

О несимметричных формах равновесия круглых пластин

Воронкова Е. Б., Бауэр С. М., Семенов Б. Н.

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург

В работе рассматривается задача о потере осесимметричной формы равновесия круглой пластиной, нагруженной нормальным давлением, при условии шарнирного опирания края пластины и при скользящей заделке края. Задача решается аналитически и с использованием метода конечных элементов в пакете ANSYS.

Вопрос о существовании несимметричных решений у симметрично нагруженной круглой пластины был впервые рассмотрен Пановым Д. Ю. и Феодосьевым В. И. в работе 1948 г. Задача решалась методом Галеркина, а принятая форма прогибов задавалась функциями с одним неизвестным параметром и недостаточно точно описывала большие осесимметричные прогибы пластины в докритическом состоянии, поэтому полученные результаты существенно отличались от более поздних результатов других авторов (Cheo L. S. & Reiss E. L., Coman D.).

Схема аналитического подхода к решению задачи аналогична, изложенной в работах Huang N. C., Cheo L. S. После разделения переменных исходная система уравнений распадается на две: нелинейную для нахождения симметричного решения и линейную систему уравнений относительно функций, описывающих закритическое состояние пластины.

Для исследования устойчивости симметричной формы равновесия круглой пластины методом конечных элементов в пакете ANSYS во всех внутренних узлах пластины случайным образом задавались незначительные несовершенства, заключающиеся в том, что узлы могут выходить из плоскости пластины. Далее определились значения давления, при которых наблюдался быстрый локализованный рост прогибов при незначительном увеличении давления, т. е. потеря устойчивости деформирования.

Для случая скользящей заделки получено решение, соответствующее форме потери устойчивости с образованием $n = 14$ волнам по краю пластины, которое согласуется с решением, найденным с помощью аналитического подхода.

При условии шарнирного опирания потеря устойчивости происходит при нагрузке, превосходящей критическое давление при скользящей заделке более, чем в 4 раза, и с образованием меньшего числа волн. Следует отметить, что в этом случае численное решение, основанное на аналитическом подходе, получить не удалось, но при достижении нагрузкой значения, близкого к критическому (по ANSYS), зона сжимающих напряжений перестаёт сужаться, и это можно считать признаком достижения критического значения.

Трудности с получением численного решения на основе аналитического подхода по всей видимости связаны с необходимостью более точного описания напряженно-деформированного докритического состояния пластины, чем даёт в этом случае теория пологих оболочек.

Работа выполнена с использованием оборудования ресурсного центра Научного парка СПбГУ «Обсерватория экологической безопасности».