

## О ВЫТЯГИВАНИИ МЕЗОМАСШТАБНЫХ ВИХРЕЙ В ФИЛАМЕНТЫ И РАСПРЕДЕЛЕНИИ ИХ НА ПОВЕРХНОСТИ ОКЕАНА

*В. В. Жмур*<sup>1,2,3 \*</sup>, *Т. В. Белоненко*<sup>3</sup>, *Е. В. Новоселова*<sup>3</sup>, *Б. С. Суетин*<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт океанологии им. П. П. Ширшова РАН, г. Москва;

<sup>2</sup> Московский физико-технический институт, г. Москва;

<sup>3</sup> Санкт-Петербургский госуниверситет, г. Санкт-Петербург, Россия

Рассматриваются различные аспекты взаимодействия вихрей с баротропным потоком. При взаимодействии вихря с течением существует три варианта поведения его ядра: вращение, нутационные колебания и неограниченное вытягивание. В первых двух случаях вихрь остаётся локализованным образованием, при этом полуоси эллипса испытывают колебания около некоторого среднего значения. В третьем случае форма вихря изменяется следующим образом: одна из горизонтальных осей неограниченно увеличивается, вторая стремится к нулю, при этом вертикальный размер вихря не изменяется, а сам вихрь при виде сверху вытягивается в нить, оставаясь при этом эллипсоидальным. В результате в океане появляются вихревые образования — нити, называемые филаментами. Они возникают из первоначально практически круглых в горизонтальной плоскости вихрей и представляют собой вытянутые в одном направлении структуры, обладающие ненулевой завихренностью. В работе впервые предложен аналитико-графический способ определения режимов поведения трёхмерных эллипсоидальных вихрей для неоднородного горизонтального течения, линейного по горизонтальным координатам. Изучены условия неминуемого вытягивания вихрей в филаменты. Установлено, что вытягивание вихрей проявляется пятнами (доменами) на 60–67 % поверхности Мирового океана, характерные размеры этих пятен составляют около 200 км. Вытягивание вихрей в филаменты обеспечивает «перекачку» энергии из мезомасштабных процессов в субмезомасштабные. По данным глобального океанического реанализа GLORYS12V1 построены распределения доменов в Мировом океане. Показано, что вне зависимости от масштабов пространственного усреднения интегральная площадь областей, где мезомасштабные вихри могут вытягиваться в нити, доминирует.

### ВВЕДЕНИЕ

В 1978 году Комитетом по изобретениям СССР было зарегистрировано открытие существования в океане синоптических (мезомасштабных) вихрей. Это открытие было следствием большой работы по измерению течений, которая выполнялась в течение семи месяцев во время осуществления программы «ПОЛИГОН-70» в тропической зоне Северной Атлантики в 1970 году. В дальнейшем исследования мезомасштабных вихрей в океане были продолжены во время советско-американских экспериментов по программе МОДЕ (Саргассово море, 1973 год), ПОЛИМОДЕ (Северная Атлантика, 1977–1978 годы), МЕЗОПОЛИГОН (Северная Атлантика, 1985 год), МЕГАПОЛИГОН (Тихий океан, 1987 год). Эксперименты поставили ряд важных вопросов, касающихся физики океанских вихрей [1].

Будущее современной океанологии сегодня невозможно представить без применения спутниковых методов получения информации об океане, что обусловлено их неоспоримыми преимуществами, к главным из которых относятся следующие: пространственная репрезентативность, обеспечивающая проведение региональных и глобальных исследований; оперативность получения информации; возможность организации оперативного комплексного мониторинга в любой точке Мирового океана; низкая стоимость спутникового мониторинга по сравнению контактными методами исследования океана [2]. Прогресс в области дистанционного зондирования Земли

\* zhmur-vladimir@mail.ru

и развитие альтиметрических методов изучения океана позволяют сегодня осуществлять на регулярной основе ежедневный мониторинг морской поверхности и получать актуальную информацию о поверхности Мирового океана, анализировать изменчивость мезомасштабных вихрей и течений [3, 4]. С развитием вычислительной техники и гидродинамических моделей появилась возможность привлекать для исследования течений и вихрей данные моделирования, в том числе реанализы, в которых гидродинамическая модель ассимилирует спутниковые и *in situ* измерения, а также данные дрейфтеров, буев Argo и глайдеров.

Изучение мезомасштабных вихрей даёт представление о целых системах взаимосвязанных океанических характеристик и является одной из важнейших задач гидромеханики океана. Мезомасштабные вихри обладают собственной динамикой, в которой доминируют нелинейные эффекты. Они образуются практически повсеместно на всей акватории Мирового океана [5] и способны переносить тепло, массу, кинетическую энергию и биохимические характеристики из региона их формирования на огромные расстояния, что влияет на колебания климата. Несмотря на значительный прогресс в изучении кинематических свойств и динамических особенностей вихрей, их природа всё ещё требует изучения. Это относится, в частности, к поведению ядер вихрей, их взаимодействию друг с другом и с течениями, а также выживаемости вихрей в неоднородных внешних течениях.

В 1948 году С. А. Чаплыгин опубликовал работу [6], в которой рассмотрел деформацию двумерного вихря Кирхгофа потоком с постоянным сдвигом. В дальнейшем Кида продолжил эти исследования [7]. Для трёхмерных вихрей развитие этого направления было осуществлено в работах [8–14], где была разработана теория эволюции эллипсоидальных вихрей в океане под действием течений. Выводы этой теории заключаются в следующем: при взаимодействии вихря с течением существует три варианта его поведения — вращение, нутационные колебания и неограниченное вытягивание. В первых двух случаях вихрь остаётся локализованным образованием, и, хотя полуоси эллипса испытывают колебания около некоторого среднего значения, всё же они остаются ограниченными, как и сам вихрь. В третьем случае форма вихря изменяется следующим образом: одна из горизонтальных осей неограниченно увеличивается, вторая стремится к нулю, с сохранением вертикального размера, а сам вихрь в горизонтальной плоскости вытягивается в нить, оставаясь при этом эллипсоидальным. В результате в океане при виде сверху образуются вихревые нити, называемые филаментами, которые возникают из первоначально круглых в горизонтальной плоскости вихрей и представляют собой вытянутые в одном направлении структуры, обладающие ненулевой завихренностью. На спутниковом снимке (рис. 1) хорошо видны вихревые нити на поверхности моря. Отметим, что подобная картина является характерной для многих радиолокационных изображений.

Целью данной работы является изучение эволюции мезомасштабных вихрей при их вытягивании в филаменты на основе теории и по данным реанализа.

## 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ

Остановимся кратко на основных моментах, возникающих при взаимодействии вихря с течением.

Для баротропных течений  $\mathbf{u} = (u, v, 0)$  с наиболее общей линейной зависимостью скорости течения от горизонтальных координат

$$\mathbf{u} = (u, v, 0) = \begin{cases} u = u_0 + \epsilon x - \gamma y; \\ v = v_0 + \gamma x - \epsilon y \end{cases} ; \quad (1)$$

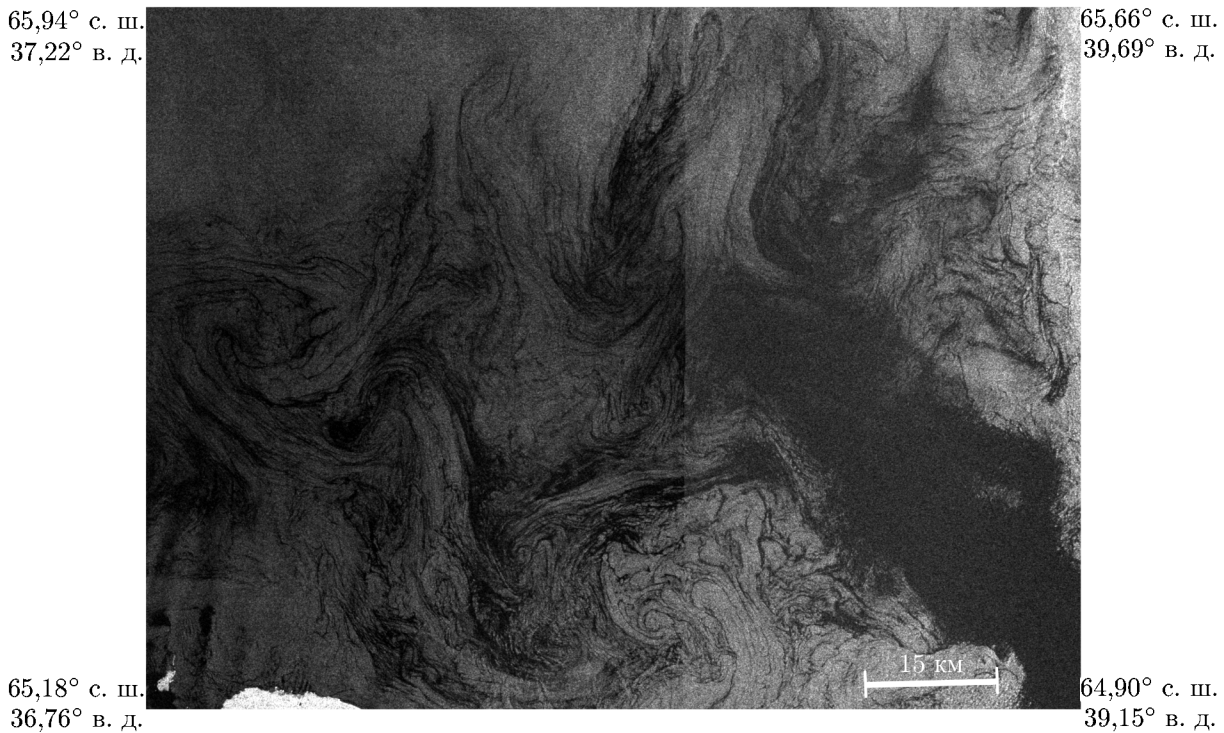


Рис. 1. Примеры проявлений филаментов в акватории Белого моря на радиолокационном изображении Envisat ASAR 08:11 UTC 24.06.2010 (данные Европейского космического агентства)

задача о взаимодействии вихря с течением сводится к определению эволюции во времени двух горизонтальных полуосей эллипсоида  $a(t)$  и  $b(t)$  (для определённости пусть  $a$  — большая, а  $b$  — малая полуоси). Здесь  $(x, y)$  — горизонтальные координаты,  $z$  — вертикальная координата с осью, направленной вверх,  $u_0$  и  $v_0$  — составляющие скорости течений в центре вихря  $x = 0, y = 0$ . Коэффициенты  $\gamma$  и  $e$  описывают пространственную изменчивость фонового течения, при этом  $\gamma = (1/2)|\text{rot}_z \mathbf{u}|$  — угловая скорость вращения жидких частиц в фоновом течении, а  $e$  — коэффициент деформации фонового течения. Система координат  $(x, y, z)$  для уравнений (1) выбрана таким образом, что коэффициенты при координате  $y$  в  $x$ -компоненте скорости ( $-\gamma$ ) и при координате  $x$  в  $y$ -компоненте скорости  $\gamma$  одинаковы по модулю, но противоположны по знаку, а из бездивергентности течения (1) следует  $e = \partial u / \partial x = -(\partial v / \partial y)$ . Такую систему координат всегда можно получить из любой другой системы координат с вертикальной осью  $z$  при произвольной линейной зависимости вектора скорости от горизонтальных координат баротропного течения путём поворота системы координат вокруг вертикальной оси  $z$ . Именно такая «удобная» система координат использовалась в работе [7] при изучении эволюции вихря Кирхгофа в течении. В баротропном течении центр вихря перемещается как целое со скоростью внешнего потока, приходящегося на центр эллипсоида. Вертикальная полуось  $c$  постоянна, а горизонтальные оси меняются так, что произведение  $a(t)b(t)$  сохраняется [8].

Итак, основные переменные, характеризующую задачу, — это  $\gamma, e, \sigma$ , они имеют размерность  $\text{с}^{-1}$ ;  $\sigma$  — избыточная потенциальная завихренность вихревого ядра над потенциальной завихренностью  $2\gamma$  фонового течения (1) [15–17]. Задачу эволюции формы вихря можно свести к системе двух дифференциальных уравнений для отношения полуосей  $\varepsilon = a/b$  и угла ориентации  $\theta$  большей горизонтальной полуоси эллипсоида  $a$  к оси координат  $x$  [8, 14]:

$$\dot{\varepsilon} = 2\varepsilon e \cos(2\theta), \quad (2)$$

$$\dot{\theta} = \Omega(\varepsilon, K) + \gamma - \frac{\varepsilon^2 + 1}{\varepsilon^2 - 1} e \sin(2\theta). \quad (3)$$

Здесь  $K = (N/f)(c/\sqrt{ab})$  — параметр вертикальной сплюснутости ядра, где  $N$  — частота Брента–Вайсяля,  $f$  — параметр Кориолиса,

$$\Omega(\varepsilon, K) = \frac{1}{2} \sigma K \int_0^\infty \frac{\mu d\mu}{\sqrt{(\mu + \varepsilon)(\mu + 1/\varepsilon)(K^2 + \mu)}}. \quad (4)$$

В общем случае  $\Omega(\varepsilon, K)$  — переменная собственная угловая скорость вращения формы ядра (не следует путать с угловой скоростью вращения частиц в ядре), зависящая от  $\varepsilon$ ,  $K$  и  $\sigma$ . Детали вывода соотношений (2), (3), а также простейшие свойства эволюции вихревого ядра даны в Приложении (см. [8, 14]), а их дальнейшее развитие — в работах [18–20].

Соотношения (2)–(4) описывают эволюцию формы ядра, которая происходит из-за пространственной неоднородности фонового течения, характеризуемого коэффициентом деформации  $e$ . При постоянных коэффициентах  $e$  и  $\gamma$  система решается в квадратурах:

$$\sin(2\theta) = \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 - 1} C + \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 - 1} \int_1^\varepsilon \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2} \frac{\Omega(\mu, K) + \gamma}{e} d\mu, \quad (5)$$

где  $C$  — произвольная константа интегрирования. Любая интегральная кривая в плоскости параметров  $(\varepsilon; \sin(2\theta))$  описывает эволюцию конкретного вихря, зависящую от параметров  $e$  и  $\gamma$  фонового течения, параметра вертикальной сплюснутости вихревого ядра  $K$  и значения константы интегрирования  $C$  с естественным ограничением  $|\sin(2\theta)| \leq 1$ . Плоскость  $(\varepsilon; \sin(2\theta))$  является фазовой плоскостью. В зависимости от соотношения параметров в фазовом пространстве  $(\gamma/e, \sigma/e)$  определяются области, для которых допустимо вытягивание вихрей в филаменты и, наоборот, области, где такого вытягивания не происходит. Поскольку параметр  $K$  при деформации вихря баротропным потоком не меняется, удобно изучать характер поведения вихря на плоскости безразмерных параметров  $(\sigma/e, \gamma/e)$  при фиксированном  $K$  [21–23].

Необходимым, но не достаточным условием неограниченного вытягивания вихря является условие на параметры фонового течения  $|\gamma/e| \leq 1$ . Назовём указанное неравенство условием возможного вытягивания вихря. На плоскости  $(\sigma/e, \gamma/e)$  можно выделить несколько различных областей в зависимости от соотношения параметров (см. рис. 2). По оси ординат выделяются три области: для двух областей  $|\gamma/e| > 1$  присутствуют только колебательный и вращательный режимы (красный цвет, область простирается до бесконечности); в области  $|\gamma/e| \leq 1$  разрешены все три режима, которые отделены друг от друга четырьмя кривыми, выходящими попарно из точек  $(0; \pm 1)$  и  $(\pm \sigma/e, \pm 1)$ . В результате полоса  $|\gamma/e| \leq 1$  разбивается на симметричные относительно начала координат три зоны: внешняя зона (зелёный цвет), в которой разрешены все режимы (вращательный, колебательный и вытягивания); промежуточная зона (жёлтый цвет), в которой разрешены колебательный режим и режим неограниченного вытягивания, и внутренняя зона (фиолетовый цвет), в которой разрешён только режим неограниченного вытягивания ядра вихря.

Для нас наибольший интерес представляет режим неограниченного вытягивания ядра вихря (фиолетовая зона на рис. 2). В этом случае существует ограничение на интенсивность вихрей, т. е. ограничен параметр  $|\sigma/e|$ . Этой зоне соответствуют, условно, слабые вихри. Отметим, что именно слабые вихри при дополнительном требовании  $|\gamma/e| \leq 1$  неминуемо растягиваются в вихревые нити (филаменты). Однако к выражению «слабые вихри» следует относиться с некоторой осторожностью, т. к. реальные значения параметра  $|\sigma/e|$  в этой зоне для малых значений  $K$  могут быть большими. При этом важно учитывать ограничения на параметры фонового потока



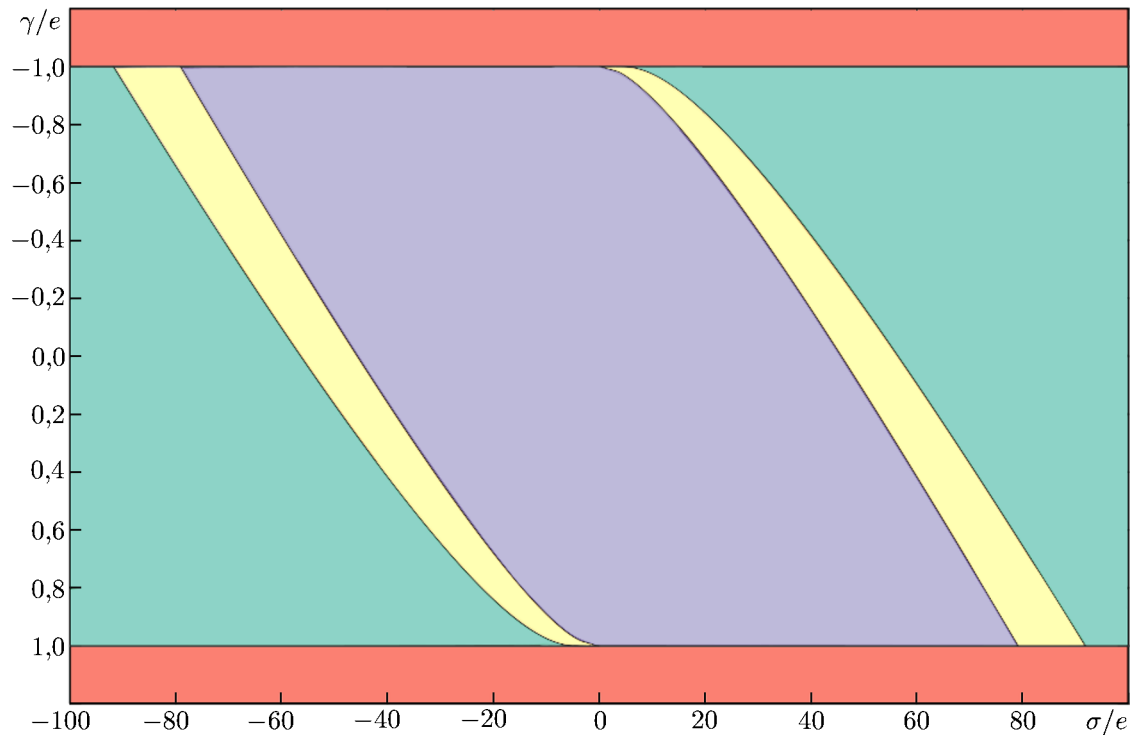


Рис. 2. Диаграмма зон различного поведения вихрей в случае  $K = 0,2$  в плоскости параметров  $(\sigma/e, \gamma/e)$

$|\gamma/e| \leq 1$ , т. е. деформационные свойства течений должны быть сильнее их «вращательных» свойств.

Анализ различного поведения вихря на плоскости параметров  $(\sigma/e, \gamma/e)$  обнаруживает несимметричность зоны, отвечающей режиму неограниченного вытягивания ядра вихря (фиолетовая зона). «Лучше» подвергаются вытягиванию вихри, удовлетворяющие условию  $\sigma/e < 0$  при  $\gamma/e > 0$  и  $\sigma/e > 0$  при  $\gamma/e < 0$ , т. е. вихри, у которых знак потенциальной завихренности ядра  $\sigma$  противоположен знаку относительной завихренности  $\text{rot}_z \mathbf{u}$  фоновое течения. И наоборот: «успешнее» сопротивляются вытягиванию те вихри, для которых знаки  $\sigma$  и  $\text{rot}_z \mathbf{u}$  совпадают.

Отметим также интересное свойство зоны, представляющей режим неограниченного вытягивания вихрей: фоновые течения со слабыми деформационными свойствами в состоянии растянуть сильный вихрь. Этот факт можно объяснить с помощью аналогии между взаимодействием фонового течения с вихрем и гравитационное взаимодействие звёзд с межзвёздной пылью. Математически обе задачи одинаковы. Если интегральная масса пыли превышает массу звезды, то пыль сильно влияет на её движение, несмотря на маленькую плотность массы пыли по сравнению с плотностью звезды. Роль плотности в нашем случае играет потенциальная завихренность, а роль гравитационного потенциала — функция тока. Следовательно, если интегральная завихренность течения превышает интегральную завихренность вихря, то воздействие течения на вихрь будет сильным, несмотря на сильное отличие в потенциальной завихренности указанных гидродинамических объектов [21–23]. Следует отметить ещё два важных вывода из анализа рис. 2: только очень интенсивный вихрь с  $\sigma/e < 0$  выживает в неоднородном течении при  $\gamma/e > 0$  (слабые вихри при  $\sigma/e > 0$  и  $\gamma/e > 0$  выживают легче) и слабые течения с  $\gamma/e > 0$ , особенно при значениях  $\gamma/e$  близких к, но не превышающих 1, способны вытянуть сильный вихрь в нить с  $\sigma/e < 0$ .

Аналогичное справедливо для слабых течений с  $\gamma/e < 0$  в районе значений  $\gamma/e \approx -1$  (но при условии  $|\gamma/e| \leq 1$ ) и интенсивных вихрей с  $\sigma/e > 0$ . Таким образом, мы можем зафиксировать следующий качественный вывод: выполнение условия  $|\gamma/e| \leq 1$  на параметры фонового течения служит важным признаком возможности вытягивания вихрей в нить. При этом обязательно вытянутся условно слабые вихри и, в зависимости от своих параметров и начальных условий, сильные вихри.

Ограничения на интенсивность вихрей в зоне неминуемого вытягивания (фиолетовая зона на рис. 2) позволяют сделать вывод о том, что в эту зону по своим параметрам попадёт заметная часть вихрей океана, при этом в акваториях, где  $|\gamma/e| > 1$ , вытягивание вихрей запрещено. Таким образом, если на карте Мирового океана мы выделим районы с условием на параметры фоновых течений  $|\gamma/e| \leq 1$ , то в них следует ожидать проявление свойств течений вытягивать вихри в филаменты, и этих вытягивающихся вихрей должно быть достаточно много.

## 2. О ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИИ ЭНЕРГИИ ПРИ ВЫТЯГИВАНИИ ВИХРЯ

В работе [24] рассмотрено преобразование энергии при вытягивании мезомасштабного вихря в Норвежском море. В филаменте, образовавшемся в результате вытягивания вихря, продольный масштаб более чем в 4 раза превышал поперечный. Процесс вытягивания сопровождался уменьшением энергии вихря: кинетическая энергия уменьшилась в 3 раза, потенциальная — в 1,7 раза. Суммарная энергия вихря уменьшилась в 2,3 раза. Сравнение теоретических расчётов с эмпирическими показало довольно хорошее количественное соответствие результатов. Таким образом, мы установили, что при вытягивании вихря процесс его трансформации сопровождается перераспределением энергии. Тогда возникает вопрос: куда перешла потерянная вихрем энергия?

Выделим два механизма перераспределения энергии. Первый механизм — «перекачка» энергии с масштабов круглых вихрей на поперечный масштаб вытянутых вихрей. Это прямой энергетический каскад передачи энергии от мезомасштабных процессов в сторону субмезомасштабных процессов. При вытягивании вихря первоначальная энергия, сосредоточенная на его характерных горизонтальных размерах, перераспределяется на меньшие масштабы порядка горизонтальной ширины филамента. Такой механизм представляет один из возможных способов передачи энергии от мезомасштабных образований к субмезомасштабным. Второй механизм относится к обратному энергетическому каскаду, когда энергия, потерянная вытянутым вихрем, снова возвращается в фоновое течение в силу бездиссипативности физической системы «вихрь—течение». В литературе иногда этот процесс называют «явлением с отрицательной вязкостью» [25]. Однако оба эти механизма ещё нуждаются в дополнительном исследовании.

## 3. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПЛОЩАДЕЙ ДОМЕНОВ С ОПРЕДЕЛЁННЫМИ СВОЙСТВАМИ

Теория эволюции мезомасштабных вихрей и исследование вариантов их поведения получила новый импульс в виде приложений к реальному океану. В работах [21–23] для всего Мирового океана представлены карты пространственного распределения областей с различными значениями параметров  $\gamma/e$  и  $\sigma/e$ . Анализировалась доля доменов, в которых «разрешено» вытягивание вихрей. Интегральная площадь таких доменов обозначена как  $S_{\leq 1}$ . Дальнейшее исследование сохранения этой величины для Мирового океана при пространственно-временном усреднении данных показало, что оценки остаются достаточно стабильными и удовлетворяют неравенствам

$$1,5 < \frac{S_{\leq 1}}{S_{> 1}} < 1,9, \quad (6)$$

$$0,60 < \frac{S_{\leq 1}}{S} < 0,67. \quad (7)$$

Здесь  $S_{>1}$  — интегральная площадь доменов, где запрещено неограниченное вытягивание вихрей, и  $S$  — общая площадь рассматриваемой акватории. Этот результат оказался довольно неожиданным. Он свидетельствует о существовании в Мировом океане некоей «гармонии», наблюдающейся при взаимодействии вихрей с течениями. Оказывается, что вне зависимости от интенсивности течений существует баланс и некоторая стабильность в значениях интегральных площадей доменов, в которых выполняется условие  $|\gamma/e| > 1$  и, соответственно, запрещено вытягивание вихрей, и доменов  $|\gamma/e| \leq 1$ , в которых разрешён режим неограниченного вытягивания вихрей. Более того, показано, что этот вывод не зависит от сезона и подтверждается численными оценками, полученными для разных лет [23]. Таким образом, мы можем постулировать существование ещё одного закон сохранения для Мирового океана (наряду с законами сохранения массы или потенциальной завихренности) — это полученный эмпирическим путём закон сохранения интегральных площадей доменов, обладающих определёнными свойствами. Здесь речь идёт о способности вихрей к вытягиванию в филаменты. Получается, что в Мировом океане интегральные площади доменов, обладающих определёнными свойствами, согласованы друг с другом (см. неравенства (6) и (7)). Однако данный факт, полученный эмпирически, безусловно нуждается сегодня в теоретическом обосновании. Более того, оказалось, что оценки интегральных площадей доменов, обладающих определёнными свойствами, мало изменяясь для всего Мирового океана, отличаются для отдельных акваторий, а также зависят от пространственного усреднения данных. Ниже мы рассмотрим этот вопрос для отдельных акваторий Мирового океана.

#### 4. ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ДАННЫЕ

Исследование проводилось по данным глобального океанического реанализа GLORYS12V1, доступного на сайте Copernicus Marine Service (CMEMS) [26]. Данные имеют пространственное разрешение  $0,083^\circ$  по широте и долготе (в работе использовались данные с дискретностью  $1^\circ$ ) и 50 уровней по вертикали. Реанализ GLORYS12V1 ассимилирует данные вдоль треков с альтиметров высокого разрешения, а также спутниковые наблюдения за температурой поверхности моря, концентрацией морского льда и *in situ* профилями температуры и солёности. Основой реанализа является модель NEMO, где реанализ ECMWF ERA-Interim используется в качестве форсинга. Рассматривались данные 1993–2019 годов. Временное разрешение данных составляет одни сутки. Все расчёты проведены для усреднённого поверхностного слоя с вертикальной толщиной 200 м.

#### 5. ПРИЛОЖЕНИЕ АНАЛИЗА ФАЗОВОЙ КАРТИНЫ НА ПЛОСКОСТИ $(\sigma/e, \gamma/e)$ К ОТДЕЛЬНЫМ РЕГИОНАМ

##### 5.1. Атлантический океан

На рис. 3 представлены распределения  $\gamma/e$  при различных вариантах пространственного усреднения. Оценим площади, занятые доменами с определёнными свойствами. Для одноградусной сетки (рис. 3а) интегральная площадь доменов с  $|\gamma/e| > 1$  составляет  $3,29 \cdot 10^{13} \text{ м}^2$  (красный цвет, вытягивание вихрей в филаменты запрещено), интегральная площадь доменов с  $|\gamma/e| \leq 1$  равна  $5,88 \cdot 10^{13} \text{ м}^2$  (синий цвет, разрешено неограниченное вытягивание вихрей). Отношение  $S_{\leq 1}/S_{>1} \approx 1,78$ , т. е. доля  $S_{\leq 1}/S$  составляет примерно 64 %. Для сглаженных данных с шириной окна  $10 \times 10$  ячеек (рис. 3б) интегральная площадь доменов с  $|\gamma/e| > 1$  составляет  $3,90 \cdot 10^{13} \text{ м}^2$ ,

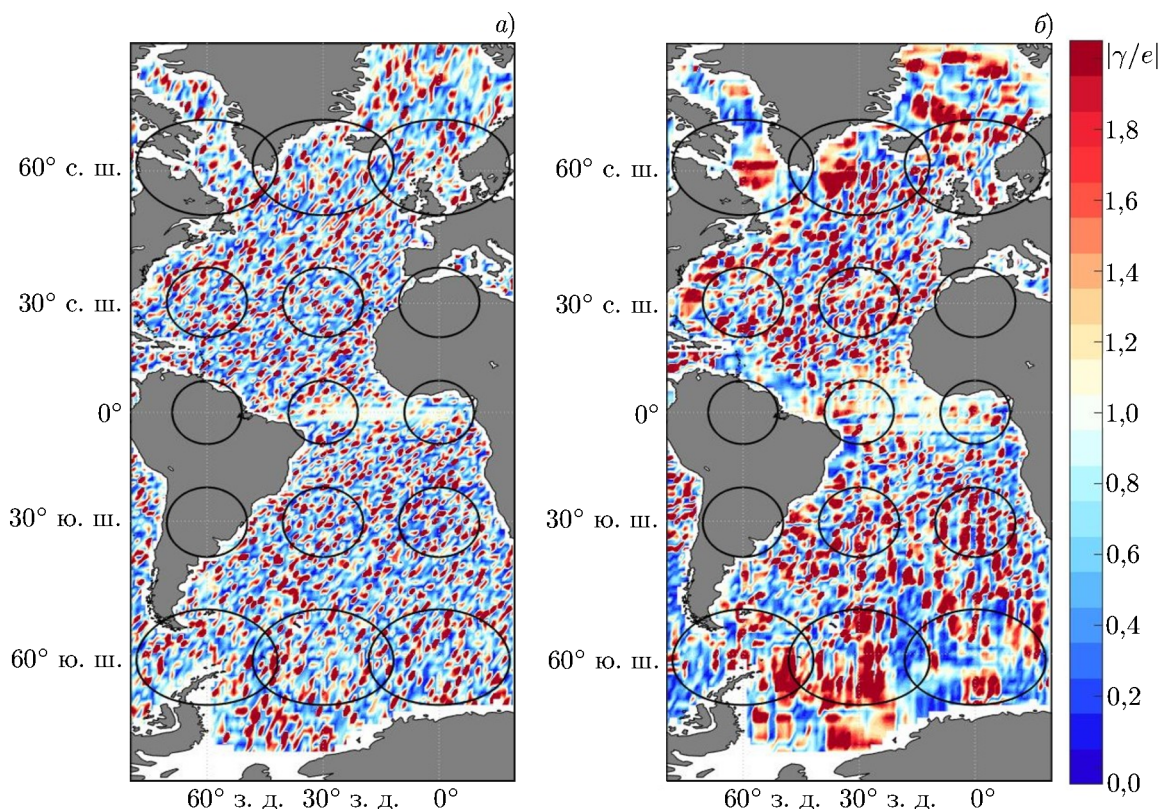


Рис. 3. Пространственные распределения доменов для Атлантического океана для июня 2010 года, построенные по исходным данным (а) и усреднённые методом скользящего среднего с шириной окна  $10 \times 10$  ячеек (б). Овалы на карте соответствуют образам окружностей с радиусом 1000 км на глобусе. На линии диаметра эллипсов наблюдается в среднем  $9 \div 11$  «пятен». Расчёты через эквивалентные окружности для  $30^\circ$  с. ш. и  $30^\circ$  ю. ш. показали характерный размер «пятна» около 200 км (10 «пятен» на 2000 км)

интегральная площадь доменов с  $|\gamma/e| \leq 1$  равняется  $5,27 \cdot 10^{13} \text{ м}^2$ . Отношение  $S_{\leq 1}/S_{> 1} \sim 1,35$ , т. е. доля  $S_{\leq 1}/S$  составляет примерно 57 %.

### 5.2. Район течения Агульяс

На рис. 4 представлены распределения с  $\gamma/e$  для двух вариантов пространственного усреднения. Для одноградусной сетки (рис. 4а) интегральная площадь доменов с  $|\gamma/e| > 1$  составляет  $5,48 \cdot 10^{12} \text{ м}^2$ , интегральная площадь доменов с  $|\gamma/e| \leq 1$  равняется  $9,27 \cdot 10^{12} \text{ м}^2$ . Отношение  $S_{\leq 1}/S_{> 1} \approx 1,69$ , т. е. доля  $S_{\leq 1}/S$  составляет примерно 63 %. Для сглаженных данных с шириной окна  $5 \times 5$  ячеек (рис. 4б) интегральная площадь доменов с  $|\gamma/e| > 1$  составляет  $5,89 \cdot 10^{12} \text{ м}^2$ , интегральная площадь доменов с  $|\gamma/e| \leq 1$  равняется  $8,87 \cdot 10^{12} \text{ м}^2$ . Отношение  $S_{\leq 1}/S_{> 1} \approx 1,51$ , т. е. доля  $S_{\leq 1}/S$  составляет примерно 60 %. Поскольку диаметр окружностей 1000 км, а внутри каждой из них расположено примерно 5 доменов, то оценка масштабов доменов примерно 200 км.

### 5.3. Море Уэдделла

Рассмотрим временную изменчивость расположения доменов на примере акватории, расположенной в море Уэдделла, по данным за 2010 год. На рис. 5 видно, что распределения доме-

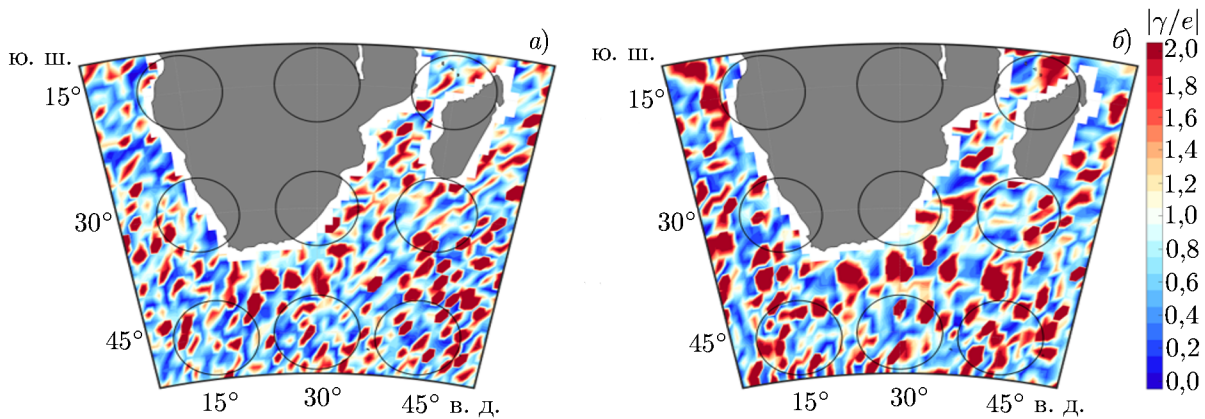


Рис. 4. Пространственные распределения доменов в районе течения Агульяс за июнь 2010 года, построенные по исходным данным (а) и усреднённые методом скользящего среднего с шириной окна  $5 \times 5$  ячеек (б). Радиус окружностей 500 км

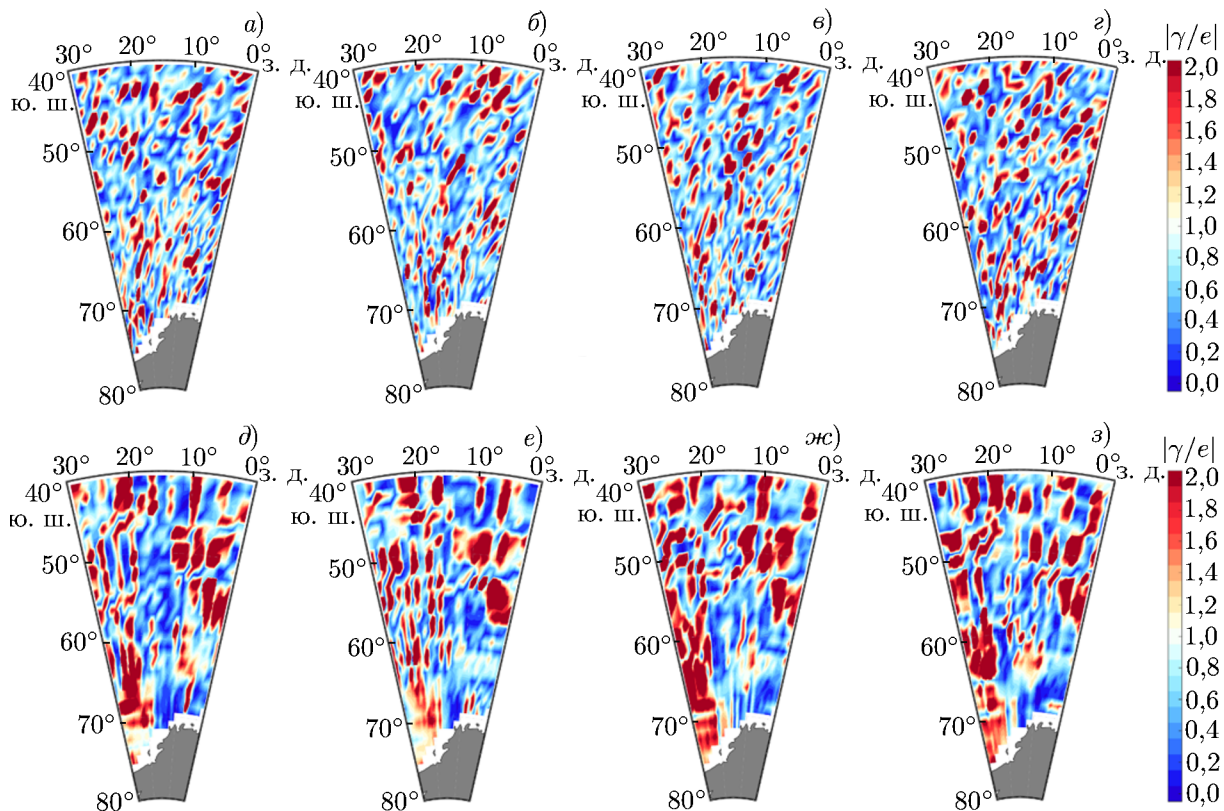


Рис. 5. Пространственное распределение доменов в море Уэдделла для 01.01.2010 (а), 01.04.2010 (б), 01.07.2010 (в) и 01.10.2010 (г). Панели а–г построены по исходным данным, панели д–з — по данным, сглаженным скользящим средним с окном  $10 \times 10$  ячеек

нов для разных дат различаются. Соответственно, меняется и интегральная площадь доменов определённого свойства в данной акватории. Действительно, на рис. 6 видно, что  $3,62 \cdot 10^{12} \text{ м}^2 < S_{\leq 1} < 4,27 \cdot 10^{12} \text{ м}^2$ . Также выполняется неравенство  $0,55 < S_{\leq 1}/S < 0,64$ . Полученные оценки отличаются от оценок в неравенстве (7), и это означает, что регионально закон сохранения интегральных площадей доменов с определёнными свойствами имеет особенности, и для разных



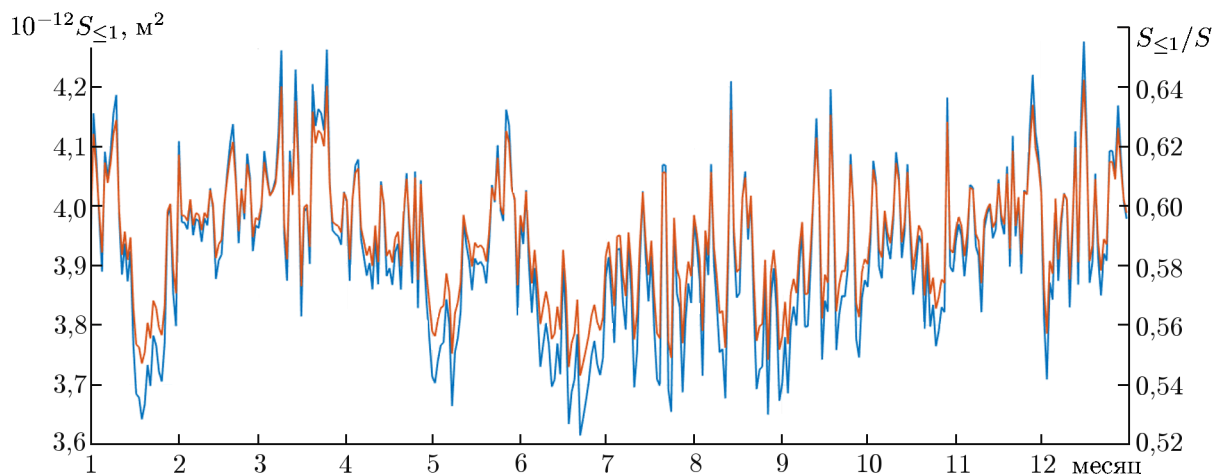


Рис. 6. Сезонный ход изменчивости интегральных площадей  $S_{\leq 1}$  доменов со свойством  $|\gamma/e| \leq 1$  (синяя кривая) и  $S_{\leq 1}/S$  (оранжевая кривая) в море Уэдделла за 2010 год

областей оценки могут быть различными. Вместе с тем следует заметить, что по-прежнему интегральные площади доменов, обладающих свойством вытягивания вихрей, превышают суммарные площади доменов с противоположным свойством.

Таким образом, распределение доменов с определёнными свойствами и оценки их интегральных площадей различаются для различных районов Мирового океана, а также зависят от усреднения. На рис. 7 представлены гистограммы распределений течений  $|\gamma/e|$  за период 1993–2019 годов, вычисленные по исходным одноградусным данным и по данным, сглаженным скользящим средним с окном  $10 \times 10$  ячеек. Видно, что вне зависимости от усреднения большая часть значений удовлетворяет неравенству  $|\gamma/e| \leq 1$ . Это означает, что способность вихрей к вытягиванию при взаимодействии с фоновыми течениями является фундаментальным свойством мезомасштабных вихрей в океане.

## ВЫВОДЫ

В работе на плоскости параметров  $(\sigma/e, \gamma/e)$  проанализированы режимы поведения вихрей в океане при их взаимодействии с фоновым течением. Для различных акваторий Мирового океана выделены зоны, где разрешено неограниченное вытягивание вихрей и где такое вытягивание запрещено.

Показано, что вытягивание вихрей в вихревые нити на поверхности океана проявляется в виде доменов, доля которых от площади рассматриваемой акватории составляет  $55 \div 64\%$ . Характерные размеры пятен составляют около 200 км. Вытягивание вихрей в вихревые нити обеспечивает «перекачку» энергии из мезомасштабных процессов в субмезомасштабные.

На основе данных глобального океанического реанализа GLORYS12V1 построены распределения доменов с различными свойствами, характеризующие режимы неограниченного вытягивания мезомасштабных вихрей в субмезомасштабные филаменты под действием баротропного течения. Все расчёты проведены для усреднённого поверхностного слоя с вертикальной толщиной 200 м. Показано, что интегральная площадь поверхности рассмотренных акваторий (Атлантический океан, район течения Агульяс и море Уэдделла) со свойством вихрей к неограниченному вытягиванию превышает интегральную площадь областей с запретом к вытягиванию.

Проанализировав среднемесячные данные GLORYS12V1 за 1993–2019 годы, мы показали, что доля интегральных областей поверхности Мирового океана, где вихри могут вытягиваться при

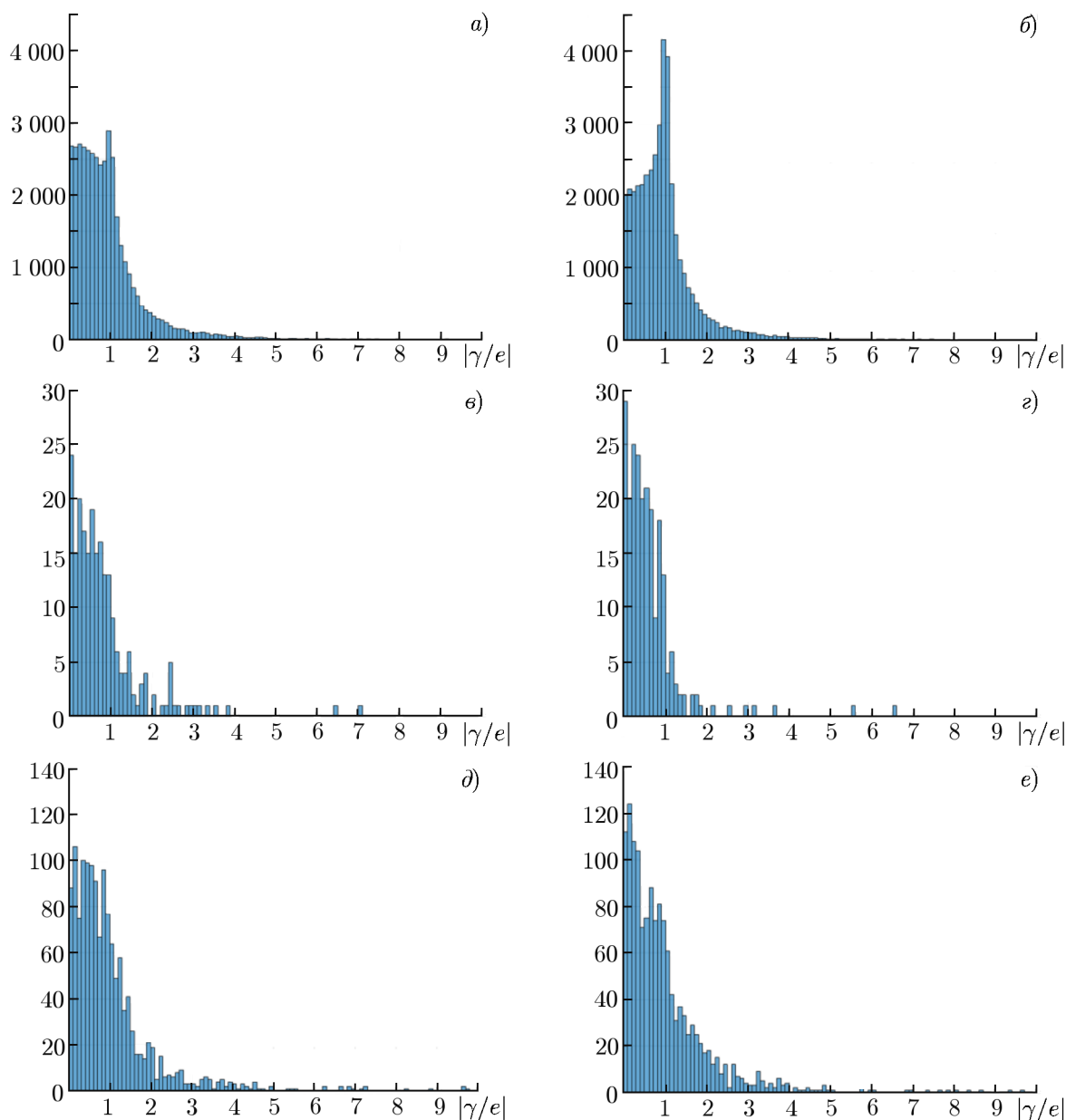


Рис. 7. Гистограммы распределений  $|\gamma/e|$  для одноградусной сетки (а, в, д) и данных с усреднением  $10 \times 10$  ячеек (б, г, е) за период 1993–2019 годов для Мирового океана (а, б), района Лофотенской котловины (в, г) и течения Агульяс (д, е)

взаимодействию с баротропным потоком, составляет примерно 60 % и для этой оценки отсутствует межгодовая и сезонная изменчивость. Мы показали, что при пространственном усреднении данных масштабы доменов увеличиваются, однако доли интегральных областей с различными свойствами меняются незначительно и в целом удовлетворяют неравенствам (6) и (7). Это свойство выполняется как для поверхности всего Мирового океана [23], так и для отдельных акваторий (Атлантический океан, район течения Агульяс, море Уэдделла). Гистограммы распределений течений, построенные за период 1993–2019 годов, как для одноградусной сетки, так и для данных с усреднением  $10 \times 10$  ячеек методом скользящего среднего, показывают, что вне зависимости от усреднения большая часть площади Мирового океана соответствует значениям параметра  $|\gamma/e| \leq$

$\leq 1$ . Это, в свою очередь, означает, что на подавляющей части морской поверхности ( $55 \div 64\%$ ) следует ожидать вытягивания вихрей в филаменты. В этих же зонах должен проявляться обратный энергетический каскад, что эквивалентно свойству отрицательной вязкости.

Полученные результаты следует учитывать при разработке гидродинамических моделей Мирового океана.

Работа выполнена при финансовой поддержке СПбГУ (проект 75295423), Российского научного фонда (проект 22–27–00004) и в рамках государственного задания Института океанологии РАН им. П. П. Ширшова (0128–2021–0002).

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### Элементы теории эллипсоидальных вихрей

Для целостности изложения здесь кратко приведён теоретический подход к аналитическому описанию вихрей с эллипсоидальной формой ядра. Детальное изложение теории можно найти в работах [8, 14]. Применение этой теории в различных вариантах изложено, например, в работах [21–23, 27].

Рассмотрим океан с постоянной частотой Брента–Вайсяля. Число Россби полагаем малым. Положим также, что ядро вихря — это свободно деформируемый «водяной мешок» произвольной формы, заполненный жидкостью с однородной потенциальной завихренностью жидких частиц  $\sigma$ , вне которого потенциальная завихренность жидкости равна нулю. Будем считать, что квази-геострофическое приближение справедливо. В такой постановке математически задача сводится к решению нелинейного нестационарного уравнения для давления или функции тока. Указанное уравнение приведено к размерному виду в терминах функции тока  $\psi(x, y, z, t)$ :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \Delta_h \psi + \frac{\partial}{\partial z} \frac{f^2}{N^2} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + J_h \left( \psi, \Delta_h \psi + \frac{\partial}{\partial z} \frac{f^2}{N^2} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = 0. \quad (\text{П1})$$

Здесь  $x, y$  — неподвижные горизонтальные оси системы координат,  $z$  — вертикальная ось,  $J_h(A, B) = (\partial A / \partial x)(\partial B / \partial y) - (\partial A / \partial y)(\partial B / \partial x)$  — определитель Якоби (якобиан),  $\Delta_h$  — оператор Лапласа по горизонтальным координатам  $x$  и  $y$ ,  $f$  — параметр Кориолиса,  $N$  — частота Брента–Вайсяля. Если функция тока  $\psi(x, y, z, t)$  найдена, то можно вычислить все остальные гидродинамические характеристики движения, например поле скорости  $(u, v, w)$ :

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad w = -\frac{f_0}{N^2} \left[ \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial z} + J_h \left( \psi, \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \right]. \quad (\text{П2})$$

Физический смысл уравнения (П1) — сохранение потенциальной завихренности  $\sigma$  у движущейся жидкой частицы:

$$\sigma = \Delta_h \psi + \frac{\partial}{\partial z} \frac{f^2}{N^2} \frac{\partial \psi}{\partial z}. \quad (\text{П3})$$

При этом,  $\text{rot}_z \mathbf{u} = \Delta_h \psi$ . Если предположить, что океан безграничен во всех направлениях, частота Брента–Вайсяля постоянна ( $N = \text{const}$ ), на бесконечности жидкость покоится, деформируемое ядро вихря с жидкой границей представляет собой односвязанный объём произвольной формы, а у всех частиц вихревого ядра одна и та же потенциальная завихренность  $\sigma$ , то вместо



основного нелинейного уравнения (П1) можно решать эквивалентную линейную задачу о поиске функции тока при ступенчатом распределении  $\sigma$  в пространстве  $(x, y, \tilde{z})$ :

$$\Delta\psi = \begin{cases} \sigma, & \text{если точка внутри ядра;} \\ 0, & \text{если точка вне ядра.} \end{cases} \quad (\text{П4})$$

Здесь  $\tilde{z} = (N/f)z$  — растянутая вертикальная координата. Задача (П4) эквивалентна задаче о гравитационном потенциале и решается в общем виде для произвольной формы ядра  $V$  в «растянутых» координатах  $(x, y, \tilde{z})$ :

$$\psi(x, y, \tilde{z}) = -\frac{\sigma}{4\pi} \int_V \int \int \frac{dx' dy' d\tilde{z}'}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (\tilde{z}-\tilde{z}')^2}}. \quad (\text{П5})$$

Функция тока  $\psi$  в выражении (П5) непрерывна во всём пространстве вместе с первыми производными. Поскольку непрерывность  $\psi$  эквивалентна непрерывности давления, то по обе стороны от границы ядра давление одинаково, что автоматически удовлетворяет динамическому граничному условию на поверхности вихревого ядра. Дифференцируя функцию тока  $\psi(x, y, \tilde{z})$  по  $x$  и  $y$  под знаком интеграла, можно вычислить горизонтальные компоненты индуцированных скоростей, которые тоже оказываются непрерывными.

В результате (П5) представляет собой решение задачи (П1) с выполненным динамическим условием на границе ядра в некоторый фиксированный момент времени, в который задана форма ядра  $V$ .

При изменении формы ядра интеграл (П5) меняется. Время как параметр содержится в форме ядра  $V$ . Однако на решение (П5) следует наложить ещё одно ограничение: на поверхности ядра должно выполняться кинематическое граничное условие. Если обозначить  $F(x, y, \tilde{z}, t) = 0$  как уравнение границы ядра, то кинематическое условие примет вид

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} + w \frac{\partial F}{\partial z} = 0, \quad (\text{П6})$$

При малых числах Россби последним слагаемым следует пренебречь и кинематическое условие упростится:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} = 0, \quad (\text{П7})$$

где

$$u(x, y, \tilde{z}, t) = -\frac{\sigma}{4\pi} \iiint_V \frac{(y-y') dx' dy' d\tilde{z}'}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (\tilde{z}-\tilde{z}')^2]^{3/2}}, \quad (\text{П8})$$

$$v(x, y, \tilde{z}, t) = \frac{\sigma}{4\pi} \iiint_V \frac{(x-x') dx' dy' d\tilde{z}'}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (\tilde{z}-\tilde{z}')^2]^{3/2}}. \quad (\text{П9})$$

Напомним, что функция  $F(x, y, \tilde{z}, t)$  — это граница области  $V$ , поэтому уравнение (П6) со значениями скоростей (П8), (П9) является интегро-дифференциальным уравнением для описания эволюции формы ядра. Его численная реализация является основой для метода контурной динамики в двумерной гидродинамике и метода поверхностной динамики для 3D-вихрей.

Изложенный подход к рассмотрению эволюции вихрей возможен для решения более общей задачи эволюции вихря на фоне течения. Течение тоже должно обладать постоянной потенциальной завихренностью. Такая модификация возможна для постоянно завихренных течений, в частности

для баротропных течений, линейных по горизонтальным координатам. При этом кинематическое условие (П7) несколько изменится:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + (u + u_b) \frac{\partial F}{\partial x} + (v + v_b) \frac{\partial F}{\partial y} = 0. \quad (\text{П10})$$

Здесь  $(u_b, v_b)$  — заданные горизонтальные компоненты фонового течения,  $(u, v)$  — собственное поле течений от вихря,  $F(x, y, \tilde{z}, t) = 0$  по-прежнему уравнение границы ядра, а параметр  $\sigma$  в соотношениях (П5), (П8) и (П9) — избыточная потенциальная завихренность ядра вихря по сравнению с потенциальной завихренностью фонового течения. Интегро-дифференциальное уравнение остаётся в силе.

Аналитическое решение (П7) и (П10) возможно, если интегралы в (П5), (П8) и (П9) вычисляются в конечном виде. Именно такая ситуация реализуется, если задать форму вихревого ядра в виде эллипсоида, который при его самодеформации и деформации фоновым течением сохранит эллипсоидальную форму. Эти условия выполняются, если фоновое течение линейно по координатам. Именно такими свойствами обладает равновзвешенное баротропное течение. В этом случае интегро-дифференциальное уравнение вырождается в дифференциальное уравнение, которое в свою очередь превратится в набор обыкновенных дифференциальных уравнений на параметры эллипсоида — длины его полуосей и угол поворота вокруг вертикальной оси.

Ниже приведено решение  $\psi(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}, t)$  задачи (П5) для эллипсоида, а также выписаны горизонтальные компоненты индуцированных вихрем скоростей  $(u_v, v_v)$ :

$$\begin{aligned} \psi(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}, t) &= -\frac{1}{4} \sigma ab\tilde{c} \int_{\lambda}^{\infty} \left( 1 - \frac{\tilde{x}^2}{a^2 + \mu} - \frac{\tilde{y}^2}{b^2 + \mu} - \frac{\tilde{z}^2}{\tilde{c}^2 + \mu} \right) \frac{d\mu}{\sqrt{(a^2 + \mu)(b^2 + \mu)(\tilde{c}^2 + \mu)}}, \\ u_v &= -\frac{\sigma}{2} ab\tilde{c} \int_{\lambda}^{\infty} \frac{d\mu}{(b^2 + \mu) \sqrt{(a^2 + \mu)(b^2 + \mu)(\tilde{c}^2 + \mu)}} \tilde{y}, \\ v_v &= \frac{\sigma}{2} ab\tilde{c} \int_{\lambda}^{\infty} \frac{d\mu}{(a^2 + \mu) \sqrt{(a^2 + \mu)(b^2 + \mu)(\tilde{c}^2 + \mu)}} \tilde{x}. \end{aligned} \quad (\text{П11})$$

Здесь  $a, b$  — горизонтальные полуоси эллипсоида,  $c$  — его вертикальная полуось,  $\tilde{c} = (N/f)c$  — растянутая в  $N/f$  раз вертикальная полуось,  $\tilde{x}, \tilde{y}$  — горизонтальные оси координат, направленные по главным осям эллипсоида,  $\tilde{z} = (N/f)z$  — растянутая в  $N/f$  раз вертикальная ось системы координат. Полуоси  $a, b$  могут зависеть от времени как от параметра. Нижний предел  $\lambda(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$  в интеграле (П11) — положительный корень кубического уравнения

$$\frac{\tilde{x}^2}{a^2 + \lambda} + \frac{\tilde{y}^2}{b^2 + \lambda} + \frac{\eta^2}{\tilde{c}^2 + \lambda} = 1. \quad (\text{П12})$$

Для пространства внутри ядра вплоть до его границы следует положить  $\lambda = 0$ . Обратим внимание, что на границе эллипсоидального ядра функция тока по координатам квадратична, а скорость — линейна. В покоящемся на бесконечности океане ядро вихря вращается без деформации формы вокруг вертикальной оси. Частицы внутри ядра движутся быстрее вращения формы ядра. Детали можно найти в работах [8, 14]. Отметим, что решение (П11) — точное решение исходной нелинейной нестационарной задачи (П1).

Как отмечалось выше, если на такой океан с присутствующим в нём вихрем наложить фоновое равнозавихренное баротропное течение, линейное по горизонтальным координатам,

$$u_b = u_0 + ex - \gamma y; \quad v_b = v_0 + \gamma x - ey, \quad (\text{П13})$$

то подход, развитый выше для покоящегося океана, можно применить и в этом случае. Характеристики фонового течения следующие. Параметр  $\gamma = (1/2)|\text{rot}_h \mathbf{U}_b|$  — это угловая скорость вращения фонового потока (П13), где  $\mathbf{U}_b = (u_b, v_b)$ . Тензор скоростей деформации потока (П13)  $\begin{pmatrix} e & 0 \\ 0 & -e \end{pmatrix}$  зависит только от параметра  $e$ , поэтому наличие  $e \neq 0$  в фоновом потоке (П13) наделяет его свойством деформировать жидкие объекты. Система горизонтальных координат  $(x, y)$ , в которой выписана скорость (П13), неподвижна. Отметим, что системы координат  $(x, y, \tilde{z})$  и  $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$  различны, но имеют общую ось  $\tilde{z}$ .

Линейная зависимость скорости фонового течения от координат в теории эллипсоидальных вихрей принципиально важна. При повороте системы координат относительно вертикальной оси линейная зависимость от координат сохранится, но изменятся коэффициенты. При любой линейной зависимости поля фонового течения от горизонтальных координат всегда можно подобрать такой поворот системы координат, чтобы в новой системе реализовалось распределение скорости (П13). Фоновое течение (П13)  $\mathbf{U}_b = (u_b, v_b, 0)$  представляет собой наиболее общий вид линейного по горизонтальным координатам баротропного течения. В нём как потенциальная, так и обычная завихренность постоянна и совпадают с ротором скорости фонового течения  $\text{rot}_z \mathbf{u}_b = 2\gamma$ . Распределение скорости (П13) можно представить как разложение крупномасштабного баротропного течения в ряд Тейлора в окрестности вихря и при этом ограничиться линейными по координатам слагаемыми.

В указанном потоке (П13) решение (П11) останется в силе, ядро вихря по-прежнему будет иметь эллипсоидальную форму, но параметр  $\sigma$  в (П11) следует интерпретировать как избыточную потенциальную завихренность ядра над её фоновым значением. Другими словами, для частиц в ядре потенциальная завихренность однородна и равна  $2\gamma + \sigma$ , для внешних к ядру жидких частиц потенциальная завихренность тоже постоянна и равна  $2\gamma$ . Поведение ядра в течении тоже изменится. Прежде всего ядро будет двигаться со скоростью внешнего фонового течения с поступательной скоростью центра ядра  $(u_0, v_0, 0)$ , а его деформация описывается следующей системой уравнений для эволюции горизонтальных полуосей  $a(t)$ ,  $b(t)$  и угла поворота  $\theta$  большей полуоси к направлению оси  $x$ :

$$\dot{a} = eb \cos(2\theta); \quad (\text{П14})$$

$$\dot{b} = -ea \cos(2\theta); \quad (\text{П15})$$

$$\dot{\theta} = \Omega(a, b, \tilde{c}) + \gamma - \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} e \sin(2\theta). \quad (\text{П16})$$

Здесь  $\Omega(a, b, \tilde{c})$  — собственная угловая скорость вращения вихревого ядра вокруг вертикальной оси. Выражение для  $\Omega(a, b, \tilde{c})$  в более удобных переменных будет дано ниже. Как видим, ядро в общем случае деформируется фоновым течением благодаря коэффициенту деформации  $e$  в соотношениях (П14), (П15) и вращается аналогично вращению вихря Кирхгофа с единственным отличием в слагаемом  $\Omega(a, b, \tilde{c})$ , оставаясь эллипсоидом.

Горизонтальные полуоси  $a(t)$ ,  $b(t)$  будут меняться со временем с сохранением произведения  $a(t)b(t) = \text{const}$ ; вертикальная полуось  $c$  и соответственно растянутая вертикальная полуось  $\tilde{c} = (N/f)c$  останутся фиксированными. Интеграл  $a(t)b(t) = \text{const}$  позволяет понизить порядок системы (П14)–(П16) и перейти к новой переменной — горизонтальному удлинению вихря  $\varepsilon = a/b \geq 1$  (здесь полуось  $a$  — бóльшая среди горизонтальных полуосей  $a$ ,  $b$ ).

После понижения порядка новая система уравнений эволюции параметров вихря представлена ниже

$$\dot{\varepsilon} = e\varepsilon \cos(2\theta), \quad (\text{П17})$$

$$\dot{\theta} = \Omega(\varepsilon, K) + \gamma - \frac{\varepsilon^2 + 1}{\varepsilon^2 - 1} e \sin(2\theta). \quad (\text{П18})$$

Здесь собственная угловая скорость вращения вихревого ядра  $\Omega(\varepsilon, K)$  записана в безразмерных переменных  $(\varepsilon, K)$ ,  $K = (N/f)(c/\sqrt{ab})$  – параметр вертикальной сплюснутости ядра:

$$\Omega(\varepsilon, K) = \frac{1}{2} \sigma K \int_0^\infty \frac{\mu d\mu}{\left[(\mu^2 + \mu + 1)^3 (K^2 + \mu)\right]^{1/2}}. \quad (\text{П19})$$

Согласно работам [8, 14] в эволюции эллипсоидального ядра можно выделить три режима поведения. Два из них периодические — режим вращения ядра и режим колебания ядра. В режиме вращения длинная горизонтальная полуось ядра (полуось  $a$ ) за период описывает полный поворот на  $360^\circ$ . В режиме колебаний длинная полуось периодически колеблется около некоторого направления. При этом в обоих режимах происходит периодическое ограниченное изменение длин горизонтальных полуосей. В режиме колебаний ядра жидкие частицы в ядре продолжают вращаться в одну и ту же сторону, независимо от фазы колебаний формы.

Кардинально отличается поведение вихревого ядра в режиме неограниченного вытягивания. В этом режиме ядро не успевает совершить ни одного полного поворота, но после начальной стадии эволюции одна из горизонтальных осей эллипсоида неограниченно удлиняется, вторая горизонтальная ось уменьшается до нуля. Вертикальная ось, как и прежде, не меняется.

Режиму неограниченного вытягивания подвергаются относительно слабые по интенсивности вихревые образования, а также вихри, которые с самого начала эволюции были уже достаточно вытянуты в горизонтальном направлении. Необходимым, но не достаточным условием осуществления режима неограниченного вытягивания вихревых ядер является неравенство  $|e| \geq |\gamma|$ , налагаемое на параметры фонового течения (П13). Если неравенство  $|\gamma/e| \leq 1$  справедливо в каком-то районе Мирового океана, то в этом районе разрешено неограниченное вытягивание вихрей. В противном случае (при  $|\gamma/e| > 1$ ) вытягивание запрещено. В зонах (доменах) с разрешённым неограниченным вытягиванием вихрей часть имеющихся вихрей вытянутся в филаменты. Это, прежде всего, слабые вихри, а также уже достаточно вытянутые вихри. Долю вытягивающихся вихрей ещё предстоит определить. Цель данной работы заключалась в том, чтобы найти зоны разрешённого вытягивания вихрей в Мировом океане, а также исследовать простейшие свойства этих зон — их интегральную долю по занимаемой площади и изменчивость всех их характеристик и размеров.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Монин А. С., Жихарев Г. М. // Успехи физ. наук. 1990. Т. 160, № 5. С. 1–47.
2. Лаврова О. Ю., Костяной А. Г., Лебедев С. А. и др. Комплексный спутниковый мониторинг морей России. М. : ИКИ РАН, 2011. 480 с.
3. Fu L. L., Le Traon P.-Y. // Comptes Rendus Geosciences. 2006. V. 338, No. 14–15. P. 1 063–1 076. <https://doi.org/10.1016/j.crte.2006.05.015>
4. International Altimetry Team // Adv. Space Res. 2021. V. 68, No. 2. P. 319–363. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2021.01.022>

5. Chelton D. B., Schlax M. G., Samelson R. M. // *Prog. Oceanogr.* 2011. V. 91, No. 2. P. 167–216. <https://doi.org/10.1016/j.pocan.2011.01.002>
6. Чаплыгин С. А. Собрание сочинений. Т. 2. М. : Гостехиздат, 1948. 642 с.
7. Kida S. // *J. Phys. Soc. Japan.* 1981. V. 50, No. 10. P. 3517–3520.
8. Жмур В. В., Панкратов К. К. // *Океанология.* 1989. Т. 29, № 2. С. 205–211.
9. Жмур В. В., Панкратов К. К. // *Изв. АН СССР.* 1990. Т. 26, № 9. С. 972–981.
10. Жмур В. В., Щепеткин А. Ф. // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* 1991. Т. 27, № 5. С. 492–503.
11. Zhmur V. V., Pankratov K. K. // *Phys. Fluids A: Fluid Dynamics.* 1991. V. 3, No. 5. P. 1464–1464. <https://doi.org/10.1063/1.857998>
12. Meacham S. P. // *Dynamics of Atmospheres and Oceans.* 1992. V. 16, No. 3–4. P. 189–223. [https://doi.org/10.1016/0377-0265\(92\)90007-G](https://doi.org/10.1016/0377-0265(92)90007-G)
13. Meacham S. P., Pankratov K. K., Shchepetkin A. F., Zhmur V. V. // *Dynamics of Atmospheres and Oceans.* 1994. V. 21, No. 2–3. P. 167–212. [https://doi.org/10.1016/0377-0265\(94\)90008-6](https://doi.org/10.1016/0377-0265(94)90008-6)
14. Жмур В. В. Мезомасштабные вихри в океане. М. : ГЕОС, 2011. 290 с.
15. Жмур В. В., Новоселова Е. В., Белonenko Т. В. // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* 2021. Т. 57, № 6. С. 721–732. <https://doi.org/10.31857/S0002351521050151>
16. Zhmur V. V., Novoselova E. V., Belonenko T. V. // *Oceanology.* 2021. V. 61, No. 6. P. 830–838. <https://doi.org/10.1134/S0001437021060333>
17. Жмур В. В., Новоселова Е. В., Белonenko Т. В. // *Океанология.* 2022. Т. 62, № 3. С. 341–356. <https://doi.org/10.31857/S0030157422030170>
18. Koshel K. V., Ryzhov E. A., Zhmur V. V. // *Nonlinear Proc. Geophys.* 2013. V. 20, No. 4. P. 437–444. <https://doi.org/10.5194/npg-20-437-2013>
19. Koshel K. V., Ryzhov E. A., Zhmur V. V. // *Phys. Rev. E.* 2015. V. 92, No. 5. P. 053021. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.92.053021>
20. Koshel K. V., Ryzhov E. A., Zhmur V. V. // *J. Marine Res.* 2011. V. 69, No. 2–3. P. 435–461. <https://doi.org/10.1357/002224011798765204>
21. Жмур В. В., Белonenko Т. В., Новоселова Е. В., Суетин Б. П. // *Докл. РАН. Науки о Земле.* 2023. Т. 508, № 2. С. 270–274. <https://doi.org/10.31857/S2686739722602113>
22. Жмур В. В., Белonenko Т. В., Новоселова Е. В., Суетин Б. П. // *Океанология.* 2023. Т. 63, № 2. С. 200–210. <https://doi.org/10.31857/S0030157423020144>
23. Жмур В. В., Белonenko Т. В., Новоселова Е. В., Суетин Б. П. // *Океанология.* 2023. Т. 63, № 2. С. 211–223. <https://doi.org/10.31857/S0030157423020156>
24. Жмур В. В., Травкин В. С., Белonenko Т. В., Арутюнян Д. А. // *Морской гидрофизический журнал.* 2022. Т. 38, № 5. С. 466–480.
25. Старр В. Физика явлений с отрицательной вязкостью. М. : Мир, 1971. 260 с.
26. [https://data.marine.copernicus.eu/product/GLOBAL\\_MULTIYEAR\\_PHY\\_001\\_030/description](https://data.marine.copernicus.eu/product/GLOBAL_MULTIYEAR_PHY_001_030/description)
27. Жмур В. В., Арутюнян Д. А. // *Океанология.* 2023. Т. 63, № 1. С. 3–19. <https://doi.org/10.31857/S0030157423010185>

Поступила в редакцию 16 декабря 2022 г.; принята в печать 31 марта 2023 г.

## ON THE STRETCHING OF MESOSCALE VORTICES INTO FILAMENTS AND THEIR DISTRIBUTION OVER THE OCEAN SURFACE

*V. V. Zhmur, T. V. Belonenko, E. V. Novoselova, and B. S. Suetin*

We consider various aspects of interaction of vortices with a barotropic flow. When a vortex interacts with a flow, one can observe three variants of the flow-core behavior: rotation, nutational oscillations, and unlimited stretching. In the first two cases, the vortex remains a localized formation, such that the ellipse semiaxes experience fluctuations near an average value. In the third case, the shape of the vortex varies as follows: one horizontal axes increases indefinitely, the second axis tends to zero, whereas the vertical size of the vortex does not change, and the vortex itself stretches into a thread remaining ellipsoidal (top view). As a result, the vortex formations i.e., the threads called filaments emerge in the ocean. They emerge from the vortices, which are initially almost circular in the horizontal plane and represent the structures stretched in one direction and having nonzero vorticity. In this work, an analytical and graphical method for determining the regimes of behavior of the three-dimensional ellipsoidal vortices is proposed for the first time for an inhomogeneous horizontal flow which is linear in terms of horizontal coordinates. The conditions of the inevitable stretching of the vortices into filaments are studied. It is established that the vortex stretching is manifested in spots (domains) on 60–67% of the World Ocean surface and the characteristic dimensions of these spots amount to about 200km. The vortex stretching into filaments ensures the energy pumping from the mesoscale processes to the submesoscale ones. According to the data of the global oceanic reanalysis GLORYS12V1 the domain distributions in the World Ocean are developed. It is shown that irrespective of the spatial-averaging scales the integral area of the regions in which the mesoscale vortices can stretch into threads is dominant.