

УДК 519.837

ББК 22.18

# ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЧИСЛЕННОСТИ НАСЕЛЕНИЯ И ДИНАМИЧЕСКИЕ ИГРЫ ПРОТИВ ПРИРОДЫ\*

ВИКТОР В. ЗАХАРОВ

СЕРИНЬ М. НДИАЙЕ

Санкт-Петербургский государственный университет  
199034, Санкт-Петербург, Университетская наб. д. 7-9  
e-mail: mcvictor@mail.ru, mamounepourtoi@gmail.com

В работе предлагается новый подход к построению прогнозов динамики численности населения на примере стран региона Западной Африки. Динамика численности населения описана с помощью дискретных уравнений с переменными параметрами, имеющими стохастическую природу, в предположении об отсутствии вероятностных распределений значений этих параметров. Процесс прогнозирования моделируется динамической игрой против природы. Приводятся тестовые примеры применения разработанных методов прогнозирования при исследовании статистики прошлых периодов и результаты ретроспективного анализа. Построены прогнозы динамики численности населения после 2020 года для Сенегала и Мали.

*Ключевые слова:* динамические игры против природы, демография, прогнозирование численности населения, процентный прирост, неопределенность, принцип динамического баланса.

*Поступила в редакцию:* 18.10.23 *После доработки:* 27.11.23 *Принята к публикации:* 01.03.24

---

©2024 В.В. Захаров, С.М. Ндиайе

\* Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-10049 (<https://rscf.ru/project/23-21-10049/>) и гранта Санкт-Петербургского научного фонда

## 1. Введение

Народонаселение любой страны как совокупность всех людей, живущих в данное время в этой стране, представляет собой систему, на эволюцию которой влияют многочисленные факторы. Ежегодный приток в систему Народонаселение обеспечивают рождаемость и миграция в страну, а отток – смертность и эмиграция из страны. Динамика численности населения любой страны мира определяется балансовым уравнением демографического процесса [9], широко применяемым в исследованиях по демографии. Серьезной проблемой, ограничивающей возможности применения существующих методов прогнозирования численности населения, будущей динамики рождаемости, смертности и миграции, является стохастический характер этих переменных. Отдел народонаселения ООН публикует обзоры «Мировые демографические перспективы (World Population Prospects)» начиная с 1951 года [10,7] и постоянно их обновляет с учетом новых данных и предположений, предлагает сценарии будущей динамики рождаемости, смертности и международной миграции, а также соответствующие этим сценариям прогнозы численности населения Земли до 2100 года. Основной подход при построении прогнозов ООН, лежащий в основе демографических оценок, называется ССМРР – cohort-component method for projecting population. Это, пожалуй, самый популярный сегодня метод прогнозирования среди демографов. В его основу положена гипотеза об экспоненциальном росте ежегодных значений рождаемости и смертности в условиях реализации различных сценариев. Множество таких сценариев фиксируется и является конечным. Ряд исследователей для прогнозирования динамики численности населения применяют методы стохастического прогнозирования, основанные на Байесовском подходе [6,4] и использовании заданных вероятностных распределения параметров демографического процесса. Однако большинство Национальных агентств по статистике и демографии используют для построения прогнозов детерминированные модели [5] для вычисления нижних и верхних оценок роста населения для уменьшения неопределенности. При этом Nico Keilman and Stefano Mazzucco, редакторы монографии «Developments in Demographic Forecasting» [5,8], призывают расширять перечень подходов и моделей для прогнозирования

будущей динамики роста населения планеты в виду особой значимости этой проблемы.

В данной статье мы предпринимаем попытку формализации прогнозирования будущей динамики роста населения с помощью игр против природы в динамической форме, применению которых в практике уделяется очень мало внимания [11]. Если бы множество чистых стратегий лица (ЛПР), принимающего решение о прогнозировании будущей траектории детерминированного демографического процесса, было конечно, то для выбора решения в ситуации неопределенности реализации сценариев природы можно было бы использовать матричную игру против природы. Матрица выигрышей (платежная матрица) в игре против природы, как правило, имеет постоянные детерминированные элементы. Для анализа такой игры с природой могут быть использованы классические критерии Лапласа, Вальда, Гурвица, Сэвиджа, хорошо аксиоматически обоснованные [2]. Однако трудность использования матричных игр против природы для анализа и прогнозирования недетерминированных демографических процессов состоит в том, что динамика изменения численности населения имеет стохастический характер. Кроме того параметры системы дискретных уравнений, описывающей динамику численности населения, не только не являются постоянными, но могут иметь стохастическую природу. Поэтому использование классической матричной игры против природы не представляется возможным. В связи с этим мы предлагаем рассматривать прогнозирование численности населения как динамическую игру против природы. В этой игре ЛПР выбирает свои стратегии в виде динамических трендов будущих значений процентных приростов интегральных объемов притока и оттока. Множество стратегий природы мы можем ассоциировать с множеством будущих фактических траекторий этих параметров. В качестве целевой функции ЛПР будем использовать среднюю оценку точности прогнозов численности населения относительно его фактических значений на выбранном горизонте прогнозирования. Для изучения возможности прогнозирования динамики роста населения страны были проведены ретроспективные вычислительные эксперименты по построению прогнозов для двух стран Западной Африки Сенегала и Мали на временных промежутках имеющейся статистики прошлых перио-

дов. В странах Западной Африки проживает более одного миллиарда человек, поэтому точная оценка вклада этого региона в будущее увеличение населения Земли является актуальной проблемой. Прогнозы национальных Агентств по статистике и демографии этих стран, построенные по методике ООН, предполагают, что к 2050 году население Сенегала с 17 миллионов увеличится до 39 миллионов, а в Мали будет проживать более 47 миллионов человек, что более чем в два раза больше, чем население этой страны сегодня. Вычислительные эксперименты по прогнозированию роста населения Сенегала и Мали проводились с использованием описанной во втором параграфе дискретной балансовой математической модели, ранее примененной при построении прогнозов динамики распространения эпидемии COVID-19 [1,12]. Результаты, как ретроспективных вычислительных экспериментов прогнозирования, так и прогнозы для будущих периодов представлены в третьем параграфе.

## 2. Математическая модель роста населения со стохастическими параметрами

В соответствии с информацией о рождаемости и смертности и информации о миграционных потоках в Сенегале и Мали в период с 1990 года по 2020 год для каждой из стран имеются временные ряды значений ежегодного количества родившихся детей  $B(t) > 0$ , умерших людей  $D(t) > 0$  и чистого миграционного потока выехавших из страны  $NM(t) > 0$ , в каждой из стран для любого  $t$  от 1990 до 2022 года. То есть в год  $t$  приток в систему народонаселения страны равен количеству родившихся детей, а отток сумме количества умерших людей и объема чистого миграционного потока. (см. таблицы 1 и 5, столбцы 3, 4 и 5). Временные ряды в указанных столбцах характеризуют динамику ежегодных объемов притока в систему и оттока из нее. Начальный 1990 год имеющейся статистики обозначим через  $t_0$ , конечный момент времени  $T = 2020$ . Обозначим  $D(t) + NM(t) = DNM(t)$  общий объем умерших и выехавших из страны людей.

Рассмотрим возрастающие относительно  $t$  функции

$$IntB(t_0, t) = \sum_{\tau=t_0}^t B(\tau),$$

$$IntDNM(t_0, t) = \sum_{\tau=t_0}^t DNM(\tau),$$

где

- $IntB(t_0, t)$  – интегральный объем притока в систему на промежутке времени от  $t_0$  до  $t$ ,
- $IntDNM(t_0, t)$  – интегральный объем оттока из системы на промежутке времени от  $t_0$  до  $t$ .

Временные ряды  $IntB(t_0, t)$  и  $IntDNM(t_0, t)$ ,  $t = t_0, t_0 + 1, \dots, T$ , будем называть *интегральными рядами притока и оттока*. Полученные интегральные ряды представляют собой интегральную форму временных рядов  $B(t)$  и  $DNM(t)$  (таблицы 1 и 5, столбцы 7 и 8).

Балансовое уравнение демографического процесса [2] имеет следующий вид

$$N(t) = N(t_0) + IntB(t_0, t) - IntDNM(t_0, t), \quad t > t_0, \quad (2.1)$$

где  $N(t)$  есть значение численности населения страны на 1 января года  $t$  или, что практически то же самое на 31 декабря предыдущего года  $t - 1$ .

Обозначим через  $r_B(t)$  – процентный прирост интегрального объема притока в систему, вычисляемый по формуле

$$r_B(t) = 100 \frac{IntB(t_0, t) - IntB(t_0, t-1)}{IntB(t_0, t-1)}, \quad t > t_0,$$

а через  $r_{DNM}(t)$  – процентный прирост интегрального объема оттока из системы

$$r_{DNM}(t) = 100 \frac{IntDNM(t_0, t) - IntDNM(t_0, t-1)}{IntDNM(t_0, t-1)}, \quad t > t_0.$$

Рассмотрим систему дискретных уравнений со стохастическими параметрами  $r_B(t)$  и  $r_{DNM}(t)$  при  $t > t_0$

$$IntB(t_0, t) = \left(1 + \frac{r_B(t)}{100}\right) IntB(t_0, t-1), \quad (2.2)$$

$$IntDNM(t_0, t) = \left(1 + \frac{r_{DNM}(t)}{100}\right) IntDNM(t_0, t-1), \quad (2.3)$$

$$N(t) = N(t_0) + \left(1 + \frac{r_B(t)}{100}\right) IntB(t_0, t-1) - \left(1 + \frac{r_{DNM}(t)}{100}\right) IntDNM(t_0, t-1). \quad (2.4)$$

Обратим внимание на то, что для любого года  $t$ , начиная с 1991 года, найдется такое  $\tau < t$ , при котором значение  $IntNMD(t_0, t)$  превосходят значения  $IntB(t_0, \tau)$  (см. таблицу 1 (Сенегал) и 5 (Мали)). Например, для Сенегала, интегральный объем оттока в 1991 году (198801) больше интегрального объема притока в 1990 году (321787) и для Мали, интегральный объем оттока в 1992 году (772031) больше интегрального объема притока в 1991 году (881767).

Можно, например, по данным в таблице 1 заметить, что в рассматриваемых странах интегральные объемы оттока (в 2002 году (1704173) для Сенегала и в 2010 году (4661015) для Мали) больше интегральных объемов притока (в 1994 году (1668449) для Сенегала и в 1998 году (4277326) для Мали), но меньше интегральных объемов притока в 1995 году (2020662) для Сенегала и 1999 году (4821349) для Мали. То есть значение объема интегрального оттока в 2002 году для Сенегала принадлежит интервалу, нижней и верхней границами которого соответственно являются значения объемов интегрального притока в 1994 и 1995 годах. Аналогично и для интегрального оттока из Мали в 2010 году. Такое свойство интегральных потоков оттока и притока будем называть их *интервальной динамической сбалансированностью*. Можно сказать, что в нашем примере интегральный объем оттока в 2002 году для Сенегала и в 2010 году для Мали сбалансированы с соответствующими интервалами прошлых значений интегральных объемов притока, зафиксированных в статистике соответственно на 7 и 11 лет раньше.

Сформулируем следующую задачу нахождения минимальных значений  $\tau$  при фиксированном  $t$  и при условии выполнения неравенства  $IntB(t_0, \tau) \geq IntDNM(t_0, t)$ . Рассмотрим задачу целочисленного программирования для каждого года  $t$

$$\min_{t_0 < \tau \leq t} \tau, \quad (2.5)$$

при условии

$$IntB(t_0, \tau) \geq IntDNM(t_0, t). \quad (2.6)$$

Учитывая наблюдаемое в таблице 1 и 5 монотонное возрастание функций  $IntB(t_0, t)$  и  $IntDNM(t_0, t)$  и справедливость для любого  $t$  неравенства  $IntB(t_0, t) > IntDNM(t_0, t)$  задача (2.5-2.6) имеет единственное решение. Это решение обозначим  $\tau(t)$ .

Обозначим  $IntB(t_0, t)$  через  $IntB(t)$ , а  $IntDNM(t_0, t)$  через  $IntDNM(t)$ . Справедлива следующая теорема

**Теорема 2.1.** *(принцип динамического баланса процессов притока и оттока). Предположим, что для любого  $t > t_0$  справедливо неравенство неравенства  $IntB(t) > IntDNM(t)$ . Пусть  $\tau(t)$  есть решение задачи (2.5-2.6) при  $t > t_0$ . Тогда для любого года  $t > t_0$  выполняется следующее неравенство*

$$IntB(\tau(t)) \geq IntDNM(t) \geq IntB(\tau(t) - 1). \quad (2.7)$$

*Доказательство.* Имеем, что для любого года  $t > t_0$  выполнено неравенство (2.6), то есть  $IntB(\tau(t)) \geq IntDNM(t)$ . А поскольку  $\tau(t)$  есть минимальное значение задачи (2.5-2.6), то очевидно выполнено и неравенство  $IntNMD(t) \geq IntB(\tau(t) - 1)$ .  $\square$

Будем называть функцию  $\theta(t) = t - \tau(t)$  характеристикой динамического баланса демографического процесса. Характеристика динамического баланса в модели (2.2-2.4), также как интегральные объемы оттока и притока и процентные приросты этих интегральных объемов, имеет стохастическую природу и может рассматриваться в модели как стохастический параметр. Значения характеристики динамического баланса  $\theta(t)$  приведены в таблицах 1 и 4.

Построенную математическую модель демографического процесса, как процесса притока и оттока с параметрами  $r_B(t)$ ,  $r_{DNM}(t)$  и  $\theta(t)$ , динамика которого описывается системой дискретных уравнений (2.2-2.4) и неравенством (2.7), будем называть *балансовой моделью притока и оттока населения страны*.

### 3. Выбор стратегий лица принимающего решение

Рассмотрим вопрос о выборе ЛПР динамических трендов параметров интегральных объемов притока и оттока на горизонте прогнозирования в Сенегале и Мали от 2015 до 2020 года, основываясь на статистике до 2014 года (таблицы 1 и 5).

Таблица 1: Стратегическое исследование динамики рождаемости, смертности и миграции в Сенегале в период с 1990 по 2020 год.

Год	$N(t)$	$B(t)$	$D(t)$	$NM(t)$	$DNM(t)$	$IntB(t)$	$IntDNM(t)$	$r_B(t)$	$r_{DNM}(t)$	$\theta(t)$
1990	7 536 000	321 787	85 157	12 986	98 143	321 787	98 143			
1991	7 754 289	327 231	86 848	13 810	100 658	649 018	198 801	101,69%	102,56%	1
1992	7 974 514	333 335	88 517	14 820	103 337	982 353	302 138	51,36%	51,98%	2
1993	8 196 551	340 157	90 982	16 672	107 654	1 322 510	409 792	34,63%	35,63%	2
1994	8 416 997	345 939	93 429	22 681	116 110	1 668 449	525 902	26,16%	28,33%	3
1995	8 632 680	352 213	95 823	31 064	126 887	2 020 662	652 789	21,11%	24,13%	3
1996	8 843 422	357 274	98 162	39 240	137 402	2 377 936	790 191	17,68%	21,05%	4
1997	9 051 538	362 967	100 472	44 599	145 071	2 740 903	935 262	15,26%	18,36%	4
1998	9 261 526	368 609	101 877	45 291	147 168	3 109 512	1 082 430	13,45%	15,74%	5
1999	9 469 281	389 850	112 590	44 377	156 967	3 499 362	1 239 397	12,54%	14,50%	6
2000	9 716 196	397 975	112 805	42 952	155 757	3 897 337	1 395 154	11,37%	12,57%	6
2001	9 972 439	406 177	113 187	41 509	154 696	4 303 514	1 549 850	10,42%	11,09%	7
2002	10 240 140	414 316	113 768	40 555	154 323	4 717 830	1 704 173	9,63%	9,96%	7
2003	10 519 120	422 658	114 343	40 489	154 832	5 140 488	1 859 005	8,96%	9,09%	8
2004	10 804 120	430 868	114 848	41 027	155 875	5 571 356	2 014 880	8,38%	8,38%	8
2005	11 096 110	436 854	115 400	41 857	157 257	6 008 210	2 172 137	7,84%	7,80%	9
2006	11 394 300	442 783	115 766	42 731	158 497	6 450 993	2 330 634	7,37%	7,30%	10
2007	11 698 340	448 514	116 165	43 365	159 530	6 899 507	2 490 164	6,95%	6,84%	10
2008	12 008 070	454 025	116 478	43 583	160 061	7 353 532	2 650 225	6,58%	6,43%	11
2009	12 323 250	459 288	116 948	43 643	160 591	7 812 820	2 810 816	6,25%	6,06%	11
2010	12 643 800	464 407	117 082	43 569	160 651	8 277 227	2 971 467	5,94%	5,72%	12
2011	12 969 610	469 370	117 375	43 352	160 727	8 746 597	3 132 194	5,67%	5,41%	12
2012	13 300 410	474 027	117 709	42 976	160 685	9 220 624	3 292 879	5,42%	5,13%	13
2013	13 635 930	478 485	117 951	45 857	163 808	9 699 109	3 456 687	5,19%	4,97%	14
2014	13 975 830	482 446	118 236	37 405	155 641	10 181 555	3 612 328	4,97%	4,50%	14
2015	14 320 060	486 596	118 284	31 006	149 290	10 668 151	3 761 618	4,78%	4,13%	15
2016	14 668 520	490 515	118 668	24 720	143 388	11 158 666	3 905 006	4,60%	3,81%	15
2017	15 020 950	494 189	118 966	20 576	139 542	11 652 855	4 044 548	4,43%	3,57%	16
2018	15 377 010	497 600	119 326	19 973	139 299	12 150 455	4 183 847	4,27%	3,44%	17
2019	15 736 370	500 731	119 754	19 973	139 727	12 651 186	4 323 574	4,12%	3,34%	17
2020	16 436 119	542 392	92 043	10 090	102 133	13 193 578	4 425 707	4,29%	2,36%	18

#### 3.1. Тестовый пример ретроспективного анализа по данным статистики ООН до 2014 года

Анализ ежегодных значений рождаемости, смертности и чистого миграционного потока в Сенегале в период с 1990 по 2020 год в таблице 1 показывает, что годовые значения притока  $B(t)$  и оттока  $DNM(t)$  на разных промежутках то возрастают, то убывают, однако, для всех значений  $t$  приток превышает отток. Для интегральных значений объемов притока и оттока выполняется неравенство



$IntB(t) > IntDNM(t)$ . При этом процентный прирост интегрального объема оттока  $r_D(t)$  монотонно убывает. То же до 2019 года демонстрирует и процентный прирост  $r_B(t)$ , за исключением 2020 года, когда он возрастает с уровня 4,12% в 2019 году до уровня 4,29% в 2020 году.

Для описания стратегий ЛПР в виде динамических трендов будущих значений параметров демографического процесса, проводя ретрополяцию [3] на основе данных статистики до 2014, можно для каждого года  $t > 2014$  из горизонта прогнозирования выбрать будущие значения параметров  $\tilde{r}_B(t)$ ,  $\tilde{r}_{DNM}(t)$  и характеристики динамического баланса  $\tilde{\theta}(t)$ . Подставив выбранные значения в уравнения системы (2.2-2.4), мы получим необходимые прогнозные траектории. Для выбора прогнозных значений параметров мы используем подход, успешно зарекомендовавший себя при прогнозировании значений процентного прироста общего количества заболевших в период пандемии COVID-19, подробно рассмотренный в статьях [1, 12].

Анализируя в Сенегале динамику процентных приростов интегральных рядов притока и оттока в таблице 1 (столбцы 9 и 10) следует обратить внимание на монотонное снижение этих значений и постепенное уменьшения скорости снижения (за исключением пандемийного 2020 года). С учетом динамики снижения процентных приростов мы выбрали в качестве оценки продолжительности их снижения от уровня 2015 года 6 и 5 лет соответственно. В этом случае равномерно убывающий тренд прогнозируемых значений прироста интегрального объема притока можно представить в виде

$$\tilde{r}_B(t) = r_B(2014) - 0,17(t - 2014), \quad (3.1)$$

а с учетом аналогичных рассуждений равномерно убывающий тренд значений процентного прироста интегрального объема оттока в виде

$$\tilde{r}_{DNM}(t) = r_{DNM}(2014) - 0,2(t - 2014). \quad (3.2)$$

В результате на промежутке от 2015 до 2020 года мы получим прогнозируемые тренды параметров  $\tilde{r}_B(t)$  и  $\tilde{r}_{DNM}(t)$ . Подставляя эти тренды в систему дискретных уравнений (2.2-2.4) мы вычисляем прогнозные значения интегральных объемов притока  $Int\tilde{B}(t)$ , оттока

$IntD\tilde{N}M(t)$  и численности населения  $\tilde{N}(t)$ . Полученные значения внесены в таблицу 2. Оценка точности прогноза численности населения в год  $t$ , выраженная в процентах, вычисляется по формуле

$$\text{Точность}(\%) = \left(1 - \frac{|N(t) - \tilde{N}(t)|}{N(t)}\right) 100\%.$$

Прогноз характеристики динамического баланса  $\tilde{\theta}(t)$  на промежутке от 2015 до 2020 года сформирован на основе того что, начиная с 1991 года, увеличение ее значение на одну единицу происходит каждые два года, за редким исключением (см. таблицу 1). Значения характеристики динамического баланса  $\tilde{\theta}(t, \tilde{r}_{DNM}(\cdot))$  в последнем столбце таблицы 2 вычислены при решении задачи (2.5-2.6), в которой использованы значения интегральных объемов оттока  $IntD\tilde{N}M(t)$ , полученные при использовании тренда (9) и тренда (8) для вычисления значений притока при значениях  $t$  больших 2014. Можно заметить, что значения  $\tilde{\theta}(t, \tilde{r}_{DNM}(\cdot))$  в Таблице 2 совпадают со значениями характеристики динамического баланса в Таблице 1. Близость фактической и прогнозируемой траектории характеристики динамического баланса, построенной на основе выбранных трендов процентных приростов интегральных объемов притока и оттока, по нашему мнению, может свидетельствовать о возможности уменьшения неопределенности на множестве стратегий природы.

Таблица 2: Демографический прогноз численности населения Сенегала на период с 2015 по 2020 год.

Год	$\tilde{N}(t)$	$Int\tilde{B}(t)$	$IntD\tilde{N}M(t)$	$\tilde{r}_B(t)$	$\tilde{r}_{DNM}(t)$	Точность (%) прогноза $\tilde{N}(t)$	$\tilde{\theta}(t)$	$\tilde{\theta}(t, \tilde{r}_{DNM}(\cdot))$
2015	14 438 938	10 670 690	3 767 752,245	4,80%	4,30%	99,17%	15	15
2016	14 778 855	11 165 183	3 922 328,279	4,63%	4,10%	99,25%	15	15
2017	15 124 210	11 663 611	4 075 401,302	4,46%	3,90%	99,31%	16	16
2018	15 474 164	12 164 461	4 226 297,359	4,29%	3,70%	99,37%	16	17
2019	15 827 811	12 666 139	4 374 327,909	4,12%	3,50%	99,42%	17	17
2020	16 184 180	13 166 974	4 518 794,73	3,95%	3,30%	98,47%	17	18

### 3.2. Построение прогноза численности населения Сенегала после 2020 года

Прогноз значений параметров модели и демографических показателей в Сенегале с 2021 по 2036 год, приведенный в таблице 3,

построен по той же методике, что и прогноз для рассмотренного тестового примера. В качестве оценки продолжительности снижения процентного прироста  $\tilde{r}_B(t)$  с уровня 4,29% на 1% при расчетах взято 10 лет, поэтому равномерно убывающий тренд прогнозируемых значений прироста интегрального объема притока до 2030 года можно представить в виде

$$\tilde{r}_B(t) = r_B(2020) - 0,1(t - 2020). \quad (3.3)$$

Учитывая динамику постепенного увеличения ежегодной рождаемости в течение последних пяти лет, такой тренд можно, по нашему мнению, назвать умеренным и отражающим текущее состояние процесса демографического перехода.

Тренд процентного прироста  $\tilde{r}_{DNM}(t)$  выбран на основе предыдущей статистики и вычисляется до 2030 года по формуле

$$\tilde{r}_{DNM}(t) = r_{DNM}(2020) - 0,1(t - 2020), \quad (3.4)$$

а тренд характеристики динамического баланса  $\tilde{\theta}(t, \tilde{r}_{DNM}(\cdot))$  является согласованным с трендом  $\tilde{r}_{DNM}(t)$ .

Таблица 3: Прогноз демографических изменений в Сенегале с 2021 по 2036 год.

Год	$\tilde{N}(t)$	$Int\tilde{B}(t)$	$IntD\tilde{N}M(t)$	$\tilde{r}_B(t)$	$\tilde{r}_{DNM}(t)$
2021	16 756 661	13 746 389	4 525 728	4,19%	2,26%
2022	17 221 133	14 308 616	4 623 484	4,09%	2,16%
2023	17 696 803	14 879 530	4 718 728	3,99%	2,06%
2024	18 183 129	15 458 344	4 811 215	3,89%	1,96%
2025	18 679 512	16 044 215	4 900 703	3,79%	1,86%
2026	19 185 291	16 636 246	4 986 955	3,69%	1,76%
2027	19 699 749	17 233 488	5 069 739	3,59%	1,66%
2028	20 222 110	17 834 936	5 148 827	3,49%	1,56%
2029	20 751 541	18 439 541	5 224 000	3,39%	1,46%
2030	21 287 156	19 046 202	5 295 046	3,29%	1,36%
2031	21 831 078	19 659 489	5 364 411	3,22%	1,31%
2032	22 382 760	20 278 763	5 432 003	3,15%	1,26%
2033	22 941 619	20 903 349	5 497 730	3,08%	1,21%
2034	23 507 036	21 532 540	5 561 504	3,01%	1,16%
2035	24 078 360	22 165 597	5 623 236	2,94%	1,11%
2036	24 654 907	22 801 749	5 682 843	2,87%	1,06%

На промежутке от 2031 до 2050 года мы предполагаем, что скорость снижения процентного прироста притока уменьшится и снижение на 1% от уровня 3,29% в 2030 году будет продолжаться примерно 15 лет, а снижение процентного прироста оттока на 1% от уровня 1,36% в 2030 году - 20 лет. Поэтому вместо коэффициента 0,1 в формуле (3.3) мы используем значение 0,07, вместо коэффициента 0,1 в формуле (3.4) выбрано значение 0,05.

Таблица 4: Прогноз демографических изменений в Сенегале с 2037 по 2050 год.

Год	$\bar{N}(t)$	$\overline{Int\bar{B}}(t)$	$\overline{IntD\bar{N}M}(t)$	$\bar{r}_B(t)$	$\bar{r}_{DNM}(t)$
2037	25 235 959	23 440 198	5 740 239	2,80%	1,01%
2038	25 820 770	24 080 116	5 795 346	2,73%	0,96%
2039	26 408 563	24 720 647	5 848 083	2,66%	0,91%
2040	26 998 535	25 360 912	5 898 377	2,59%	0,86%
2041	27 589 853	26 000 007	5 946 154	2,52%	0,81%
2042	28 181 662	26 637 007	5 991 345	2,45%	0,76%
2043	28 773 084	27 270 967	6 033 883	2,38%	0,71%
2044	29 363 220	27 900 927	6 073 707	2,31%	0,66%
2045	29 951 151	28 525 908	6 110 756	2,24%	0,61%
2046	30 546 498	29 155 474	6 144 977	2,21%	0,56%
2047	31 148 998	29 789 314	6 176 316	2,17%	0,51%
2048	31 758 377	30 427 104	6 204 727	2,14%	0,46%
2049	32 374 341	31 068 507	6 230 166	2,11%	0,41%
2050	32 996 583	31 713 178	6 252 595	2,08%	0,36%

### 3.3. Построение прогноза численности населения Мали после 2020 года

Анализ ежегодных значений характеристик рождаемости, смертности и чистого оттока в период с 1990 по 2020 год в таблице 5 показывает, что годовые значения притока  $B(t)$  и оттока  $DNM(t)$  на разных промежутках то возрастают, то убывают, однако, для всех значений  $t$  приток превышает отток. Для интегральных значений объемов притока и оттока выполняется неравенство  $\overline{IntB}(t_0, t) > \overline{IntDNM}(t_0, t)$ . При этом процентный прирост интегрального объема оттока  $r_D(t)$  монотонно убывает.

Таблица 5: Стратегическое исследование динамики рождаемости, смертности и миграции в Мали в период с 1990 по 2020 год

Год	$N(t)$	$B(t)$	$D(t)$	$NM(t)$	$DNM(t)$	$IntB(t)$	$IntDNM(t)$	$r_B(t)$	$r_{DNM}(t)$	$\theta(t)$
1990	8 945 026	436 517	183 373	68 856	252 229	436 517	252 229			
1991	9 123 968	445 250	184 304	77 380	261 684	881 767	513 913	102,00%	103,75%	1
1992	9 310 571	454 356	187 143	70 975	258 118	1 336 123	772 031	51,53%	50,23%	1
1993	9 506 509	464 868	189 180	68 995	258 175	1 800 991	1 030 206	34,79%	33,44%	2
1994	9 711 796	473 936	192 294	63 686	255 980	2 274 927	1 286 186	26,32%	24,85%	2
1995	9 921 093	484 149	195 446	67 932	263 378	2 759 076	1 549 564	21,28%	20,48%	2
1996	10 131 905	494 437	198 585	68 134	266 719	3 253 513	1 816 283	17,92%	17,21%	2
1997	10 359 301	505 534	200 970	56 107	257 077	3 759 047	2 073 360	15,54%	14,15%	3
1998	10 620 474	518 279	202 851	30 323	233 174	4 277 326	2 306 534	13,79%	11,25%	3
1999	10 843 590	544 023	180 221	21 740	201 961	4 821 349	2 508 495	12,72%	8,76%	4
2000	11 132 070	558 496	182 455	17 423	199 878	5 379 845	2 708 373	11,58%	7,97%	5
2001	11 437 860	569 148	180 947	12 530	193 477	5 948 993	2 901 850	10,58%	7,14%	5
2002	11 761 330	580 304	179 360	8 926	188 286	6 529 297	3 090 136	9,75%	6,49%	6
2003	12 102 280	591 923	177 783	11 780	189 563	7 121 220	3 279 699	9,07%	6,13%	6
2004	12 459 990	603 936	176 434	10 805	187 239	7 725 156	3 466 938	8,48%	5,71%	7
2005	12 834 560	616 316	175 063	17 436	192 499	8 341 472	3 659 437	7,98%	5,55%	8
2006	13 225 660	629 277	173 917	18 275	192 192	8 970 749	3 851 629	7,54%	5,25%	9
2007	13 636 270	646 359	173 726	19 966	193 692	9 617 108	4 045 321	7,21%	5,03%	10
2008	14 067 460	663 703	173 733	24 538	198 271	10 280 811	4 243 592	6,90%	4,90%	10
2009	14 514 080	681 581	174 024	34 428	208 452	10 962 392	4 452 044	6,63%	4,91%	11
2010	14 993 810	700 061	174 448	34 523	208 971	11 662 453	4 661 015	6,39%	4,69%	11
2011	15 408 710	715 581	173 810	43 216	217 026	12 378 034	4 878 041	6,14%	4,66%	12
2012	15 814 630	730 320	173 961	140 747	314 708	13 108 354	5 192 749	5,90%	6,45%	12
2013	16 319 380	753 629	174 781	41 013	215 794	13 861 983	5 408 543	5,75%	4,16%	13
2014	16 834 400	761 588	175 414	50 149	225 563	14 623 571	5 634 106	5,49%	4,17%	13
2015	17 352 160	773 039	175 777	48 947	224 724	15 396 610	5 858 830	5,29%	3,99%	14
2016	17 885 240	784 804	175 991	30 294	206 285	16 181 414	6 065 115	5,10%	3,52%	14
2017	18 429 890	796 540	176 005	33 995	210 000	16 977 954	6 275 115	4,92%	3,46%	15
2018	18 985 880	830 822	175 999	40 761	216 760	17 808 776	6 491 875	4,89%	3,45%	16
2019	19 553 400	824 176	176 176	44 428	220 604	18 632 952	6 712 479	4,63%	3,40%	16
2020	20 567 423	863 832	195 391	14 978	210 369	19 496 784	6 922 848	4,64%	3,13%	17

Прогноз параметров и численности населения Мали с 2021 по 2050 год, приведенный в таблице 6, построен по той же методике и предположениях о динамике снижения процентных приростов, что и прогноз для Сенегала.

Таблица 6: Прогноз демографических изменений в Мали с 2021 по 2050 год.

Год	$\tilde{N}(t)$	$\text{Int}\tilde{B}(t)$	$\text{Int}\tilde{D}\tilde{N}M(t)$	$\tilde{r}_B(t)$	$\tilde{r}_{DNM}(t)$
2021	22 194 354	20 381 938	7 132 610	4,54%	3,03%
2022	22 890 326	21 286 896	7 341 596	4,44%	2,93%
2023	23 606 410	22 210 747	7 549 363	4,34%	2,83%
2024	24 342 048	23 152 483	7 755 461	4,24%	2,73%
2025	25 096 593	24 110 996	7 959 429	4,14%	2,63%
2026	25 869 303	25 085 080	8 160 803	4,04%	2,53%
2027	26 659 348	26 073 432	8 359 110	3,94%	2,43%
2028	27 465 801	27 074 652	8 553 878	3,84%	2,33%
2029	28 287 641	28 087 244	8 744 629	3,74%	2,23%
2030	29 123 756	29 109 620	8 930 890	3,64%	2,13%
2031	29 977 207	30 148 833	9 116 652	3,57%	2,08%
2032	30 847 348	31 204 042	9 301 720	3,50%	2,03%
2033	31 733 473	32 274 341	9 485 894	3,43%	1,98%
2034	32 634 813	33 358 759	9 668 972	3,36%	1,93%
2035	33 550 539	34 456 262	9 850 749	3,29%	1,88%
2036	34 479 762	35 565 754	10 031 017	3,22%	1,83%
2037	35 421 531	36 686 075	10 209 569	3,15%	1,78%
2038	36 374 837	37 816 006	10 386 195	3,08%	1,73%
2039	37 338 611	38 954 268	10 560 683	3,01%	1,68%
2040	38 311 727	40 099 523	10 732 822	2,94%	1,63%
2041	39 293 005	41 250 379	10 902 401	2,87%	1,58%
2042	40 281 209	42 405 390	11 069 208	2,80%	1,53%
2043	41 275 051	43 563 057	11 233 032	2,73%	1,48%
2044	42 273 196	44 721 835	11 393 664	2,66%	1,43%
2045	43 274 259	45 880 130	11 550 897	2,59%	1,38%
2046	44 293 787	47 053 285	11 704 524	2,56%	1,33%
2047	45 331 594	48 240 910	11 854 342	2,52%	1,28%
2048	46 387 467	49 442 591	12 000 150	2,49%	1,23%
2049	47 461 164	50 657 890	12 141 752	2,46%	1,18%
2050	48 552 416	51 886 344	12 278 953	2,43%	1,13%

#### 4. Заключение

Рассмотренный в статье теоретико-игровой подход, основанный на использовании динамической игры против природы, насколько нам известно, ранее не применялся в демографии. Перед нами стояла довольно сложная задача описания множества стратегий лица принимающего решение о построении прогнозов численности населения,

а также множества стратегий природы. По результатам исследования можно сделать следующие выводы:

1. Использование стратегий ЛПП в виде динамических трендов введенных в модели параметров позволило ограничить множество стратегий множеством динамических трендов процентного прироста интегральных объемов притока и оттока в системе Народонаселения.
2. Сформулированный принцип динамического баланса демографического процесса, содержательно означающий динамическую сбалансированность текущих значений объема интегрального оттока из системы с интервалами значений интегрального объема притока в прошлые годы, позволяет установить корреляцию между ними с помощью значений характеристики динамического баланса и, тем самым, уменьшить неопределенность при принятии решений ЛПП о построении прогнозов.
3. Невысокая волатильность характеристики динамического баланса и ее практически монотонное возрастание, по крайней мере, в рассмотренных примерах, позволяет расширить возможности выбора стратегий ЛПП и ограничить спектр выбираемых динамических трендов процентных приростов. Полученные с применением разработанного подхода прогнозы, приведенные в таблицах, предлагают следующие ориентиры роста численности населения в рассмотренных странах:
  - Население Сенегала в 2035 году увеличится до 25 млн. человек, а в 2050 году достигнет уровня 33 млн.
  - Население Мали к 2035 году увеличится до 33,5 млн., а в 2050 году достигнет уровня 48,5 млн.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Захаров В.В., Балыкина Ю.Е. *Балансовая модель эпидемии COVID-19 на основе процентного прироста* // Информатика и автоматизация. 2021. Т. 20, № 5. С. 1034–1064.

2. Пономарев С.Ю., Хуторецкий А.Б. *Выбор смешанной стратегии по критерию Гурвица в матричной игре с природой* // Математическая Теория Игр и ее Приложения. 2022. Т.14, вып.2. С. 64–75.
3. Dearden P., Mitchell B. *Environmental Change and Challenge: A Canadian Perspective* // Canadian Public Policy. 1999. Vol. 25(1).
4. Graziani R. *Stochastic Population Forecasting: A Bayesian Approach Based on Evaluation by Experts* // Developments in Demographic Forecasting. 2020. The Springer Series on Demographic Methods and Population Analysis. PSDE. Vol. 49.
5. Keilman N., Mazzucco S. *Developments in Demographic Forecasting. Introduction by editors.* 2020. The Springer Series on Demographic Methods and Population Analysis. PSDE. Vol.49.
6. Lee R.D. *Stochastic demographic forecasting* // International Journal of Forecasting. 1992. Vol. 8, issue 3. P. 315–327.
7. *Long-ranged population projections: two centuries of population growth.* UN. NY, 1992.
8. *National Research Council – NRC. Beyond six billion: Forecasting the World’s population. Panel on population projections.* // In J. Bongaarts & R. Bulatao (Eds.), Committee on population, commission on behavioral and social sciences and education. Washington, DC: National Academy Press, 2000.
9. Preston S.H., Heuveline P., Guillot M. *Demography: measuring and modeling population processes.* Blackwell Publishing Ltd, 2001.
10. *United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division.* World Population Prospects 2022: Methodology of the United Nations population estimates and projections. UN DESA/POP/2022/TR/NO. 4, <https://population.un.org/wpp/>
11. Херпачеас А. *Dynamic Games with Nature: Designing Policy under Ambiguity* // Strategic Behavior and the Environment. 2015. Vol. 5. 175–213.



12. Zakharov V., Balykina Y., Ilin I., Tick A. *Forecasting a New Type of Virus Spread: A Case Study of COVID-19 with Stochastic Parameters* // Mathematics. 2022. Vol. 10. P. 3725.

## POPULATION FORECASTING AND DYNAMIC GAMES AGAINST NATURE

**Victor V. Zakharov**, Saint Petersburg State University, Dr.Sc., professor (mevictor@mail.ru),

**Serigne Modou Ndiaye**, Faculty of Applied Mathematics and Control Processes, Saint Petersburg State University (mamounepourtoi@gmail.com).

*Abstract:* The paper proposes a new approach to building forecasts of population dynamics using the example of countries in the West African region. Population dynamics are described using discrete equations with variable parameters of a stochastic nature and under the assumption that there are no probability distributions of the values of these parameters. The forecasting process is modeled by a dynamic game against nature. Test examples of the application of the developed forecasting methods in the study of statistics of past periods and the results of retrospective analysis are given. Forecasts of population dynamics after 2020 were constructed for Senegal and Mali.

*Keywords:* dynamic games against nature, demography, population forecasting, percentage growth, uncertainty, principle of dynamic balance.