

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное агентство по образованию

---

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

*Кафедра физики*

## ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

по дисциплине

« Ф И З И К А »

*Разделы*

*"Механика", "Молекулярная физика и термодинамика"*

*Курс 1*

Направления: Гидрометеорология  
Экология и природопользование  
Физика



Санкт-Петербург  
2006

Российский государственный  
гидрометеорологический университет

**БИБЛИОТЕКА**

195196, СПб, Малоохтинский пр., 98

*Одобрено методической комиссией РГГМУ*

**УДК 53**

Лабораторный практикум по дисциплине "Физика". Разделы "Механика", "Молекулярная физика и термодинамика" – СПб.: изд. РГГМУ, 2006. – 119 с.

*Авторы:* А.В. Бармасов, А.М. Бармасова, М.М. Белов, А.П. Бобровский, Н.В. Дьяченко, В.В. Косцов, Т.К. Крутицкая, А.В. Логинов, М.А. Мамаев, И.В. Недзвецкая, А.Л. Скобликова, С.А. Фокин, П.П. Хлябич, Т.Ю. Яковлева

*Ответственный редактор:* А.П. Бобровский

Лабораторный практикум предназначен для студентов первого курса очной и заочной форм обучения по направлениям: гидрометеорология, экология и природопользование, физика.

- © Авторы, 2006
- © Российский государственный гидрометеорологический университет (РГГМУ), 2006

## **ПРЕДИСЛОВИЕ**

Настоящее учебное пособие содержит описания 16 лабораторных работ по разделам «механика», «молекулярная физика и термодинамика» курса общей физики.

Каждая лабораторная работа рассчитана на два академических часа. Студент допускается к выполнению лабораторной работы после самостоятельного домашнего изучения необходимых сведений из теории, ознакомления с существом и порядком выполнения основных операций и только при наличии должным образом оформленного рабочего журнала с формулами для обработки результатов физических величин. Выполнив измерения и произведя необходимые расчеты, студент оформляет отчет, который представляет преподавателю. При этом студент должен показать понимание физического содержания проведенных измерений и дать оценку их достоверности.

Лабораторный практикум предназначен для студентов первого курса очной и заочной форм обучения по направлениям: гидрометеорология, экология и природопользование, физика.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 101

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ КОЛЬЦА МЕТОДОМ СРАВНЕНИЯ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

1. Задача работы.

1.1. Определение момента инерции кольца.

2. Предварительные сведения.

Основной закон динамики в случае вращения тела вокруг неподвижной оси имеет вид:

$$\vec{\beta} = \frac{\vec{M}}{I}$$

где  $\vec{M}$  – момент силы;  $\vec{\beta}$  – угловое ускорение;  $I$  – момент инерции тела.

Угловое ускорение  $\vec{\beta}$  определяется как производная угловой скорости  $\omega$  по времени  $t$ :

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Угловая скорость  $\vec{\omega}$  представляет собой вектор, лежащий вдоль оси вращения, причем ориентация его связана с направлением вращения правилом правого винта, а модуль равен углу поворота тела за единицу времени.

Таким образом, вектор  $\vec{\beta} = d\vec{\omega} / dt$  в случае неподвижной оси направлен так же, как и  $\vec{\omega}$ , если скорость вращения возрастает, и в противоположную сторону, если она убывает.

Момент силы  $\vec{M}$ , или вращающий момент, относительно центра вращения – точки  $O$  (рис. 1) – определяется как векторное произведение:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F},$$

где  $\vec{F}$  – вектор силы, лежащий в плоскости вращения;  $\vec{r}$  – радиус-вектор в той же плоскости, направленный от оси вращения к точке приложения силы.

Направление вектора  $\vec{M}$  связано с направлениями векторов  $\vec{r}$  и  $\vec{F}$  правилом правого винта.

$$M = rF \sin \alpha = \ell F,$$

где  $\alpha$  – угол между радиус-вектором  $\vec{r}$  и вектором силы  $\vec{F}$ ;  $\ell$  – плечо вектора  $\vec{F}$  относительно точки  $O$  ( $\ell = r \sin \alpha$ ).

Плечом силы относительно оси называют кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы.

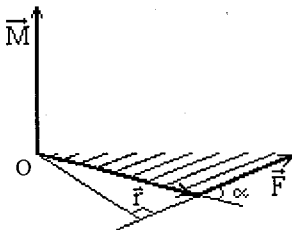


Рис. 1. Векторное произведение  $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ .

Момент силы относительно оси, проходящей через точку  $O$ , – это скалярная величина, равная проекции  $\vec{M}$  на эту ось.

Момент инерции тела  $I$  относительно оси вращения – это скалярная величина, определяемая для материальной точки как произведение массы точки на квадрат ее расстояния от оси:

$$I = mr^2,$$

а для твердого тела проводится суммирование моментов инерции всех точек тела:

$$I = \sum_i m_i r_i^2,$$

где  $m_i$  – масса  $i$ -й частицы твердого тела;  $r_i$  – расстояние от оси вращения до  $i$ -й частицы твердого тела.

Момент инерции характеризует инертные свойства тела при вращательном движении.

Момент инерции  $I$  имеет простейший вид в случае симметричных тел, когда ось вращения совпадает с осью симметрии (проходит через центр масс).

Так, в случае тонкого цилиндра (обруча), момент инерции  $I$  имеет вид:

$$I = mR^2,$$

для сплошного цилиндра (диска):

$$I = mR^2 / 2,$$

для шара:

$$I = 2mR^2 / 5,$$

где  $m$  – масса тела,  $R$  – радиус тела.

Определение момента инерции тел сложной конфигурации связано с большими математическими трудностями, поэтому их часто определяют опытным путем.

В том случае, если ось вращения не проходит через центр масс, момент инерции определяется с помощью теоремы Штейнера:

$$I = I_0 + md^2,$$

где  $I_0$  – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс и параллельной оси, относительно которой определяется  $I$ ;  $d$  – расстояние от центра массы до оси вращения;  $m$  – масса тела.

### 3. Метод исследования и описание установки.

В данной работе определяется момент инерции кольца с помощью измерения периода крутильных колебаний  $T$ . Для тела с моментом инерции  $I$  период крутильных колебаний определяется по формуле:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{k}}, \quad (1)$$

где  $k$  – модуль кручения нити, равный моменту силы, необходимому для закручивания нити на угол, равный одному радиану. Величина  $k$  находится путем измерения периода колебаний  $T_0$  эталонного тела с известным моментом инерции  $I_0$ .

На рис. 2 представлен прибор, используемый в данной работе. В качестве эталонного тела взят диск с массой  $m$  и диаметром  $D$ . Его момент инерции:

$$I_0 = \frac{1}{8}mD^2. \quad (2)$$

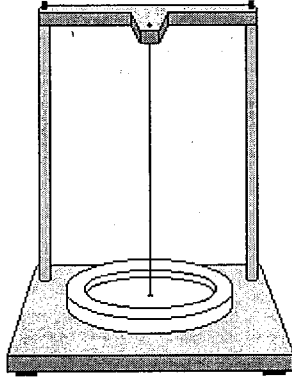


Рис. 2. Схема установки.

После измерения периода колебаний  $T_0$  диска, зная из формулы (2) момент инерции этого диска  $I_0$ , можно по формуле (1) найти модуль кручения нити  $k$ . Далее, поместив на диск кольцо, момент инерции которого, относительно оси, совпадающей с нитью, равен  $I$ , получим систему тел, момент инерции  $I_1$  которой равен сумме моментов инерции диска  $I_0$  и кольца  $I$ :

$$I_1 = I_0 + I. \quad (3)$$

Измерив период колебаний системы диск-кольцо  $T_1$ , находим момент инерции этой системы  $I_1$  по формуле, полученной на основе соотношения (1):

$$I_1 = I_0 \left( \frac{T_1}{T_0} \right)^2. \quad (4)$$

Тогда  $I = I_1 - I_0$ ,

или 
$$I = I_0 \left( \frac{T_1^2}{T_0^2} - 1 \right).$$

С учетом формулы (2), получаем момент инерций кольца  $I$ :

$$I = \frac{mD^2}{8} \left( \frac{T_1^2}{T_0^2} - 1 \right). \quad (5)$$

Если  $t_0$  – время, за которое совершается  $N$  колебаний диска, а  $t_1$  – время того же числа колебаний системы диск-кольцо, то период колебаний диска  $T_0$  и период колебаний системы диск-кольцо  $T_1$  определяются следующим образом:

$$T_0 = t_0 / N, \quad T_1 = t_1 / N,$$

и, значит, момент инерции кольца  $I$  равен:

$$I = \frac{mD^2}{8} \left( \frac{t_1^2}{t_0^2} - 1 \right). \quad (6)$$

где  $m$  – масса диска;  $D$  – диаметр;  $t_0$  – время, за которое совершается  $N$  колебаний диска;  $t_1$  – время, за которое совершается  $N$  колебаний системы диск-кольцо.

Формула (6) является рабочей формулой для расчета момента инерции кольца  $I$ .

#### 4. Порядок выполнения работы.

4.1. Измерьте штангенциркулем диаметр диска 5 – 7 раз. Результаты занесите в таблицу.

4.2. Сообщите диску крутильные колебания. Несколько первых колебаний пропустите, затем измерьте время  $t_0$  десяти полных колебаний. Опыт повторите 5 – 7 раз. Результаты занесите в таблицу.

4.3. Наденьте на диск кольцо и для системы диск-кольцо измерьте время  $t_1$  десяти полных колебаний, как указано в п. 4.2. Обратите внимание на то, что число полных колебаний  $N$  при измерениях  $t_0$  и  $t_1$  должно быть обязательно одинаковым.

4.4. Занесите в таблицу массу диска, которая указана на установке.

Таблица

№ опыта	$t_0$ , с	$t_1$ , с	$D$ , м	$m$ , кг	$\Delta m$ , кг

#### 5. Обработка результатов наблюдений.

5.1. Рассчитайте средние значения наблюдаемых величин  $t_0$ ,  $t_1$  и  $D$  и доверительные границы абсолютной погрешности этих величин.



5.2. Вычислите момент инерции кольца  $I$  по формуле (6).  
Рассчитайте абсолютную погрешность косвенного измерения  $I$ .

#### *Контрольные вопросы*

1. Сформулируйте основной закон динамики для вращательного движения.
2. Что такое момент инерции и от чего он зависит?
3. Какую роль при вращательном движении играет момент инерции тела?
4. Что такое угловое ускорение и как найти его направление?
5. Что такое момент силы относительно неподвижной оси вращения?
6. В чем заключается теорема Штейнера?
7. Что называется модулем кручения?

#### *Литература*

- Савельев И.В.* Курс общей физики. (В 5 кн.) – М.: Наука, 1998. – т. 1 «Механика» – § 5.1–5.4.
- Зисман Г.А., Тодес О.М.* Курс общей физики. – М.: Наука, 1974. – т. 1, гл. 3, § 10, 11.
- Яворский Б.М., Детлаф А.А.* Справочник по физике. М.: Наука. Физматлит. 1996. – гл. 1.4 – § 1.4.1 – 1.4.4.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 102

### ИЗУЧЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

#### 1. Задачи работы.

1.1. Определение момента инерции крестообразного маховика (маятника Обербека).

1.2. Определение вращающего момента.

1.3. Определение углового ускорения.

#### 2. Предварительные сведения.

См. соответствующий раздел в работе № 101.

#### 3. Метод исследования и описание установки.

Основной частью установки (рис. 1) является крестообразный маховик, закрепленный на горизонтальной оси. На спицы маховика (1) насажены одинаковые по размерам и массе цилиндры (2), положение которых можно изменять. На одной оси с маховиком находится шкив (3) с намотанной на него нитью. Нить перекинута через неподвижный блок (4), к ее концу привязан груз (5).

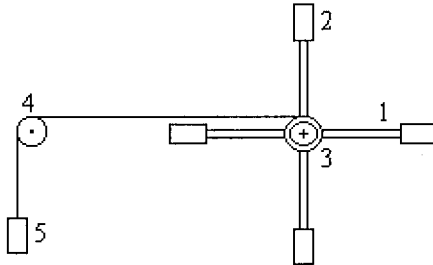


Рис. 1. Схематическое изображение установки.

#### 3.1. Определение углового ускорения.

Угловое ускорение  $\beta$  определяется линейным ускорением груза  $a$  и радиусом  $r$  шкива:

$$\beta = a/r.$$

Линейное ускорение  $a$  определяется из формулы пути равноускоренного движения без начальной скорости:

$$a = 2h/t^2,$$

где  $h$  – путь, который проходит груз за время  $t$ .

Следовательно, угловое ускорение  $\beta$  определяется по формуле:

$$\beta = 4h/Dt^2, \quad (1)$$

где  $D$  – диаметр шкива.

### 3.2. Определение вращающего момента.

Силой, вращающей шкив установки, является сила натяжения нити  $T$ :

$$T = m(g - a) = m(gt^2 - 2h)/t^2.$$

Следовательно, вращающий момент  $M$  равен:

$$M = rT = mD \frac{(gt^2 - 2h)}{2t^2}.$$

Преобразовав это выражение, получаем вращающий момент  $M$ :

$$M = mD \left( \frac{g}{2} - \frac{h}{t^2} \right). \quad (2)$$

### 3.3. Определение момента инерции.

Момент инерции  $I$  находится из основного закона динамики для вращательного движения подстановкой формул (1) и (2):

$$I = M / \beta. \quad (3)$$

Преобразовав это выражение, получаем момент инерции  $I$ :

$$I = \frac{1}{8} mD^2 \left( \frac{gt^2}{h} - 2 \right), \quad (4)$$

где  $m$  – масса груза;  $D$  – диаметр шкива;  $t$  – время;  $h$  – путь;  $g$  – ускорение свободного падения ( $g = 9,80 \text{ м/с}^2$ ).

Момент инерции  $I$  зависит от расположения цилиндров относительно оси вращения. Следовательно, и угловое ускорение  $\beta$ , и момент силы  $M$  также будут зависеть от расположения цилиндров. Возможные варианты приведены на рис. 2.

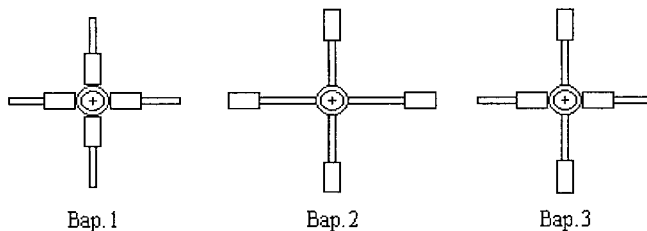


Рис. 2. Возможные варианты расположения цилиндров.

#### 4. Порядок выполнения работы.

До начала работы получите у преподавателя задание относительно выбора двух вариантов расположения цилиндров на крестовине.

4.1. Расположите цилиндры на спицах согласно первому варианту и закрепите их.

4.2. Намотайте нить на шкив, при этом груз поднимется на высоту  $h$ .

4.3. Включите электрический секундомер, одновременно груз начнет падать. Измерьте время падения  $t_1$  груза.

4.4. Опыт повторите 10 раз. Результаты занесите в таблицу.

4.5. Расположите цилиндры на спицах согласно второму варианту и 10 раз определите время падения груза. Результаты занесите в таблицу.

4.6. Измерьте штангенциркулем 5 – 7 раз диаметр шкива  $D$ .

4.7. Масса груза указана на установке.

Таблица

№	$t_1, c$	$t_2, c$	$D, m$	$h, m$	$m, кг$	$\Delta m, кг$

#### 5. Обработка результатов измерений.

5.1. Рассчитайте средние значения измеренных величин  $t_1, t_2, D$  и доверительные границы абсолютных погрешностей для них.

5.2. Для каждого варианта расположения цилиндров вычислите:

- угловое ускорение по формуле (1);
- вращающий момент по формуле (2);
- момент инерции маховика по формуле (4).

### *Контрольные вопросы*

1. Что называется моментом инерции тела? От чего зависит эта величина?
2. Что называется моментом силы? Как направлен этот вектор?
3. Напишите основной закон динамики для вращательного движения.
4. Что называется угловым ускорением? Как направлен этот вектор?
5. Что такое радиус-вектор?
6. Сформулируйте теорему Штейнера.
7. Выведите формулу (3).

### *Литература*

- Савельев И.В.* Курс общей физики. (В 5 кн.) – М.: Наука, 1998. – т. 1 «Механика» – гл.5 § 5.1 – 5.4.
- Зисман Г.А., Тодес О.М.* Курс общей физики. – М.: Наука, 1974. – т. 1, гл. 3, § 10, 11.
- Яворский Б.М., Детлаф А.А.* Справочник по физике. М.: Наука. Физматлит, 1996. – гл. 1.4 – § 1.4.1 – 1.4.4.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 103

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА И ПРОВЕРКА ТЕОРЕМЫ ШТЕЙНЕРА

#### 1. Задачи работы.

- 1.1. Экспериментальное определение момента инерции тела.
- 1.2. Расчет момента инерции по теореме Штейнера.

#### 2. Предварительные сведения.

См. соответствующий раздел в работе № 101.

#### 3. Метод исследования и описание установки.

Установка представляет собой треугольное основание и полку, жестко скрепленные тремя стойками. В центре полки в круглом углублении лежит поворотный диск радиуса  $r$  с рычажком. Круглая платформа радиуса  $R$  подвешена на расстоянии  $L$  к поворотному диску (рис. 1).

Если верхний диск повернуть на небольшой угол (на установке есть ограничитель угла поворота), то нижняя платформа также придет в движение, одновременно совершая крутильные колебания вокруг оси.

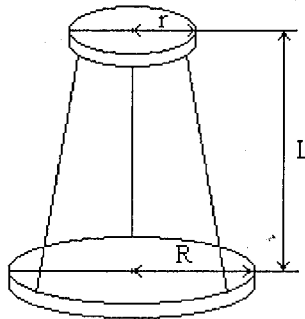


Рис. 1. Схема установки.

Период колебаний платформы измеряется цифровым частотомером-периодомером, принцип работы которого заключается в том,

что счетный блок считает количество поступающих на его вход импульсов в течение определенного интервала времени. Прибор может измерить как единичный период, так и средний из 10, 102, 103, 104 периодов электрических сигналов. Электрические сигналы возникают после преобразования световых импульсов, а последние поступают на прибор с помощью светозатвора, шторка которого открывается и закрывается колеблющейся платформой. Период колебания платформы связан с массой и моментом инерции платформы следующей зависимостью:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{IL}{MgrR}},$$

где  $I$  – момент инерции платформы;  $M$  – масса платформы;  $R$  – радиус платформы;  $r$  – радиус поворотного диска;  $L$  – расстояние между платформой и поворотным диском.

Из этой формулы можно получить значение момента инерции платформы:

$$I = \frac{grRMT^2}{4\pi^2L} \quad (1)$$

Произведение  $grR / (4\pi^2L)$  является постоянной величиной для данной установки. Массу платформы  $M$  и период колебаний платформы  $T$  можно определить экспериментально. Следовательно, формула (1) является рабочей формулой для расчета экспериментального значения момента инерции платформы  $I$ .

На платформе можно устанавливать дополнительные грузы, при этом изменяется масса платформы  $M$  и ее момент инерции  $I$ , а следовательно, и период колебаний  $T$ .

Дополнительные грузы изготовлены в виде цилиндров, которые на платформе можно устанавливать относительно центра по-разному. В табл. 1 предложено несколько вариантов расположения грузов.

Момент инерции платформы с грузами можно не только измерить экспериментально, но и вычислить, применяя теорему Штейнера:

$$I = I_0 + md^2, \quad (2)$$

где  $I_0$  – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс;  $d$  – расстояние между осью вращения и центром масс;  $m$  – масса тела.

Таблица 1

№ варианта	Геометрия расположения грузов	Расстояние от центра
1	Два груза в центре один на другом	$d = 0$
2	Два груза на одном диаметре	$d = 25$ мм
3	Три груза симметрично на окружности	$d = 29$ мм
4	Три груза симметрично на окружности	$d = 35$ мм

Если, как в нашем случае, колеблется сложная конфигурация, состоящая из нескольких грузов, то теорему Штейнера можно записать в виде:

$$I = I_0 + I_{o1} + I_{o2} + I_{o3} + m_1 d_1^2 + m_2 d_2^2 + m_3 d_3^2, \quad (3)$$

где  $I_0 = \frac{1}{2} m R^2$  – момент инерции платформы;  $I_{o1} = \frac{1}{8} m_1 D_1^2$ ,

$I_{o2} = \frac{1}{8} m_2 D_2^2$ ,  $I_{o3} = \frac{1}{8} m_3 D_3^2$  – моменты инерции грузов-цилиндров с массами  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  и диаметрами  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  относительно оси, проходящей через их центры масс;  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$  – расстояния от центров масс грузов до оси вращения (центра платформы).

#### 4. Порядок выполнения работы.

##### 4.1. Включите частотомер тумблером СЕТЬ.

Пока прибор прогревается, проверьте работу механической части установки:

4.2. Для возбуждения колебаний платформы с фиксированной начальной амплитудой отведите рычаг верхнего диска влево до упора, осторожно успокойте (рукой) платформу и плавно переведите рычаг в правое положение. Платформа должна совершать колебания с амплитудой без заметного затухания. Шторка светозатвора не должна задевать за корпус. В случае неполадки обратитесь к лаборанту.

4.3. Включите в сеть блок светозатвора. При этом индикатор на нем должен мигать в такт с колебаниями платформы.

##### 4.4. Подготовьте частотомер к работе:



Установите тумблер СУММИР. – ПАМЯТЬ в положение ПАМЯТЬ;

Переключатель ВРЕМЯ ИНДИКАЦИИ в положение 0,1;

Переключатель ВХОДА – произвольно;

Переключатель РОД РАБОТЫ в положение КОНТРОЛЬ;

Переключатель ВРЕМЯ СЧЕТА / МНОЖ. ПЕРИОДЫ – в положение 10;

Переключатель МЕТКИ ВРЕМЕНИ – 0,1.

Если в режиме КОНТРОЛЬ высвечивается показание 00000100, переведите переключатель РОД РАБОТЫ в положение ПЕРИОД Б.

Прибор готов к работе.

4.5. Измерьте период колебаний платформы.

Осторожно установите на платформе необходимую конфигурацию грузов (один из вариантов табл. 1, рекомендованных преподавателем). Возбудите колебания, как указано в п. 4.2.

Нажмите кнопку СБРОС частотомера. Через 3 – 5 с начнется процесс измерения периода колебаний. При указанном в п. 4.4. положении переключателей прибор автоматически измеряет среднее значение периода 10 колебаний. По окончании счета частотомер высвечивает значение периода (обратите внимание на единицы измерения и положение запятой). Процесс счета будет периодически (через 10 с) повторяться, поэтому не медлите с записью показаний.

Если амплитуда колебаний сильно уменьшилась, остановите платформу и запустите ее снова.

Получите для данной конфигурации грузов не менее 10 значений периода.

4.6. Диаметры цилиндров измерьте штангенциркулем 5 раз.

4.7. Заполните табл. 2 экспериментальных данных. Значения величин  $m$ ,  $r$ ,  $R$  и  $L$  приведены на установке.

Таблица 2

$M \pm \Delta M$ , кг	$m \pm \Delta m$ , кг	$R \pm \Delta R$ , м	$r \pm \Delta r$ , м	$D \pm \Delta D$ , м	$d \pm \Delta d$ , м	$L \pm \Delta L$ , м	$T$ , с	$T_{ср}$ , с

## 5. Обработка результатов измерений.

5.1. Для выбранного варианта конфигурации грузов вычислите суммарную массу  $M$  платформы и грузов.

5.2. Рассчитайте среднее значение периода колебаний  $T$ .

5.3. Вычислите момент инерции  $I$  по формуле (1).

5.4. Вычислите момент инерции платформы с грузами согласно теореме Штейнера по формуле (3) для выбранного варианта.

5.5. Сравните значения экспериментального и теоретического значения момента инерции. Сделайте выводы.

### *Контрольные вопросы*

1. Что называется моментом инерции тела?
2. Как вычислить момент инерции тела, если ось вращения не проходит через центр тяжести тела?
3. От чего зависит период колебания тела?
4. Дайте расшифровку всех символов, входящих в формулы (1), (2) и (3).

### *Литература*

- Савельев И.В. Курс общей физики. (В 5 кн.) – М.: Наука, 1998. – т. 1 «Механика» – гл. 5 § 5.1 – 5.4, гл. 8 § 8.5.
- Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. – М.: Наука, 1974. – т. 1, гл. 3, п. 10, 11.
- Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. М.: Наука. Физматлит, 1996. – гл. 1.4 – § 1.4.1 – 1.4.4.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 104

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ЖЁСТКОСТИ МЕТОДОМ ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА

#### 1. Задачи работы.

##### 1.1. Определение коэффициента жесткости пружины.

#### 2. Предварительные сведения.

Под действием внешних сил  $F$  всякое реальное тело деформируется, то есть изменяет свои размеры и форму. Если после прекращения действия сил тело принимает первоначальные размеры и форму, то деформация называется упругой. Изменение размеров и формы тела после прекращения действия сил указывает на наличие пластической деформации.

Упругие деформации наблюдаются в том случае, если сила, обусловившая деформацию, не превосходит некоторый определенный для каждого тела предел (предел упругости).

Простейшим видом упругой деформации твердого тела является деформация растяжения (сжатия). Рассмотрим такой вид деформации на примере растяжения пружины. Такая деформация возникает, если один конец пружины неподвижно закреплен, а к другому концу приложена внешняя сила  $F$ , направленная по оси пружины.

В состоянии равновесия сила тяжести груза, подвешенного за свободный конец пружины (внешняя сила  $F$ ), будет уравновешена упругими силами  $F_{\text{упр}}$ , возникающими в пружине в результате деформации.

Отметим, что закрепление одного конца пружины, в силу третьего закона Ньютона, равносильно приложению к закрепленному концу силы, равной по величине и противоположной по направлению силе, действующей на свободный конец.

При этом величина деформации  $X$  (полное удлинение) пропорциональна величине действующей силы  $F$ :

$$F_{\text{упр}} = -F = -kX - \text{закон Гука,} \quad (1)$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом жесткости пружины.

Наличие внешней силы  $F$  вызывает появление напряжений  $\sigma$  в пружине, величина которых зависит не только от величины внешней силы, но и от площади поперечного сечения  $S$  стержня (провода), из которой изготовлена пружина:

$$\sigma = \frac{F}{S}. \quad (2)$$

Упругие напряжения возникают по всей пружине и одинаковы вдоль всей ее длины. Это значит, что на каждый элемент длины пружины действуют со стороны прилегающих к нему частей пружины одни и те же усилия  $\sigma$ . Поэтому каждая единица длины пружины подвергается одинаковому растяжению, так что полное удлинение  $X = \Delta L$  пружины будет пропорционально ее общей длине  $L$ . При этом можно показать, что относительное удлинение  $\varepsilon$  прямо пропорционально приложенному напряжению  $\sigma$ , то есть

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\sigma}{E}, \quad (3)$$

где  $E$  – коэффициент пропорциональности, который носит название модуля растяжения или модуля Юнга.

Выражение (3), так же как и уравнение (1), соответствует закону Гука.

Под действием упругой или квазиупругой силы [не упругой по своей природе, но подчиняющейся выражению вида (1)], тела после прекращения действия внешней силы, совершают гармонические колебания, то есть колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется по закону синуса (косинуса). Поэтому упругие или квазиупругие силы называются также гармоническими силами.

Примером такого движения являются колебания пружинного маятника.

Колебание тела на пружине под действием упругих сил может быть описано с помощью второго закона Ньютона:

$$F = ma = m \frac{dv}{dt} = -kX, \quad (4)$$

где  $m$  – масса колеблющегося тела;  $v$  – его скорость.

Уравнение (4) может быть записано в виде:

$$\frac{d^2 X}{dt^2} + \omega_0^2 X = 0, \quad (5)$$

где 
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} - \quad (6)$$

циклическая частота колебаний.

Это дифференциальное уравнение второго порядка и имеет решение в виде следующей функции:

$$X = X_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (7)$$

где  $\varphi_0$  – начальная фаза колебания в момент времени  $t = 0$ ;  $\omega_0 t + \varphi_0$  – фаза колебаний в произвольный момент времени  $t$ ;  $X_{\max}$  – максимальное смещение колеблющегося тела относительно положения равновесия (амплитуда колебаний).

Циклическую частоту соответствующих колебаний можно также определить как:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}, \quad (8)$$

где  $T_0$  – период собственных колебаний – наименьший промежуток времени, за который все физические параметры, характеризующие колебательное движение, повторяются.

Так, например, по истечении периода  $T_0$  фаза колебания получает приращение  $2\pi$ , а колеблющееся тело возвращается в исходное состояние.

Подставляя (8) в (6), находим, что

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, \quad (9)$$

т.е. период свободных упругих колебаний тела массой  $m$ , подвешенного на пружине, зависит от его массы и коэффициента жесткости пружины. Отметим, что для всех простых гармонических колебаний период колебания не зависит от амплитуды колебаний ( $X_{\max}$ ) до тех пор, пока выполняется закон Гука. При превышении этого предела тело получает остаточные или пластические деформации.

Из уравнения (9) получаем:

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T_0^2} \quad (10)$$

Это формула является рабочей формулой для расчета коэффициента жесткости пружины.

### 3. Метод исследования и описание установки.

В установке, которую условно назовем пружинным маятником, используется упругая пружина, один конец которой закреплен, а другой, вместе с подвешенным к пружине грузом, может двигаться относительно линейки. На пружине закреплён визир, который позволяет фиксировать положение конца пружины при различных значениях внешней силы. Если пружину с грузом оттянуть, а затем отпустить, то под действием упругих сил груз будет совершать вертикальные колебания. Время, затраченное на  $N$  полных колебаний, можно определить по секундомеру. Под одним полным колебанием подразумевается наименьшее время, за которое колеблющееся тело вернется в исходное состояние, то есть время, близкое периоду колебаний.

### 4. Порядок выполнения работы.

4.1. Отметить на шкале линейки положение указателя на пружине без грузов ( $X_0$ ).

4.2. Нагружая пружину различными грузами с массами  $m_i$ , определить соответствующие удлинения пружины:

$$X = X_i - X_0. \quad (11)$$

Измерения производить по 5 раз.

Результаты отсчетов по п. 4.1 – 4.2 занести в табл. 1 и туда же вписать результаты расчетов внешней силы  $F$ :

$$F = m_i g, \quad (12)$$

где  $m_i$  – масса груза;  $g$  – ускорение свободного падения ( $g = 9,80 \text{ м/с}^2$ ).

Таблица 1

№ опыта	$m_i$ , кг	$F$ , Н	$X_0$ , м	$X_i$ , м	$X$ , м

4.3. Определить время, за которое совершаются  $N = 5$  колебаний. Для этого подвесить груз массой  $m = 0,8 \text{ кг}$ , оттянуть его на 5

см и, отпустив его, измерить время 5 полных колебаний. Прodelать опыт 5 раз.

4.4. Результаты занести в табл. 2.

Таблица 2

№ опыта	$t$ , с	$N$	$T_0$ , с

5. Обработка результатов измерений.

5.1. Первый способ расчета коэффициента жесткости пружины  $k$ :

5.1.1. По формулам (11) и (12) рассчитайте значения удлинения пружины  $X$  и внешней силы  $F$ .

5.1.2. Постройте график зависимости внешней силы  $F$  от удлинения пружины  $X$ .

5.1.3. По графику определите коэффициент жесткости  $k$  и  $\Delta k$ .

5.2. Второй способ расчета коэффициента жесткости пружины  $k$ :

5.2.1. Рассчитайте среднее значение времени пяти колебаний.

5.2.2. Определите среднее значение периода колебаний:

$$T_0 = \bar{t} / N.$$

где  $N$  – число колебаний груза;  $T_0$  – период колебаний.

5.2.3. По формуле (10) определите значение коэффициента жесткости пружины  $k$ .

5.3. Сравните полученные по первому и второму способам результаты определения коэффициентов жесткости пружины  $k$  и их точности.

#### Контрольные вопросы

1. Какие виды деформации Вы знаете?
2. О чём говорит закон Гука?
3. Какие силы называются упругими, квазиупругими?
4. Дайте определение периода колебаний.
5. От чего зависит период колебаний пружинного маятника?
6. Какие условия являются необходимыми для возникновения колебательного движения?
7. Напишите дифференциальное уравнение и его решение для гармонических колебаний.
8. Какие колебания являются гармоническими и зависят ли они от амплитуды?

#### Литература

- Савельев И.В. Курс общей физики. (В 5 кн.) – М.: Наука, 1998. – т. 1 «Механика» – гл. 2 § 2.9, гл. 3 § 3.3, гл. 8 § 8.1, 8.4.  
Зисман Т.А., Тодес О.И. Курс общей физики. – М.: Наука, 1967.

## **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 114**

### **ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА СОУДАРЕНИЯ УПРУГИХ ТЕЛ**

#### **1. Задачи работы.**

1.1. Измерить зависимость времени удара стального шара о массивную металлическую плиту от амплитуды колебания шара.

1.2. По результатам измерений вычислить коэффициенты в уравнении, описывающем вышеуказанную зависимость.

#### **2. Предварительные сведения.**

Под столкновением или ударом понимают любое кратковременное взаимодействие тел. Сущность удара заключается в том, что кинетическая энергия относительного движения соударяющихся тел на короткое время преобразуется в энергию упругой деформации и частично в энергию теплового движения молекул, удар приводит к передаче и к перераспределению энергии между соударяющимися телами.

Процесс соударения можно разделить на две фазы. В течение первой фазы происходит сближение тел, оба тела производят работу против упругих сил, вызванных деформацией, относительная скорость уменьшается до нуля. Затем наступает вторая фаза, которая протекает по-разному в зависимости от свойств соударяющихся тел. Если свойства тел таковы, что величина сил взаимодействия зависит от величины деформации, то эти силы сообщают телам равные по величине и противоположные по направлению импульсы. При этом тела начинают удаляться друг от друга, восстанавливая свою форму, кинетическая энергия системы растет до значения, которое было до удара, относительная скорость, переменяв знак, возрастает по абсолютной величине. Такое соударение называется абсолютно упругим.

Деформация тел при столкновении может сопровождаться внутренним трением, вследствие чего часть кинетической энергии перейдет в теплоту. Такими свойствами обладают пластические тела. Они не восстанавливают своей формы, и после столкновения движутся вместе с одинаковой скоростью, при этом кинетическая



энергия системы тел после удара меньше, чем была до удара. Такое столкновение называется абсолютно неупругим.

### 3. Методика работы и описание экспериментальной установки.

В предлагаемой работе изучается абсолютно упругий удар стального шара о массивную стальную плиту. Продолжительность удара определяется по времени замыкания электрической цепи при столкновении шара с плитой.

Для вычисления средней силы удара о плиту используется второй закон динамики и законы сохранения энергии и количества движения.

Средняя сила взаимодействия  $F$ , возникающая во время удара шара о стенку по второму закону динамики равна:

$$\bar{F} = \frac{m_1(\bar{v}_1 - \bar{u}_1)}{\tau}, \quad (1)$$

где  $m_1$  – масса шара;  $\bar{u}_1$  – скорость шара после удара;  $\bar{v}_1$  – скорость шара в момент удара;  $\tau$  – время соударения (или продолжительность удара) – это промежуток времени от первого момента соприкосновения поверхностей ударяющихся тел до последнего.

По закону сохранения энергии:

$$m_1 gh = \frac{m_1 v_1^2}{2},$$

где  $h$  – высота (относительно первоначального положения), на которой удерживается шар (рис. 1).

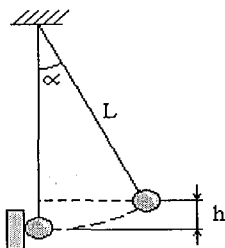


Рис. 1. К расчету средней силы взаимодействия шара с плитой.

Отсюда

$$v_1 = \sqrt{2gh}.$$

Из рис. 1 видно, что

$$L - h = L \cos \alpha,$$

откуда

$$h = L(1 - \cos \alpha).$$

Следовательно,

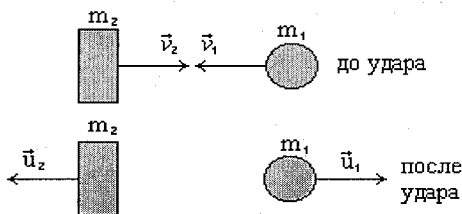
$$v_1 = \sqrt{2gL(1 - \cos \alpha)}. \quad (2)$$

Для упругого центрального удара двух тел (рис. 2) справедливы законы сохранения энергии и импульса:

$$\frac{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2}{2}, \quad (3)$$

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2, \quad (4)$$

где  $m_1, m_2$  – массы тел;  $\vec{v}_1, \vec{v}_2$  – скорости тел до удара;  $\vec{u}_1, \vec{u}_2$  – скорости тел после удара.



$x \leftarrow$

Рис. 2. К расчету средней силы взаимодействия шара с плитой.

Проектируя уравнение (4) на ось  $x$ , получим уравнение закона сохранения импульса в скалярной форме:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = -m_1 u_1 + m_2 u_2. \quad (5)$$

Решая совместно уравнения (3) и (5), находим:

$$u_1 = \frac{v_1(m_1 - m_2) + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}, \quad (6)$$

$$u_2 = \frac{v_2(m_2 - m_1) + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}.$$

В случае упругого соударения шара малой массы  $m_1$  с неподвижной стенкой массы  $m_2$ , скорость стенки  $v_2 = 0$  (как происходит в предлагаемой работе), и в формулах (6) можно считать, что  $m_2 \gg m_1$ . В этом случае решение системы (6) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} u_1 &= -v_1, \\ u_2 &= 0, \end{aligned} \quad (7)$$

т.е. шар малой массы отскакивает от массивной и неподвижной стенки с той же по величине скоростью, с которой он об нее ударился, но противоположно направленной. Подставляя решение (7) в уравнение (1), получим в проекции на ось  $x$ :

$$F = \frac{m[v_1 - (-u_1)]}{\tau} = \frac{m(v_1 + u_1)}{\tau} = \frac{2mv_1}{\tau}. \quad (8)$$

Подставляя значение  $v_1$  из (2), получим:

$$F = \frac{2m\sqrt{2gL(1 - \cos \alpha)}}{\tau}. \quad (9)$$

Известно, что при упругом соударении время соударения  $\tau$  зависит от скорости шара в момент удара ( $v_1$ ) следующим образом:

$$\tau \sim v_1^Z, \quad (10)$$

где  $Z$  – некоторая константа, зависящая от материала и формы тела.

В экспериментальной установке, которая применяется в данной работе, шар, представляет собой физический маятник, совершающий гармонические колебания. Его движение описывается, следовательно, следующим образом:

$$S = A \sin \frac{2\pi}{T} t, \quad (11)$$

где  $A$  – амплитуда колебаний;  $T$  – период;  $S$  – смещение шара от положения равновесия.

Скорость шара получаем дифференцированием смещения  $S$  по времени:

$$v = \frac{dS}{dt} = \frac{2\pi}{T} A \cos \frac{2\pi}{T} t. \quad (12)$$

Соударение шара с плитой происходит при вертикальном положении маятника. В этот момент скорость движения шара достигает максимального значения:

$$\cos \frac{2\pi}{T} = 1; v_1 = \frac{2\pi}{T} A. \quad (13)$$

Таким образом, скорость  $v_1$  пропорциональна амплитуде и зависимость (10) для времени соударения  $\tau$  можно представить в виде:

$$\tau = kA^Z. \quad (14)$$

Коэффициент пропорциональности  $k$  зависит от размеров, массы, упругих свойств шара, от параметров экспериментальной установки.

Легко заметить, что, прологарифмировав зависимость (14), мы получаем уравнение прямой:

$$y = ax + b \text{ или } \lg \tau = Z \lg A + \lg k, \quad (15)$$

где

$$x = \lg A, y = \lg \tau, a = Z, b = \lg k. \quad (16)$$

Построив график линейной зависимости  $\lg \tau = f(\lg A)$ , можно найти параметры  $a$  и  $b$  (угловой коэффициент и отрезок, отсекаемый прямой на оси  $y$ ), а затем, пользуясь формулами (16), найти значение коэффициентов  $Z$  и  $k$  в уравнении (14).

Экспериментальная установка (рис. 3) содержит следующие элементы: стальной шар 1, стальная плита 2, шкала отсчета амплитуды 3, запоминающий осциллограф 4, источник питания 5. При соприкосновении шара с плитой в течение промежутка времени (времени соударения) через сопротивление  $R$  проходит ток, создающий импульс напряжения на входе осциллографа.

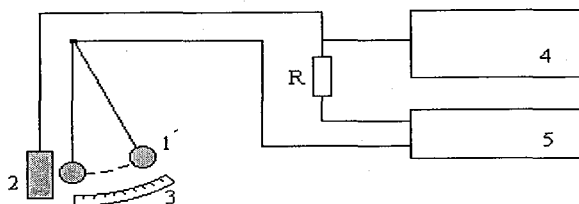


Рис. 3. Схема экспериментальной установки:  
 1 – стальной шар, 2 – стальная плита, 3 – шкала отсчета амплитуды,  
 4 – запоминающий осциллограф, 5 – источник питания.

Форма импульса, наблюдающегося на экране осциллографа, показана на рис. 4. Ширина импульса  $n$  пропорциональна времени соударения:  $\tau \approx \gamma n$ , где  $\gamma$  – масштаб развертки.

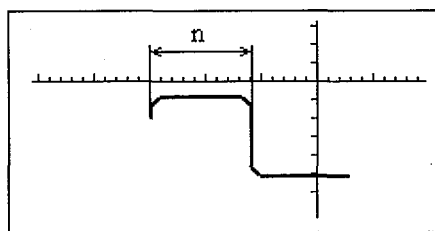


Рис.4. Импульс напряжения на экране осциллографа.

#### 4. Порядок выполнения работы.

4.1. Настроить осциллограф. Порядок настройки указан на установке.

4.2. Установить шар на нужном делении шкалы амплитуды.

4.3. Освободить шар. Произойдет удар шара о плиту и на экране осциллографа запишется импульс.

4.4. С помощью шкалы, расположенной на экране осциллографа, измерить ширину импульса  $n$ . Данные занести в таблицу.

4.5. Повторить п. 4.2. – 4.4. при одном значении амплитуды не менее 5 раз.

4.6. Аналогичным образом провести измерения при других амплитудах отклонения шара.

Таблица

$A$ , см	$\lg A$	Ширина импульса						$\gamma$ , мкс/дел.	$\tau$ , мкс	$\lg \tau$
		$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$	$n_5$	$n_{\text{ср}}$			

### 5. Обработка результатов.

5.1. Для каждой амплитуды  $A$  найдите среднее значение ширины импульса  $n_{\text{ср}}$ . При вычислении систематической составляющей погрешности считать, что

$$\Theta(n) = 1,1h,$$

где  $h$  – предельная погрешность шкалы осциллографа, приблизительно равная одному минимальному делению.

5.2. С учетом масштаба развертки  $\gamma$  определите время соударения шара  $\tau$  для каждой амплитуды  $A$ .

5.3. Вычислите значения  $\lg A$  и  $\lg \tau$  и постройте графическую зависимость  $\lg \tau = f(\lg A)$ . Точки на графике должны быть указаны с соответствующими погрешностями  $\Delta(\lg \tau)$  и  $\Delta(\lg A)$ . Значения этих величин рассчитываются следующим образом:

$$\Delta(\lg \tau) = \Delta(0,434 \ln \tau) = 0,434(\Delta \tau / \tau);$$

$$\Delta(\lg A) = \Delta(0,434 \ln A) = 0,434(\Delta A / A).$$

Для расчета  $\Delta \tau$  необходимо вывести формулу погрешности косвенного измерения, так как время соударения  $\tau = \gamma n$ ; погрешность масштаба развертки  $\Delta \gamma = \Theta(\gamma) = 0,05\gamma$ ; погрешность ширины импульса  $\Delta n$  является абсолютной погрешностью прямых измерений.

Абсолютная погрешность амплитуды  $\Delta A = \Theta(A)$ .

5.4. Из построенной графической зависимости получить коэффициенты  $a$  и  $b$  и их погрешности, а затем вычислить по формулам (16) коэффициенты  $Z$  и  $k$ , используемые в формуле (14).

5.5. Выведите формулу погрешности коэффициента  $k$ .

5.6. Вычислите погрешности коэффициентов  $k$  и  $Z$  и приведите окончательный результат вычислений показателя степени  $Z$  и коэффициента пропорциональности  $k$ .

### *Контрольные вопросы*

1. Какой удар называется центральным и абсолютно упругим, а какой абсолютно неупругим?
2. Напишите закон сохранения энергии для абсолютно упругого центрального удара и для абсолютно неупругого центрального удара двух тел.
3. Напишите закон сохранения импульса для абсолютно неупругого удара двух шаров и для абсолютно упругого удара.
4. Что такое время соударения двух тел? От чего зависит эта величина?
5. Что называется импульсом тела?
6. Сформулируйте основной закон динамики для поступательного движения.

### *Литература*

- Савельев И.В.* Курс общей физики. (В 5 кн.) – М.: Наука, 1998. – т. 1 «Механика» – гл. 2 – § 2.3, гл. 3 – § 3.2, 3.7, 3.10.
- Зисман Г.А., Тодес О.М.* Курс общей физики. – М.: Наука, 1974. – т. 1, гл. 2, п. 8.
- Яворский Б.М., Детлаф А.А.* Справочник по физике. М.: Наука. Физматлит, 1996. – гл. 1.3 – § 1.3.5.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ УНИВЕРСАЛЬНОЙ  
ГАЗОВОЙ ПОСТОЯННОЙ МЕТОДОМ ЭЛЕКТРОЛИЗА**

1. Задача работы.

1.1. Определение универсальной газовой постоянной  $R$ .

2. Предварительные сведения.

Идеальным газом называется газ, в котором можно пренебречь силами молекулярного взаимодействия. Считается, что такой газ состоит из множества атомов или молекул, находящихся в непрерывном хаотическом движении, обменивающихся энергией только при абсолютно упругих столкновениях либо друг с другом, либо со стенками сосуда. Расстояние между молекулами в идеальном газе настолько велико, что объемом самих молекул можно пренебречь, то есть считать их физическими точками. Идеальный газ – безусловно абстракция, однако свойства реальных газов в достаточно широком диапазоне давлений и температур близки к свойствам идеального газа. Это бывает, когда плотность реальных газов невелика и они находятся в состояниях, далеких от точки конденсации (кипения) этих газов. Так, например, воздух при нормальном атмосферном давлении (101,325 кПа или 760 мм рт. ст.) и комнатной температуре ведет себя как идеальный газ и, следовательно, к воздуху применимо уравнение состояния идеального газа.

Законы для идеальных газов выражаются более простыми формулами, если температура выражена в градусах Кельвина, а не Цельсия:

$$T [K] = t [^{\circ}C] + 273.$$

Основным уравнением, описывающим идеальный газ, является уравнение состояния идеального газа, или уравнение Менделеева – Клапейрона:

$$PV = \frac{m}{\mu} RT, \quad (1)$$

где  $P$  – давление газа;  $V$  – объем газа;  $T$  – температура (в градусах Кельвина);  $m$  – масса всего газа;  $\mu$  – молярная масса газа;  $R$  – искомая универсальная газовая постоянная.



При непрерывном изменении  $P$ ,  $V$  и  $T$  уравнение применимо ко всей последовательности состояний только при бесконечно медленных процессах, когда неравномерности в распределении температуры и давления бесконечно малы.

Для выяснения физического смысла универсальной газовой постоянной рассмотрим работу  $A$ , которую совершает при расширении или сжатии газ в изобарическом процессе (давление  $P$  – постоянная величина):

$$A = P\Delta V, \quad (2)$$

где  $\Delta V$  – изменение объема.

Используя уравнения (1) и (2), значение работы газа можно записать в виде:

$$P\Delta V = \nu R\Delta T, \quad (3)$$

где  $\Delta T$  – изменение температуры, соответствующее изменению объема  $\Delta V$  в изобарическом процессе;  $\nu$  – число молей газа.

Из формул (2) и (3) найдем  $R$ :

$$R = A/(\nu\Delta T). \quad (4)$$

Таким образом, универсальная газовая постоянная  $R$  численно равна работе, которую совершает один киломоль идеального газа при постоянном давлении при повышении его температуры на  $1^\circ$ .

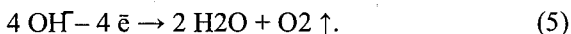
На сегодняшний день самое точное значение этой величины равно  $(8,31441 \pm 0,00026) \cdot 10^3$  Дж/(кмоль·К).

### 3. Методика работы и описание установки.

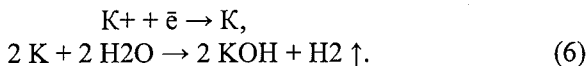
В данной работе универсальную газовую постоянную  $R$  определяют, используя соотношение (1) применительно к водороду. Для получения водорода используется электролиз. Электролизом называется процесс выделения на электродах продуктов разложения раствора или расплава электролита при прохождении через него электрического тока. В качестве электролита, то есть раствора, проводящего электрический ток, в данной работе служит водный раствор едкого калия КОН.

В результате электролитической диссоциации едкого калия получают ионы  $K^+$ ,двигающиеся к катоду, и ионы  $OH^-$ ,двигающиеся к аноду.

щиеся к аноду. Около анода от иона  $\text{OH}^-$  отщепляется электрон и из оставшейся гидроксильной группы образуется вода и кислород:



Около катода к иону  $\text{K}^+$  присоединяется электрон и восстанавливает его до нейтрального атома. Калий, реагируя с водой, снова обогащает раствор едким калием  $\text{KOH}$  с выделением водорода:



Таким образом, количество молекул едкого калия остается в растворе неизменным, а выделяющиеся на электродах газы водород и кислород являются продуктами разложения воды.

Количественные законы электролиза были экспериментально установлены Фарадеем. Количество выделившегося на электроде вещества оказалось прямо пропорционально количеству электричества  $q$ , протекшему через раствор или расплав электролита:

$$m = kq, \quad (7)$$

где  $m$  – масса выделившегося при электролизе вещества;  $k$  – коэффициент пропорциональности, различный для разных веществ, носит название электрохимического эквивалента и выражается в [кг/Кл];  $q$  – прошедший через электролит заряд.

Согласно второму закону Фарадея электрохимический эквивалент  $k$  вещества прямо пропорционален молярной массе этого вещества  $\mu$  и обратно пропорционален его валентности  $z$ :

$$k = \mu / (Fz) = A / F, \quad (8)$$

где  $A$  – химический эквивалент вещества,  $A = \mu / z$  [кг/моль];  $F$  – постоянная Фарадея, имеет для всех веществ одно и то же значение, равна произведению заряда электрона на число Авогадро ( $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл,  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  моль $^{-1}$ ):

$$F = N_A \cdot e = 96484,56 \text{ Кл/моль}.$$

Постоянная Фарадея  $F$  показывает, какой заряд должен пройти через раствор электролита для того, чтобы на электроде выделилась масса вещества, численно равная его химическому эквиваленту.

Массу выделившегося газа можно вычислить из следующих соображений: каждый ион водорода несет заряд, равный заряду электрона по модулю  $|e|$ ; следовательно, если через электролит прошло  $n'$  ионов, то они перенесли заряд  $q$ :

$$q = e n'. \quad (9)$$

Сила тока  $I$  в цепи при прохождении через раствор электролита заряда  $q$  за время  $\tau$  равна:

$$I = q / \tau. \quad (10)$$

Так как выделившийся на электроде водород  $H_2$  является двух-атомным газом, то число молекул водорода  $n$  в два раза меньше числа ионов  $n'$ , то есть:

$$n = n' / 2. \quad (11)$$

Масса всего выделившегося водорода равна массе молекулы водорода, умноженной на число молекул  $n$ :

$$m = 2m_H n, \quad (12)$$

где  $m_H$  — масса одного атома водорода.

Используя соотношения (9), (10), (11) и (12), получаем, что масса всего выделившегося водорода равна:

$$m = m_H I (\tau / e). \quad (13)$$

Из формулы (1), (13) следует, что универсальная газовая постоянная  $R$  выражается следующим образом:

$$R = \frac{PV\mu e}{Tm_H I \tau}. \quad (14)$$

Прибор для получения нормированного количества газа путем электролиза называется электролизером (рис. 1). В данной работе применяется электролизер коаксиальной конструкции. Он состоит из двух трубок, вставленных одна в другую. В центральную трубку введен катод, в зазоре между трубками находится анод. При электролизе водород скапливается во внутренней трубке (при закрытом кране К), а кислород улетучивается в атмосферу. Электрическая часть прибора состоит из выпрямителя, амперметра и реостата для регулировки тока в электролизере.

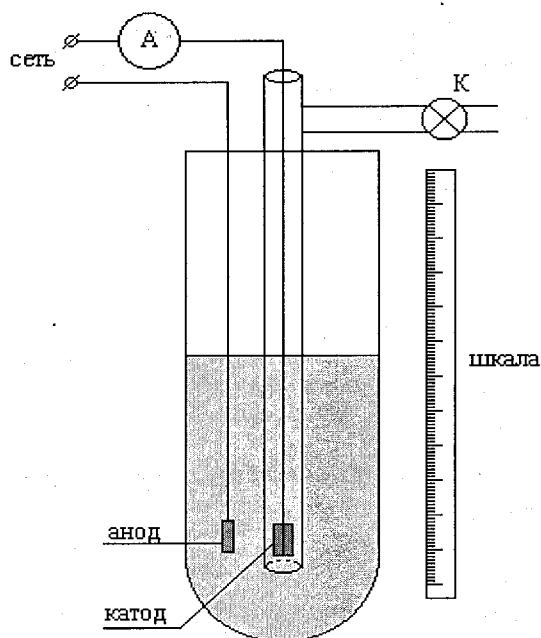


Рис. 1. Принципиальная схема установки: К – кран; А – амперметр.

Объем  $V$  водорода, выделившегося в течение опыта, определяется по формуле:

$$V = S(X_1 - X_2), \quad (15)$$

где  $S$  – площадь сечения трубки (для нашей установки  $S = 1,00 \pm 0,01 \text{ см}^2$ );  $X_1$  – уровень раствора в центральной трубке до электролиза;  $X_2$  – уровень раствора в центральной трубке после электролиза.

Температура, при которой находится водород, может быть измерена при помощи термометра.

Осталось определить давление водорода в трубке. Поскольку поверхность электролита, над которой находится водород в трубке, покоится, давление газа на жидкость равно давлению жидкости на газ. В состав газа, находящегося над поверхностью электролита, кроме водорода входят пары воды. Поэтому давление газа складывается из парциального давления водорода  $P$  и парциального давления насыщенных паров воды над поверхностью электролита  $P_2$ . Давление электролита на газ складывается из атмосферного давле-

ния  $P_{\text{атм}}$  и гидростатического давления  $P_1$ , возникающего из-за разницы уровней во внешней ( $X_3$ ) и центральной ( $X_2$ ) трубках электролизера. То есть

$$P + P_2 = P_{\text{атм}} + P_1. \quad (16)$$

Гидростатическое давление  $P_1$  находится по формуле:

$$P_1 = \rho g \cdot (X_3 - X_2), \quad (17)$$

где  $\rho$  – плотность электролита ( $1,25 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ );  $g$  – ускорение свободного падения ( $9,80 \text{ м/с}^2$ ).

Из уравнений (16) и (17) получим:

$$P = P_{\text{атм}} + \rho g (X_3 - X_2) - P_2. \quad (18)$$

Уравнения (15) и (18) являются рабочими формулами для расчета значений величины объема  $V$  и давления  $P$  водорода. Полученные значения  $V$  и  $P$  используются для расчета значения  $R$  по рабочей формуле (14). Величины молярной массы водорода  $\mu$ , заряда электрона  $e$  и массы атома водорода  $m_H$  являются табличными и имеют значения:

$$\mu = 2,00 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}; e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}; m_H = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

#### 4. Порядок выполнения работы.

4.1. При открытом кране К замкните цепь и установите ток порядка 0,2 А.

4.2. Разомкните цепь, дождитесь прекращения выделения пузырьков газа и закройте кран К.

4.3. Определите уровень раствора  $X_1$  в центральной трубке.

4.4. Включите ток и одновременно пустите секундомер. Время пропускания тока  $\tau$  должно быть порядка 10 – 15 мин. Во время опыта следите за величиной тока через 5, 10 и 15 мин, запишите эти значения в таблицу.

4.5. Выключите одновременно ток и секундомер. Подождите 1-2 мин, пока полностью не прекратится выделение пузырьков газа и не выровняется температура.

4.6. Определите уровень раствора  $X_2$  в центральной трубке.

4.7. Определите уровень раствора во внешней трубке  $X_3$ .

4.8. Измерьте температуру  $t$  воздуха в комнате, где проводится эксперимент.

4.9. Определите атмосферное давление  $P_{\text{атм}}$  по барометру (1 мм рт. ст. = 133,322 Па).

4.10. Данные опыта занесите в табл. 1.

Таблица 1

$I,$ А	$\tau,$ с	$X_1,$ м	$X_2,$ м	$X_3,$ м	$S,$ м <sup>2</sup>	$V,$ м <sup>3</sup>	$t,$ °С	$T,$ К	$P_1,$ Па	$P_2,$ Па	$P_{\text{атм}},$ мм рт. ст.	$P_{\text{атм}},$ Па

4.11. По таблице зависимости давления насыщенных паров от температуры  $[P_{\text{H}_2\text{O}} = f(t)]$  найдите упругость насыщенных паров  $P_2$  при данной температуре (табл. 2).

Таблица 2

**Зависимость давления насыщенных паров воды над 80%-м водным раствором едкого калия КОН от температуры**

$t, \text{°C}$	$P_{\text{H}_2\text{O}}, \text{Па}$
10	971
18	1639
20	1853
22	2106
24	2343
26	2519
28	2679
30	3012

4.12. Для определения систематических составляющих погрешностей измеренных в работе величин запишите параметры использованных приборов (барометра, термометра, секундомера, амперметра) – класс точности, число делений на шкале, цену деления.

5. Обработка результатов измерений.

Обработка результатов измерений проводится по трем отдельным рабочим формулам (15), (18) и (14).

5.1. Вычислите объем  $V$  выделившегося в течение опыта водорода по формуле (15).

5.2. Вычислите давление  $P$ , под которым находится водород в трубке, по формуле (18).

5.3. Рассчитайте среднее значение силы тока, наблюдаемого в эксперименте.

5.4. Вычислите универсальную газовую постоянную  $R$  по формуле (14).

#### *Контрольные вопросы*

1. Какой газ называется идеальным?
2. Каким уравнением можно описать состояние газа?
3. Что такое моль вещества?
4. Каков физический смысл универсальной газовой постоянной? Какова ее размерность в системе единиц СИ?
5. Что называется электролизом?
6. От чего зависит масса выделившегося вещества при электролизе?
7. Сформулируйте два закона Фарадея для электролиза. Получите из этих двух законов объединенный закон Фарадея для вычисления массы выделившегося на электродах вещества.
8. Каков физический смысл числа Фарадея?
9. Какой прибор называется электролизером?
10. Что такое насыщенный и ненасыщенный пар? Существует ли зависимость давления и плотности насыщенных паров и ненасыщенных паров от объема и температуры этих паров? Подчиняются ли они законам для идеальных газов?

#### *Литература*

- Зисман Г.А., Тодес О.Я. Курс общей физики, – М.: Наука, 1969, т. 2. – § 24.
- Савельев И.В. Курс общей физики (В 5 кн.). – М.: Наука, 1998. – т. 3. «Молекулярная физика и термодинамика» – §1.2, 1.7, 1.8.
- Савельев И.В. Курс общей физики (В 5 кн.). – М.: Наука, 1998. – т. 2. «Электричество и магнетизм» – § 10.3.
- Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. М.: Наука. Физматлит. – 1996. – гл. II.1 – § II.1.4., гл. III.9. – § III.9.1 – III.9.4.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 131

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА В ВОЗДУХЕ РЕЗОНАНСНЫМ МЕТОДОМ

#### 1. Задачи работы.

- 1.1. Определение скорости звука в воздухе резонансным методом.
- 1.2. Исследование зависимости скорости звука от температуры.

#### 2. Предварительные сведения.

##### 2.1. Скорость распространения звуковой волны в воздухе.

Звуковыми или акустическими волнами называют упругие волны малой интенсивности, т.е. слабые механические возмущения, распространяющиеся в упругой среде. Звуковые колебания, воздействуя на органы слуха человека способны вызвать ощущения, если частоты  $\nu$  соответствующих им колебаний лежат в пределах от 16 Гц до 20 кГц – слышимые звуки. Упругие волны с частотами менее 16 Гц называются инфразвуком, а с частотами более 20 кГц – ультразвуком.

Упругие волны связаны с объемной деформацией упругой среды и поэтому могут распространяться в любой среде – твердой, жидкой и газообразной. Примером таких волн являются звуковые волны в воздухе.

Распространение упругих волн в газе (воздухе) определяется объемной упругостью – способностью газа сопротивляться изменению его объема. Это свойство газа проявляется в изменении давления газа при изменении его объема, поэтому для описания упругих волн в газе обычно используется избыточное давление  $\Delta p$ , равное отклонению переменного давления от равновесного давления  $p$ .

Формулу, связывающую скорость звука  $u$  в воздухе с характеристиками его состояния, можно получить, используя законы механики. Пусть в газе распространяется механическое возмущение с крутым передним фронтом, которое характеризуется избыточным давлением  $\Delta p$ . В некоторый момент времени фронт волны – граница области сжатия, перемещаясь вправо со скоростью  $u$ , достигла точки с координатой  $z$  (рис. 1); справа от фронта все точки газа покоятся. Спустя промежуток времени  $\Delta t$  фронт переместится вправо на



расстояние  $u\Delta t$ . В пределах этого слоя все частицы приобретут одну и ту же скорость  $v$ , и частицы газа, находившиеся в момент времени  $t$  на фронте волны, переместятся вправо на расстояние  $v\Delta t$ .

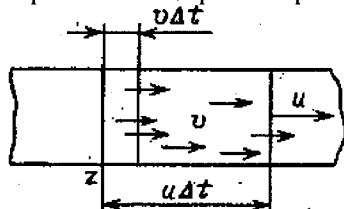


Рис. 1. К расчету скорости распространения волны.

Выберем вовлеченный за время  $\Delta t$  в волновой процесс объем газа в форме цилиндра с площадью поперечного сечения  $S$  и высотой  $u\Delta t$ . Как видно из рис. 1, отношение скоростей  $v/u$  равно с противоположным знаком отношению изменению  $\Delta V/V$  объема газа:

$$-\frac{\Delta V}{V} = \frac{Sv\Delta t}{Su\Delta t} = \frac{v}{u}, \quad (1)$$

(знак минус связан с тем, что при сжатии  $\Delta V \leq 0$ ).

Применим к массе  $\Delta m$ , заключенной в объеме  $Su\Delta t$ , закон сохранения импульса. Приращение импульса за время  $\Delta t$ , т.е.  $\Delta(mv)$  равно импульсу силы  $F\Delta t$ . Это дает:

$$\Delta(mv) = F\Delta t. \quad (2)$$

Действующая на выделенную массу газа сила направлена вправо и равна  $F = \Delta p S$ , поскольку давление на левое основание объема газа равно  $p + \Delta p$ , в то время как давление справа равно просто  $p$ . Подставив в формулу (2)  $\Delta m = \rho Su\Delta t$  (где  $\rho$  – плотность газа) и  $F = \Delta p S$ , получим:

$$\rho uv = \Delta p. \quad (3)$$

Опыт показывает, что изменения давления и температуры в звуковой волне происходят настолько быстро, а теплопроводность воздуха настолько мала, что для таких процессов теплообмен не играет существенной роли. Разности температур между областями сжатия и разрежения воздуха в звуковой волне не успевают выров-

няться, поэтому распространение звука можно считать адиабатическим процессом.

В этих условиях можно определить связь изменения  $\Delta p$  давления газа с малым изменением  $\Delta V$  его объема. Дифференцируя уравнение Пуассона

$$pV^\gamma = \text{const},$$

где  $\gamma$  – показатель адиабаты, получим:

$$V^\gamma dp + \gamma p V^{\gamma-1} dV = 0.$$

Откуда

$$\frac{dp}{dV} = -\frac{\gamma p}{V}$$

и для малых изменений давления:

$$\Delta p = \frac{dp}{dV} \Delta V = -\gamma p \frac{\Delta V}{V},$$

где знак «минус» означает, что увеличение давления соответствует уменьшению объема. С учетом формулы (1):

$$\Delta p = -\gamma p \frac{\Delta V}{V} = \gamma p \frac{v}{u}.$$

Подстановка последнего соотношения в формулу (3) позволяет получить равенство:  $u = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$ .

Используя уравнение состояния идеального газа, можно отношение  $p/\rho$  заменить на  $RT/\mu$ , где  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $T$  – термодинамическая температура;  $\mu$  – молярная масса газа.

В результате для скорости звука в газе получим формулу Лапласа:

$$u = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}. \quad (4)$$

Из этой формулы следует, что скорость звука пропорциональна корню квадратному из термодинамической температуры и ряду

констант, характеризующих тип газа, при этом скорость звука не зависит от давления.

## 2.2. Стоячая волна. Условие резонанса в трубе с воздухом.

Стоячая волна образуется в результате наложения двух бегущих синусоидальных волн, которые распространяются навстречу друг другу, и имеют одинаковые частоты и амплитуды. Расстояние  $\lambda$ , на которое распространяется синусоидальная волна за время, равное периоду колебаний, называется длиной волны.

При наложении двух (с одинаковой амплитудой и частотой) бегущих вдоль оси  $y$  в противоположных направлениях звуковых волн вида:

$$x_1 = A \sin[\omega(t - y/u)] \quad \text{и} \quad x_2 = A \sin[\omega(t + y/u) + \alpha],$$

где  $A = \text{const}$  – амплитуда колебаний, называемая амплитудой волны;  $\omega$  – циклическая (круговая) частота волны;  $u$  – фазовая скорость волны;  $\alpha$  – разность фаз волн в точках плоскости  $x = 0$ ;  $x_1$  и  $x_2$  – это смещения точек среды под действием волн, бегущих в прямом и обратном направлениях соответственно;  $y$  – координата колеблющейся точки под действием этих волн, образуется плоская синусоидальная стоячая волна, описываемая уравнением:

$$x = x_1 + x_2 = 2A \cos(\omega y/u + \alpha/2) \sin(\omega t + \alpha/2).$$

Стоячими волнами являются колебания закрепленных по концам струн, мембран, колебания столбов воздуха в трубах (например, органных), звуковые колебания воздуха в закрытых помещениях и т.п. Графически возникновение стоячей волны показано на рис. 2.

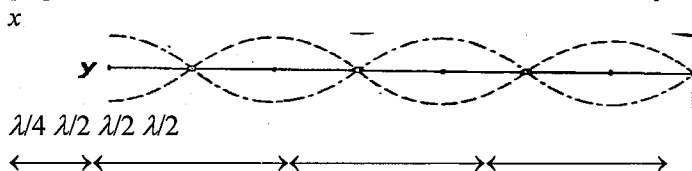


Рис. 2. Возникновение стоячей волны.

----- прямая волна, ----- отраженная волна.

Амплитуда стоячей волны

$$A_{\text{ст}} = 2A |\cos(\omega y/u + \alpha/2)| = 2A |\cos(2\pi y/\lambda + \alpha/2)|$$

в отличие от амплитуды бегущих волн, периодически меняется вдоль координаты  $x$ .

Во всех точках, для которых расстояние от источника волн равно любому целому числу полувольт (четному числу четвертей длины волны) [при этом  $\cos(2\pi x / \lambda + \alpha / 2) = \pm 1$ ], колебания происходят с удвоенной амплитудой ( $A_{cr} = 2A$ ). Эти точки называются пучностями стоячей волны.

Напротив, во всех точках, для которых расстояние от источника волн равно нечетному числу четвертей длин волн, [при этом  $\cos(2\pi x / \lambda + \alpha / 2) = 0$ ], амплитуда результирующего колебания  $A_{cr} = 0$ , т.е. в этих точках колебаний не происходит. Эти точки называются узлами стоячей волны.

Характерные особенности стоячей волны в отличие от обычной распространяющейся, или бегущей, волны следующие (имеются в виду плоские волны при отсутствии затухания):

1) в стоячей волне амплитуды колебаний различны в различных местах системы; в системе имеются узлы и пучности колебаний. В бегущей волне эти амплитуды везде одинаковы.

2) в пределах участка системы от одного узла до соседнего все точки среды колеблются в одинаковой фазе; при переходе к соседнему участку фазы колебания меняются на обратные. В бегущей волне фазы колебаний зависят от координат точек.

3) в стоячей волне нет одностороннего переноса энергии, как это имеет место в бегущей волне.

В случае свободных колебаний струн, стержней и столбов газа, в них устанавливаются стоячие волны, частоты которых могут принимать определенные дискретные значения, называемые собственными частотами колебаний соответствующей колебательной системы.

При установлении звуковых колебаний столба газа в цилиндрической трубе у закрытого конца трубы располагается пучность давления, а у открытого – узел давления. Для столбов газа в трубах, закрытых или открытых с обоих концов, на длине  $L$  укладывается целое число полувольт:

$$L = k \lambda / 2,$$

где  $k$  – порядок резонанса,  $k = 1, 2, 3, \dots$ ;  $L$  – длина трубы;  $\lambda$  – длина волны.

Собственные частоты  $\nu_k$  колебаний таких систем:

$$\nu_k = \frac{u}{\lambda_k} = \frac{u}{2L} k, \quad (5)$$

где  $u$  – фазовая скорость волны.

При возбуждении звуковых колебаний столба газа на некоторых частотах в эксперименте слышно довольно сильное звучание. Если несколько увеличить или уменьшить частоту, то звучание ослабнет. Очевидно, что наиболее громкое звучание воздушного столба наступает, когда частота колебаний совпадает с одной из собственных частот колебаний, задаваемых формулой (5). Это – условие резонанса. Такая трубка, создающая условие для резонанса, называется резонатором.

Зависимость (5) резонансной частоты  $\nu_k$  от номера резонанса  $k$  может быть проверена экспериментально. Для этого, изменяя частоту колебаний при постоянной длине столба воздуха в трубе, регистрируют резонансные частоты. Зависимость резонансной частоты от номера резонанса  $\nu_k = f(k)$  линейна, и ее график в координатах «частота – номер резонанса» является прямой с угловым коэффициентом  $a = \frac{u}{2L}$ .

### 3. Метод исследования и описание установки.

Для определения скорости звука в воздухе резонансным методом используется экспериментальная установка ФПТ1-7, общий вид которой показан на рис. 3.

Рабочим элементом установки является стеклянная труба длиной  $L$ , в торцах которой размещены: с одной стороны микрофон, а с другой – телефон. Температуру воздуха в трубе можно изменять с помощью нагревательной спирали, навитой на трубу. Мощность нагревателя устанавливается регулятором «Нагрев», который находится на передней панели блока приборов. Температура воздуха в трубе измеряется полупроводниковым термометром и регистрируется на цифровом индикаторе «Температура».

В блоке приборов расположен генератор звуковых колебаний, который подключен к телефону, возбуждающему звуковые колебания в трубе.



Рис. 3. Экспериментальная установка ФПТ1-7.

Частота колебаний, задаваемая звуковым генератором, регулируется ручками «Грубо» и «Точно» и регистрируется на цифровом индикаторе «Частота». Звуковой сигнал принимается микрофоном и измеряется миллиамперметром, чувствительность которого регулируется ручкой «Усиление». Максимальные значения тока, зарегистрированные миллиамперметром во время плавного изменения частоты звуковых колебаний, соответствуют появлению резонанса в трубе. При этом регистрируемая на цифровом индикаторе частота равна одной из собственных частот трубы.

#### 4. Порядок выполнения работы.

4.1. Включить установку тумблером «Сеть».

4.2. Ручки «Грубо» и «Точно» установить в крайнее левое положение. Ручкой «Усиление» отрегулировать чувствительность миллиамперметра (стрелка должна быть приблизительно на трети шкалы).

4.3. Плавно увеличивая с помощью ручек «Грубо» и «Точно» частоту колебаний, заданных звуковым генератором, определить частоту 1-го резонанса по отклонению стрелки на шкале миллиамперметра. Результат измерений занести в таблицу.

4.4. Постепенно увеличивая ручкой «Усиление» чувствительность миллиамперметра определить частоту 2-го, 3-го, ..., 7-го резонансов. Результаты занести в таблицу. Занести в таблицу значение температуры воздуха  $t_1$  в трубе. Выполнить измерения частот каждого из резонансов не менее 5 раз.

4.5. Включить тумблер «Нагрев» и регулятором температуры нагрева достичь температуры воздуха в трубе  $t_2 = 40 - 45$  °С. После стабилизации температуры произвести однократно измерения частот всех семи резонансов.

4.6. Увеличивая нагрев, достичь температуры  $t_3 = 55 - 60$  °С. После стабилизации температуры также однократно произвести измерения частот резонансов.

Таблица

$\nu_{\text{рез}}$	$t_1 = \text{°C}$	$t_2 = \text{°C}$	$t_3 = \text{°C}$
$\nu_1$			
$\nu_2$			
....			
$\nu_7$			

4.7. Регулятор температуры нагрева вывести в крайнее левое положение. Выключить тумблер «Нагрев». Ручки «Усиление», «Грубо» и «Точно» установить в крайнее левое положение, после чего выключить установку тумблером «Сеть».

## 5. Обработка результатов наблюдений.

5.1. Сосчитать случайные составляющие погрешностей измерения частот каждого из семи резонансов, полученных при первом значении температуры  $t$  окружающего воздуха (п. 4.4). Систематическую составляющую погрешности измерения частоты  $\delta\nu$  считать равной 2% от ее измеренного значения. Определить абсолютную погрешность измерения частоты каждого из семи резонансов. В дальнейшем считать, что те же значения  $\Delta\nu$  будут и у частот резонансов, полученных при температурах воздуха в трубе  $t_2$  и  $t_3$  (п. 4.5, 4.6).

5.2. Построить графики зависимости  $\nu_k = f(k)$  для каждой из температур.

5.3. Пользуясь методом графической обработки из графика линейной зависимости  $\nu_k = f(k)$ , определить угловой коэффициент  $a$  и его погрешность  $\Delta a$  для каждой температуры.

5.4. Для каждого значения температуры воздуха в трубе, используя полученные значения угловых коэффициентов  $a$ , определить скорость звука  $u$  по формуле:

$$u = 2La,$$

где длина трубки  $L = (0,510 \pm 0,005)$  м.

5.5. Проверить справедливость зависимости (4) скорости звука от температуры. Для этого рассчитать отношение  $u/\sqrt{T}$  при каждой температуре и показать, что оно постоянно в пределах погрешности эксперимента. Погрешность измерения температуры  $\delta T$  считать равной 5% от ее измеренного значения.

### *Контрольные вопросы*

1. Что такое упругая волна? Опишите процесс распространения упругой волны в газе.
2. Выведите формулу скорости распространения упругой волны.



3. Что такое адиабатический процесс? Почему процесс распространения звуковой волны в газе – адиабатический?
4. Что такое звуковая волна? Выведите формулу скорости звука в газе.
5. В чем состоит резонансный метод определения скорости звука в газе?
6. Что такое стоячая звуковая волна в трубе с газом? При каких условиях она образуется?
7. Как изменяется скорость звука в воздухе при изменении его температуры?

#### *Литература*

- Детлаф А.А., Яворский Б.М.* Курс физики. Учебное пособие для втузов. – 2-е изд. – М.: Высшая школа, 1999. – 720 с.
- Геворкян Р.Г.* Курс физики. – М.: Высшая школа. 1979. – § 26, 27.
- Яворский Б.М., Детлаф А.А.* Справочник по физике. М.: Наука. Физматлит, 1996. – гл. II.2. – § II.2.2., II.2.5., гл. IV.3. – § IV.3.1 – IV.3.5.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 132

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТИ ВОЗДУХА ПРИ ПОСТОЯННОМ ДАВЛЕНИИ К ЕГО ТЕПЛОЕМКОСТИ ПРИ ПОСТОЯННОМ ОБЪЕМЕ

#### 1. Задача работы.

1.1. Определение показателя адиабаты  $\gamma$  – отношения молярной теплоемкости воздуха при постоянном давлении  $C_P$  к молярной теплоемкости воздуха при постоянном объеме  $C_V$ .

#### 2. Предварительные сведения.

Удельной теплоемкостью вещества  $c$  называется величина, равная количеству теплоты, которую необходимо сообщить единице массы вещества для увеличения ее температуры на один градус:

$$c = \frac{\delta Q}{m \Delta T} \quad (1)$$

Молярной теплоемкостью  $C$  называется теплоемкость одного моля вещества:

$$C = c \mu, \quad (2)$$

или

$$C = \frac{\delta Q}{\frac{m}{\mu} \Delta T} \quad (3)$$

где  $m$  – масса вещества;  $\mu$  – молярная масса вещества.

Согласно первому началу термодинамики количество теплоты  $\delta Q$ , подводимое к газу, может расходоваться на увеличение внутренней энергии газа  $\Delta U$  и на совершение работы при расширении газа  $\delta A$ .

$$\delta Q = \Delta U + \delta A. \quad (4)$$

Увеличение внутренней энергии  $\Delta U$  идеального газа в случае изменения его температуры на  $\Delta T$  рассчитывается по формуле:

$$\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T, \quad (5)$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $R = 8,31$  Дж/(моль·К);  $i$  – число степеней свободы.

Число степеней свободы  $i$  — это число независимых координат, определяющих положение молекулы в пространстве:  $i = 3$  — для одноатомной;  $i = 5$  — для двухатомной;  $i = 6$  — для трех- и многоатомной молекулы.

При расширении газа система выполняет работу:

$$\delta A = p dV. \quad (6)$$

Величина теплоемкости зависит от того, при каких условиях нагревался газ. Рассмотрим процесс нагревания газа при различных условиях.

1. Изотермический процесс, протекающий при постоянной температуре системы  $T = \text{const}$ ,  $\Delta T = 0$ ,  $pV = \text{const}$ . Молярная теплоемкость при постоянной температуре:  $C_{T=\text{const}} = \frac{\delta Q}{\Delta T} = \infty$ .

2. Адиабатический процесс, протекающий без теплообмена системы с окружающей средой,  $\delta Q = 0$ :

$$C_{Q=\text{const}} = \frac{\delta Q}{\Delta T} = 0.$$

На практике и в природе адиабатными процессами являются процессы, которые протекают очень быстро и теплообмен с окружающей средой не успевает произойти.

3. Изохорический процесс, протекающий при постоянном объеме системы  $V = \text{const}$ . В этом случае работа по расширению газа отсутствует ( $A = P\Delta V = 0$ ) и  $\delta Q = \Delta U$ . Молярная теплоемкость газа при постоянном объеме  $C_V$ :

$$C_V = \frac{\delta Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U}{\Delta T} = \frac{i}{2} R. \quad (7)$$

4. Изобарический процесс, протекающий при постоянном давлении системы  $P = \text{const}$ . Если поддерживать постоянное давление, то сообщенное газу количество теплоты будет тратиться на увеличение внутренней энергии и на совершение работы:

$$\delta Q = \Delta U + \delta A,$$

тогда молярная теплоемкость газа при постоянном давлении  $C_P$ :

$$C_P = \frac{\delta Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U}{\Delta T} + \frac{\delta A}{\Delta T}. \quad (8)$$

Сравнивая формулы (7) и (8), заключаем, что  $CP > CV$ .

Используя уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева – Клапейрона):

$$PV = \nu RT,$$

где  $\nu = \frac{m}{\mu}$  – количество вещества,

и зная, что для изобарного процесса работа газа равна:

$$A = P\Delta V,$$

можно доказать, что для одного моля газа:

$$\frac{\delta A}{\Delta T} = R.$$

Работа расширения 1 моля любого идеального газа при нагревании его на 1К при постоянном давлении одинакова и равна универсальной газовой постоянной  $R$ .

Поэтому уравнение (8) можно переписать в виде закона Майера:

$$CP = CV + R,$$

или

$$C_P = \frac{i+2}{2} R.$$

Разделив  $CP$  на  $CV$ , получим

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{2} R. \quad (9)$$

Как видно,  $\gamma$  для любого газа зависит только от числа степеней свободы его молекул. Величина  $\gamma$  называется показателем адиабаты или коэффициентом Пуассона.

### 3. Метод исследования и описание установки.

Метод определения показателя адиабаты основывается на изучении параметров некоторой массы газа, переходящей из одного состояния в другое двумя последовательными процессами – адиабатным и изохорным. Эти процессы на диаграмме  $P - V$  (рис. 1) изображены кривыми, соответственно, 1 – 2 и 2 – 3.

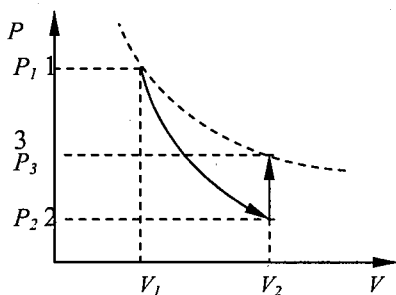


Рис. 1.

Если в баллон, соединенный с открытым водяным манометром, накачать воздух и подождать до установления теплового равновесия с окружающей средой, то в этом начальном состоянии 1 газ имеет параметры  $P_1$ ,  $V_1$ ,  $T_1$ , причем температура газа в баллоне равна температуре окружающей среды  $T_1 = T_0$ , а давление  $P_1 = P_0 + P'$  немного больше атмосферного.

Если теперь на короткое время соединить баллон с атмосферой, то произойдет адиабатное расширение воздуха. При этом воздух в баллоне перейдет в состояние 2, его давление понизится до атмосферного  $P_2 = P_0$ . Масса воздуха, оставшегося в баллоне, которая в состоянии 1 занимала часть объема баллона, расширяясь, займет весь объем  $V_2$ . При этом температура воздуха, оставшегося в баллоне, понизится до  $T_2$ . Поскольку процесс 1 – 2 – адиабатный, к нему можно применить уравнение Пуассона:

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma, \text{ или } \frac{T_1^\gamma}{P_1^{\gamma-1}} = \frac{T_2^\gamma}{P_2^{\gamma-1}}.$$

Отсюда:

$$\left( \frac{P_0 + P'}{P_0} \right)^{\gamma-1} = \left( \frac{T_0}{T_2} \right)^\gamma. \quad (10)$$

После кратковременного соединения баллона с атмосферой охлажденный из-за адиабатного расширения воздух в баллоне будет нагреваться (процесс 2 – 3) до температуры окружающей среды  $T_3 = T_0$  при постоянном объеме  $V_3 = V_2$ . При этом давление в баллоне

поднимется до  $P_3 = P_2 + P''$ . Поскольку процесс 2 – 3 – изохорный, к нему можно применить закон Шарля:

$$\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_3},$$

отсюда

$$\frac{P_0 + P''}{P_0} = \frac{T_0}{T_2}. \quad (11)$$

Из уравнений (10) и (11) получим:

$$\left( \frac{P_0 + P'}{P_0} \right)^{\gamma-1} = \left( \frac{P_0 + P''}{P_0} \right)^{\gamma}.$$

Прологарифмируем:

$$(\gamma-1) \ln \left( 1 + \frac{P'}{P_0} \right) = \gamma \ln \left( 1 + \frac{P''}{P_0} \right)$$

Поскольку избыточные давления  $P'$  и  $P''$  очень малы по сравнению с атмосферным давлением  $P_0$  и, учитывая, что для натуральных логарифмов  $\ln(1+x) \approx x$  при  $x \ll 1$ , будем иметь:

$$(\gamma-1)P' = \gamma P'',$$

откуда

$$\gamma = \frac{P'}{P' - P''}. \quad (12)$$

Избыточные давления  $P'$  и  $P''$  измеряют с помощью U-образного манометра по разности уровней жидкости с плотностью  $\rho$ :

$$P' = \rho g H; \quad P'' = \rho g h. \quad (13)$$

Из (12) и (13) получим расчетную формулу для определения показателя адиабаты  $\gamma$ :

$$\gamma = \frac{H}{H-h}. \quad (14)$$

Для определения отношения теплоемкостей воздуха предназначена экспериментальная установка ФПТ1-6, общий вид которой показан на рис. 2.

Установка состоит из стеклянной колбы, соединенной с открытым водяным манометром 2. Воздух нагнетается в колбу микрокомпрессором, размещенным в блоке рабочего элемента 3. Микро-

компрессор включается тумблером, установленным на передней панели блока приборов 4. Пневмотумблер 5, расположенный на панели блока рабочего элемента, в положении “Открыто” позволяет соединять колбу с атмосферой.

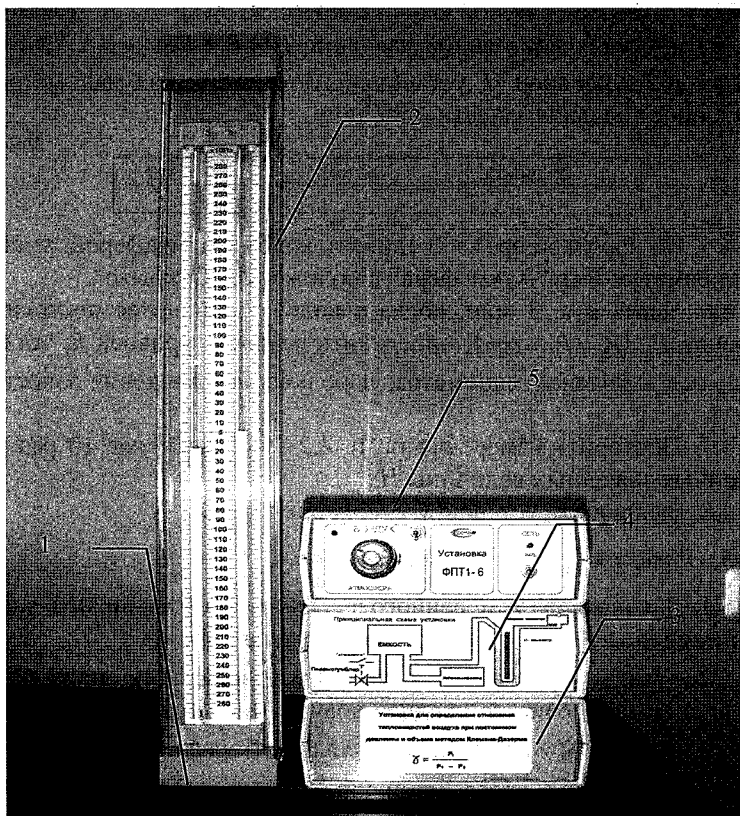


Рис. 2. Общий вид экспериментальной установки ФПТ 1-6:  
1 – стойка; 2 – блок манометра; 3 – блок рабочего элемента;  
4 – блок приборов; 5 – пневмотумблер “Атмосфера”.

#### 4. Порядок выполнения работы.

4.1. Включить установку тумблером “Сеть”.

4.2. Установить пневмотумблер “Атмосфера” в положение “Закрыто”. Для подачи воздуха в колбу включить тумблер “Воздух”.

4.3. С помощью манометра контролируют давление в колбе. Когда разность уровней воды в манометре достигнет 150 ...250 мм вод.ст., отключить подачу воздуха.

4.4. Подождать 2 ... 3 мин, пока температура воздуха в колбе сравняется с температурой окружающего воздуха  $T_0$ . В колбе при этом установится постоянное давление  $P_1$  ( $P_1 = P_0 + \rho gH$ ). Определить разность уровней  $H$ , установившуюся в коленах манометра, и полученное значение занести в таблицу.

Таблица

№ опыта	$H$ , мм	$h$ , мм

4.5. На короткое время соединить колбу с атмосферой, установив пневмотумблер “Атмосфера” в положение “Открыто”.

4.6. Через 2 ... 3 мин, когда в колбе установится постоянное давление  $P_3$  ( $P_3 = P_0 + \rho gh$ ), определить разность уровней  $h$ , установившуюся в коленах манометра, и полученное значение занести в табл. 1.

4.7. Повторить измерения по п. 4.2 – 4.6 не менее 10 раз при различных значениях величины  $H$ .

4.8. Выключить установку тумблером “Сеть”.

5. Обработка результатов измерений.

5.1. Для каждого измеренного значения  $H$  и  $h$  вычислить значение отношения теплоемкостей  $\gamma$  по формуле (14).

5.2. Считая эти значения невоспроизводимыми косвенными измерениями, рассчитать среднее значение  $\gamma$ , среднее квадратичное отклонение  $S(\gamma)$  и доверительный интервал абсолютной погрешности  $\Delta\gamma$ . (См. соответствующий раздел методических указаний «Обработка результатов измерения физических величин»). Систематической составляющей погрешности  $\gamma$  пренебречь.

#### Контрольные вопросы

1. Сформулируйте первый закон термодинамики. Запишите этот закон для изобарного, изохорного, изотермического и адиабатного процессов.
2. Дайте определение удельной и молярной теплоемкости. В каких единицах СИ они измеряются?



3. Объясните, почему молярная теплоемкость при постоянном давлении отличается от молярной теплоемкости при постоянном объеме.
4. Каков физический смысл универсальной газовой постоянной?
5. Что называется числом степеней свободы? Чему равна величина  $i$  для одно-, двух- и трехатомного идеальных газов?
6. Какой процесс называется изохорным, изобарным, изотермическим и адиабатным?
7. Как на практике осуществить адиабатный процесс?
8. Опишите рабочий цикл экспериментальной установки по  $P$ - $V$  диаграмме.

#### *Литература*

- Зисман Г.А., Тодес О.М.* Курс общей физики. – М.: Наука, 1974. – т. 1, гл. 8, п. 31–34, с. 145–168.
- Савельев И.В.* Курс общей физики. (В 5 кн.) – М.: Наука, 1998. – т. 3. «Молекулярная физика и термодинамика» – § 1.4 – 1.6, 1.9 – 1.14, 2.5.
- Яворский Б.М., Детлаф А.А.* Справочник по физике. М.: Наука. Физматлит, 1996. – гл. II.2. – § II.2.2. – II.2.5., II.3.6.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ВОЗДУХА МЕТОДОМ НАГРЕТОЙ НИТИ

### 1. Задачи работы.

1.1. Изучение теплопроводности воздуха как одного из явлений переноса в газах.

### 2. Предварительные сведения.

Распространение теплоты в газах осуществляется тремя способами: тепловым излучением (перенос энергии электромагнитными волнами), конвекцией (перенос энергии за счет перемещения слоев газа в пространстве из областей с более высокой температурой в области с низкой температурой) и теплопроводностью.

Теплопроводность – это процесс передачи теплоты от более нагретого слоя газа к менее нагретому за счет хаотичного теплового движения молекул. При теплопроводности осуществляется непосредственная передача энергии от молекул с большей энергией к молекулам с меньшей энергией. Для стационарного процесса, при котором разность температур в слое газа не изменяется со временем, количество теплоты  $\delta Q$ , которая переносится вследствие теплопроводности за время  $dt$  через поверхность площадью  $S$ , перпендикулярную к направлению переноса энергии, в направлении уменьшения температуры, определяется по закону Фурье:

$$\delta Q = -\chi (dT / dr) S dt, \quad (1)$$

где  $\chi$  – коэффициент теплопроводности;  $dT / dr$  – градиент температуры.

Для идеального газа:

$$\chi = (1/3) \rho \langle \lambda \rangle \langle v_r \rangle C_v, \quad (2)$$

где  $\rho$  – плотность газа;  $\langle \lambda \rangle$  – средняя длина свободного пробега молекулы;  $C_v$  – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме;  $\langle v_r \rangle$  – средняя скорость теплового движения молекул, равная

$$\langle v_r \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}.$$

### 3. Метод исследования.

Рассмотрим два коаксиальных цилиндра, пространство между которыми заполнено газом. Если внутренний цилиндр нагревать, а температуру наружного цилиндра поддерживать постоянной, ниже температуры нагревателя, то в кольцевом слое газа возникает радиальный поток теплоты, направленный от внутреннего цилиндра к наружному. При этом температура слоев газа, прилегающих к стенкам цилиндров, равна температуре стенок. Выделим в газе кольцевой слой радиусом  $r$  толщиной  $dr$  и длиной  $L$ . По закону Фурье (1) тепловой поток:

$$q = \delta Q / d\tau,$$

т.е. количество теплоты, которая проходит через этот слой за одну секунду, можно записать в виде:

$$q = -\chi (dT / dr) S = -\chi (dT / dr) 2\pi r L. \quad (3)$$

Разделяя переменные, получим:

$$\frac{dr}{r} = -\frac{2\pi\chi L}{q} dT$$

Тогда

$$\int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = -\frac{2\pi\chi L}{q} \int_{T_1}^{T_2} dT$$

или

$$\ln \frac{R_2}{R_1} = \frac{2\pi\chi L}{q} (T_1 - T_2), \quad (4)$$

где  $T_1$ ,  $R_1$  и  $T_2$ ,  $R_2$  – соответственно, температуры поверхностей и радиусы внутреннего и наружного цилиндров.

Из уравнения (4) получим формулу для определения коэффициента теплопроводности газа.

$$\chi = \frac{q \ln \frac{R_2}{R_1}}{2\pi L (T_1 - T_2)} \quad (5)$$

Формулу (5) получили в предположении, что теплота переносится от внутреннего к наружному цилиндру только благодаря теплопроводности. Это предположение достаточно обоснованно, по-

сколькo поток лучистой энергии при невысоких температурах и малом диаметре нагревателя составляет незначительную часть количества теплоты, которая переносится, а конвекция устраняется подбором диаметра наружного цилиндра и его вертикальным расположением в экспериментальной установке.

Внутренним цилиндром может служить тонкая проволока (нить), обычно вольфрамовая, которая нагревается электрическим током. Тогда после установления стационарного режима тепловой поток можно принять равным мощности электрического тока, протекающего через проволоку:

$$q = I_n U_n,$$

где  $I_n$  – ток через проволоку,  $U_n$  – падение напряжения на проволоке.

Если последовательно с проволокой включить эталонный резистор сопротивлением  $R_p$ , то:

$$I_n = U_p / R_p.$$

И тогда

$$q = U_p U_n / R_p, \quad (6)$$

где  $U_p$  – падение напряжения на эталонном резисторе.

Используя равенство (6) в формуле (5), получим:

$$\chi = \frac{U_p U_n \ln \frac{D}{d}}{2\pi L R_p \Delta T}. \quad (7)$$

где  $D$  и  $d$  – диаметры наружного цилиндра и проволоки;  $\Delta T = T_n - T_T$  – разность температур нити и наружного цилиндра (трубки).

Температуру трубки  $T_T$  можно принять равной температуре окружающего воздуха.

Для вычисления разности температур  $\Delta T$  в слое газа напишем формулы, по которым определяют сопротивление проволоки  $R_{n,0}$  при температуре окружающего воздуха  $t_0$  и сопротивление проволоки  $R_n$  в нагретом до температуры  $t$  состоянии:

$$\begin{aligned} R_{n,0} &= R_0 (1 + \alpha t_0), \\ R_n &= R_0 (1 + \alpha t), \end{aligned}$$

где  $R_0$  – сопротивление проволоки при  $t = 0$  °C;  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления материала проволоки.

Исключив из этих равенств  $R_0$ , найдем:

Учитывая, что:

$$R_n = U_n / I_n, I_n = U_p / R_p \text{ и } R_{n.o} = U_{n.o} / I_{n.o}, I_{n.o} = U_{n.o} / R_p,$$

получим:

$$\Delta T = t - t_0 = \frac{R_n - R_{n.o}}{\alpha R_{n.o}} (1 + \alpha t_0);$$

$$\Delta T = \frac{\left( \frac{U_n}{U_p} - \frac{U_{n.o}}{U_{p.o}} \right)}{\frac{U_{n.o} \alpha}{U_{p.o}}} (1 + \alpha t_0), \quad (8)$$

где  $U_n, U_{n.o}$  – падения напряжения на проволоке соответственно в нагретом состоянии и при температуре окружающего воздуха  $t_0$ ;  $U_p, U_{p.o}$  – падения напряжения на эталонном резисторе соответственно при нагретой проволоке и при температуре окружающего воздуха  $t_0$ .

#### 4. Экспериментальная установка и порядок выполнения работы.

Для определения коэффициента теплопроводности воздуха предназначена экспериментальная установка ФПТ1-3, общий вид которой показан на рис. 1.

Рабочий элемент установки представляет собой стеклянную трубку, заполненную воздухом, вдоль оси которой натянута вольфрамовая проволока 4. Температура трубки в ходе эксперимента поддерживается постоянной, благодаря принудительной циркуляции воздуха между трубкой и кожухом блока рабочего элемента 3, которая осуществляется с помощью вентилятора, находящегося в блоке рабочего элемента.

Температура воздуха в трубке измеряется цифровым термометром 2. Значения падения напряжения на эталонном резисторе  $U_p$  и на проволоке  $U_n$  измеряются цифровым вольтметром. Значение напряжения на проволоке устанавливается регулятором "Нагрев", который находится на передней панели блока приборов 1.

Геометрические размеры рабочего элемента: диаметр трубки  $D = 26$  мм, диаметр проволоки  $d = 64 \cdot 10^{-5}$  м, длина трубки  $L = 0,402$  м, температурный коэффициент сопротивления материала проволоки (вольфрама)  $\alpha = 4,1 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ . Сопротивление эталонного резистора  $R_p = 11$  Ом.

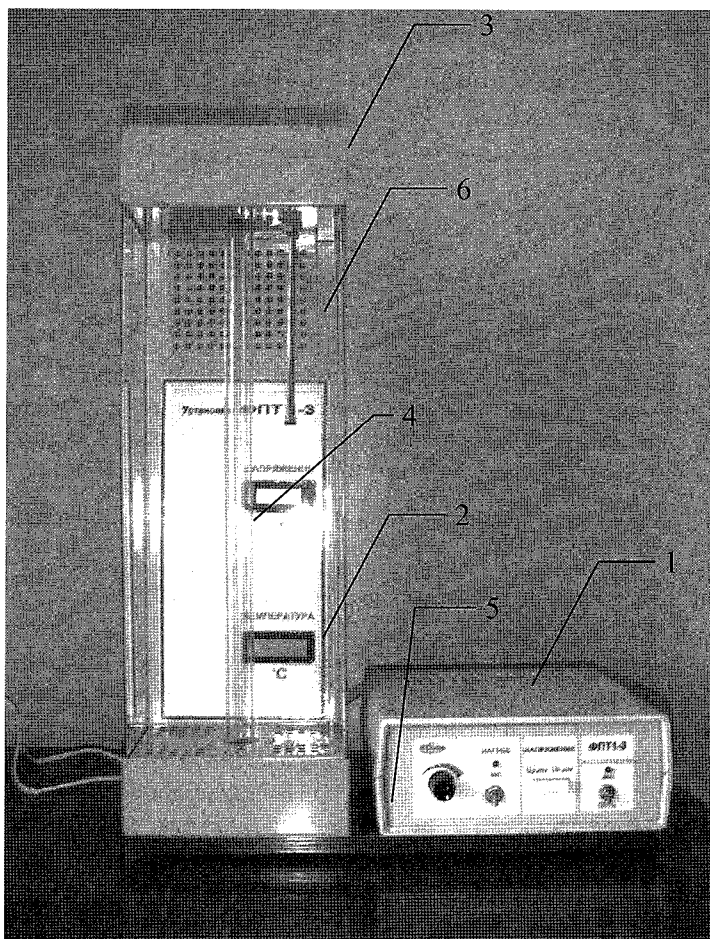


Рис. 1. Общий вид экспериментальной установки ФПТ1-3:

- 1 – блок приборов, 2 – цифровой термометр, 3 – блок рабочего элемента,  
 4 – вольфрамовая проволока, 5 – стойка, 6 – датчик температуры (термопара),  
 7 – цифровой вольтметр.

4.1. Включить установку тумблером "Сеть". Включить тумблер "Нагрев".

4.2. Нажать кнопку " $U_p$ " (режим измерения падения напряжения на эталонном резисторе) и с помощью регулятора "Нагрев" установить падение напряжения не более 0,06 В, при котором темпе-

ратура проволоки остается практически неизменной ("ненагревающий" ток).

Определить температуру трубки, которую можно принять равной температуре окружающего воздуха  $t_0$ .

4.3. Нажать кнопку " $U_n$ " (режим измерения падения напряжения на проволоке) и зарегистрировать значение напряжения.

4.4. Нажать кнопку " $U_p$ " и, с помощью регулятора "Нагрев", установить падение напряжения на эталонном резисторе  $U_p$  в диапазоне от 2 до 7 В.

4.5. Подождяв 2 минуты, что необходимо для стабилизации теплового режима рабочего элемента, нажать кнопку " $U_n$ " и определить падение напряжения на проволоке  $U_n$ .

4.6. Повторить измерения по п.п. 4.5 – 4.6 для 3 – 5 значений падения напряжения  $U_p$ . Результаты занести в таблицу.

Таблица

№	$U_{p.0}$ , В	$U_{n.0}$ , В	$t_0$ , °С	$U_p$ , В	$U_n$ , В	$\Delta T$ , К	$\chi$ , Вт/(м·К)

4.7. Установить ручку регулятора "Нагрев" на минимум. Отключить тумблер "Нагрев", после чего отключить установку тумблером "Сеть".

## 5. Обработка результатов измерения.

5.1. Для каждого измерения рассчитать разность температур  $\Delta T$  по формуле (8) и коэффициент теплопроводности  $\chi$  по формуле (7). Занести полученные значения в таблицу.

5.2. Считая полученные значения коэффициента теплопроводности  $\chi$  невоспроизводимыми косвенными измерениями, рассчитать его среднее значение, среднее квадратическое отклонение и доверительный интервал абсолютной погрешности.

### Контрольные вопросы

1. Расскажите о возможных способах передачи теплоты.
2. В чем суть явления теплопроводности? Какая величина переносится при теплопроводности?
3. Какая величина называется тепловым потоком? В каких единицах в СИ она измеряется?
4. Какой формулой описывается поток теплоты, перенесенной при теплопроводности?

5. Каков физический смысл коэффициента теплопроводности? В каких единицах в СИ измеряется эта величина?
6. Напишите формулу для коэффициента теплопроводности идеального газа.
7. Объясните понятие градиента температуры.
8. В чем заключается метод нагретой нити для определения коэффициента теплопроводности газов?
9. Выведите расчетную формулу для определения коэффициента теплопроводности методом нагретой нити.
10. Объясните назначение эталонного резистора в схеме экспериментальной установки.
11. Как определяется разность температур проволоки и наружной трубки в данной работе?
12. Как оценить среднюю длину свободного пробега и эффективный диаметр молекулы газа, используя явление теплопроводности?

#### *Литература*

- Яворский Б.М., Детлаф А.А.* Справочник по физике. – М.: Наука. Физматлит, 1996. – гл. II.3. – § II.3.3, II.3.5, II.3.8.
- Савельев И.В.* Курс общей физики. (В 5 кн.) – М.: Наука, 1998. – т. 3. «Молекулярная физика и термодинамика» – § 7.1, 7.2, 7.4.



**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ  
И ДИАМЕТРА МОЛЕКУЛЫ ВОЗДУХА  
КАПИЛЛЯРНЫМ МЕТОДОМ**

1. Задачи работы.

1.1. Измерение величины коэффициента вязкости воздуха.

1.2. Измерение среднего диаметра молекулы воздуха.

1.3. Вычисление средней длины свободного пробега молекул воздуха.

2. Предварительные сведения.

2.1. Изучение вязкости воздуха как одного из явлений переноса в газах, коэффициент вязкости.

Явления переноса – это процессы установления равновесия в системе путем переноса массы (диффузия), энергии (теплопроводность) и импульса молекул (внутреннее трение, или вязкость). Все эти явления обусловлены тепловым движением молекул.

При явлении вязкости наблюдается перенос импульса от молекул из слоев потока, которые двигаются быстрее, к молекулам более медленных слоев.

Представим себе поток газа, движущегося вдоль твердой стенки в капилляре со скоростью  $v$ . Движение молекул газа можно представить складывающимся из двух движений:

а) упорядоченного движения параллельно стенке, которое при малых скоростях носит слоистый (ламинарный) характер, т.е. поток газа движется отдельными слоями, которые не смешиваются между собой. В этом случае слои представляют собой совокупность бесконечно тонких цилиндрических поверхностей, вложенных одна в другую, имеющих общую ось, совпадающую с осью трубы. Распределение скорости  $v$  такого движения показано на рис. 1. Скорость пристенного слоя принимается равной нулю (условие «прилипания»). По мере удаления от стенки она возрастает сначала очень быстро, затем ее возрастание замедляется;

б) хаотического теплового движения молекул, перемещающихся из слоя в слой. Молекулы, переходящие из слоя, движущегося с большей скоростью, в слой с меньшей скоростью, переносят с со-

бой импульс (количество движения)  $mv$  того слоя, из которого они вышли ( $m$  – масса молекулы газа). Тем самым, они увеличивают импульс упорядоченного движения медленного слоя.

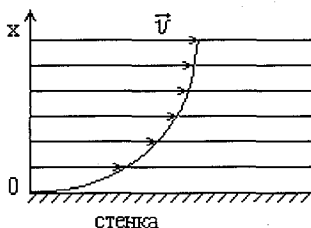


Рис. 1. Распределение скоростей в газе при ламинарном течении.

Возрастание импульса слоя за единицу времени  $\frac{d(m\bar{v})}{dt}$  равносильно действию на слой ускоряющей силы, которая называется силой вязкости или силой внутреннего трения газа. Очевидно, что сила вязкости, приложенная к медленному слою, ускоряет его в направлении потока. Так как плотность газа предполагается неизменной, то вместо молекул, перешедших из быстрого слоя в медленный, из медленного в быстрый переходит такое же количество молекул, приносящих с собой меньший импульс упорядоченного движения и, значит, уменьшающих импульс быстрого слоя, т.е. действующих на него с затормаживающей силой.

Опыт показывает, что импульс  $dP$ , который передается от слоя к слою через поверхность  $S$ , пропорционален градиенту скорости  $dv/dr$ , площади  $S$  и времени переноса  $dt$ :

$$dP = -\eta \frac{dv}{dr} S dt ,$$

где  $\eta$  – (греческая буква «эта») – коэффициент пропорциональности, зависящий от рода и параметров состояния газа, его называют коэффициентом вязкости газа.

Коэффициент вязкости  $\eta$  численно равен импульсу, который переносится в единицу времени через единичную площадку при градиенте скорости, равном единице.

Таким образом, на границе двух слоев действуют ускоряющая сила, приложенная к медленному слою, и замедляющая сила, при-

ложенная к быстрому слою; в соответствии с третьим законом Ньютона обе силы равны по модулю и, как мы видели, противоположны по направлению.

Сила внутреннего трения  $F_m$ , возникающая между слоями, определяется по закону Ньютона для внутреннего трения следующим образом:

$$F_m = \left| \frac{dP}{dt} \right| = \eta \left| \frac{dv}{dr} \right| S, \quad (1)$$

где  $\left| \frac{dv}{dr} \right|$  – абсолютная величина производной скорости по направлению, перпендикулярному к стенке. Она характеризует быстроту изменения скорости при переходе от слоя к слою (в математике величину  $\frac{dv}{dr}$  называют градиентом скорости: grad  $v$ );

Модуль силы вязкости, приложенной к единице площади поверхности слоя, обычно называется напряжением вязкости. Он обозначается  $f$  и определяется законом:  $f = \eta \left| \frac{dv}{dr} \right|$ . Напряжение вязкости  $f$ , а следовательно, и величина силы вязкости, зависят от градиента скорости. У самой стенки скорость равна нулю, но производная  $\frac{dv}{dr}$  здесь максимальна, то есть быстрота изменения скорости в направлении нормали к стенке велика и, значит, велика сила вязкости. По мере удаления от стенки  $v$  растет, но изменение ее на единицу расстояния становится все меньшим и меньшим. Иными словами, убывает производная  $\frac{dv}{dr}$  и вместе с ней убывает сила вязкости.

Выведем размерность коэффициента вязкости  $\eta$  из формулы (1):

$$[\eta] = \frac{\text{Н}}{\frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}^2} = \frac{\text{кг}}{\text{с} \cdot \text{м}} = \text{Па} \cdot \text{с}.$$

В СИ за единицу  $\eta$  принимается вязкость такой среды, в которой на площадь слоя в  $1 \text{ м}^2$  действует сила внутреннего трения в  $1 \text{ Н}$  при градиенте скорости, равном  $1 \text{ с}^{-1}$ .

Вязкость среды зависит от ее температуры. Интересно отметить, что у газов она при нагревании возрастает, а у жидкостей

уменьшается. Это указывает на то, что природа внутреннего трения в газах и жидкостях различна. Для идеального газа коэффициент вязкости  $\eta$  равен:

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle \lambda \rangle \langle v_m \rangle, \quad (2)$$

где  $\rho$  – плотность газа;  $\langle \lambda \rangle$  – средняя длина свободного пробега молекул;  $\langle v_m \rangle$  – средняя скорость теплового движения молекул, равная:

$$\langle v_m \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}, \quad (3)$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная [ $R = 8,31$  Дж/(моль·К)];  $T$  – температура газа;  $\mu$  – молекулярная масса газа.

Средняя длина свободного пробега молекул  $\langle \lambda \rangle$  равна:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{3\eta}{\rho \langle v_m \rangle}. \quad (4)$$

Выделим в капилляре воображаемый цилиндрический объем газа радиусом  $r$  и длиной  $l$ , как показано на рис. 2. Обозначим давления на его торцах  $P_1$  и  $P_2$ . При установившемся течении сила давления  $F$  на цилиндр:

$$F = (P_1 - P_2)\pi r^2$$

уравновесится силой внутреннего трения  $F_T$ , которая действует на боковую поверхность цилиндра со стороны внешних слоев газа.

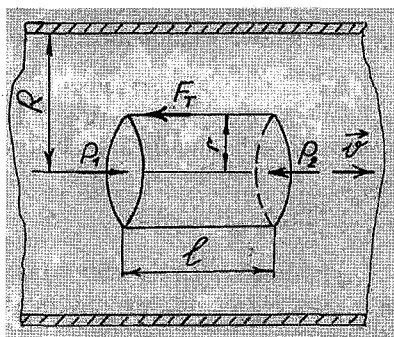


Рис. 2. К расчету объемного расхода газа в случае течения его через капилляр.

$$F - F_m = 0. \quad (5)$$

Сила внутреннего трения определяется по формуле Ньютона (1). Учитывая, что  $S = 2\pi rl$ , и скорость  $v$  уменьшается при удалении от оси трубы, т.е. производная  $dv/dr < 0$ , можно записать:

$$F_m = -\eta \frac{dv}{dr} 2\pi rl. \quad (6)$$

В этом случае условие стационарности (5) запишется в виде:

$$(P_1 - P_2)\pi r^2 + \eta \frac{dv}{dr} 2\pi rl = 0, \quad (7)$$

затем, интегрируя это равенство, получим:

$$v(r) = -\frac{(P_1 - P_2)r^2}{4\eta l} + C,$$

где  $C$  – постоянная интегрирования, которая определяется граничными условиями задачи: так, при  $r = R$  скорость газа должна обратиться в нуль, поскольку сила внутреннего трения о стенку капилляра тормозит смежный с ней слой газа. Тогда:

$$C = \frac{(P_1 - P_2)}{4\eta l} R^2,$$

$$v(r) = -\frac{(P_1 - P_2)(R^2 - r^2)}{4\eta l}. \quad (8)$$

Подсчитаем объемный расход газа  $Q$ , то есть объем газа, что протекает за единицу времени через поперечное сечение трубы. Через кольцевую площадку с внутренним радиусом  $r$  и внешним  $r + dr$  ежесекундно протекает объем газа:

$$dQ = 2\pi r dr v(r).$$

Тогда объемный расход газа равен:

$$Q = \int_0^R 2\pi r v(r) dr = \pi \frac{(P_1 - P_2)}{2\eta l} \int_0^R (R^2 - r^2)r dr,$$

$$Q = \pi \frac{(P_1 - P_2)}{8\eta l} R^4. \quad (9)$$

Таким образом, объем газа, протекающего через поперечное сечение трубы (капилляра) за единицу времени  $t$  прямо пропорционален перепаду давления ( $P_1 - P_2$ ) на концах трубки длиной  $l$ , четвертой степени радиуса капилляра и обратно пропорционален коэффициенту вязкости  $\eta$ . Формулу (9), которая называется формулой Пуазейля, можно использовать для экспериментального определения коэффициента вязкости газа  $\eta$ .

Формула Пуазейля была получена в предположении ламинарного течения газа или жидкости. Однако с увеличением скорости потока движение становится турбулентным и слои смешиваются. При турбулентном движении скорость в каждой точке меняет свое значение и направление, сохраняется только среднее значение скорости. Характер движения жидкости или газа в трубе определяется числом Рейнольдса (Re):

$$\text{Re} = \frac{\langle v \rangle R \rho}{\eta}, \quad (10)$$

где  $\langle v \rangle$  – средняя скорость потока;  $\rho$  – плотность жидкости или газа.

В гладких цилиндрических каналах переход от ламинарного течения к турбулентному происходит при числе Рейнольдса  $\text{Re} \approx 1000$ . Поэтому в случае использования формулы Пуазейля необходимо обеспечить выполнение условия  $\text{Re} < 1000$ . Кроме этого, эксперимент необходимо проводить таким образом, чтобы сжимаемостью газа можно было пренебречь. Это возможно тогда, когда перепад давлений вдоль капилляра значительно меньше самого давления. В данной установке давление газа несколько больше атмосферного (103 см вод.ст.), а перепад давлений составляет от  $\sim 10$  см вод.ст., то есть приблизительно 1% от атмосферного давления.

Формула (9) справедлива для участка трубы, в котором установилось постоянное течение с квадратичным законом распределения скоростей (8) по сечению трубы. Такое течение устанавливается на некотором расстоянии от входа в капилляр, поэтому для достижения достаточной точности эксперимента необходимо выполнение условия  $R \ll l$ , где  $R$  – радиус;  $l$  – длина капилляра.

Рабочая формула для расчета коэффициента вязкости выводится в разделе 3 после описания лабораторной установки.

## 2.2. Определение диаметра молекулы воздуха.

В молекулярной физике показывается, что в случае идеального газа величина коэффициента вязкости  $\eta$  определяется формулой (2). Входящие в формулу величины – плотность газа  $\rho$ , средняя арифметическая скорость теплового движения молекулы  $\langle v_m \rangle$ , средняя длина свободного пробега молекулы  $\langle \lambda \rangle$  – выражаются через температуру  $T$  и давление  $P$  следующим образом:

$$\rho = \frac{\mu P}{RT}, \quad \langle v_m \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}, \quad \langle \lambda \rangle = \frac{KT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}, \quad (11)$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $k$  – постоянная Больцмана;  $\mu$  – молекулярная масса газа;  $d$  – диаметр молекулы газа.

Учитывая, что постоянная Больцмана  $k = R/N_A$ , (где  $N_A$  – число Авогадро), после подстановок в уравнение (11) находим диаметр  $d$  молекулы воздуха:

$$d = \left( \frac{1,4 \cdot 10^{-2} \mu k T}{N_A \eta^2} \right)^{1/4}, \quad (12)$$

где  $k$  – постоянная Больцмана ( $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К);  $\mu$  – молекулярная масса воздуха ( $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$  кг/моль);  $N_A$  – постоянная Авогадро ( $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup>);  $T$  – температура воздуха;  $\eta$  – коэффициент вязкости воздуха.

### 3. Метод исследования и описание установки.

Для определения коэффициента вязкости воздуха предназначена экспериментальная установка ФПТ1-1, общий вид которой изображен на рис. 3. Воздух в капилляр 4 нагнетается микрокомпрессором, размещенным в блоке приборов 2. Объемный расход воздуха  $Q$  измеряется реометром 5, а нужное его значение устанавливается регулятором «Воздух», который находится на передней панели блока приборов. Для измерения разности давлений воздуха на концах капилляра  $\Delta P$  предназначен U-образный водяной манометр 6. Геометрические размеры капилляра – радиус  $R$  и длина  $l$  – указаны в п. 4.8.

Коэффициент вязкости  $\eta$  воздуха в зависимости от объемного расхода газа  $Q$  определим из формулы Пуазейля (9):

$$\eta = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8 Q l}, \quad (13)$$

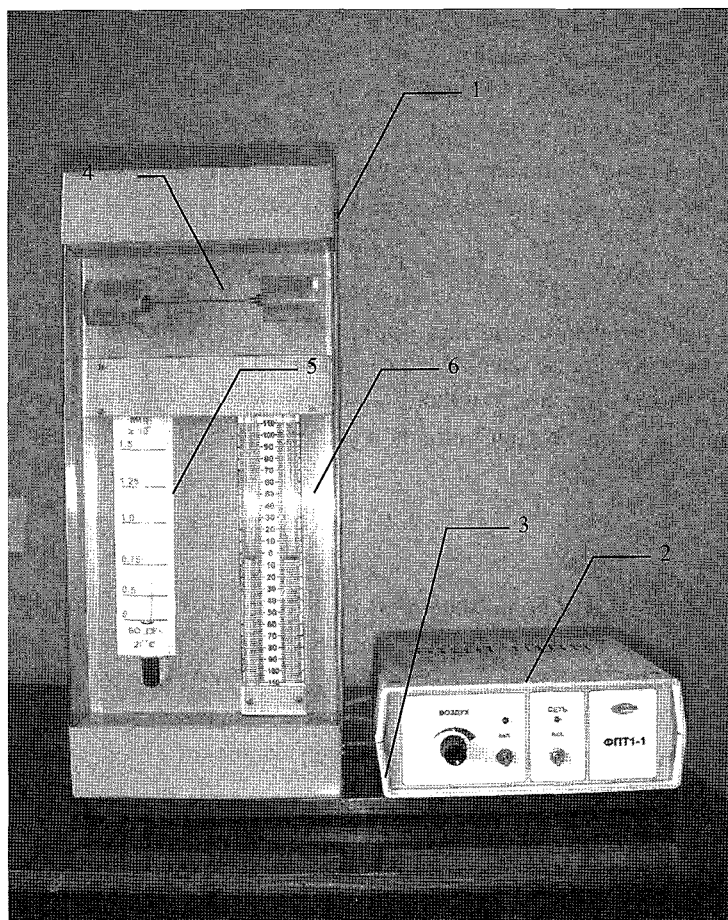


Рис. 3. Общий вид экспериментальной установки ФПТ 1-1:  
 1 – блок рабочего элемента; 4 – капилляр; 2 – блок приборов; 5 – реометр;  
 3 – стойка; 6 – манометр.

где  $R$  – радиус капилляра;  $\Delta P$  – разность давлений в коленах манометра;  $Q$  – объемный расход газа;  $l$  – длина капилляра.

#### 4. Порядок выполнения работы.

##### 4.1. Включить установку тумблером «Сеть».



4.2. С помощью регулятора «Воздух» установить по показаниям реометра выбранное значение объемного расхода воздуха  $Q$ . Значения  $Q$  занести в таблицу.

4.3. Измерить разность высот уровней воды  $\Delta h$  в коленах U-образного водяного манометра. Записать в таблицу. Определить разность давлений  $\Delta P$  в коленах манометра по формуле:

$$\Delta P = \rho g \Delta h / K, \quad (14)$$

где  $K = 3,5$  – коэффициент, свойственный данной установке;  $g$  – ускорение свободного падения ( $g = 9,80 \text{ м/с}^2$ );  $\rho$  – плотность воды ( $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ ).

Таблица

№	$Q, \text{ м}^3/\text{с}$	$\Delta h, \text{ м вод.ст}$	$\Delta P, \text{ Па}$	$\eta, \text{ кг/(м}\cdot\text{с)}$
1				
2				
3				
4				
5				

4.4. Повторить измерения по п. 4.2 – 4.3 для 5 значений объемного расхода воздуха.

4.5. Установить регулятор расхода воздуха на минимум, после чего выключить установку тумблером «Сеть».

4.6. Определить температуру  $T$  воздуха.

4.7. Определить атмосферное давление  $P_{\text{атм}}$  в лаборатории в процессе проведения эксперимента.

4.8. Записать геометрические размеры капилляра – радиус капилляра  $R$  и его длину  $l$ :

$$R = (0,500 \pm 0,005) \cdot 10^{-3} \text{ м}; \quad l = (10,00 \pm 0,05) \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

5. Обработка результатов измерений.

5.1. Для каждого значения объемного расхода воздуха  $Q$  определить коэффициент вязкости воздуха  $\eta$  по формуле Пуазейля (13).

5.2. Считая полученные значения  $\eta$  невоспроизводимыми косвенными измерениями, найти среднее значение коэффициента вязкости  $\eta$ , среднее квадратическое отклонение  $S(\eta)$  и доверительный интервал абсолютной погрешности  $\Delta \eta$  коэффициента вязкости. Систематической составляющей погрешности  $\eta$  пренебречь.

5.3. Вычислить среднюю скорость теплового движения молекул воздуха  $\langle v_T \rangle$  по формуле (3), учитывая, что молярная масса воздуха  $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$  кг/моль.

5.4. Определить по формуле (11) плотность воздуха  $\rho$  в лаборатории в процессе проведения эксперимента для известных значений температуры  $T$  и давления  $P_{\text{атм}}$ .

5.5. Вычислить среднюю длину свободного пробега молекул воздуха  $\langle \lambda \rangle$  по формуле (4).

5.6. Рассчитать диаметр молекулы воздуха  $d$  по формуле (12).

### Контрольные вопросы

1. Расскажите о явлениях переноса в газах.
2. Объясните явление внутреннего трения в идеальном газе с точки зрения молекулярно-кинетической теории.
3. Напишите и объясните формулу Ньютона для внутреннего трения.
4. Какой физический смысл коэффициента вязкости? В каких единицах СИ измеряется эта величина?
5. Напишите формулу для коэффициента вязкости идеального газа.
6. Как зависит коэффициент вязкости газа от температуры?
7. Как зависит коэффициент вязкости от давления газа?
8. Какая величина называется средней скоростью теплового движения молекул идеального газа? От каких физических величин она зависит?
9. Какая величина называется средней длиной свободного пробега молекулы? От каких физических величин она зависит?
10. В чем заключается капиллярный метод определения коэффициента вязкости газов?
11. Сформулируйте закон Пуазейля.
12. Выведите формулу Пуазейля. При каких условиях ее применяют?
13. Как изменяется скорость движения газа по радиусу канала при ламинарном режиме течения?
14. От чего зависит средняя длина свободного пробега молекулы газа?
15. Как оценить среднюю длину свободного пробега и эффективный диаметр молекулы газа, используя явление внутреннего трения в газах?
16. Что такое ламинарное течение газа?
17. Почему при строительстве магистральных газопроводов используют трубы большого диаметра, а не увеличивают давление газа при его транспортировании?

### Литература

- Савельев И.В. Курс общей физики. (В 5 кн.) – М.: Наука, 1998. – т. 3. «Молекулярная физика и термодинамика» – § 1.2, 2.6, 7.1, 7.2, 7.5.
- Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. – М.: Наука, 1974. – т. 1, гл. 7, п. 28.
- Жданов Л.С., Жданов Г.Л. Физика. – М.: Наука, 1987. гл. 10, п. 10.8, 10.9.
- Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1999. гл. 8, п. 46, 48.
- Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. М.: Наука. Физматлит, 1996. – гл. II.3. – § II.3.3, II.3.5, II.3.8.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 147

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ И ДИАМЕТРА МОЛЕКУЛЫ ГАЗА

#### 1. Задачи работы.

1.1. Измерение величины коэффициента вязкости (внутреннего трения) воздуха.

1.2. Измерение среднего диаметра молекулы воздуха.

#### 2. Предварительные сведения.

См. соответствующий раздел в работе № 146.

#### 2.1. Определение коэффициента вязкости газа.

Для определения коэффициента вязкости, (или коэффициента внутреннего трения), используется закон Пуазейля, согласно которому скорость протекания объема  $dU$  жидкости или газа через поперечное сечение трубы (капилляра) за единицу времени  $t$  пропорциональна перепаду давления  $(P_1 - P_2)$  на концах трубы длиной  $L$  (рис. 1), пропорциональна четвертой степени радиуса капилляра  $r$  и обратно пропорциональна коэффициенту вязкости  $\eta$ :

$$\frac{dU}{dt} = \frac{(P_1 - P_2) \pi r^4}{8 \eta L}. \quad (1)$$

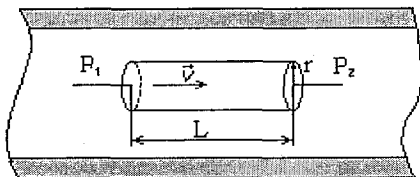


Рис. 1. Цилиндрический объем газа радиусом  $r$  и длиной  $L$ .

Рабочая формула для расчета коэффициента вязкости выводится в разделе 3 после описания лабораторной установки.

#### 2.2. Определение диаметра молекулы газа.

Находим диаметр  $d$  молекулы воздуха по формуле:

$$d = \left( \frac{1,4 \cdot 10^{-2} \mu kT}{N_A \eta^2} \right)^{1/4}, \quad (2)$$

где  $k$  – постоянная Больцмана;  $\mu$  – молекулярная масса газа;  $N_A$  – постоянная Авогадро;  $T$  – температура воздуха;  $\eta$  – коэффициент вязкости газа.

Эта формула является рабочей формулой для расчета  $d$ .

### 3. Метод исследования и описание установки.

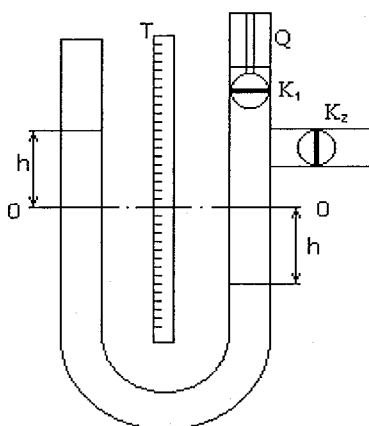


Рис. 2. Принципиальная схема установки.

Установка для определения коэффициента вязкости воздуха (рис. 2) состоит из U-образной стеклянной трубки постоянного по всей длине сечения, левое колено которой сообщается с атмосферой, а правое снабжено двумя кранами. Кран  $K_1$  подключает к правому колену капилляр  $Q$ , а кран  $K_2$  соединяет это колено с атмосферой. Трубка заполнена жидкостью (водой) настолько, что ее уровень  $OO'$  при равенстве давлений воздуха в обоих коленах

устанавливается примерно посередине левого колена. На установке имеется шкала  $T$ , предназначенная для измерения положения жидкости в левом колене.

Если каким-либо образом создать повышенное давление воздуха в правом колене и выпускать его, то разность давлений  $P_1 - P_2$  [в формуле (1)] равна гидростатическому давлению столба жидко-

сти высотой  $2h$ , где  $h$  – отклонение уровней жидкости в обоих коленях от равновесного 00, то есть:

$$P_1 - P_2 = 2\rho gh,$$

где  $\rho$  – плотность жидкости.

Объем воздуха, протекающий через капилляр, можно определить по перемещению уровня жидкости:

$$dU = -S dh,$$

где  $S$  – сечение трубки, а знак "–" означает, что объем вытекающего воздуха растёт с уменьшением  $h$ .

Подставив выражения для  $P_1 - P_2$  и  $dU$  в уравнение (1), получим дифференциальное уравнение, решение которого есть:

$$h = h_0 e^{-\frac{\pi^4 \rho g t}{4\eta LS}} = h_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (3)$$

где  $h_0$  – уровень в начальный момент времени;  $\tau$  – постоянная времени процесса:

$$\tau = \frac{4\eta LS}{\pi r^4 \rho g}. \quad (4)$$

Из (3) видно, что величина  $h$  экспоненциально убывает во времени. Постоянная времени  $\tau$  характеризует скорость этого убывания: за промежуток времени, равный  $\tau$ , величина  $h$  уменьшается в  $e = 2,72$  раза (основание натурального логарифма).

Таким образом, если экспериментально определить величину  $\tau$  и знать параметры установки ( $r$ ,  $L$ ,  $S$ ,  $\rho$ ), то можно вычислить величину коэффициента вязкости воздуха  $\eta$  (см. п. 5.3):

$$\eta = \frac{\pi r^4 \rho g \tau}{4LS}. \quad (5)$$

Эта формула является рабочей формулой для расчета  $\eta$ .

Наилучший способ определения постоянной времени  $\tau$  – получение экспериментальной зависимости  $h$  от времени. Логарифмируя выражение (3), имеем:

$$\ln h = \ln h_0 - \frac{t}{\tau}, \quad (6)$$

то есть зависимость  $\ln h$  от времени  $t$  есть линейная функция, а график ее – прямая линия с угловым коэффициентом  $-\frac{1}{\tau}$ , который можно определить графически:

$$y = ax + b, y = \ln h, x = t, a = -\frac{1}{\tau}, b = \ln h_0. \quad (7)$$

Постоянная времени  $\tau$  определяется через угловой коэффициент  $a$  из (7) по формуле:

$$\tau = -\frac{1}{a}, \quad (8)$$

#### 4. Порядок выполнения работы.

4.1. Открыть краны К1 и К2 (рис. 2) и определить уровень воды в обоих коленах  $H_0$ . Записать в табл. 1.

4.2. При открытых кранах К1 и К2 поднять уровень воды в левом колене при помощи груши до максимально возможного значения  $h_{\max}$ . Для этого сжать резиновую грушу, плотно ввести ее в верхнее отверстие левого колена и плавно разжать. Следите, чтобы вода не попала в грушу, так как это изменит значение  $H_0$ . Закрыть К1 и К2.

4.3. При помощи крана К1 несколько понизить (на 1 – 2 см) уровень воды в левом колене по сравнению с  $h_{\max}$ . Записать это значение как  $h_0$ .

4.4. Открыв кран К1, при помощи секундомера определить момент времени, когда уровень понизится на 2 см. Записать в таблицу значения  $h_1 = (h_0 - 2) - H_0$  и  $t_1$ .

4.5. Вновь установить в левом колене столб жидкости высотой  $h_0$  и, открыв кран К1, измерить время  $t_2$ , когда уровень понизится на 4 см. Записать в таблицу значения  $h_2 = (h_0 - 4) - H_0$  и  $t_2$ .

Таблица

№	$H_0$ , см	$h_0$ , см	$i$ , см	$h_i$ , см	$\ln h_i$	$t_i$ , с

4.6. Повторить процедуру измерений времени, когда уровень будет снижаться на 6, 8, 10, 12 см, т.е. рассчитать

$$h_i = (h_0 - i) - H_0,$$

где  $i = 2, 4, 6, 8, 10, 12$  см.

#### 5. Обработка результатов измерений.

5.1. По результатам измерений заполнить таблицу и построить график зависимости  $\ln h = f(t)$ .

Точки на графике должны быть указаны с соответствующими погрешностями  $\Delta(\ln h)$  и  $\Delta t$ . Определить  $\Delta h$  как погрешность результата прямого измерения, а затем  $\Delta(\ln h)$  определяется как погрешность результата косвенного измерения. Погрешность  $\Delta t$  определяется как погрешность результата прямого измерения.

5.2. Пользуясь методом графической обработки, определить из графика  $\ln h = f(t)$  угловой коэффициент  $a$  и  $\Delta a$ , а затем вычислить по формуле (8) постоянную времени процесса  $\tau$  и  $\Delta \tau$ .

5.3. Рассчитать коэффициент вязкости воздуха  $\eta$  по формуле (5) и  $\Delta \eta$ , где  $r$  – радиус капилляра,  $r = (1,24 \pm 0,03) \cdot 10^{-4}$  м;  $\rho$  – плотность воды,  $\rho = (998,0 \pm 0,5)$  кг/м<sup>3</sup>;  $g$  – ускорение свободного падения,  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup>;  $L$  – длина капилляра,  $L = (1,63 \pm 0,01) \cdot 10^{-2}$  м;  $S$  – площадь поперечного сечения трубки,  $S = (1,28 \pm 0,04) \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>.

5.4. Рассчитать диаметр молекулы воздуха  $d$  по формуле (2) и  $\Delta d$ , где  $\mu = 29,0 \cdot 10^{-3}$  кг/моль;  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К;  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup>.

#### Контрольные вопросы

1. Сформулируйте закон Ньютона для внутреннего трения.
2. Дайте определение напряжению вязкости.
3. Каков физический смысл коэффициента вязкости?
4. Как зависит коэффициент вязкости газа от температуры?
5. Как зависит коэффициент вязкости от давления газа?
6. Сформулируйте закон Пуазейля.
7. Что такое ламинарное течение газа?
8. Что такое средняя длина свободного пробега молекулы газа? От чего она зависит?

#### Литература

- Савельев И.В. Курс общей физики. (В 5 кн.) – М.: Наука, 1998. – т. 3. «Молекулярная физика и термодинамика» – § 1.2, 2.6, 7.1, 7.2, 7.5.
- Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. – М.: Наука, 1974. – т. 1, гл. 7, п. 28.
- Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. М.: Наука. Физматлит, 1996. – гл. II.3. – § II.3.8.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ  
МЕТОДОМ СТОКСА**

1. Задача работы.

1.1. Измерение коэффициента вязкости жидкости.

2. Предварительные сведения.

Вязкость, или внутреннее трение, – это свойство текучих тел (жидкостей и газов) оказывать сопротивление перемещению одной их части относительно другой.

Основной закон вязкого течения был установлен Ньютоном:

$$F = \eta \frac{dv}{dx} S,$$

где  $F$  – касательная (тангенциальная) сила, вызывающая сдвиг слоев жидкости (газа) друг относительно друга (см. предварительные сведения к работе № 146);  $S$  – площадь слоя, по которому происходит сдвиг;

$\frac{dv}{dx}$  – быстрота изменения скорости течения от слоя к слою (градиент скорости течения);  $\eta$  – коэффициент пропорциональности (греческая буква "эта"), называется коэффициентом вязкости. Он характеризует сопротивление жидкости (газа) смещению ее слоев. В системе СИ единицей вязкости является Па·с (кг/м·с).

В условиях установившегося ламинарного течения (при параллельном перемещении слоев) при постоянной температуре вязкость газов и жидкостей является постоянной величиной. Она не зависит от градиента скорости. При температуре 20 °С вязкость кислорода равна  $2,02 \cdot 10^{-5}$  Па·с, воды –  $1,002 \cdot 10^{-3}$  Па·с, глицерина – 1,5 Па·с. Вязкость жидкостей зависит от химической структуры молекул, температуры и давления.

В условиях установившегося ламинарного течения (при параллельном перемещении слоев) при постоянной температуре вязкость газов и жидкостей является постоянной величиной. Она не зависит от градиента скорости. При температуре 20 °С вязкость кислорода равна  $2,02 \cdot 10^{-5}$  Па·с, воды –  $1,002 \cdot 10^{-3}$  Па·с, глицерина – 1,5 Па·с. Вязкость жидкостей зависит от химической структуры молекул, температуры и давления.

Более детально механизм возникновения вязкости в газах описан в работе № 146. В основном причины вязкости в жидкостях аналогичные. Однако есть и специфика, обусловленная тем, что расстояние между молекулами в жидкости много меньше, чем в газе. Проявляющиеся при этом силы межмолекулярного взаимодействия ограничивают подвижность молекул. В жидкости молекула мо-



жет проникнуть в соседний слой лишь при образовании в нем полости, достаточной для перескакивания туда молекулы.

На образование полости затрачивается энергия, которая уменьшается с ростом температуры и понижением давления. В этом состоит одна из причин резкого снижения вязкости жидкостей с повышением температуры и роста ее при высоких давлениях.

В частном случае движения в жидкости тел сферической формы (шаров) закон Ньютона преобразуется к виду:

$$\vec{F} = -6\pi\eta r\vec{v}, \quad (1)$$

где  $r$  – радиус шара;  $\vec{v}$  – скорость его движения.

Формула (1) носит название закона Стокса. Закон получен в предположении, что:

- 1) скорость движения шарика достаточно мала, а обтекание является ламинарным,
- 2) скольжение жидкости на границе соприкосновения шарика со средой отсутствует,
- 3) шарик твердый и не деформируется,
- 4) радиус шарика велик по сравнению с длиной свободного пробега молекулы жидкости.

При падении такого шарика в вязкой среде на него действуют три силы: сила тяжести, выталкивающая сила (сила Архимеда) и сила Стокса. Уравнение движения шарика запишется в виде:

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho - \rho_0) g - 6\pi\eta vr, \quad (2)$$

где  $\rho$  и  $\rho_0$  – плотности шарика и жидкости соответственно.

В начальный момент после погружения шарика ускорение шарика близко к ускорению свободного падения, шарик движется с возрастающей скоростью. При этом возрастает сила сопротивления, а, значит, уменьшается ускорение. С некоторого момента времени шарик движется равномерно с постоянной скоростью  $v_0$  (т.е.

$a = \frac{dv}{dt} = 0$ ). При этих условиях:

$$\frac{4}{3} \pi r^3 (\rho - \rho_0) g - 6\pi\eta v_0 r = 0.$$

Тогда, выразив скорость  $v_0$  через пройденный путь и время, можно получить рабочую формулу для определения коэффициента вязкости:

$$\eta = \frac{gd^2(\rho - \rho_0)t}{18S}, \quad (3)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения ( $g = 9,80 \text{ м/с}^2$ );  $d$  – диаметр шарика;  $S$  – путь, пройденный шариком при падении;  $t$  – время падения шарика.

### 3. Описание установки.

Экспериментальная установка представляет собой прозрачный цилиндр с делениями, нанесенными через 10 см. Цилиндр заполнен исследуемой вязкой жидкостью (маслом). Шарик – свинцовая дробинка.

### 4. Порядок выполнения работы.

4.1. Определите диаметр шарика  $d$  с помощью штангенциркуля. Результаты измерений занесите в таблицу.

4.2. Определите путь  $S$ , который должен пройти шарик (постоянная скорость шарика устанавливается уже к отметке "0"). Рекомендуется расстояние  $S$  взять равным 70 – 80 см.

4.3. Измерьте время  $t$  прохождения шариком выбранного пути: шарик закладывается в желобок, нанесенный на крышке, прикрывающей цилиндр, откуда он скатывается к оси цилиндра и падает в масло. Секундомер включают в тот момент, когда шарик проходит отметку "0", и останавливают его, когда шарик проходит последнюю выбранную отметку.

4.4. Опыт повторите 5 раз.

Данные занести в таблицу.

Плотность вещества шарика и жидкости указаны на установке.

Таблица

№	$d$ , м	$t$ , с	$S$ , м	$\eta$ , Па·с
1				
2				
3				
4				
5				
				$\eta$ среднее

## 5. Обработка результатов измерений.

5.1. По результатам каждого опыта по формуле (3) вычислите коэффициент вязкости жидкости  $\eta_i$  ( $i$  – номер опыта).

5.2. Рассчитайте среднее арифметическое значение коэффициента вязкости  $\eta_{\text{ср}}$ .

5.3. Рассчитайте систематические погрешности результатов всех прямых измерений:  $\Delta d = \Theta(d)$ ,  $\Delta t = \Theta(t)$ ,  $\Delta S = \Theta(S) = 1,1h$ . Определите погрешности табличных величин  $\Delta g$ ,  $\Delta \rho_0$ ,  $\Delta \rho$ .

5.4. По формуле для вычисления погрешности косвенного измерения рассчитайте относительную и абсолютную погрешность  $\Delta \eta$ . Для расчета  $\Delta \eta$  и для записи окончательного результата используйте данные опыта, по которым значение  $\eta_i$  наиболее близко к  $\eta_{\text{ср}}$ .

### *Контрольные вопросы*

1. Каковы причины возникновения сил внутреннего трения в жидкости?
2. Запишите и объясните формулу Ньютона.
3. Каков физический смысл коэффициента вязкости?
4. От каких параметров зависит коэффициент вязкости?
5. Запишите закон Стокса и сформулируйте условия его выполнения.

### *Литература*

- Савельев И.В. Курс общей физики. (В 5 кн.) – М.: Наука, 1998. – т. 3. «Молекулярная физика и термодинамика» – § 7.1, 7.2, 7.5.
- Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. – М.: Наука, 1974, т. 1, гл. 11, п. 45, с. 230 – 233.
- Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. М.: Наука. Физматлит, 1996. – гл. II.6, § II.6.3.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОТЫ ПАРООБРАЗОВАНИЯ ВОДЫ**

1. Задачи работы.

1.1. Построение графика зависимости давления пара от температуры для фазового перехода между жидкостью и паром.

1.2. Определение удельной и молярной теплоты парообразования воды при фазовом переходе первого рода по экспериментально полученной зависимости давления насыщенных паров от температуры.

2. Предварительные сведения.

Фазы (фазовые состояния) в термодинамике – термодинамически равновесные (то есть, с постоянными во всех точках системы термодинамическими характеристиками) состояния вещества, отличающиеся по физическим свойствам, характеру движения частиц и наличию или отсутствию упорядоченной структуры, от других возможных равновесных состояний (других фаз) того же вещества.

Пар – такое состояние газа, при котором последний может быть переведён в жидкое состояние простым сжатием без изменения температуры, то есть газообразное состояние вещества в условиях, когда газовая фаза может находиться в равновесии с жидкой (твёрдой) фазой того же вещества.

В кристаллической фазе частицы регулярно упорядочены как в ближнем (на расстояниях, сравнимых с размерами частиц), так и в дальнем (на расстояниях, значительно превышающих размеры частиц) порядках.

В жидкой фазе реализуется лишь ближний порядок. Твёрдые тела в жидком фазовом состоянии называются аморфными.

Жидкости, занимающие промежуточное положение между газами и кристаллами, сочетают в себе черты и тех, и других. Жидкости, так же, как и твёрдые тела, обладают большой объёмной упругостью, то есть сопротивляются изменению своего объёма, но, как и газы, не обладают упругостью формы. Жидкость, налитая в сосуд, заполняет его и принимает форму сосуда. Действие силы тяжести прижимает жидкость ко дну сосуда, а свободная поверхность жидкости устанавливается горизонтально.

Молекулы вещества в жидком состоянии расположены почти вплотную друг к другу. В отличие от твёрдых кристаллических тел, в которых молекулы образуют упорядоченные структуры во всем объёме кристалла и могут совершать тепловые колебания около фиксированных центров, молекулы жидкости обладают большей свободой. Каждая молекула жидкости, также как

и в твёрдом теле, «зажата» со всех сторон соседними молекулами и совершает тепловые колебания около некоторого положения равновесия. Однако время от времени любая молекула может переместиться на соседнее вакантное место. Такие перескоки в жидкостях происходят довольно часто, поэтому молекулы не привязаны к определённым центрам, как в кристаллах, и могут перемещаться по всему объёму жидкости. Этим объясняется текучесть жидкостей. Из-за сильного взаимодействия между близко расположенными молекулами они могут образовывать локальные (неустойчивые) упорядоченные группы, содержащие несколько молекул. Это явление называется ближним порядком (рис. 1).

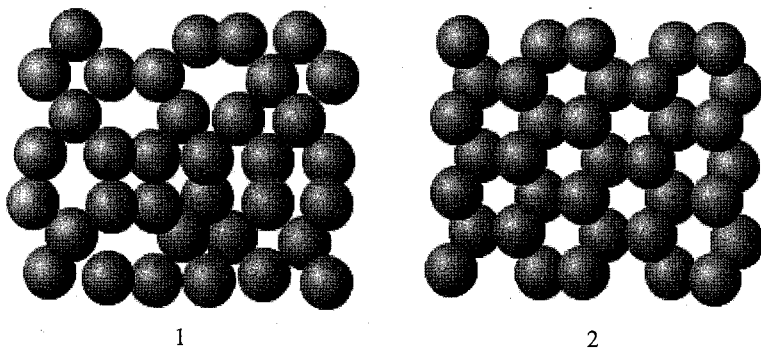


Рис. 1. Пример ближнего порядка молекул жидкости и дальнего порядка молекул кристаллического вещества:

1 – вода (жидкость), 2 – лёд (твёрдое тело – кристалл).

В газовой фазе нет ни ближнего, ни дальнего порядка.

Рис. 2 иллюстрирует отличие газообразного вещества от жидкости на примере воды. Молекула воды  $\text{H}_2\text{O}$  состоит из одного атома кислорода и двух атомов водорода, расположенных под углом  $104,5^\circ$ . Среднее расстояние между молекулами пара в десятки раз превышает среднее расстояние между молекулами воды. В отличие

от рис. 1, где молекулы воды изображены в виде шариков, рис. 2 даёт представление о структуре молекулы воды.

Переход вещества из одной фазы в другую – фазовый переход – связан с качественными изменениями свойств вещества. Газовое, жидкое и кристаллическое состояния (фазы) различаются характером движения элементов и (наличием) степенью упорядоченности. Различают фазовые переходы первого и второго рода.

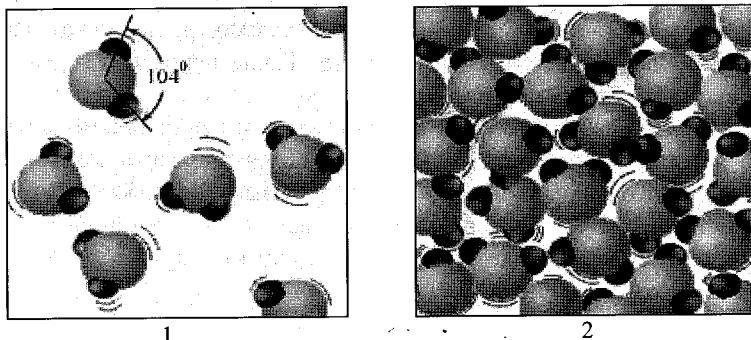


Рис. 2. Водяной пар (1) и вода (2).  
Молекулы воды увеличены примерно в  $5 \cdot 10^7$  раз.

При фазовых переходах первого рода меняются степень упорядоченности частиц в веществе, средние расстояния между ними, плотность  $\rho$  и внутренняя энергия  $U$  тела. Изменение  $\rho$  и  $U$  происходит скачкообразно (рис. 3) и при строго определённой для данного вещества при данном давлении температуре  $T_k$ , которая называется температурой фазового перехода. Фазовые переходы первого рода являются обратимыми (стрелки на рис. 3), а также сопровождаются поглощением или выделением тепла. Теплота фазового перехода называется скрытой, так как температура тела на протяжении всего процесса фазового перехода неизменна.

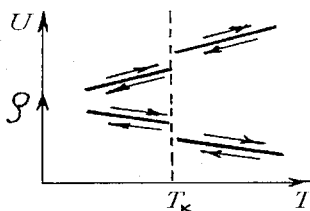


Рис. 3. Фазовые переходы первого рода.

На рис. 4 приведены кривые изменения температуры веществ – кристаллизующегося ( $A, B$ ) и аморфного ( $\alpha, \beta$ ). Температура плавления равна температуре кристаллизации.

При фазовых переходах второго рода внутренняя энергия и плотность изменяются плавно, а не скачком. Однако скачкообразно ведут себя другие свойства вещества: теплоёмкость, сжимаемость, коэффициент теплового расширения. Поглощения или выделения теплоты не происходит.

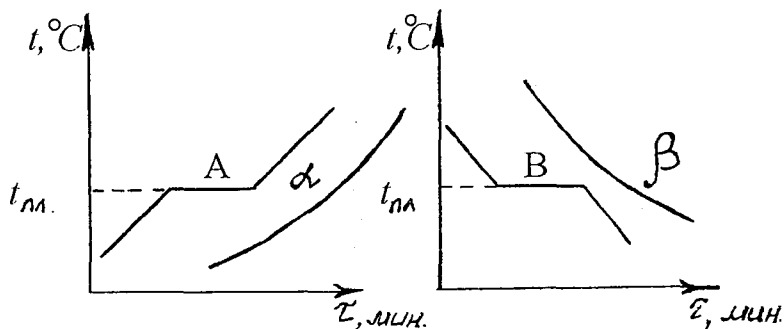


Рис. 4. Кривые изменения температуры веществ ( $A, B$  – кристаллизующееся,  $\alpha, \beta$  – аморфное) при фазовых переходах первого рода.

Фазовый переход первого рода всегда сопровождается не только поглощением или выделением скрытой теплоты  $Q$ , но и изменением удельного объёма  $v = V / m$  ( $\text{м}^3/\text{кг}$ ) и молярного объёма  $V_\mu = V / \nu$  ( $\text{м}^3/\text{моль}$ ) вещества, где  $\nu$  – число молей,  $\nu = m / \mu$ ;  $m$  – масса;  $\mu$  – молярная масса вещества.

Поскольку количество скрытой теплоты зависит от массы вещества, претерпевающей фазовый переход, для характеристики процесса используется удельная теплота перехода  $q$ , т.е. теплота, отнесённая к единице массы вещества:

$$q = \frac{Q}{m} \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \right]$$

и молярная теплота перехода  $q_\mu$ , т.е. теплота, отнесенная к одному молю вещества:

$$q_\mu = \frac{Q}{\nu} = \mu q \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{моль}} \right],$$

где  $q_\mu = \mu q$  – молярная теплота фазового перехода;  $Q$  – скрытая теплота фазового перехода;  $\nu = m/\mu$  – число молей (количество вещества).

При постоянном давлении фазовый переход всегда проходит при определённой температуре, называемой температурой перехода, при которой возможно термодинамическое равновесие фаз при данном давлении. Для рассмотрения фазового перехода «жидкость–пар» обратимся к изотермам, построенным для нескольких значений температуры ( $T_1, T_2$ ) на  $p$ - $V$  диаграмме (рис. 5).

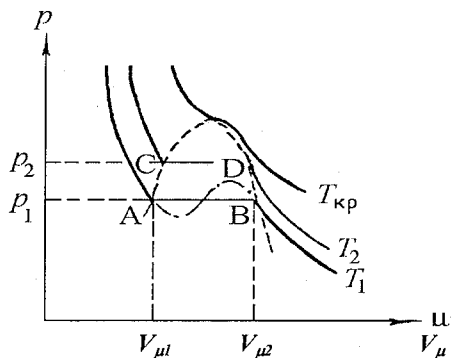


Рис. 5. Изотермы Ван-дер-Ваальса и реального вещества.

Горизонтальные участки изотерм отвечают областям фазового перехода. В процессе перехода молярный объём скачкообразно изменяется от величины  $V_{\mu 1}$ , что соответствует молярному объёму жидкой фазы, до величины  $V_{\mu 2}$ , что соответствует молярному объёму газообразной фазы. Интервал  $V_{\mu 1} - V_{\mu 2}$  представляет собой область двухфазного состояния (жидкость–пар) вещества. Среди всех возможных температур есть одна, называемая критической температурой  $T_{кр}$ , при которой горизонтальный участок изотермы, что отвечает фазовому переходу, вырождается в точку перегиба. При температуре вещества больше критической, исчезает разница между паром и жидкостью, а вещество ни при каком давлении невозможно перевести из газообразного в жидкое состояние. За областью фазового перехода состояние реального вещества в жидкой и газообразной фазах достаточно точно описывает уравнение Ван-дер-Ваальса, которое для одного моля газа имеет вид:



$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT, \quad (1)$$

где параметры  $a$  и  $b$  введены для учёта потенциального взаимодействия между молекулами и собственного объёма молекул газа.

Изотерма, описываемая уравнением Ван-дер-Ваальса на  $p$ - $V$  диаграмме для температуры  $T_1$ , изображена на рис. 5 штрих-пунктирной линией (---).

Для вычисления изменения давления насыщенного пара в зависимости от температуры проведем для одного моля вещества цикл Карно, в который входят горизонтальные участки изотерм реального вещества  $AB$  и  $CD$  (рис. 5). Пусть  $p_1 = p$ ,  $p_2 = p + dp$ ;  $T_1 = T$ ;  $T_2 = T + dT$ . Выполненная за цикл работа  $\delta A$  образующих его изотерм, можно приближенно считать параллелограммом.

$$\delta A = (V_{\mu 1} - V_{\mu 2})dp. \quad (2)$$

В ходе изотермического фазового перехода (участок  $AB$ ) вещество получает от нагревателя количество теплоты, равное молярной теплоте перехода  $q_{\mu}$ . Поэтому КПД цикла можно записать в виде:

$$\eta = \frac{(V_{\mu 2} - V_{\mu 1})dp}{q_{\mu}} = \frac{(V_2 - V_1)dp}{Q}, \quad (3)$$

где  $p$  – давление;  $q_{\mu}$  – молярная теплота перехода;  $V_{\mu 1}$  и  $V_{\mu 2}$  – молярные объёмы до и после фазового перехода;  $V_1$  и  $V_2$  – объёмы до и после фазового перехода;  $Q$  – скрытая теплота фазового перехода.

Поскольку рассматривается цикл Карно, КПД этого цикла можно также записать, используя теорему Карно ( $T_1 < T_2$ ):

$$\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = \frac{dT}{T}. \quad (4)$$

Приравняв выражения (3) и (4), получим связь производной от равновесного давления по температуре с удельной теплотой перехода, температурой и разностью удельных объемов фаз, находящихся в равновесии:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{Q}{T(V_2 - V_1)} = \frac{q}{T(v_2 - v_1)}, \quad (5)$$

где  $p$  – давление;  $T$  – абсолютная температура;  $Q$  – скрытая теплота фазового перехода;  $V_1$  и  $V_2$  – объёмы до и после фазового перехода;  $q$  – удельная теплота перехода;  $v_1$  и  $v_2$  – удельные объёмы до и после фазового перехода.

Соотношение (5) называется уравнением Клапейрона – Клаузиуса. Его можно использовать для определения теплоты парообразования жидкости. Учитывая, что при температурах, далеких от критической,  $v_2 \gg v_1$ , получаем:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{q}{Tv_2}. \quad (6)$$

На участках невысоких давлений к пару можно применить законы идеального газа, и тогда удельный объём  $v_2$  можно определить из уравнения Менделеева – Клапейрона:

$$v_2 = \frac{RT}{\mu p}. \quad (7)$$

Подставляя значение  $v_2$  из формулы (7) в соотношение (6), получим:

$$\frac{dp}{p} = \frac{\mu q}{R} \frac{dT}{T^2}, \quad (8)$$

где  $\mu q = q_\mu$  – молярная теплота фазового перехода.

Считая величину  $q$  постоянной для исследуемого интервала изменения температуры, проинтегрируем уравнение (8):

$$\ln p = -\frac{\mu q}{RT} + \text{const}. \quad (9)$$

Полученная формула (9) устанавливает связь между молярной теплотой парообразования воды  $q_\mu$ , давлением  $p$  и температурой  $T$  водяного пара. Изменяя температуру  $T$  пара, необходимо построить график зависимости  $\ln p = f(1/T)$ . Получается уравнение прямой  $y = ax + b$ , где  $y = \ln p$ ,  $x = 1/T$ ,  $a = -\mu q / R = -q_\mu / R$ ,  $b = \text{const}$ . По угловому коэффициенту  $a$  можно определить удельную  $q$  и молярную  $q_\mu = \mu q$  теплоты парообразования воды.

### 3. Метод исследования и описание установки.

Для определения теплоты парообразования воды предназначена экспериментальная установка ФПТ1-10, общий вид которой показан на рис. 6.

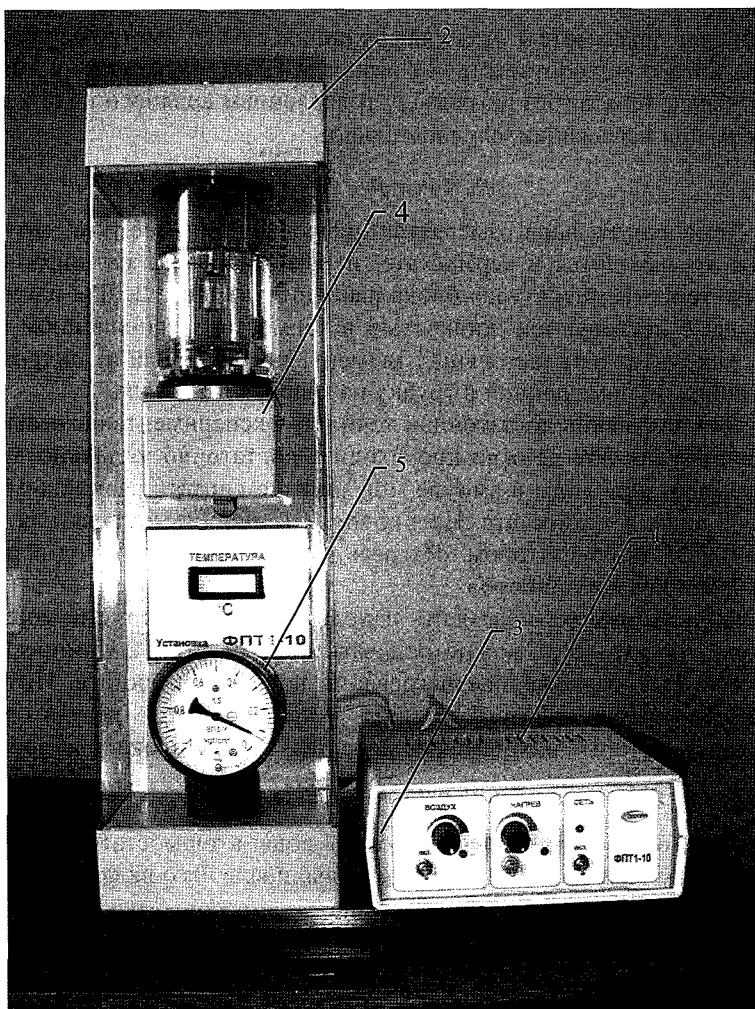


Рис. 6. Общий вид экспериментальной установки ФПТ1-10:

- 1 – блок приборов; 2 – блок рабочего элемента;  
3 – стойка; 4 – термостат; 5 – вакуумметр.

Рабочий элемент установки представляет собой стеклянную ампулу с исследуемым веществом (в данной работе исследуется вода), из которой откачан воздух до давления  $10^{-3} \div 10^{-4}$  Па, разме-

щенную в термостате 4. Ампула соединена с вакуумметром 5, показания которого  $p$  соответствуют разности между давлением в ампуле в начале опыта (без нагрева)  $p_0$  и давлением водяного пара в ампуле  $p_n$  при нагревании, следовательно:

$$p_n = p_0 - p. \quad (10)$$

Температура пара измеряется цифровым термометром, датчик которого находится в термостате, и регистрируется на цифровом индикаторе «Температура» блока рабочего элемента 2. Для нагрева ампулы с исследуемой жидкостью в термостате, заполненном водой, находится нагревательный элемент, выполненный из нихромовой спирали, помещенной в трубку из кварцевого стекла.

Для получения достаточной точности эксперимента нагревание воды в термостате должно происходить достаточно медленно, чтобы температуру воды в ампуле можно было считать равной температуре воды в термостате. Необходимая мощность нагревателя устанавливается регулятором «Нагрев», который находится на передней панели блока приборов.

В блоке рабочего элемента находится компрессор, с помощью которого в термостат можно подавать сжатый воздух. Компрессор обеспечивает равномерное нагревание воды в термостате. Интенсивность подачи сжатого воздуха устанавливается регулятором «Воздух», который находится на передней панели блока приборов.

#### 4. Порядок выполнения работы.

4.1. Убедитесь в том, что уровень воды в термостате не менее чем на 2 см выше верхнего края ампулы, после чего включите установку тумблером «Сеть».

4.2. Включите тумблер подачи воздуха и регулятором «Воздух» установите такую интенсивность подачи сжатого воздуха в термостат, при которой обеспечивается перемешивание воды без её сильного бурления.

4.3. Запишите в таблицу значение начального давления  $p_0$  в ампуле.

4.4. Включите тумблер «Нагрев», регулятор мощности «Нагрев» установите в крайнее правое положение.

4.5. После нагревания воды до температуры 65 °С уменьшите мощность нагревателя, вращая регулятор мощности «Нагрев» влево.

4.6. В диапазоне температур термостата ( $68 \div 98$ ) °С снимите показания  $N$  вакуумметра через каждые 2 °С.

Переведите показания  $N$  вакуумметра в единицы давления:

$$p = cN, \quad (11)$$

где  $c$  – цена деления шкалы вакуумметра, указанная на установке.

Регулятор мощности «Нагрев» вывести в крайнее левое положение, выключить тумблер «Нагрев». Результаты измерений занести в таблицу.

4.7. Выключите подачу сжатого воздуха тумблером «Воздух».

4.8. Выключите установку тумблером «Сеть».

Таблица

№	$t$ , °С	$N$ , дел.	$T$ , К	$1/T$ , К <sup>-1</sup>	$p_0$ , Па	$p$ , Па	$p_n$ , Па	$\ln p_n$	$q_\mu$ , Дж/моль	$q$ , Дж/кг

## 5. Обработка результатов измерения.

5.1. По формуле (10) вычислите давление водяного пара  $p_n$  в ампуле и его погрешность  $\Delta p_n$  как погрешность косвенного измерения. Приборная погрешность  $\Delta p = 1$  кПа.

5.2. Постройте график зависимости давления пара в ампуле от температуры пара  $p_n = f(T)$ , которая соответствует фазовому переходу между жидкостью и паром. Относительная погрешность температуры  $\delta T = 5\%$ .

5.3. Вычислите значения  $1/T$  и  $\ln p_n$ , их погрешности  $\Delta(1/T)$  и  $\Delta \ln p_n$ . Постройте график зависимости  $\ln p_n = f(1/T)$ . Методами графической обработки результатов измерений определите угловой коэффициент графика  $a$  и его погрешность  $\Delta a$ .

5.4. Используя найденный угловой коэффициент  $a$ , определите молярную теплоту парообразования воды  $q_\mu$  по формуле:

$$q_\mu = \mu q = -aR.$$

Определите погрешность  $\Delta q_\mu$  как погрешность косвенного измерения.

5.5. Вычислите удельную теплоту парообразования воды  $q$ , учитывая, что молярная масса воды  $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$  кг/моль. Оцените погрешность удельной теплоты парообразования воды  $q$  как результат косвенного измерения.

### Контрольные вопросы

1. Что такое фазы в термодинамике? Приведите примеры различных фазовых состояний вещества.
2. Сравните твердое, жидкое и газообразное состояния вещества.
3. Что такое фазовый переход? Назовите виды фазовых переходов.
4. Какие параметры системы изменяются при фазовом переходе первого рода?
5. Какая величина называется скрытой теплотой перехода?
6. Напишите и объясните уравнение Ван-дер-Ваальса.
7. Изобразите на  $p$ - $V$  диаграмме изотермы Ван-дер-Ваальса и реального вещества для нескольких значений температуры. Что такое критическая температура?
8. Расскажите о цикле Карно. Запишите формулу КПД цикла Карно.
9. Выведите уравнение Клапейрона – Клаузиуса. Поясните физический смысл этого уравнения.
10. Выведите основную расчётную формулу, используемую в данной работе.
11. В чем заключается метод определения теплоты парообразования воды с использованием экспериментальной зависимости?
12. Для чего ампулу с исследуемым веществом помещают в термостат?
13. Какие основные источники ошибок данного метода измерений?

### Литература

- Савельев И.В. Курс общей физики. (В 5 кн.) – М.: Наука, 1998. – т. 3. «Молекулярная физика и термодинамика» – § 1.13, 3.1, 3.2, 5.1, 6.1–6.8.
- Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. – М.: Наука, 1974. т. 1.
- Жданов Л.С., Жданов Г.Л. Физика. – М.: Наука, 1987. гл.2, 7, 8.
- Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1999.
- Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. М.: Наука. Физматлит, 1996. – гл. II. – § II.4.1, II.5.1. – II.5.3, II.6.6.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЗАИМНОЙ  
ДИФФУЗИИ ВОЗДУХА И ВОДЯНОГО ПАРА**

1. Задачи работы.

1.1. Изучение диффузии как одного из явлений переноса.

1.2. Определение коэффициента взаимной диффузии воздуха и водяного пара по скорости испарения с поверхности воды в капилляре.

2. Предварительные сведения.

Представим себе смесь двух газов в динамическом равновесии. Это означает, что температура, давление, а следовательно, и концентрация смеси (т.е. полное число молекул в единице объема), везде одинаковы. Но концентрация каждого из газов при этом меняется от точки к точке, т.е. отношение концентраций двух газов неодинаково в различных точках пространства, занятого смесью. Тогда молекулы одного из газов будут постепенно двигаться из той области, где концентрация данного газа больше, в ту область пространства, где концентрация этого же газа меньше. Точно так же будут себя вести молекулы второго газа. Легко понять, что это перемещение молекул будет происходить до тех пор, пока концентрация каждого из газов не станет одинаковой во всех точках пространства, занятого смесью (заметим, что концентрации газов при этом совсем не обязательно равны друг другу).

Этот процесс выравнивания концентрации каждой из компонент смеси называется диффузией.

Можно сказать, что выравнивание концентрации соответствующей компоненты газовой смеси происходит вследствие переноса массы этой компоненты из области с большей в область с меньшей концентрацией. Масса компоненты газа, которая переносится вследствие диффузии через поверхность площадью  $S$ , перпендикулярную к оси  $Ox$ , за время  $\tau$ , определяется по закону Фика:

$$M = -D(d\rho/dx)S\tau, \quad (1)$$

где  $D$  – коэффициент диффузии;  $d\rho/dx$  – градиент плотности компоненты газа.

Знак « $\leftarrow$ » в правой части означает, что масса переносится в направлении убывания концентрации (переносимая масса положительна, если градиент плотности отрицателен, т.е. с ростом координаты  $x$  плотность убывает).

Для идеального газа коэффициент диффузии:

$$D = (\langle \lambda \rangle \langle v_r \rangle) / 3, \quad (2)$$

где  $\langle \lambda \rangle$  – средняя длина свободного пробега молекулы;  $\langle v_r \rangle$  – средняя скорость теплового движения молекулы.

Средняя длина свободного пробега молекулы определяется по формуле:

$$\langle \lambda \rangle = 1 / (\pi d^2 n \sqrt{2}),$$

где  $n$  – концентрация газа;  $d$  – диаметр молекулы.

Средняя скорость теплового движения молекулы определяется по формуле:

$$\langle v_r \rangle = \sqrt{8RT / \pi \mu},$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $\mu$  – молекулярная масса газа.

Рассмотрим частично заполненную водой узкую трубку постоянного сечения  $S$ , открытую с одного конца, ось  $OX$  направим вдоль оси трубки. Над самой поверхностью воды (т.е. при  $x = 0$ ) давление водяного пара  $P_n$  в трубке есть давление насыщенного водяного пара  $P_n$ , соответствующее температуре опыта  $T$ . Давление водяного пара в трубке меняется вдоль оси трубки (т.е. вдоль оси  $OX$ ) от  $P_n$  (над поверхностью воды) до значения  $P_1$  около открытого конца трубки (т.е. при  $x = h$ ), которое определяется влажностью воздуха в лаборатории. Поскольку  $P_n > P_1$ , вдоль оси трубки существует градиент давления водяного пара  $dP_n / dx$ . Полагая температуру  $T$  водяного пара одинаковой по всему объему трубки, и, вспоминая уравнение состояния идеального газа в форме:

$$P = nkT,$$

где  $n$  – концентрация газа;  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – температура газа, приходим к выводу, что концентрация водяного пара над поверхностью воды больше, чем концентрация пара около открытого конца



трубки. Вследствие этого вдоль оси трубки возникает диффузионное движение молекул водяного пара (т.е. молекул воды), направленное от поверхности воды к открытому концу трубки и приводящее к выравниванию концентрации водяного пара в трубке.

Масса водяного пара, переносимая вследствие этого диффузионного движения определяется уравнением (1). Чтобы найти градиент плотности водяного пара, входящий в это уравнение, выразим плотность пара  $\rho_n$  через его давление с помощью уравнения состояния идеального газа :

$$\rho_n = m / V = P_n \mu_n / RT, \quad (3)$$

где  $\mu_n$  – молярная масса воды ( $\mu_n = 0,018$  кг/моль);  $R$  – универсальная газовая постоянная ( $R = 8,31$  Дж/моль·К).

Поскольку в правой части равенства (3) от координаты  $x$  (напомним, что ось  $OX$  направлена вдоль оси трубки) зависит только величина  $P_n$ , для градиента плотности получаем следующее выражение:

$$d\rho_n / dx = (\mu_n / RT) dP_n / dx.$$

Подставляя полученное соотношение в уравнение (1), определим массу водяного пара, которая переносится через площадь поперечного сечения трубки за единицу времени (т.е. за время  $\tau = 1$  с),

$$M_n = -D(d\rho_n / dx)S = -D S (\mu_n / RT) dP_n / dx. \quad (4)$$

Пренебрегая массой пара, переносимой конвекционным потоком, выразим массу  $M_n$  через скорость понижения уровня воды в трубке  $\Delta h / \Delta \tau$ .

С поверхности воды за время  $\Delta \tau$  испаряется масса воды  $M$ , равная:

$$M = \rho_{ж} S \Delta h,$$

где  $\rho_{ж}$  – плотность воды,  $\Delta h$  – понижение уровня воды за время  $\Delta \tau$ .

Поэтому за единицу времени с поверхности воды испарится масса воды, определяемая как:

$$M / \Delta \tau = \rho_{ж} S \Delta h / \Delta \tau. \quad (5)$$

Так как диффузионным потоком за время  $\Delta \tau$  переносится в виде пара ровно столько воды, сколько ее испаряется за это же время

с поверхности воды в трубке, то мы можем приравнять правые части уравнений (4) и (5), и получим следующее соотношение:

$$\rho_{\text{ж}} S \Delta h / \Delta \tau = - D S (\mu_{\text{п}} / RT) dP_{\text{п}} / dx. \quad (6)$$

Сократив общий множитель  $S$ , разделяя переменные и интегрируя, получим:

$$(\rho_{\text{ж}} \Delta h / \Delta \tau) \int_0^h dx = - D (\mu_{\text{п}} / RT) \int_{P_{\text{п}}}^{P_1} dP_{\text{п}},$$

или

$$(\rho_{\text{ж}} \Delta h / \Delta \tau) h = D (\mu_{\text{п}} / RT) (P_{\text{п}} - P_1), \quad (6')$$

откуда получим:

$$D = \rho_{\text{ж}} RT h \Delta h / \{\Delta \tau \mu_{\text{п}} (P_{\text{п}} - P_1)\}, \quad (7)$$

где  $h$  – расстояние от поверхности воды до верхнего края трубки, а остальные величины были введены выше. (Заметим в скобках, что разделение переменных и интегрирование в том виде, как это сделано при переходе от (6) к (6'), фактически равносильно замене градиента  $dP_{\text{п}} / dx$  на  $(P_1 - P_{\text{п}}) / h$ , т.е. предположению о том, что давление водяного пара уменьшается пропорционально координате  $x$ ).

Формулу (7) можно использовать для экспериментального определения коэффициента взаимной диффузии воздуха и водяного пара, пренебрегая конвекционным потоком пара. При учете конвекционного потока можно получить более точную формулу для определения коэффициента  $D$ :

$$D = \rho_{\text{ж}} RT h \Delta h / \{\Delta \tau \mu_{\text{п}} P_0 \ln[(P_0 - P_1) / (P_0 - P_{\text{п}})]\}, \quad (8)$$

где  $P_0$  – атмосферное давление.

Для  $\ln(1 + x) \approx x$  при  $x \ll 1$ , поэтому при  $P_0 \gg P_1$ ,  $P_0 \gg P_{\text{п}}$  будем иметь:

$$\begin{aligned} \ln(1 - P_1 / P_0) &\cong - P_1 / P_0, \\ \ln(1 - P_{\text{п}} / P_0) &\cong - P_{\text{п}} / P_0 \end{aligned}$$

и, следовательно, легко увидеть, что (7) есть приближенная версия формулы (8).

### 3. Описание установки.

Для определения коэффициента взаимной диффузии воздуха и водяного пара предназначена экспериментальная установка ФПТ1-4, общий вид которой изображен на рис. 1.

Основным элементом установки является микроскоп 4, на предметном столике которого размещен рабочий элемент, состоящий из измерителя, к подвижной части которого прикреплен корпус из оргстекла. В отверстии корпуса находится стеклянная трубка (капилляр) с дистиллированной водой.

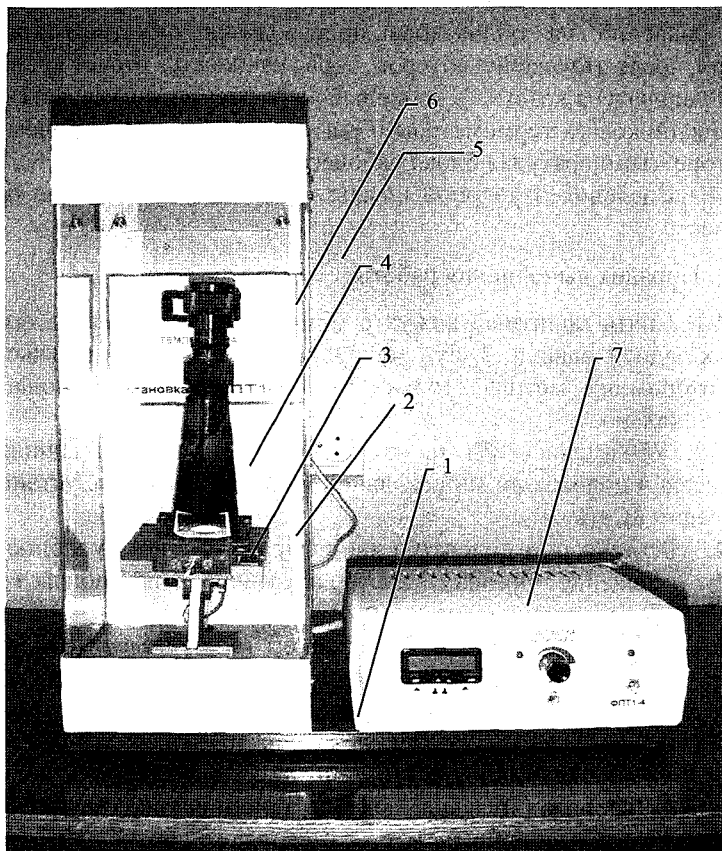


Рис. 1. Общий вид экспериментальной установки ФПТ1-4:  
1 – стойка, 2 – фонарь, 3 – рабочий элемент, 4 – микроскоп,  
5 – кронштейн, 6 – блок рабочего устройства, 7 – блок приборов.

Для подсветки трубки при измерениях применяется фонарь, свет от которого передается к рабочему элементу по световоду. Яр-

кость свечения лампы устанавливается регулятором «Подсветка капилляра», который находится на передней панели блока приборов 7.

Время испарения воды с поверхности мениска в капилляре измеряется секундомером, расположенным в блоке приборов и регистрируется на цифровом индикаторе «Время». Секундомер приводится в действие при включении питания блока приборов. Сброс на нуль значений на индикаторе производится нажатием кнопки «Стоп», после отпускания которой, снова начинается отсчет времени.

Температура воздуха в блоке рабочего элемента измеряется полупроводниковым термометром и регистрируется на цифровом индикаторе «Температура» блока рабочего устройства.

Цена деления окулярной шкалы микроскопа указана на рабочем месте.

#### 4. Порядок выполнения работы.

4.1. Снять защитный кожух с микроскопа и подвесить его на винтах задней панели. Тубус микроскопа поставить в положение, при котором предметный столик с рабочим элементом располагается вертикально.

4.2. Убедившись в том, что регулятор подсветки капилляра находится в положении минимальной яркости, включить установку тумблером «Сеть».

4.3. Регулятором подсветки капилляра установить удобное для работы освещение. Органами настройки микроскопа добиться четкого изображения капилляра.

4.4. Перемещая капилляр вращением гайки измерителя, установить изображение верхнего края трубки напротив нулевого деления шкалы окуляра микроскопа. Сняв показания со шкалы измерителя, определить уровень  $h_0$  верхнего конца трубки.

4.5. Вращением гайки измерителя установить изображение мениска воды напротив нулевого деления шкалы окуляра микроскопа, предварительно добившись четкого изображения мениска. Сняв показания со шкалы измерителя, определить уровень мениска жидкости  $h_{ж}$ . Найти значение:

$$h = h_{ж} - h_0.$$

Значения  $h$ ,  $h_{ж}$ ,  $h_0$  занести в табл. 1.

Таблица 1

№	$h_0$ , м	$h_{ж}$ , м	$h$ , м	$n$ , дел.	$\tau$ , с	$\Delta n / \Delta \tau$ , дел./с	$\Delta h / \Delta \tau$ , м/с	$P_0$ , Па	$T$ , К	$P_{н}$ , Па	$P_1$ , Па	$D$ , м <sup>2</sup> /с

4.6. Установить изображение мениска в нижней части шкалы окуляра, учитывая, что при испарении воды перевернутое изображение мениска перемещается вверх. Записать положение мениска в делениях шкалы  $n$  и включить отсчет времени.

4.7. Наблюдая в микроскоп за движением мениска жидкости через каждые 5 делений шкалы окуляра, занести в табл. 1 значения  $n$  и время  $\tau$  испарения жидкости.

4.8. Выполнить 8 – 10 измерений положения мениска. При выходе изображения мениска из поля зрения вращением гайки измерителя вернуть изображение в начальное положение.

4.9. Измерить температуру воздуха в рабочем элементе установки.

4.10. Установить регулятор подсветки капилляра в положение минимальной яркости, после чего выключить установку тумблером «Сеть». Тубус микроскопа установить в вертикальное положение.

Согласно паспорту установки приборная погрешность шкалы  $\Delta h = 0,02$  мм, относительная приборная погрешность измерения времени  $\delta \tau = 0,05$ , относительная приборная погрешность измерения температуры  $\delta T = 0,05$ .

При описанной методике измерений предполагается, что высота  $h$  не очень сильно изменяется за время  $\tau$  испарения жидкости.

## 5. Обработка результатов измерений.

5.1. Построить график зависимости числа делений окулярной шкалы  $n$  от времени  $\tau$  и по наклону полученной прямой определить значение  $\Delta n / \Delta \tau$ . Умножив эту величину на цену деления окулярной шкалы, найти значение скорости испарения жидкости из капилляра  $\Delta h / \Delta \tau$ .

5.2. Используя найденное значение  $\Delta h / \Delta \tau$ , по формуле (7) или (8) (по указанию преподавателя) вычислить коэффициент взаимной диффузии воздуха и водяного пара, принимая, что плотность воды  $\rho_{ж} = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, молярная масса воды  $\mu = 1,8 \cdot 10^{-3}$  кг/моль. Давление

насыщенного водяного пара  $P_n$  можно определить с помощью табл. 2, где приведена зависимость давления и плотности  $\rho$  насыщенного водяного пара от температуры  $t$ .

Таблица 2

$t, ^\circ\text{C}$	$P_n, \text{кПа}$	$\rho \cdot 10^3, \text{кг/м}^3$	$t, ^\circ\text{C}$	$P_n, \text{кПа}$	$\rho \cdot 10^3, \text{кг/м}^3$
15	1,704	12,84	21	2,486	18,35
16	1,817	13,65	22	2,642	19,44
17	1,937	14,50	23	2,809	20,60
18	2,062	15,39	24	2,984	21,81
19	2,196	16,32	25	3,168	23,07
20	2,337	17,32	26	3,361	24,40

Давление водяного пара  $P_1$  возле открытого конца трубки можно найти по значению относительной влажности  $\varphi$  (в процентах) в помещении лаборатории, пользуясь соотношением:

$$P_1 = P_n \varphi / 100.$$

### 5.3. Оценить погрешность результатов измерения.

#### Контрольные вопросы

1. В чем заключается явление диффузии? Что переносится при диффузии?
2. Напишите формулу закона Фика и объясните физический смысл коэффициента диффузии.
3. Напишите формулу для коэффициента диффузии идеального газа.
4. Что такое парциальное давление? Как определяется давление смеси газов?
5. Как связаны концентрация идеального газа и его давление?
6. Что такое относительная влажность воздуха? Как можно измерить эту величину?
7. В чем заключается метод определения коэффициента взаимной диффузии воздуха и водяного пара по скорости испарения жидкости из капилляра?
8. Выведите расчетную формулу для определения коэффициента взаимной диффузии.
9. Укажите основные источники погрешности данного метода измерений.

#### Литература

- Савельев И.В. Курс общей физики. (В 5 кн.) – М.: Наука, 1998. – т. 3. «Молекулярная физика и термодинамика» – § 1.8, 6.1, 6.2, 7.1, 7.3.
- Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1990.
- Борн М. Атомная физика. – М.: Мир, 1965.
- Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. – М.: Наука. Физматлит, 1996. – гл. П.3 – § П.3.5, П.3.8.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ  
ТВЕРДЫХ ТЕЛ С МАЛОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬЮ**

1. Задача работы.

1.1. Определение коэффициента теплопроводности твердых тел.

2. Предварительные сведения.

Если в твердом теле существует разность температур между различными его частями, то возможен перенос тепла от более нагретой к менее нагретой области. Процесс переноса тепла называется теплопроводностью. Количественно перенос тепла в твердом теле описывается законом Фурье:

$$\delta Q = \lambda \frac{T_1 - T_2}{|x_1 - x_2|} S \tau, \quad (1)$$

где  $T_1 - T_2$  – разность температур двух параллельных поверхностей твердого тела, отстоящих друг от друга на расстоянии  $(x_1 - x_2)$  и перпендикулярных потоку тепла;  $S$  – площадь сечения, через которое переносится тепло;  $\tau$  – время, в течение которого переносится теплота  $\delta Q$ ;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности.

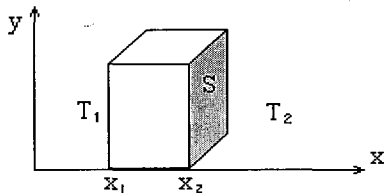


Рис. 1.

На рис. 1 изображено твердое тело, поверхности которого имеют разную температуру. Тепло переносится вдоль оси  $x$ .

Отношение  $\frac{T_1 - T_2}{|x_1 - x_2|}$  называется градиентом температуры ( $\text{grad } T$ ).

Градиент какой-либо величины численно равен изменению этой величины, отнесенному к единице длины расстояния, на котором это изменение происходит.

Формула (1) справедлива лишь для установившегося процесса, при котором градиент температур постоянен во времени. Из формулы (1) следует определение коэффициента теплопроводности:

$$\lambda = \frac{\delta Q |x_1 - x_2| \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{м} \cdot \text{с}} \right]}{(T_1 - T_2) S \tau}$$

Коэффициентом теплопроводности называется величина, равная количеству тепла, протекающего через нормально расположенную к потоку тепла единичную площадку за единицу времени при градиенте температуры равном единице.

### 3. Метод исследования и описание установки.

Количество тепла  $\delta Q$ , протекающее через тело, можно определить калориметрически. Действительно, если один конец тела будем нагревать, а другой поместим в калориметр (рис. 3), тогда, вследствие теплопроводности, жидкость в калориметре будет нагреваться и за какое-то время ( $\tau$ ) ее температура увеличится на  $\Delta T$ . Количество тепла, попавшее в калориметр ( $\delta Q$ ) можно определить по известному уравнению:

$$\delta Q = cm\Delta T, \quad (2)$$

где  $c$  – удельная теплоемкость среды, принимающей тепло;  $m$  – масса среды;  $\Delta T$  – приращение температуры в калориметре.

Если процесс изобарический, т.е. протекает при давлении  $P = \text{const}$ , то  $c = c_p$ . Для твердых и жидких тел  $c$  мало зависит от условия протекания процесса. Сравнивая (1) и (2), получим:

$$cm\Delta T = \lambda \frac{(T_1 - T_2)}{|x_1 - x_2|} S \tau,$$

или

$$cmL \frac{\Delta T}{T_1 - T_2} = \lambda S \tau,$$

где  $L = |x_1 - x_2|$  – толщина тела.

Если рассматривать перенос тепла за бесконечно малый интервал времени  $dt$ , то изменение температуры будет  $dT$  и формула примет вид:



$$cmL \frac{dT}{T_1 - T_2} = \lambda S d\tau. \quad (3)$$

Можно взять  $T_1$  постоянной, например, температуру паров кипящей воды, тогда  $T_2$  – температура противоположной поверхности тела, которая меняется в течение времени наблюдений.

Если температура тела  $T_2$  изменилась за время  $\tau$  от  $T_0$  до  $T$ , то значение коэффициента теплопроводности  $\lambda$  можно получить, интегрируя уравнение (3):

$$cmL \int_{T_0}^T \frac{dT_2}{T_1 - T_2} = \lambda S \int_0^\tau d\tau,$$

$$- cmL \ln(T_1 - T_2) \Big|_{T_0}^T = \lambda S \tau,$$

откуда

$$cmL \ln \frac{T_1 - T_0}{T_1 - T} = \lambda S \tau,$$

или

$$\ln(T_1 - T_0) = \ln(T_1 - T) + \tau \frac{\lambda S}{cmL}. \quad (4)$$

Выражение  $\frac{\lambda S}{cmL}$  для данной установки – величина постоянная.

Введя обозначение

$$\frac{\lambda S}{cmL} = \beta, \quad (5)$$

получим:

$$\ln(T_1 - T) = \ln(T_1 - T_0) - \beta \tau. \quad (6)$$

В момент времени  $\tau = 0$ ,  $T = T_0$  и поэтому

$$\ln(T_1 - T) = \ln(T_1 - T_0).$$

Из формулы (6) видно, что зависимость натурального логарифма  $\ln(T_1 - T)$  от времени  $\tau$  (рис. 2) представляет прямую  $y = ax + b$ , где  $y = \ln(T_1 - T)$ ,  $x = \tau$ ,  $a = -\beta$ ,  $b = \ln(T_1 - T_0)$ .

Из выражения (6) и рис. 2, пользуясь методом графической обработки из графика линейной зависимости  $\ln(T_1 - T) = f(\tau)$ , можно определить угловой коэффициент  $a$  и его погрешность  $\Delta a$ :

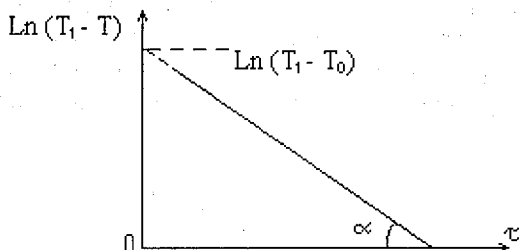


Рис. 2.

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\ln(T_1 - T) - \ln(T_1 - T_0)}{\tau}. \quad (7)$$

Зная  $a$ , можно определить  $\beta$  и  $\Delta\beta$ . Затем из формулы (5) можно найти искомую величину – коэффициент теплопроводности  $\lambda$ :

$$\lambda = \frac{\beta cmL}{S}. \quad (8)$$

Учитывая, что нагревается в процессе теплопроводности не только вода, но и калориметр (его удельная теплоемкость  $c_1$ , масса  $m_1$ , площадь поверхности диска  $S = \frac{\pi d^2}{4}$ ), уточним формулу (8):

$$\lambda = \frac{4\beta(cm + c_1 m_1)L}{\pi d^2} \quad (9)$$

Эта формула является рабочей формулой для расчета коэффициента теплопроводности  $\lambda$ .

Схема установки представлена на рис. 3. Пар из кипятильника  $M$  через трубку  $Z$  непрерывно поступает в сосуд  $C$ , благодаря чему температура стенок сосуда  $T_1$  остается постоянной, равной  $100^\circ\text{C}$ .

На крышку сосуда  $C$  кладется диск из исследуемого материала толщиной  $L$ , на него ставится металлический стакан (калориметр)  $K$  с водой. Изменение температуры воды в калориметре фиксируется термометром  $P$ .

Зная толщину диска  $L$ , площадь его поверхности  $S$  и температуру воды  $T_0$  в калориметре до нагревания и температуру  $T$  через время  $\tau$  после начала нагревания, можно построить график зависимости  $\ln(T_1 - T)$  от времени  $\tau$  (рис. 2), определить  $\alpha$  и  $\beta$ , затем вычислить коэффициент теплопроводности  $\lambda$ .

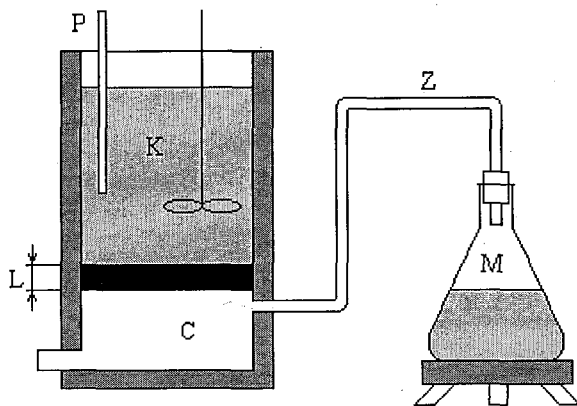


Рис. 3. Схема установки.

#### 4. Порядок выполнения работы.

4.1. Налить приблизительно 100 мл воды в калориметр, предварительно определив ее массу  $m$ . Для этого предлагается мерный цилиндр, масса воды в цилиндре составит  $m = (100 \pm 5)$  г.

4.2. Измерить штангенциркулем толщину  $L$  и диаметр  $d$  диска, плохо проводящего тепло, в 4 – 5 направлениях.

4.3. Включить электроплитку. Заметить время, когда из сосуда С начнет выходить пар и измерить температуру воды  $T_0$ .

4.4. Через каждые 5 минут в течение 30 минут отмечать температуру воды  $T$  в калориметре.

4.5. Результаты измерений занести в табл. 1.

Таблица 1

№	$\tau$ , с	$\Delta\tau$ , с	$T$ , °С	$T_0$ , °С	$m$ , кг	$m_1$ , кг	$\Delta m$ , кг	$L$ , м	$\Delta L$ , м	$d$ , м	$\Delta d$ , м

4.6. Масса калориметра  $m_1$ , теплоемкость воды  $c$  и калориметра  $c_1$  приведены на установке.

5. Обработка результатов измерений.

5.1. По результатам измерений заполнить табл. 2.

Таблица 2

№	$\tau$ , с	$(T_1 - T)$ , °C	$\ln(T_1 - T)$

5.2. Построить график зависимости  $\ln(T_1 - T)$  от времени  $\tau$ . Не забудьте, что точки на графике должны быть указаны с соответствующими погрешностями  $\Delta[\ln(T_1 - T)]$  и  $\Delta\tau$ . Для этого необходимо определить абсолютные погрешности  $\Delta T$ ,  $\Delta T_1$  и  $\Delta\tau$ , как погрешности результата прямого измерения, а погрешность  $\Delta[\ln(T_1 - T)]$ , как погрешность косвенного измерения.

5.3. Пользуясь методом графической обработки, определить из графика линейной зависимости  $\ln(T_1 - T) = f(\tau)$  угловой коэффициент  $a$  и его погрешность  $\Delta a$ .

5.4. Определить  $\beta = -a$  и  $\Delta\beta$ .

5.5. По формуле (9) вычислить коэффициент теплопроводности  $\lambda$ .

5.6. Вычислить абсолютную погрешность  $\Delta\lambda$  (необходимые для этих расчетов значения величин  $\Delta c$ ,  $\Delta c_1$  и  $\Delta m_1$  определяются как погрешности табличных величин).

#### Контрольные вопросы

1. Какие механизмы теплопроводности вы знаете?
2. Каким уравнением описывается процесс теплопроводности в твердых телах?
3. Каковы особенности явления теплопроводности в металлах по сравнению с теплопроводностью в диэлектриках?

#### Литература

- Савельев И.В. Курс общей физики. (В 5 кн.) – М.: Наука, 1998. – т. 3. «Молекулярная физика и термодинамика» – § 1.9, 4.1 – 4.5, 7.1, 7.4.
- Кикоин И.А., Кикоин А.К. Молекулярная физика. – М.: Физматгиз, 1963, гл. 9, п. 5, с. 487–489.
- Путилов К.А. Курс общей физики. – М.: Физматгиз, 1989, т. 1, п. 91, с. 329.

**ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА  
ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ВОДЫ  
И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЕГО ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ**

1. Задачи работы.

1.1. Вычислить коэффициент поверхностного натяжения воды при различных температурах.

1.2. Вычислить температурный коэффициент поверхностного натяжения воды.

2. Предварительные сведения.

2.1. Между молекулами вещества существуют силы взаимодействия – притяжение ( $f < 0$ ) и отталкивание ( $f > 0$ ). Эти силы проявляются только на малых расстояниях, то есть молекулы взаимодействуют только со своими ближайшими соседями. На графике рис. 1, а приведена зависимость результирующей силы взаимодействия от расстояния между молекулами. Расстояние  $r_0$  – это расстояние между молекулами, когда  $|f_{\text{притяжения}}| = |f_{\text{отталкивания}}|$ .

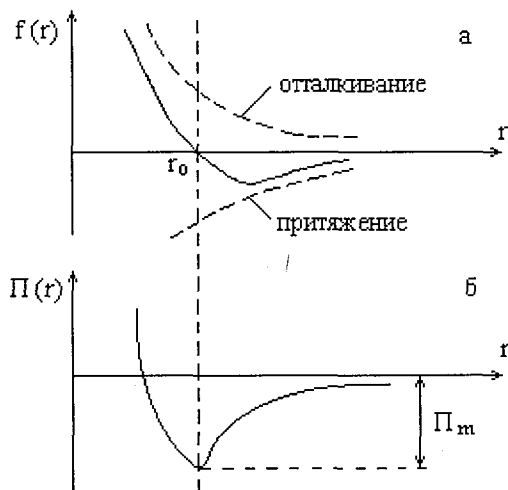


Рис. 1.

Зная характер молекулярных сил, можно построить график зависимости энергии молекулярного взаимодействия от расстояния между молекулами – так называемую потенциальную кривую (рис. 1, б). Это несимметричная кривая, (так как силы притяжения и отталкивания по-разному меняются с расстоянием), с минимумом в точке  $r_0$ .

$\Pi_m$  – минимальная энергия взаимодействия между молекулами, которой они обладают, когда находятся на расстоянии  $r_0$  и покоятся, называется глубиной потенциальной ямы. Вещества отличаются величиной  $\Pi_m$  и видом зависимости  $\Pi(r)$ .

Кинетическая энергия молекул определяется температурой и имеет величину порядка  $kT$  ( $k$  – постоянная Больцмана).

Для газов  $\Pi_m \ll kT$  и часто потенциальной энергией взаимодействия молекул газа пренебрегают (идеальный газ). Идеальный газ характеризуется большим разрежением и полным беспорядком в пространственном распределении частиц.

Для твердых тел (кристаллов)  $\Pi_m \gg kT$  (глубокая потенциальная яма) и молекулы колеблются около положения равновесия ( $r_0$ ), не выходя за пределы потенциальной ямы. Молекулы кристалла "упакованы" плотно, наблюдается пространственное упорядочение ("дальний порядок").

Жидкости занимают промежуточное положение между кристаллами и идеальным газом. Для жидкостей потенциальная и кинетическая энергия одного порядка  $\Pi_m \approx kT$ . Молекулы в жидкостях "упакованы" достаточно плотно (поэтому жидкости мало сжимаются, в отличие от газа), но можно наблюдать только "ближний" порядок (в отличие от кристаллов).

2.2. Особыми свойствами обладает поверхностный слой жидкости. Во-первых, внутри жидкости частицы окружены в среднем 12 ближайшими соседями, а в поверхностном слое вдвое меньше соседей (рис. 2), следовательно, глубина потенциальной ямы  $\Pi_m$  для молекул на поверхности вдвое меньше  $\Pi_m$  для молекул внутри, а потенциальная энергия молекул в поверхностном слое вдвое больше ( $\Pi_m$  – отрицательное число, см. рис. 1, б).

Во-вторых, равнодействующая сил взаимодействия  $fR$  между молекулами на поверхности не равна нулю (в отличие от молекул внутри жидкости, где силы уравновешиваются) и направлена

внутри жидкости, что создает давление, с которым поверхностный слой давит на остальную массу жидкости:

$$P_{\text{пов}} = \frac{\sum f_R}{S}.$$

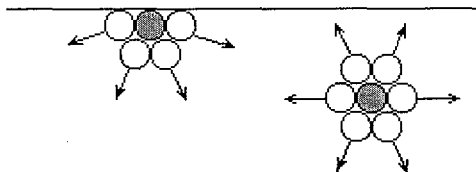


Рис. 2.

Благодаря избытку энергии и силам  $fR$ , втягивающим молекулы из поверхностного слоя вглубь, поверхностный слой имеет меньшую плотность, т.е. в поверхностном слое молекулы находятся на большем расстоянии друг от друга, чем внутри жидкости. Поверхностный слой представляет собой как бы растянутую пленку. В поверхностном слое возникают силы поверхностного натяжения, направленные по касательной к поверхности.

2.3. Для характеристики свойств поверхностного слоя жидкости вводится понятие коэффициента поверхностного натяжения  $\alpha$ . Можно дать два равнозначных определения коэффициента поверхностного натяжения.

1) Чтобы перевести молекулы из глубины на поверхность, т.е. увеличить площадь свободной поверхности, необходимо затратить работу и тем большую, чем больше прирост площади свободной поверхности

$$\Delta A = \alpha \Delta S, \text{ или } \alpha = \frac{\Delta A}{\Delta S}.$$

Коэффициентом поверхностного натяжения  $\alpha$  называется физическая величина, численно равная работе, которую надо совершить, чтобы увеличить площадь свободной поверхности жидкости на единицу.

2) Рассмотрим рамку с подвижной рейкой с натянутой жидкостью (например, мыльной пленкой) (рис. 3).

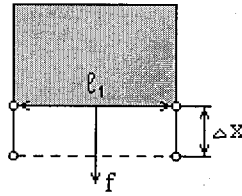


Рис. 3.

Пленка на рамке двухслойная. Чтобы растянуть эту пленку на  $\Delta x$ , т.е. увеличить свободную поверхность на  $2\Delta S$ , надо совершить работу:

$$\Delta A = f\Delta x = \alpha 2\Delta S = \alpha \Delta x 2l_1, \text{ или } \alpha = \frac{f}{2l_1} = \frac{f}{l},$$

где  $l$  – общая длина контура.

Коэффициентом поверхностного натяжения  $\alpha$  называется величина, численно равная силе поверхностного натяжения, приложенной к единице длины контура.

Коэффициент поверхностного натяжения зависит от свойств жидкости (в том числе от химического состава, чистоты поверхности) и от температуры. С ростом температуры постепенно уменьшается разница в объемах и свойствах жидкости и насыщенного пара и для большинства жидкостей коэффициент поверхностного натяжения линейно уменьшается при увеличении температуры, превращаясь в ноль при критической температуре  $t_{кр}$ .

$$\alpha = \alpha_0 (1 - \gamma t),$$

где  $\alpha_0$  – коэффициент поверхностного натяжения воды при температуре  $0^\circ\text{C}$ ;  $\gamma$  – температурный коэффициент.

При температуре  $t = t_{кр}$  коэффициент поверхностного натяжения  $\alpha = 0$ , следовательно:

$$\gamma = \frac{1}{t_{кр}}.$$

Определить температурный коэффициент  $\gamma$  для данной жидкости можно, измерив коэффициент поверхностного натяжения  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  для соответствующих температур  $t_1$  и  $t_2$ :



$$\gamma = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)}{\alpha_0(t_1 - t_2)}, \quad (1)$$

(температура измерена в градусах Цельсия).

2.4. Любое тело стремится уменьшить свою потенциальную энергию, а в случае жидкости – сократить площадь свободной поверхности: так, масса жидкости покрыта горизонтально натянутой поверхностной пленкой, мелкие капли имеют форму шариков, а в состоянии невесомости достаточно большие объемы жидкостей приобретают сферическую форму. В случае искривленной поверхности, кроме давления, направленного внутрь жидкости из-за сил притяжения, возникает добавочное давление из-за кривизны поверхности (рис. 4).

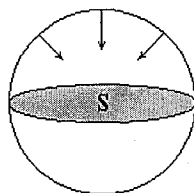


Рис. 4.

Величину добавочного давления можно вычислить из следующих соображений: чтобы разделить полусферы радиуса  $r$ , надо преодолеть силу поверхностного натяжения  $f$ , приложенную по контуру окружности, длина которой  $2\pi r$ :

$$f = \alpha 2\pi r,$$

тогда добавочное давление равно:

$$P_{\text{доб}} = \frac{f}{S} = \frac{\alpha 2\pi r}{\pi r^2} = \frac{2\alpha}{r}.$$

### 3. Метод исследования и описание установки.

3.1. Данный метод определения коэффициента поверхностного натяжения  $\alpha$  основан на определении давления в пузырьке воздуха в момент, когда он отрывается от капилляра. Стекланный капилляр опускают в воду на глубину  $h$  (рис. 5).

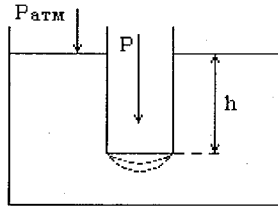


Рис. 5.

Давление  $P$  на этой глубине  $h$  будет складываться из атмосферного давления  $P_{\text{атм}}$  и гидростатического давления:

$$P_{\text{гидростат}} = \rho gh,$$

где  $\rho$  – плотность воды;  $g$  – ускорение свободного падения.

$$P = P_{\text{атм}} + \rho gh.$$

Если же давление в капилляре увеличить, нагнетая туда воздух, то на конце капилляра появится воздушный пузырек, который будет расти по мере увеличения дополнительного давления  $P_{\text{доп}}$ . Когда пузырек примет вид полусферы, то внутри него появится еще давление, вызванное кривизной поверхности  $2\alpha/r$ , и общее давление станет равным:

$$P + P_{\text{доп}} = P_{\text{атм}} + \rho gh + \frac{2\alpha}{r}.$$

Если капилляр опустить в воду так, чтобы он только касался поверхности, то  $h = 0$ , а  $P = P_{\text{атм}}$ . Тогда последнее выражение можно переписать следующим образом:

$$P_{\text{атм}} + P_{\text{доп}} = P_{\text{атм}} + \frac{2\alpha}{r},$$

или, отсюда:

$$\alpha = \frac{P_{\text{доп}} r}{2}, \quad (2)$$

т.е. дополнительное давление, создаваемое в капилляре, оказывается равным добавочному давлению, вызванному кривизной поверхности.

Определив дополнительное давление, можно найти коэффициент поверхностного натяжения. Чтобы найти  $P_{\text{доп}}$ , в данной лабораторной работе пользуются установкой, изображенной на рис. 6.

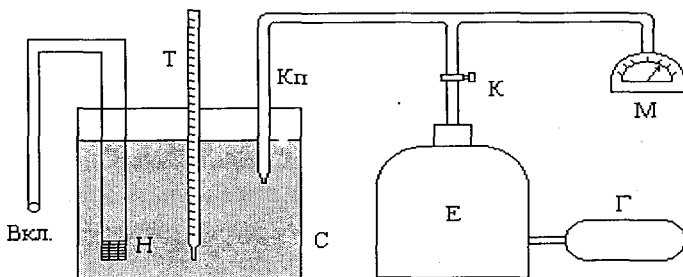


Рис. 6. Схема лабораторной установки.

С – стакан для исследуемой жидкости, Т – термометр, Е – буферная емкость, М – манометр, Г – груша (компрессор), Н – нагревательный элемент, Кп – капилляр, К – кран, Вкл. – тумблер включения нагревательного элемента.

3.2. Опускают капилляр в воду так, чтобы он только касался поверхности воды ( $h = 0$ ). При помощи груши нагнетают воздух в емкость Е. Воздух из емкости Е поступает в капилляр Кп. Около конца капилляра появляется воздушный пузырек, который, благодаря силам поверхностного натяжения, выдерживает дополнительное давление. Когда это давление  $P_{\text{доп}}$  максимально (отклонение стрелки манометра наибольшее), пузырек отрывается. По манометру определяют величину максимального дополнительного давления и по формуле (2) рассчитывают коэффициент поверхностного натяжения.

#### 4. Порядок выполнения работы.

4.1. Открыть кран К, чтобы соединить манометр с атмосферой и убедиться, что стрелка манометра стоит на нуле. Если это не так, то надо будет вводить систематическую поправку к показаниям манометра.

4.2. Установить капилляр так, чтобы он касался поверхности дистиллированной воды, налитой в стакан ( $h = 0$ ). Закрыть кран К.

4.3. Определить значение температуры воды  $t$  в стакане.

4.4. При этой температуре, не включая тумблер нагрева нагревательного элемента «Вкл.», накачать с помощью груши воздух в емкость Е до такой степени, чтобы манометр показывал максимально возможное значение дополнительного давления (примерно 1000 Па, что составляет 10 делений по 100 Па). При этом на поверхности воды должны появляться пузырьки воздуха, выходящего из капилляра.

4.5. Провести при данной температуре измерения величины дополнительного давления  $P_{\text{доп}}$  (максимальное отклонение стрелки манометра) 5 раз.

4.6. Включить тумблер электронагревательного элемента ВКЛ. Нагреть воду на 10 °С. Отключить нагреватель и провести серию измерений  $P_{\text{доп}}$ . Измерять давление через каждые 10 °С. Воду до кипения не доводить. Ограничиться 90 °С.

4.7. Все данные занести в таблицу. Радиус капилляра  $r$  и погрешность  $\Delta r$  указаны на установке.

Таблица

№	$t, ^\circ\text{C}$	$P_{\text{доп}}, \text{Па}$	$r, \text{мм}$	$\Delta r, \text{мм}$	$\alpha, \text{Н/м}$

## 5. Обработка результатов измерений.

5.1. Определить средние значения серии прямых измерений дополнительных давлений  $P_{\text{доп}}$  и их абсолютные погрешности  $\Delta P_{\text{доп}}$  для каждой из температур, при которых производились измерения.

5.2. По формуле (2) определить среднее значение коэффициента поверхностного натяжения  $\bar{\alpha}$  и абсолютную погрешность  $\Delta\alpha$  для каждой из исследованных температур, в том числе и для комнатной температуры.

5.3. Построить график линейной зависимости средних для каждой температуры значений коэффициента поверхностного натяжения  $\bar{\alpha}$  от соответствующих значений температуры  $t$ . Температуру  $t$  следует приводить по шкале Цельсия.

5.4. Графической обработкой зависимости  $\alpha$  от  $t$  найти угловой коэффициент  $a$  этой линейной зависимости и доверительную погрешность углового коэффициента  $\Delta a$ .

5.5. Сопоставление формулы (1) и формулы для вычисления углового коэффициента  $a$  позволяет провести вычисление темпера-

турного коэффициента  $\gamma$  как косвенного измерения, зависящего от  $a$  и  $\alpha_0$ . Вычислить температурный коэффициент  $\gamma$  по формуле:

$$\gamma = \frac{a}{\alpha_0},$$

где  $\alpha_0$  – коэффициент поверхностного натяжения при  $t = 0^\circ\text{C}$ . Для воды  $\alpha_0 = 75,6 \cdot 10^{-3}$  Н/м;  $a$  – угловой коэффициент линейной зависимости  $\alpha$  от  $t$ .

#### *Контрольные вопросы*

1. Объясните характер зависимости сил взаимодействия молекул от расстояния между ними.
2. Что называется потенциальной кривой? Приведите ее графическое изображение.
3. Что называется глубиной потенциальной ямы?
4. Каково соотношение между кинетической и потенциальной энергиями для газов, твердых тел и жидкостей?
5. Какими особенностями обладает поверхностный слой жидкости?
6. Почему возникает сила поверхностного натяжения?
7. От чего зависит коэффициент поверхностного натяжения?
8. В каких единицах измеряется коэффициент поверхностного натяжения?
9. Как изменяется коэффициент поверхностного натяжения при увеличении температуры жидкости?
10. Что называется коэффициентом температурной зависимости коэффициента поверхностного натяжения (температурный коэффициент)?
11. Чему равен коэффициент поверхностного натяжения при критической температуре?

#### *Литература*

- Савельев И.В.* Курс общей физики. (В 5 кн.) – М.: Наука, 1998. – т. 3. «Молекулярная физика и термодинамика» – § 5.1–5.5, 6.4.
- Зисман Г.А., Тодес О.М.* Курс общей физики. – М.: Наука, 1974. – Т. 1, гл. 11, п. 43 – 44, стр. 216 – 230.
- Яворский Б.М., Детлаф А.А.* Справочник по физике. М.: Наука. Физматлит, 1996. – гл. II.6 – § II.6.4 – II.6.6.

## СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа № 101.	
Определение момента инерции кольца методом сравнения крутильных колебаний . . . . .	4
Лабораторная работа № 102.	
Изучение вращательного движения с помощью маятника Обербека . . . .	10
Лабораторная работа № 103.	
Определение момента инерции физического маятника и проверка теоремы Штейнера . . . . .	14
Лабораторная работа № 104.	
Определение коэффициента жёсткости и модуля Юнга методом пружинного маятника . . . . .	19
Лабораторная работа № 114.	
Исследование процесса соударения упругих тел . . . . .	24
Лабораторная работа № 125.	
Определение универсальной газовой постоянной методом электролиза .	32
Лабораторная работа № 131.	
Определение скорости звука в воздухе резонансным методом. . . . .	40
Лабораторная работа № 132.	
Определение отношения теплоемкости воздуха при постоянном давлении к его теплоемкости при постоянном объеме . . . . .	50
Лабораторная работа № 145.	
Определение коэффициента теплопроводности воздуха методом нагретой нити . . . . .	58
Лабораторная работа № 146.	
Определение коэффициента вязкости и диаметра молекулы воздуха капиллярным методом . . . . .	65
Лабораторная работа № 147.	
Определение коэффициента вязкости и диаметра молекулы газа . . . . .	75
Лабораторная работа № 148.	
Определение коэффициента вязкости жидкости методом Стокса . . . . .	80
Лабораторная работа № 152.	
Определение теплоты парообразования воды . . . . .	84
Лабораторная работа № 153.	
Определение коэффициента взаимной диффузии воздуха и водяного пара . . . . .	95
Лабораторная работа № 159.	
Определение коэффициента теплопроводности твердых тел с малой теплопроводностью . . . . .	103
Лабораторная работа № 160.	
Измерение коэффициента поверхностного натяжения воды и определение его температурной зависимости . . . . .	109

Учебное издание

Лабораторный практикум по дисциплине «Физика»  
Разделы «Механика», «Молекулярная физика и термодинамика»

1 курс

*Редактор* И.Г. Максимова

ЛР № 020309 от 30.12.96.

---

Подписано в печать 10.03.06. Формат 60х90 1/16. Гарнитура Times New Roman.  
Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл.печ.л. 7,5. Тираж 1000 экз. Заказ № 17  
РГГМУ, 195196, Санкт-Петербург, Малоохтинский пр., 98.  
ЗАО «НПП «Система», 195112, Санкт-Петербург, Малоохтинский пр., 80/2

---

