Рубцова И.Д.[1], Владимирова Л.В.[1]

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К СЛУЧАЙНОМУ ПОИСКУ ЭКСТРЕМУМА ФУНКЦИИ

Задача поиска экстремума функции продолжает оставаться актуальной, несмотря на обилие работ по данной тематике. В настоящее время успешно применяются итерационные методы, использующие нормальное распределение, например, метод ковариационных матриц [1]. На каждой итерации моделируется нормальное распределение с параметрами, рассчитанными по выборке предыдущего поколения, при этом центр рассеяния – перспективная точка. Недостатком является необходимость расчета и преобразования ковариационной матрицы.

В работе [2] предложен метод моделирования нормально распределенных векторов без вычисления матрицы ковариаций. Положения пробных точек определяются через координаты некоторых заданных точек (будем называть их опорными) и значения независимых стандартных нормальных случайных величин.

Векторная оптимизация. В нашей работе этот подход распространен на случай векторной целевой функции. На каждом этапе поиска в качестве опорных точек используются Парето-оптимальные решения, полученные на предыдущем поколении. Каждое поколение строится из «семейств» пробных точек, нормально распределенных вокруг опорных. Изложим этот метод подробно.

Рассмотрим задачу многокритериальной оптимизации

$$\min_{X\in D}\big(F_1(X),\dots,F_S(X)\big).$$

Здесь $D \subset E^n$ – ограниченная область в евклидовом пространстве E^n.

Генетический алгоритм многокритериальной оптимизации. Обозначим через l номер поколения; на каждом поколении пробных точек будем получать приближенное множество Парето-оптимальных решений $\tilde{\mathcal{P}}^{(l)} \subset D \subset E^n$ и соответствующее ему приближенное множество Парето $\tilde{\mathcal{K}}(\tilde{\mathcal{P}}^{(l)})$. Пусть M и m – соответственно число пробных и опорных точек; эти значения могут меняться от поколения к поколению.

А). Нулевое поколение ($\boldsymbol{l = 0}$). Моделирование пробных точек X_i, $i = \overline{1,M}$, равномерно распределенных в D. Отыскание множеств $\tilde{\mathcal{P}}^{(0)}$ и $\tilde{\mathcal{K}}(\tilde{\mathcal{P}}^{(0)})$.

$l := l + 1$. Переход к **пункту В**.

В). $\boldsymbol{l}$**-е поколение.** Формирование множества опорных точек $\{Y_1,\dots,Y_m\}$. Оно включает точки множества $\tilde{\mathcal{P}}^{(l-1)}$, в случае его малого объема могут добавляться другие перспективные точки.

Моделирование рассеяния J нормально распределенных пробных точек X_{kj} вокруг каждой опорной точки Y_k по формулам [2]:

$$X_{kj} := \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\eta_{kj}^{(i)}(Y_i - Y_k) + Y_k, \quad j = \overline{1,J},\ \ k = \overline{1,m}. \tag{1}$$

Здесь $\eta_{kj}^{(i)}$ – независимые стандартные нормально распределенные величины.

Формирование l-го поколения из точек (1) и опорных точек $Y_1,\dots,Y_m$. Отыскание на l-м поколении множеств $\tilde{\mathcal{P}}^{(l)}$ и $\tilde{\mathcal{K}}(\tilde{\mathcal{P}}^{(l)})$.

[1] Санкт-Петербургский государственный университет, Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

Выход при выполнении условия окончания процесса. В противном случае: $l \coloneqq l + 1$, возврат **к началу пункта В**.

Преимущества описанного подхода. 1). Предлагаемый алгоритм позволяет моделировать значительную часть выборки вблизи перспективных точек. 2) Указанные центры рассеяния разнесены в пространстве, что позволяет избежать быстрого стягивания выборки в точку и фактической остановки поиска. Отметим, что в работе [3] эта цель достигается при помощи мутации популяции.

Эффективность метода подтверждается численными результатами.

Задача оптимизации продольной динамики пучка в волноводном ускорителе электронов. Динамика пучка описывается дифференциальными уравнениями, содержащими управляющие функции, которые моделируются тригонометрическими полиномами и зависят от вектора параметров X.

Цели оптимизации следующие: 1) получение выходной энергии равновесной частицы в требуемом интервале; 2),3) минимизация энергетической и фазовой неоднородности пучка на выходе структуры; 4) получение коэффициента захвата частиц в режим ускорения не ниже заданного значения. Этим целям соответствуют критерии качества $F_k(X)$, $k = \overline{1,4}$, – функционалы, заданные на траекториях пучка [4]. Также введена связка критериев $G(X) = \sum_{k=1}^{4} b_k F_k(X)$, где b_k, $k = \overline{1,4}$ – константы. Информация о ее поведении полезна для сравнения поколений.

Оптимизация выполнена для ускорителя с энергией инжекции 80 кэВ, длиной ускоряющей волны 10 см, длиной структуры 80 см. Размерность вектора X равна 84.

Результаты оптимизации. После оптимизации значение связки критериев уменьшилось с 223.17 до 63.64. Для выбранного Парето-оптимального решения разброс фаз на выходе прибора снизился с 1.63 рад до 1.02 рад, коэффициент захвата увеличился с 0.96 до 0.98. Это улучшение сопровождалось повышением относительного энергетического разброса с 0.36 до 0.74, что понятно при наличии противоречивых критериев.

Ключевые слова: стохастический алгоритм, нормальное распределение, векторная оптимизация, динамика пучка в ускорителе.

Список литературы

1. Ермаков С.М., Митиоглова Л.В. Об одном методе поиска глобального экстремума функции, основанном на оценивании ковариационной матрицы // Автоматика и вычислительная техника, 1977, №5, с. 38-41.
2. Ermakov S.M., Semenchikov D.N. Genetic global optimization algorithms // Communications in Statistics Part B: Simulation and Computation, 2019, https://doi.org/10.1080/03610918.2019.1672739.
3. Овсянников Д.А., Владимирова Л.В., Рубцова И.Д., Рубаник А.В., Пономарев В.А. // Модифицированный генетический алгоритм поиска глобального экстремума в сочетании с направленными методами // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. 2022. Т. 39. С. 17-33. https://doi.org/10.26516/1997-7670.2022.39.17.
4. Vladimirova L.V., Zhdanova A.Yu., Rubtsova I.D., Edamenko N.S. Genetic Stochastic Algorithm Application in Beam Dynamics Optimization Problem. // Stability and Control Processes - Proceedings of the 4th International Conference Dedicated to the Memory of Professor Vladimir Zubov, Springer International Publishing (Lecture Notes in Control and Information Sciences - Proceedings). 2020. https://doi.org/10.1007/978-3-030-87966-2_29