

4. *A. Lotov, V. Berezkin, G. Kamenev, Miettinen K.* Optimal Control of Cooling Process in Continuous Casting of Steel Using a Visualization-Based Multi-Criteria Approach // *Applied Mathematical Modelling*. V. 29(7). P. 653-672.
5. *Soncini-Sessa R., Cellina F., Pianosi F., Weber E.* Integrated and Participatory Water Resources Management: Practice. Amsterdam. Elsevier, 2007.

Аксиоматический подход к сужению множества

Парето: современное состояние *

В.Д.Ногин

Санкт-Петербургский государственный университет

Рассматривается задача (модель) многокритериального выбора $\langle X, f, \succ_X \rangle$, где

X – множество возможных вариантов (решений), из которого следует осуществлять выбор;

$f = (f_1, \dots, f_m)$, $m \geq 2$ – векторный критерий, определенный на множестве X и принимающий числовые значения в арифметическом векторном пространстве R^m ;

\succ_X – асимметричное бинарное отношение строгого предпочтения ЛПР, определенное на множестве X .

Результатом решения задачи многокритериального выбора является множество выбираемых вариантов $C(X)$.

Удобно также использовать множество возможных векторов $Y = f(X) \subset R^m$ и множество выбираемых векторов $C(Y) = f(C(X))$. Считается, что на множестве возможных векторов Y задано отношение строгого предпочтения \succ_Y (которое на практике обычно полностью не известно), естественным образом согласованное с отношением \succ_X .

Модель многокритериального выбора $\langle Y, \succ_Y \rangle$ в терминах векторов включает множество возможных векторов Y и отношение строгого предпочтения \succ_Y , заданное на множестве Y , а ре-

* Работа поддержана грантом РФФИ (проект № 08-01-00301а).

шением задачи многокритериального выбора в таком случае является множество выбираемых векторов $C(Y)$.

Принимаются следующие четыре «разумные» аксиомы.

Аксиома 1. Для любой пары векторов $y', y'' \in Y$, удовлетворяющих соотношению $y' \succ_Y y''$, выполнено $y'' \notin C(Y)$.

Аксиома 2. Для отношения \succ_Y существует иррефлексивное и транзитивное продолжение \succ на всё критериальное пространство R^m .

Аксиома 3. Каждый из критериев f_1, f_2, \dots, f_m согласован с отношением предпочтения \succ .

Аксиома 4. Отношение предпочтения \succ является инвариантным относительно линейного положительного преобразования.

В условиях аксиом 2–4 отношение \succ является конусным с острым выпуклым конусом, не содержащим начала координат (см. [1]), что позволяет для развития теории активно использовать аппарат выпуклого анализа.

Решение проблемы сужения множества Парето осуществляется на основе так называемых «квантов информации» об отношении предпочтения [2], которые характеризуют готовность ЛПР проявлять определенную гибкость в процессе принятия решений – уступать по одним критериям ради получения выигрыша по какому-то другим критериям. Заметим, что наличие «кванта информации» может быть охарактеризовано и в терминах относительной важности критериев.

Основные положения и результаты аксиоматического подхода изложены в книге [1]. Со времени её выхода прошло 5 лет и за это время удалось существенно продвинуться в развитии данного подхода. В частности, установлены результаты, которые содержат оценки сверху для неизвестного множества выбираемых векторов (вариантов) в виде определенных подмножеств множества Парето, полученные на основе различного рода непротиворечивых конечных наборов «квантов информации». Эти новые результаты предполагается подробно обсудить в докладе.

Литература

1. Ногин В.Д. *Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход* (2-е изд. испр. и доп.). М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.

Многокритериальное

торгово

В.Д. Ногин

Санкт-Петербургский

Пусть некоторое государство в внутреннем рынке торгует продуктом внутри страны, так и другими странами. Торговля государством получает

$$S = \tau p - \tau y$$

где τ – налог на добавленную стоимость ($\tau = 18\%$),

x – объем производства

p – рыночная цена продукта

t – экспортная пошлина на продукт

q – цена продукта за рубежом

y – объем импорта.

Импортер (здесь имеются в виду несколько фирм) динит

$$D = y(p - q)$$

Страна-потребитель производит импорт в зависимости от ввозной пошлины. Целью та

симизация дохода (1) или же рента в объемах продаж. Целью

варьированием объема импорта число рабочих мест в стране

продукт, которое далее приводит к объему импорта.

При дополнительных предположениях внутри страны рассматривают

Работа поддержана грантом РФФИ

Многокритериальный анализ торговой политики*

В.Д. Ногин, А.В.Прасолов

Санкт-Петербургский государственный университет

Пусть некоторое государство (например, Россия) на своем внутреннем рынке торгует продуктом, который производится как внутри страны, так и другими странами за рубежом. Вследствие торговли государство получает доход

$$S = txp + \tau qy \quad (1)$$

где t – налог на добавленную стоимость (в настоящее время в России $t=18\%$),

x – объем производства данного продукта в России,

p – рыночная цена продукта на внутреннем рынке России,

τ – ввозная пошлина на импорт продукта,

q – цена продукта за рубежом,

y – объем импорта.

Импортер (здесь имеются в виду все участвующие импортеры, если их несколько) данного продукта располагает прибылью

$$D = y[p - (1 + \tau)q] \quad (2)$$

Страна-потребитель продукта стоит перед выбором регулирования импорта в зависимости от ситуации с помощью величины ввозной пошлины. Целью такого регулирования может быть максимизация дохода (1) или же рост доли отечественного производителя в объемах продаж. Целью импортера, которой он добивается варьированием объема импорта, является либо прибыль (2), либо число рабочих мест в странах, производящих импортируемый продукт, которое далее принимается прямо пропорциональным объему импорта.

При дополнительных предположениях о спросе на продукт внутри страны рассматриваются следующие три задачи.

* Работа поддержана грантом РФФИ (проект № 08-01-00301а).