. № 1. P. 67–74.

Kholshevnikov K.V., Vassiliev N.N. On the distance function between two Keplerian elliptic orbits // Celest. Mech. and Dyn. Astron. 1999b. V. 75. № 2. P. 75–83.

Kholshevnikov K.V., Vassiliev N.N. Natural metrics in the spaces of elliptic orbits // Celest. Mech. and Dyn. Astron. 2004. V. 89. № 2. P. 119–125.

Kokhirova G.I., Kholshevnikov K.V., Babadzhanov P.B., Khamroev U.H., Milanov D.V. Metric approaches to identify a common origin of objects in σ -Capricornids complex // Planetary and Space Science. 2018. V. 157. P. 28–33.

Kouprianov V.V., Shevchenko I.I. Rotational dynamics of planetary satellites: A survey of regular and chaotic behavior // Icarus. 2005. V. 176. P. 224–234.

Krist J.E., Stapelfeldt K.R., Bryden G., Plavchan P. Hubble Space Telescope observations of the HD 202628 debris disk // Astron. J. 2012. V. 144. P. 45.

Krivov A.V. On the dust belts of Mars // Astron. and Astrophys. 1994. V. 291. P. 657–663.

Krivov A.V., Banaszkiwicz M. Unusual origin, evolution and fate of icy ejecta from Hyperion. // Planetary and Space Science. 2001. V. 49. P. 1265–1279.

Krivov A.V., Banaszkiwicz M. Dust influx to Titan from Hyperion // Collisional Processes in the Solar System / Eds. M.Ya. Marov and H. Rickman. Astrophysics and Space Science Library. 2001. V. 261, Kluwer, Dordrecht. P. 265–276.

Krivov A.V., Feofilov A.G., Dikarev V.V. Search for the putative dust belts of Mars: The late 2007 opportunity // Planetary and Space Science. 2006. V. 54. № 9–10. P. 871–878.

Krivov A.V., Getino J. Orbital evolution of high-altitude balloon satellites // Astron. and Astrophys. 1997. V. 318. P. 308–314.

Krivov A.V., Hamilton D.P. Martian dust belts: waiting for discovery // *Icarus*. 1997. V. 128. P. 335–353.

Krivov A.V., Jurewicz A. The ethereal dust envelopes of the Martian moons // *Planetary and Space Science*. 1998. V. 47. P. 45–56.

Krivov A.V., Krüger H., Grün E., Thiessenhusen K.-U., Hamilton D.P. A tenuous dust ring of Jupiter formed by escaping ejecta from the Galilean satellites // *Journal of Geophysical Research*. 2002. V. 107. № E1. 10.1029/2000JE001434.

Krivov A.V., Sokolov L.L., Dikarev V.V. Dynamics of Mars-orbiting dust: effects of light pressure and planetary oblateness // *Celest. Mech. Dynam. Astron.* 1996. V. 63. № 3–4. P. 313–339.

Krivov A.V., Sokolov L.L., Getino J. Orbital instability zones of balloon satellites // *Dynamics and Astrometry of Natural and Artificial Celestial Bodies* / Eds. I. Wytrzyszczak, J.H. Lieske, R.A. Feldman. Kluwer, Dordrecht. 1997. P. 361–366.

Krivov A.V., Sremčević M., Spahn F., Dikarev V.V., Kholshchikov K.V. Impact-generated dust clouds around planetary satellites: spherically symmetric case // *Planetary and Space Science*. 2003. V. 51. № 3. P. 251–269.

Krivov A.V., Titov V.B. The dust torus of Phobos // *Dynamics and Astrometry of Natural and Artificial Celestial Bodies* / Eds. K. Kurzyńska, F. Barlier, P.K. Seidelmann, and I. Wytrzyszczak), *Astron. Observ. of A.Mickiewicz Univ., Poznan*. 1994. P. 281–286.

Krivov A.V., Wardinski I., Spahn F., Krüger H., Grün E. Dust on the outskirts of the Jovian system // *Icarus*. 2002. V. 157. P. 436–455.

Krüger H., Horányi M., Krivov A.V., Graps A.L. Jovian dust: streams, clouds and rings // *Jupiter: The Planet, Satellites & Magnetosphere* / Eds. F. Bagenal, W. McKinnon, T. Dowling, Cambridge Univ. Press, 2004. P. 219–240.

Krüger H., Krivov A.V., Grün E. A dust cloud around Ganymede maintained by hypervelocity impacts of interplanetary micrometeoroids. // *Planetary and Space Science*. 2000. V. 48. P. 1457–1471.

Krüger H., Krivov A.V., Hamilton D.P., Grün E. Detection of an impact-generated dust cloud around Ganymede. // *Nature*. 1999. V. 399. P. 558–560.

- Krüger H., Krivov A.V., Sremčević M., Grün E.* Impact-generated dust clouds surrounding the Galilean moons // *Icarus*. 2003. V. 164. P. 170–187.
- Kuznetsov E.D., Al-Shiblawi O.M., Gusev V.D.* Dynamic evolution of pairs of trans-Neptunian objects: the case of binary and single objects in pair // *Contributions of the Astronomical Observatory Skalnaté Pleso*. 2021. V. 51. № 3. P. 226–240.
- Kuznetsov E.D., Safronova V.S.* Application of metrics in the space of orbits to search for asteroids on close orbits // *Planetary and Space Science*. 2018. V. 157. P. 22–27.
- Lindblad B.A., Southworth R.B.* A study of asteroid families and streams by computer techniques // *International Astronomical Union Colloquium*. 1971. V. 12. P. 337–352.
- Löhne T., Krivov A.V., Rodmann J.* Long-term collisional evolution of debris disks // *Astrophys. J.* 2008. V. 673. P. 1123–1137.
- MacDonald G.J.F.* Tidal friction // *Reviews of Geophysics and Space Physics*. 1964. V. 2. P. 467–541.
- MacGregor M.A., Matrà L., Kalas P., Wilner D.J., Pan M., Kennedy G.M., Wyatt M.C., Duchene G., Hughes A.M., Rieke G.H., Clampin M., Fitzgerald M.P., Graham J.R., Holland W.S., Panić O., Shannon A., Su K.* A complete ALMA Map of the Fomalhaut debris disk // *Astrophys. J.* 2017. V. 842. P. 8.
- Makuch M., Brilliantov N.V., Sremčević M., Spahn F., Krivov A.V.* Stochastic circumplanetary dynamics of rotating non-spherical dust particles // *Planetary and Space Science*. 2006. V. 54. P. 855–870.
- Makuch M., Krivov A.V., Spahn F.* Long-term dynamical evolution of dusty ejecta from Deimos // *Planetary and Space Science*. 2005. V. 53. P. 357–369.
- Malhotra R.* Orbital resonances and chaos in the Solar System // *Solar System Formation and Evolution*. 1998. V. 149. P. 37.
- Manwadkar V., Trani A.A., Leigh N.W.C.* Chaos and Lévy flights in the three-body problem // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2020. V. 497. P. 3694–3712.
- Mardling R.* Resonance, chaos and stability: the three-body problem in astrophysics // *Lect. Notes Phys.* 2008. V. 760. P. 59–96.
- Marino S.* Planetesimal/Debris discs // *arXiv e-prints*. 2022. arXiv:2202.03053.

Marino S., Carpenter J., Wyatt M.C., Booth M., Casassus S., Faramaz V., Guzman V., Hughes A.M., Isella A., Kennedy G.M., Matrà L., Ricci L., Corder S. A gap in the planetesimal disc around HD 107146 and asymmetric warm dust emission revealed by ALMA // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2018. V. 479. P. 5423–5439.

Marino S., Wyatt M.C., Panić O., Matrà L., Kennedy G.M., Bonsor A., Kral Q., Dent W.R.F., Duchene G., Wilner D., Lisse C.M., Lestrade J.-F., Matthews B. ALMA observations of the η Corvi debris disc: inward scattering of CO-rich exocomets by a chain of 3–30 M_{\oplus} planets? // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2017. V. 465. P. 2595–2615.

Marino S., Yelverton B., Booth M., Faramaz V., Kennedy G.M., Matrà L., Wyatt M.C. A gap in HD 92945's broad planetesimal disc revealed by ALMA // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2019. V. 484. P. 1257–1269.

Marino S., Zurlo A., Faramaz V., Milli J., Henning T., Kennedy G.M., Matrà L., Perez S., Delorme P., Cieza L. A., Hughes A.M. Insights into the planetary dynamics of HD 206893 with ALMA // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2020. V. 498. P. 1319–1334.

Marois C., Macintosh B., Barman T., Zuckerman B., Song I., Patience J., Lafrenière D., Doyon R. Direct imaging of multiple planets orbiting the star HR 8799 // *Science*. 2008. V. 322. P. 1348.

Marois C., Zuckerman B., Konopacky Q.M., Macintosh B., Barman T. Images of a fourth planet orbiting HR 8799 // *Nature*. 2010. V. 468. P. 1080–1083.

Marshall J.P., Milli J., Choquet É., del Burgo C., Kennedy G., Matrà L., Ertel S., Boccaletti A. Comprehensive analysis of HD 105, a young solar system analog // *Astrophys. J.* 2018. V. 869. P. 10.

Martynova A.I., Orlov V.V., Rubinov A.V. Metastability in the evolution of triple systems // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 2003. V. 344. P. 1091–1096.

Matrà L., Marino S., Kennedy G.M., Wyatt M.C., Öberg K.I., Wilner D.J. An empirical planetesimal belt radius–stellar luminosity relation // *Astrophys. J.* 2018. V. 859. P. 72.

Matthews B.C., Krivov A.V., Wyatt M.C., Bryden G., Eiroa C. Observations, modeling, and theory of debris disks // *Protostars and Planets VI*. 2014. P. 521–544.

- Merritt D.* Spherical stellar systems with spheroidal velocity distributions // *Astron. J.* 1985. V. 90. P. 1027–1037.
- Michie R.W.* On the distribution of high energy stars in spherical stellar systems // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 1963. V. 125. P. 127–139.
- Mikryukov D.V., Baluev R.V.* A lower bound of the distance between two elliptic orbits // *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* 2019. V. 131. № 6. id. 28.
- Milanov D.V.* Metrics in Keplerian orbits quotient spaces // *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* 2018. V. 130. id. 27.
- Milanov D.V.* On local normability of spaces of Keplerian orbits // *Vestnik St. Petersburg University, Mathematics.* 2019. V. 52. № 3. P. 317–226.
- Milanov D.V., Milanova Y.V., Kholshchevnikov K.V.* Relaxed triangle inequality for the orbital similarity criterion by Southworth and Hawkins and its variants // *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* 2019. V. 131. id. 5.
- Milli J., Higon P., Christiaens V., et al.* Discovery of a low-mass companion inside the debris ring surrounding the F5V star HD 206893 // *Astron. Astrophys.* 2017. V. 597. P. L2.
- Milne E.A.* Stellar kinematics and the K-effect // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 1935. V. 95. P. 560–573.
- Melnikov A.V.* Modelling of lightcurves of minor planetary satellites // *Труды ИПА РАН.* 2002. Вып. 8. С. 131–132.
- Melnikov A.V., Shevchenko I.I.* On the rotational dynamics of Prometheus and Pandora // *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* 2008. V. 101. № 1–2. P. 31–47.
- Melnikov A.V., Shevchenko I.I.* The rotation states predominant among the planetary satellites // *Icarus.* 2010. V. 209. P. 786–794.
- Moro-Martín A., Malhotra R., Bryden G., Rieke G.H., Su K.Y.L., Beichman C.A., Lawler S.M.* Locating planetesimal belts in the multiple-planet systems HD 128311, HD 202206, HD 82943, and HR 8799 // *Astrophys. J.* 2010. V. 717. P. 1123–1139.
- Morrison S., Malhotra R.* Planetary chaotic zone clearing: destinations and timescales // *Astrophys. J.* 2015. V. 799. P. 41.
- Mustill A.J., Wyatt M.C.* Dependence of a planet’s chaotic zone on particle eccentricity: the shape of debris disc inner edges // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2012. V. 419. P. 3074–3080.

Nederlander A., Hughes A.M., Fehr A.J., Flaherty K.M., Su K.Y.L., Moór A., Chiang E., Andrews S.M., Wilner D.J., Marino S. Resolving structure in the debris disk around HD 206893 with ALMA // *Astrophys. J.* 2021. V. 917. P. 5.

Ogorodnikoff K. A theory of streaming in the system of B stars // *Zeitschrift für Astrophysik.* 1932. Bd. 4. H. 2. S. 190.

Olling R.P., Dehnen W. The Oort constants measured from proper motions // *Astrophys. J.* 2003. V. 599. P. 275–296.

Orlov S.A., Kholshevnikov K.V. Dust torus formed by particles ejected from a celestial body at an arbitrary point of its elliptic orbit // *Celest. Mech. Dyn. Astron.* 2013. V. 116. P. 35–52.

Orlov V., Petrova A., Rubinov A. Metastable trajectories in free-fall three-body problem // *Order and Chaos in Stellar and Planetary Systems.* ASP Conference Series, Vol. 316, 2004, G. Byrd, K. Kholshevnikov, A. Myllari, I. Nikiforov, and V. Orlov, eds. San Francisco: Astronomical Society of the Pacific, 2004, p. 70.

Orlov V.V., Rubinov A.V., Shevchenko I.I. The disruption of three-body gravitational systems: lifetime statistics. // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2010. V. 408. P. 1623–1627.

Ossipkov L.P. Kyrill Fedorovich Ogorodnikov (1900–1985) // *Stellar Dynamics: from Classic to Modern* / Eds: Ossipkov L.P., Nikiforov I.I. St. Petersburg: St. Petersburg Univ. Press, 2001. P. xx–xxviii.

Ostriker J.P., Binney J., Saha P. The effect of galaxy triaxiality on globular clusters // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 1989. V. 241. P. 849–871.

Pawellek N., Wyatt M., Matrà L., Kennedy G., Yelverton B. A ~ 75 per cent occurrence rate of debris discs around F stars in the β Pic moving group // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2021. V. 502. P. 5390–5416.

Perrin M.D., Duchene G., Millar-Blanchaer M., u dp. Polarimetry with the Gemini Planet Imager: methods, performance at first light, and the circumstellar ring around HR 4796A // *Astrophys. J.* 2015. V. 799. P. 182.

Petrov N., Sokolov L., Polyakhova E., Oskina K. Predictions of asteroid hazard to the Earth for the 21st century // *AIP Conference Proceedings.* 2018. V. 1959. id. 040012.

Popova E.A., Shevchenko I.I. Kepler-16b: safe in a resonance cell // *Astrophys. J.* 2013. V. 769. P. 152–158.

Quillen A.C. Predictions for a planet just inside Fomalhaut's eccentric ring // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2006. V. 372. P. L14–L18.

Quillen A.C., Faber P. Chaotic zone boundary for low free eccentricity particles near an eccentric planet // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2006. V. 373. P. 1245–1250.

Rameau J., Chauvin G., Lagrange A.-M., u dp. Discovery of a probable 4–5 Jupiter-mass exoplanet to HD 95086 by direct imaging // Astrophys. J. Lett. 2013. V. 772. P. L15.

Rodigas T.J., Malhotra R., Hinz P.M. Predictions for shepherding planets in scattered light images of debris disks // Astrophys. J. 2014. V. 780. P. 65.

Rodriguez D.R., Duchêne G., Tom H., Kennedy G. M., Matthews B., Greaves J., Butner H. Stellar multiplicity and debris discs: an unbiased sample // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2015. V. 449. P. 3160–3170.

Rodriguez D.R., Zuckerman B. Binaries among debris disk stars // Astrophys. J. 2012. V. 745. P. 147.

Rybka S.P. Local kinematics of dwarfs from the Tycho-2 data // Kinematika i Fizika Nebesnykh Tel. 2004a. V. 20. P. 133–141.

Rybka S.P. Kinematic analysis of red giant stars in the vicinity of the Sun // Kinematika i Fizika Nebesnykh Tel. 2004b. V. 20. P. 437–443.

Sano M.M. Dynamics starting from zero velocities in the classical Coulomb three-body problem // Phys. Rev. E. 2007. V. 75. Id 026203.

Schneider G., Grady C.A., Hines D.C., u dp. Probing for exoplanets hiding in dusty debris disks: disk imaging, characterization, and exploration with HST/STIS multi-roll coronagraphy // Astron. J. 2014. V. 148. P. 59.

Sergienko M.V., Sokolova M.G., Andreev A.O., Nefedyev Y.A. Search for possible connections of the h-Virginids meteor shower with near-Earth asteroids // Journal of Physics: Conference Series. 2021. V. 2103. id. 012037.

Shevchenko I.I. The separatrix algorithmic map: Application to the spin-orbit motion // Celest. Mech. Dyn. Astron. 1999. V. 73. P. 259–268.

Shevchenko I.I. Adiabatic chaos in the Prometheus–Pandora system // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2008. V. 384. № 3. P. 1211–1220

- Shevchenko I.I.* Hamiltonian intermittency and Lévy flights in the three-body problem. // *Physical Review E*. 2010. V. 81. id. 066216.
- Shevchenko I.I.* Chaotic zones around gravitating binaries // *Astrophys. J.* 2015. V. 799. id. 8.
- Shevchenko I.I.* Lyapunov and clearing timescales in planetary chaotic zones // *Astron. J.* 2020a. V. 160. id. 212.
- Shevchenko I.I.* *Dynamical Chaos in Planetary Systems*. Springer Nature, 2020b. 401 p.
- Shevchenko I.I., Scholl H.* Intermittent trajectories in the 3/1 Jovian resonance. // *Celest. Mech. Dyn. Astron.* 1997. V. 68. P. 163–175.
- Sokolov L.L., Pitjev N.P., Shaidulin V. Sh.* About zones of resonant returns of asteroid Apophis // *The Asteroid-Comet Hazard Conference Proceedings, 2009* / Eds. A. Finkelstein, W. Huebner, V. Shor. Saint Petersburg, Nauka, 2010.
- Soter S.* Report of Center for Radiophysics and Space Research No 462, 1971, Cornell University, Ithaca, NY
- Southworth R.B., Hawkins G.S.* Statistics of meteor streams // *Smithsonian Contributions to Astrophysics*. 1963. V. 7. P. 261–285.
- Spahn F., Albers N., Hörning M., Kempf S., Krivov A.V., Makuch M., Schmidt J., Seiß M., Sremčević M.* E Ring dust sources: implications from Cassini's dust measurements // *Planetary and Space Science*. 2006. V. 54. № 9–10. P. 1024–1032.
- Spahn F., Krivov A.V., Sremčević M., Schwarz U., Kurths J.* Stochastic forces in circumplanetary dust dynamics // *Journal of Geophysical Research*. 2003. V. 108 (E4). 10.1029/2002JE001925.
- Spahn F., Schmidt J., Albers N., u dp.* Cassini dust measurements at Enceladus and implications for the origin of the E Ring // *Science*. 2006. V. 311. P. 1416–1418.
- Srama R., Ahrens T.J., Altobelli N., u dp.* The Cassini cosmic dust analyzer // *Space Science Reviews*. 2004. V. 114. № 1–4. P. 465–518.
- Sremčević M., Krivov A.V., Spahn F.* Impact-generated dust clouds around planetary satellites: asymmetry effects // *Planetary and Space Science*. 2003. V. 51. P. 455–471.
- Sremčević M., Krivov A.V., Spahn F.* Impact-generated dust clouds around planetary satellites: model versus Galileo data // *Planetary and Space Science*. 2005. V. 53. P. 625–641.

Su K.Y.L., Jackson A.P., Gáspár A., u др. Extreme debris disk variability: exploring the diverse outcomes of large asteroid impacts during the era of terrestrial planet formation // *Astron. J.* 2019. V. 157. P. 202.

Tanikawa K., Saito M.M., Mikkola S. A search for triple collision orbits inside the domain of the free-fall three-body problem // *Celest. Mech. Dyn. Astron.* 2019. V. 131. id. 24.

Tanikawa K., Umehara H., Abe H. A search for collision orbits in the free-fall three-body problem. I. Numerical procedure // *Celest. Mech. Dyn. Astron.* 1995. V. 62. P. 335–362.

Thalmann C., Janson M., Buenzli E., u др. Images of the extended outer regions of the debris ring around HR 4796 A // *Astrophys. J. Lett.* 2011. V. 743. P. L6.

Thiessenhusen K.-U., Krivov A.V., Krüger H., Grün E. A dust cloud around Pluto and Charon // *Planetary and Space Science.* 2002. V. 50. P. 79–87.

Toda M., Komatsuzaki T., Konishi T., Berry R.S., Rice S. A., editors // *Geometric Structures of Phase Space in Multidimensional Chaos. A Special Volume of Advances in Chemical Physics.* V. 130 Part A. John Wiley & Sons, Inc. 2005.

Valtonen M., Karttunen H. *The Three-Body Problem*, Cambridge University Press, 2009.

Velichko A.B., Fedorov P.N., Akhmetov V.S. Kinematics of main-sequence stars from the Gaia DR2 and PMA proper motions // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2020. V. 494. P. 1430–1447.

Vityazev, V.V., Tsvetkov A.S. UCAC4: Stellar kinematics with vector spherical functions // *Astron. Nachrichten.* 2013. V. 334. P. 760–768.

Vityazev, V.V., Tsvetkov A.S. Intercomparison of kinematics derived from catalogues UCAC4, PPMXL and XPM with vector spherical harmonics // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2014. V. 442. P. 1249–1264.

Wisdom J. The resonance overlap criterion and the onset of stochastic behavior in the restricted three-body problem // *Astron. J.* 1980. V. 85. P. 1122–1133.

Wright J.T., Veras D., Ford E.B., Johnson J.A., Marcy G.W., Howard A.W., Isaacson H., Fischer D.A., Spronck J., Anderson J., Valenti J. The California planet survey. III. A possible 2:1 resonance in the

exoplanetary triple system HD 37124 // *Astrophys. J.* 2011. V. 730. Id 93.

Wyatt M.C., Dermott S.F., Telesco C.M., Fisher R.S., Grogan K., Holmes E.K., Piña R.K. How observations of circumstellar disk asymmetries can reveal hidden planets: pericenter glow and its application to the HR 4796 disk // *Astrophys. J.* 1999. V. 527. P. 918–944.

Yeomans D.K., Bhaskaran S., Broschart S.B., Chesley S.R. et. al. Deflecting a hazardous near-earth object // The 1st IAA Planetary Defense Conference: Protecting Earth from Asteroids. Granada, Spain, 27–30 April 2009.

Zhuravlev S.G. Stability of the libration points of a rotating triaxial points of ellipsoid // *Cel. Mech.* 1972. V. 6. P. 255–267.

Zhuravlev S.G. About the stability of the libration points of a rotating triaxial ellipsoid in a degenerate case // *Cel. Mech.* 1973. V. 8. P. 75–84.

Алфавитный указатель

- α -резонанс, 78
- β -резонанс, 78
- «гравитермальная катастрофа», 11
- «законы Антонова», 8
- Абалакин Виктор Кузьмич, 14
- Агекян Татеос Артемьевич, 28
- Амальтея, 78
- Антонов Вадим Анатольевич, 8
- Апофис, 66, 67, 69
- Батраков Юрий Васильевич, 14
- Челябинск, 65
- Гиперион, 77
- Холшевников Константин Владиславович, 20
- Огородников Кирилл Федорович, 42
- Орлов Виктор Владимирович, 36
- Осишков Леонид Петрович, 48
- Плутон и плутино, 84
- Прометей, 78
- Соколов Леонид Леонидович, 66
- аккреция, 92
- астероид
 - 2006 QV89, 69
 - 2007 VK184, 69
 - 2008 EX5, 69
 - 2008 UB7, 69
 - 2011 AG5, 69
 - 2013 XK22, 69
 - 2015 RN35, 69
 - околоземный, 69
- астероидно-кометная опасность, 65
- бифуркационная мода синхронного резонанса, 78
- бипланетные системы, 83
- центроид
 - понятие, 41
 - скорость, 41
 - Солнца, 43
- циркумбинарные планетные системы, 83, 86
- циркумбинарный диск, 95
- динамика тройных систем, 31
- эффект «прилипания», 35, 39
- эффект Пойнтинга–Робертсона, 89
- эффект красного шума, 98
- экзопланетная статистика, 99
- фактор-пространство, 23
- фотогравитационная небесная механика, 52
- гомологическая область D , 28
- хаотические зоны планет, 91, 93
- хаотическое вращение

- Гипериона, 77, 79
 хаотическое вращение
 спутников, 80
 характеристическое уравнение,
 16
 каталог MPCORB, 62
 коэффициент зацепления, 21, 61
 кольца Фобоса и Деймоса, 71
 кольцо Е Сатурна, 73
 коорбитальные структуры, 94
 космический телескоп *Kepler*, 95
 космический зонд «Фобос-2», 71
 критерии близости орбит, 20, 22
 ляпуновское время, 95
 метастабильные системы, 36, 38
 метеорные потоки
 фактор-пространство, 24
 июльские гамма
 Дракониды (GDR), 21
 метод Меррита, 48
 метод Осипкова, 47
 метод Осипкова–Меррита, 49
 метод фиттинга, 97
 метод точечных
 гравитационных сфер,
 67
 метрика, 19, 23, 32
 метрики Холшевникова, 24
 межзвездные объекты, 70
 модель Огородникова, 42
 модель Огородникова–Милна,
 44, 46
 модель Оорта–Линдблада, 44
 модель Пламмера–Шустера, 9
 модель фотогравитационного
 поля, 52
 моменты инерции, 78
 осколочные диски, 89
 остаточный диск, 93
 отображение, 31
 пакет PlanetPack3, 98
 параметр MOID, 21, 57
 перекрытие резонансов средних
 движений, 90
 пертурбационная функция, 15
 пылевые оболочки спутников
 планет, 75
 пылевое облако в системе
 Плутон–Харон, 74
 планетезимальные диски, 89
 планетная система
 Кеплер-16, 84
 Кеплер-34, 94
 Alpha Cen A-B, 86
 EZ Aqr A-C, 86
 GJ 581, 98
 GJ 876, 97
 HD 206803, 90
 HD 37124, 97
 HD 82943, 98
 HD 8799, 90
 HD 95086, 93
 HR 8799, 93
 постоянная Грина, 86
 постоянные Оорта, 44
 поверхность нулевой скорости,
 15
 программный код SpheCow, 50
 пространство кеплеровых
 орбит, 24
 резонанс 1:2, 95
 резонанс 2:1, 95
 резонансный возврат, 67
 режимы вращения спутников
 планет, 78
 семейство Венгрии, 62
 сферическая модель
 Пламмера–Шустера, 48

- сферическая звездная система, 7, 9, 47
- симплектические отображения, 95
- синхронное вращение спутника, 77
- солнечный парус, 52, 53
- соударения астероида с Землей, 66
- спин-орбитальный резонанс, 78
- среднее время пересечения системы, 29, 36
- столкновительный каскад, 89
- странный аттрактор, 80
- структуры в планетезимальных дисках, 86
- световое давление, 51, 73
- теория Мардлинг, 86
- точки Лагранжа, 92
- точки либрации
гравитирующего эллипсоида, 13
- устойчивые периодические орбиты
Брука, Шубарта и «восьмерки», 35, 37
- устойчивость звездной системы, 7
- вариационный принцип
Антонова, 7, 9
- вектор Лапласа–Рунге–Ленца, 21
- вектор момента импульса, 21
- выбросы частиц с Гипериона, 74
- возвраты Пуанкаре, 39
- времена жизни тройных систем, 30, 32
- задача трех тел, 27
- задача трех тел
двойные и тройные соударения, 32
свободное падение, 32
задачи фотогравитационной небесной механики, 52
звездные политропы, 9
1П/Умуамау, 70
1П/‘Оумуамуа, 70
2П/Borisov, 70
2П/Борисов, 70
- ALMA (Atacama Large Millimeter Array), 90, 95
- HL Тау, 95

Учебное издание

*И. И. Шевченко, А. В. Мельников, В. Б. Титов, Р. В. Балув,
А. В. Веселова, Т. В. Демидова, А. В. Кривов, Д. В. Микрюков,
Д. В. Миланов, А. А. Мюллери, И. И. Никифоров, Н. П. Питъев,
Е. Н. Поляхова, Л. Л. Соколов, В. Ш. Шайдумин*

ЭФФЕКТЫ И МОДЕЛИ ДИНАМИЧЕСКОЙ АСТРОНОМИИ

Учебное пособие