Сыралёва М.Н.,
Шувалов Г.М.
ФГУП «Крыловский государственный научный центр»

Нестационарный теплообмен к однофазному теплоносителю при скачкообразном увеличении температуры поверхности нагрева

В последние годы для расчета нестационарного теплообмена при скачкообразном изменении температуры наибольшее применение получил подход, предложенный Зигелем [1–3]. В данном подходе рассматриваются три последовательные стадии теплообмена: чистая теплопроводность, переходный режим и стационарная конвекция. В связи с этим необходимо определить моменты времени перехода от одной стадии к другой.

Зигель рассматривал нестационарное ламинарное течение вдоль изотермически нагретой вертикальной пластины, находящейся в объеме покоящейся жидкости. При этом использовались интегральные уравнения:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^\Delta U dy + \frac{\partial}{\partial x}\int_0^\Delta U^2 dy = g\beta\int_0^\Delta (T - T_\infty) dy - \nu \left.\frac{\partial U}{\partial y}\right|_{y=0};$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^\Delta (T - T_\infty) dy + \frac{\partial}{\partial x}\int_0^\Delta (T - T_\infty) U dy = -a\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0},$$

где Δ – толщина пограничного слоя; t – время; g – ускорение свободного падения; a – коэффициент температуропроводности; ν – коэффициент кинематической вязкости; β – коэффициент объемного расширения; T – температура; T_∞ – температура среды за границей пограничного слоя; U – скорость по координате x.

В качестве аппроксимаций для профилей скорости и температуры выбирались квадратичные зависимости, предложенные в [4]:

$$\frac{U}{U_s}=\frac{x}{\Delta}\left(1-\frac{x}{\Delta}\right)^2;$$

$$\frac{T-T_\infty}{T_w-T_\infty}=\left(1-\frac{x}{\Delta}\right)^2.$$

Для определения моментов времени, соответствующих завершению чистой теплопроводности $t_1(x)$, и установления практически стационарной естественной конвекции $t_2(x)$ используются аппроксимационные зависимости

$$t_1(x)=1{,}8(1{,}5+\Pr)^{1/2}\left(\frac{g\beta(T_w-T_\infty)}{x}\right)^{-1/2};$$

$$t_2(x)=5{,}2(0{,}95+\Pr)^{1/2}\left(\frac{g\beta(T_w-T_\infty)}{x}\right)^{-1/2},$$

где $\Pr$ – число Прандтля; T_w – температура нагреваемой поверхности.

Однако стоит отметить, что модель Зигеля недостаточно корректна. Аппроксимация профиля скорости полиномиальной зависимостью не соответствует строгому решению задачи нестационарной естественной конвекции. Кроме того, вторая характеристика не имеет физического смысла, поскольку режим стационарной естественной конвекции устанавливается асимптотически при $t\to\infty$.

В данной работе определены моменты смены режимов на основании плоскопараллельного течения и нестационарной ламинарной естественной конвекции. В качестве основной величины, описывающей интенсивность теплообмена, рассматривался тепловой поток, поскольку эта характеристика является универсальной для разных видов теплообмена.

Для описания нестационарной естественной конвекции вязкой несжимаемой жидкости около бесконечной вертикальной стенки в приближении Буссинеска использовались следующие уравнения:

$$\frac{\partial U}{\partial t}=\nu\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}+g\beta(T-T_\infty);$$

$$\rho c_p\frac{\partial T}{\partial t}=\lambda\frac{\partial^2 T}{\partial t^2},$$

где λ – теплопроводность; c_p – теплоемкость; ρ – плотность.

Начальные и граничные условия:

$t=0$: $U=0$ $T=T_\infty$ при $y\geq 0$;

$t>0$: $U=0$ $T=T_w$ при $y=0$;

$U=0$ $T=T_\infty$ при $y\to\infty$.

Аналитическое решение системы (5)–(6) получено с использованием преобразований Лапласа:

$$\theta(y,t) = erfc\left(\frac{y}{2\sqrt{ta}}\right);$$

$$U(y,t) = \frac{g\beta\Delta Tat}{(\Pr-1)}\left(\begin{array}{l}\left(1+\frac{1}{\nu}\frac{y^2}{2t}\right)erfc\left(\frac{y}{2\sqrt{t\nu}}\right)- \\ -\frac{y}{\sqrt{\pi t\nu}}e^{-\frac{y^2}{4t\nu}}-\left(1+\frac{1}{a}\frac{y^2}{2t}\right)erfc\left(\frac{y}{2\sqrt{ta}}\right)+\frac{y}{\sqrt{\pi ta}}e^{-\frac{y^2}{4ta}}\end{array}\right),$$

где $\theta = \frac{T-T_\infty}{T_w-T_\infty}$ – безразмерная температура.

Время окончания стадии чистой теплопроводности на заданной высоте определяется выражением

$$x(t_1) = \int_0^{t_1} U_{\max}(\tau)d\tau,$$

где $U_{\max}(\tau) = U_{\max}(y_{\max},\tau)$, $y_{\max}$ определяется из условия

$$\frac{\partial U}{\partial y}(y_{\max},\tau) = 0.$$

На основе модели нестационарного пограничного слоя при естественно конвективном течении определено время наступления практически стационарной естественной конвекции. Задача в этом случае описывается следующими уравнениями:

$$\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y} = 0;$$

$$\frac{\partial U}{\partial t}+U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial U}{\partial y} = \nu\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}+g\beta(T_w-T_\infty)\theta;$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}+U\frac{\partial\theta}{\partial x}+V\frac{\partial\theta}{\partial y} = a\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2},$$

где V – скорость по координате y.

Решение системы получено численно неявным методом с использованием модернизированного метода Ньютона. Для аппроксимаций производных по пространству использовались центральные конечные разности, а для аппроксимации производных по времени – конечные разности с шагом назад.

Высота расчетной области выбиралась таким образом, чтобы во всей области реализовывался только ламинарный режим течения. Верхней границей ламинарного режима можно принять в соответствии с [5] $\mathrm{Ra}_m = 10^9$, где Ra_m – число Рэлея при определяющей температуре $T_m = \frac{(T_w - T_\infty)}{2}$. Ширина расчетной области, на внешней границе которой задавалось условие $U = 0$ и $\theta = 0$, выбиралась так, чтобы она не оказывала влияния на получаемое решение.

Для расчета нестационарного теплообмена в условиях ламинарной свободной конвекции при скачкообразном изменении температуры поверхности нагрева предлагается следующий подход: тепловой поток до момента времени $t_1(x)$ равняется $q_{cond}(t)$ и рассчитывается по формуле [2]

$$q_{cond} = \frac{\lambda \Delta T}{\sqrt{\pi a t}}.$$

Начиная с момента времени $t_2(x)$ тепловой поток становится постоянным и равным $q_{conv}(x)$. Значение теплового потока при этом может быть найдено по формулам для стационарной конвекции в зависимости от числа Прандтля [6]. Промежуточный участок между окончанием стадии чистой теплопроводности и постоянным значением теплового потока заменяется линейной аппроксимацией [7].

Моменты времени $t_1(x)$ и $t_2(x)$ аппроксимируются следующими зависимостями [7]:

$$\overline{t_1} = C_1 \overline{x}^{n_1};$$

$$\overline{t_2} = C_2 \overline{x}^{n_2},$$

где $\overline{x}$, $\overline{y}$ и $\overline{t}$ – безразмерные координаты и время соответственно. Значения C_1, C_2, n_1, n_2 для различных чисел Прандтля представлены в таблице.

Предлагаемая методика расчета, основанная на физически обоснованном подходе, позволяет достаточно просто определить нестационарные тепловые потоки до момента наступления режима установившейся естественной конвекции и соответствует результатам численного решения нестационарной свободной конвекции.

Результаты применения данной методики для расчета зависимости теплового потока от времени в различных точках по высоте пластины для нескольких сред (жидкий металл, воздух, вода) представлены в работе [7].

Значения C_1, C_2, n_1, n_2

Pr	C_1	n_1	C_2	n_2
0,01	0,96	0,53	1,60	0,48
0,73	1,60	0,53	2,57	0,50
7	3,44	0,53	8,05	0,40

Библиографический список

1. Мартыненко О.Г., Соковишин Ю.А. Свободно-конвективный теплообмен. Мн.: Наука и техника, 1982.
2. Кутатуладзе С.С. Теплопередача и гидродинамические сопротивление. М.: Энергоатомиздат, 1990.
3. Siegel R. Transient free convection from a vertical flat plate // Trans. ASME. 1958. V. 80. No. 2. P. 345–359.
4. Eckert E.R.G. Introduction to the transfer of heat and mass. McGraw-Hill Book Company, Inc., N.Y., 1950.
5. Кириллов П.Л., Юрьев Ю.С., Бобков В.П. Справочник по теплогидравлическим расчетам (ядерные реакторы, теплообменники, парогенераторы). М.: Энергоиздат, 1984.
6. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Изд-во ин. лит, 1956.
7. Кудинович И.В., Сыралёва М.Н., Шувалов Г.М. Метод расчета нестационарного теплообмена в условиях ламинарной свободной конвекции при скачкообразном увеличении температуры поверхности нагрева // Труды Крыловского государственного научного центра. 2015. Вып. 89 (373). С. 49–60.