

Санкт–Петербургский государственный университет

Saint–Petersburg State University

# X Поляховские чтения

Материалы

международной научной конференции по механике,

23–27 сентября 2024 г., Санкт–Петербург, Россия

# X Polyakov's Reading

Proceedings

of the International Scientific Conference on Mechanics,

September 23–27, 2024, Saint–Petersburg, Russia

Санкт–Петербург

2024

УДК 531/534+537+539+51-7+52

ББК 22.2

Д 37

Д 37 Х Поляховские чтения : Материалы международной научной конференции по механике, 23–27 сентября 2024 г., Санкт–Петербург, Россия. — СПб.: Издательство ВВМ, 2024. 755 с.

ISBN 978-5-9651-1587-7

В сборник включены материалы докладов, представленных на международную научную конференцию по механике «Х Поляховские чтения», которая посвящена 300-летию Санкт-Петербургского университета и 300-летию Российской Академии наук. Материалы содержат информацию о проведенных исследованиях и представляют собой статьи небольшого размера, в которых даётся обобщённое изложение полученных результатов. Обсуждаются современные проблемы теоретической и прикладной механики, динамики естественных и искусственных небесных тел, гидроаэромеханики, физико-химической аэромеханики, механики деформируемого твёрдого тела, устойчивости и стабилизации механических и электромеханических систем, биомеханики, физической механики, применения методов искусственного интеллекта в задачах механики и истории механики.

Под редакцией:

Е.В. Кустовой, А.А. Тихонова, О.В. Куновой, Г.В. Павилайнен, А.В. Орехова.

ISBN 978-5-9651-1587-7

© Авторы, 2024

## Механическое поведение пластин и оболочек с градиентом предела текучести

**Пронина Ю.Г.**

y.pronina@spbu.ru

Санкт-Петербургский государственный университет,  
199034, Российская Федерация, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

**Аннотация.** Неравномерное ускоренное охлаждение стального проката может вызывать неравномерное распределение прочностных свойств в объеме материала. В данной работе исследуется влияние градиента предела текучести по толщине изделий, вызванного их односторонним ускоренным охлаждением, на напряженное состояние пластин при их изгибе и сосудов давления. Проводится сопоставление несущей способности изделий из градиентного материала и стального проката после нормализации и термоупрочнения. Решения строятся в рамках плоской задачи при малых деформациях на основе экспериментальных данных А.Б. Максимова.

**Ключевые слова:** изгиб пластин, сосуды давления, градиент прочностных свойств, упругопластический материал, SD-эффект, термическое упрочнение, судовая сталь.

**Введение.** Функционально-градиентные материалы (ФГМ) нашли широкое применение в различных отраслях промышленности; как правило, они состоят из различных фаз, объемная доля которых изменяется в каком-либо направлении, приводя к ненулевому градиенту эффективных свойств. Заметим, что эффективные характеристики материала могут меняться в том числе и из-за наличия несплошностей [1]. В данной работе рассматривается частный случай ФГМ, когда упругие свойства постоянны по всему объему, а предел текучести меняется по толщине изделий. В качестве примера используются данные А.Б. Максимова для листовой судовой стали A32 с градиентом прочностных свойств по толщине, вызванным односторонним ускоренным охлаждением из аустенитной области, вследствие чего по толщине листа формируется спектр микроструктур: от феррито-бейнитной на ускоренно охлаждаемой поверхности до феррито-перлитной на другой [2, 3]. Изменением модуля упругости (как структурно-малочувствительной характеристики) при такой обработке можно пренебречь, в то время как градиент прочностных свойств оказывается значительным. Кроме того, для уточнения расчетов необходимо учитывать разность пределов текучести на растяжение и сжатие материала — так называемый SD-эффект. Многочисленные исследования изгиба балок и пластин с SD-эффектом при различных нагрузках проведены Г.В. Павилайнен [4, 5]. Обзор работ по моделированию изгиба пластин и цилиндрических сосудов давления из ФГМ можно найти в работах [6, 7]. Исследование возможности управления траекторией трещин в трубах с помощью подобной технологии локального ускоренного двухстороннего охлаждения листового проката представлено в [8].

В данной работе исследуется плоская деформация изгибаемых пластин и цилиндрических сосудов давления, изготовленных из упруго-пластического материала с градиентом предела текучести по толщине изделия и SD-эффектом, оценивается несущая способность изделий из таких материалов по сравнению с изделиями, материал которых был подвергнут нормализации или стандартному термическому упрочнению.

Согласно [2, 3], предел текучести на растяжение можно задавать кубической функцией от координаты вдоль толщины листа ( $x$ ):

$$\sigma_y^+ = C_0 + C_1x + C_2x^2 + C_3x^3,$$

где постоянные коэффициенты  $C_i$  определяются по результатам измерения твердости по Виккерсу на поперечном сечении листа. Предел текучести на сжатие связан с пределом текучести на растяжение соотношением

$$|\sigma_y^-| = d\sigma_y^+, \quad d > 1.$$

**Задачи изгиба пластин** решаются в рамках технической теории изгиба, при малых деформациях, с использованием критерия текучести Треска. При чистом изгибе поведение пластин при постепенно повышающемся изгибающим моменте можно разбить на три стадии:

1. стадия чисто упругого изгиба, продолжающаяся до тех пор, пока напряжение хотя бы на одной из поверхностей не достигнут предела текучести;
2. стадия упругопластического изгиба, когда зона пластичности образовалась и растет только на одной из сторон пластины: внешней или внутренней;
3. стадия упругопластического изгиба, начинающаяся в момент достижения предела текучести на второй поверхности пластины и заканчивающаяся в момент перехода пластины в состояние текучести по всей толщине.

При некоторых сочетаниях градиента пластичности и коэффициента разно прочности  $d$  вторая стадия может оказаться пропущенной. В общем случае, при переменной кривизне пластины, все три «стадии» могут существовать на разных сечениях пластины одновременно.

Решение задачи для чисто упругого изгиба известно. При упругопластическом изгибе задача усложняется тем, что происходит смещение нейтральной плоскости пластины, вызываемое как разностью пределов текучести на растяжение и сжатие, так и градиентом предела текучести. Первое всегда направлено в сторону сжатых волокон, направление второго всегда совпадает с направлением градиента прочности. Если эти два направления совпадают, то знак смещения нейтральной плоскости известен заранее, в противном случае его сложно предсказать. Смещение нейтральной плоскости, напряжения и размеры зон пластичности в каждом сечении определяются из решения уравнений

равновесия главного вектора и главного момента всех сил, а также условий непрерывности напряжений.

В работе показано, что величина предельной нагрузки при изгибе пластин из стали А32 с градиентом прочностных свойств по толщине заметно выше чем для нормализованного состояния и сопоставима с таковой для термоупрочненного состояния — при любом сочетании направления градиента прочности и направления изгиба. Комплекс механических свойств листового проката с градиентом прочности по толщине не уступает свойствам термоупрочненного состояния, что позволяет использовать его в промышленности. При этом экономия охлаждающей воды составляет до 40% [6].

**Сосуды давления.** В качестве примера рассматривается толстостенная труба под действием внешнего и внутреннего давления, в рамках теории малых деформаций, с принятием критерия текучести Мизеса. Решение задачи строится в соответствие с алгоритмом, представленным в [9]. В зависимости от направления градиента пластичности и коэффициентов  $C_i$  возможны различные варианты возникновения и распространения областей текучести по толщине трубы. Для используемых экспериментальных данных могут наблюдаться следующие конфигурации взаимного расположения упругой и пластической областей:

1. одна зона пластичности вокруг внутренней поверхности трубы;
2. одна зона пластичности, примыкающая к внешней поверхности трубы;
3. две зоны пластичности у внутренней и внешней поверхностей трубы;
4. одна зона пластичности внутри стенки трубы.

При постепенном повышении давления первая и вторая ситуации могут переходить в третью, а четвертая — в первую и вторую. При этом каждая из них может завершиться переходом в состояние текучести по всей толщине стенки сосуда. Однако следует учитывать, что при потере устойчивости [10] равномерное распространение зон пластичности нарушается.

Расчеты показали, что выигрыш в несущей способности сосудов при переходе в пластическое состояние по всей толщине слабо зависит от направления градиента (он немного выше в случае, когда градиент прочности направлен внутрь сосуда, но эта разница заметна только при достаточно высоких отношениях радиуса сосуда к толщине стенки). Этот результат не зависит от того, где зарождается зона пластичности: у поверхностей или же внутри стенки. Предельная нагрузка сосудов с градиентом прочности существенно превышает таковую для нормализованного состояния и немногим ниже чем для термоупрочненного состояния. При применимости локального критерия максимального напряжения градиентный материал может демонстрировать более высокую несущую способность по сравнению с термоупрочненным материалом, но

только при относительно высоких отношениях радиуса сосуда к толщине его стенки и при направлении градиента прочности внутрь сосуда.

**Благодарность.** Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант № 21-19-00100, <https://rscf.ru/project/21-19-00100/>.

## Литература

- [1] Абакаров А. М., Пронина Ю. Г. Об эффективных упругих свойствах материала со взаимно перпендикулярными системами параллельных трещин // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2022. Т. 18. № 1. С. 111–119.
- [2] Максимов А. Б., Шевченко И. П., Ерохина И. С. Толстолистовой прокат с изменяющимися механическими свойствами по толщине // Изв. вузов. Черная Металлургия. 2019. Т. 62. № 8. С. 587–593.
- [3] Maksimov A. B., Erokhina I. S. Properties of rolled plate with strength gradient across thickness // Inorganic Materials: Applied Research. 2021. Vol. 12. No. 1. P. 172–176.
- [4] Павилайнен Г. В. Математическая модель задачи изгиба пластически анизотропной балки // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2015. Т. 2(60). Вып. 4. С. 633–638.
- [5] Павилайнен Г. В., Бембеева А. И., Канин М. С. Упруго-пластический изгиб разнопрочных балок // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2014. Т. 1. № 2. С. 284–291.
- [6] Максимов А. Б., Пронина Ю. Г. Исследование изгиба толстолистового проката с градиентом прочностных свойств по толщине // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. 2022. Т. 65. № 1. С. 21–27.
- [7] Pronina Y., Maksimov A. Hollow cylinder with thermally induced gradient of the yield strength: The gain in loading capacity under pressure // International Journal of Engineering Science. 2023. Vol. 193. Art. 103936.
- [8] Maksimov A., Pronina Y. On crack propagation in a two-component thermally reinforced pipe // Advanced Problems in Mechanics. APM: International Summer School-Conference “Advanced Problems in Mechanics”. Cham, 2019. Springer Nature. P. 179–184.
- [9] Пронина Ю. Г. Механохимическая коррозия полого цилиндра из идеального упруго-пластического материала под действием постоянного давления // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2006. № 3. С. 121–130.
- [10] Пронина Ю. Г. Оценка устойчивости упругой трубы под давлением коррозионных сред // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2006. № 3. С. 55–63.