

УДК 796.612.76

ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА ВЫСОТЫ ПРЫЖКА ВВЕРХ ПО ДИНАМОГРАММЕ РЕАКЦИИ ОПОРЫ

Иванова Галина Павловна, Заслуженный работник физической культуры Российской Федерации, д-р биол. наук, профессор, профессор кафедры теории и методики спортивных игр

Биленко Александр Григорьевич, канд. пед. наук, доцент, доцент кафедры биомеханики

Национальный государственный Университет физической культуры, спорта и здоровья имени П.Ф. Лесгафта, Санкт-Петербург

Яковлев Андрей Борисович, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник кафедры физической механики

Санкт-Петербургский государственный университет

Аннотация. В статье рассматривается анализ динамограммы реакции опоры по-фазно с последовательным определением вертикальной координаты ОЦМ тела человека. Показано, что использование единственной модели с введением понятия ОЦМ тела человека является недостаточно корректным как с точки зрения больших погрешностей при вычислениях, так и принципиального подхода к физике биомеханизма отталкивания от опоры.

Ключевые слова: биомеханическая модель, импульс силы отталкивания, высота прыжка, ОЦМ тела человека, динамограмма.

FEATURES OF CALCULATION OF HEIGHT OF THE JUMP UPWARDS UNDER THE DYNAMOMETER CARD OF REACTION FORCE

Ivanova Galina Pavlovna, Honored Worker of Physical Culture of the Russian Federation, DSc, Professor, Professor of the Department of Theory and Methodology of Sports Games

Bilenko Alexander Grigorievich, PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Biomechanics

Lesgaft National State University of Physical Culture, Sports and Health, St. Petersburg

Yakovlev Andrey Borisovich, PhD, Senior Researcher at the Department of Physical Mechanics

St. Petersburg State University

Abstract. In article the analysis of the dynamometer card of a reaction force with consecutive definition of vertical co-ordinate of GCM of a person body is considered. It is shown that the using of simple model with introduction of concept of GCM of a person body is insufficiently correct as from the point of view of the big errors at calculations, and the basic approach to the biomechanics of pushing away from a support.

Key words: biomechanical model, repulsion momentum, jump height, GCM of a person body, dynamometer card.

ВВЕДЕНИЕ

Для определения высоты прыжка вверх традиционно используют динамограмму реакции опоры, что, в частности, успешно применяется в учебном процессе по курсу биомеханики [1-3, 5]. Алгоритм расчетов основан на модели, использующей понятие общего центра масс (ОЦМ) тела человека, что несколько искажает истинную картину биомеханизма отталкивания от опоры как системы звеньев, и существенно влияет на результат расчета высоты прыжка.

В статье рассматривается анализ динамограммы реакции опоры пофазно с последовательным определением вертикальной координаты ОЦМ тела человека на каждом интервале времени. Использование единственной модели с введением понятия ОЦМ тела человека является недостаточно корректным как с точки зрения больших погрешностей при вычислениях, что будет показано далее результатами расчетов, так и принципиального подхода к физике биомеханизма отталкивания от опоры при выполнении прыжка вверх непосредственно живой многозвенной системой.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ АНАЛИЗА

Пофазовый анализ выполнен на типовой экспериментальной динамограмме (рис. 1), где представлены также расчетные графики вертикальных координаты и скорости ОЦМ тела человека при выполнении прыжка вверх.

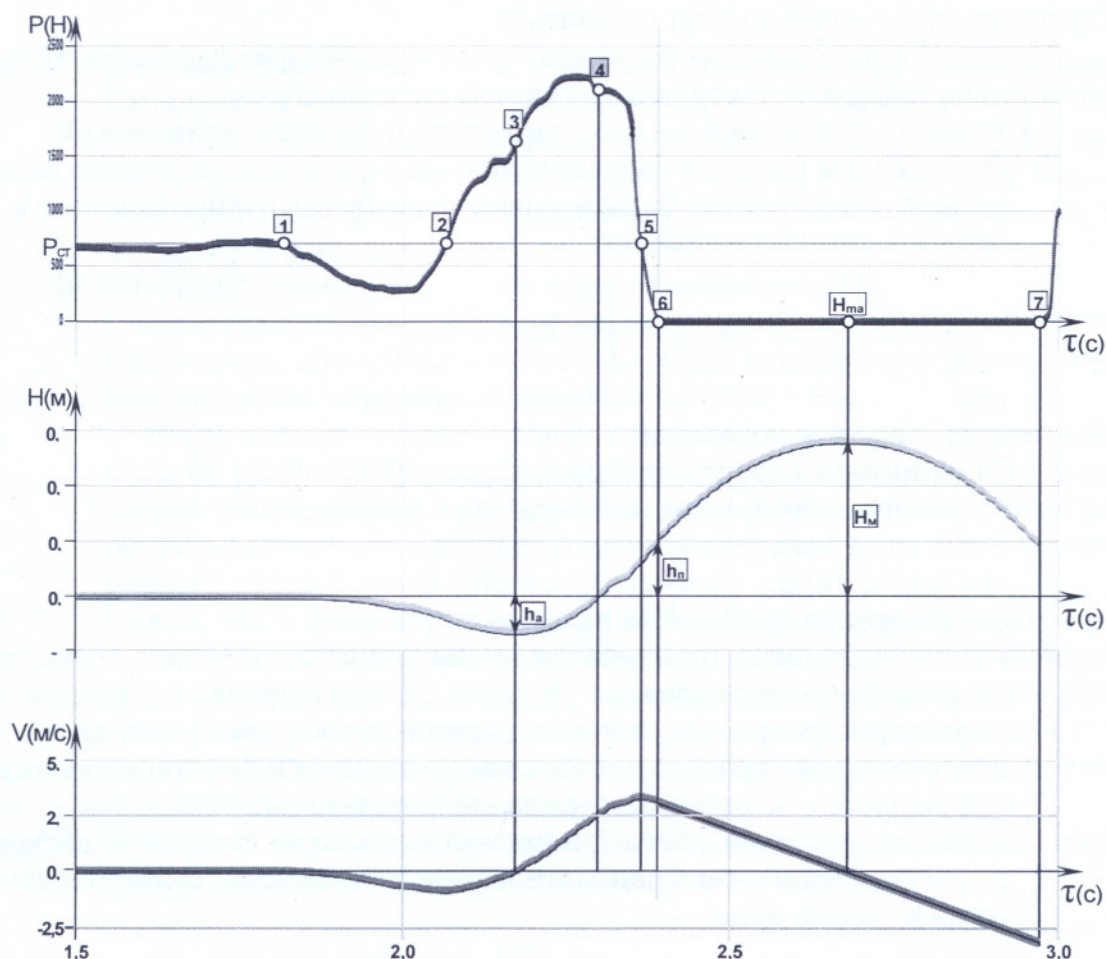


Рис. 1. Типовая динамограмма реакции опоры и расчетные графики вертикальных координаты (H) и скорости (V) ОЦМ тела человека

Принимается ряд предположений:

1. При определении высоты прыжка рассчитывается вертикальное перемещение ОЦМ тела человека из исходного положения – основная стойка в точке 1, где его вертикальная координата $h_1 = 0$, до высшей точки траектории, где координата $h = H_{\max}$.

2. При расчетах по традиционной модели с использованием понятия ОЦМ тела человека определяем идеальную (названную нами – **модельную**) высоту прыжка H_m без учета потерь, связанных с передачей импульса силы, то есть, исходя только из динамограммы реакции опоры при выполнении прыжка вверх.

3. **Реальная высота подъема ОЦМ** тела человека H_p рассчитывается по времени полетной фазы исходя из законов равнопеременного движения в поле гравитации с ускорением свободного падения $g = 9,81 \text{ м/с}^2$.

4. Все абсолютные значения расчетных величин определены по реальной типовой динамограмме реакции опоры, представленной на рис. 1.

5. Любое движение, которое сопровождается изменением скорости, возможно только при наличии неуравновешенной силы [2, 3], которая при анализе динамограммы прыжка определяется векторной разностью вертикальной составляющей силы реакции опоры и силой тяжести ($P(\tau) - P_{\text{ст}}$), где $P_{\text{ст}} = mg$.

6. В статье рассматриваются только вертикальные составляющие сил, векторов скорости ОЦМ тела человека и его координат, поэтому далее по тексту эти словосочетания могут опускаться.

На рис. 1 показаны семь реперных точек – границ фаз движения, которые рассматриваются при анализе динамограммы реакции опоры.

I. Интервал времени t_{1-2} – это разгон тела в фазе амортизации [3].

1. Определяем импульс неуравновешенной силы S_{1-2} на участке разгона в фазе амортизации (подседания), и он будет отрицательным в выбранной системе координат:

$$S_{1-2} = \int_{t_1}^{t_2} (P(\tau) - P_{\text{ст}}) d\tau,$$

где:

t_1, t_2 – моменты времени;

S_{1-2} – импульс неуравновешенной силы ($P(\tau) - P_{\text{ст}}$);

$P(\tau)$ – мгновенное значение силы реакции опоры;

$P_{\text{ст}}$ – сила тяжести mg ;

m – масса тела;

g – ускорение свободного падения.

2. По динамограмме (фактически по величине ускорения) посредством численного интегрирования рассчитывается скорость на каждом i -ом участке дискретизации, затем определяются перемещения Δh_i на каждом участке дискретизации. Все перемещения ОЦМ тела человека Δh_i суммируются, и рассчитывается его перемещение на этапе разгона фазы амортизации Δh_{1-2} . При бесконечно малом интервале дискретизации переходим к последовательному (повторному) интегрированию, тогда в общем виде:

$$\Delta h_{1-2} = \int_{t_1}^{t_2} (V_1 + \int_{t_1}^{t_1+\sigma} \frac{(P(\tau) - P_{\text{ст}})}{m} d\tau) d\sigma,$$

где:

V_1 – скорость в момент времени t_1 и в нашем случае $V_1=0$.

Так как в точке 1 и координата ОЦМ тела человека $h_1 = 0$ и его скорость $V_1=0$, поэтому координата точки 2 $h_2 = h_1 + \Delta h_{1-2} = \Delta h_{1-2}$ (в нашем примере (рис. 1) $h_2 = -9,7$ см, величина отрицательная, в силу того, что ОЦМ опускается ниже нулевой отметки $h_1 = 0$).

3. Определяем положение ОЦМ тела человека в точке 3 по равенству импульсов (площадей) в фазе разгона (интервал 1-2) и при торможении (интервал 2-3) фазы амортизации, то есть $S_{1-2} = S_{2-3}$ [1-3].

II. Интервал времени t_{2-3} – это торможение в фазе амортизации [3].

1. В фазе торможения, зная динамограмму, аналогично I (п. 2) рассчитываем величину перемещения ОЦМ тела человека Δh_{2-3} :

$$\begin{aligned} \Delta h_{2-3} &= \int_{t_2}^{t_3} (V_2 + \int_{t_2}^{t_2+\sigma} \frac{(P(\tau) - P_{CT})}{m} d\tau) d\sigma = \\ &= \int_{t_2}^{t_3} \left(\int_{t_1}^{t_2} \frac{(P(\tau) - P_{CT})}{m} d\tau + \int_{t_2}^{t_2+\sigma} \frac{(P(\tau) - P_{CT})}{m} d\tau \right) d\sigma = \\ &= \int_{t_2}^{t_3} \left(\int_{t_1}^{t_2+\sigma} \frac{(P(\tau) - P_{CT})}{m} d\tau \right) d\sigma, \end{aligned}$$

В нашем примере $\Delta h_{2-3} = -6,1$ см, то есть число также отрицательное.

2. Складываем величину перемещений на этапах разгона Δh_{1-2} и торможения Δh_{2-3} фазы амортизации, определяем вертикальную координату (глубину) ОЦМ тела человека в точке 3 $h_3 = h_1 + \Delta h_{1-2} + \Delta h_{2-3}$, что соответствует началу фазы отталкивания (в нашем примере $h_3 = -15,8$ см, координата отрицательная).

III. Интервал времени t_{3-6} – это фаза отталкивания [3].

1. С момента времени t_3 (точка 3 на динамограмме) начинается фаза отталкивания, для которой известна кривая мгновенного значения реакции опоры как неуравновешенной силы $(P(\tau) - P_{CT})$.

С точки зрения модели «точечной массы» источник возникновения силы не важен (либо мах руками, либо подъем на носки и т.п.), а важен только импульс силы и сообщенное телу на интервале времени t_{3-6} количество движения и соответствующая скорость тела V_6 к моменту отрыва от опоры в точке 6 на динамограмме.

Важно, что в фазе отталкивания ОЦМ тела человека не только приобретает скорость V_6 к моменту отрыва от опоры, но и поднимается на существенную высоту, которую чаще всего в расчетах не учитывают. В итоге ОЦМ тела человека при выполнении прыжка вверх не только приобретает скорость V_6 в конце фазы отталкивания, но и отрывается от «пьедестала», имеющего координату h_6 .

2. В фазе отталкивания t_{3-6} рассчитываем импульс неуравновешенной силы S_{3-6} , равный площади под кривой динамограммы:

$$S_{3-6} = \int_{t_3}^{t_6} (P(\tau) - P_{CT}) d\tau.$$

3. Разделив импульс силы отталкивания S_{3-6} на массу испытуемого, определяем скорость вылета его ОЦМ $V_6 = S_{3-6}/m$ (в нашем примере на рис. 1 $V_6 = 3,10$ м/с).

Замечание. На интервале t_{5-6} импульс силы будет отрицательным, что приведет к уменьшению импульса силы отталкивания и снижению скорости вылета V_6 . Высота прыжка на интервале t_{5-6} будет расти уже не за счет увеличения скорости вылета тела, а за счет увеличения времени контакта человека с опорой на этом участке, за которое его ОЦМ успевает дополнительно подняться.

4. Помимо приобретенной скорости, ОЦМ тела человека V_6 на интервале отталкивания t_{3-6} , как упоминалось выше, поднимется относительно координаты точки 3 на величину Δh_{3-6} . Алгоритм расчета Δh_{3-6} аналогичен определению глубины подседания человека h_2 (I п. 2)): зная динамограмму в фазе отталкивания, методом последовательного интегрирования определяем перемещение (высоту подъема ОЦМ тела человека). Скорость ОЦМ тела человека в точке 3 (самой нижней), где начинается отталкивание, равна нулю ($V_3 = 0$).

$$\begin{aligned} \Delta h_{3-6} &= \int_{t_3}^{t_6} \left(V_3 + \int_{t_3}^{t_3+\sigma} \frac{(P(\tau) - P_{\text{ст}})}{m} d\tau \right) d\sigma = \\ &= \int_{t_3}^{t_6} \left(\int_{t_3}^{t_3+\sigma} \frac{(P(\tau) - P_{\text{ст}})}{m} d\tau \right) d\sigma. \end{aligned}$$

В нашем примере на интервале времени t_{3-6} ОЦМ поднимается (перемещается) на высоту $\Delta h_{3-6} = 43,9$ см, но это высота его подъема относительно точки 3 (координата h_3), а относительно нулевой отметки необходимо учитывать глубину подседания, то есть отсчет абсолютной высоты начинался с координаты $h_3 = -15,8$ см. Поэтому вертикальная координата ОЦМ тела человека в идеальном (модельном) случае («пьедестал» $h_{\text{пм}}$), с которой начинается полетная фаза, находится на высоте $h_{\text{пм}} = 43,9 - 15,8 = 28,1$ см.

В результате анализа полученных значений перемещений ОЦМ возникает парадокс: в точке 4, координата ОЦМ, в которой равна нулю ($h_4 = 0$), тело человека, моделируемое точечной массой, должно оторваться от опоры. Но тело человека является сложной системой с изменяющимся положением ОЦМ, вызванным перемещением звеньев тела (подъем плеч, взмах руками и т.п.), и формой, связанной с его деформацией, обусловленной подъемом на носки в конце фазы отталкивания. Поэтому при выполнении прыжка вверх в фазе отталкивания t_{3-6} после достижения высоты подъема ОЦМ, равной глубине подседания $h_3 = -15,8$ см (на динамограмме рис.1 точка 4), **не происходит** отрыва от опоры, что в обязательном порядке должно произойти при моделировании движения точечной массой. В фазе отталкивания человек изменяет положение виртуальной точки своего ОЦМ, поднимая плечи, либо выполняя взмах руками, или подобными действиями, а также поднимается на носки, изменяя форму тела. Таким образом, происходит искусственное перераспределение масс-инерционных характеристик звеньев тела человека, что позволяет увеличивать высоту подъема его ОЦМ, сохраняя контакт с опорой, что и регистрирует динамоплатформа.

IV. Интервал времени t_{6-7} – фаза полета [3].

1. Зная вертикальную составляющую скорости ОЦМ тела человека V_6 в момент отрыва от опоры и начала полетной фазы в поле гравитации $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ и исходя из закона сохранения энергии, можно рассчитать высоту перемещения ОЦМ относительно координаты точки 6 $\Delta h_m = \frac{V_6^2}{2g}$. В нашем примере (рис. 1) $h_m = 49 \text{ см}$.

Высота прыжка (максимальная высота подъема ОЦМ тела человека относительно нулевой отметки) составит $H_m = h_{\text{плм}} + \Delta h_m = 28,1 + 49 = 77,1 \text{ см}$. Эту высоту, как отмечалось выше, мы называем **модельной**, то есть идеальной, без потерь. В действительности не весь импульс силы отталкивания вызывает изменение количество движения! Поэтому высота прыжка оказывается существенно завышенной.

2. С другой стороны, высоту перемещения ОЦМ тела человека в той же фазе полета можно рассчитать, исходя из законов равнопеременного движения в поле гравитации с ускорением свободного падения $g = 9,81 \text{ м/с}^2$. В этом случае определяется **реальная** величина перемещения ОЦМ Δh_p относительно координаты «пьедестала» $\Delta h_p = \frac{gt_{6-7}^2}{8}$. В примере рис. 1 $\Delta h_p = 39,8 \text{ см}$.
3. Различие модельного Δh_m и реального Δh_p перемещения ОЦМ тела человека относительно «пьедестала», связанное с потерями импульса силы, позволяет рассчитать коэффициент эффективности прыжка [4], который определяется отношением реального перемещения ОЦМ к его модельному (идеальному) значению $k_{\text{эф}} = \Delta h_p / \Delta h_m$. В нашем случае (рис. 1) $k_{\text{эф}} = 0,81$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные расчетные значения высоты прыжка вверх с места человека оказываются завышенными по сравнению с результатами измерений этой характеристики, выполненными в соответствии с требованиями стандартов во всех видах спорта, так как ни в одном из способов принципиально не учитываются изменения масс-инерционных характеристик и формы тела спортсмена, происходящих при тестовых прыжках в высоту.

С одной стороны, приведенный пофазовый анализ динамограммы представляет интерес в плане достоверности трактовки биомеханического анализа выполнения человеком прыжка вверх с места. С другой – расчет высоты положения ОЦМ тела спортсмена позволяет тренеру определять его потенциальные возможности и то, насколько полно он может их реализовать. То есть оценить его профессиональное мастерство или установить возможные пути коррекции техники выполнения прыжков.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гагин Ю.А., Кичайкина Н.Б. Методические указания к выполнению расчетно-аналитических работ по биомеханике: учебно-методическое пособие. – Л.: изд-во ГДОИФК им. П.Ф. Лесгафта, 1974. – 35 с.
2. Иванова Г.П., Кичайкина Н.Б., Самсонова А.В. Биомеханические методики анализа и оценки техники спортивных движений: учебно-методическое пособие. – СПб.: изд-во СПбГУФК им. П.Ф. Лесгафта, 2007. – 63 с.
3. Кичайкина Н.Б. Биомеханические закономерности упражнений с

сохранением положения тела, локомоторных и вращательных движений: учебное пособие. – СПб.: изд-во НГУ им. П.Ф. Лесгафта, Санкт-Петербург, 2021. – 139 с.

4. Патент №2742733. Способ тренировки и оценки эффективности оттапливания от опоры: №2020124240: заявл. 14.07.2020: опубл. 10.02.2021 / А.Г. Биленко, Г.П. Иванова, Б.Е. Лосин; заявитель, патентобладатель НГУ им. П.Ф. Лесгафта, Санкт-Петербург.

5. Попов Г.И., Самсонова А.В. Биомеханика двигательной деятельности: учебник. – М.: «Академия», 2011. – 315 с.

Контактная информация: bilag77@mail.ru