

© 2023 г. Е. В. Андронов\*, Д. С. Прохорова\*, А. А. Белоусов\*

## ВЛИЯНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КВАРК-ГЛЮОННЫХ СТРУН НА КОРРЕЛЯЦИИ ЧАСТИЦ В $p+p$ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ

Изучаются начальные состояния  $p+p$  взаимодействий и их влияние на чувствительные к ним корреляционные и флуктуационные наблюдаемые посредством рассмотрения процессов мультипомеронного обмена и натяжения цветковых КХД-струн. Исследованы полная струнная динамика, их продольное движение за счет торможения струнных концов и поперечное движение, вызванное притяжением за счет обмена сигма-мезонами с последующим слиянием. Проведены вычисления коэффициента быстротных корреляций, а также сильноинтенсивных переменных, построенных для множественности заряженных частиц  $N$  и суммарного поперечного импульса  $P_T$  для неупругих  $p+p$  взаимодействий при энергии 200 ГэВ.

**Ключевые слова:** сильное взаимодействие, мультипомеронный обмен, флуктуации, коллективность, множественность, поперечный импульс.

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf10460>

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время квантовая хромодинамика (КХД) считается фундаментальной теорией сильного взаимодействия, однако ее понимание заметно осложнено необходимостью использовать непертурбативные методы для описания большинства явлений, например процессов множественного рождения частиц в столкновениях адронов и/или ядер при высоких энергиях.

Одним из ключевых свойств КХД является формирование между цветными рядами глюонного цветового поля в форме трубки (струны), описываемой потенциалом Корнэлла [1]

$$V(r) = -\frac{4\alpha_s}{3r} + \sigma r.$$

---

Это исследование было выполнено при финансовой поддержке СПбГУ (проект № 94031112).

---

\*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия.  
E-mail: e.v.andronov@spbu.ru

Вычислить этот потенциал в решеточной КХД удастся с помощью формализма линий и петель Вильсона [2], [3]

$$W(C) = \text{Tr} \text{Pexp} \left( i \int_C dx_\mu A_\mu \right).$$

Вакуумное среднее петли Вильсона с площадью  $S_C$  имеет вид  $\langle W \rangle = e^{-\sigma S_C}$ , где параметр  $\sigma$  соответствует значению в потенциале Корнелла, сопоставляющемуся с натяжением цветовой струны [4].

Теоретико-полевое описание амплитуды неупругого рассеяния адронов в КХД в пределе большого числа цветов дается разрезанными цилиндрическими диаграммами Фейнмана [5]–[8], которые, в свою очередь, соответствуют образованию кварк-глюонных трубок, соединяющих между собой кварки и дикварки сталкивающихся частиц. Механизм Швингера [9], обеспечивающий фрагментацию струн посредством образования пар кварк–антикварк внутри цветového поля, приводит к равномерному распределению образующихся частиц по быстроте  $y$ . Отметим, что струнный подход [10]–[12] был развит еще до появления КХД в теории Редже–Грибова [13], [14].

С увеличением энергии столкновения или при рассмотрении столкновений тяжелых ядер большой вклад в амплитуду рассеяния начинают давать диаграммы с обменом несколькими померонами или с большим числом струн. Присутствие большого числа струн должно изменять вакуум КХД, т. е. необходимо учитывать взаимодействие струн. В бескварковой чисто калибровочной теории расчетами на решетке было показано [15] наличие короткодействующего притягивающего взаимодействия между двумя струнами, создаваемыми четырьмя цветовыми зарядами,  $e^{-m_{\text{gl}} r}/r$ , где масса глобола  $m_{\text{gl}} \approx 1.5$  ГэВ. Для учета роли легких кварков были рассчитаны [16] средние по вакууму значения различных операторов, в частности было показано, что имеет место подавление кирального конденсата  $\langle \bar{q}q \rangle$  в окрестности струны. В работах [17], [18] была предложена интерпретация коррелятора кирального конденсата с петлей Вильсона как поле, создаваемое облаком сигма-мезонов:

$$\frac{\langle \bar{q}q(r_\perp)W \rangle}{\langle W \rangle \langle \bar{q}q \rangle} = 1 - K_0(m_\sigma \widetilde{r}_\perp), \quad (1)$$

где  $\widetilde{r}_\perp^2 = r_\perp^2 + s_{\text{string}}^2$  – регуляризованное расстояние в поперечной плоскости, а  $K_0$  – нулевая модифицированная функция Бесселя второго порядка, соответствующая массивному скалярному пропагатору в двух измерениях. Стоит отметить, что аналогичную зависимость коррелятора кирального конденсата с петлей Вильсона от расстояния от центра струны в поперечной плоскости удастся повторить, если рассматривать КХД-струну как аналог вихревых линий в сверхпроводниках [19]–[21]. Таким образом, задача взаимодействия струн сводится к решению системы уравнений движения струн в рамках двумерной молекулярной динамики. При достаточно большом числе струн в результате их притяжения будут образовываться кластеры с частично восстановленной киральной симметрией [22], [23] и с плотностью энергии, достаточной для формирования кварк-глюонной плазмы.

В работах [24]–[28] показано, что фрагментация подобных кластеров слившихся струн отличается от фрагментации независимой струны в связи с изменением напряженности цветových полей внутри.

Помимо движения в поперечной плоскости необходимо рассматривать продольное движение струн, вызванное торможением их массивных концов [29], [30]. Учет продольной динамики особенно важен при недостаточно высоких энергиях, когда не выполняется условие трансляционной инвариантности по быстроте [31]. Тем самым интересно изучать корреляции между выходами частиц в некоторых разделенных между собой быстройных диапазонах – будем обозначать множественности  $N_F$  (в переднем быстройном окне) и  $N_B$  (в заднем быстройном окне) [32].

Обычно в экспериментах эти эффекты изучаются с помощью коэффициента корреляции [33]

$$b_{\text{corr}}[N_F, N_B] = \frac{\langle N_F \cdot N_B \rangle - \langle N_F \rangle \cdot \langle N_B \rangle}{\langle N_F^2 \rangle - \langle N_F \rangle^2}. \quad (2)$$

На коэффициент корреляции оказывают влияние как локальные эффекты, связанные с разрывом струны и рождением частиц из ее близких сегментов, так и глобальные эффекты, например флуктуация общего числа струн [27], [32]. При рассмотрении исключительно дальних корреляций удается наиболее полно проанализировать роль коллективных эффектов в начальном состоянии столкновения. В частности, были получены аналитические выражения для асимптотики коэффициента дальних быстройных корреляций в модели со слиянием струн в пределе большой плотности числа струн [34].

При изучении флуктуаций традиционно вводится следующая классификация. Экстенсивными называют переменные, которые пропорциональны объему системы, а интенсивными – те, которые не зависят от объема, при этом понятие объема системы может меняться от модели к модели. Например, в струнных моделях под объемом подразумевается количество струн в событии, а в термодинамических моделях – реальный объем, который занимает материя.

Для того чтобы ослабить роль объемных флуктуаций при анализе корреляций любых экстенсивных величин, используются сильноинтенсивные переменные [35]. В данной работе в модели вычисляются сильноинтенсивные величины для двух пар экстенсивных наблюдаемых: 1) множественностей в двух быстройных окнах  $N_F$  и  $N_B$  [27], [36], [37]; 2) множественности  $N$  и суммарного поперечного импульса в событии  $P_T$  в одном быстройном окне [38]:

$$\Sigma[N_F, N_B] = \frac{1}{\langle N_F \rangle + \langle N_B \rangle} [\langle N_F \rangle \omega[N_B] + \langle N_B \rangle \omega[N_F] - 2 \text{cov}(N_F, N_B)], \quad (3)$$

$$\Delta[P_T, N] = \frac{1}{\langle N \rangle \omega \langle p_T \rangle} [\langle N \rangle \omega[P_T] - \langle P_T \rangle \omega[N]], \quad (4)$$

$$\Sigma[P_T, N] = \frac{1}{\langle N \rangle \omega \langle p_T \rangle} [\langle N \rangle \omega[P_T] + \langle P_T \rangle \omega[N] - 2 \text{cov}(P_T, N)]. \quad (5)$$

В формулах (2)–(5) угловые скобки означают усреднение по событиям,

$$\omega[A] = \frac{\langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2}{\langle A \rangle}, \quad \omega \langle p_T \rangle = \frac{\langle p_T^2 \rangle - \langle p_T \rangle^2}{\langle p_T \rangle}$$

– приведенная дисперсия величины  $A$  и приведенная дисперсия инклюзивного распределения по поперечному импульсу, двойные угловые скобки – усреднение по всем частицам. Сильноинтенсивные переменные имеют два характерных масштаба: они

равны нулю в случае отсутствия любых флуктуаций и равны единице в случае независимого рождения частиц. Кроме того, в модели независимого рождения частиц эти величины не зависят от объема образующейся в столкновении системы, а также от флуктуаций этого объема. Таким образом, при использовании этих переменных подавляется тривиальный вклад от объемных флуктуаций.

Настоящая работа является продолжением исследования процессов мультипомеронного обмена [39]–[43], на этот раз предлагается учитывать продольную и поперечную динамику струн. Также стоит отметить, что в струнных моделях со сливанием уже изучались совместные флуктуации множественности и поперечного импульса [42], [44], [45], но не учитывались возможные изменения в начальном состоянии за счет движения струн.

Мы рассматривали неупругие  $p+p$  взаимодействия при энергии столкновения  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  ГэВ, достигаемой, например, на Релятивистском коллайдере тяжелых ионов (RHIC) в Брукхейвене и ранее на Протон-антипротонном суперсинхротроне ( $Spp\bar{S}$ ) в ЦЕРН. Выбор этой энергии столкновения обусловлен тем, что при такой энергии уже может образовываться достаточно большое количество струн, а значит, можно исследовать коллективные эффекты. При этом все еще остается важной продольная динамика, так как не работает приближение трансляционной инвариантности по быстрой, выполняющееся при более высоких энергиях.

## 2. МОДЕЛЬ МУЛЬТИПОМЕРОННОГО ОБМЕНА И ДИНАМИКА ЦВЕТОВЫХ СТРУН

Модель описывает неупругое взаимодействие двух протонов в терминах обмена несколькими померонами, число которых определяется из следующего выражения для вероятности мультипомеронного обмена [12], полученного в квазиэikonальном приближении:

$$P(n_{\text{pom}}) = C(z) \frac{1}{z n_{\text{pom}}} \left( 1 - e^{-z} \sum_{l=0}^{n_{\text{pom}}-1} \frac{z^l}{l!} \right), \quad (6)$$

где параметр  $z = \frac{2C\gamma s^\Delta}{R^2 + \alpha' \ln s}$  отвечает за зависимость результатов от энергии столкновения, а  $C(z)$  – нормировочный коэффициент. Конкретный выбор параметров обсуждается в конце данного раздела.

Обмен помероном соответствует образованию двух цветоческих струн  $n_{\text{str}} = 2n_{\text{pom}}$ . Предположим, что все партоны участвуют в столкновении, следовательно, изначально потребуем, чтобы в каждом отдельном событии сталкивающиеся протоны имели одинаковое количество партонов, такое, что  $n_{\text{part}} = n_{\text{str}} - 1$  (см. ниже причину вычитания одного партона).

Для каждого протона с некоторым  $n_{\text{part}}$  разыгрываем импульсы партонов  $x_i$ , как доли  $p_{\text{beam}}$ , из партонных функций распределения на масштабе  $Q^2 = 1$  (ГэВ/с)<sup>2</sup>. Каждый найденный импульс  $x_i$  отождествляем с партоном: определяем аромат кварка пропорционально вероятности его обнаружения при данном  $x_i$  и кладем его массу равной токовой. На этом шаге вклад глюонов не учитывается.

Для того чтобы учесть закон сохранения энергии и импульса и при этом не нарушить эксклюзивное распределение партонных плотностей по  $x$ , используем алгоритм перестановок. Сначала генерируем наборы большого числа протонов с разными  $n_{\text{part}}$ , причем максимальное число партонов определяется из работы [12] и зависит от энергии взаимодействия. Далее случайным образом выбираем из набора

с некоторым  $n_{\text{part}}$  паре протонов  $P_1$  и  $P_2$ , в них случайным образом выбираем пару партонов  $p_i^{(1)}$  и  $p_j^{(2)}$  и пробуем поменять их местами. Если такая перестановка приводит к одновременному “улучшению” суммы  $x_i$  в обоих протонах  $P_1$  и  $P_2$  (т.е. сумма либо увеличивается, если была меньше единицы, либо уменьшается, если была больше единицы), то мы ее выполняем. Если сумма  $x_i$  от такой перестановки “ухудшается” хотя бы в одном из протонов, то мы пробуем переставить другие пары партонов из  $P_1$  и  $P_2$ . Если “улучшение” суммы оказывается невозможным ни для каких перестановок партонов из  $P_1$  и  $P_2$ , то мы выбираем другую пару протонов. Наряду с проверкой  $\sum_i^{n_{\text{part}}} x_i$  следим также и за тем, чтобы сумма долей энергии протона  $\sum_i^{n_{\text{part}}} e_i$  стремилась к единице, но не превосходила ее. Здесь нормированная энергия партона дается выражением

$$e_i = \sqrt{\frac{m_i^2}{m_{\text{proton}}^2 \text{ch}^2(y_{\text{beam}})} + x_i^2 \text{th}^2(y_{\text{beam}})}.$$

Трудоёмкость такого подхода существенно растет с увеличением  $n_{\text{part}}$ , что не позволяет достичь строгого равенства  $\sum_i^{n_{\text{part}}} x_i = 1$ . На некотором шаге итерации, когда заведомо  $\sum_i^{n_{\text{part}}} x_i < 1$ , фиксируем получившиеся протоны и восполняем до единицы нехватку  $\sum_i^{n_{\text{part}}} x_i$  за счет введения глюонного облака с

$$x_{\text{gcloud}} = 1 - \sum_i^{n_{\text{part}}} x_i, \quad e_{\text{gcloud}} = 1 - \sum_i^{n_{\text{part}}} e_i, \quad m_{\text{gcloud}} = \sqrt{E_{\text{gcloud}}^2 - p_{\text{gcloud}}^2}.$$

Теперь равенство  $n_{\text{part}} = n_{\text{str}}$  выполняется строго.

После того как все протоны приготовлены, формируем событие: выбираем случайную пару протонов с  $n_{\text{part}} = n_{\text{str}}$  и комбинируем партоны в пары для образования струн так, чтобы энергии струны было достаточно хотя бы для рождения пары пионов в покое, т.е. требуем, чтобы выполнялось условие  $\sqrt{s_{NN}x_1x_2} \geq 2m_\pi$ . На этом завершается первый этап p+p столкновения в модели: цветковые струны натянуты между партонами-участниками (пока не рассматриваем вклады дикварков и партонов-наблюдателей).

Далее мы исследовали эволюцию струнной плотности как в продольном направлении быстрот, так и в поперечной плоскости взаимодействия в каждом событии.

Взаимодействие струн в поперечной плоскости, описываемое двумерным потенциалом Юкавы [18], приводит их в движение согласно системе уравнений

$$\ddot{\vec{r}}_i = \vec{f}_{ij} = \frac{\vec{r}_{ij}}{\sqrt{r_{ij}^2 + s_{\text{string}}^2}} (g_N \sigma) m_\sigma 2K_1(m_\sigma \tilde{r}_{ij}), \quad (7)$$

где  $\vec{r}_{ij}$  – двумерный вектор расстояния между струнами  $i$  и  $j$ ,  $m_\sigma$  соответствует массе сигма-мезона, обмен которыми обеспечивает наличие короткодействующего притягивающего взаимодействия между струнами,  $K_1$  – модифицированная функция Бесселя, которая возникает ввиду цилиндрической симметрии решаемой задачи, в которой струны движутся как единое целое.

Зададим начальные условия для положений струн из распределения Гаусса. Отметим, что это упрощение в дальнейшем следует заменить на использование модели Глаубера для описания начальной конфигурации в ядро-ядерных столкновениях.

В данном подходе динамика системы струн в поперечной плоскости напоминает колебания маятника: поочередное сближение и разлетание струн вызывает колоссальные флуктуации в их плотности. Остановим эволюцию системы в некоторый момент времени  $\tau$ , например при  $\tau = 1.5$  фм/с, что соответствует среднему времени до начала фрагментации струн, или в момент  $\tau = \tau_{\text{deepest}}$ , который характеризует состояние глобального минимума потенциальной энергии для системы струн в событии. Отметим, что при  $\tau_{\text{deepest}}$  наблюдается максимальная струнная плотность.

Рассмотрим эволюцию струнной плотности в направлении быстрот. Начальные положения струн однозначно определяются партонами на концах: их значения  $x_p$  и  $m_p$  задают флуктуирующие  $y_p^{\text{init}}$ :

$$y_p^{\text{init}} = \pm a \operatorname{arsh} \left( \frac{x_p p_{\text{beam}}}{m_p} \right). \quad (8)$$

Дальнейшие изменения происходят ввиду того, что натяжение струны тормозит массивные партоны на концах согласно  $|dp_p/dt| = -\sigma$ , что уменьшает быстроты концов струн на величину

$$y_p^{\text{loss}} = \mp a \operatorname{arch} \left( \frac{\tau^2 \sigma^2}{2m_p^2} + 1 \right). \quad (9)$$

Синхронизируем продольную и поперечную динамику, положив  $\tau$  одинаковым в (7) и (9). Определив новые трехмерные положения струн, переходим к следующему этапу p+p столкновения – слиянию струн и их эффективной адронизации.

Конечные размеры струн в поперечной плоскости приводят к их неизбежному перекрытию. Воспользуемся реализацией механизма слияния струн на сетке с постоянным размером ячейки в поперечной плоскости столкновения [46]. Согласно этому подходу опустим точный подсчет площадей перекрытия струн и вместо этого учтем перекрытие струн только в том случае, когда их центры попадают в одну ячейку. Данное упрощение позволяет существенно сократить время вычисления, тогда как результаты остаются верными. Особенностью данной реализации модели является то, что положения струн по быстрой неоднородны, и, как следствие, слияние будет происходить также не повсеместно, как в случае бесконечно длинных струн, а только в некоторых интервалах по быстрой. Таким образом, картина слияния усложняется и становится трехмерной.

В том интервале быстрот, где происходит слияние, заменим  $k$  пересекающихся независимых струн на кластер из тех же  $k$  источников, но уже с модифицированными характеристиками рождения частиц [47]. В частности, отметим падение множественности частиц от струнного кластера по сравнению с независимыми струнами, для которых  $\mu_0$  – это средняя множественность на единицу быстрой:

$$\langle \mu \rangle_k = \mu_0 \sqrt{k}. \quad (10)$$

Важно отметить, что в работе [48] соответствующее изменение спектра по поперечному импульсу для частиц от кластера из  $k$  струн было определено аналогично как  $\langle p_T \rangle_k = p_0 \sqrt[4]{k}$ , где  $p_0$  – средний поперечный импульс частиц, рожденных невзаимодействующей цветовой струной. Так, слияние струн явно увеличивает средний поперечный импульс частиц.

Другой подход для модификации спектра по поперечному импульсу представлен в работах [39]–[43]. Здесь увеличение величины  $\langle p_T \rangle$  достигается за счет коллективности общего числа струн  $M$  в событии как степень  $M^\beta$ , которая рассчитана по формуле

$$\beta = 1.16 [1 - (\ln \sqrt{s_{NN}} - 2.52)^{-0.19}]$$

и, что примечательно, равна  $1/4$  для энергий Большого адронного коллайдера.

Попробуем объединить эти подходы в модели: введем степень  $k^\beta$  для модификации поперечного импульса от кластера из  $k$  струн, что позволит учесть зависимость от энергии столкновения:

$$\langle p_T \rangle_k = p_0 k^\beta. \quad (11)$$

Отметим, что  $k^\beta$  и  $M^\beta$  являются принципиально разными факторами и что, вероятно, в дальнейшем потребуется другое фитирование данных для уточнения определения  $\beta$  в нашей новой интерпретации. Однако уже на этом этапе понятно, что при более низких энергиях столкновений, где значения степени  $\beta$ , определенной в работах [39]–[43], переходят через ноль ( $\beta = -0.286, 0.205, 0.343$  для  $\sqrt{s_{NN}} = 17, 200, 7000$  ГэВ соответственно), будет происходить подавление среднего поперечного импульса (11).

Определив характеристики кластеров струн, перейдем к их эффективной адронизации. Отметим, что для изучения влияния эффекта слияния струн на графиках в разделе 4 представлены результаты как для взаимодействующих, так и для независимых источников. Последнее означает, что система струн претерпела те же динамические изменения в пространстве быстрот и поперечной плоскости, однако перекрытие и слияние струн не были учтены.

Выполним разбиение (кластеров) струн в быстротном направлении на интервалы длины  $\varepsilon$ , чтобы сопоставить быстроты частицам, рожденным разными участками струны. Среднюю множественность от такого интервала найдем как  $\langle N_\varepsilon \rangle = \mu_0 \varepsilon \sqrt{k}$  и разыграем множественность  $N_\varepsilon$  по распределению Пуассона с этим средним. Уточним, что множественность от струны  $j$  (кластера) складывается из множественностей от ее интервалов длины  $\varepsilon$  как  $N_j = \sum_l N_\varepsilon^l$ . Следовательно, множественность в событии – это сумма по всем струнам (кластерам)  $N = \sum_j N_j$ .

Далее для описания распада струны воспользуемся швингеровским механизмом фрагментации: чтобы достичь равномерного распределения рожденных частиц по быстройте, разыграем их быстроты по распределению Гаусса для каждого интервала длины  $\varepsilon$  так, чтобы гауссовское среднее соответствовало центру интервала, а дисперсия – его ширине. Типы частиц разыграем по швингеровским вероятностям  $\sim \exp(-\pi m_i^2 / \sigma k^{2\beta})$  с  $\sigma = 4p_0^2$ , включив  $\pi$ ,  $K$ ,  $p$  и  $\rho$ -резонанс, который распадается на два заряженных пиона, а поперечный импульс определим из распределения [9]

$$f(p_T) = \frac{\pi p_T}{2 \langle p_T \rangle_k^2} \exp\left(-\frac{\pi p_T^2}{4 \langle p_T \rangle_k^2}\right). \quad (12)$$

Укажем использованные параметры модели:  $g_N\sigma_T = 0.2$ ,  $s_{\text{string}} = 0.176$  фм,  $m_\sigma = 0.6$  ГэВ/ $c^2$  [18],  $\Delta = 0.2$ ,  $C = 1.5$ ,  $\gamma = 1.035$  ГэВ $^{-2}$ ,  $R^2 = 3.3$  ГэВ $^{-2}$ ,  $\alpha' = 0.05$  ГэВ $^{-2}$  [49],  $\varepsilon = 0.1$ , размер ячейки в поперечной сетке для реализации механизма слияния составляет 0.3 фм,  $\mu_0 = 0.95$  и  $p_0 = 0.35$  ГэВ/ $c$ . Параметр  $\mu_0$  подбирался для соответствия модельного распределения частиц по псевдобыстроте и

$$\left. \frac{dN}{d\eta} \right|_{\eta=0} = 0.815s^{0.10671} \quad (13)$$

для  $s = (\sqrt{s_{NN}})^2$ .

### 3. ФОРМАЛИЗМ

Для изучения быстротных корреляций с учетом продольной динамики независимых кварк-глюонных струн необходимо расширить предложенное ранее аналитическое описание фрагментации струн двух разных типов [27] на случай струн трех типов. Два быстротных окна задают следующие классы струн: фрагментирующие одновременно в оба окна и фрагментирующие только в переднее или только в заднее окно. Обозначим вероятность того, что мы имеем  $n_{\text{long}}$  струн первого типа,  $n_{\text{forward}}$  струн второго типа и  $n_{\text{backward}}$ , как  $q(n_{\text{long}}, n_{\text{forward}}, n_{\text{backward}})$ :

$$\sum_{n_{\text{long}}, n_{\text{forward}}, n_{\text{backward}}} q(n_{\text{long}}, n_{\text{forward}}, n_{\text{backward}}) = 1. \quad (14)$$

Введем следующие обозначения для моментов этого распределения:

$$\begin{aligned} \sum_{n_{\text{long}}, n_{\text{forward}}, n_{\text{backward}}} q(n_{\text{long}}, n_{\text{forward}}, n_{\text{backward}}) n_i &= \bar{n}_i, \\ \sum_{n_{\text{long}}, n_{\text{forward}}, n_{\text{backward}}} q(n_{\text{long}}, n_{\text{forward}}, n_{\text{backward}}) n_i^2 &= \bar{n}_i^2, \\ \sum_{n_{\text{long}}, n_{\text{forward}}, n_{\text{backward}}} q(n_{\text{long}}, n_{\text{forward}}, n_{\text{backward}}) n_i \cdot n_j &= \bar{n}_i \cdot \bar{n}_j, \end{aligned} \quad (15)$$

$$D_{n_i} = \bar{n}_i^2 - \bar{n}_i^2,$$

$$\text{cov}(n_i, n_j) = \bar{n}_i \cdot \bar{n}_j - \bar{n}_i \cdot \bar{n}_j,$$

где индексы  $i$  и  $j$  пробегают по набору (long, forward, backward).

Для подсчета множественностей в двух быстротных окнах необходимо суммировать вклады от струн разного типа:

$$\begin{aligned} N_{\text{F}} &= \sum_{k=1}^{n_{\text{long}}} N_{\text{F}}^{(k)} + \sum_{s=1}^{n_{\text{forward}}} N_{\text{F}}^{(s)}, \\ N_{\text{B}} &= \sum_{k=1}^{n_{\text{long}}} N_{\text{B}}^{(k)} + \sum_{t=1}^{n_{\text{backward}}} N_{\text{B}}^{(t)}. \end{aligned} \quad (16)$$



Тогда для случая независимых источников совместное распределение  $P(N_F, N_B)$  будет задаваться в виде свертки распределения по вероятности  $q(C)$  иметь некую струнную конфигурацию  $C$  и распределения по множественности  $P_C(N_F, N_B)$  для этой фиксированной конфигурации:

$$P(N_F, N_B) = \sum_C q(C) P_C(N_F, N_B). \tag{17}$$

Конкретный вид функции  $P_C(N_F, N_B)$  дается в виде свертки соответствующих вероятностей от одиночных струн:

$$\begin{aligned} P_C(N_F, N_B) = & \sum_{(N_F^{(k)}, N_F^{(s)})} \delta_{N_F, \sum_{k=1}^{n_{\text{long}}} N_F^{(k)} + \sum_{s=1}^{n_{\text{forward}}} N_F^{(s)}} \times \\ & \times \sum_{(N_B^{(k)}, N_B^{(t)})} \delta_{N_B, \sum_{k=1}^{n_{\text{long}}} N_B^{(k)} + \sum_{t=1}^{n_{\text{backward}}} N_B^{(t)}} \times \\ & \times \prod_{k=1}^{n_{\text{long}}} P(N_F^{(k)}, N_B^{(k)}) \prod_{s=1}^{n_{\text{forward}}} P(N_F^{(s)}) \prod_{t=1}^{n_{\text{backward}}} P(N_B^{(t)}). \end{aligned} \tag{18}$$

Введем следующие обозначения для первых моментов распределений одиночных струн:

$$\begin{aligned} \sum_{N_F^{(k)}, N_B^{(k)}} P(N_F^{(k)}, N_B^{(k)}) N_F^{(k)} &= \sum_{N_F^{(s)}} P(N_F^{(s)}) N_F^{(s)} = \overline{\mu_F}, \\ \sum_{N_F^{(k)}, N_B^{(k)}} P(N_F^{(k)}, N_B^{(k)}) N_B^{(k)} &= \sum_{N_B^{(t)}} P(N_B^{(t)}) N_B^{(t)} = \overline{\mu_B}, \end{aligned} \tag{19}$$

и по аналогии для высших моментов. В случае быстротных окон, симметрично расположенных относительно нулевой быстроты, очевидно выполняется  $\overline{\mu_F} = \overline{\mu_B} \equiv \overline{\mu}$ . Используя все перечисленные обозначения, найдем выражения для составляющих коэффициента корреляции (2) и сильноинтенсивной величины  $\Sigma$  (3):

$$\langle N_F \rangle = \overline{\mu}(\overline{n_{\text{long}}} + \overline{n_{\text{forward}}}), \tag{20}$$

$$\langle N_B \rangle = \overline{\mu}(\overline{n_{\text{long}}} + \overline{n_{\text{backward}}}), \tag{21}$$

$$D_{N_F} = \overline{\mu}^2(D_{n_{\text{long}}} + 2 \text{cov}(n_{\text{long}}, n_{\text{forward}}) + D_{n_{\text{forward}}}) + D_{\mu}(\overline{n_{\text{long}}} + \overline{n_{\text{forward}}}), \tag{22}$$

$$D_{N_B} = \overline{\mu}^2(D_{n_{\text{long}}} + 2 \text{cov}(n_{\text{long}}, n_{\text{backward}}) + D_{n_{\text{backward}}}) + D_{\mu}(\overline{n_{\text{long}}} + \overline{n_{\text{backward}}}), \tag{23}$$

$$\text{cov}(N_F, N_B) = \overline{\mu}^2(D_{n_{\text{long}}} + 2 \text{cov}(n_{\text{long}}, n_{\text{forward}}) + \text{cov}(n_{\text{forward}}, n_{\text{backward}})). \tag{24}$$

Здесь можно воспользоваться тем, что в модели количество частиц от одной струны генерируется согласно распределению Пуассона, а значит,  $D_{\mu} = \overline{\mu}$ .

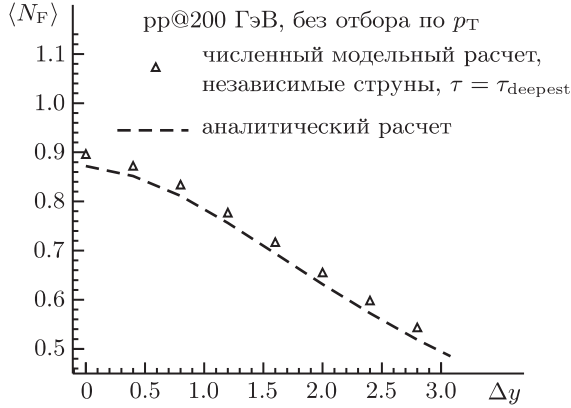


Рис. 1. Зависимость средней множественности в переднем быстройном окне  $\langle N_F \rangle$  от расстояния между быстройными интервалами  $\Delta y$  для случая независимых источников. Результаты представлены для аналитических (линии) и численных (треугольники) расчетов.

Определив моменты распределения по струнным конфигурациям (15) из численных расчетов для независимых источников, можно подставить их в аналитические формулы. Приведем результаты, которые получены для случая, когда изучались корреляции между двумя окнами шириной 0.2 единицы быстройты. На рис. 1 показано сопоставление полного модельного расчета и формулы (20) при изменении расстояния между окнами  $\Delta y$ . С увеличением расстояния между окнами, очевидно, количество струн типа  $n_{\text{long}}$  уменьшается.

Наконец, объединяя полученные выражения, имеем

$$b_{\text{corr}}[N_F, N_B] = \frac{\bar{\mu}(D_{n_{\text{long}}} + 2 \text{cov}(n_{\text{long}}, n_{\text{forward}}) + \text{cov}(n_{\text{forward}}, n_{\text{backward}}))}{\bar{\mu}(D_{n_{\text{long}}} + 2 \text{cov}(n_{\text{long}}, n_{\text{forward}}) + D_{n_{\text{forward}}}) + \bar{n}_{\text{long}} + \bar{n}_{\text{forward}}}, \quad (25)$$

$$\Sigma[N_F, N_B] = 1 + \bar{\mu} \frac{D_{n_{\text{backward}}} - \text{cov}(n_{\text{forward}}, n_{\text{backward}})}{\bar{n}_{\text{long}} + \bar{n}_{\text{forward}}}.$$

Важно отметить, что в результате рассмотрения независимых источников трех типов сильноинтенсивная величина  $\Sigma$  приобретает зависимость от флуктуаций струнной конфигурации и перестает быть сильноинтенсивной. На рис. 2 показано сопоставление полных модельных расчетов с выражениями (25). В работах [27], [36], [37] ослабление корреляций и рост величины  $\Sigma$  с увеличением расстояния между окнами являлся следствием уменьшения корреляций от одного источника. В настоящей работе корреляциями от одного источника мы пренебрегаем, и весь эффект повторяется за счет флуктуации начальных состояний – выбора струнных конфигураций.

Проведенное сопоставление расчетов методом Монте-Карло с прямыми аналитическими расчетами показывает надежность применения численных расчетов и позволяет перейти к рассмотрению результатов с учетом поперечной динамики струн, вызванной их взаимодействием.

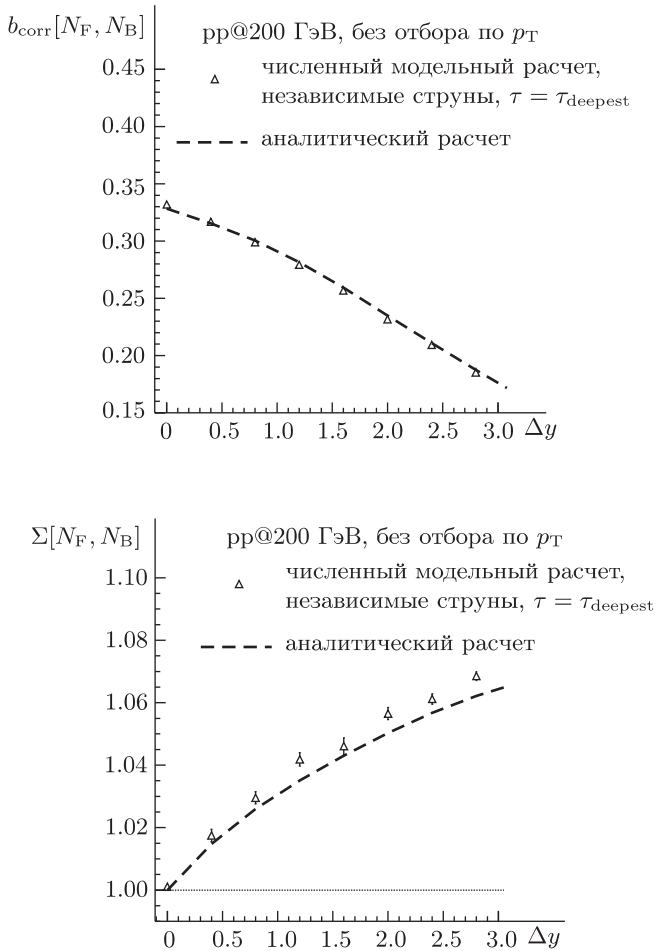


Рис. 2. Зависимость величин  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  и  $\Sigma[N_F, N_B]$  от расстояния между быстротными интервалами  $\Delta y$  для случая независимых источников. Результаты представлены для аналитических (штриховая линия) и численных (треугольники) расчетов.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ, СРАВНЕНИЕ С ГЕНЕРАТОРОМ СОБЫТИЙ PYTHIA

Струнный формализм, представленный в разделе 3, может быть обобщен на случай сливающихся струн посредством введения новых классов струн, отвечающих разным степеням перекрытия. Однако в данной работе мы ограничимся численными расчетами в модели.

На рис. 3 представлены результаты расчетов величин, строящихся для множественностей заряженных адронов в двух быстротных окнах. Вычисления проводились как для взаимодействующих (притягивающихся и сливающихся) источников, так и для независимых. Струнная эволюция рассматривалась либо до собственного времени  $\tau = 1.5$  фм/с, либо до момента достижения минимума потенциальной

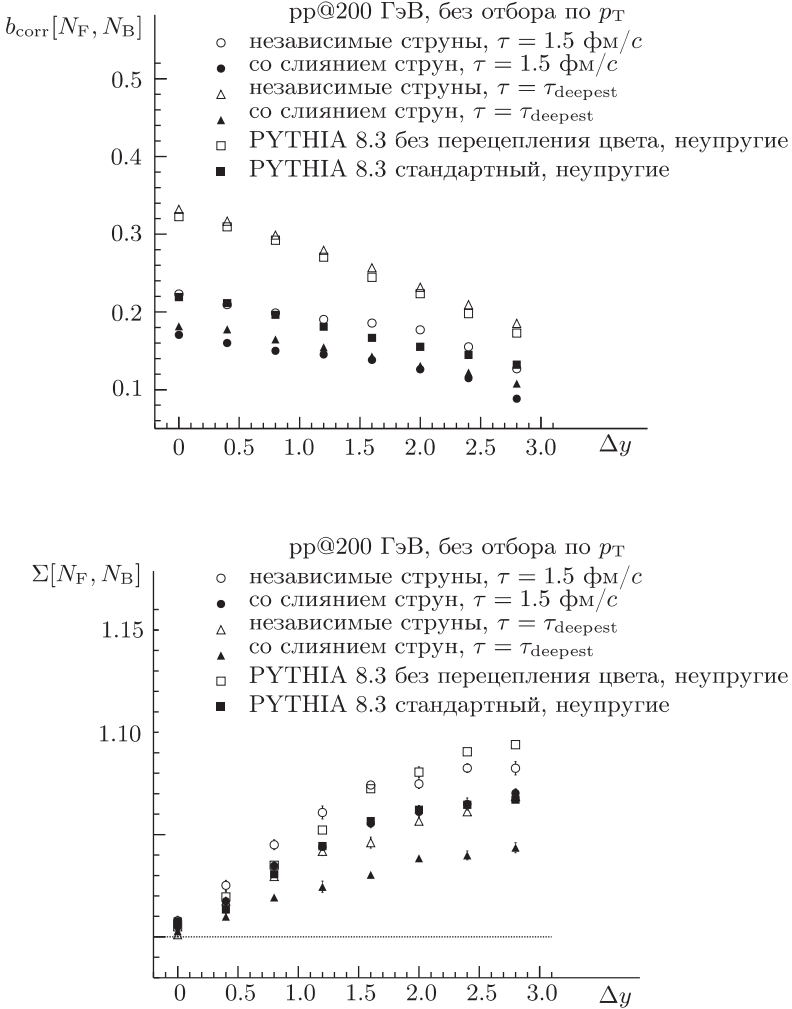


Рис. 3. Зависимость величин  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  и  $\Sigma[N_F, N_B]$  от расстояния между быстротными интервалами  $\Delta y$ .

энергии системы струн  $\tau_{\text{deepest}}$ . Ключевой вывод состоит в том, что слияние струн значительным образом модифицирует значения обеих величин. При этом в момент минимума потенциальной энергии степень перекрытия струн максимальна, и, как следствие, это приводит к максимальному отклонению от свободного случая.

Аналогичный вывод о роли слияния можно сделать и для совместных флуктуаций множественности и суммарного поперечного импульса, результаты расчета которых представлены на рис. 4. Кроме того, видно, что обе величины превосходят единицу, что согласуется с более ранними выводами для такой энергии столкновения [42]. Ранее было показано, что с уменьшением энергии величина  $\Delta$  становится меньше единицы. Монотонный рост с увеличением ширины окна  $\delta y$  также согласуется с результатами работы [42], где не учитывалось движение струн в поперечной плоскости.

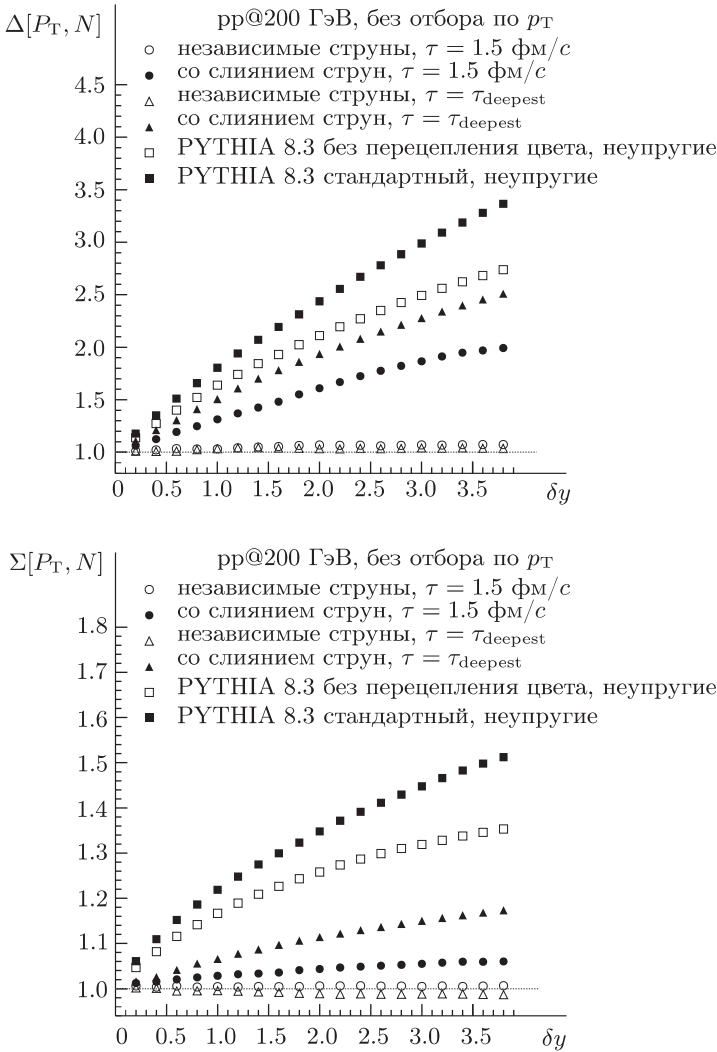


Рис. 4. Зависимость величин  $\Delta[P_T, N]$  и  $\Sigma[P_T, N]$  от ширины быстротного интервала  $\delta y$ .

Для сравнения предсказаний расширенной модели мультипомеронного обмена с полученными методом Монте-Карло генераторами событий был выбран генератор РYTHIA 8.3 [50] со стандартным набором настроек Monash [51]. На рис. 3 и рис. 4 проводится сравнение результатов, полученных в настоящей работе, с предсказаниями РYTHIA в двух опциях – без механизма цветового переплетения и с его учетом. Этот механизм ответственен за рост среднего поперечного импульса с увеличением множественности, т. е. за эффект, аналогичный тому, который возникает в результате слияния струн. Видно, что для всех исследуемых корреляционных и флуктуационных величин учет взаимодействия приводит к изменениям, аналогичным тем, которые обусловлены включением механизма переплетения цвета.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе исследованы корреляции и флуктуации множественности и суммарного поперечного импульса, в частности методом сильноинтенсивных переменных, в неупругих  $p+p$  взаимодействиях при  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  ГэВ. Необходимость учитывать продольную и поперечную динамику цветowych КХД-струн, возникающую за счет торможения их массивных концов и взаимодействия между ними, приводит к расширению модели мультипомеронного обмена.

Получены аналитические выражения для величин  $b_{\text{сорт}}[N_F, N_B]$  и  $\Sigma[N_F, N_B]$  посредством рассмотрения флуктуаций различных струнных конфигураций. Аналитические расчеты, выполненные для случая независимых источников, совпадают с численным моделированием. Показано, что, как и в более ранних исследованиях без струнной динамики [52], коллективные эффекты в этой модели приводят к тому, что эти переменные перестают быть в строгом смысле сильноинтенсивными и могут зависеть от объемных флуктуаций. Таким образом, исключительно за счет флуктуаций струнных конфигураций в начальном состоянии удастся объяснить уменьшение  $b_{\text{сорт}}[N_F, N_B]$  и рост  $\Sigma[N_F, N_B]$  с увеличением расстояния между быстротными окнами.

Показано, что величины  $\Delta[P_T, N]$  и  $\Sigma[P_T, N]$  также зависят от коллективных эффектов и, кроме того, монотонно возрастают с увеличением ширины окна наблюдения, что согласуется с результатами работы [42].

Сравнение результатов, полученных в настоящей работе, с генератором событий РУТНІА 8.3 показало, что роль слияния струн сравнима с механизмом переплечения цвета.

Отметим, что проведенное исследование можно обобщить на случай адрон-ядерных или ядро-ядерных столкновений [53], воспользовавшись моделью Глаубера. Для таких столкновений возрастет число струн, а значит, будет достигаться еще большая плотность энергии в сливающихся струнных кластерах, что может привести к нетривиальным эффектам, в частности при исследовании зависимости флуктуационных наблюдаемых от классов центральности.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] E. Eichten, K. Gottfried, T. Kinoshita, J. Kogut, K. D. Lane, T.-M. Yan, “Spectrum of charmed quark-antiquark bound states”, *Phys. Rev. Lett.*, **34**:6 (1975), 369–372; Erratum, **36**:21, 1276–1276.
- [2] F. J. Wegner, “Duality in generalized Ising models and phase transitions without local order parameters”, *J. Math. Phys.*, **12**:10 (1971), 2259–2272.
- [3] K. G. Wilson, “Confinement of quarks”, *Phys. Rev. D*, **10**:8 (1974), 2445–2459.
- [4] M. Creutz, “Asymptotic-freedom scales”, *Phys. Rev. Lett.*, **45**:5 (1980), 313–316.
- [5] G. 't Hooft, “A planar diagram theory for strong interactions”, *Nucl. Phys. B*, **72**:3 (1974), 461–473.
- [6] G. Veneziano, “Regge intercepts and unitarity in planar dual models”, *Nucl. Phys. B*, **74**:3 (1974), 365–377.
- [7] G. Veneziano, “Large  $N$  expansion in dual models”, *Phys. Lett. B*, **52**:2 (1974), 220–222.
- [8] G. Veneziano, “Some aspects of a unified approach to gauge, dual and Gribov theories”, *Nucl. Phys. B*, **117**:2 (1976), 519.

- [9] J. Schwinger, “On gauge invariance and vacuum polarization”, *Phys. Rev.*, **82**:5 (1951), 664–679.
- [10] X. Artru, “Classical string phenomenology. How strings work”, *Phys. Rep.*, **97**:2–3 (1983), 147–171.
- [11] A. Capella, U. Sukhatme, C.-I. Tan, J. Tran Thanh Van, “Jets in small- $p_T$  hadronic collisions, universality of quark fragmentation, and rising rapidity plateaus”, *Phys. Lett. B*, **81**:1 (1979), 68–74.
- [12] A. B. Kaidalov, “The quark-gluon structure of the pomeron and the rise of inclusive spectra at high energies”, *Phys. Lett. B*, **116**:6 (1982), 459–463.
- [13] В. Н. Грибов, “Реджионная диаграммная техника”, *ЖЭТФ*, **53**:2 (1968), 654–672.
- [14] K. Werner, “Strings, pomerons and the VENUS model of hadronic interactions at ultrarelativistic energies”, *Phys. Rep.*, **232**:2–5 (1993), 87–299.
- [15] M. Zach, M. Faber, P. Skala, “Flux tubes and their interaction in  $U(1)$  lattice gauge theory”, *Nucl. Phys. B*, **529**:1–2 (1998), 505.
- [16] T. Iritani, G. Cossu, S. Hashimoto, “Analysis of topological structure of the QCD vacuum with overlap-Dirac operator eigenmode”, *PoS (LATTICE 2013)*, **187** (2014), 376, 7 pp.
- [17] T. Kalaydzhyan, E. Shuryak, “Self-interacting QCD strings and string balls”, *Phys. Rev. D*, **90**:2 (2014), 025031, 15 pp.
- [18] T. Kalaydzhyan, E. Shuryak, “Collective interaction of QCD strings and early stages of high-multiplicity  $pA$  collisions”, *Phys. Rev. C*, **90**:1 (2014), 014901, 10 pp.
- [19] D. E. Kharzeev, F. Loshaj, “Partial restoration of chiral symmetry in a confining string”, *Phys. Rev. D*, **90**:3 (2014), 037501, 5 pp.
- [20] P. Cea, L. Cosmai, A. Papa, “Chromoelectric flux tubes and coherence length in QCD”, *Phys. Rev. D*, **86**:5 (2012), 054501, 10 pp.
- [21] P. Cea, L. Cosmai, F. Cuteri, A. Papa, “Flux tubes in the  $SU(3)$  vacuum: London penetration depth and coherence length”, *Phys. Rev. D*, **89**:9 (2014), 094505, 7 pp.
- [22] D. Kharzeev, K. Tuchin, “From color glass condensate to quark-gluon plasma through the event horizon”, *Nucl. Phys. A*, **753**:3–4 (2005), 316–334.
- [23] P. Castorina, D. Kharzeev, H. Satz, “Thermal hadronization and Hawking–Unruh radiation in QCD”, *Eur. Phys. J. C*, **52**:1 (2007), 187–201.
- [24] В. А. Абрамовский, В. Н. Грибов, О. В. Канчели, “Характер инклюзивных спектров и флуктуаций в неупругих процессах, обусловленных многопомеронным обменом”, *ЯФ*, **18**:3 (1973), 595–616.
- [25] M. A. Braun, C. Pajares, “Particle production in nuclear collisions and string interactions”, *Phys. Lett. B*, **287**:1–3 (1992), 154–158.
- [26] А. Москосо, К. Андрес, К. Пахарес, “Высокоэнергетический предел КХД и новые экспериментальные данные Большого адронного коллайдера”, *ТМФ*, **176**:1 (2013), 127–139.
- [27] Е. В. Андронов, “Влияние механизма слияния кварк-глюонных струн на дальние быстрые корреляции и флуктуации”, *ТМФ*, **185**:1 (2015), 28–36.
- [28] M. A. Braun, J. Dias de Deus, A. S. Hirsch, C. Pajares, R. P. Scharenberg, B. K. Srivastava, “De-confinement and clustering of color sources in nuclear collisions”, *Phys. Rep.*, **599** (2015), 1–50.
- [29] Б. М. Барбашов, В. В. Нестеренко, *Модель релятивистской струны в физике адронов*, Энергоатомиздат, М., 1987.
- [30] C. Shen, B. Schenke, “Longitudinal dynamics and particle production in relativistic nuclear collisions”, *Phys. Rev. C*, **105**:6 (2022), 064905, 19 pp.
- [31] C. Shen, B. Schenke, “Dynamical initial-state model for relativistic heavy-ion collisions”, *Phys. Rev. C*, **97**:2 (2018), 024907, 14 pp.
- [32] A. Capella, A. Krzywicki, “Unitarity corrections to short-range order: Long-range rapidity correlations”, *Phys. Rev. D*, **18**:11 (1978), 4120–4133.

- [33] J. Adam, D. Adamova, M. M. Aggarwal et al. [ALICE collab.], “Forward-backward multiplicity correlations in pp collisions at  $\sqrt{s} = 0.9, 2.76$  and  $7$  TeV”, *JHEP*, **05** (2015), 097, 28 pp.
- [34] В. В. Вечернин, “Асимптотика коэффициентов корреляции поперечных импульсов в модели со слиянием струн”, *ТМФ*, **190**:2 (2017), 293–311.
- [35] M. I. Gorenstein, M. Gazdzicki, “Strongly intensive quantities”, *Phys. Rev. C*, **84**:1 (2011), 014904, 5 pp.
- [36] E. Andronov, V. Vechernin, “Strongly intensive observable between multiplicities in two acceptance windows in a string model”, *Eur. Phys. J. A*, **55**:1 (2019), 14, 12 pp.
- [37] С. Н. Белокурова, В. В. Вечернин, “Сильноинтенсивные переменные и дальние корреляции в модели с решеткой в поперечной плоскости”, *ТМФ*, **200**:2 (2019), 195–214.
- [38] M. Gazdzicki, M. I. Gorenstein, M. Mackowiak-Pawlowska, “Normalization of strongly intensive quantities”, *Phys. Rev. C*, **88**:2 (2013), 024907, 9 pp.
- [39] N. Armesto, D. A. Derkach, G. A. Feofilov, “ $p_t$ -Multiplicity correlations in a multi-pomeron-exchange model with string collective effects”, *Phys. Atom. Nucl.*, **71**:12 (2008), 2087–2095.
- [40] E. Bodnia, D. Derkach, G. A. Feofilov, V. Kovalenko, A. Puchkov, “Multi-pomeron exchange model for  $pp$  and  $p\bar{p}$  collisions at ultra-high energy”, *PoS (QFTHEP2013)*, **183** (2014), 060.
- [41] E. O. Bodnia, V. N. Kovalenko, A. M. Puchkov, G. A. Feofilov, “Correlation between mean transverse momentum and multiplicity of charged particles in  $pp$  and  $p\bar{p}$  collisions: From ISR to LHC”, *AIP Conf. Proc.*, **1606**:1 (2014), 273–282.
- [42] Е. В. Андронов, В. Н. Коваленко, “Сильноинтенсивные флуктуации между множественностью и полным поперечным импульсом в  $pp$ -взаимодействиях в подходе мультипомеронного обмена”, *ТМФ*, **200**:3 (2019), 415–428.
- [43] V. Kovalenko, G. Feofilov, A. Puchkov, F. Valiev, “Multipomeron model with collective effects for high-energy hadron collisions”, *Universe*, **8**:4 (2022), 246, 25 pp.
- [44] F. Liu, A. Tai, M. Gaździcki, R. Stock, “On transverse momentum event-by-event fluctuations in string hadronic models”, *Eur. Phys. J. C*, **8**:4 (1999), 649–654.
- [45] E. G. Ferreira, F. del Moral, C. Pajares, “Transverse momentum fluctuations and percolation of strings”, *Phys. Rev. C*, **69**:3 (2004), 034901, 5 pp.
- [46] M. A. Braun, R. S. Kolevatov, C. Pajares, V. V. Vechernin, “Correlations between multiplicities and average transverse momentum in the percolating color strings approach”, *Eur. Phys. J. C*, **32**:4 (2004), 535–546.
- [47] M. A. Braun, C. Pajares, J. Ranf, “Fusion of strings vs. percolation and the transition to the quark-gluon plasma”, *Internat. J. Modern Phys. A*, **14**:17 (1999), 2689–2704.
- [48] M. A. Braun, F. del Moral, C. Pajares, “Percolation of strings and the relativistic energy data on multiplicity and transverse momentum distributions”, *Phys. Rev. C*, **65**:2 (2002), 024907, 4 pp.
- [49] V. V. Vechernin, S. N. Belokurova, “The strongly intensive observable in  $pp$  collisions at LHC energies in the string fusion model”, *J. Phys.: Conf. Ser.*, **1690** (2020), 012088, 7 pp.
- [50] T. Sjöstrand, S. Ask, J. R. Christiansen et al., “An introduction to PYTHIA 8.2”, *Comput. Phys. Commun.*, **191** (2015), 159–177.
- [51] P. Skands, S. Carrazza, J. Rojo, “Tuning PYTHIA 8.1: the Monash 2013 tune”, *Eur. Phys. J. C*, **74**:8 (2014), 3024, 39 pp.
- [52] V. Vechernin, S. N. Belokurova, “Short- and long-range rapidity correlations in the model with a lattice in transverse plane”, *EPJ Web Conf.*, **191** (2018), 04011, 8 pp.
- [53] G. Feofilov, V. Kovalenko, A. Puchkov, “Correlation between heavy flavour production and multiplicity in  $pp$  and  $p$ -Pb collisions at high energy in the multi-pomeron exchange model”, *EPJ Web Conf.*, **171** (2018), 18003, 4 pp.