

УДК 681.51

М.Ю. ЛОБАЧЕВ

(Санкт-Петербургский Государственный университет, Санкт-Петербург)

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ПОЛОСЫ ЗАХВАТА СИСТЕМЫ ФАЗОВОЙ АУТОПОДСТРОЙКИ ЧАСТОТЫ

Для системы фазовой автоподстройки частоты с пропорционально-интегрирующим фильтром первого порядка и кусочно-линейной характеристикой фазового детектора получена явная аналитическая формула оценки полосы захвата, обеспечивающей синхронизацию входного и подстраиваемого сигналов при любых начальных данных.

Введение. История нелинейного анализа систем фазовой автоподстройки (ФАП) связана с задачами оценки полосы захвата, соответствующей глобальной устойчивости системы [1]. Первой работой, в которой для системы ФАП с пропорционально-интегрирующим фильтром и кусочно-линейной характеристикой фазового детектора была сделана попытка получить точные формулы для полосы захвата, была статья М.В. Капанова [2]. С помощью метода точечных отображений Андронова и предположения о том, что глобальная устойчивость данной системы определяется рождением гетероклинической траектории, были получены формулы для полосы захвата. Позднее в работах Н.А. Губарь, Б.И. Шахтарина и В.М. Сафонова [3-5] было показано, что гипотеза Капанова неверна и что полоса захвата исследуемой системы может определяться рождением полуустойчивого цикла второго рода. Однако из-за сложности применяемой техники и краткости изложения в работах [3-5] отсутствовали корректные аналитические формулы для определения полосы захвата в общем случае произвольного наклона кусочно-линейной характеристики.

В итоге в одной из основополагающих отечественных монографий [6] для полосы захвата можно найти только асимптотическую формулу и бифуркационные диаграммы, перерисованные из работы [5], а в книге известного инженера Н. Маргариса [7] отмечено отсутствие удовлетворительного решения этой проблемы: «The determination of the width of the capture range together with the interpretation of the capture effect in the second order type-I loops have always been an attractive theoretical problem. This problem has not yet been provided with a satisfactory solution». В настоящей работе за счёт специальной замены переменных, последующих интегрирования и сшивки траекторий и анализа кривых, соответствующих возникновению полуустойчивого цикла, получена явная формула, являющаяся аналитической оценкой полосы захвата.

Нелинейный анализ. С точки зрения теории управления, динамика классических систем ФАП может быть описана системой с отрицательной обратной связью, представленной на рис. 1.

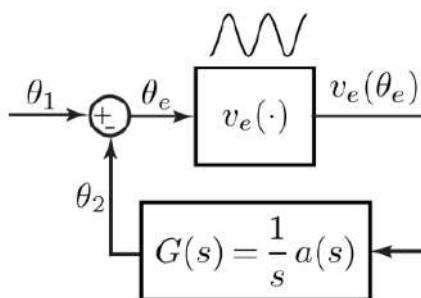


Рис. 1. Модель ФАП

Научный руководитель: член-корр. РАН Кузнецов Н.В.

Здесь $a(s) = K_{vco} \frac{1 + \tau_2 s}{1 + (\tau_1 + \tau_2) s}$, $\tau_{1,2} > 0$, а кусочно-линейная характеристика фазового детектора имеет форму, изображенную на рис. 2.

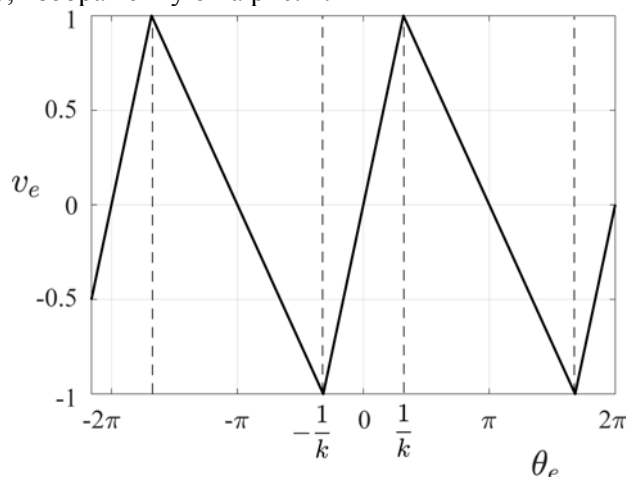


Рис. 2. Кусочно-линейная характеристика.

Особенностями систем ФАП являются периодичность нелинейности $v_e(\theta_e)$ и как минимум один нулевой полюс передаточной функции $G(s)$ линейной части системы. В работе рассматривается пропорционально-интегрирующий фильтр нижних частот, сводящий модель ФАП к системе дифференциальных уравнений второго порядка, и кусочно-линейная характеристика фазового детектора. Качественный анализ системы показывает, что потеря глобальной устойчивости системы может произойти в трёх случаях: в случае бифуркации исчезновения состояний равновесия, бифуркации рождения гетероклинической траектории и бифуркации рождения полуустойчивого цикла второго рода. Кусочно-линейная характеристика фазового детектора позволяет с помощью специальной замены переменных, сводящих систему к уравнению с разделяющимися переменными, провести аналитическое интегрирование траекторий системы. Сшивая решения на границах линейности $v_e(\theta_e)$ и приравнивая граничные значения ординат, получаем уравнения, из которых находится частота, соответствующая рождению полуустойчивого цикла и гетероклинической траектории (предельный случай). Данный способ позволяет получить явные эффективные формулы оценки полосы захвата, а также получить решение задачи Гарднера о полосе быстрого захвата [8].

Заключение Для системы фазовой автоподстройки частоты с пропорционально-интегрирующим фильтром и кусочно-линейной характеристикой фазового детектора получена явная аналитическая формула оценки полосы захвата, позволяющая быстро рассчитывать допустимый диапазон рабочих значений входной частоты.

Работа проводилась при поддержке гранта Ведущей научной школы РФ (проект НШ-4196.2022.1.1).

ЛИТЕРАТУРА

1. Leonov G., Kuznetsov N., Yuldashev M., Yuldashev R. Hold-in, pull-in, and lock-in ranges of PLL circuits: rigorous mathematical definitions and limitations of classical theory // IEEE Transactions on Circuits and Systems–I: Regular Papers. 2015. Vol. 62, no. 10. P. 2454–2464.
2. Капранов М.В. Полоса захвата при фазовой автоподстройке частоты // Радиотехника, 11(12), 1956. с. 37–52.
3. Губарь Н.А. Исследование одной кусочно-линейной динамической системы с тремя параметрами. // ПММ, 25(6), 1961. С. 1011–1023.
4. Шахтарин Б.И. Исследование кусочно-линейной системы ФАП. // Радиотехника и электроника, N8, 1969. С.1415–1424.
5. Сафонов В.М. О влиянии формы пилообразной характеристики фазового детектора на полосу захвата ФАП // Радиотехника. N24(6), 1969. С. 76–80.

6. Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А. Системы фазовой автоподстройки частоты. Москва: Связь, 1972.
7. Margaris N. Theory of the Non-Linear Analog Phase Locked Loop. New Jersey: Springer Verlag, 2004. P. 287.
8. Кузнецов Н.В., Лобачев М.Ю., Юлдашев М.В., Юлдашев Р.В. О проблеме Гарднера для систем управления фазовой автоподстройкой частоты // Доклады Академии наук. 2019. Т. 489, № 6. С. 541–544.

Lobachev, M.Y. (Saint Petersburg State University, Saint Petersburg). **Analytical estimate of the pull-in range of phase-locked loop model**

Abstract. For a phase-locked loop model with a proportional-integrating filter and a piecewise-linear phase detector characteristic, an explicit analytical formula for estimating the pull-in range is obtained.