

СПИСОК - Всероссийская научная конференция
по проблемам информатики, 26-28 апреля 2023, Санкт-Петербург
Конференция СПИСОК-2023 (spbu.ru)

Регулирование ценообразования на сетевом рынке товаров с помощью методов управления и технологий искусственного интеллекта ¹

Алексеева Т. А., доцент департамента математики факультета
Санкт-Петербургская школа физико-математических и компьютерных наук
НИУ ВШЭ, talekseeva@hse.ru;

Кузнецов Н. В., профессор кафедры прикладной кибернетики СПбГУ,
kuznetsov239@gmail.com;

Мокаев Т. Н., профессор кафедры прикладной кибернетики СПбГУ,
t.mokaev@spbu.ru;

Посудин К. М. магистр кафедры прикладной кибернетики СПбГУ,
kposudin@gmail.com

Аннотация

Управленческие решения в экономике существенно зависят от качества прогнозирования будущих значений экономических показателей. В случае возникновения нерегулярной динамики в экономическом механизме задача прогнозирования и дальнейшего управления существенно усложняется, и для ее решения требуются эффективные методы. Технологии искусственного интеллекта являются мощным инструментом для решения подобных задач, дополняют классические методы управления и улучшают их результативность. Эффективность использования технологий искусственного интеллекта и классических методов управления для выявления нерегулярной динамики и ее стабилизации показана для модели ценообразования в сети локальных рынков торговли краткосрочными товарами.

Введение

Развитию и внедрению искусственного интеллекта в последние годы уделяется большое внимание как на уровне отдельных компаний и предприятий, так и целых отраслей экономики. Технологии искусственного интеллекта стали одним из эффективных методов для решения экономических задач, связанных с прогнозированием сложной, в том числе, нерегулярной динамики и применением управляющего

¹ Работа выполнена при поддержке программы Ведущих научных школ РФ на 2022-2023 годы (НШ-4196.2022.1.1).

СПИСОК-2023

воздействия для ее стабилизации. Изучение этой проблематики в экономике опирается на математические методы и вычислительные технологии, которые зародились в рамках «экономической кибернетики», созданной нобелевским лауреатом по экономике 1975 года Л. В. Канторовичем [1-5], и развиваются в традициях научной школы по кибернетике на Математико-механическом факультете СПбГУ. Одной из важных задач этой научной школы является развитие теоретического и инструментального потенциала математического управления и применение новых аналитико-численных методов и современных вычислительных технологий, основанных на искусственном интеллекте, для анализа, прогнозирования и управления поведением динамических систем в различных приложениях, в том числе и экономике.

Нерегулярная динамика в экономике может возникать внутри экономического механизма [6-8] и приводить к нежелательным последствиям, в том числе и кризисам [9]. Поэтому выявление нерегулярной динамики, в том числе хаотической, в математической модели такого экономического процесса и ее подавление с помощью управления является важной задачей. Решение этой задачи сопряжено с трудностями, связанными как с процедурой обнаружения неустойчивых периодических траекторий в динамической системе, так и подбором управляющего воздействия, позволяющего минимизировать внешнее вмешательство для корректировки хаотического режима и стабилизации поведения системы. При этом важно учитывать экономические ограничения, накладываемые на переменные (например, положительность или ограниченность состояний), и выполнение этих условий для рассматриваемых множеств параметров и состояний модели, что создает дополнительные сложности.

В данном исследовании мы опираемся на результаты, полученные в [10², 11]. Мы используем рассмотренный в этой работе подход, основанный на применении непрерывного глубокого машинного обучения с подкреплением [12], дополняя инструментальную часть классическим методом управления с обратной связью и задержкой по времени, предложенным К. Пирагасом [13], и алгоритмами дифференциальной эволюции [14]. Аналогично [10, 11] мы рассматриваем экономику с пространственно-временным механизмом ценообразования на рынке краткосрочных товаров. Детерминированный механизм формирования цен на таком рынке может характеризоваться нерегулярным поведением, включая хаотический режим, когда траектории динамической системы притягиваются к хаотическому аттрактору. На примере этой модели

² [Искусственный интеллект обучили прогнозировать хаотические процессы в экономических системах и управлять ими \(new.ras.ru\)](http://new.ras.ru)

СПИСОК-2023

экономики продемонстрирована эффективность комбинации глубокого машинного обучения с подкреплением, метода управления Пирагаса и эволюционных алгоритмов для обнаружения неустойчивых периодических орбит (УРО), вложенных в хаотический аттрактор, и последующего подавление хаотического поведения с помощью малого управления. Это позволяет получить новые результаты, которые развивают вклад в данную тематику, сделанный в [10].

Описание модели

Следуя работам [10, 11], рассмотрим экономику, состоящую из сети локальных рынков, в которой стационарный чистый приток товаров на два различных типа рынков (типы узлов) имеет противоположные направления. Взаимодействие локальных рынков в этой сети приводит к модели глобальной торговли, динамика которой может быть описана одномерной решеточной динамической системой (РДС) [15]. Стационарное решение этой системы $p_j, \forall j \in \mathbb{Z}_+$, определяет цену товара на локальном рынке j . С учетом направления потоков товаров между узлами (локальными рынками) разных типов и динамики ценообразования в них, заданной логистическим отображением, мы получаем следующую модель ценообразования в экономическом равновесии:

$$p_{j+1} = \frac{1}{\gamma_2} \left(-\beta - \gamma_1 p_{j-1} + (2 + \beta(1 + \lambda)) p_j - \beta \lambda p_j^2 \right), \quad (1)$$

где параметры γ_1, γ_2 ($1 < \gamma_1 < \gamma_2$) - коэффициенты масштабирования цены в зависимости от направления потока товара на глобальном рынке, β - параметр, связывающий меру взаимодействия между соседними узлами и меру взаимодействия между текущей ценой и функцией предложения, $\lambda \in (0, 4]$ - параметр логистического отображения.

Модель (1) линейным преобразованием может быть сведена к следующей двумерной динамической системе:

$$(x_t, y_t) = H_{a,b}^t(x_0, y_0) = \underbrace{H_{a,b} \circ \dots \circ H_{a,b}}_{t \text{ раз}}(x_0, y_0), \quad t \in \mathbb{Z}_+, \quad (x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2, \quad (2)$$

которая порождается отображением Эно $H_{a,b} = (a + by - x^2, x)$, где $a = a(\gamma_1, \gamma_2, \beta, \lambda)$, $b = b(\gamma_1, \gamma_2) \in (-1, 0)$ - числовые параметры.

Система (2) может демонстрировать нерегулярную, в том числе хаотическую, динамику при некоторых значениях параметров, которую необходимо стабилизировать с помощью включения в модель

управляющей переменной.

Методы и алгоритмы

Цель управления хаотическим режимом состоит в том, чтобы стабилизировать (2) в одной из ее UPO. Одним из известных методов стабилизации UPO является метод К. Пирагаса, основанный на введении в систему обратной связи с запаздыванием.

Для эффективной реализации этого метода требуется вычислить точное значение периода орбиты, правильно подобрать значение коэффициента (матрицы) обратной связи K , а также указать начальные данные, из которых стабилизированная UPO может быть локализована. В рамках методов машинного обучения проблема стабилизации и поиска соответствующего контроллера ставится в виде задачи оптимального управления, позволяющего максимизировать некоторую величину, называемую вознаграждением, характеризующую изменение состояния динамической системы в результате воздействия на нее управляющего агента. Одним из таких методов является непрерывное глубокое машинное Q-обучение (continuous deep Q-learning), развиваемое в концепции обучения с подкреплением [16], с помощью которого можно подобрать управление для стабилизации неустойчивых периодических решений и подавить хаотический режим в модели. Для выявления периодических орбит более высоких периодов ($n > 2$) и оптимизации параметров стабилизации системы высокую эффективность демонстрирует алгоритм дифференциальной эволюции.

Далее представлены результаты применения сочетания указанных выше методов для конструирования управления и стабилизации хаоса в системе (2).

Управление нерегулярной динамикой ценообразования

В [11] продемонстрировано решение задачи синтеза управления и стабилизации UPO периода $m=2$ с помощью метода непрерывного глубокого Q-обучения для системы (2). Задача управления состоит в том, чтобы найти политику управления, которая каждому состоянию системы ставит в соответствие управляющее воздействие такое, что заданная цель достигается оптимальным образом, что указывает на качество политики управления. Для значений параметров $a = 1.49$, $b = 0.3$ было показано, что можно стабилизировать UPO периода $m=2$ с помощью функции управления с матрицей усиления обратной связи $K = [-1.1, 0; -0.9, 0.9]$ при следующих начальных условиях $[-0.6, 1.3]$.

СПИСОК-2023

Трудности получения требуемого результата стабилизации UPO могут быть связаны с такими эффектами сложной динамики как мультистабильность и возможное существование скрытого аттрактора [17-22]. Значения параметров для случая $-1 < b < 0$ связаны с реальным экономическим содержанием в рассматриваемой экономике и упомянутыми выше сложностями динамического поведения системы (2), которые приведены в [23] для $a = 1.49, b = -0.138$. Для этого случая в данной работе получена UPO периода 2, которую удалось стабилизировать с помощью управления с $K = -0.02$ при следующих начальных условиях $[-0.2, 1.7]$ (рис. 1). Этот результат был расширен для значений параметров $a = 1.583, b = -0.083$, при которых выявлена мультиустойчивость, и показаны два сосуществующих аттрактора с их бассейнами притяжения: неустойчивая периодическая орбита периода 2, вложенная в самовозбуждающийся хаотический аттрактор, визуализированный из двух неустойчивых стационарных состояний, и самовозбуждающийся периодический аттрактор периода 6, который визуализируется из окрестности одного из неустойчивых стационарных состояний. Дополнительно с помощью алгоритма дифференциальной эволюции выявлена приближенная периодическая траектория периода 3. Этот результат требует отдельного исследования в рамках продолжения этой темы и тестирования возможностей инструментов искусственного интеллекта для решения задачи управления нерегулярной динамикой.

Полученные результаты могут помочь точнее предсказывать динамику цен на рынках краткосрочных товаров и предоставлять рекомендации для принятия управленческих решений по регулированию рынка.

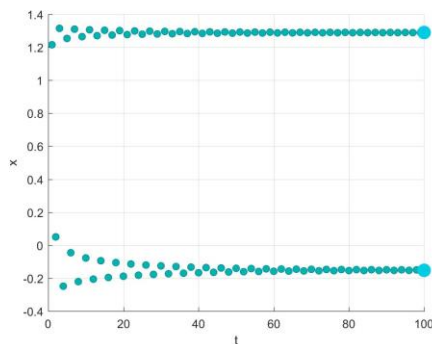


Рисунок 1: Стабилизация неустойчивой периодической орбиты периода 2 для параметров системы (2) $a = 1.49, b = -0.138$.

Литература

1. Канторович Л. В. Математика в экономике: достижения, трудности, перспективы, Лекция в Шведской Академии наук в связи с присуждением Нобелевской премии за 1975 год³.
2. Канторович Л. В. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. М.: Изд-во Академии наук СССР, 1959, 344 с.
3. Бухвалов А. В. Л. В. Канторович и экономико-математическое моделирование: синтез реальности, математики и экономики. Российский журнал менеджмента, 10(3), 2012, 3-30.
4. Леонид Витальевич Канторович: математика, менеджмент, информатика / Под. ред. Г. А. Леонова, В. С. Катькало, А. В. Бухвалова. СПб.: Изд-во «Высшая школа менеджмента», 2009. - 575 с.
5. Канторович Л. В. О проведении численных и аналитических вычислений на машинах с программным управлением, Изв. АН Арм. ССР, 10(2), 1957, 3-16.
6. Barnett W., Bella G., Ghosh T., Mattana P., Venturi B. Shilnikov chaos, low interest rates, and New Keynesian macroeconomics, Journal of Economic Dynamics and Control, 134, 2022, 104291.
7. Galizia D. Saddle cycles: Solving rational expectations models featuring limit cycles (or chaos) using perturbation methods, Quantitative Economics, 12 (3), 2021, 869-901.
8. Beaudry P., Galizia D., Portier F. Putting the cycle back into business cycle analysis, American Economic Review, 110 (1), 2020, 1-47.
9. Aliber R. Z., Kindleberger C. P. Manias, Panics, and Crashes: A History of Financial Crises, Palgrave Macmillan UK, 2015.
10. Alexeeva T. A., Diep Q.-B., Kuznetsov N. V., Zelinka I. Forecasting and stabilizing chaotic regimes in two macroeconomic models via artificial intelligence technologies and control methods, Chaos, Solitons & Fractals, 170, 2023, art.num. 113377. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2023.113377>.
11. Алексеева Т. А., Беляев А. Ю., Кузнецов Н. В., Мокаев Т. Н. Прогнозирование и управление в модели цен на сетевых рынках: нелинейный анализ и технологии искусственного интеллекта. Математическая теория управления и ее приложения: МТУИП-2022. Материалы 15-й мультikonференции конференции по проблемам управления. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2022, 225--228 <https://elibrary.ru/item.asp?id=50038235>.
12. Ikemoto J., Ushio T. Continuous deep Q-learning with a simulator for stabilization of uncertain discrete-time systems, Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, 12 (4), 2021, 738-757.
13. Pyragas K. Continuous control of chaos by self-controlling feedback,

³ <http://vivovoco.astronet.ru/VV/PAPERS/BIO/LVK/LVK06.HTM>

СПИСОК-2023

- Physis letters A, 170 (6), 1992, 421-428.
14. Storn R., Price K. Differential evolution - a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces, *Journal of global optimization*, 11 (4), 1997, 341-359.
 15. Chow S.N. Lattice Dynamical Systems. In: Macki, J.W., Zecca, P. (eds) *Dynamical Systems. Lecture Notes in Mathematics*. Springer, 1822, 2003, 1-102.
 16. Sutton R., Barto A. *Introduction to Reinforcement Learning*. Cambridge: MIT press, 1998.
 17. Dudkowski D., Jafari S., Kapitaniak T., Kuznetsov N., Leonov G., Prasad A. Hidden attractors in dynamical systems, *Physics Reports*, 637, 2016, 1-50. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2016.05.002>.
 18. Prasad A. Existence of perpetual points in nonlinear dynamical systems and its applications, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 25 (2), 2015, art.num. 153005.
 19. Leonov G., Kuznetsov N. Hidden attractors in dynamical systems. From hidden oscillations in Hilbert-Kolmogorov, Aizerman, and Kalman problems to hidden chaotic attractors in Chua circuits, *International Journal of Bifurcation and Chaos in Applied Sciences and Engineering*, 23 (1), 2013, art. no. 1330002. <https://doi.org/10.1142/S0218127413300024>.
 20. Kuznetsov N., Leonov G., Mokaev T., Prasad A., Shrimali M. Finite-time Lyapunov dimension and hidden attractor of the Rabinovich system, *Nonlinear Dynamics*, 92 (2), 2018, 267-285. <https://doi.org/10.1007/s11071-018-4054-z>.
 21. Kuznetsov N., Mokaev T., Kuznetsova O., Kudryashova E. The Lorenz system: hidden boundary of practical stability and the Lyapunov dimension, *Nonlinear Dynamics*, 102, 2020, 713-732. <https://doi.org/10.1007/s11071-020-05856-4>.
 22. Kuznetsov N., Mokaev T., Ponomarenko V., Seleznev E., Stankevich N., Chua L. Hidden attractors in Chua circuit: mathematical theory meets physical experiments, *Nonlinear Dynamics* 111, 2023, 5859-5887. <https://doi.org/10.1007/s11071-022-08078-y>.
 23. Dudkowski D., Prasad A., Kapitaniak T. Perpetual points and periodic perpetual loci in maps. *Chaos*, 26, 2016, art.num. 103103.