



**ТРУДЫ**  
**ВСЕРОССИЙСКОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ**  
**С МЕЖДУНАРОДНЫМ УЧАСТИЕМ**  
**«СОВРЕМЕННАЯ ГИДРОГЕОЛОГИЯ: АКТУАЛЬНЫЕ**  
**ВОПРОСЫ НАУКИ, ПРАКТИКИ И ОБРАЗОВАНИЯ»**

**Г. СОЧИ, РОССИЯ 17-23 СЕНТЯБРЯ 2023 Г.**

Московский Государственный Университет  
имени М.В. Ломоносова

Геологический факультет

Труды  
Всероссийской научной конференции  
с международным участием  
«Современная гидрогеология: актуальные вопросы науки,  
практики и образования»  
г. Сочи, Россия 17-23 сентября 2023 г.

Под редакцией  
д.г.-м.н. С.П. Позднякова  
к.г.-м.н. Е.С. Казак

Технические редакторы  
Н.Е. Шиндина  
М.Д. Неуважаева

Москва  
2023

УДК 556.5

### Труды

Всероссийской научной конференции с международным участием «Современная гидрогеология: актуальные вопросы науки, практики и образования». М.: МГУ, 2023. — 619 с.

Коллективная монография, изданная по материалам докладов участников Всероссийской научной конференции с международным участием «Современная гидрогеология: актуальные вопросы науки, практики и образования», которая проводилась 17-23 сентября 2023 года на базе пансионата МГУ Буревестник в г. Сочи, Россия и была посвящена 70-летию основания кафедры гидрогеологии геологического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова. Рассмотрен широкий круг вопросов современной гидрогеологии, включая теоретические аспекты формирования ресурсов подземных вод, разработку методов расчетов и моделирования гидрогеологических процессов, проблемы формирования химического состава подземных вод, разработку и обоснование геофильтрационных и геомиграционных моделей конкретных объектов, нефтяную гидрогеологию и современные проблемы гидрогеологического образования.

УДК 556.5

УДК 556.3

## О ВОЗМОЖНОСТЯХ АНАЛИТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ МИГРАЦИИ ПОДЗЕМНЫХ ВОД В ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ ANSDIMAT

В.Г. Румынин\*<sup>1,2</sup>, Л.Н. Синдаловский<sup>1,2</sup>, А.М. Никуленков<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербургское отделение Института геоэкологии РАН, Санкт-Петербург, Россия,  
E-mail: rumynin@hgepro.ru

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский Государственный Университет, Санкт-Петербург, Россия

### Аннотация

Дается описание математического базиса геомиграционного модуля программного комплекса ANSDIMAT, представленного как известными аналитическими моделями, так и оригинальными решениями, дополненными иллюстративными примерами.

**Ключевые слова:** ANSDIMAT, загрязнение подземных вод, водозаборы

## ON THE POSSIBILITIES OF ANALYTICAL SOLUTIONS OF THE SUBSURFACE SOLUTE TRANSPORT PROBLEMS IN THE FRAMEWORK OF THE ANSDIMAT SOFTWARE

V.G. Rumynin\*<sup>1,2</sup>, L.N. Sindalovskiy<sup>1,2</sup>, A.N. Nikulenkov<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Institute of Environmental Geology, SPb Branch, Saint Petersburg, Russian Federation,  
\*E-mail: rumynin@hgepro.ru

<sup>2</sup>Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russian Federation

### Abstract

The mathematical basis of the subsurface solute transport module of the ANSDIMAT software is described. It includes both the well-known analytical models and original analytical solutions, supplemented by illustrative examples.

**Key Words:** ANSDIMAT, groundwater contamination, wellfields

### Введение

Достаточно высокий уровень разработанности аналитического аппарата теории миграции подземных вод (в русскоязычной терминологии, получившей распространение во многом благодаря работам В.М. Шестакова [6]), позволяет использовать широкий спектр существующих аналитических решений как для исследования отдельных механизмов миграции и масштабных эффектов, так и для решения практических задач, особенно при экспертных

оценках в условиях дефицита исходной информации о свойствах водоносных горизонтов. Апробированная в рамках программного комплекса (ПК) ANSDIMAT [5] технология поиска решений задач геофильтрации с использованием методов суперпозиции, интегральных сверток, обращения операционных решений, а также решений методом аналитических элементов и др., позволяет сделать более доступными для гидрогеологов и решения геомиграционных задач. Математический базис представлен как достаточно известными аналитическими моделями, так и оригинальными решениями соответствующих краевых задач, полученными при разработке геомиграционного модуля данного программного комплекса.

### Методы исследований

**Исходная математическая модель.** В самом общем виде миграция вещества в фильтрационном потоке при выполнении предпосылки сплошности среды описывается уравнением конвективной дисперсии:

$$n \frac{\partial C}{\partial t} + \lambda n C + W_s + W_d + \mathbf{v} \cdot \nabla C - \nabla \cdot (\mathbf{D}_e \cdot \nabla C) = 0, \quad (1)$$

где функции источников  $W_s$  и  $W_d$  ассоциируются, соответственно, с внутрипластовыми физико-химическими взаимодействиями (например, сорбцией) и диффузионными обменными процессами в средах с двойной емкостью (например, в трещиновато-пористых породах); здесь  $C$  – объемная концентрация вещества в растворе,  $n$  – пористость (трещиноватость),  $\lambda$  – константа распада (деструкции),  $\mathbf{v}$  – скорость фильтрации Дарси,  $\mathbf{D}_e$  – коэффициент эффективной дисперсии; в общем случае коэффициент  $\mathbf{D}_e$  линейно связан со скоростью  $\mathbf{v}$  и определяется компонентами продольной и поперечной дисперсивности,  $\delta_L$  и  $\delta_T$ .

**Схематизация структуры фильтрационного потока.** В ПК ANSDIMAT миграция вещества рассматривается в условиях идеализированных структур фильтрационных потоков: 1D линейный плоскопараллельный; 1D линейный осесимметричный; 2D с искривленными (либо в плановой  $x$ - $y$ , либо в профильной  $x$ - $z$  плоскостях) линиями тока; 3D в цилиндрических координатах. Решение профильных задач предусматривает задание напорного или безнапорного (со свободной поверхностью) типа фильтрационного потока.

**Граничные и начальные условия.** Представленные в ПК 1D решения описывают миграцию вещества в неограниченной, полуограниченной и ограниченной областях при заданиях на входной и выходной границах потоков условий I, II и III рода [9]. Решения 2D и 3D задач пространственной дисперсии учитывают геометрическую форму источника вещества. Начальные условия могут быть неоднородными.

Для всех типов миграционного потока (1D, 2D и 3D) в качестве базовых входных концентрационных сигналов рассматриваются ступенчатая (Хевисайда) или импульсная (дельта, -Дирака) функции, а также «пакетная» функция. Соответствующие решения могут быть адаптированы для описания и других форм входных концентрационных функций, в частности, может учитываться деструкция (распад) вещества.

**Физико-химические преобразования.** Сорбция при решении 1D миграционных задач в линейном или радиальном потоке, рассматривается как в равновесной, так и в неравновесной постановке, причем распад вещества учитывается как жидкой фазе, так и в адсорбированном состоянии. Частные решения приведены для случая нелинейной сорбции нестабильного компонента. Учитывается транспорт вещества в адсорбированном состоянии на коллоидах, представленных различными минеральными фазами.

**Учет макродисперсионного рассеяния в статистически неоднородных средах.** Для учета масштабных эффектов при построении 1D моделей миграции могут использоваться решения уравнений, полученные при переменных коэффициентах «дисперсивности», зависящих либо от пространственной,  $\delta_L = f(x)$ , либо от временной,  $\delta_L = f(t)$ , координат. Предлагаются линейная, линейно-асимптотическая, экспоненциальная и асимптотическая модели для каждой из функции  $\delta_L$ . Такой подход позволяет связать коэффициенты аналитических функций  $\delta_L$  с параметрами автокорреляционной функции, характеризующей коррелируемое поле распределения проницаемости массива пород (коэффициента фильтрации  $k$ ),  $Y = \ln k$ : дисперсию,  $\sigma_Y^2$ , и корреляционный масштаб  $l_Y$ .

**Учет массообмена в средах с двойной пористостью (трещиновато-пористые породы).** Функция-источник  $W_d$  в уравнении (1), определяющая массовый поток из трещин в блоки, имеет два основных асимптотических представления, отвечающие расчетным моделям [3; 4]: неограниченной емкости (для малых моментов времени); сосредоточенной емкости (для продолжительных периодов времени).

В первом случае пористые блоки рассматриваются как неограниченная среда и массообмен между трещинами и блоками описывается градиентным законом Фика. Во втором, – массовый поток определяется изменением средней концентрации в блоке. Во всех вариантах учитываются: (а) линейная сорбция на поверхности трещин и в пористом пространстве блоков, (б) распад вещества в подвижном растворе и в породе.

## Результаты и их обсуждение

**Прогнозирование формирования объемных (2D и 3D) ореолов рассеяния.** Основные решения уравнения (1) подразделяются в зависимости от геометрической формы источника

вещества, характера входного концентрационного сигнала, а также геометрии области фильтрации (потoki в неограниченных и ограниченных естественными геологическими границами областях). Кроме того, конечные аналитические решения могут различаться в зависимости от использованных математических методов решения краевых задач. К базовым решениям относятся решения, полученные для точечных источников, – импульсного и постоянно действующего. Рассматриваются частные решения, описывающие квазистационарные объемные ореолов рассеяния, формирующиеся за счет поперечной дисперсии и распада вещества. Источник вещества может располагаться как на поверхности водоносного горизонта, так и на заданной глубине.

При наличии площадной инфильтрации процесс 3D конвективной дисперсии описывается приближенным решением [7]. Этим условиям отвечает пример на рис. 1. Размер источника в плане  $5 \times 5$  м, концентрация  $C_0 = 1000$  мг/л, удельная инфильтрация  $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-3}$  м/сут, скорость Дарси регионального потока  $v = 3 \cdot 10^{-3}$  м/сут, пористость  $n = 0,1$ , константы дисперсивности  $\delta_L = 0.5$  м,  $\delta_{Ty} = \delta_{Tz} = 0.1$  м,  $\lambda = \lambda_T = 1 \cdot 10^{-3}$  1/сут.

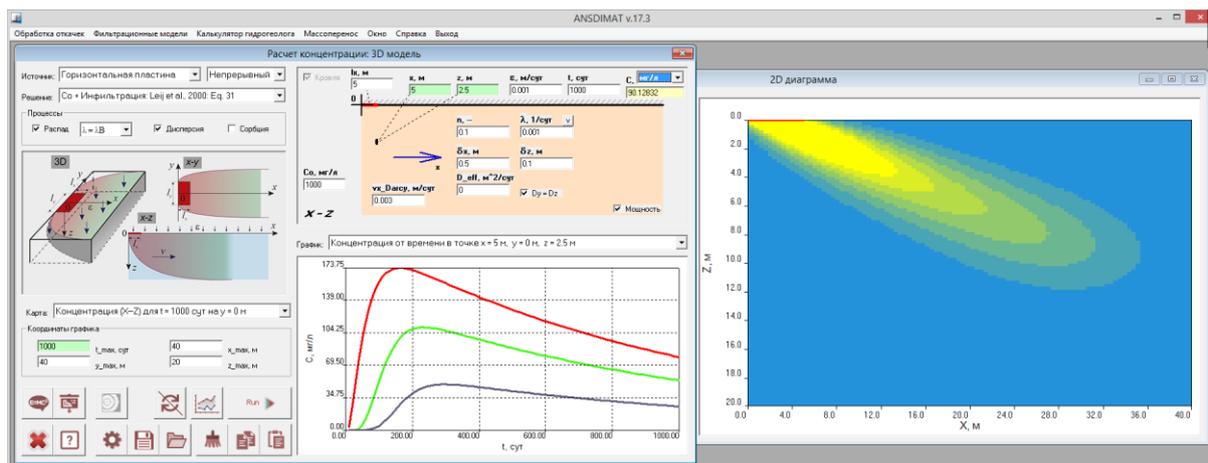


Рис. 1 Графики  $C(t)$  в точках наблюдения  $z = 0.5$  (красная кривая),  $1.5$  (зеленая кривая),  $2.5$  м (синяя кривая) ( $x=5, y=0$ ). Профиль концентрации  $C(x, y=0, z)$  на  $t_{расч} = 1000$  сут.

Формирование немонотонной выходной концентрационной функции связано с распадом вещества в источнике загрязнения.

**Конвективный перенос загрязнения в профильно-неоднородном горизонте.** В основе модельных построений лежат оригинальные решения 2D профильных задач фильтрации и конвективного переноса в напорном или безнапорном потоке подземных вод, формируемом площадной инфильтрацией. На входной границе ( $x = 0$ ) может быть задан дополнительный фильтрационный поток ( $q_0$ ). В общем случае рассматривается профильно-неоднородный горизонт с произвольно задаваемым распределением проницаемости по глубине  $k = k(z)$ .

Предусмотрено задание распределения  $k(z)$  с помощью аналитических функций (линейное или экспоненциальное затухание проницаемости с глубиной). Источник загрязнения в общем случае может находиться ниже отметки свободной поверхности.

Пример на рис. 2 отвечает условиям задачи, связанной с оценкой последствий высвобождения радиоактивных вод из источника, расположенного в массиве кристаллических трещиноватых пород ( $n = 0.3\%$ ) [8]. Размер источника в плане  $700 \times 300$  м, плотность загрязнения  $P = 5.7 \cdot 10^7$  Бк/м<sup>2</sup> (импульс), константа распада  $\lambda = \lambda_{\Gamma} = 10^{-5}$  1/год, сорбцией радионуклидов пренебрегается. Напор на контуре разгрузки безнапорного потока 320 м. Инфильтрационное питание  $\varepsilon = 1.3 \cdot 10^{-4}$  м/сут. Предполагается экспоненциальное затухание проницаемости с глубиной:  $k(z) = k_0 \exp[-A(h - z)]$  ( $k_0 = 0.07$  м/сут – коэффициент фильтрации вблизи уровня воды  $h$ ,  $A = 0.015$  1/м – коэффициент «затухания») – рис. 3а.

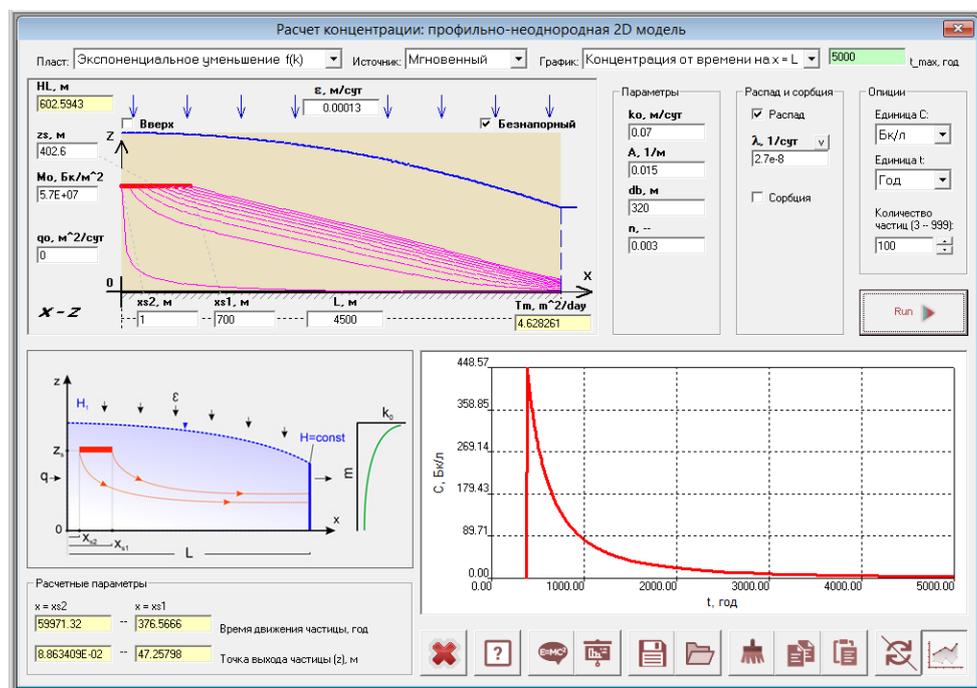


Рис. 2 Интерфейс ПК для задания исходных данных с результатом расчета для варианта  $z_0 = 400$  м.

Расчеты выполнены для трех вариантов размещения источника загрязнения  $z = 200, 300, 400$  м (Рис. 3б). Как видно, положение источника загрязнения кардинальным образом влияет на время прихода первых порций загрязнения, а также на максимальные (пиковые) значения концентрации: расположение источника на высоких отметках и в более проницаемых зонах разреза приводит к более, чем десятикратному росту пиковых концентраций, что связано с падением степени разбавления загрязнения чистыми водами.

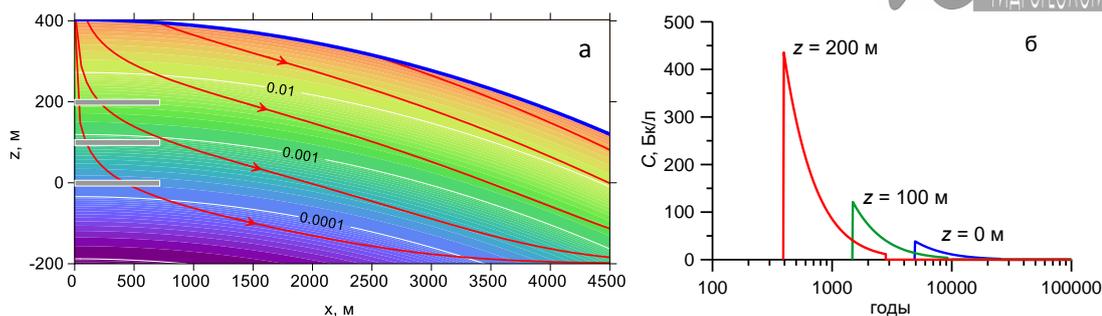


Рис. 3 (а) Профиль проницаемости  $k(z)$  в м/сут, линии тока (красным), положение источника (серым); синяя линия – свободная поверхность воды. (б) Графики  $C(t)$  для различных отметок расположения источника.

**Прогноз качества воды на водозаборах.** Рассматриваются решения, описывающие изменение минерализации воды в скважинах, происходящее: (а) при нарушении (за счет водоотбора) природной гидрохимической зональности в эксплуатационном и смежных водоносных горизонтах, (б) при подтягивании к скважинам загрязненных речных вод.

Пример на рис. 4 отвечает прогнозной ситуации подтягивания соленых подошвенных вод к контуру дренирования, представленного несовершенной водозаборной скважиной (дебит  $600 \text{ м}^3/\text{сут}$ , длина фильтра  $10 \text{ м}$ , глубина залегания контакта пресных и соленых вод  $50 \text{ м}$ ). Коэффициент фильтрации пород  $k_x = 1$ ,  $k_z = 0,1 \text{ м/сут}$ ,  $n = 0,1$ . Использовано приближенное аналитическое решение, учитывающее контраст в плотности вод [4].

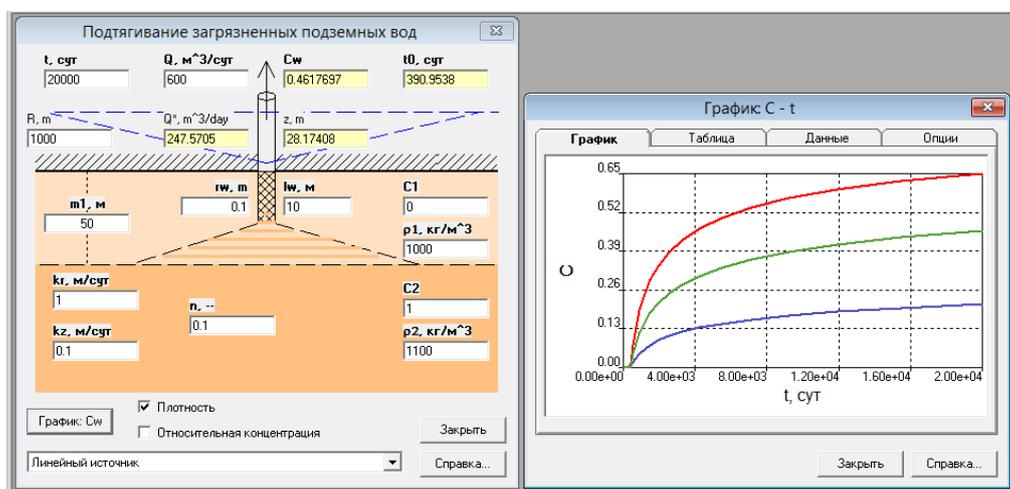


Рис. 4 К оценке влияния плотности подошвенных соленых вод,  $\rho_s$ , на изменение минерализации воды в несовершенной водозаборной скважине (красная кривая  $\rho_s = 1,020 \text{ г/см}^3$ , зеленая –  $1,1$ , синяя –  $1,25$ ).

Хорошо видно, что время подтягивания соленой воды к фильтру скважины слабо зависит от различий в плотности, однако последующее нарастание минерализации воды в скважине в значительной степени контролируется плотностным градиентом.

Пример на рис. 5 иллюстрирует структуру фильтрационного потока при работе водозаборной скважины, находящейся на расстоянии  $L_w$  от уреза поверхностной воды (гидродинамическая граница I рода). Расчет относительной концентрации выполняется для двух типовых ситуаций: (а) региональный фильтрационный поток ( $q = vm$ ) разгружается в реку (рис. 6а и 7а), (б) река служит источником питания водоносного горизонта (рис. 6б и 7б).

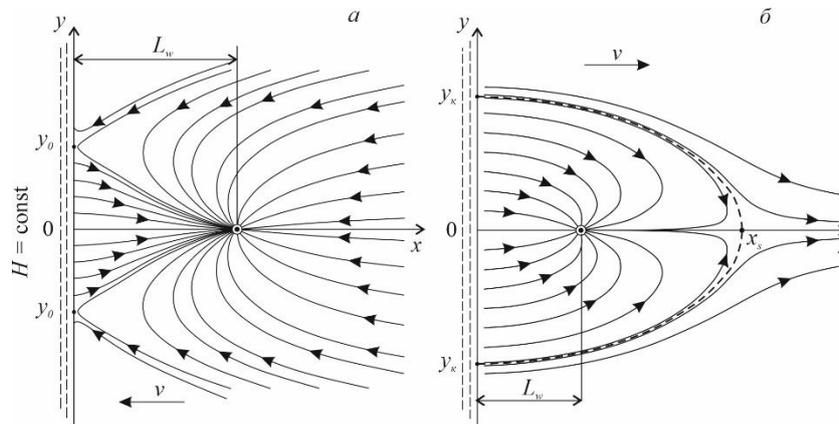


Рис. 5 Структура фильтрационного потока при различном направлении движения регионального потока. а – река дренирует водоносный горизонт, б – река – питающая граница.

Решения задачи предполагает нахождение выражения для функции тока [1; 2]. Последующее интегрирование кинематических уравнений вдоль линий тока, по которым частицы жидкости движутся от контура реки к водозаборной скважине, позволяет определить вид функциональной зависимости  $\bar{C} = \bar{C}(t)$ .

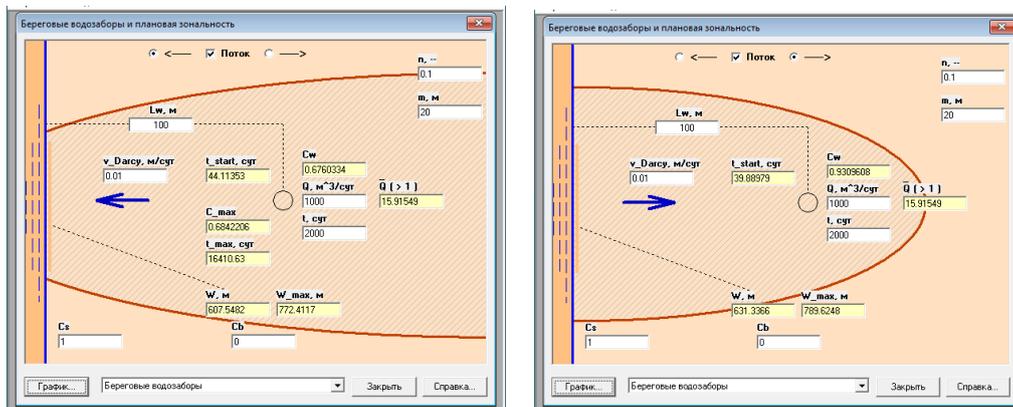


Рис. 6 Интерфейс ПК при задании исходных данных (береговой водозабор):  $L_w = 100$  м, скорость Дарси  $v = 0,01$  м/сут, дебит скважины  $Q = 1000$  м<sup>3</sup>/сут, мощность горизонта  $m = 20$  м, пористость  $n = 0,1$ . Левая панель – региональный фильтрационный поток направлен в сторону реки, правая панель – поток – от реки.

Как видно (рис. 7), влияние загрязненных речных вод на качество воды в водозаборной скважине определяется направлением потока и безразмерным комплексом  $\bar{Q} = Q / \pi L_w q$ .

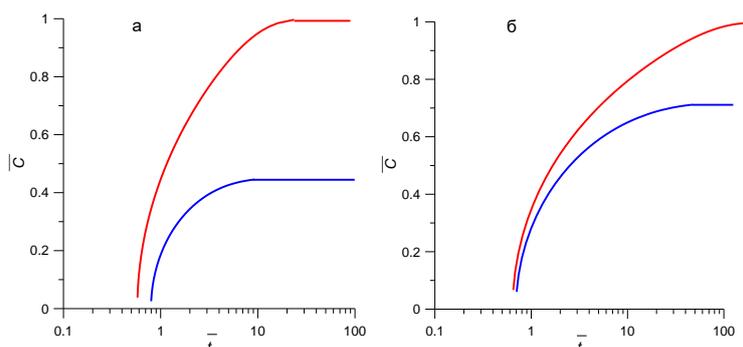


Рис. 7 Графики  $\bar{C}(\bar{t})$  при различных значениях безразмерного комплекса  $\bar{Q}$ :  
 а –  $\bar{Q} = 5$ ; б –  $\bar{Q} = 20$ ; красный цвет кривых – фильтрация из реки, синий – в реку;  $\bar{t} = Qt / \pi m L_w^2$ .

## Заключение

Представленные выше примеры иллюстрируют возможности приложения аналитических решений для исследования довольно сложных гидрогеологических задач без привлечения громоздких сеточных моделей, применение которых зачастую необоснованно в виду дефицита исходной информации. Это потребовало развития уже имеющихся подходов в теории миграции подземных вод.

## Список литературы

1. Гольдберг В. М. Гидрогеологические прогнозы качества подземных вод на водозаборах / М.: Изд-во Недра, 1976. 153 с.
2. Минкин Е.Л. Гидрогеологические расчеты для выделения зон санитарной охраны водозаборов подземных вод / Л.: Изд-во Недра, 1967. 124 с.
3. Мироненко В.А., Румынин В.Г. Проблемы гидрогеоэкологии. Том. 1. Теоретическое изучение и моделирование геомиграционных процессов / М.: Изд-во МГУ, 1998. 611 с.
4. Румынин В.Г. Геомиграционные модели в гидрогеологии / СПб.: Изд-во Наука, 2011. 1158 с.
5. Синдаловский Л.Н. Гидрогеологические расчеты с использованием программы ANSDIMAT / СПб.: Изд-во Наука, 2021. 891 с.
6. Шестаков В. М. Динамика подземных вод / М.: Изд-во МГУ, 1973. 328 с.
7. Leij F.J., Priesack E., G. Schaap M.G. Solute transport modeled with Green's functions // Journal of Contaminant Hydrology. 2000. N. 1-2 (41). pp. 155–173.
8. Rumynin V.G., Sindalovskiy L.N., Nikulenkov A.M. Analytical solutions for flow and advective solute transport in unconfined watershed aquifers with depth-dependent hydraulic conductivity. Journal of Hydrology. 2021. 603. 127116.
9. Van Genuchten M.Th., Alves W.J. Analytical Solutions of the One-Dimensional Convective-Dispersive Solute Transport Equation // U.S. Department of Agriculture. Technical Bulletin. 1982. N. 1661. 151 p.