Модификация алгоритмов ШИМ в прерывистом и непрерывном режимах для трехфазного инвертора в косоугольной системе координат

Артем Н. Прокшин
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
Санкт-Петербургский государственный университет
ООО «Русское Электротехническое Общество»
anprokshin@etu.ru

Геннадий А. Карпов
Санкт-Петербургский государственный университет
g.a.karpov@spbu.ru

Николай И. Татаринцев
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
nitatarintsev@etu.ru

АльМустафа Саад
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
saadmoustafa96@gmail.com

Алексей Д. Кузнецов
ООО «Русское Электротехническое Общество»
adk@ruselco.com

Александр В. Трофимов
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
avtrofimov@etu.ru

Аннотация. **Данная статья приводит вывод уравнений для ШИМ в системах управления трехфазными инверторами в косоугольной системе координат с осями, сонаправленными с измеренными фазными токами и линейными напряжениями. Простой физический смысл величин в косоугольной системе координат понуждает к пересмотру алгоритмов управления ШИМ для трехфазных инверторов в непрерывном и прерывистом режимах. Использование измеренных значений токов и линейных напряжений проще, чем переход к фазным напряжениям и переход в декартову систему координат и обратно, предлагаемый цепочкой прямых и обратных преобразований Парка и Кларк. Представленный алгоритм ШИМ для трехфазных инверторов используется в 600-киловаттной береговой зарядной станции для электрических речных трамвайчиков в городе Москва.**

Ключевые слова: косоугольная система координат, прерывистый ШИМ, векторный ШИМ, непрерывный режим ШИМ

I. Косоугольные координаты в трехфазной электрической машине и их связь с измеряемыми величинами

Рассматриваем трехфазный инвертор напряжения, работающий совместно с электрической машиной или электрической сетью. Трехфазное соединение инвертора осуществляется без нулевого провода, следовательно мгновенные токи фаз подчиняются уравнению Кирхгофа:

$$i_A + i_B + i_C = 0. \quad (1)$$

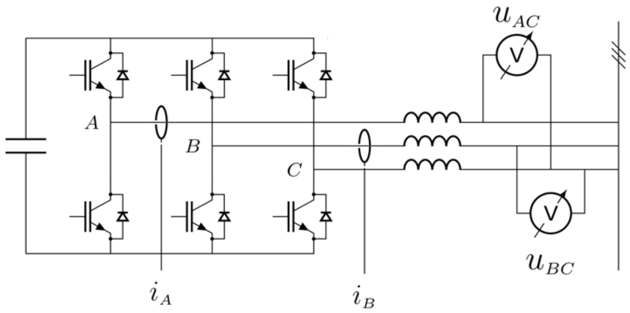

Рис. 1. Измерение токов и напряжений в трехфазном инверторе напряжения

Инвертор соединен с сетью через трехфазный дроссель, чтобы ступенчатые переключения напряжения на стороне постоянного тока не приводили к ступенчатому характеру напряжения со стороны сети. Индуктивность дросселя выбирается из условия:

$$L\frac{\Delta i}{\Delta t} = \Delta u$$

здесь Δu – линейное напряжение, Δt - полупериод ШИМ, Δi – колебания тока, обычно 5–10 % от действующего значения I. Например, для Δu = 540 В, периода ШИМ 5 кГц, тока 1000 А получаем значение L = 0,0005Гн.

Схема подключения датчиков для измерения мгновенных значений токов и линейных напряжений, используемых в симметричном трехфазном инверторе напряжения, ведомым промышленной сетью, представлена на рис. 1.

Датчики токов могут быть установлены с любой стороны от дросселя. Датчики линейного напряжения устанавливаются на стороне дросселя, противоположной инвертору. Линейные напряжения на дросселе со стороны инвертора известны из системы управления ключами и известном напряжении звена постоянного тока.

При указанном на рис. 1 расположении датчиков, пользуясь законом Кирхгоффа (1), введя «нулевой» потенциал u_0 (здесь u_0 может изменяться во времени) неизменяемого непосредственно датчиками фазного напряжения для передаваемой мощности, имеем:

$$P = i_A u_{AC} + i_B u_{BC} =$$

$$= i_A(u_A - u_0 - (u_C - u_0)) + i_B(u_B - u_0 - (u_C - u_0)) =$$

$$= i_A u_A + i_B u_B - u_C(i_A + i_B) = i_A u_A + i_B u_B + i_C u_C,$$

и равна мощности трех фаз.

Выражение для мощности

$$P = i_A u_{AC} + i_B u_{BC} \qquad (2)$$

совпадает буквально с величиной мощности, измеряемой по методу двух ваттметров Аарона [1]: мгновенные измеренные значения i_A токовой обмотки и u_{AC} обмотки напряжения одного ваттметра, и i_B и u_{BC} – другого ваттметра. «Нулевой» потенциал u_0 фазных напряжений может совпадать с потенциалом точки соединения трех фаз по схеме звезды, но может быть выбран произвольно и, как правило, выбирается из условия:

$$u_A + u_B + u_C = 0 \qquad (3)$$

В косоугольной системе координат с единичными базисными векторами вдоль осей $|\overrightarrow{e_1}| = 1$ для модуля произвольного вектора с перпендикулярными проекциями x_i и компонентами разложения x^i этого вектора по базисным векторам $\overline{e_i}$, где i пробегает номера осей {1, 2}, имеем:

$$|\overline{X}| = \sqrt{x_1 x^1 + x_2 x^2}.$$

Здесь и далее i в записи x^i не степень, а верхний индекс, аналогично, x_i – нижний индекс [2, 3]. Скалярное произведение двух векторов записывается в виде:

$$(\overline{X}, \overline{Y}) = x^1 y_1 + x^2 y_2 = y^1 x_1 + y^2 x_2 \qquad (4)$$

Вектора $\overrightarrow{e^i}$, выбранные по правилу

$$(\overrightarrow{e^i}, \overrightarrow{e_k}) = \delta^i_k.$$

образуют взаимный или сопряженный, или двойственный базис. Здесь i, k пробегают номера осей {1, 2}, δ^j_i – символ Кронекера, такой что:

$$\delta^j_i = \begin{cases} 1, \text{при } i = j \\ 0, \text{при } i \neq j \end{cases}$$

Поскольку вектор $\overrightarrow{e^1}$ перпендикулярен $\overrightarrow{e_2}$, а $\overrightarrow{e^2}$ перпендикулярен $\overrightarrow{e_1}$ то направление векторов $\overrightarrow{e^i}$ можно выбрать двумя способами. Направление выбирают таким образом, чтобы угол между $\overrightarrow{e^i}$ и $\overrightarrow{e_i}$ был острым. При таком определении единицы измерения базисных векторов $\overrightarrow{e^i}$ двойственных осей не совпадают с единицами измерения базисных векторов $\overrightarrow{e_i}$ базовых осей:

$$|\overrightarrow{e^i}| \neq |\overrightarrow{e_i}| = 1$$

Произвольный вектор $\overline{X}$ разлагается по базовым осям

$$\vec{X} = x^1 \overrightarrow{e_1} + x^2 \overrightarrow{e_2}.$$

а также по сопряженным осям

$$\vec{X} = x_1 \overrightarrow{e^1} + x_2 \overrightarrow{e^2}.$$

Координаты x_i называются ковариантными, а x^i – контравариантными.

Скалярное произведение из разложений по базовым и сопряженным осям:

$$(\overline{X}, \overline{X}) = (x^1 \overrightarrow{e_1} + x^2 \overrightarrow{e_2})\left(x_1 \overrightarrow{e^1} + x_2 \overrightarrow{e^2}\right) = x^1 x_1 + x^2 x_2$$

здесь координаты x_i и x^i разных размерностей.

Ковариантные координаты можно получить из контравариантных:

$$x_k = \textstyle\sum_{j=1}^{2} g_{kj}\, x^j \qquad (5)$$

где g_{kj} – метрический тензор:

$$g_{kj} = \begin{pmatrix} (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_1}) & (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}) \\ (\overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_1}) & (\overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_2}) \end{pmatrix}$$

Формула (5) называется «жонглирование» индексами.

В качестве базовой системы координат выберем оси измеряемых токов i_A, i_B и фазных напряжений u_A, u_B. Мгновенная измеряемая величина тока i_A есть перпендикулярная проекция изображающего вектора $\vec{i}$, проведенного из начала координат. У любого вектора $\vec{x}$, проведенного из начала координат, проекции на фазные оси A, B, C удовлетворяют уравнению $x_A + x_B + x_C = 0$, что выполняется для изображающего вектора тока $\vec{i}$ сумма проекций которого на оси A, B, C равна нулю по закону Кирхгофа (1). Вследствие выбора потенциала u_0 (3) изображающий вектор фазного напряжения $\vec{u}$ также проведен из начала координат. Перпендикулярные проекции вектора фазного напряжения u_k непосредственно неизменяемы. Перпендикулярные проекции i_k и u_k являются ковариантными координатами изображающих векторов $\vec{i}$ и $\vec{u}$.

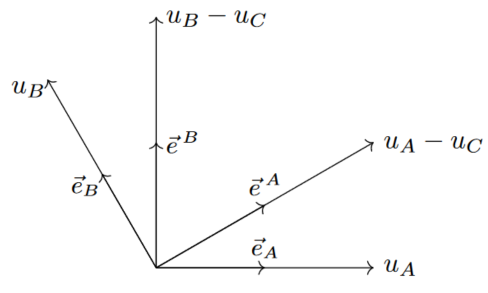

Рис. 2. Оси линейных напряжений совпадают со взаимными осями

Оси линейных напряжений $u_A - u_C$ и $u_B - u_C$ оказываются сонаправленными двойственным осям U^A и U^B, и изображены на рис. 2. С точки зрения инженера, размерность единиц базисных векторов напряжения, принятая в математике, по двойственным осям $\overrightarrow{e^k}$ отличается от размерности единиц базисных векторов напряжения $\overrightarrow{e_k}$ по базовым осям.

$$\left|\overrightarrow{e^A}\right| \neq |\overrightarrow{e_A}| = 1$$

Однако, мгновенная координата фазного тока i_A оказывается измеренной в правильной размерности $|\overrightarrow{e_A}| = 1$ а вектор $i_A\overrightarrow{e^A}$ является векторной проекцией вектора $\vec{\imath}$ на сопряженную ось i^A. Векторная проекция фазного напряжения $u_A\overrightarrow{e^A}$ и соотношения ковариантной координаты u_A и векторной проекции изображены на рис 3.

Выпишем ковариантные координаты:

$$u^k = \sum_{j=A,B}^{2} g^{kj}\, u_j$$

Здесь g^{kj} – обратный метрический тензор:

$$g^{kj} = \begin{pmatrix} (\overrightarrow{e^A}, \overrightarrow{e^A}) & (\overrightarrow{e^A}, \overrightarrow{e^B}) \\ (\overrightarrow{e^B}, \overrightarrow{e^A}) & (\overrightarrow{e^B}, \overrightarrow{e^B}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4/3 & 2/3 \\ 2/3 & 4/3 \end{pmatrix}$$

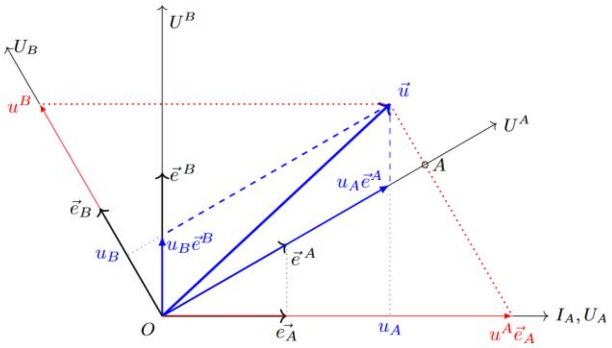

Рис. 3. Геометрическая интерпретация соотношений с контравариантной координатой u^A

$$u^A = g^{AA}u_A + g^{AB}u_B = \frac{4}{3}u_A + \frac{2}{3}u_B =$$

$$= \frac{2}{3}u_A - \frac{2}{3}u_C + \frac{2}{3}u_A + \frac{2}{3}u_B + \frac{2}{3}u_C$$

Здесь сумма последних трех слагаемых может быть сделана равной 0 из-за произвольности в выборе начала отсчета фазных напряжений (3). Выбрав таким образом начало отсчета, получаем:

$$u^A = \frac{2}{3}(u_A - u_C) = \frac{2}{\sqrt{3}}\frac{u_A - u_C}{\sqrt{3}} \qquad (6)$$

Контравариантная координата u^A является разложением изображающего вектора $\vec{u}$ по базису единичных векторов $\overrightarrow{e_k}$. Векторная проекция вектора $u^A\overrightarrow{e_A}$ на двойственную ось U^A равна:

$$|OA| = \frac{u_A - u_C}{\sqrt{3}}$$

откуда для контравариантной координаты u^A получаем:

$$u^A = \frac{\left|\overrightarrow{e^A}\right|}{\left|\overrightarrow{e_A}\right|}|OA| = \frac{2}{\sqrt{3}}\frac{u_A - u_C}{\sqrt{3}}$$

что совпадает с выражением (6).

Для скалярного произведения $(\vec{\imath}, \vec{v})$ следуя (4) и (6)

$$(\vec{\imath}, \vec{v}) = i_A u^A + i_B u^B = \frac{2}{\sqrt{3}}(i_A \frac{u_A - u_C}{\sqrt{3}} + i_B \frac{u_B - u_C}{\sqrt{3}})$$

Сравнивая полученное выражение с формулой для мощности (2) получаем правило: мощность P есть скалярное произведение вектора тока, измеренного по фазным осям, и вектора линейного напряжения, измеренного по осям линейного напряжения.

$$P = (\vec{\imath}, \overrightarrow{v_{\text{линейное}}})$$

Наличие простого физического смысла в формулах, получаемых в косоугольной системе координат, вдохновляет переписать алгоритмы управления инвертором в косоугольной системе координат.

II. Модифицирование алгоритмов

Типичный алгоритм в схеме управления инвертором напряжения показан на рис. 4.

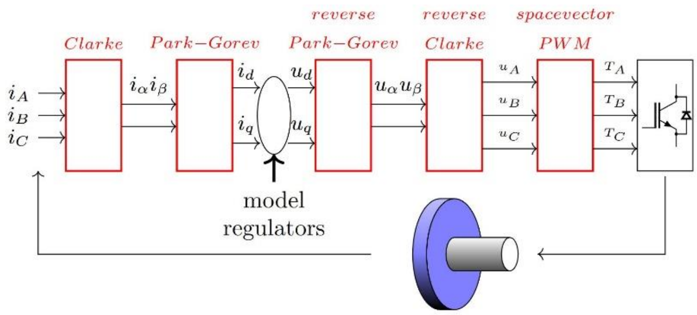

Рис. 4. Типичная схема управления инвертором напряжения

Было запланировано изменить алгоритмы ШИМ в терминах линейных напряжений и фазных токов: прямое и обратное преобразование Парка-Горева, прямое и обратное преобразование Кларк и алгоритм установки скважностей ключей в фазах полумостов T_a, T_b, T_c. Все измененные блоки окрашены красным.

A. *Изменение прямого и обратного преобразования Парка-Горева*

Прямое преобразование Парка-Горева – это переход из стационарной координатной системы во вращающейся координатную систему. Обратное преобразование Парка-Горева делает обратный переход из вращающейся в стационарную координатную систему.

Вместо перевода в стационарную систему с осями α и β перейдем к косоугольной стационарной системе линейных напряжений u_{ac} и u_{bc} на рис. 5.

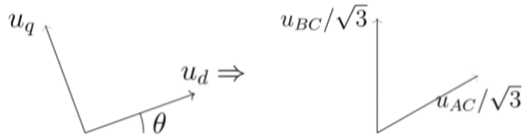

Рис. 5. Трансформация из вращающейся координатной системы в стационарную координатную систему

$$\begin{pmatrix} \frac{u_{AC}}{\sqrt{3}} \\ \frac{u_{BC}}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_d \\ u_q \end{pmatrix}$$

Здесь u_d и u_q — это координаты изображающего вектора напряжения во вращающейся системе координат, θ — вектор между вращающейся и неподвижной системой координат. $\frac{u_{ac}}{\sqrt{3}}$ — это нормализация линейного напряжения к единице.

B. *Вывод алгоритма для скважностей*

Найдем координаты вектора как центр масс весов m_0, m_1, m_2 в секторе I. Максимальная амплитуда вектора линейного напряжения выбрана так, чтобы $u_{acmax} = 1$, $u_{bcmax} = 1$. Ось линейного напряжения U_{BC} выбрана как показано на рис. 6 из точки O' в точку O''. Веса для сектора I расположены как показано на рис. 6.

$$\vec{u} = m_0\overrightarrow{U_0} + m_1\overrightarrow{U_1} + m_2\overrightarrow{U_2}.$$

Из закона Архимеда для рычага

$$|u_{ac}|m_0 = (u_{ac\,max} - |u_{ac}|)(m_1 + m_2)$$

получаем [4] систему уравнений:

$$\begin{cases} u_{ac}m_0 = (u_{ac\,max} - u_{ac})(m_1 + m_2) \\ u_{bc}(m_0 + m_1) = (u_{ac\,max} - u_{ac})m_2 \\ m_0 + m_1 + m_2 = 1 \end{cases} \tag{3}$$

Здесь сумма $m_0 + m_1 + m_2 = 1$ выражает тот факт, что мы в секторе I.

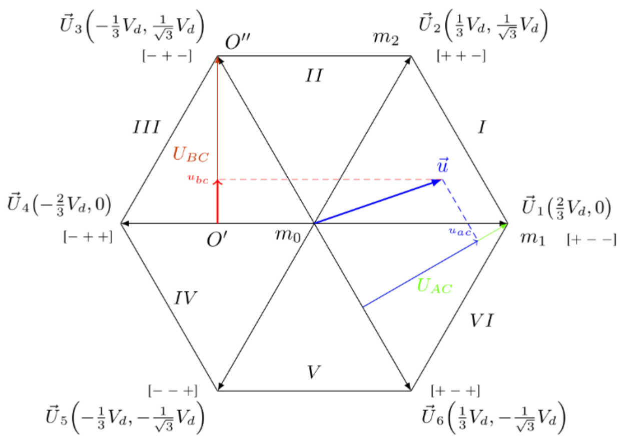

Рис. 6. Изображающий вектор линейного напряжения в секторе I

Выводы из системы (3) сведены в табл. I.

ТАБЛИЦА I. ВЕСА КОМБИНАЦИЙ $U_i, i = 0, \dots, 7$

	I	II	III	IV	V	VI
$\boldsymbol{m_1}$	u_{ab}	u_{ac}	u_{bc}	u_{ba}	u_{ca}	u_{cb}
$\boldsymbol{m_2}$	u_{bc}	u_{ba}	u_{ca}	u_{cb}	u_{ab}	u_{ac}

Хотя этот результат представлен в литературе [5] мы вывели этот результат, не пользуясь декартовой системой координат и комплексной плоскостью, координаты который тоже является декартовыми координатами.

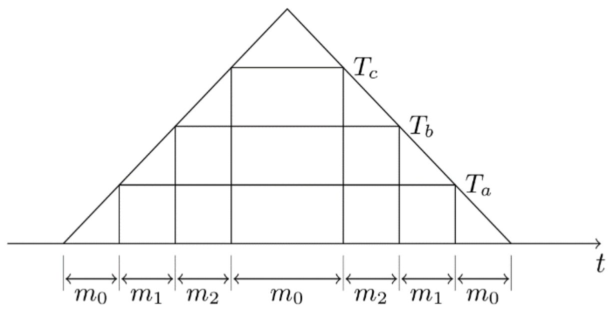

Рис. 7. Установки таймеров в непрерывном режиме, сектор *I*, $1 - T_a = T_c$

Для ШИМ в непрерывном режиме для сектора I скважности T_a, T_b, T_c подчиняются системе уравнений

$$\begin{cases} 1 - T_a + T_c = 1 - (m_1 + m_2) \\ T_a - T_b = m_1 \\ T_b - T_c = m_2 \end{cases} \tag{4}$$

Первое уравнение линейно зависимо и может быть заменено уравнением, которое выражает факт, что часть нулевого вектора U_7, когда все полумосты соединены с положительной шиной, равна нулевому вектору U_0, когда все полумосты соединены с отрицательной шиной:

$$1 - T_a = T_c.$$

Мы получаем систему уравнений в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_a \\ T_b \\ T_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{5}$$

Введем переменные для скважностей ШИМ, где T_i' изменяется от -1 до 1, в то время как T_i изменяется от 0 до 1.

Окончательно получаем для сектора I:

$$T_a' = u_{ac}$$

$$T_b' = -u_{ac} + 2u_{bc}$$

$$T_c' = -u_{ac}$$

Скважности ШИМ в непрерывном режиме для всех секторов приведены в табл. II.

ТАБЛИЦА II. СКВАЖНОСТИ ШИМ В НЕПРЕРЫВНОМ РЕЖИМЕ, $T_i' \in [-1,1]$

	I	**II**	**III**	**IV**	**V**	**VI**
$\boldsymbol{T_a'}$	u_{ac}		$-u_{ba}$	$-u_{ca}$		u_{ab}
$\boldsymbol{T_b'}$		u_{bc}	u_{ba}		$-u_{cb}$	$-u_{ab}$
$\boldsymbol{T_c'}$	$-u_{ac}$	$-u_{bc}$		u_{ca}	u_{cb}	

Мы можем заменить первое уравнение в (4) различными уравнениями, также мы можем заменить второе или третье уравнение. Заменим первое уравнение в (4) условием, что все полумосты преимущественно соединены с отрицательной шиной $T_c = 0$ в секторе I. Полумост фазы C никогда не будет соединен с положительной шиной в секторе I. Установки таймера для сектора I показаны на рис. 8.

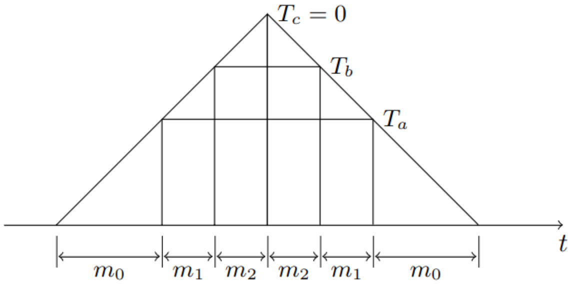

Рис. 8. Установки таймера для прерывистого режима, $T_c = 0$

Скважности $T_i \in [0,1]$ для всех секторов представлены в Таблице III. Графики для прерывистого и непрерывного режимов с амплитудой модуляции равной единице, представлены на рис. 9–11.

В прерывистом режиме с амплитудой модуляции много меньше единицы в случае, когда ключи полумостов преимущественно на отрицательной шине мы приложим последовательно относительно небольшое напряжение к фазам U_A, U_B, U_C, чтобы запустить мотор вплоть до номинального режима. На практике нам не удалось запустить асинхронный мотор, когда ключи преимущественно на положительной шине.

ТАБЛИЦА III. СКВАЖНОСТИ ДЛЯ СЕКТОРОВ, $T_i \in [0,1]$

	I,II	**III,IV**	**V,VI**
$\boldsymbol{T_a}$	u_{ac}	0	u_{ab}
$\boldsymbol{T_b}$	u_{bc}	u_{ba}	0
$\boldsymbol{T_c}$	0	u_{ca}	u_{cb}

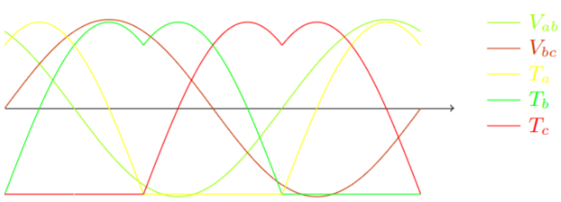

Рис. 9. Графики ШИМ, когда ключи преимущественно на отрицательной шине

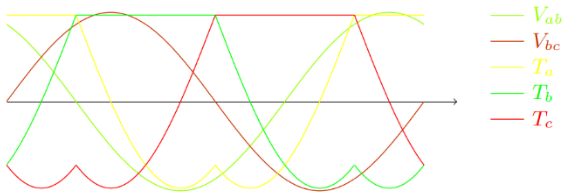

Рис. 10. Графики ШИМ, когда ключи преимущественно на положительной шине

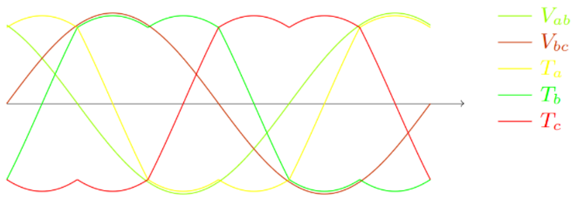

Рис. 11. Графики ШИМ в непрерывном режиме

III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сравнение предложенного алгоритма в непрерывном режиме с алгоритмами, предлагаемыми Texas Instruments, STMicroelectronics, НПФ Мехатроника-Про, Русским электротехническим обществом [6-10] показал: оригинальность алгоритма, алгоритм базируется на измеряемых физических величинах, предложенный алгоритм имеет вдвое меньше операций, если не принимать во внимание вспомогательный алгоритм определения сектора.

Эффективность алгоритма заключается в том, что, в отличие от общей практики, где есть переходы в декартову систему, и затем из декартовой системы в косоугольную систему, в данном алгоритме нет переходов в декартову систему и обратно. Вычисления производятся в косоугольной системе координат.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Авторы выражают благодарность Генеральному директору ООО Русского электротехнического общества, Александру Николаевичу Ильинцеву за помощь, предложенную при проведении данного исследования.

Мы выражаем нашу благодарность студентам группы 1421 Санкт-Петербургского электротехнического университета, в особенности Софье Богма, Людмиле Глазуновой, Кириллу Яговдику, Татьяне Леоновой, Смирновой Маргарите за проверку и тестирование алгоритма на микроконтроллере с программой для инвертора с ШИМ в прерывистом режиме с асинхронным мотором.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Инж. В. Скирль Измерения мощности переменного тока. Энергетическое издательство, 1932.

[2] Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. Методы и приложения / 2-е изд., перераб. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986.(на русском)

[3] Борисенко А.И., Тарапов И.Е. Векторный анализ и начала тензорного исчисления / 3-е изд. М.: Высшая школа, 1966 (на русском)

[4] О.А. Али Альмушреки, Н.С. Обама, А.Н. Прокшин и др. Измерение тока и напряжения в косоугольных координатах в

трехфазной обобщенной электрической машине // XXIV Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям (SCM-2021) (на русском). С.113-115.

[5] Olorunfemi Ojo. The Generalized Discontinuous PWM Scheme for Three-Phase Voltage Source Inverters, // IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 51, No. 6, December 2004, DOI: 10.1109/TIE.2004.837919

[6] The Digital Motor Control Software Library – http://www.ti.com/lit/ug/spru485a/spru485a.pdf.

[7] Space Vector Generator With Quadrature Control «NPF Mechatronica-Pro» https://mechatronica-pro.com/sites/default/files/content/product/35/iqsvgen_dq_eng.pdf

[8] STM32 Motor Control Software Development Kit Rev 5 STMicroelectronics, 2019 file pwm_curr_fdbk.c

[9] Файл на языке C для генерации ШИМ в прерывистом режиме https://gitbranch.ru/git/trot/0421/src/master/ElCon_stm_acbc.c

[10] STM32 Motor Control Software Development Kit с модифицированными алгоритмами https://gitbranch.ru/git/trot/bala