

О потере устойчивости симметричных форм равновесия  
цилиндрически ортотропных круглых пластин

**Бауэр С. М., Воронкова Е. Б., Семенов Б. Н.**

*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург*

В работе рассматривается появление несимметричных форм равновесия у ортотропных круглых пластин, нагруженных нормальным давлением. Для изотропных пластин доказано существование и единственность несимметричного положения равновесия (Морозов Н. Ф., 1961; Piechocki, 1969). Значение критической нагрузки, при которой происходит переход от симметричной формы равновесия к неосесимметричной, найдено численным методом, предложенным Cheo L. S. и Reiss E. L. (1971), а также методом конечных элементов.

Систему уравнений, описывающую большие деформации ортотропной пластины, можно записать в безразмерном виде

$$L_w(w) = p + L(w, F), \quad L_F(F)/\lambda = -L(w, w)/2,$$

где параметр  $\lambda = E_\theta/E_r$  есть отношение модулей упругости в окружном и радиальном направлении,  $p$  — нормальное давление,  $L_w, L_F, L$  — дифференциальные операторы. Полагалось, что точки на краю пластины не закреплены в радиальном направлении (условие скользящей заделки).

Решение для системы уравнений представлялось в виде

$$w(r, \theta) = w_s(r) + w_m(r) \cos(m\theta), \quad F(r, \theta) = F_s(r) + F_m(r) \cos(m\theta),$$

где функции  $w_s$  и  $F_s$  описывают докритическое симметричное решение, а функции  $w_{ms}(r, \theta) = w_m(r) \cos(m\theta)$  и  $F_{ms}(r, \theta) = F_m(r) \cos(m\theta)$  — закритическое состояние пластины. После разделения переменных исходная нелинейная система уравнений распадается на две: нелинейную, для определения симметричного решения  $w_s(r), F_s(r)$ , и линейную систему уравнений относительно  $w_m(r), F_m(r)$ , так как функции  $w_{ms}, F_{ms}$  полагаются малыми. Для каждого числа волн в окружном направлении  $m$  определялись такие значения нагрузки  $p_m$ , при которых существуют отличные от нуля функции  $w_m(r), F_m(r)$ . Критической нагрузке соответствует  $p_{cr} = \min_m p_m$ .

При исследовании нелинейной устойчивости методом конечных элементов во внутренних узлах пластины задавались случайные несовершенства, а затем определялось значение давления, при котором наблюдается быстрый локальный рост прогибов при незначительном увеличении давления.

Показано, что при увеличении отношения  $E_\theta/E_r$  потеря устойчивости осесимметричных форм равновесия происходит при более высокой нагрузке и с образованием большего числа волн в окружном направлении, чем для изотропной пластины.

Методом конечных элементов выполнены расчеты на пластинах с различными значениями модулей упругости. Показано, что численный и конечно-элементный подходы к решению задачи дают близкие результаты.